

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ, ГЕНЕРИРУЕМОГО ПУЧКАМИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В НЕОДНОМЕРНЫХ ПРОСТРАНСТВЕННО-ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ

Институт ядерных проблем БГУ

С.Н.Сытова

Исследования находятся на стыке наук



Этапы решения поставленной задачи

1. Построение математических моделей процессов генерации излучения пучками заряженных частиц в условиях ОЛСЭ
2. Разработка эффективных разностных схем для решения нелинейных систем уравнений, описывающих разработанные математические модели
3. Создание комплекса программ для математического моделирования ОЛСЭ
4. Численное исследование линейной и нелинейной стадии ОЛСЭ
5. Исследование ОЛСЭ как динамического хаотического объекта
6. Разработка информационной системы для сохранения, передачи и популяризации научных знаний, в том числе научных работ по созданию ОЛСЭ

Новый закон неустойчивости* электронного пучка, движущегося в пространственно-периодической среде в условиях динамической дифракции

Инкремент неустойчивости в точках вырождения корней дисперсионного уравнения:

$$G \sim \sqrt[3+s]{\rho}$$

вместо $\sim \sqrt[3]{\rho}$ для других систем (ЛОВ, ЛБВ, ЛСЭ и др.)

Пороговый ток в точках вырождения корней дисперсионного уравнения:

$$j_{start} \sim 1/(kL)^{3+2s}$$

вместо $\sim (kL)^{-3}$ для других систем.

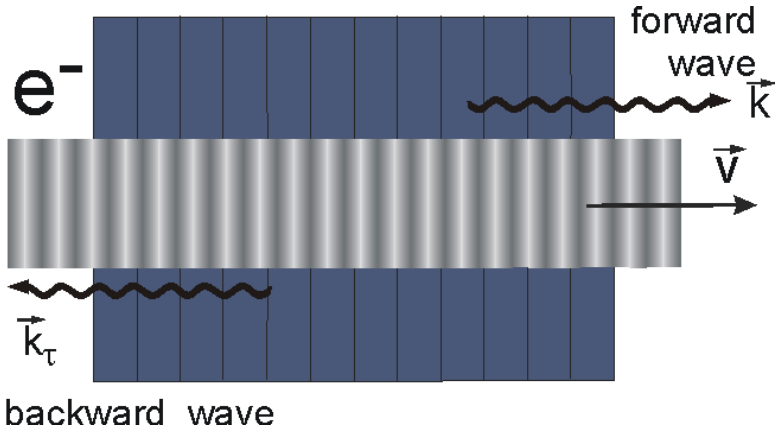
s – число дополнительных волн, возникающих в системе вследствие дифракции.

*V.G.Baryshevsky, I.D.Feranchuk, *Phys.Let.* **102A** (1984) 141,
В.Г.Барышевский, *ДАН СССР*, **299**(1988), 1363

Объемный лазер на свободных электронах (ОЛСЭ) –

электронное устройство, в котором в условиях динамической дифракции происходит генерация электромагнитного излучения релятивистскими заряженными частицами, движущимися в существенно неодномерной (двумерной и трехмерной) пространственно-периодической системе (среде, структуре, резонаторе).

Основная особенность ОЛСЭ – объемная (неодномерная) многоволновая распределенная обратная связь в условиях дифракции.



Основные принципы ОЛСЭ, справедливые для всех частотных диапазонов:

Условия дифракции

$$2\mathbf{k\tau} + \boldsymbol{\tau}^2 \approx 0$$

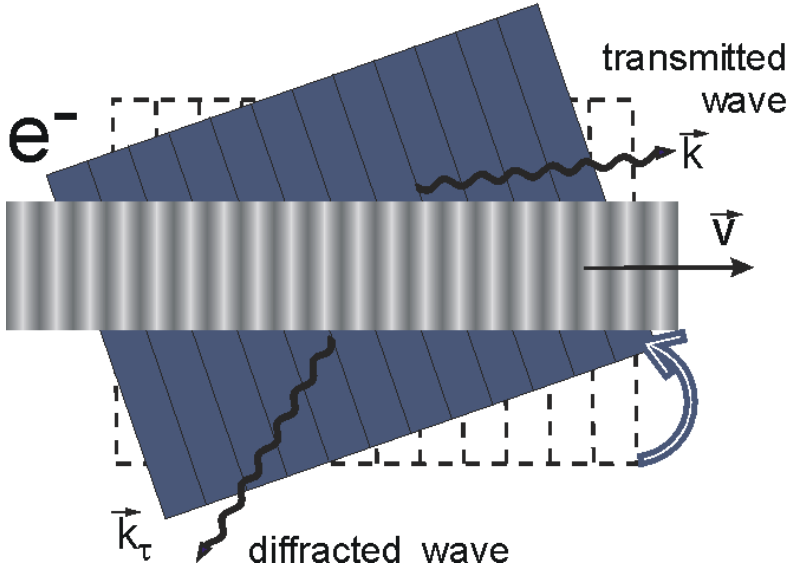
Условия синхронизма

$$\left|\omega - \mathbf{ku}\right| = \delta\omega$$

Объемный лазер на свободных электронах (ОЛСЭ) –

электронное устройство, в котором в условиях динамической дифракции происходит генерация электромагнитного излучения релятивистскими заряженными частицами, движущимися в существенно неодномерной (двумерной и трехмерной) пространственно-периодической системе (среде, структуре, резонаторе).

Основная особенность ОЛСЭ – объемная (неодномерная) многоволновая распределенная обратная связь в условиях дифракции.



Основные принципы ОЛСЭ, справедливые для всех частотных диапазонов:

Условия дифракции

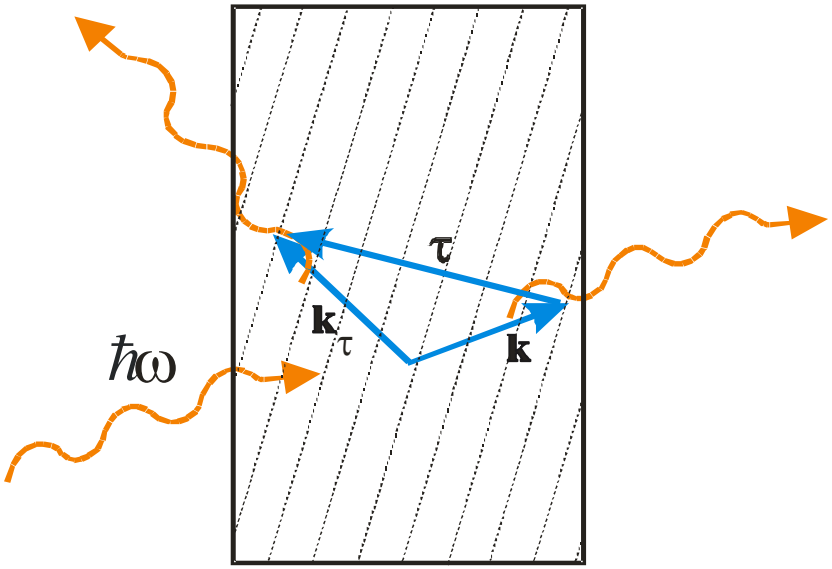
$$2\mathbf{k\tau} + \boldsymbol{\tau}^2 \approx 0$$

Условия синхронизма

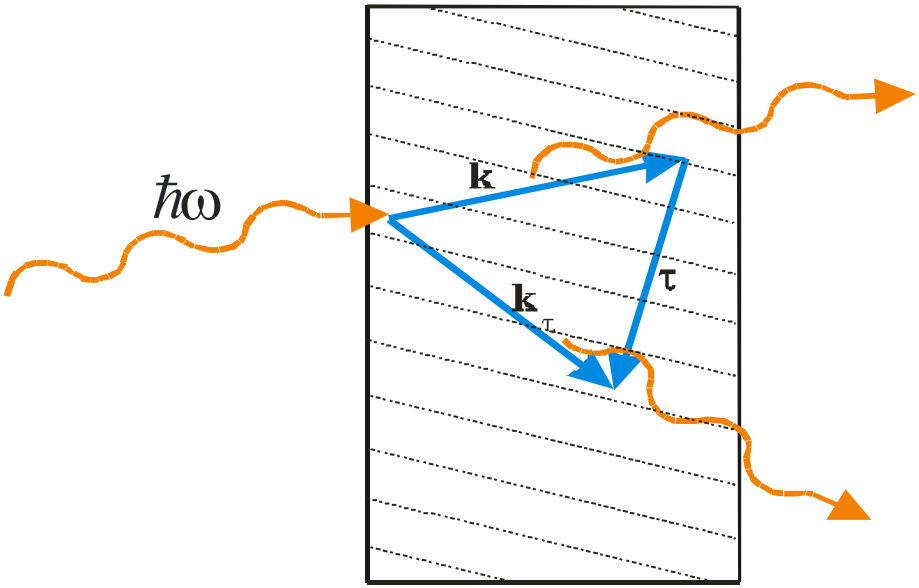
$$\left|\omega - \mathbf{ku}\right| = \delta\omega$$

Различные геометрии динамической дифракции

Геометрия Брэгга



Геометрия Лауэ



τ – вектор обратной решетки.

Принципы динамической дифракции справедливы в диапазонах от рентгеновского до терагерцового.

Bragg, W.H.; Bragg, W.L. (1913). *Proc R. Soc. Lond. A*. **88** (605): 428–38.

Многопучковые варианты ОЛСЭ

Различные многопучковые варианты ОЛСЭ, могут рассмотрены как лазерные системы с фазовой синхронизацией – laser-self-phase-locking system*.

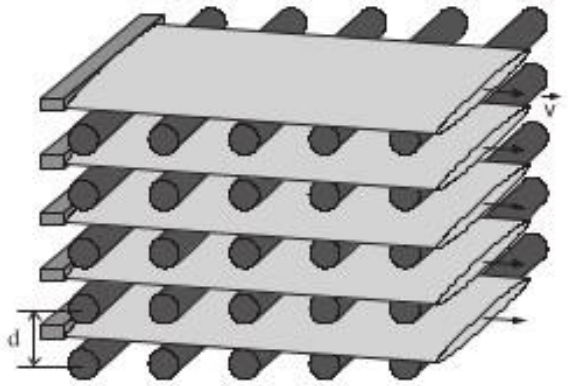
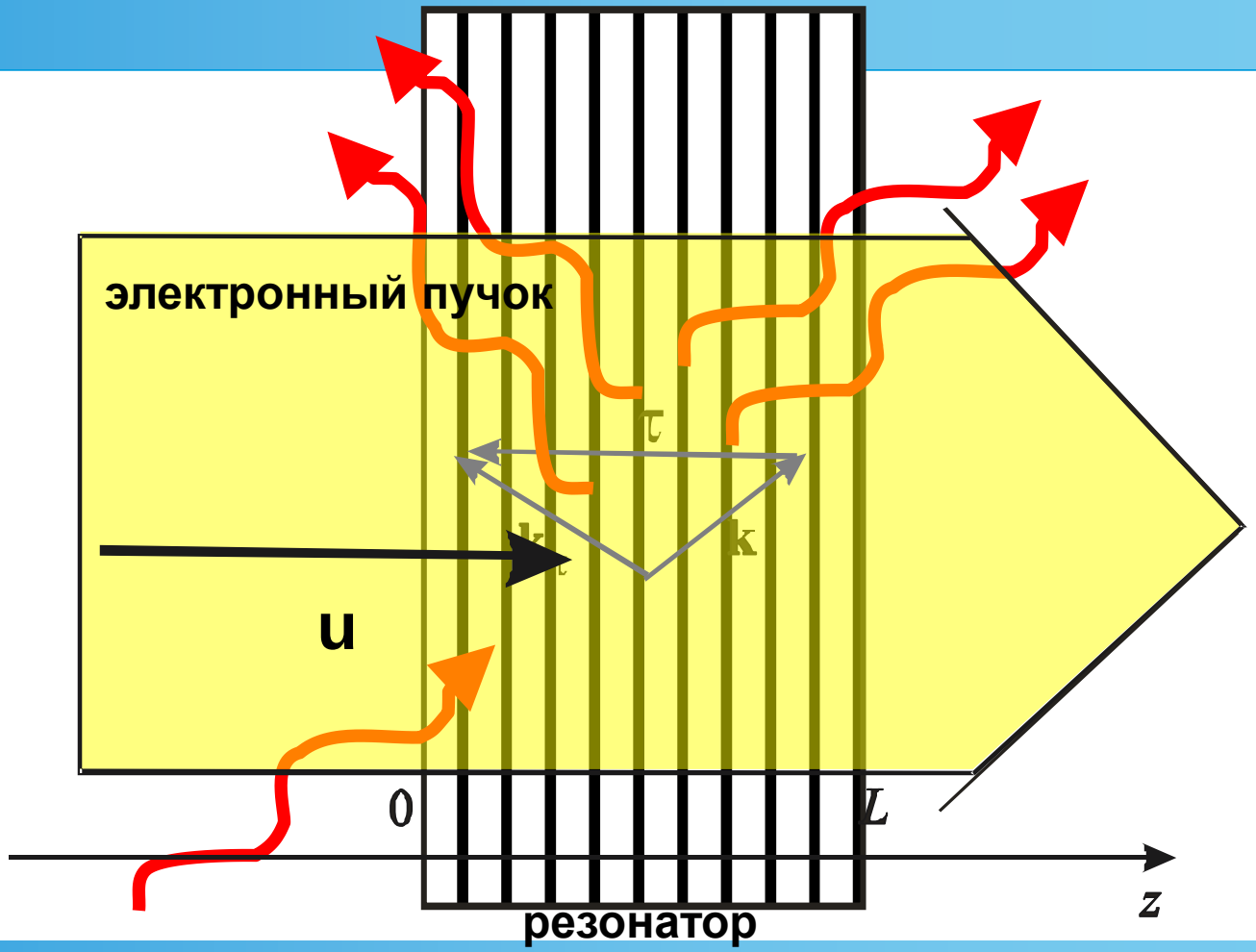


Fig. 3. VFEL (VFEM) with several beams.

*V. G. Baryshevsky. *Nucl. Instr. Meth*. B355, 17 (2015)

1. Математические модели процессов генерации электромагнитного излучения пучками заряженных частиц в неодномерных пространственно-периодических структурах



Исходные уравнения

Уравнения Максвелла:

$$\Delta\mathbf{E} - \nabla(\nabla\mathbf{E}) - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{D}}{\partial t^2} = \frac{\partial \mathbf{j}_b}{\partial t},$$

n-волновое приближение:

$$\mathbf{E} = \sum_{j=1}^{n} \mathbf{e} E_j e^{i(\mathbf{k}_j\mathbf{r}-\omega t)}, \quad \mathbf{j}_b = \sum_{l=1}^{m} \mathbf{e} j_l e^{i(\mathbf{k}_j\mathbf{r}-\omega t)}$$

Вектор электрической индукции:

$$\mathbf{D}(\mathbf{r},t) \approx \varepsilon(\mathbf{r},\omega)\mathbf{E}(\mathbf{r},t),$$

$$\varepsilon(\mathbf{r},\omega) = \sum_{\tau} \varepsilon(\boldsymbol{\tau},\omega)\exp(-i\boldsymbol{\tau}\mathbf{r}),$$

$$\varepsilon(0,\omega) = 1+\chi_0\,,\ \varepsilon(\tau,\omega) = \chi_\tau\,,\ \varepsilon(\text{-}\tau,\omega) = \chi_{\text{-}\tau}$$

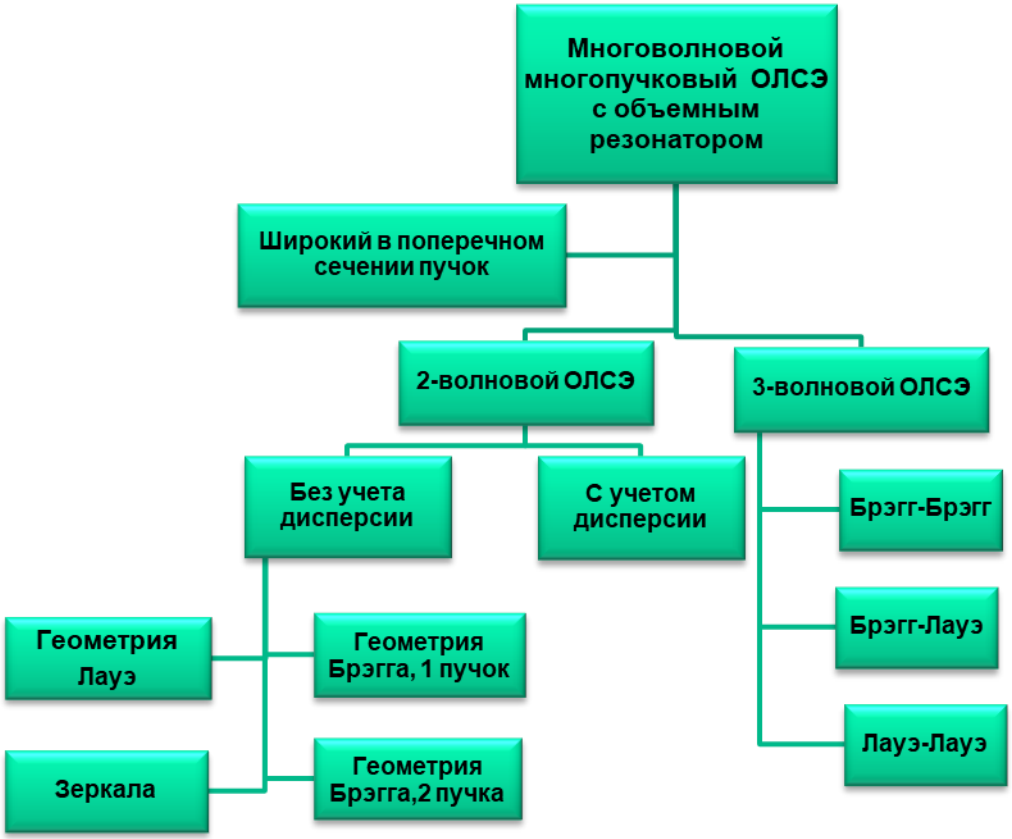
Уравнение движения:

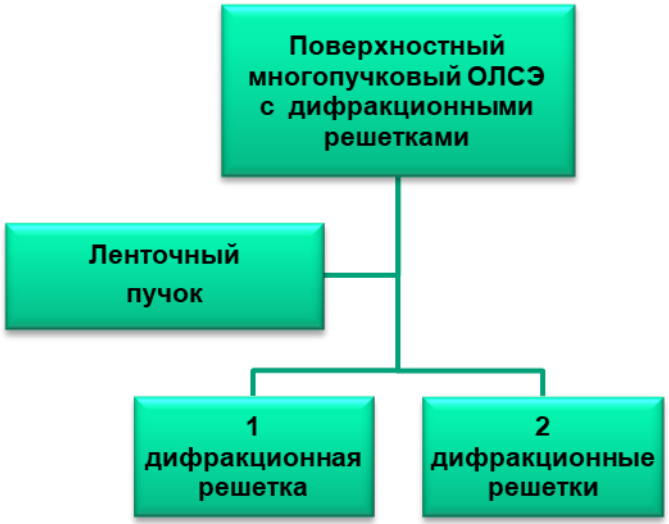
$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = e\left\{\mathbf{E} + \frac{1}{c}\left[\mathbf{v}\times\mathbf{H}\right]\right\}, \mathbf{p} = m\gamma\mathbf{v},$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{e}{m\gamma^3}(\mathbf{en})\,\mathrm{Re}\left[Ee^{i\theta(t,t_0,\mathbf{r}_\perp)}\right]$$

$$\theta(t,t_0,\mathbf{r}_\perp) = k_z z + \mathbf{k}_\perp\mathbf{r}_\perp - \omega t(z,t_0)$$

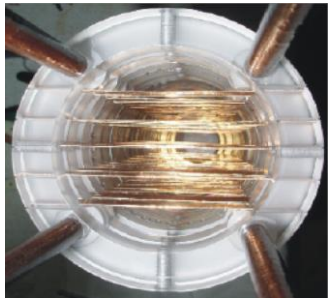
Математические модели



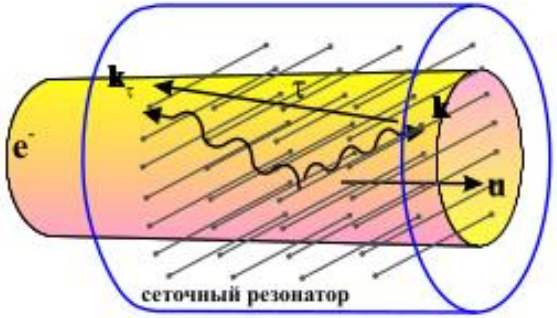


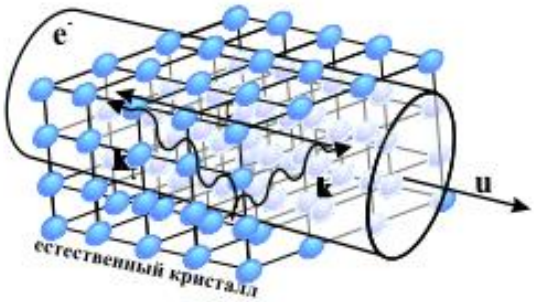
ОЛСЭ с объемным резонатором





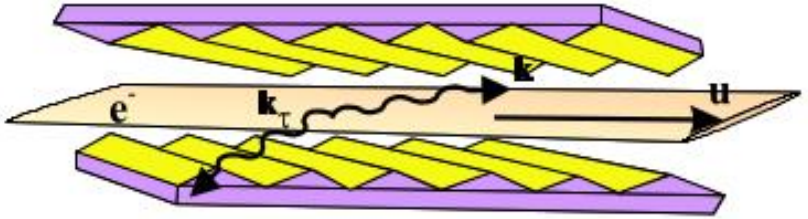
2006-2011
ОЛСЭ-250

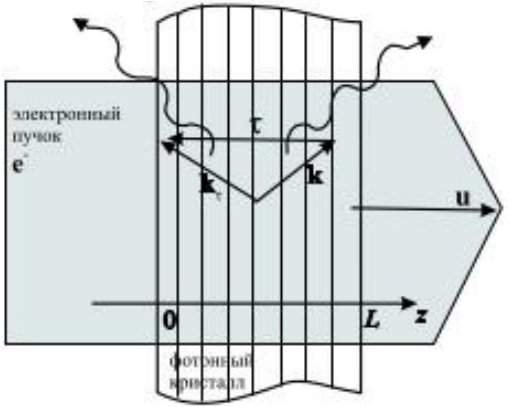




2001, ОЛСЭ-10







В настоящее время уже достигнуты необходимые параметры пороговых значений пучков заряженных частиц для начала генерации рентгеновского излучения ОЛСЭ на кристаллах.*

*V. G. Baryshevsky. arXiv:2401.05161v1

Двухволновой ОЛСЭ*

*К. Г. Батраков, С. Н. Сытова. ЖВМ МФ. 2005. Т. 45. С.690–700.

$$\frac{\partial E}{\partial t}+\gamma_0\frac{\partial E}{\partial z}+0.5i\omega lE-0.5i\omega\chi_\tau E_\tau=\Psi\int_0^{2\pi}\frac{2\pi-p}{8\pi^2}\left(e^{-i\Theta(t,z,p)}+e^{-i\Theta(t,z,-p)}\right)dp,$$

$$\frac{\partial E_\tau}{\partial t}+\gamma_1\frac{\partial E_\tau}{\partial z}-0.5i\omega\chi_{-\tau}E+0.5i\omega l_1E_\tau=0.$$

$$l_0=\frac{\mathbf{k}^2c^2-\omega^2\varepsilon_0}{\omega^2},\ l_1=\frac{\mathbf{k}_\tau^2c^2-\omega^2\varepsilon_0}{\omega^2},\ l=l_0+\delta.$$

$$\frac{\partial^2\theta(t,z,p)}{\partial z^2}=\frac{e\Phi}{m\gamma^3\omega^2}\left(k-\frac{\partial\theta(t,z,p)}{\partial z}\right)^3\mathrm{Re}\left(E(t-z/u,z)\right)\exp(i\theta(t,z,p)),$$

$$\frac{\partial\theta(t,0,p)}{\partial z}=k-\omega/u,\quad \theta(t,0,p)=p,$$

$\gamma_{0,1}$ – направляющие косинусы,

$\mathbf{k}_\tau=\mathbf{k}+\boldsymbol{\tau}$, $\boldsymbol{\tau}$ – вектор обратной решетки,

$t>0,\quad z\in[0,L],\quad p\in[-2\pi,2\pi].$

$\theta(t,z,p)$ – фаза электронов **широкого в поперечном сечении пучка** по отношению к электромагнитной волне

Система для ЛОВ:
Д.И.Трубецков, А.Е.Храмов.
Лекции по сверхвысокочастотной электронике. 2004.

$$\frac{\partial F}{\partial\tau}-\frac{\partial F}{\partial\zeta}=-\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}e^{-i\theta}d\theta_0,$$

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial\zeta^2}=-\mathrm{Re}[Fe^{i\theta}],$$

$$\theta\big|_{\zeta=0}=\theta_0,\quad \partial\theta/\partial\zeta\big|_{\zeta=0}=0,\quad F\big|_{\zeta=L}=0.$$

Граничные условия:

Геометрия Брэгга:

$$E(t,0)=E_0,\quad E_\tau(t,L)=E_{\tau 0}.$$

Геометрия Лауэ:

$$E(t,0)=E_0,\quad E_\tau(t,0)=E_{\tau 0}.$$

Установленные внешние зеркала:

$$E\,|_{z=0}=E_0+\alpha_1 E\,|_{z=L}\exp(i\varphi_1)+\alpha_2 E_\tau\,|_{z=0}\exp(i\varphi_2),$$

$$E_\tau\,|_{z=L}=E_{\tau 0}+\alpha_3 E\,|_{z=L}\exp(i\varphi_3)+\alpha_4 E_\tau\,|_{z=0}\exp(i\varphi_4).$$

Двухпучковый ОЛСЭ с объемным резонатором

$$\frac{\partial E}{\partial t}+\gamma_0 c\frac{\partial E}{\partial z}+0.5ilE-0.5i\omega\chi_\tau E_\tau=-2\pi j_1\Phi_1\int_0^{2\pi}\frac{2\pi-p}{8\pi^2}\left(e^{-i\theta_1(t,z,p)}+e^{-i\theta_1(t,z,-p)}\right)dp,$$

$$\frac{\partial E_\tau}{\partial t}+\gamma_\tau c\frac{\partial E_\tau}{\partial z}-0.5i\omega\chi_{-\tau}E+0.5i\omega l_1 E_\tau=-2\pi j_2\Phi_2\int_0^{2\pi}\frac{2\pi-p}{8\pi^2}\left(e^{-i\theta_2(t,z,p)}+e^{-i\theta_2(t,z,-p)}\right)dp,$$

$$\frac{\partial^2\theta_1(t,z,p)}{\partial z^2}=\frac{e\Phi_1}{m\gamma_1^3\omega^2}\left(k_z-\frac{\partial\theta_1(t,z,p)}{\partial z}\right)^3\mathrm{Re}\left(E(t-z/u_1,z)\right)\mathrm{e}^{i\theta_1(t,z,p)},$$

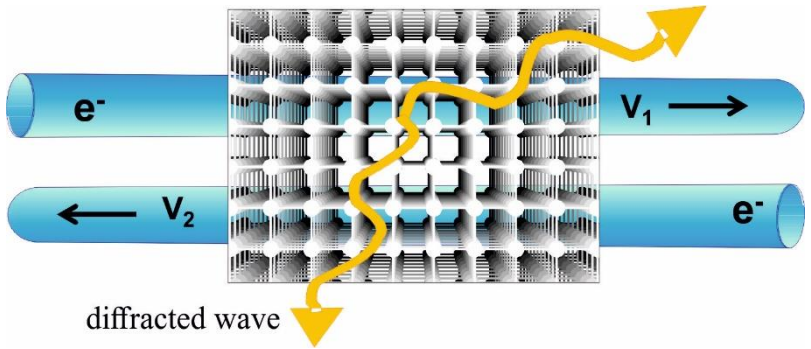
$$\frac{\partial^2\theta_2(t,z,p)}{\partial z^2}=\frac{e\Phi_2}{m\gamma_2^3\omega^2}\left(k_{\tau z}-\frac{\partial\theta_2(t,z,p)}{\partial z}\right)^3\mathrm{Re}\left(E_\tau(t-z/u_2,z)\right)\mathrm{e}^{i\theta_2(t,z,p)},$$

$$E(t,0)=0,\quad E_\tau(t,L)=0,$$

$$\frac{\partial\theta_1(t,0,p)}{\partial z}=k_z^0-\omega/u_1,\quad \theta_1(t,0,p)=p,$$

$$\frac{\partial\theta_2(t,L,p)}{\partial z}=k_{\tau z}^0-\omega/u_2,\quad \theta_2(t,L,p)=p,$$

$$t>0,\quad z\in[0,L],\quad p\in[-2\pi,2\pi].$$



Обобщенная модель объемного ОЛСЭ

Пусть в системе в условиях динамической дифракции образуются N электромагнитных волн $E_i(z,t)$ по n_i волн в каждой i-той секции. $\sum_{i=1}^{l} n_i = N$

Пусть на систему падает $M = M^{left} + M^{right}$ пучков электронов: M^{left} пучков, пришедших с границы $z = 0$, и M^{right} пучков, пришедших с границы $z = L$. Каждый пучок с начальной скоростью u_m описывается фазой $\theta_m(t, z, p)$ электронов. В каждой секции резонатора он может находиться в синхронизме с одной волной E_α с волновым вектором $\mathbf{k}_\alpha$.

$$\mathbf{A}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{B}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial z} + \mathbf{C}\mathbf{E} = \mathbf{F} \qquad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1+a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1N} \\ a_{21} & 1+a_{22} & \cdots & a_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N1} & a_{N2} & \cdots & 1+a_{NN} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} b_{11} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & b_{NN} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{N1} & \cdots & c_{NN} \end{pmatrix},$$

$$F_m = \Phi_m \int_0^{2\pi} \frac{2\pi - p}{4\pi} \left(e^{-i\theta_m(t,z,p)} + e^{-i\theta_m(t,z,-p)} \right) dp, \quad m = 1, 2, \ldots, \mathrm{M},$$

$$\frac{\partial^2 \theta_m(t,z,p)}{\partial z^2} = \Psi_m \left(k_{\alpha z} - \frac{\partial \theta_m(t,z,p)}{\partial z} \right)^3 \mathrm{Re}\left(E_\alpha(t - z/u_m, z) e^{i\theta_m(t,z,p)} \right)$$

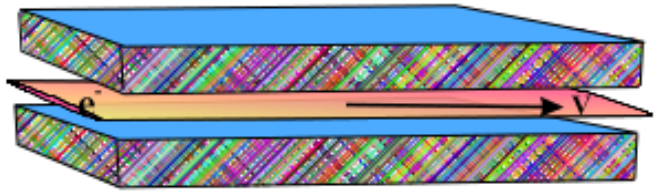
$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{B}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial z} + \mathbf{H}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial z} + \mathbf{C}\mathbf{E} + \mathbf{G}\mathbf{E} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{D}\mathbf{F},$$

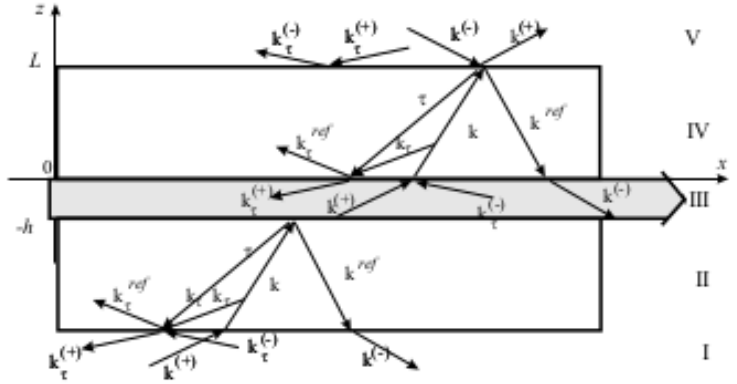
$$\mathbf{H} = (\mathbf{A}^{-1} - \mathbf{I})\mathbf{B}, \quad \mathbf{G} = (\mathbf{A}^{-1} - \mathbf{I})\mathbf{C},$$

I – единичная матрица.

$$\mathbf{E}(t, \mathbf{\Gamma}_1) = \mathbf{E}^0(t) + \mathbf{Q}\mathbf{E}(t, \mathbf{\Gamma}_2) \qquad \frac{\partial \theta_m(t, \Gamma_1^m, p)}{\partial z} = k_{mz}^0 - \omega / u_m, \quad \theta_m(t, \Gamma_1^m, p) = p.$$

Поверхностный ОЛСЭ с объемными дифракционными решетками



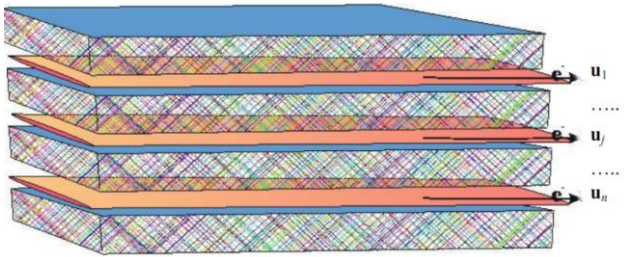


(III) $$\frac{\partial E^{(\pm)}}{\partial t} \pm \frac{k_z c^2}{\omega}\frac{\partial E^{(\pm)}}{\partial z} + \frac{k_x c^2}{\omega}\frac{\partial E^{(\pm)}}{\partial x} = -\frac{2\pi i}{\omega}\frac{\partial j^{(\pm)}}{\partial t} - 2\pi j^{(\pm)}.$$

(II), (IV) $$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{k_z c^2}{\omega\varepsilon_0}\frac{\partial E}{\partial z} + \frac{k_x c^2}{\omega\varepsilon_0}\frac{\partial E}{\partial x} + \frac{i(\mathbf{k}^2 - \omega^2/c^2\varepsilon_0)}{2\omega\varepsilon_0}E + \frac{i\omega\chi_\tau}{2\varepsilon_0}E_\tau = 0,$$

$$\frac{\partial E_\tau}{\partial t} + \frac{k_{\tau z} c^2}{\omega\varepsilon_0}\frac{\partial E_\tau}{\partial z} + \frac{k_{\tau x} c^2}{\omega\varepsilon_0}\frac{\partial E_\tau}{\partial x} + \frac{i\omega\chi_\tau}{2\varepsilon_0}E + \frac{i(\mathbf{k}_\tau{}^2 - \omega^2/c^2\varepsilon_0)}{2\omega\varepsilon_0}E_\tau = 0.$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{k_z c^2}{\omega\varepsilon_0}\frac{\partial E}{\partial z} + \frac{k_x c^2}{\omega\varepsilon_0}\frac{\partial E}{\partial x} = 0.$$



$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{A}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial z} + \mathbf{B}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \mathbf{Q}\mathbf{E} = \mathbf{U}(\mathbf{j}),$$

$$\mathbf{A}^{-}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{B}^{-}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \mathbf{C}^{-}\mathbf{E} + \mathbf{A}^{+}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{B}^{+}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \mathbf{C}^{+}\mathbf{E} = \mathbf{G}(x,t,\mathbf{E}^{(0)},\mathbf{j}),$$

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial t} + v\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \mathcal{E}(\mathbf{E})\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial v} + \mathbf{P}\mathbf{F} = \mathbf{D}(\mathbf{E}, f_0),$$

2. Разностные методы и программное обеспечение для математического моделирования электромагнитного излучения пучками заряженных частиц в пространственно-периодических структурах

Модельное уравнение:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a\frac{\partial u}{\partial z} + b\frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

$a = a' + ia''$ является комплексным, $a' > 0$, $a'' > 0$, $b > 0$.

Неявная схема 1-го порядка:

$$\frac{y_{k,l}^{j+1} - y_{k,l}^{j}}{\tau} + a\frac{y_{k,l}^{j+1} - y_{k-1,l}^{j+1}}{h_z} + b\frac{y_{k,l}^{j+1} - y_{k,l-1}^{j+1}}{h_x} = 0.$$

Условие счетной устойчивости:

$$8(a'/h_z + b/h_x) \geq a''/h_z$$

Модельное уравнение:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a\frac{\partial u}{\partial z} + b\frac{\partial u}{\partial x} = f,$$

Разностная схема многокомпонентного метода переменных направлений (ММПН):

$$y_t^1 + a\hat{y}_{\bar{z}}^1 + by_{\bar{x}}^2 = \hat{f},$$

$$y_t^2 + a\hat{y}_{\bar{z}}^1 + b\hat{y}_{\bar{x}}^2 = \hat{f}.$$

Теорема 1. Разностная схема устойчива по начальным данным и правой части. Для ее решения имеет место оценка:

$$|\hat{y}^i|^2 \le M\left(|y^i(0)|^2 + |ay_{\bar{z}}^1(0) + by_{\bar{x}}^2(0) - f(0)|^2 + \max_t(|f|^2 + |f_t|^2)\right), \quad i = 1,2,$$

где M – ограниченная положительная константа, не зависящая от шагов сетки.

Теорема 2. Если решение исходной задачи достаточно гладкое, то при $\tau, h_z, h_x \to 0$

решение разностной задачи сходится к решению исходной дифференциальной задачи и для погрешности метода справедлива оценка: $|z^i| \le O(\tau + h_z + h_x)$.

Разностная схема ММПН, пригодная для распараллеливания:

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{A}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial z} + \mathbf{B}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \mathbf{QE} = \mathbf{U}(\mathbf{j}),$$

$$\mathbf{A}^{-}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{B}^{-}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \mathbf{C}^{-}\mathbf{E} + \mathbf{A}^{+}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{B}^{+}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \mathbf{C}^{+}\mathbf{E} = \mathbf{G}(x,t,\mathbf{E}^{(0)}, \mathbf{j}),$$

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial t} + v\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \varepsilon(\mathbf{E})\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial v} + \mathbf{PF} = \mathbf{D}(\mathbf{E}, f_0),$$

$$\mathbf{E}_t^1 + \mathbf{A}\mathbf{C}_A\hat{\mathbf{E}}_z^1 + \mathbf{B}\mathbf{C}_B\mathbf{E}_x^2 + \mathbf{Q}\hat{\tilde{\mathbf{E}}}^1 = \hat{\mathbf{U}}(\mathbf{j}),$$

$$\mathbf{E}_t^2 + \mathbf{A}\mathbf{C}_A\hat{\mathbf{E}}_z^1 + \mathbf{B}\mathbf{C}_B\hat{\mathbf{E}}_x^2 + \mathbf{Q}\hat{\tilde{\mathbf{E}}}^1 = \hat{\mathbf{U}}(\mathbf{j}),$$

$$\mathbf{A}^{-}\mathbf{E}_t^1 + \mathbf{B}^{-}\mathbf{C}_B\mathbf{E}_x^2 + \mathbf{C}^{-}\hat{\mathbf{E}}^1 + \mathbf{A}^{+}\mathbf{E}_t^1 + \mathbf{B}^{+}\mathbf{C}_B\mathbf{E}_x^2 + \mathbf{C}^{+}\hat{\mathbf{E}}^1 = \hat{\mathbf{G}}(\mathbf{j}),$$

$$\mathbf{A}^{-}\mathbf{E}_t^2 + \mathbf{B}^{-}\mathbf{C}_B\hat{\mathbf{E}}_x^2 + \mathbf{C}^{-}\hat{\mathbf{E}}^1 + \mathbf{A}^{+}\mathbf{E}_t^1 + \mathbf{B}^{+}\mathbf{C}_B\mathbf{E}_x^2 + \mathbf{C}^{+}\hat{\mathbf{E}}^1 = \hat{\mathbf{G}}(\mathbf{j}),$$

$$\tilde{E} = (E_k + E_{k-1})/2, \qquad C_A E_z = C_A\frac{E_k^l - E_{k\pm1}^l}{h_z}, \quad \mathbf{j} = \frac{\mathbf{j}^1 + \mathbf{j}^2}{2}.$$

$\mathbf{E}^1$, $\mathbf{E}^2$ –две компоненты приближенного решения для вектора амплитуд **E**.

Если математическая модель ОЛСЭ представляет собой систему гиперболических уравнений, то предложенные схемы являются безусловно устойчивыми.
При **A** комплексных условие устойчивости:

$$8(\min_i(\mathrm{Re}(A_{ii}))/h_z + \min_i(\mathrm{Re}(B_{ii}))/h_x) \geq \max_i(\mathrm{Im}(A_{ii}))/h_z$$

Разностная схема для моделирования объемного ОЛСЭ:

$$\hat{\theta}_{m\,\bar{z}z}{}^{p} = \Psi_m \left(k_m - \hat{\theta}^{p}_{\underset{m\,z}{\circ}} \right)^3 \mathrm{Re}\left(\tilde{E}_m \exp\left(i\theta_m{}^{p} \right) \right), \quad m = 1,\ldots,M,$$

$$p = -N,\ldots,-1,0,1,\ldots,N, \quad Nh_p = 2\pi$$

$$\mathbf{A}\frac{\hat{\mathbf{E}}_n - \mathbf{E}_n}{h_t} + \mathbf{B}\frac{\hat{\mathbf{E}}_n - \hat{\mathbf{E}}_{n\pm1}}{h_z} + \mathbf{C}\frac{\hat{\mathbf{E}}_n + \hat{\mathbf{E}}_{n\pm1}}{2} = \mathbf{DF},$$

$$F_m = \Phi_m \sum_{j=0}^{N_p} c_j \left(\exp(-i\hat{\theta}_{mn}{}^{j}) + \exp(-i\hat{\theta}_{mn}{}^{-j}) \right).$$

$$\Theta^{j}_{\bar{z}z} = \Psi\left(k - \Theta^{j}_{\underset{z}{\circ}} \right)^3 \mathrm{Re}\left(E \exp(i\Theta^{j}) \right), \quad j = 0,\pm1,\ldots,\pm N,$$

$$E_t + a_1\hat{E}_{\bar{z}} + b_{11}\hat{E} + b_{12}\hat{E}_{\tau} = \Phi\sum_{j=0}^{N} c_j \left(\exp(-i\hat{\Theta}^{j}) + \exp(-i\hat{\Theta}^{-j}) \right),$$

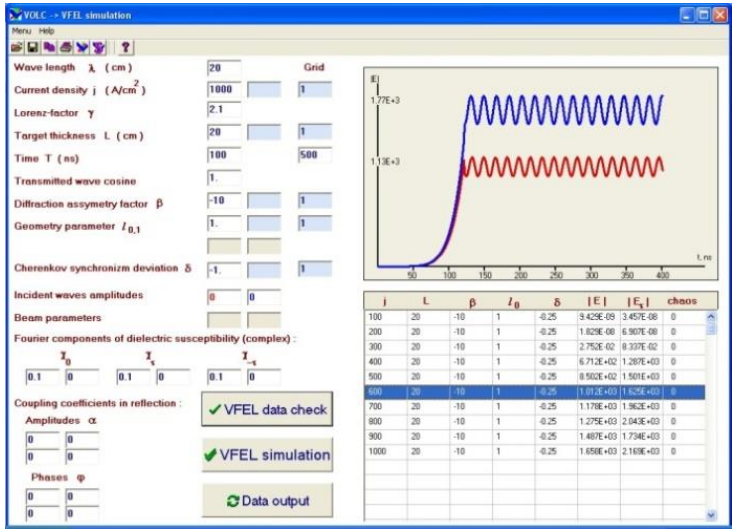
$$E_{\tau t} + a_2\hat{E}_{\tau\bar{z}} + b_{21}\hat{E} + b_{22}\hat{E}_{\tau} = 0,$$

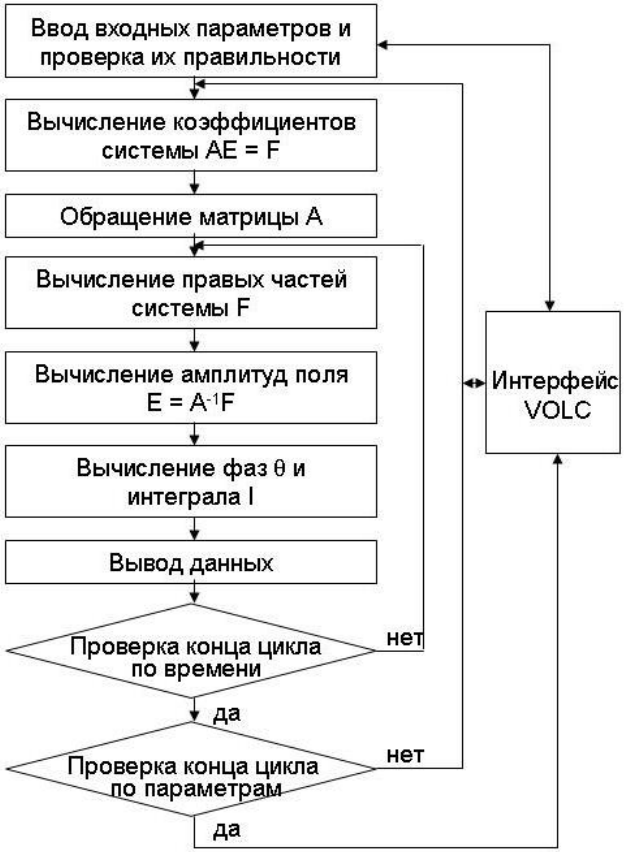
$$E = E(t_l - \eta t_m, z_m), \eta = h_z / (h_t u).$$

Комплекс программ VOLC (“***VOL***ume ***C***ode”)

Состоит из 3 частей:

- подмодуль 1D (двух- и трехволновые геометрии, 1 пучок заряженных частиц),
- подмодуль 1D (двухволновые геометрии, 2 пучка заряженных частиц),
- подмодуль 2D (поверхностный ОЛСЭ с объемными решетками)





Использование различных коммерческих универсальных кодов не всегда подходит для решения поставленных задач, т. к. невозможно контролировать используемые в них алгоритмы и математические основы.

Комплекс программ VOLC

Software verification asks the question, "Are we building the product right?*

Software validation asks the question, "Are we building the right product?"

С целью всестороннего тестирования, валидации и верификации комплекса программ VOLC проведено сравнение численных результатов с аналитическими в случае известных

- стационарного решения стандартной задачи дифракции в резонаторе;
- стационарного решения стандартной задачи дифракции с электронным пучком.

Первое позволило протестировать и верифицировать моделирование электромагнитных полей в системе, второе – моделирование движения электронов в системе.

Также была проведена проверка выполнения основных закономерностей в функционирования ОЛСЭ в широком диапазоне параметров, исследована чувствительность решения к изменению начальных условий в системе и проведено моделирование экспериментальных установок ОЛСЭ.

*IEEE Std 610.12-1990 - IEEE Standard Glossary of Software Engineering Terminology
ISO/IEC/IEEE 24765:2010(E), Systems and software engineering - Vocabulary

Получены численные результаты VOLC:

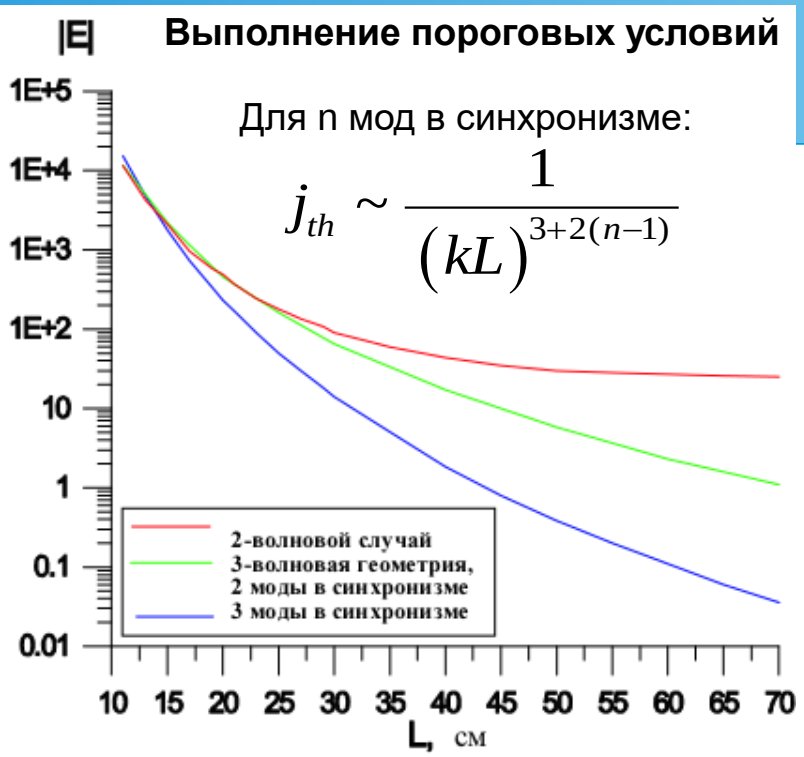
	2-волновой, Брэгг, 1 пучок	2-волновой, Лауэ, 1 пучок	3-волновой, Брэгг-Брэгг, 1 пучок	3-волновой, Брэгг-Лауэ 1 пучок	3-волновой, Лауэ-Лауэ, 1 пучок	Поверх-ностный, 1 пучок	2 пучка, 2-волновой, Брэгг	ОЛСЭ-10	ОЛСЭ-250
Режим генерации	V		V	V		V	V	V	V
Режим усиления	V	V	V	V	V	V	V	V	V
Пороговые условия	V	V	V	V	V	V	V	V	V
Хаос	V	V	V	V	V	V	V	V	V
Синхро-низм неск. мод	V		V	V	V				
SASE		V			V				
Зеркала	V	V							

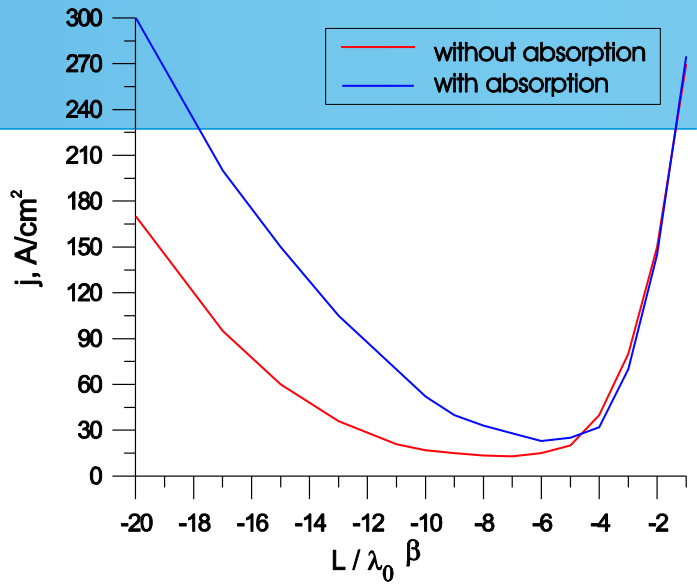
3. Результаты численного моделирования различных типов ОЛСЭ

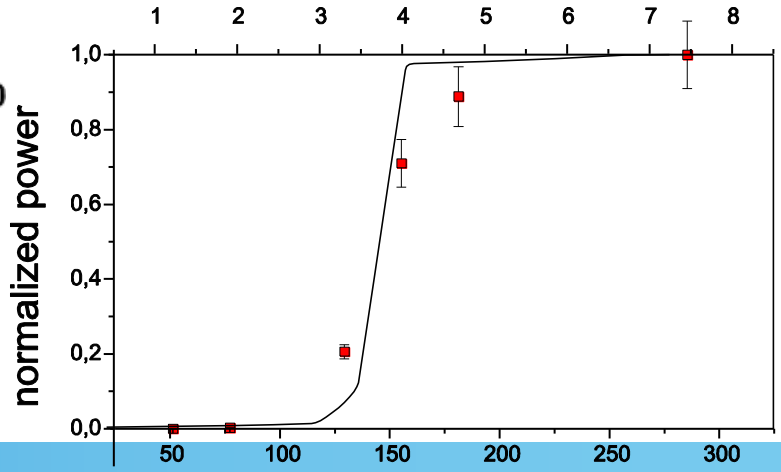
Выполнение пороговых условий

Для n мод в синхронизме:

$$j_{th} \sim \frac{1}{(kL)^{3+2(n-1)}}$$





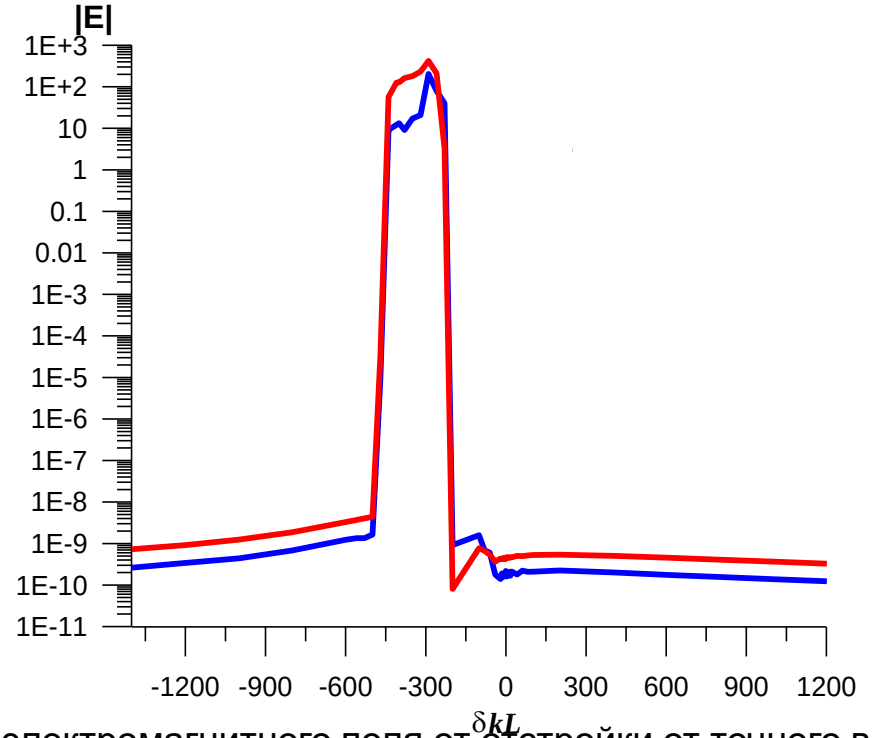


Пороговые условия для установки ОЛСЭ-250

Baryshevsky V.G. et al., Proc. FEL2006, p.331

Результаты моделирования установки ОЛСЭ-250

λ = 3 см, β = 0.69, j = 100 А/см^2, χ_0 = (0.1,0.04), χ_τ = (0.1, 0.0), L = 40 см, l_0 = 3.0, l_1 = 0.003333.



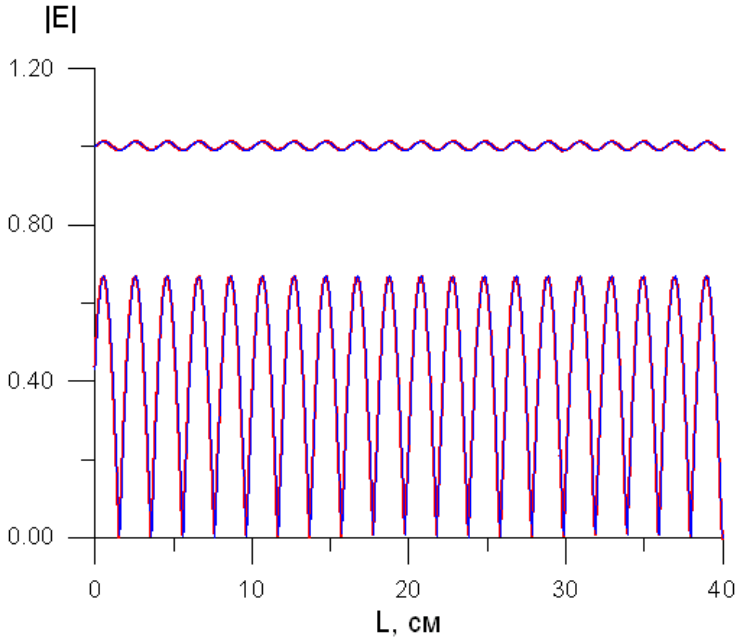
Зависимость амплитуды электромагнитного поля от отстройки от точного выполнения условия Вавилова-Черенкова для проходящей (красная кривая) и дифрагированной (синяя кривая) волн

Решение стандартной задачи дифракции

$$E = c_1 e^{ik\delta_1 z} + c_2 e^{ik\delta_2 z},$$
$$E_\tau = s_1 c_1 e^{ik\delta_1 z} + s_2 c_2 e^{ik\delta_2 z}.$$

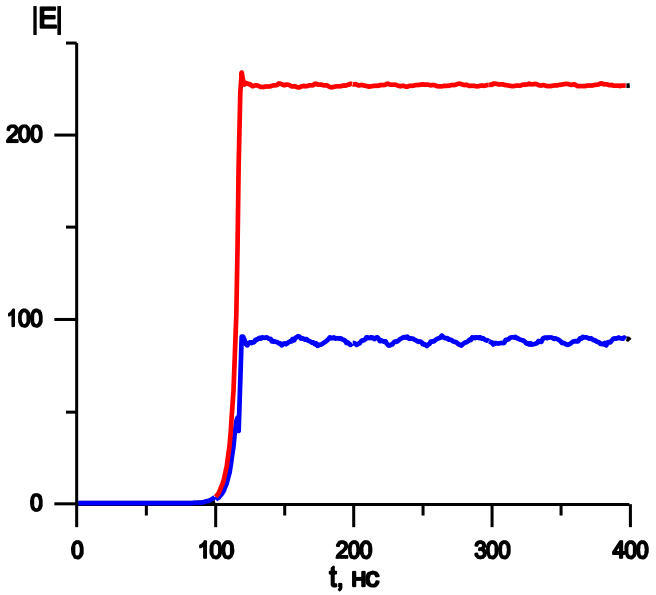
$$\delta_j = \frac{-(l\gamma_1 + l_1\gamma_0) \pm \sqrt{(l\gamma_1 + l_1\gamma_0)^2 + 4\gamma_0\gamma_1\chi_\tau\chi_{-\tau}}}{4\gamma_0\gamma_1}$$

$$s_j = \frac{2\gamma_0\delta_j + l}{\chi_\tau}, c_1 = \frac{-as_2e_2}{s_1e_1 - s_2e_2}, c_2 = \frac{as_1e_1}{s_1e_1 - s_2e_2}, e_j = e^{ik\delta_j l}$$

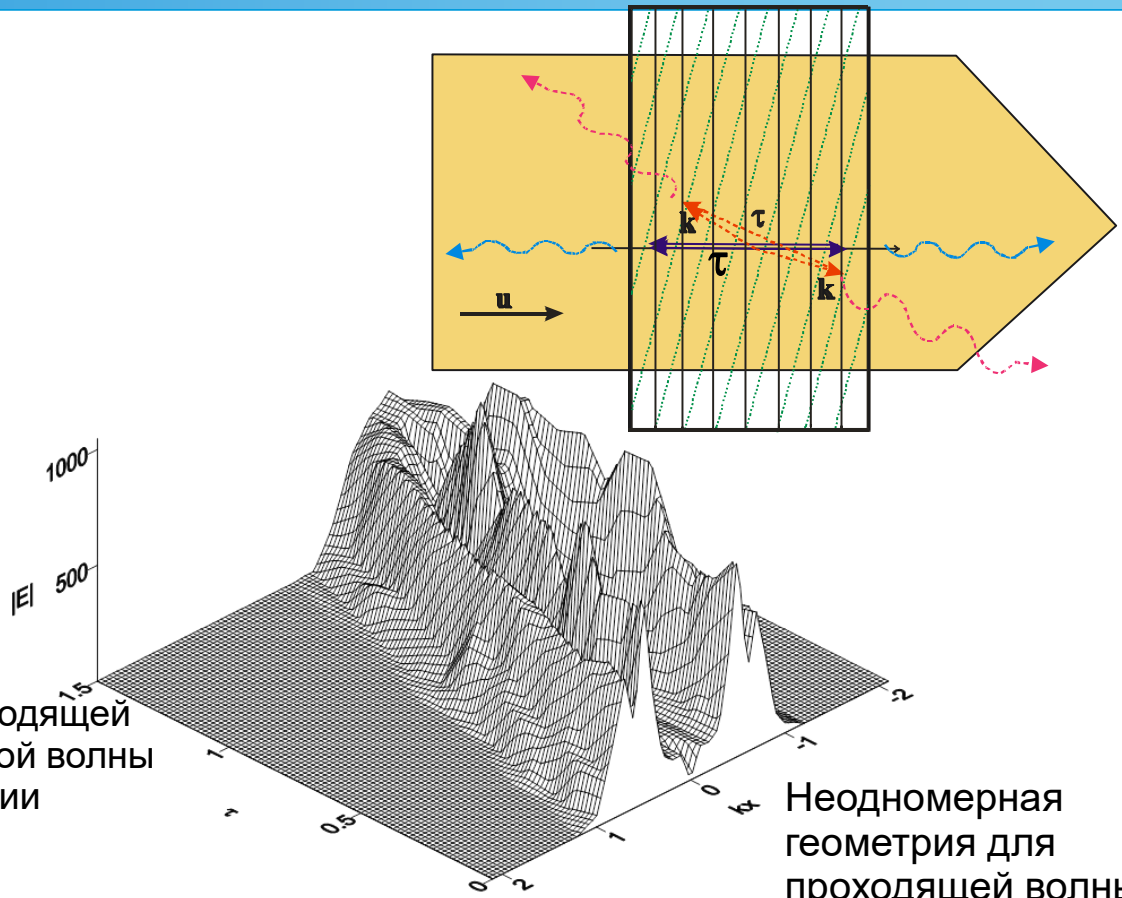


Выполнение физических закономерностей ОЛСЭ		2-волновая геометрия ОЛСЭ	3-волновая геометрия ОЛСЭ	ОЛСЭ-10	ОЛСЭ-250
Выполнение пороговых условий	Плотность тока j	V	V	V	V
	Длина резонатора L	V	V	V	V
	Фактор асимметрии β	V	V	V	V
	Толщина нитей резонатора R				V
	Геометрия дифракции	V			
	Системные параметры l_i, δ, χ	V	V		
Различные закономерности	Ширина режима усиления	V	V		
	Подавление паразитных мод	V	V	V	V
	Стационарные решения известных задач	V			

Сравнение одномерной и двумерной РОС

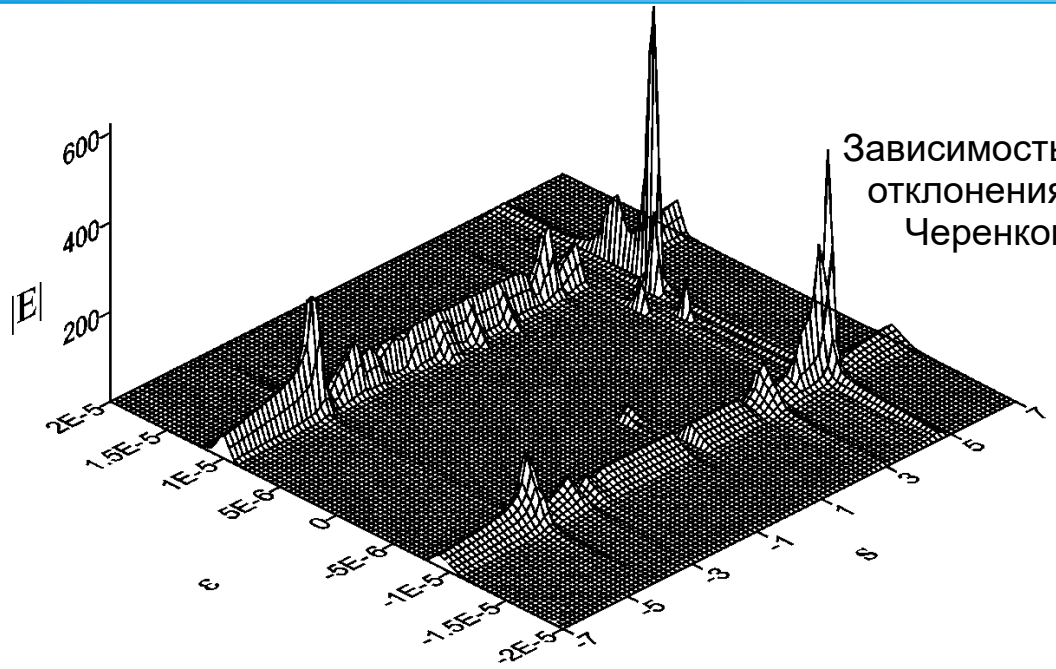


Временная зависимость амплитуд проходящей волны (синяя кривая) и дифрагированной волны (красная кривая) в одномерной геометрии



Неодномерная геометрия для проходящей волны

Моделирование поверхностного оптического ОЛСЭ



Зависимость усиления черенковской волны от отклонения от точного выполнения условия Черенкова ε и системного параметра *s*

Достоверность результатов обеспечивается использованием принятых в научном мире исходных уравнений, корректностью приближений, адекватностью применяемых математических моделей и применением апробированных методов. Все разработанные численные алгоритмы и программы всесторонне протестированы. Получено хорошее соответствие с известными, в том числе экспериментальными данными. Достоверность результатов подтверждается их соответствием современным физическим представлениям и согласованностью с аналитическими оценками.

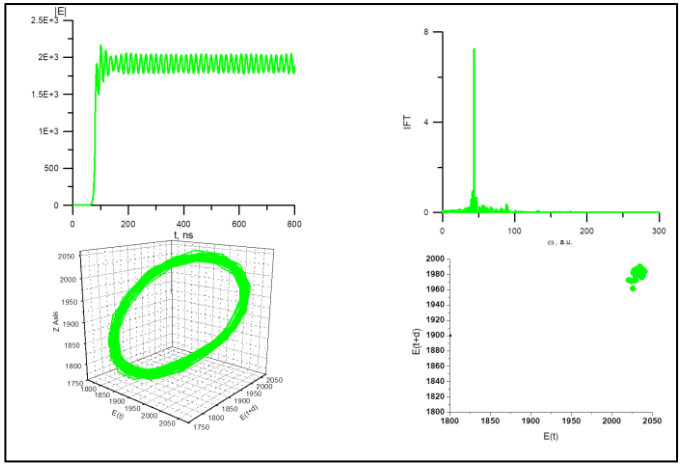
4. Исследование хаотической динамики ОЛСЭ

Сложная природа взаимодействия пучка электронов с электромагнитным полем в условиях ОРОС в резонаторе в условиях динамической дифракции, приводит к неоднородному распределению интенсивности электромагнитного поля.
Это ведет к значительным возмущениям в движении электронов и соответственно к многообразию динамики генерации в ОЛСЭ.

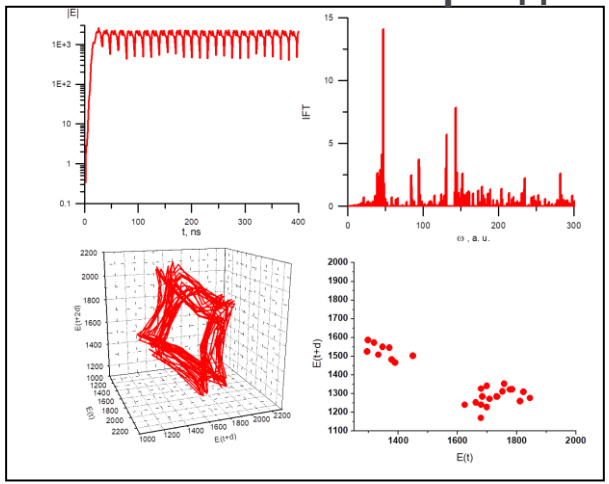
- Изучены пространственно-временная и фазовая динамика ОЛСЭ.
- Получены различные динамические режимы работы ОЛСЭ, дополненные фазовыми портретами, аттракторами и картами Пуанкаре.
- Получены примеры сложной трансформации динамических режимов с наличием областей периодичности, квазипериодичности и хаоса.
- Исследована чувствительность различных режимов к изменению начальных условий.
- Построены различные параметрические карты перехода к хаосу.

Примеры хаотических режимов в ОЛСЭ

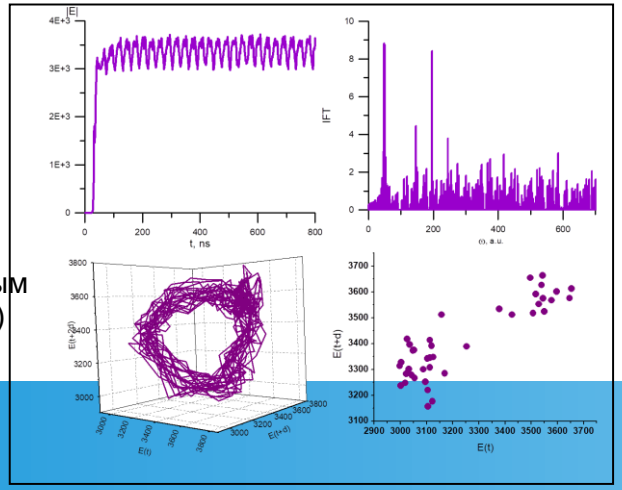
Периодический режим



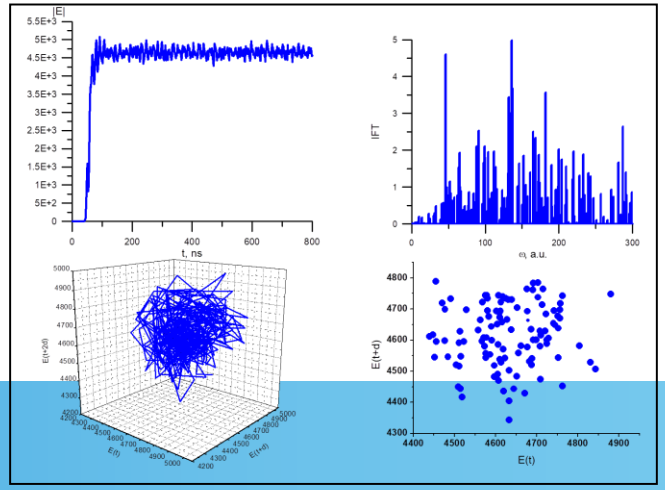
Квазипериодический режим



Пример слабого хаоса

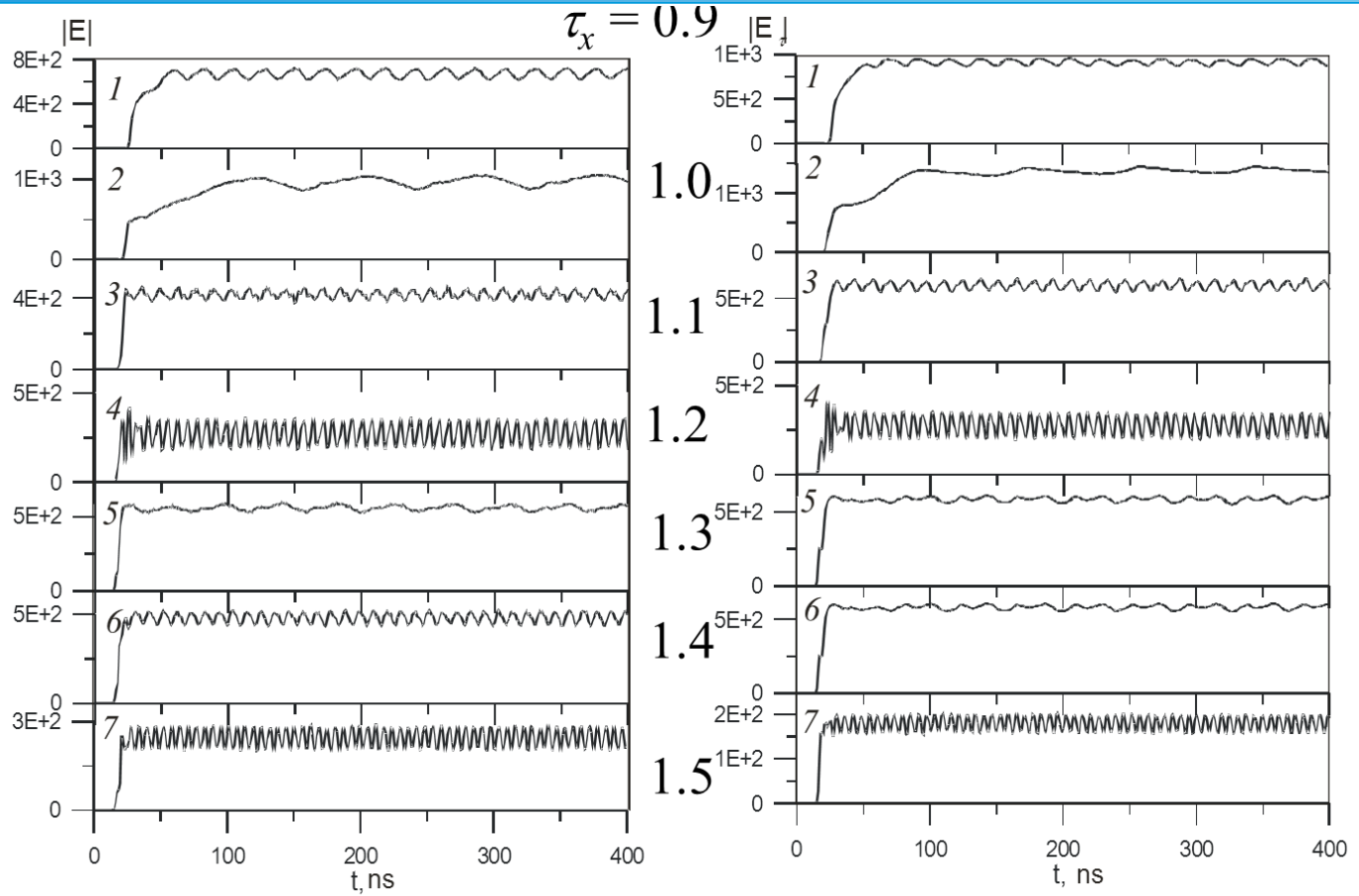


Пример гиперхаоса

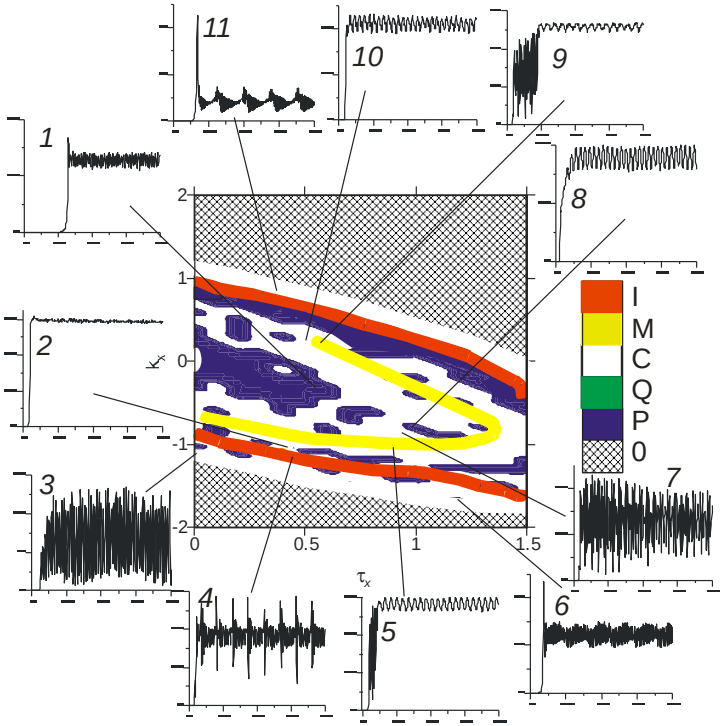


- Энергетический спектр
- Аттрактор (множество точек в фазовом пространстве, к которым стремятся траектории системы)
- Сечение Пуанкаре

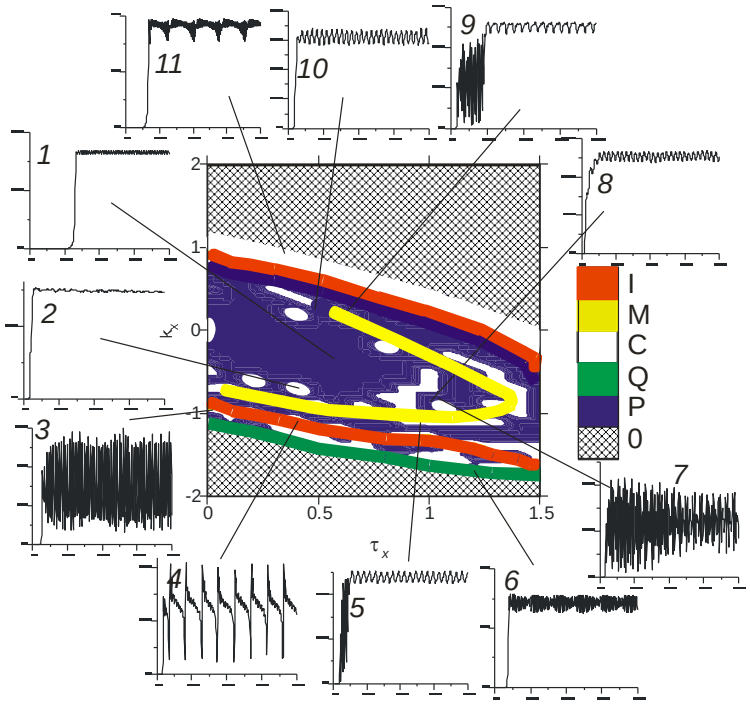
Способ контроля за динамикой ОЛСЭ – изменение геометрии ОРОС



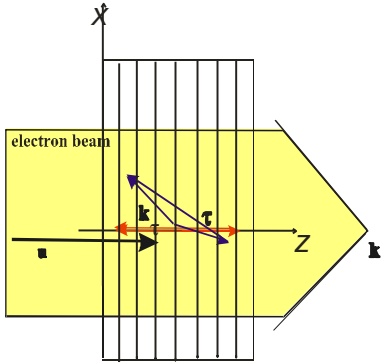
Параметрические карты перехода к хаосу



Проходящая волна



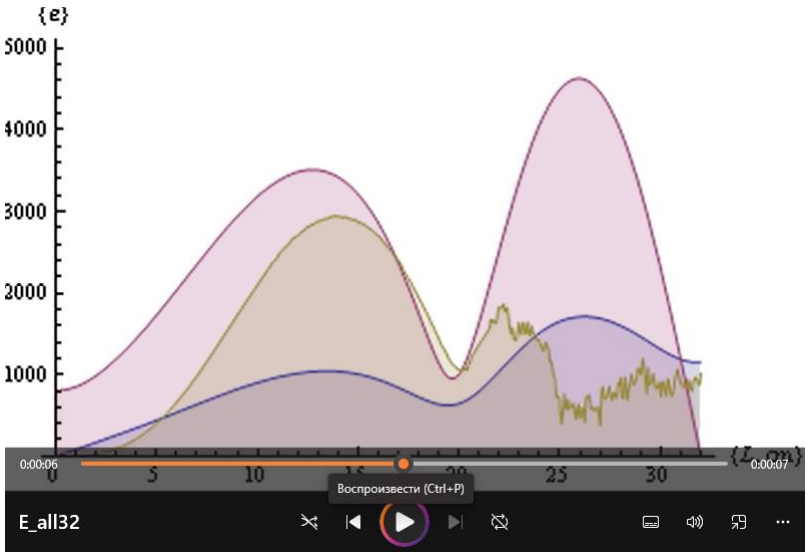
Дифрагированная волна



0 – плотность тока ниже порога. P – периодические режимы, Q – квазипериодичность, C – хаос, I – перемежаемость, M – переход между высокоамплитудными и низкоамплитудными режимами.
По краям приведены зависимости амплитуды $|E(L,t)|$ от времени (в нс)

Динамика генерации ОЛСЭ

При генерации больших мощностей в любой сверхразмерной системе, как ОЛСЭ, возникает генерация нежелательных мод.
В результате развивается деструктивная интерференция, и излучение становится некогерентным.
ОРОС позволяет выделить требуемые моды и подавить нежелательные.
Не все паразитные частоты в электронном пучке передаются к проходящей волне, а тем более к дифрагированной.



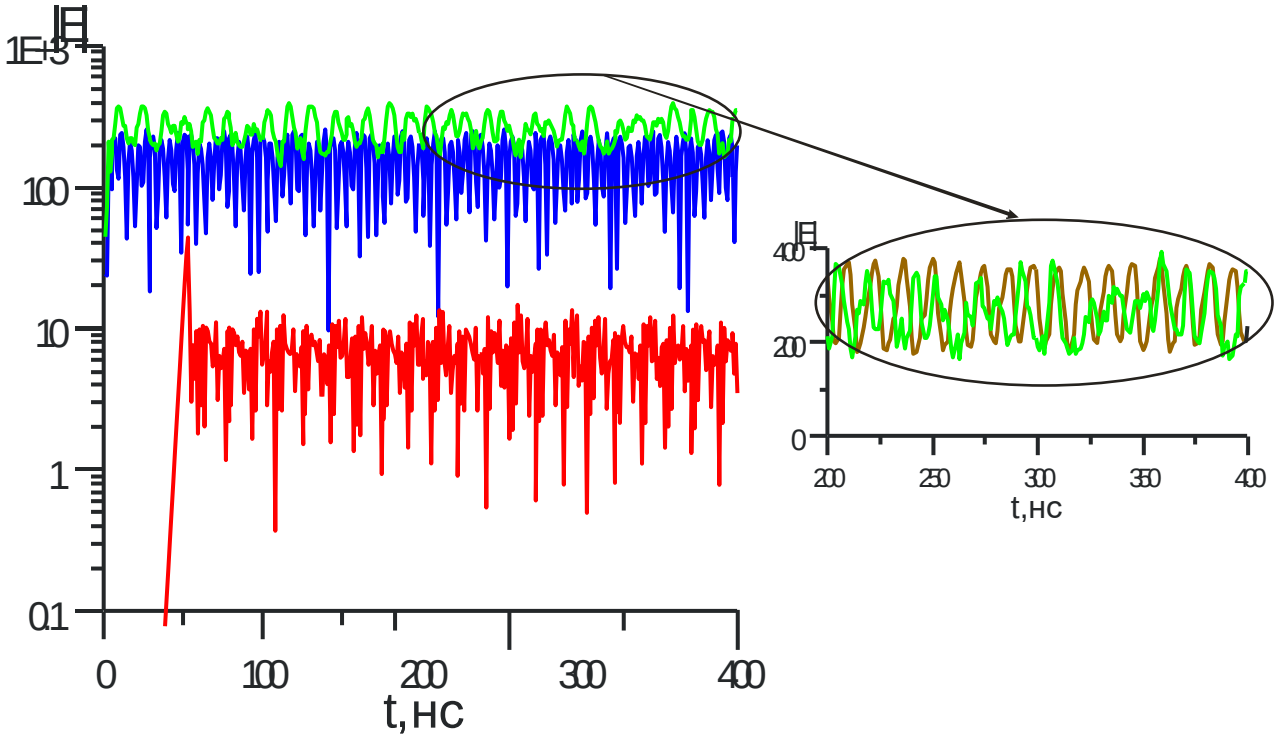
$|E|$

$|E_\tau|$

$|F(j)|$

Влияние внешних сигналов на характер решения

– подавление хаотической составляющей, вносимой генератором случайных чисел



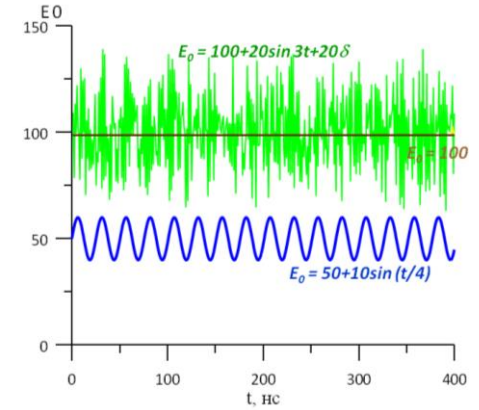
$E_0 = 0$

$E_0 = 50+10\sin(t/4)$

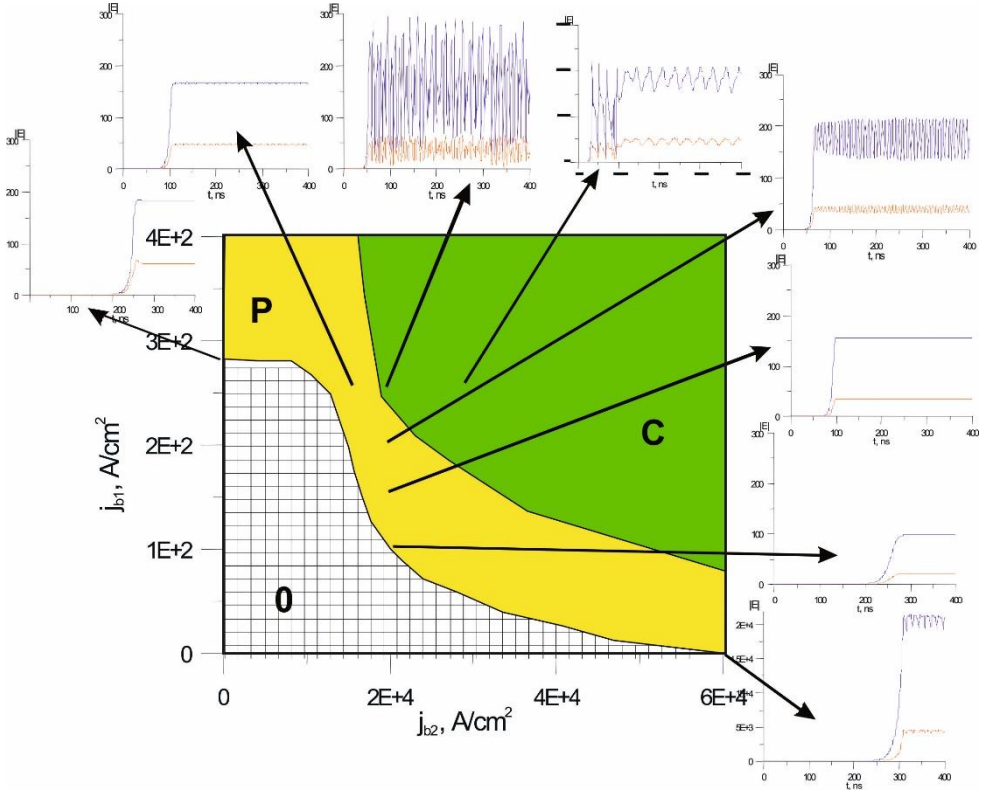
$E_0 = 100+20\sin 3t+20\delta$

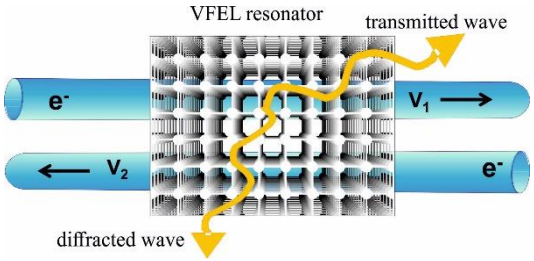
$E_0 = 100$

δ – случайное число из интервала [0,1]



Параметрические карты перехода к хаосу





Показано, что наличие двух пучков в системе позволяет существенно понизить пороговые значения токов в системе, а также является одним из механизмов контроля хаоса в системе.

0 означает, что плотность тока находится ниже порога. P – периодические режимы, C – хаос.
По краям приведены зависимости амплитуды $|E(L,t)|$ от времени (в нс).

Список публикаций

1.Сытова С.Н. ДУ, 2001, Т. 37, 976–981
2.Sytova S. MMA, 2001, Vol. 6, 321–326
3.Сытова С.Н. ДУ, 2002, Т. 38, 999-1000
4.Batrakov K., Sytova S. MMA, 2004, Vol. 9, 1–8
5.Batrakov K., Sytova S. NPCS, 2005, Vol. 8, 42-48
6.Batrakov K., Sytova S. NPCS, 2005, Vol. 8, 359-365
7.Batrakov K., Sytova S. MMA, 2005, Vol. 10, 1–8
8.Батраков К.Г., Сытова С.Н. ЖВМ и МФ, 2005, Т. 45, 690–700
9.Batrakov K., Sytova S. MMA, 2006, Vol. 11, 13–22
10.Sytova S. NPCS, 2007, Vol. 10, 297–302
11.Сытова С.Н. Вестник БГУ. Сер. 1, 2008, 29–3
12.Sytova S. MMA, 2008, Vol. 13, 263–273
13.Sytova S. NPCS, 2009, Vol. 12, 37–45
14.Сытова С.Н. Известия вузов. ПНД, 2011, Т. 19, 93–111
15.Sytova S. NPCS, 2012, Vol. 15, 379-386
16.Сытова С.Н. Известия вузов. ПНД, 2012, Т. 20, 124–13
17.Барышевский В.Г., Сытова С.Н. Известия вузов. ПНД, 2013, Т. 21, 25–48
18.Сытова С.Н. Доклады НАН Беларуси, 2014, Т. 58, 47–52
19.Sytova S. NPCS, 2017, Vol. 20, 21-29
20.Сытова С.Н. Журнал БГУ. Физика, 2021, 62-72
21.Sytova S. NPCS, 2022, Vol. 25, 168–176
22.Sytova S. NPCS, 2022, Vol. 25, 359–367

sytova@inp.bsu.by

Спасибо за внимание!