

В. В. БЕЛОКУРОВ и Д. В. ШИРКОВ

# ТЕОРИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ ЧАСТИЦ



МОСКВА «НАУКА»  
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ  
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ  
1986

ББК 22.382  
Б43  
УДК 539.12(023)

Рецензент член-корреспондент АН СССР Л. Б. Окунь

**Белокуров В. В. и Ширков Д. В.**

Б 43 Теория взаимодействий частиц.— М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986.— 160 с. ил.— Серия «Проблемы науки и технического прогресса». 85 коп., 7 850 экз.

Книга содержит изложение истории развития и современного состояния теории взаимодействий элементарных частиц. Основная задача книги — дать картину развития квантовой теории поля в виде, доступном для физиков, не работающих в этой области. Наряду с очерком хронологического развития основных представлений дано изложение теории перенормировок и ренормгруппы, калибровочных теорий, модели электрослабых взаимодействий и квантовой хромодинамики, новейших областей исследования, связанных с объединением всех взаимодействий и суперсимметрией.

Для студентов, аспирантов и научных работников различных физических специальностей, интересующихся проблемами теории элементарных частиц.

Б  $\frac{1704070000-136}{053 (02)-86}$  115-86

ББК 22.382

© Издательство «Наука».  
Главная редакция  
физико-математической  
литературы, 1986



«Просвещение внедрять с умеренностью, по возможности избегая кровопролития». Этим принципом, сформулированным великим русским сатириком, авторы старались руководствоваться при изложении истории развития и современного состояния квантовой теории поля — наиболее абстрактного и математизированного раздела физики.

За почти полувековой период своего существования теория элементарных частиц несколько раз меняла свой внешний облик. Ее история может быть условно разбита на три этапа. Первые 30 лет характеризуются поступательным развитием квантовой электродинамики от основополагающих работ 20-х годов до создания к середине 50-х общей теории перенормировок и метода ренормгруппы. Второй период, длившийся примерно 15 лет, был ознаменован появлением различных теоретических схем и подходов, альтернативных локальной квантовой теории поля, развитие которой затормозилось из-за трудностей, возникших при ее применении к слабым и сильным взаимодействиям. В это время термины «теория элементарных частиц» и «квантовая теория поля» для большинства физиков имели различный смысл. В начале 70-х годов ситуация довольно быстро стала меняться в обратную сторону. Квантовая теория поля, дополненная динамическим принципом локальной калибровочной симметрии, уверенно вышла на первый план, заняв прочные позиции не только в электродинамике, но и в теории слабых и сильных взаимодействий. Таким образом, спираль развития теории частиц и их взаимодействий совершила полный оборот, поднявшись при этом на новую качественную ступень.

Реабилитация локальной квантовой теории поля на новой — калибровочной основе, завершившаяся ее полным триумфом в начале 80-х годов, произошла относительно быстро, что наряду с использованием новых ненаблюдаемых физических сущностей (квантового числа «цвет», кварков и глюонов) затрудняет ее проникновение в сознание физиков других специальностей.

Данная книга возникла из краткого цикла лекций, который неоднократно читался одним из авторов в ряде университетов для широкой, но достаточно квалифицированной, физической аудитории. При написании книги первоначальный материал лекций подвергся значительному расширению. Настоящее изложение не следует рассматривать как подробную летопись достижений теории элементарных частиц. Авторы хотели достаточно выпукло и вместе с тем доступно обрисовать лишь главные моменты ее развития, оцениваемые с точки зрения их необходимости для понимания современного состояния теории. Таким образом, задача книги состоит в том, чтобы помочь физикам, не являющимся специалистами в этой области, войти в круг новых представлений. Мы не задавались целью хоть сколько-нибудь полно отразить вклады разных ученых, и поэтому приводим имена только некоторых из них. При этом инициалы даются лишь при первом упоминании фамилии.

В тексте такого содержания невозможно, да и, по-видимому, просто не рационально, совсем обойтись без использования математических понятий и формул. В то же время, авторы старались свести их употребление к минимуму, а все понятия, которые могли бы оказаться незнакомыми достаточно широкому кругу читателей, сопровождать необходимыми пояснениями.

В конце приведен небольшой список достаточно доступной по уровню литературы, рекомендуемой для дополнительного знакомства с затронутыми в книге проблемами.

Мы признательны многим нашим коллегам за помощь и полезные обсуждения. Особо хотелось бы отметить А. М. Балдина, Д. И. Казакова, М. Г. Мещерякова, В. И. Огиевского, А. В. Радюшкина, А. А. Славнова и А. Н. Тавхелидзе, чьими консультациями мы пользовались при написании некоторых разделов, а также рецензента книги Л. Б. Окуня за тщательное прочтение рукописи и многочисленные замечания и советы, подавляющая часть которых была нами учтена.

## ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

## § 1. Частицы и взаимодействия

*Область и объекты исследования.* Закономерности, присущие материи на расстояниях порядка и меньше ядерных ( $r \lesssim 10^{-13}$  см), изучает физика элементарных частиц. Основным способом исследования столь малых расстояний, сравнимых с размерами самих частиц, — это столкновения частиц друг с другом. При этом возникает необходимость ускорения сталкивающихся частиц до очень больших энергий. Поэтому этот раздел также называют физикой высоких энергий.

В физике частиц обычно используется система единиц, в которой  $\hbar = c = 1$ . Энергия, импульс, а также масса измеряются в этой системе в одних и тех же единицах. В зависимости от величины энергии для этой цели служат различные производные от электрон-вольта:

$$1 \text{ МэВ} = 10^6 \text{ эВ}, \quad 1 \text{ ГэВ} = 10^9 \text{ эВ}, \quad 1 \text{ ТэВ} = 10^{12} \text{ эВ} \\ (1 \text{ ГэВ} = 1,602 \cdot 10^{-10} \text{ Дж} = 1,782 \cdot 10^{-24} \text{ г}).$$

Аналогичным образом в одинаковых единицах (см) измеряются времена и расстояния. В выбранной системе единицы измерения энергии и расстояния не являются независимыми, а выражаются друг через друга, в частности,  $1 \text{ ГэВ}^{-1} \approx 2 \cdot 10^{-14} \text{ см}$ .

В настоящее время известно довольно большое количество частиц.

В особый класс выделяются частицы со спином  $1/2$ , участвующие только в электромагнитном, слабом и гравитационном взаимодействиях (см. конец настоящего параграфа) — так называемые лептоны. К ним относятся электрон, мюон,  $\tau$ -лептон и три типа соответствующих им нейтрино.

Большую группу составляют адроны — частицы, которые обладают также и сильным взаимодействием. Это —

нуклоны (протон и нейтрон), мезоны, барионы и резонансы. По современным представлениям, адроны являются составными частицами, состоящими из более фундаментальных объектов — кварков.

Такие частицы как фотон, промежуточные W- и Z-бозоны и так называемые глюоны играют роль переносчиков взаимодействий.

*«Элементарность» частиц.* С ростом достижимых в экспериментах энергий, т. е. по мере появления возможности исследовать все меньшие расстояния, изменяется само понятие элементарности частиц. Из перечисленных выше частиц на сегодняшний день элементарными (бесструктурными) считаются фотон, лептоны и кварки. В следующих главах мы добавим к ним еще некоторые частицы — переносчики взаимодействий: так называемые глюоны и промежуточные бозоны. Не исключено, однако, что дальнейшие исследования могут привести к открытию структуры и у частиц, считающихся в настоящее время элементарными. Ввиду этого в зависимости от контекста термины «элементарная частица», «физика элементарных частиц» могут оказаться двусмысленными. По этой причине при использовании этих терминов мы будем по возможности избегать прилагательного «элементарные».

*Характеристики частиц.* Основными характеристиками частиц являются: масса покоя, спин (собственный механический момент), электрический заряд, время жизни, а также некоторые другие величины. Наличие у частиц спина и определенного времени жизни является проявлением их квантовых свойств. О них мы расскажем чуть позже. Прежде напомним некоторые сведения о массах и зарядах.

Масса  $m$ , энергия и импульс частицы связаны известным релятивистским соотношением  $E^2 - c^2 p^2 = m^2 c^4$ . Как уже говорилось, обычно масса и импульс измеряются в энергетической шкале. Например, масса электрона  $m_e = 9,110 \cdot 10^{-28}$  г = 0,5110 МэВ, масса протона  $m_p = 1,673 \cdot 10^{-24}$  г = 0,9383 ГэВ. Среди известных к настоящему времени частиц наибольшие массы ( $\sim 100$  ГэВ) имеют так называемые промежуточные W- и Z-бозоны. А массы фотона и некоторых других частиц равны нулю.

Частицы обладают также набором дискретных характеристик — так называемых внутренних квантовых чисел. Среди них наиболее известен электрический заряд, который у всех наблюдаемых частиц кратен заряду электрона  $e = 4,803 \cdot 10^{-10}$  ед. СГС =  $1,602 \cdot 10^{-19}$  кулона.

Внутренними квантовыми числами частиц являются барионный и лептонный заряды, четность, а также кварковые ароматы — характеристики, определяющие тип кварка (и соответственно адрона, который его содержит), такие, как изоспин, странность и т. д. Кроме того, кварки одного и того же аромата могут различаться еще одним квантовым числом, которое получило название цвет. Подробнее об этих характеристиках мы расскажем в § 8.

Внутренние квантовые числа вводятся для того, чтобы формализовать закономерности, экспериментально наблюдаемые в процессах, происходящих с частицами. Так, например, отсутствие в природе каких-либо процессов можно представить как следствие существования некоторого квантового числа, сохранение которого запрещает подобные процессы.

*Квантовые свойства частиц.* Квантовую природу имеет спин — собственный момент количества движения частицы, не связанный с ее перемещениями в пространстве.

Спины частиц, как это следует из квантовой механики, могут принимать лишь дискретные значения — целые кратные половины постоянной Планка  $\hbar = 1,054 \cdot 10^{-27}$  эрг·с =  $6,582 \cdot 10^{-22}$  МэВ. Спин  $\pi$ - и  $K$ -мезонов, например, равен нулю; спин нейтрона, протона, электрона, мюона и нейтрино в выбранной системе равен  $1/2$ , а спин фотона, глюонов,  $W$ - и  $Z$ -бозонов равен 1. Существуют также частицы с большим спином.

Отличный от нуля спин частицы выделяет некоторое направление в пространстве. Поэтому угловые характеристики любого процесса зависят от спинов участвующих в нем частиц. На практике это позволяет определять значения спинов частиц из анализа угловых характеристик процессов.

В зависимости от значения спина частицы делятся на два класса: частицы с целым (в единицах  $\hbar$ ) спином и частицы с полуцелым ( $1/2, 3/2, \dots$ ) спином. Законы поведения систем частиц этих двух классов различны. Рассмотрим этот вопрос более подробно. В основе квантовомеханического описания систем частиц лежит принцип тождественности, согласно которому в природе реализуются лишь те квантовые состояния, которые не меняются при перестановке одинаковых частиц. Принцип тождественности требует, чтобы физические характеристики были инвариантны относительно перестановки одинаковых частиц. Отсюда следует, что волновые функции систем одинаковых частиц симметричны или антисимметричны относительно такой перестановки, т. е. либо не изменяются при перестановке

любой пары частиц, либо умножаются при этом на  $-1$ . Первый вариант имеет место для систем частиц с целыми спинами, второй — с полуцелыми.

Требование антисимметрии волновой функции системы тождественных частиц с полуцелым спином известно как принцип Паули. При пренебрежении взаимодействием из принципа Паули следует, что в каждом квантовом состоянии может находиться не более одной такой частицы.

Различие в свойствах симметрии волновых функций связано с тем, что системы частиц с целыми и полуцелыми спинами подчиняются разным статистическим законам — соответственно называемым статистиками Бозе — Эйнштейна и Ферми — Дирака. Поэтому частицы с целыми спинами называются бозонами, с полуцелыми — фермионами.

В статистике Бозе — Эйнштейна статистический вес любого реализуемого состояния системы  $N$  частиц равен 1. В статистике Ферми — Дирака статистический вес может принимать два значения: 1, если ни одно число заполнения не превышает единицы, и 0 — в противном случае. Напомним, что числами заполнения называются совокупности величин  $N_1, \dots, N_s, \dots$ , которые показывают, сколько частиц данного сорта находится в индивидуальных состояниях  $1, \dots, s, \dots$ ;  $\sum N_i = N$ .

Однозначная связь спина с типом статистики составляет содержание теоремы Паули, которая имеет фундаментальный характер, являясь непосредственным следствием принципов, лежащих в основе современной квантовой теории поля.

Проявлением квантовых свойств является также и тот факт, что большинство известных частиц живет лишь ограниченное время, а затем распадается. Под этим, заимствованным из ядерной физики, термином понимается не развал частицы на какие-то составляющие, а ее превращение в совокупность других частиц. Один из первых известных процессов распада —  $\beta$ -распад нейтрона, в котором нейтрон превращается в 3 частицы: протон, электрон и электронное антинейтрино, т. е.  $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ .

Как всякий квантовый процесс, распад частицы имеет вероятностный характер. Его вероятность экспоненциально зависит от времени  $t$ , а именно:  $w = 1 - \exp(-t/\tau)$ . Параметр  $\tau$ , имеющий размерность времени и характеризующий скорость этого процесса, называется временем жизни частицы. Разумеется, как любая вероятностная характеристика, он указывает не на свойства отдельной частицы

данного сорта, а является некоторой усредненной для большой совокупности частиц величиной.

Времена жизни частиц очень сильно различаются. Например, для нейтрона  $\tau \approx 10^3 \text{ с} \approx 15 \text{ мин}$ , а для самых короткоживущих частиц, так называемых резонансов, оно составляет  $10^{-23} — 10^{-24} \text{ с}$ . Промежуточной по времени жизни между нуклонами и резонансами является большая группа нестабильных адронов — мезонов и барионов.

Различие во временах жизни частиц связано в первую очередь с интенсивностью взаимодействий, ответственных за распады. Так, распад нейтрона вызывается слабым взаимодействием, а распады резонансов — сильным.

За небольшим исключением распадаются почти все известные частицы. Абсолютно стабильными в пределах точности современных экспериментальных данных, т. е. живущими в свободном состоянии практически бесконечно долго, являются лишь электрон, протон, фотон и нейтрино. (О поисках распадов протона мы расскажем в § 23.)

*Взаимопревращаемость частиц.* Обсуждавшаяся выше нестабильность частиц представляет собой проявление важнейшего свойства микромира — свойства взаимопревращаемости частиц. Оно состоит в том, что частицы и их совокупности, как правило, переходят в другие частицы и их совокупности, если такие переходы не запрещены какими-либо законами сохранения.

Взаимопревращаемость частиц лежит в основе механизмов их взаимодействий. Оставляя более подробное обсуждение этого вопроса до следующего параграфа, отметим здесь лишь, что произвольный процесс взаимодействия частиц с современной точки зрения представляется в виде совокупности элементарных актов, в каждом из которых происходят некоторые взаимопревращения частиц.

Таким образом, в микромире процессы взаимопревращения частиц — это обычные и необходимые явления. Более того, отсутствие каких-либо переходов, разрешенных известными законами сохранения, воспринимается как указание на существование нового, еще не известного закона сохранения.

*Законы сохранения* внутренних квантовых чисел, как уже говорилось, являются некоторой формализацией экспериментально наблюдаемых закономерностей. Наиболее известный пример — сохранение электрического заряда. Все существующие в настоящее время экспериментальные данные не противоречат также сохранению барионного и лептонного зарядов (см. § 23).

В то же время некоторые закономерности наблюдаются в процессах определенного типа, но не выполняются в других. Поэтому законы сохранения вводимых в этом случае квантовых чисел не носят общего характера, а имеют ограниченную область применимости. К числу подобных квантовых чисел относятся, например, кварковые ароматы, которые в сильном взаимодействии сохраняются, а в слабом — нет. Другим примером служит четность, сохраняющаяся везде, кроме процессов слабого взаимодействия.

Как известно, такие фундаментальные законы, как законы сохранения энергии, импульса и момента, являются следствием симметрии физических объектов в пространстве — времени. Действуя по аналогии, сохранению внутренних квантовых чисел сопоставляют симметрии в некоторых абстрактных (внутренних) пространствах. Как ясно из вышесказанного, большинство внутренних симметрий носит приближенный характер. За исключением симметрий, связанных с сохранением электрического заряда, барионного и лептонного чисел, а также специальной «цветовой» симметрии кварков, внутренние симметрии имеют место в одних взаимодействиях и нарушаются в других. В следующей главе мы расскажем о роли приближенных симметрий в физике частиц более подробно.

*Типы взаимодействий.* В настоящее время считается, что все многообразие различных видов и форм взаимодействия материи сводится к четырем типам фундаментальных взаимодействий между частицами: сильному, слабому, электромагнитному и гравитационному.

Как уже говорилось, сильные взаимодействия охватывают большую группу частиц, которые называются собирательным термином — адроны. Это взаимодействие проявляется на расстояниях, не превышающих характерное ядерное расстояние  $r_{\text{яд}} \sim 10^{-13}$  см, близкое к комптоновской длине  $\lambda$ -мезона. Сильные взаимодействия отвечают, например, за ядерные силы, связывающие протоны и нейтроны в атомных ядрах. Они называются сильными, так как в микромире приводят к большим количественным эффектам. Сечения соответствующих процессов, как правило, близки к геометрическим ( $\sim 10^{-26}$  см<sup>2</sup>), которые определяются квадратом радиуса взаимодействия и которые получались бы, как если бы происходило столкновение шаров радиуса  $10^{-13}$  см. На малых расстояниях ( $\leq r_{\text{яд}}$ ) сильные взаимодействия велики по абсолютной величине и существенно превосходят, например, электромагнитные взаимодействия. Так, средняя энергия связи нуклонов в ядре составляет величину



порядка 10 МэВ на один нуклон и в миллион раз превышает типичную энергию электромагнитной связи, например, внешних электронов с атомным ядром ( $\sim 10$  эВ). Другой способ сравнения взаимодействий заключается в сопоставлении числовых безразмерных характеристик, описывающих интенсивности взаимодействий. Мерой интенсивности электромагнитного взаимодействия служит так называемая постоянная тонкой структуры  $\alpha = e^2/\hbar c = 1/137$ . Сильные взаимодействия традиционно характеризуются константой пион-нуклонного взаимодействия  $g$ . Числовое значение безразмерной комбинации  $g^2/\hbar c$ , аналогичной постоянной тонкой структуры, оказывается равным 14,7, что на несколько порядков превышает  $\alpha$ . С современной точки зрения взаимодействие адронов не является фундаментальным, а представляет собой следствие элементарного взаимодействия кварков, из которых состоят адроны. Описанию теории этого кваркового взаимодействия посвящена глава VI.

Типичным примером слабого взаимодействия является  $\beta$ -распад нейтрона и, как следствие этого, радиоактивный распад атомных ядер. В качестве второго примера приведем процесс распада мюона ( $\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$ ). Слабые взаимодействия присущи как адронам, так и лептонам. В области энергий  $\leq 100$  ГэВ их интенсивность существенно зависит от характерных энергий процессов, возрастая степенным образом при увеличении энергии. При достаточно низких энергиях эффекты взаимодействия действительно являются слабыми. Так, при энергиях порядка массы нуклона ( $\sim 1$  ГэВ) безразмерная величина  $G_F M_N^2$ , характеризующая интенсивность взаимодействия ( $G_F$  — так называемая константа Ферми), равна  $10^{-5}$ . В то же время в области  $\sim 100$  ГэВ слабые взаимодействия сравниваются по силе с электромагнитными. Более подробно об этих вопросах мы расскажем в главе V (§ 17), в которой обсуждается современная теория слабых и электромагнитных взаимодействий.

В электромагнитных взаимодействиях непосредственно участвуют электрически заряженные частицы. Они, в частности, осуществляют связь атомных электронов с ядрами и связь атомов в молекулах.

Гравитационное взаимодействие является универсальным. Оно присуще всем видам материи, всем частицам. Однако на расстояниях, соответствующих достижимым во взаимодействиях частиц энергиям, гравитационные эффекты пренебрежимо малы по сравнению с эффектами других

взаимодействий. Так, в частности, гравитационная постоянная  $G_N$  (константа Ньютона) в выбранной системе единиц  $\hbar=c=1$  на 33 порядка меньше слабой константы Ферми  $G_F$ . В качестве еще одной иллюстрации малости гравитационных сил укажем, например, что сила гравитационного притяжения двух протонов примерно в  $10^{37}$  раз меньше силы их электростатического отталкивания. Однако для макрообъектов, которые в целом электрически нейтральны, гравитационные взаимодействия доминируют.

Как гравитационное, так и электромагнитное взаимодействия являются дальнедействующими. Их интенсивность слабо убывает на больших расстояниях ( $\sim r^{-1}$ ), вследствие чего именно эти взаимодействия играют определяющую роль в макрофизике. Так, уже на атомных расстояниях ( $\sim 10^{-8}$  см) электромагнитные силы значительно превышают ядерные.

## § 2. Квантовые поля

Для описания динамики частиц и их взаимодействий создан мощный теоретический аппарат — квантовая теория поля. Основным физическим объектом этой теории является квантовое поле — своеобразный синтез понятий классического поля типа электромагнитного и поля вероятностей нерелятивистской квантовой механики. По современным представлениям оно является наиболее фундаментальной и универсальной формой материи, лежащей в основе всех ее конкретных проявлений.

*Классическое поле.* Это понятие охватывает все физические величины  $u(x)$ , зависящие от координат и времени ( $x$  — это точка пространства — времени:  $x=(x, t)$ ). Особую роль играют волновые поля, связанные с переносом взаимодействий между частицами. Типичный пример — электромагнитное поле Фарадея — Максвелла, описывающее взаимодействие электрически заряженных частиц.

Заметим, что понятие поля естественно возникает при попытке отказа от представления о мгновенном действии частиц друг на друга на расстоянии — представления, противоречащего специальной теории относительности. Считая, что пространство между частицами заполнено полем, мы возлагаем на поле функцию передачи возмущения с конечной скоростью от одной частицы к другой. Таким образом, введение классического поля в физику диктуется соображениями релятивистской инвариантности.

Рассматривая поле как механическую систему с бесконечным числом степеней свободы, можно построить лагран-

жеву функцию этой системы и с помощью вариационного принципа стационарного действия получить уравнение для полевой функции  $u(x)$ . Динамические инварианты, такие как энергия, импульс и момент, образуются при этом подобно соответствующим величинам в аппарате классической механики и выражаются в терминах  $u(x)$  и ее производных.

С методической точки зрения, вместо непрерывного распределения полезно сначала рассмотреть дискретную механическую систему, имеющую счетное число степеней свободы, а затем перейти к непрерывному пределу. Это удобно сделать, используя так называемое дискретное импульсное представление, которое получится, если заключить поле в пространственный куб объемом  $V=L^3$  и наложить условие периодичности с периодом  $L$  по каждой пространственной координате. Тогда, как известно, интегралы Фурье заменяются рядами, а поле будет определяться хотя и бесконечным, но счетным набором величин  $\varphi(k)$ , где  $k = \left(\frac{2\pi}{L} n_1, \frac{2\pi}{L} n_2, \frac{2\pi}{L} n_3\right)$ , а  $n_1, n_2, n_3$  принимают целочисленные значения от  $-\infty$  до  $+\infty$ . В случае свободных полей это можно трактовать как разложение поля в бесконечную сумму независимых гармонических осцилляторов, каждый из которых характеризуется своей частотой  $\omega(k)$  и амплитудой  $\varphi(k)$ . Переход к непрерывному пределу достигается при устремлении  $L$  к бесконечности.

*Квантование.* Квантование поля — это, по сути, квантование каждого из таких осцилляторов. Как известно из квантовой механики, энергия осциллятора может принимать дискретный набор значений

$$E_n(k) = \hbar\omega(k) \cdot (n + 1/2), \quad n = 0, 1, \dots$$

Эквидистантность уровней энергии, т. е. факт линейной зависимости энергии от номера состояния, служит основой для корпускулярной трактовки теории. Осциллятор с частотой  $\omega(k)$ , находящийся в возбужденном состоянии  $n$ , можно представить как совокупность неразличимых друг от друга  $n$  частиц — квантов возбуждения, каждый из которых имеет энергию  $\hbar\omega(k)$ .

Число частицеподобных возбуждений, как легко заметить, может быть произвольным, что открывает возможность квантового описания систем с переменным числом частиц. При этом полевые функции представляют собой операторы, которые изменяют число частиц в системе.

Более точно, каждое квантовое поле  $u_i(x)$  выражается линейным образом через операторы рождения  $u_i^+(k)$ ,

описывающие рождение частицы с массой  $m_i$  и 4-импульсом  $k$ , и операторы уничтожения  $u_i^-(k)$ , соответствующие уничтожению такой частицы. Действуя на состояние с энергией — импульсом  $p$ , содержащее  $N$  частиц, оператор рождения  $u^+(k)$  переводит его в состояние с  $N+1$  частицей и с энергией — импульсом  $p+k$ . Аналогично оператор уничтожения  $u^-(k)$  уменьшает энергию — импульс и число частиц системы.

Таким образом, в результате квантования полевые функции приобретают операторный (в квантовомеханическом смысле) характер. Эти операторы действуют на общую для всех полей волновую функцию  $\Phi$ . В соответствии с обычной квантовой механикой волновая функция  $\Phi$  полностью характеризует физическое состояние системы, описываемой квантовыми волновыми полями. Подобно обычной  $\Psi$ -функции, величина  $\Phi$  может рассматриваться как вектор в некотором линейном пространстве. Ввиду этого функция  $\Phi$  называется вектором состояния. Средние значения динамических величин и вероятности перехода выражаются через квадратичные формы от  $\Phi$ , поэтому  $\Phi$  называют также амплитудой состояния. Особое значение в описываемом формализме имеет так называемое вакуумное состояние. Соответствующая ему амплитуда обозначается символом  $\Phi_0$ . По определению, в этом состоянии отсутствуют частицы, оно имеет нулевой импульс, минимальную энергию, и действие на него оператора уничтожения любого поля дает нуль:

$$u^-(k)\Phi_0 = 0.$$

При действии на  $\Phi_0$  оператора рождения  $u^+(k)$  получается одночастичное состояние. Состояние, содержащее  $N$  частиц, может быть построено  $N$ -кратным действием на вакуумное состояние операторов рождения:

$$\Phi_N = u^+(k_1) \dots u^+(k_N)\Phi_0.$$

В случае, когда число частиц не фиксировано, амплитуда состояния записывается в виде линейной суперпозиции амплитуд  $\Phi_N$  с некоторыми весовыми функциями:

$$\Phi = \sum_{N=0}^{\infty} \chi_N \Phi_N.$$

Это есть так называемое представление Фока для амплитуды состояния.

*Квантовые поля.* Мы показали, как квантовое поле возникает в результате квантования классического поля. На-

пример, при квантовании потенциалы классического электромагнитного поля  $A$  и  $\phi$  и напряженности  $E$  и  $H$  становятся квантовыми операторами, которые действуют на квантовомеханическую волновую функцию физической системы. Линейные комбинации этих полевых операторов являются операторами рождения квантов электромагнитного поля — фотонов. В то же время операторные потенциалы и напряженности удовлетворяют обычным электродинамическим уравнениям движения — уравнениям Максвелла. На этом пути мы приходим к квантовому электромагнитному полю, объединяющему в себе волновые и корпускулярные свойства электромагнетизма.

К понятию квантового поля можно подойти и со стороны частиц. Квантовая механика дает вероятностное описание поведения частицы, например, электрона, с помощью волновой функции, удовлетворяющей уравнению Дирака (см. § 4). Распространение этих представлений на системы, содержащие несколько частиц одного сорта (например, электронов), оказалось удобным формализовать путем введения операторного волнового поля, записанного в представлении чисел заполнения с помощью операторов рождения и уничтожения. Это операторное поле оказывается совершенно аналогичным квантовому электромагнитному полю. Процедура перехода к операторам представления чисел заполнения часто именуется вторичным квантованием. Следует ясно представлять, что никакого «второго квантования» здесь нет, вследствие чего этот термин следует признать не только неудачным, но и дезориентирующим.

Таким образом, концепция квантового поля содержит органическое объединение волновых и корпускулярных свойств материи. Квантовое поле следует рассматривать как единый фундаментальный объект, заменяющий поля и частицы классической физики. Одно такое поле, определенное в каждой точке четырехмерного пространства — времени, описывает все частицы данного сорта во Вселенной.

*Взаимодействие квантовых полей.* Для того чтобы получить линейные уравнения движения (какими обычно являются уравнения для свободных полей), следует использовать лагранжиан, т. е. плотность функции Лагранжа, билинейный по полевым функциям и их производным. При наличии взаимодействия уравнения уже не являются более линейными, а лагранжиан содержит произведения трех и более полей. Локальная квантовая теория поля предполагает, что входящие в указанные произведения полевые

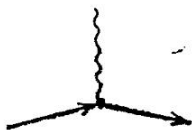
функции берутся в одной и той же точке пространства — времени.

Поскольку полевые функции выражаются через операторы рождения и уничтожения, то элементарный акт всякого взаимодействия представляет собой рождение одних частиц и уничтожение других в одной и той же точке. Это выглядит как локальное и мгновенное превращение одних частиц в другие.

В этом месте необходимо сделать следующее важное замечание. В рамках классической физики свободная частица не может ни испускать, ни поглощать другую частицу, оставаясь при этом сама собой (например, в классической физике свободный электрон не может ни испустить, ни поглотить фотон), так как в таких процессах не будут одновременно выполняться законы сохранения энергии и импульса. Иная ситуация в квантовой теории. Согласно соотношению неопределенностей, интервал времени  $\Delta t$  и область пространства  $\Delta x$ , в которых находится частица, связаны с разбросами возможных значений энергии  $\Delta E$  и импульса  $\Delta p_x$  неравенствами:  $\Delta t \cdot \Delta E \geq \hbar$ ,  $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar$ . В силу этого, если испускаемая частица существует в течение малого интервала времени, то для нее обычное релятивистское соотношение между энергией, импульсом и массой может не выполняться. Такие частицы встречаются только в промежуточных состояниях и называются виртуальными. Нетрудно убедиться, что их испускание или поглощение согласуется с законами сохранения энергии и импульса. В частности, свободный электрон может испустить виртуальный фотон, энергия и импульс которого удовлетворяют условию  $E^2 - q^2 < 0$ .

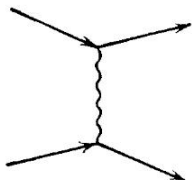
Отметим, что соотношения неопределенностей приводят еще к одному важному следствию. Хотя взаимодействие и предполагается локальным, указать, в какой именно точке пространства — времени произошел элементарный акт, невозможно из-за того, что передача энергии — импульса однозначно определяется законами сохранения.

Элементарные акты взаимодействия удобно изображать вершинами с тремя или более линиями. Например, в квантовой электродинамике вершина имеет вид:

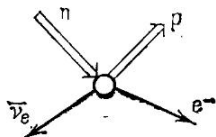


где волнистая линия соответствует рождению (или уничтожению) фотона, а прямые — уничтожению электрона в одном состоянии и рождению его в другом.

Что же касается привычных классических сил, действующих между частицами, то они, как правило, представляют собой вторичный эффект, возникающий в результате обмена виртуальными частицами — квантами поля, переносящего данное взаимодействие. Например, взаимодействие двух электронов может происходить так, как изображено на следующем рисунке:



Следует оговориться, что в некоторых квантовополевых моделях элементарные акты взаимодействий могут описывать и реальные процессы. Например, в предложенном Ферми лагранжиане слабого взаимодействия, о котором более подробно будет рассказано в § 4, в качестве элементарного акта выступает реальный процесс  $\beta$ -распада нейтрона:



Взаимодействие квантовых полей обладает важным свойством, являющимся следствием релятивистской инвариантности и заключающимся в том, что (как уже говорилось) квантовополевые функции представляют собой линейные комбинации операторов рождения и уничтожения. Поэтому, если лагранжиан взаимодействия описывает процесс, в котором имеет место уничтожение одних частиц и рождение других, то тот же самый лагранжиан с необходимостью приводит к процессам, в которых уничтожаемые и рождаемые частицы меняются ролями. В качестве примера приведем процесс так называемого обратного  $\beta$ -распада:  $\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$ , который описывается тем же самым лагранжианом Ферми.

### § 3. Симметрии и группы преобразований

*Пространственно-временные и внутренние симметрии.* Говорят, что объект обладает симметрией, если существуют преобразования, которые оставляют его неизменным. Понятие симметрии является одним из центральных в физике вообще, и особенно в физике частиц. Важнейшие примеры симметрии связаны с самыми общими свойствами пространства — времени. К ним следует отнести, прежде всего, однородность пространства и времени, проявляющуюся в неизменности (инвариантности) физических законов при сдвиге (трансляции) пространственно-временных координат. Другое важное свойство — это изотропность пространства, означающая инвариантность относительно пространственных поворотов. Еще одним примером может служить эквивалентность систем координат, движущихся по отношению друг к другу с постоянной скоростью. Это свойство представляет собой инвариантность относительно преобразований временной и пространственных координат, оставляющих неизменной комбинацию  $c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2$ , — так называемых преобразований Лоренца.

Указанные симметрии присущи всем фундаментальным взаимодействиям. Кроме них существуют также пространственно-временные симметрии, которые выполняются для ограниченного круга явлений. Так, во всех процессах, кроме процессов слабого взаимодействия, имеют место симметрии относительно отражения трех пространственных осей — зеркальная симметрия — (преобразование обозначается буквой  $P$ ) и изменения направления времени (преобразования  $T$ ). Существуют также симметрии, никак не связанные со свойствами пространства — времени. Например, в большинстве процессов частицы и античастицы ведут себя одинаково. В этом случае имеет место инвариантность относительно замены частиц на античастицы (преобразование  $C$ ). Возможны также некоторые другие симметрии взаимодействий между частицами. Каждой из них также удобно сопоставить инвариантность относительно преобразований в некотором формальном (так называемом внутреннем) пространстве, которое задается «внутренними» степенями свободы — квантовыми числами, различающими данные частицы. (Типичный пример — изотопическая симметрия, о которой пойдет речь в § 6.)

Приведенные выше преобразования имеют ряд общих свойств, что позволяет описывать их в рамках одной математической теории — теории групп.



Довольно простые в логическом плане теоретико-групповые понятия и методы широко используются в современной физике частиц. Поэтому в настоящем параграфе, носящем вспомогательный характер, для облегчения понимания дальнейшего изложения мы напомним некоторые основные определения, а также простейшие свойства групп, встречающихся в следующих главах. При этом, по возможности, мы будем избегать чрезмерной строгости и абстракции и будем подразумевать под группами только группы преобразований векторных пространств.

В качестве примеров, иллюстрирующих основные определения, мы рассмотрим следующие совокупности преобразований:

- трансляции вдоль оси;
- вращения плоскости относительно заданной точки — начала координат;
- вращения трехмерного пространства;
- отражения координат (преобразования  $P$  и  $T$ )

и некоторые другие преобразования, которые нам понадобятся впоследствии. Как будет ясно из дальнейшего, указанные совокупности преобразований должны быть дополнены тождественным преобразованием, которое ничего не меняет.

*Определение группы. Подгруппы.* Прежде всего дадим определение самого понятия группы. Говорят, что совокупность преобразований  $G$  является группой, если удовлетворяются следующие требования — групповые аксиомы.

1. Любые два преобразования  $g_1$  и  $g_2$  можно провести последовательно, и их результат, называемый композицией преобразований, или произведением, и обозначаемый  $g_2 \cdot g_1$ , должен совпадать с результатом некоторого третьего преобразования  $g_3$  из той же совокупности  $G$ , так что можно записать  $g_2 \cdot g_1 = g_3$ .

2. При умножении (композиции) более чем двух преобразований выполняется свойство ассоциативности, т. е.  $g_3 \cdot (g_2 \cdot g_1) = (g_3 \cdot g_2) \cdot g_1$ .

3. Среди преобразований совокупности  $G$  существует тождественное преобразование, которое обычно обозначается символом  $E$  и называется единицей группы.

4. Для любого преобразования  $g$  в совокупности  $G$  существует обратное преобразование, обозначаемое  $g^{-1}$ , т. е. такое, что  $g^{-1} \cdot g = E$ .

Для выбранных нами примеров выполнение этих свойств практически очевидно.

Сделаем еще несколько замечаний. Для сдвигов и поворотов единичные преобразования — это сдвиг на нулевой вектор и поворот на нулевой угол. Обратными преобразованиями являются сдвиги (повороты) на то же расстояние (тот же угол), но в противоположном направлении. Преобразование отражения совпадает со своим обратным, т. е. группа отражений состоит всего из двух элементов  $P$  и  $P^2=E$ .

Если некоторый набор преобразований  $H$  из группы  $G$  сам по себе образует группу, то  $H$  называется подгруппой группы  $G$ . Пример подгруппы можно, например, получить, если ограничиться сдвигами на векторы, пропорциональные некоторому вектору с коэффициентами пропорциональности, равными целым числам. Другой пример — повороты плоскости на углы, которые в радианной мере равны  $2\pi r$ , где  $r$  — рациональные дроби. Повороты относительно одной из осей образуют подгруппу группы вращений трехмерного пространства.

*Абелевы и неабелевы группы.* Заметим, что перечисленные свойства группового умножения не предполагают его коммутативности, т. е. в определении группы нет требования  $g_1 \cdot g_2 = g_2 \cdot g_1$ . Поэтому могут существовать группы, для которых указанное свойство не выполняется, т. е.  $g_1 \cdot g_2 \neq g_2 \cdot g_1$ , и такие группы действительно существуют. Простейший пример — это группа вращений трехмерного пространства. Нетрудно убедиться, что, например, повороты относительно взаимно перпендикулярных осей, вообще говоря, не коммутируют друг с другом.

Если для данной группы  $G$  умножение любых двух преобразований коммутативно, то такая группа называется абелевой. Если в группе  $G$  есть хотя бы одна пара преобразований, которые не коммутируют, то группа носит название неабелевой. Разумеется, и в неабелевых группах существуют коммутирующие между собой преобразования. Например, единичное преобразование коммутирует со всеми преобразованиями группы. Очевидно, что группа трансляций и группа поворотов плоскости абелевы, а группа вращений трехмерного пространства неабелева.

*Группы Ли.* В отличие от группы отражения осей, группы сдвигов и поворотов обладают одним очень важным свойством. Любое преобразование из этих групп можно непрерывным образом задать (параметризовать) с помощью некоторого действительного числа или некоторого набора действительных чисел (параметров). Так, любой сдвиг вдоль оси задается величиной расстояния, на которое проводится

сдвиг, взятой со знаком «+», если сдвиг происходит в положительном направлении оси, и «—», если в обратном. Композиции двух сдвигов отвечает алгебраическая сумма выбранных таким способом параметров. Вращение плоскости можно задать углом поворота  $\varphi$  ( $0 \leq \varphi < 2\pi$ ). При этом групповой операции соответствует сложение по модулю  $2\pi$  углов поворота.

Широко распространена параметризация группы вращений трехмерного пространства с помощью трех углов Эйлера  $\varphi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$ , которые описывают положение исходной и повернутой систем координат. По-другому трехмерные вращения можно параметризовать, задав направление оси, относительно которой происходит поворот, и угол поворота. Нетрудно видеть, что произвольное направление в трехмерном пространстве определяется двумя действительными числами: «параллелью» и «меридианом». Поэтому общее число параметров и при таком способе равно трем.

Минимально необходимое число  $n$  действительных параметров, с помощью которых можно задать любое преобразование данной группы  $G$ , называется размерностью группы, а сама группа  $G$  называется  $n$ -параметрической.

Таким образом, группа вращений плоскости — однопараметрическая, а группа вращений трехмерного пространства — трехпараметрическая.

В этом месте мы подошли к имеющему первостепенное значение понятию группы Ли, для которой в качестве пространства параметров может локально быть выбрано конечномерное евклидово пространство. Более строгое определение выглядит следующим образом. Непрерывная группа  $G$  называется  $n$ -параметрической группой Ли, если некоторая окрестность любого ее элемента может быть взаимно однозначно и взаимно непрерывно отображена в некоторую область  $n$ -мерного действительного евклидова пространства. Практически все непрерывные группы, встречающиеся в теории частиц, являются группами Ли.

**Группа  $U(1)$ .** Простейшим физически интересным примером группы Ли служит абелева группа вращения плоскости. О параметризации ее с помощью точек отрезка  $[0, 2\pi]$  мы уже говорили. Другая параметризация возникает, если повороту плоскости на угол  $\varphi$  сопоставить число на комплексной плоскости  $e^{i\varphi}$ , имеющее единичный модуль и аргумент, равный  $\varphi$ . Групповой операции при этом соответствует обычное умножение комплексных чисел, а обратному элементу — комплексно сопряженное число  $(e^{i\varphi})^{-1} = e^{-i\varphi}$ .

Последнее соотношение есть простейший пример важного свойства, называемого унитарностью. Для матричных групп свойство унитарности выглядит несколько более сложно. С ним мы познакомимся чуть позже. Группа комплексных чисел, модуль которых равен 1, или эквивалентная ей группа поворотов плоскости на угол  $\varphi$ , имеет специальное обозначение  $U(1)$ , в котором латинская буква  $U$  указывает на унитарность группы. В физике частиц группа  $U(1)$  возникает как абелева группа калибровочных преобразований, связанных с сохранением аддитивных зарядов.

*Матричные представления.* Перейдем теперь к более сложным группам, которые нам встретятся в дальнейшем. Для этого возьмем произвольное векторное пространство конечной размерности и рассмотрим все линейные преобразования, для которых существуют обратные. Как известно, каждому такому преобразованию однозначно соответствует некоторая квадратная матрица, имеющая ненулевой определитель. Если в качестве групповой операции выбрать матричное умножение, то, как легко убедиться, совокупность всех таких матриц (т. е. всех линейных невырожденных преобразований конечномерного векторного пространства) образует группу. Напомним, что матричное умножение обладает свойствами ассоциативности, однако, вообще говоря, не коммутативно. Поэтому матричные группы, как правило, неабелевы.

С физической точки зрения особый интерес представляют унитарные матрицы. Напомним, что унитарной называется матрица  $U$ , эрмитово сопряжение (т. е. транспонирование и комплексное сопряжение матричных элементов) которой дает обратную матрицу, т. е.  $U^+U = UU^+ = \mathbb{1}$ , или  $U^+ = U^{-1}$ . Выделенность унитарных преобразований связана с тем, что они сохраняют квадрат модуля вектора состояния (волновой функции)  $|\psi|^2$ , и поэтому приводят к физически эквивалентной картине.

Без особого труда проверяется, что умножение двух унитарных матриц дает унитарную матрицу, и матрица, обратная унитарной, также унитарна. Поэтому совокупность унитарных матриц образует группу.

*Специальные унитарные группы.* Если составляющие группу матрицы унимодулярны, т. е. имеют единичный определитель, то группа называется специальной; это отмечается буквой  $S$ . Так, группа  $SU(N)$  представляет собой группу линейных преобразований комплексного  $N$ -мерного векторного пространства, осуществляемых унитарными матрицами ( $N \times N$ ), определители которых равны 1.

Простейшая группа из этой серии — это группа  $SU(2)$ , состоящая из унитарных, унимодулярных комплексных матриц  $(2 \times 2)$ . Нетрудно установить, чему равна размерность этой группы. Рассмотрим для этого произвольную матрицу  $(2 \times 2)$ .

Эта матрица определяется четырьмя комплексными или восьмью действительными числами. Требование унитарности накладывает на них четыре условия, а равенство единице определителя — еще одно. Таким образом, остается 3 независимых действительных числа, с помощью которых параметризуется любая матрица из группы  $SU(2)$ . Другими словами, размерность  $SU(2)$  равна 3. Совершенно аналогично можно показать, что размерность  $SU(N)$  равна  $2N^2 - N^2 - 1 = N^2 - 1$ .

На примере  $SU(2)$  покажем, каким образом можно представить произвольный элемент группы. Вначале рассмотрим матрицы, бесконечно мало отличающиеся от единичной. Каждая такая матрица задается тремя бесконечно малыми действительными параметрами  $\alpha_k$  ( $k=1, 2, 3$ ) и может быть записана в виде  $g = \mathbb{1} + i \sum_{k=1}^3 \alpha_k t_k$ , где  $t_k$  — линейно незави-

симые матрицы, образующие базис в окрестности единичного элемента группы. Они носят название генераторов группы. Как легко заметить, число их равно размерности группы: 3 для  $SU(2)$ , 8 для  $SU(3)$ , 24 для  $SU(5)$  и т. д.

Прежде чем перейти к конкретизации матриц  $t_k$ , запишем произвольный элемент  $g$  группы  $SU(2)$ . В теории групп доказывается, что произвольный элемент этой группы представляется в виде  $g = \exp \left\{ i \sum_{k=1}^3 \alpha_k t_k \right\}$ . Здесь  $\alpha_k$  — уже произвольные (не обязательно бесконечно малые) действительные параметры.

Можно также показать, что для унитарности  $g$  необходимо, чтобы матрицы  $t_k$  были эрмитовыми, а для того, чтобы  $\det g = 1$ , требуется, чтобы  $\text{Sp } t_k = 0$ .

Все сказанное справедливо и для произвольной группы  $SU(N)$ . В этом случае индекс  $k$  пробегает значения от 1 до  $N^2 - 1$ .

*Представления.* Необходимо ввести также важное понятие следующего характера. Пусть группа  $G$  состоит из преобразований некоторого пространства. Предположим, что существует совокупность преобразований другого (отличного от первого) пространства, которую можно однозначным образом сопоставить группе  $G$  так, что сохраняются все

групповые свойства, т. е. произведению двух преобразований отвечает произведение соответствующих им преобразований, и аналогичное требование выполняется для единичных и обратных преобразований. В этом случае группа  $G$  реализуется в виде преобразований разных пространств, т. е., как говорят, имеет разные представления. Размерность соответствующего пространства называется размерностью представления. Для того чтобы получить конкретный вид матриц  $t_k$ , нужно задать представление группы. Простейшим представлением любой группы является так называемое синглетное представление. Пространство, в котором действует это представление, состоит из одного элемента, не меняющегося при любых преобразованиях.

Если между элементами группы и преобразованиями, образующими ее представление, можно установить взаимно однозначное соответствие, то такое представление называется точным. Оно полностью воспроизводит структуру группы. В частности, точными являются вводимые ниже фундаментальное и присоединенное представления группы  $SU(N)$ .

Представление группы  $SU(N)$ , которое было использовано при определении этой группы, носит название фундаментального.

Для  $SU(2)$  — это представление в виде унитарных унимодулярных матриц  $(2 \times 2)$ . Генераторами фундаментального представления группы  $SU(2)$  служат известные матрицы Паули  $\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $\tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ ,  $\tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ . Генераторами фундаментального представления  $SU(3)$  являются так называемые матрицы Гелл-Манна  $(3 \times 3)$ . Их вид для нас не очень важен, и поэтому мы не будем его приводить. Отметим лишь, что три из восьми матриц Гелл-Манна представляются в виде  $\begin{pmatrix} \|\tau_k\| & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ , где  $\tau_k$  — матрицы Паули. Этот факт есть отражение того, что  $SU(2)$  — подгруппа  $SU(3)$ .

Важную роль играет так называемое присоединенное представление — представление в виде матриц, действующих в вещественном пространстве, размерность которого совпадает с размерностью группы.

Присоединенное представление  $SU(2)$  — это совокупность поворотов обычного трехмерного пространства. Генераторы его имеют вид  $(t_k)_{ij} = i\varepsilon_{ijk}$ , где  $i, j, k = 1, 2, 3$ ;  $\varepsilon_{ijk}$  — полностью антисимметричный единичный тензор.

В следующей главе мы познакомимся с приближенными симметриями между различными частицами, обладающими некоторым набором одинаковых признаков. При этом сово-

купности частиц с одинаковыми свойствами — так называемые мультиплеты — определяют пространства представлений группы симметрии. Размерность мультиплета есть размерность соответствующего пространства.

В дальнейшем нам также встретятся прямая (ортогональная) сумма и тензорное произведение представлений некоторой группы, которые имеют размерности, равные, соответственно, сумме и произведению размерностей исходных представлений. В качестве иллюстрации понятия прямой суммы пространств можно привести ортогональное сложение двух одномерных пространств (осей), результатом которого будет двумерное пространство (плоскость). Прямая сумма плоскости и оси — это трехмерное пространство.

Матрицы представления, являющегося прямой суммой представлений, имеют блочно-диагональный вид. Матричные элементы, не входящие в расположенные вдоль главной диагонали блоки, равны при этом нулю. Доказано, что любое представление группы  $SU(N)$  можно разложить в ортогональную сумму ее более простых представлений меньшей размерности.

Если все матрицы представления унитарной группы имеют в подходящем базисе блочно-диагональный вид, то представление называется приводимым. В противном случае представление неприводимо. Неприводимые представления группы  $SU(2)$  могут иметь произвольные размерности. В отличие от этого, размерности неприводимых представлений группы  $SU(3)$  принимают выделенные значения: 1, 3, 8, 10, ...

Более сложно проводится тензорное умножение представлений. Для каждой матрицы первого представления и каждой матрицы второго представления строится матрица, состоящая из всевозможных произведений матричных элементов первой матрицы на матричные элементы второй. Ясно, что при этом происходит умножение размерностей представлений. С тензорным произведением представлений группы  $SU(3)$  и его разложением в прямую сумму неприводимых представлений мы встретимся, в частности, в § 8 при обсуждении составных моделей адронов.

Приведем еще интуитивно ясное определение прямого произведения групп. Пусть  $G_1$  и  $G_2$  — группы матриц  $(k \times k)$  и  $(m \times m)$  соответственно. Тогда группа  $G = G_1 \times G_2$  есть груп-

па всех матриц  $(k+m) \times (k+m)$  вида 
$$\begin{pmatrix} \|G_1\| & \cdots \\ \cdots & \|G_2\| \\ \cdots & \end{pmatrix},$$
 где

многоточия обозначают нули. Пространства представлений группы  $G$  являются прямыми суммами пространств представлений групп  $G_1$  и  $G_2$ .

В заключение этого параграфа приведем сводку подгрупп, которыми обладают простейшие унитарные группы:

$$SU(2) \supset U(1);$$

$$SU(3) \supset SU(2); \quad SU(2) \times U(1);$$

$$SU(4) \supset SU(3) \times U(1); \quad SU(2) \times SU(2);$$

$$SU(2) \times SU(2) \times U(1);$$

$$SU(5) \supset SU(4) \times U(1); \quad SU(3) \times SU(2) \times U(1).$$



## ЭТАПЫ РАЗВИТИЯ ОСНОВНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ

## § 4. Закладка фундамента

К концу 20-х годов окончательно сформировалась и получила повсеместное признание квантовая механика. Как известно, эта теория объяснила законы теплового излучения, стабильность атомов и причины, по которым каждый элемент характеризуется специфическими для него узкими спектральными линиями. В ее рамках удалось вычислить размеры и энергии возбуждения атомов, а также решить многие другие задачи атомной физики.

Успех квантовой механики в описании атомных явлений со всей очевидностью показал необходимость использования в микрофизике квантовых идей. Соединение этих идей с требованием релятивистской инвариантности привело в конце 20-х — начале 30-х годов к созданию основ квантовой теории поля.

*Релятивизация квантовой механики.* Нерелятивистская квантовая механика, как известно, имеет ограниченную область применимости. Поэтому с самого начала были попытки обобщить эту теорию, сделав ее релятивистски инвариантной.

В 1926 г. О. Клейн, В. А. Фок и В. Гордон предложили релятивистски инвариантное обобщение уравнения Шредингера для волновой функции свободной частицы. Это уравнение имеет вид:

$$\hbar^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \hbar^2 c^2 \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) - m^2 c^4 \psi.$$

Если сопоставить энергии и импульсу операторы дифференцирования по времени и по пространственным координатам, то легко заметить, что уравнению соответствует релятивистское соотношение между энергией и импульсом:  $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$ .

В уравнении Клейна — Гордона — Фока никак не учитывается дополнительная степень свободы частицы, свя-

занная со спином. Из-за этого довольно длительное время — вплоть до открытия частиц со спином 0 — считалось, что оно не имеет отношения к реальному миру.

Более того, если рассматривать это уравнение как уравнение для волновой функции частицы, то, как обратил внимание Дирак, неизбежно возникнет противоречие с вероятностной интерпретацией волновой функции. Поскольку уравнение Клейна — Гордона — Фока содержит производную по времени второго порядка, то, как можно показать,

выражение для плотности вероятности  $\left( \psi^* \frac{\partial}{\partial t} \psi - \frac{\partial \psi^*}{\partial t} \psi \right)$  в этом случае не является положительно определенной величиной. Указанная трудность сохранялась вплоть до 1934 г., когда В. Паули и В. Вайскопф нашли правильную интерпретацию этого уравнения как уравнения для квантового скалярного поля.

В 1928 г. П. А. М. Дирак предложил свое знаменитое уравнение для описания волновых функций частиц со спином  $1/2$ . Это — уравнение первого порядка по  $\partial/\partial t$ , которому удовлетворяет многокомпонентная волновая функция. Для частиц с ненулевой массой  $\psi$  представляет собой четырехкомпонентный столбец

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix}.$$

Другими словами, уравнение Дирака является, по сути, системой четырех уравнений для четырех функций  $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4$ , зависящих от координат  $x_1, x_2, x_3$  и времени  $t = x_0/c$ . Его матричная запись имеет вид:

$$i \left( \gamma^0 \frac{\partial}{\partial x^0} - \gamma^1 \frac{\partial}{\partial x^1} - \gamma^2 \frac{\partial}{\partial x^2} - \gamma^3 \frac{\partial}{\partial x^3} \right) \psi = \frac{mc}{\hbar} \psi.$$

Так называемые матрицы Дирака  $\gamma^0, \gamma^1, \gamma^2, \gamma^3$  представляют собой четырехрядные матрицы, удовлетворяющие условию:

$$\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu},$$

$$\mu, \nu = 0, 1, 2, 3; \quad g^{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1).$$

Уравнение Дирака без особого труда обобщается на случай движения частицы во внешнем электромагнитном поле. Для этого достаточно вспомнить, что операторам дифференцирования по времени и пространственным координатам соответствуют энергия  $E$  и импульс  $\mathbf{P}$  частицы, и подобно тому, как это делается в классической электродинамике,

заменить  $\mathbf{P}$  на  $\mathbf{p} - \frac{e}{c} \mathbf{A}$ , а в выражение для энергии добавить слагаемое  $eA_0$ . Решение таким образом обобщенного уравнения для движения электрона в поле ядра привело к более точной формуле для уровней энергии водородоподобных атомов. Это — так называемое тонкое расщепление уровней — расщепление уровней с одним и тем же главным квантовым числом  $n$  и разными значениями полного момента.

*Квантовая теория излучения.* Для решения задач, связанных со взаимодействием электромагнитного поля с нерелятивистскими объектами, например, при излучении и поглощении света атомами, обычной квантовой механики уже недостаточно. Необходимо также иметь формализм, позволяющий квантовым образом описывать и электромагнитное поле. Эта проблема была решена в 1927 г. Дираком, который представил электромагнитное поле как систему квантовых осцилляторов и учел его взаимодействие с атомами в первом порядке теории возмущений.

Такой подход позволил понять природу спонтанного излучения атомов, т. е. излучения, сопровождающего самопроизвольный переход атома из возбужденного состояния в более низкое состояние в вакууме, и вычислить его вероятность.

В последующей работе, вышедшей в том же году, Дирак в рамках созданного им метода получил заново ряд известных формул для рассеяния света атомными системами. После этого теория Дирака стала применяться и для других проблем, связанных с процессами излучения. В качестве примера приведем работу Вайскопфа и Е. Вигнера, получивших с ее помощью формулу для естественной ширины спектральных линий.

В работе Дирака квантованию подвергается не все электромагнитное поле, а лишь его поперечная — «радиационная» часть. Электростатические поля включались в виде кулоновой энергии взаимодействия в гамильтониан для частиц. Такой неравноправный подход к двум слагаемым поля неинвариантен относительно преобразований Лоренца, перемешивающих эти части между собой. Поэтому проблема построения релятивистски инвариантной схемы квантования электромагнитного поля сохраняла свою остроту. В ее решении приняли участие П. Йордан, Паули, В. Гейзенберг и Э. Ферми. При этом в подходе Ферми, наиболее соответствующем духу будущей теории, нефизические степени свободы устранялись накладыванием дополнительных условий на допустимые векторы состояния. В опубли-

кованной после этого работе Дирака, Фока и Б. Подольского, посвященной обобщению теории, было дано также доказательство релятивистской инвариантности схемы квантования.

Важную роль в понимании физического смысла квантового поля излучения сыграла вышедшая в 1933 г. работа Н. Бора и Л. Розенфельда, которые показали, что между напряженностями электрического и магнитного полей существуют соотношения неопределенностей, подобные гейзенберговым соотношениям между координатой и импульсом. В силу этого, например, невозможно одновременно точно измерить  $x$ -компоненту напряженности электрического поля и  $y$ - или  $z$ -компоненты напряженности магнитного.

*Античастицы.* В квантовой теории излучения электроны и фотоны трактовались несимметричным образом. Если фотоны возникали при квантовании электромагнитного поля, то электроны описывались волновой функцией в конфигурационном пространстве, удовлетворяющей уравнению Дирака.

В то же время интерпретация уравнения Дирака как уравнения для волновой функции одной частицы столкнулась с серьезной трудностью, связанной с существованием состояний с отрицательной энергией. Такие состояния присутствуют среди решений уравнения Дирака и не могут быть исключены из теории. Понимаемые буквально, они должны были бы приводить к таким абсурдным следствиям, как, например, нестабильность атома водорода, так как возникла бы возможность радиационного перехода из обычных состояний в состояния с отрицательной энергией.

Для преодоления подобных противоречий Дирак в 1930 г. выдвинул остроумную гипотезу, которая опиралась на новую интерпретацию понятия вакуума. Предполагалось, что в вакууме все состояния с отрицательной энергией заполнены электронами и образуют физически ненаблюдаемый фон. Переходы электронов из состояний с положительной энергией в состояния с отрицательной энергией запрещены при этом принципом Паули.

Гипотеза Дирака не только устранила описанные выше трудности, но и позволила предсказать ряд принципиально новых физических явлений. Так, должны существовать процессы, в ходе которых электрон из «моря» заполненных состояний с отрицательной энергией, получив необходимую энергию, например, за счет поглощения фотона, переходит в состояние с положительной энергией. При этом данный электрон становится наблюдаемым. Наблюдаемым также

оказывается незаполненное состояние с отрицательной энергией, так называемая дырка. Во всех процессах дырка ведет себя подобно частице с положительным зарядом и массой электрона, т. е. обладает свойствами антиэлектрона (позитрона). Электрон может перейти обратно в незаполненную дырку, излучив при этом фотон соответствующей энергии.

Таким образом, было предсказано существование античастиц, а также двух до того времени неизвестных фундаментальных процессов — рождения и аннигиляции пары частица — античастица.

Кроме Дирака, большой вклад в разработку концепции антиматерии внесли также И. Е. Тамм, Дж. Оппенгеймер и Г. Вейль. Экспериментальное подтверждение идеи о существовании античастиц было получено вскоре после этого — в 1932 г. в результате открытия позитрона.

Обратим внимание на то, что решения, соответствующие отрицательным значениям энергии, имеются также и у уравнения Клейна — Гордона — Фока. Общая причина наличия в теории подобных состояний состоит в том, что в релятивистское соотношение  $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$  энергия входит квадратично, а операция извлечения корня неоднозначна:  $E = \pm \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$ . Таким образом, существование античастиц в конечном счете есть следствие релятивистской инвариантности.

Гипотеза Дирака о существовании ненаблюдаемого фона состояний с отрицательной энергией выглядела в значительной мере искусственной и не получила впоследствии обоснования. Более того, для частиц с целым спином она вообще не применима. С другой стороны, проблему существования состояний с отрицательной энергией оказалось возможным устранить в так называемом формализме второго квантования.

*Квантовые волновые поля.* Этот формализм был разработан в конце 20-х годов Йорданом, Клейном и Е. Вигнером для квантового описания системы  $N$  тождественных частиц и обобщен Фоком на системы с переменным числом частиц. В основе этого формализма лежит аппарат операторов рождения и уничтожения и представление чисел заполнения. При этом релятивистская квантовая полевая функция линейно выражается как через операторы рождения, так и через операторы уничтожения соответствующих частиц — квантов поля. Так, например, функция  $u(x)$  описывает одновременно уничтожение частицы и рождение античасти-

цы, а сопряженная ей функция  $\bar{\psi}(x)$  — рождение частицы и уничтожение античастицы.

В 1934 г. Гейзенберг, а также Оппенгеймер и В. Фарри показали, что при квантовом рассмотрении поля Дирака, проквантованного с учетом принципа Паули, возникает симметричное описание электронов и позитронов и трудности отрицательных энергий не возникает вовсе. К аналогичным результатам приводит квантование решения уравнения Клейна — Гордона — Фока по Бозе — Эйнштейну, выполненное Паули и Вайскопфом.

Таким образом, уравнения Даламбера, Дирака, Клейна — Гордона — Фока следует понимать как уравнения для релятивистских операторных полевых функций, действующих на вектор состояния системы квантовых полей, удовлетворяющий уравнению Шредингера. Возникло представление о новом едином объекте — квантовом поле.

**Формулировка квантовой электродинамики:** В рамках этой новой картины свет и материя (т. е. электроны и позитроны) равноправно выступают как взаимодействующие волновые поля в 4-мерном пространстве — времени. Теория взаимодействия квантовых электромагнитного и спинорного полей называется квантовой электродинамикой (КЭД).

В этой теории электрон-позитроны и фотоны трактуются одинаково — как кванты соответствующих полей. Квантование, правда, выполняется по-разному. Если для электромагнитного поля, имеющего спин 1, справедливы определенные коммутационные соотношения, то для операторов электронного поля, спин которого равен  $1/2$ , коммутаторы заменяются на антикоммутаторы. Это приводит к антисимметрии волновых функций систем фермионов, коими являются электроны, и принципу запрета Паули.

Если электронное и электромагнитное поля выразить через операторы рождения и уничтожения, то взаимодействие между ними, записываемое в виде произведения двух фермионных полей на электромагнитное поле, можно интерпретировать как изменение состояния фермиона — уничтожение его в одном состоянии и рождение в другом, сопровождающееся излучением или поглощением фотона. Физически это может быть уничтожение и рождение электрона, уничтожение и рождение позитрона, одновременное уничтожение (или рождение) электрона и позитрона.

В конце 20-х — начале 30-х годов были рассчитаны квантовоэлектродинамические процессы, которые описывались

эффектами первого порядка по постоянной тонкой структуре. Наиболее важным был расчет формулы Клейна — Нишины — Тамма (1929) для эффективного сечения рассеяния фотонов электронами, которая хорошо описала данные опыта Д. В. Скобельцына по комптон-эффекту. Этот факт имел важное значение для становления теории, основанной на уравнении Дирака.

*Модель Ферми.* Хотя к началу 30-х годов квантовое поле-вое описание электромагнитных взаимодействий было окончательно сформулировано, идея аналогичного описания для других процессов была совершенно не очевидна. В частности, не было понятно, могут ли для них быть пригодны понятия «рождения» и «уничтожения». В этом отношении большое значение имела теория  $\beta$ -распада, предложенная Ферми в 1934 году. Ферми использовал предложенное Паули объяснение непрерывности спектра вылетающих при распаде электронов путем введения нейтрино, которое, ускользая от наблюдения, уносит часть высвобождаемой энергии. В основу своей теории Ферми положил идею о том, что возникающие в процессе распада протон, электрон и антинейтрино не входят в состав нейтрона, а рождаются в результате взаимодействия. Кроме того, при построении модели  $\beta$ -распада Ферми предположил, что весь процесс происходит в одной пространственно-временной точке, т. е. элементарный акт взаимодействия состоит в уничтожении нейтрона и рождении протона, электрона и антинейтрино.

Таким образом, предложенный Ферми лагранжиан слабого взаимодействия содержит произведения четырех фермионных полевых функций (выражаемых через операторы рождения и уничтожения нейтрона, протона, электрона и нейтрино), взятых в одной и той же точке пространства — времени.

Константа четырехфермионного взаимодействия оказывается размерной  $[G_F] = m^{-2}$ . Ее численное значение, определенное по вероятности  $\beta$ -распада, равно приблизительно  $10^{-5} \text{ ГэВ}^{-2}$ .

Наряду с процессом распада  $p \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$  лагранжиан Ферми, как уже говорилось в § 2, описывает также и другие реакции, например,  $\nu_e + p \rightarrow p + e^-$  и  $\bar{\nu}_e + p \rightarrow p + e^+$ .

Впоследствии модель продолжала совершенствоваться. Была уточнена структура четырехфермионного лагранжиана, получило также отражение составное строение адронов. Подробнее мы расскажем об этом в § 6 и 17.

*Модель Юкавы.* Что касается ядерных сил, связывающих протоны и нейтроны в ядре, то, как уже говорилось в § 1, они отличаются от электромагнитных прежде всего тем, что имеют короткий радиус действия, по порядку величины совпадающий с размерами ядра ( $10^{-13}$  см).

Среди первых моделей сильных взаимодействий следует назвать недолго просуществовавшую, но имевшую большое историческое значение « $\beta$ -теорию ядерных сил», предложенную Таммом и Д. Д. Иваненко. В 1934 г. они высказали идею, согласно которой во втором порядке теории возмущений нейтрон и протон могут взаимодействовать, испуская и снова поглощая виртуальные электрон-нейтринные пары. Однако это взаимодействие оказалось слишком слабым для объяснения ядерных сил.

Используя идею об обменном характере короткодействующих ядерных сил, Х. Юкава в 1935 г. предложил первую последовательную модель механизма сильных взаимодействий. Он предположил, что взаимодействие между составляющими атомного ядра, протонами и нейтронами, переносится некоторой новой, в то время неизвестной частицей со спином 0 и массой  $m$ . Полагая, что эта частица описывается уравнением Клейна — Гордона — Фока, и определяя на его основе соответствующий статический потенциал

$$(\Delta - m^2) U(r) = \delta(\mathbf{r}) \rightarrow U(r) = e^{-mr}/r,$$

Юкава связал радиус действия ядерных сил  $r_{\text{яд}} \approx 10^{-13}$  см с массой «переносчика взаимодействия»  $m$ . Оказалось, что эта масса должна примерно в 200 раз превышать массу электрона. Как известно, частицы с требуемыми свойствами, названные  $\pi$ -мезонами, были открыты в 1947 г.

Модель Юкавы в течение последующих десятилетий служила качественной основой обсуждения динамики сильных взаимодействий. Однако удовлетворительных количественных результатов получить с ее помощью практически не удалось. Исключение составляет полуфеноменологический анализ реакции фоторождения пионов на нуклонах, проведенный в 1950 г. А. М. Балдиным и В. В. Михайловым, которые получили удовлетворительное количественное описание этой реакции вблизи порога.

## § 5. Становление квантовой электродинамики

*Ультрафиолетовые расходимости.* Квантовая электродинамика столкнулась с принципиальной трудностью, заключавшейся в том, что вычисления по теории возмущений в порядках старше первого приводили к бессмысленным бес-



конечным выражениям. Впервые на это обратил внимание в 1930 г. Оппенгеймер. Поскольку эти бесконечности впервые появились при учете вкладов фотонов больших энергий, они получили название ультрафиолетовых расходимостей. Указанные бесконечности обусловлены локальным характером взаимодействия и представляют собой отражение и обобщение известных трудностей классической электродинамики при описании точечных зарядов. В следующей главе мы обсудим более детально причины появления в теории ультрафиолетовых расходимостей и способы борьбы с ними. Здесь же ограничимся простейшими примерами и историческими комментариями.

Пример типичной расходимости — это собственная энергия электрона. Как известно (см. также § 11), в классической теории энергия электростатического поля, создаваемого электроном с радиусом  $r_0$ , при  $r_0 \rightarrow 0$  стремится к бесконечности как  $1/r_0$  (расходится линейно). В квантовой электродинамике соответствующая величина имеет более слабую расходимость, а именно, стремится к бесконечности как  $\ln r_0$  (что является следствием учета позитронов в промежуточных состояниях).

Поскольку при расчете процессов ультрафиолетовые расходимости возникают, как правило, только в более высоких порядках, чем тот, который является для них главным, а экспериментальная точность в 30-е годы была еще не слишком высокой, в то время ограничивались низшим порядком теории возмущений, который обеспечивал достаточную степень совпадения с опытом. Что же касается расходящихся импульсных интегралов, встречающихся в следующих порядках, то их просто обрезали на верхнем пределе. Типичное возникающее в результате этого выражение — это логарифм отношения энергии, при которой происходит обрезание, к массе электрона. Поскольку перед ним стоит малый множитель ( $\alpha/\pi \sim 10^{-3}$ ), то даже для параметров обрезания, много больших массы электрона, относительные поправки получались достаточно малыми.

Тем не менее присущие высшим порядкам бесконечности представляли собой принципиальную проблему, без решения которой невозможно было судить о достоверности теоретических предсказаний.

В конце 30-х годов ряд авторов, в том числе Дирак, Э. Штюкельберг и Х. Крамерс, высказывали некоторые соображения относительно устранения расходимостей. Однако создать регулярный метод обращения с бесконечностями в те годы так и не удалось.

Экспериментальные результаты дали новый толчок теоретическим усилиям в этом направлении. В 1947 г. У. Лэмб и Р. Ризерфорд измерили величину разности между энергиями  $2s_{1/2}$  и  $2p_{1/2}$  состояний атома водорода. Между тем применение уравнения Дирака к атому водорода приводило к точному вырождению этих двух уровней. Было ясно, что расщепление уровней возникает из-за радиационных поправок к взаимодействию электрона с кулоновским полем ядра. Однако при их вычислении возникали бесконечности, от которых надо было научиться аккуратно избавляться, выделяя тем самым из расходящихся выражений часть, имеющую реальный физический смысл. Такую процедуру, получившую название перенормировки, в нерелятивистском приближении осуществил в 1947 г. Бете. Поскольку, как выяснилось впоследствии, большая часть эффекта обусловлена фотонами малых энергий, Бете получил согласие с экспериментом порядка нескольких процентов.

*Ковариантная теория возмущений для S-матрицы.* В 40-е годы особенно остро проявилась необходимость создания вычислительного формализма в квантовой электродинамике, который бы на всех этапах содержал релятивистски инвариантные выражения. Для этих целей оказалось удобным использовать введенную Гейзенбергом в 1943 г. так называемую матрицу рассеяния  $S$ , представляющую собой совокупность амплитуд всевозможных процессов перехода (в результате взаимодействия) квантовых систем из некоторого начального состояния в другое — конечное.

В работах С. Томонаги, Ю. Швингера и Р. Фейнмана второй половины 40-х годов была создана релятивистски ковариантная теория возмущений, которая позволила построить  $S$ -матрицу в виде разложения по степеням малости взаимодействия. При этом в подходе Томонаги и Швингера отправным пунктом служило уравнение Шредингера для векторов состояния, а Фейнман исходил из представления элементов матрицы рассеяния в виде континуальных интегралов по полевым конфигурациям. Знакомство с континуальными интегралами мы отложим до § 14, а здесь отметим еще, что в рамках этого подхода удалось разработать специальную графическую процедуру построения  $S$ -матрицы в произвольном порядке теории возмущений с помощью так называемых диаграмм Фейнмана. По определенным правилам, также носящим имя Фейнмана, каждой диаграмме сопоставляется некоторый кратный интеграл по импульсам виртуальных частиц (см. § 10). В настоящее время фейн-

мановские диаграммы стали одним из основных инструментов расчета процессов в квантовополевых моделях, а также широко используются и в других областях физики.

*Создание теории перенормировок.* Успешная реализация идеи перенормировок, осуществленная Бете в нерелятивистском приближении, и создание ковариантной теории возмущений для матрицы рассеяния позволили разработать последовательный формализм вычитания ультрафиолетовых бесконечностей. Это было сделано в работах Фейнмана, Швингера, Ф. Дайсона, А. Салама и других авторов. В частности, Дайсон и Салам провели общий анализ структуры расходимостей в произвольно высоких порядках теории возмущений. Однако ряд тонких проблем, связанных с так называемыми перекрывающимися расходимостями, долгое время не поддавался решению.

Здесь оказался необходимым тщательный анализ математической причины возникновения расходимостей, который удалось провести, используя новый раздел математики — теорию обобщенных функций С. Л. Соболева и Л. Шварца. Оказалось, что квантовополевые функции Грина (т. е. пропагаторы Штюкельберга — Фейнмана) представляют собой обобщенные функции типа  $\delta$ -функции Дирака, взаимные произведения которых, вообще говоря, не определены. Ультрафиолетовые расходимости как раз и отражают неопределенности их произведений при совпадающих аргументах в пространственно-временном представлении.

На этой основе Н. Н. Боголюбовым и его учениками в середине 50-х годов была разработана техника такого доопределения произведений причинных пропагаторов, которое обеспечивает конечность и однозначность матрицы рассеяния в произвольных порядках теории возмущений. Соответствующее утверждение составляет содержание теоремы Боголюбова и О. С. Парасюка о перенормировках, а его рецептурная часть — так называемая  $R$ -операция — является практической основой получения конечных однозначных результатов в квантовополевых расчетах по теории возмущений.

*Успехи квантовой электродинамики.* Таким образом, в результате создания последовательной вычислительной схемы в квантовой электродинамике была открыта дорога для расчета любого квантовоэлектродинамического эффекта в принципе со сколь угодно высокой степенью точности. Точность реальных вычислений ограничивалась теперь лишь их трудоемкостью. (Следует отметить, что, по

сути, в том же самом виде весь формализм существует и в настоящее время.)

Успехи созданной теории оказались впечатляющими. В 1949 г. Швингер рассчитал первую радиационную поправку к магнитному моменту электрона — так называемый аномальный магнитный момент электрона, достигнув тем самым относительной точности  $10^{-3}$ . Был заново, более строго и значительно проще вычислен лэмбовский сдвиг, получены радиационные поправки к амплитудам рассеяния и детально исследованы эффекты поляризации вакуума. Все полученные формулы хорошо согласовывались с экспериментом. О сравнении проведенных к настоящему времени квантовоэлектродинамических расчетов с экспериментом мы расскажем в § 16. Здесь же отметим лишь, что наблюдаемое согласие является рекордным в физике.

*Ультрафиолетовая асимптотика.* После того как появилась уверенность в том, что с помощью низших порядков перенормированной теории возмущений можно правильно описывать различные квантовоэлектродинамические эффекты, были предприняты попытки получить возможно более полную информацию, содержащуюся в высших порядках.

В ряде задач, например, при исследовании асимптотических свойств функций Грина квантовой электродинамики, вклады старших порядков столь же существенны, как и низших. Так, в ультрафиолетовой области фактически параметром разложения является не квадрат заряда  $\alpha$ , а его произведение на логарифм большой импульсной переменной  $k^2$ , т. е.  $\alpha \ln k^2$ . Поэтому вклады каждого порядка теории возмущений оказываются сравнимыми. Для того чтобы получить правильную асимптотику, следовательно, требуется суммировать все эти вклады, т. е. члены типа  $(\alpha \ln k^2)^n$ .

В простейших случаях удается выделить такие члены непосредственно в произвольном порядке. Например, в 1954 г. прямым суммированием главных логарифмических членов Л. Д. Ландау, А. А. Абрикосов и И. М. Халатников вычислили ультрафиолетовую асимптотику пропагаторов квантовой электродинамики. Исходя из подобных вычислений, Е. С. Фрадкин, а также Ландау и И. Я. Померанчук в 1955 г. сделали вывод о существовании у фотонного пропагатора дополнительного нефизического — так называемого «призрачного» — полюса. Существование такой особенности свидетельствовало бы о противоречивости квантовой электродинамики. Более строгое рассмотрение показывает, однако, что этот вывод не может быть строго

обоснован, так как он требует привлечения информации, которая не может быть извлечена из теории возмущений.

*Ренормгруппа в КЭД.* Такой вывод оказалось возможным сделать на основе регулярного метода улучшения теории возмущений, использующего ренормализационную группу. Эта группа была впервые открыта в 1953 г. Штюкельбергом и А. Петерманом, которые обратили внимание на существование непрерывных преобразований, осуществляющих репараметризацию перенормированной теории возмущений, а также на возможность построения групповых дифференциальных уравнений. Вслед за тем М. Гелл-Манн и Ф. Лоу путем изучения структуры неоднозначностей устранения расходимостей методом обрезания в КЭД получили функциональное уравнение для фотонного пропагатора (не обратив внимания на его групповую природу) и с его помощью качественно исследовали возможные ультрафиолетовые асимптотики.

В 1955 г. Боголюбов, Д. В. Ширков и А. А. Логунов в серии работ разработали систематическую процедуру получения функциональных уравнений для ренормгруппы Штюкельберга — Петермана, опираясь на конечные ренормировочные преобразования Дайсона, а также получили соответствующие дифференциальные уравнения в явном виде. Затем они решили задачу приведения результатов теории возмущений в ренорминвариантный вид. Алгоритм решения, использующий групповые дифференциальные уравнения, известен как метод ренормгруппы. Он позволяет последовательно улучшать аппроксимирующие свойства теории возмущений и эффективно сводится к суммированию бесконечных (ренорминвариантных) подпоследовательностей ультрафиолетовых логарифмов. Впоследствии с его помощью было обнаружено свойство асимптотической свободы в квантовой хромодинамике (см. ниже § 13).

## § 6. Проблематика 50-х годов

*CPT-теорема и нарушение четности.* В § 3 в качестве примера возможных в природе симметрий приводились симметрии относительно отражения трех пространственных осей (*P*-преобразование), обращения времени (*T*-преобразование), а также замены частицы на античастицу (*C*-преобразование). Наличие или отсутствие симметрии относительно указанных преобразований характеризует фундаментальные свойства взаимодействий частиц.

В начале 50-х годов Г. Людерс и Паули доказали так называемую *CPT*-теорему, согласно которой все происходящие в природе процессы взаимодействий должны быть инвариантны относительно одновременного выполнения трех преобразований  $C$ ,  $P$  и  $T$  ( $CPT = \mathbb{1}$ ). В силу этой теоремы, если возможен некоторый процесс, то с той же вероятностью должен происходить и процесс, в котором частицы заменены соответствующими античастицами, проекции их спинов изменили знак, а начальные и конечные состояния поменялись местами. Из *CPT*-теоремы также следует, что массы и времена жизни частиц и античастиц равны, а магнитные моменты отличаются только знаком.

*CPT*-теорема основана на самых общих принципах, заложенных в теории, таких как релятивистская инвариантность, локальность взаимодействия и «нормальная» связь между спинами частиц и их статистикой, задаваемая теоремой Паули. Следствия *CPT*-теоремы проверялись во многих экспериментах, и к настоящему времени не было обнаружено ни одного случая ее нарушения.

По-другому обстоит дело с  $P$ -,  $C$ - и  $T$ -преобразованиями, выполненными по отдельности. Если в электромагнитных и сильных взаимодействиях существует каждая из указанных симметрий, то в слабом взаимодействии отдельно они не выполняются. В частности, нарушается  $P$ -инвариантность. Поскольку инвариантности относительно  $P$ -преобразования сопоставляется сохранение специального квантового числа — четности, то говорят, что в слабом взаимодействии четность не сохраняется.

Эффектом несохранения четности Т. Д. Ли и Чж. Янг в 1956 году объяснили существование распадов  $K$ -мезонов на системы двух и трех  $\pi$ -мезонов. Кроме того, они предложили также эксперименты по проверке нарушения  $P$ -инвариантности в других процессах слабого взаимодействия. Вскоре  $P$ -нечетные эффекты были обнаружены во всех процессах, обусловленных слабым взаимодействием. Стало ясно, что несохранение четности есть фундаментальное свойство слабого взаимодействия.

Как заметили в 1957 году Ландау, а также Ли и Янг, в определенном смысле зеркальная симметрия могла бы существовать, если бы сохранялась так называемая комбинированная четность, т. е. имела бы место инвариантность относительно совокупности преобразований  $C$  и  $P$ . При этом  $CP$ -инвариантность означала бы, что любому процессу должен соответствовать зеркально симметричный процесс, в котором все участвующие частицы заменены на ан-

тичастицы, а все характеристики обоих процессов одинаковы.

Однако в 1964 году, опять-таки в распадах К-мезонов, было обнаружено нарушение и *СР*-инвариантности. (В отличие от нарушения пространственной четности, нарушение *СР*-инвариантности наблюдалось до сих пор только в процессах с участием К-мезонов, и природа этого явления остается пока до конца не раскрытой.) Заметим, что согласно *СРТ*-теореме отсюда также следует вывод о том, что в указанных процессах нарушается и инвариантность относительно обращения времени.

*Нарушенные симметрии.* Выше мы рассказали о симметриях, которые имеют место во всех взаимодействиях, кроме слабого. Важную роль в физике частиц играют также особые симметрии, которые выполняются (приблизительно) только в процессах сильного взаимодействия. Речь идет о так называемых унитарных симметриях адронов.

Идея родилась в начале 30-х годов, когда Гейзенберг предложил рассматривать нейтрон и протон как разные зарядовые состояния одной частицы — нуклона. Основанием для этого послужило то, что эти две частицы хотя и различаются электрическим зарядом, но имеют близкие массы, один и тот же спин и в сильных взаимодействиях ведут себя сходным образом.

Независимость сильных взаимодействий от электрического заряда получила название изотопической инвариантности, а группы частиц с одним и тем же спином и четностью, приблизительно равными массами и одинаковым поведением в сильных взаимодействиях, но отличающиеся электрическим зарядом, называются изотопическими мультиплетами. Так, например, протон и нейтрон образуют изотопический дублет ( $p$ ,  $n$ ), а  $\pi$ -мезоны — изотопический триплет ( $\pi^+$ ,  $\pi^0$ ,  $\pi^-$ ).

Для описания этого важного свойства сильных взаимодействий используется формальная математическая аналогия с обычным спином частиц. Изотопическую инвариантность рассматривают как инвариантность относительно поворотов в некотором абстрактном трехмерном (изотопическом) пространстве, которые образуют группу  $SU(2)$ . Так же как симметрия относительно обычных пространственных вращений приводит к сохранению момента, который в отсутствие орбитального движения совпадает со спином, так и изотопическая инвариантность означает сохранение в изотопическом пространстве некоторого вектора, называемого изоспином.



Концепция внутренней симметрии как фактора, определяющего группировку частиц с близкими свойствами в семейства, оказалась плодотворной и для классификации большого количества новых адронов, открытых в 50-е годы. В это время постепенно становилось ясным, что для их систематики необходимо использовать не только изоспин  $I$ , но и новое квантовое число, названное странностью  $S$ . Оно было введено для того, чтобы формализовать наблюдаемое при столкновениях  $\pi$ -мезонов с нуклонами явление совместного рождения  $K$ -мезонов и гиперонов — нестабильных барионов с массой, большей массы нуклона. Если предположить, что для  $\pi$ -мезонов и нуклонов  $S=0$ , а в сильных и электромагнитных взаимодействиях это квантовое число сохраняется, то при их столкновениях могут рождаться только комбинации частиц, имеющих суммарную нулевую странность.

К началу 60-х годов было установлено, что группа приближенной симметрии адронов может быть расширена до группы  $SU(3)$ , если предположить, что квантовыми числами, определяющими внутреннее пространство, в котором действует группа симметрии, являются изотопический спин и странность. При этом группа изотопической симметрии  $SU(2)$  входит в данную группу как подгруппа. (Заметим, что учет дополнительных квантовых чисел, открытых впоследствии, приводит к дальнейшему расширению группы приближенной симметрии сильных взаимодействий.)

Среди неприводимых представлений группы  $SU(3)$  есть представления размерности 1, 8 и 10. На этой основе в 1961 г. Ю. Нееману и Гелл-Манну удалось сгруппировать наблюдаемые адроны в мультиплеты подходящей размерности. Так, барионы со спином  $1/2$  составляют октет, а барионы со спином  $3/2$  — декуплет. Псевдоскалярные мезоны (спин 0), а также векторные мезоны (спин 1) образуют синглеты и октеты.

Схема классификации адронов по представлениям группы  $SU(3)$  не только включила в себя все известные в то время адроны, но и позволила предсказать существование новых. Так, было предсказано существование и описаны основные свойства  $\Omega^-$ -гиперона, который через некоторое время после этого был обнаружен экспериментально.

$SU(3)$ -симметрия адронов является менее точной, чем изотопическая, что проявляется, в частности, в довольно значительном (до нескольких десятков процентов) различии по массам частиц одного и того же мультиплета. Так,



например, одному и тому же октету принадлежат протон ( $m_p \approx 938 \text{ МэВ}$ ) и  $\Xi^-$ -гиперон ( $m_{\Xi^-} \approx 1321 \text{ МэВ}$ ).

Наличие приближенной симметрии адронов представляет собой эмпирически установленный факт. Другими словами, в настоящее время мы не имеем объяснения ни самого существования симметрии, ни причины ее нарушения. Если нарушение изотопической симметрии можно было пытаться отнести за счет электромагнитного взаимодействия, то для более высоких симметрий объяснения такого рода не проходят. Рассматриваемая в § 8 кварковая модель также не содержит решения этой проблемы, а лишь сводит ее к существованию симметрии кварков, нарушаемой наличием у них разных масс.

*V — A модель слабых взаимодействий.* В 40-е годы, кроме  $\beta$ -распада, стали известны новые типы процессов слабого взаимодействия, такие, например, как распад мюонов:  $\mu^{\pm} \rightarrow e^{\pm} + \bar{\nu}_e (\nu_e) + \nu_{\mu} (\bar{\nu}_{\mu})$ ,  $\mu$ -захват:  $\mu^{-} + p \rightarrow n + \nu_{\mu}$ , распады странных частиц. Это сделало актуальной разработку теории слабых взаимодействий, описывающей все упомянутые процессы. Оказалось, что все их можно описать универсальным образом, введя в лагранжиан взаимодействия слагаемые, аналогичные фермиевскому лагранжиану  $\beta$ -распада. Каждое из них имеет вид произведения двух билинейных по фермионным полям комбинаций, называемых токами.

После открытия несохранения четности в слабых взаимодействиях была проделана большая работа по уточнению лоренцевой структуры слабых токов. Результатом ее явилась созданная в 1957—58 годах Р. Маршаком и Э. Сударшаном, а также Фейнманом и Гелл-Манном универсальная так называемая *V — A модель слабых взаимодействий*. В этой теории каждый из слабых токов представляет собой сумму двух членов, один из которых при лоренцевых преобразованиях и отражениях ведет себя как вектор (*V*), а другой — как аксиальный вектор (*A*). Как известно, аксиальный вектор при всех преобразованиях, кроме отражения всех пространственных осей, ведет себя подобно вектору, а при указанных отражениях их преобразования отличаются знаком. Поэтому взаимные произведения вектора на аксиальный вектор как раз и приводят к слагаемым в лагранжиане, описывающим процессы с нарушением четности. Более подробное обсуждение этих вопросов, а также явный вид лагранжиана, см. в § 17, здесь же упомянем о важном свойстве векторного тока — его сохранении, впервые установленном С. С. Герштейном и Я. Б. Зельдовичем.

*Проблемы сильных взаимодействий.* Обращаясь к сильным взаимодействиям, следует напомнить, что 50-е годы охарактеризовались значительным развитием ускорительной техники. Созданные к этому времени протонные ускорители дали возможность в невиданных дотоле масштабах изучать взаимодействие нуклонов и мезонов. Объем экспериментальной информации начал существенно возрастать. Именно в этот период были количественно изучены (NN)- и ( $\pi$ N)-взаимодействия в области энергий до 1 ГэВ и обнаружены предсказанные Паули в 1916 г. резонансы. К концу 50-х годов стало ясно, что резонансы представляют собой новый, чрезвычайно важный класс физических объектов. Таким образом, от теории сильных взаимодействий теперь уже ожидалось количественное описание не только (и не столько) внутриядерных сил, но и широкого круга явлений адронной физики, включая физику резонансов.

Как уже отмечалось в § 4, попытки рассмотреть эти вопросы с помощью теории возмущений, опирающейся на взаимодействие юкавского типа, за одним исключением, не привели даже к качественному успеху. В этих условиях получили значительное развитие методы анализа задач теории частиц, не связанные непосредственно с малостью констант связи и разложениям по их степеням. В первую очередь мы имеем в виду метод функционального интеграла и метод дисперсионных соотношений. Первый из них, привнесенный в КТП из квантовой механики, получил поначалу чисто теоретические применения (см. ниже § 9 и 14). Что же касается второго, то помимо своего главного результата — непосредственно проверяемых на опыте интегральных соотношений между характеристиками рассеяния — он дал начало целому «букету» приближенных и полуфеноменологических схем, каждая из которых сыграла ту или иную роль в упорядочивании количественных характеристик адронных процессов.

*Аналитические методы.* Суть метода дисперсионных соотношений, предложенного в 1954 году Гелл-Манном, М. Гольдбергером и В. Тиррингом, состоит в использовании аналитических свойств амплитуды рассеяния  $f$ , рассматриваемой как функция энергии  $E$ . Такой подход требует обобщения физической амплитуды  $f(E)$  на комплексные значения аргумента, анализа свойств  $f(z)$  во всей комплексной плоскости  $z$  и использования аппарата теории функций комплексного переменного, в частности, теоремы Коши. В итоге для действительных составляющих комплексной амплитуды рас-

сеяния  $f = \operatorname{Re} f + i \operatorname{Im} f$  можно получить интегральную формулу вида

$$\operatorname{Re} f(E) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{Im} f(E')}{E' - E} dE' + P(E), \quad (6.1)$$

которая и является дисперсионным соотношением. Детализация явного вида подпороговой области интегрирования и полинома  $P(E)$  требует привлечения дополнительных соображений, например, условия перекрестной симметрии.

Наиболее сложная часть рассуждений — операция аналитического продолжения амплитуды  $f$  на комплексную плоскость — выполняется с помощью условия причинности, наложенного на матрицу рассеяния. Важно отметить, что вместо теории возмущений при таком рассмотрении используются общие свойства, постулируемые для матрицы рассеяния в целом. Такой подход к квантовой теории поля называется аксиоматическим. Первое доказательство дисперсионных соотношений было получено в 1956 г. Боголюбовым на основе аксиоматического подхода, который более подробно описан ниже в § 7.

Следует отметить, что задача аналитического продолжения с чисто математической стороны осложняется тем, что амплитуда рассеяния  $f(E)$ , рассматриваемая при действительных нефизических (например, подпороговых) значениях аргумента  $E$ , может обладать сингулярностями, т. е. представляет собой обобщенную функцию. Поэтому корректное получение дисперсионных соотношений потребовало развития методов аналитического продолжения обобщенных функций.

Этим путем было получено строгое доказательство дисперсионных соотношений для  $(\pi N)$ -рассеяния вперед, основанное на гипотезе локального пионного поля, успешно выдержавших сравнение с опытом. В свое время этот факт имел принципиальное значение, так как он подтвердил правильность основных положений локальной квантовой теории поля, а также привел к быстрому росту популярности аналитических методов в теории сильных взаимодействий. Однако задача получения на этом пути строгих результатов, следующих непосредственно из общих свойств квантовой теории поля, оказалась хотя и заманчивой, но достаточно сложной (см. ниже § 7). Поэтому получили широкое распространение «облегченные» варианты аналитического подхода, в которых желаемые аналитические свойства амплитуд рассеяния и вообще матричных элементов  $S$ -матрицы не доказывались, а постулировались. Наи-

более амбициозной конструкцией такого рода явилась программа «аналитической матрицы рассеяния» Дж. Чу, в которой аналитичность трактовалась в качестве основополагающего принципа, заменяющего основные положения квантовой теории поля и даже квантовой механики. Предполагалось при этом, что использование нелинейных условий самосогласованности, отражающих свойства унитарности, сможет привести к однозначному описанию сильных взаимодействий вплоть до определения числовых параметров, типа констант связи. Какой-либо успешной реализации этой программы, представляющей собой альтернативу квантовой теории поля в ее обычной формулировке, получено не было.

Некоторые попытки полуфеноменологического использования постулированных аналитических свойств мы рассмотрим ниже, в конце § 7.

## § 7. Аксиоматические и аналитические методы

*Аксиоматический подход.* Методы изучения аналитических свойств элементов матрицы рассеяния получили твердую математическую основу в рамках так называемого аксиоматического подхода. Этот подход к матрице рассеяния не использует уравнение Шредингера и его решения, а опирается на общие физические принципы квантовой теории рассеяния частиц, сформулированные в виде аксиом.

Впервые такой аксиоматический метод был использован Боголюбовым в начале 50-х годов для явного построения разложения матрицы рассеяния по степеням взаимодействия (подробности см. ниже в § 10). Развивая эту идеологию, в 1956 г. Боголюбов, Б. В. Медведев и М. К. Поливанов сформулировали систему аксиом, не использующую в каком-либо виде предположение о слабости взаимодействия. Эта система исходит из гейзенбергова определения  $S$ -матрицы как оператора, матричные элементы которого являются амплитудами вероятности переходов от одного (начального) состояния при  $t = -\infty$  в другое (конечное) состояние при  $t = +\infty$ , в каждом из которых может находиться как совокупность «бесконечно» удаленных друг от друга отдельных частиц, так и их комплексов, т. е. связанных состояний. Здесь, таким образом, не используется представление об адиабатическом включении и выключении взаимодействия.

Боголюбовская схема содержит ряд аксиом о структуре набора квантовых амплитуд (т. е. векторов состояния), описывающих асимптотические совокупности частиц, и их трансформационных свойств, а также свойств  $S$ -матрицы.

Наиболее важными среди аксиом являются условия релятивистской инвариантности, унитарности и причинности, сформулированные непосредственно для матрицы рассеяния.

Эта аксиоматика позволила получить большое число строгих следствий общего характера, таких как одномерные спектральные представления одночастичных функций Грина («одетых» пропагаторов), четырех- и пятимерные представления для амплитуды рассеяния (так называемые представления Йоста — Лемана — Дайсона) и, наконец, дисперсионные соотношения для амплитуды пион-нуклонного рассеяния (см. ниже), связывающие между собой только наблюдаемые на опыте величины.

В последующие годы аксиоматическая теория поля получила значительное развитие. В аксиоматическом подходе Уайтмана основным физическим объектом является взаимодействующее квантовое поле, не являющееся непосредственно наблюдаемым объектом. Наоборот, алгебраический подход Хаага — Араки рассматривает совокупность всех «наблюдаемых», т. е. физических величин, измеряемых на опыте.

В рамках таких аксиоматических схем удалось получить несколько общих для квантовой теории поля результатов, например, новое доказательство сформулированной выше в § 6 теоремы *CPT*, а также теоремы о связи спина со статистикой. Здесь следует упомянуть также теорему Хаага, из которой вытекает, что представление взаимодействия квантовой теории поля (т. е. вектор состояния системы квантовых полей в заданный конечный момент времени  $t$ ) существует только в случае, когда всякое взаимодействие отсутствует.

*Дисперсионные соотношения* формально являются следствием теоремы Коши из теории функций комплексного переменного, примененной к амплитуде рассеяния  $f(E)$ , аналитически продолженной на комплексную плоскость переменной энергии  $E \rightarrow z = E + iV$ . Обычно они записываются с помощью интегральных соотношений вида (6.1) между вещественной и мнимой частями амплитуды двухчастичного рассеяния  $f(E) = D(E) + iA(E)$ . В случае рассеяния вперед каждая из них может быть выражена алгебраическими соотношениями

$$D^2(E) + A^2(E) = |f|^2 = d\sigma_0/d\Omega, \quad A(E) = \frac{\sqrt{E^2 - m^2}}{4\pi} \sigma_{\text{tot}}(E)$$

через две непосредственно измеряемые величины — полное эффективное сечение рассеяния  $\sigma_{\text{tot}}$  и дифференциальное сечение рассеяния на нулевой угол  $d\sigma_0/d\Omega = d\sigma(E, \theta=0)/d\Omega$ .

Впервые удалось строго доказать дисперсионные соотношения для пион-нуклонного рассеяния. Для  $(\pi^\pm p)$ -рассеяния вперед они имеют следующий вид

$$D_{\pm}(E) = P_{\pm}(E) + \frac{E^2 - \mu^2}{\pi} \int_{\mu}^{\infty} \frac{dE'}{E'^2 - \mu^2} \left\{ \frac{A_{\pm}(E')}{E' - E} + \frac{A_{\mp}(E')}{E' + E} \right\}, \quad (7.1)$$

где  $P_{\pm}$  — сумма полюсных и полиномиальных по  $E$  вкладов

$$P_{\pm}(E) = \frac{E + \mu}{2\mu} D_{\pm} + \frac{\mu - E}{2\mu} D_{\mp} + \frac{g^2}{2M} \frac{E^2 - \mu^2}{E \pm E_0},$$

содержащая три параметра: пороговые значения амплитуд  $D_{\pm} \equiv D_{\pm}(\mu)$  и константу  $g$ , характеризующую интенсив-

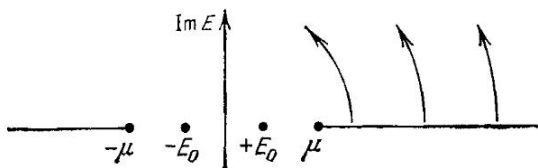


Рис. 1. Структура нефизической области интегрирования в дисперсионных соотношениях для пион-нуклонного рассеяния вперед и схема операции аналитического продолжения из физической области на верхнем берегу правого разреза при  $E > \mu$

ность псевдоскалярного пион-нуклонного взаимодействия юкавского типа. Положение  $E_0$  «однонуклонного» полюса выражается через массы пиона  $\mu$  и нуклона  $M$  соотношением  $E_0 = \mu^2/2M$ .

Как видно, область интегрирования кроме физической части  $E > \mu$  содержит нефизическую область непрерывного спектра при  $E < -\mu$ . Структура операции аналитического продолжения имеет вид, изображенный на рис. 1.

Такое аналитическое продолжение оказывается возможным в силу условия причинности, записанного непосредственно для матрицы рассеяния. При рассмотрении области действительных отрицательных энергий приходится привлекать изотопическую структуру пион-нуклонной амплитуды, связывающую между собой  $(\pi^+ p)$ - и  $(\pi^- p)$ -рассеяние. Отметим еще, что следующий из оптической теоремы

степенной рост  $f(E)$  в области больших  $E$  приводит к тому, что теорему Коши приходится записывать не для самой амплитуды рассеяния, а для выражения  $f(E)/(E^2 - \mu^2)$ , убывающего на бесконечности. Это дает возможность отбросить интеграл по большому кругу в комплексной плоскости энергии и «спуститься» в бесконечно близкую окрестность действительной оси.

Поскольку пороговые характеристики  $D_{\pm}(\mu)$ , также как и функции  $D_{\pm}(E)$ ,  $A_{\pm}(E)$ , при  $E > \mu$  непосредственно определяются из наблюдаемых на опыте сечений, дисперсионные соотношения (7.1) содержат единственный свободный параметр  $g^2$ . Поэтому проверка дисперсионных соотношений состоит в установлении того, что существует такое значение  $g^2$ , для которого левые и правые части обеих формул (7.1) равны друг другу.

Выписанные дисперсионные соотношения сразу после их получения были сравнены с имевшимися опытными данными в доступном тогда интервале энергий. Результаты этой проверки свидетельствовали о хорошем согласии с экспериментом при  $g^2 = 14,7$  — значении, совпадающем с оценками, полученными ранее из реакции фоторождения пионов на нуклонах в околороговой области. Таким образом, общие принципы локальной квантовой теории поля получили прямое экспериментальное подтверждение.

Вслед за строгим доказательством дисперсионных соотношений для  $(\pi N)$ -рассеяния вперед были получены дисперсионные соотношения для амплитуды  $(\pi N)$ -рассеяния при фиксированном значении квадрата переданного импульса  $t = (\Delta p)^2$  в некотором интервале значений  $0 < t < t_{\max}$ , для комптоновского рассеяния на нуклонах, для фоторождения пионов на нуклонах, для ряда процессов рассеяния с участием виртуальных частиц, а также для некоторых неупругих процессов типа 2 частицы  $\rightarrow$  3 частицы.

*Аналитический подход.* Как уже отмечалось выше в § 6, успех метода дисперсионных соотношений привел к возникновению нового взгляда на возможные пути дальнейшего развития теории взаимодействий частиц, который, однако, не получил надлежащего подтверждения впоследствии.

Вместе с тем несомненным существенным вкладом в квантовую теорию поля явилось успешное использование в ней современных математических идей и методов. Доказательство дисперсионных соотношений при отличной от нуля величине переданного импульса потребовало одновременного использования и развития теории обобщенных функций и теории аналитических функций нескольких

переменных. В процессе доказательства Боголюбовым был открыт новый принцип аналитического продолжения обобщенных функций в комплексную область нескольких переменных и доказана теорема «об острей клина», ставшая основой нового направления математической физики.

С этого времени в теоретической физике изменилось представление о строгости рассуждения, значительно повысился его математический стандарт. Круг идей, введенных в физику при доказательстве дисперсионных соотношений, стал основой нового языка квантовой теории поля. Возникло новое представление об амплитуде как о единой аналитической функции нескольких физических переменных, отражающее глубокие связи между, казалось бы, совершенно различными процессами. Такие связи между амплитудами процессов, связанных между собой соотношениями перекрестной симметрии, реализуемые с помощью надлежащего аналитического продолжения, явились отправной точкой многочисленных эвристических схем и построений. Наиболее важные точные результаты, полученные в рамках этого нового аналитического подхода, относятся к строгим ограничениям на асимптотическое поведение амплитуд рассеяния в области высоких энергий. Здесь следует отметить так называемую оценку Фруассара, из которой следует, что полное сечение с ростом энергии не может возрастать быстрее чем  $\ln^2 E$ . Дисперсионные соотношения были использованы Померанчуком при получении теоремы об асимптотическом равенстве полных сечений рассеяния частицы и античастицы на одной и той же мишени в случае выхода этих сечений на постоянные значения. Аппарат теории аналитических функций служит основой полученного А. А. Логуновым, Нгуен Ван Хьеу, И. Т. Тодоровым и О. А. Хрусталевым обобщения теоремы Померанчука на дифференциальные сечения рассеяния частиц и античастиц на одинаковых мишенях.

Аналитический подход к задачам теории сильных взаимодействий лежит в основе ряда полуфеноменологических и приближенных схем, разработанных в 50-х и 60-х годах.

*Применения аналитического метода.* Многие из них так или иначе связаны с двойным спектральным представлением для амплитуды двухчастичного рассеяния. Это представление устанавливает аналитические свойства амплитуды одновременно по двум независимым кинематическим лоренц-инвариантным аргументам. Оно было сформулировано С. Манделштамом в 1958 г. из соображений соответствия с квантовополевой теорией возмущений.



В дальнейшем справедливость двойного спектрального представления была установлена для квантовомеханической задачи рассеяния применительно к определенному классу потенциалов юкавского типа. Однако многочисленные попытки доказать его в рамках квантовой теории поля успеха не имели. Вследствие этого в дальнейшем представление Манделстама рассматривалось либо как правдоподобная гипотеза в рамках квантовой теории поля, либо как независимый постулат (в схеме «аналитической  $S$ -матрицы»).

Условия унитарности для амплитуд рассеяния, записанных с помощью этого представления, приводят к нелинейным соотношениям между их мнимыми частями и спектральными плотностями. Такие соотношения использовались для получения различных приближенных уравнений, в частности, системы уравнений для низших парциальных волн рассеяния в области энергий, где неупругие каналы несущественны. Такие формально замкнутые системы для задач низкоэнергетического рассеяния и взаимопревращения пионов и нуклонов интенсивно исследовались в 60-х годах. Они сыграли полезную роль при упорядочении экспериментальных данных. Однако довольно быстро выяснилось, что получить физически замкнутые описания хотя бы весьма ограниченного круга явлений на этом пути не удастся.

*Полюса Редже.* Двойные спектральные представления существенно использовались в математическом аппарате полуфеноменологической схемы, опирающейся на представления о полюсах и траекториях Редже, которая позволила установить эффективные связи между характеристиками низкоэнергетического рассеяния в одном канале, описываемом 4-хвостной амплитудой, со свойствами высокоэнергетического рассеяния в другом, перекрестном канале. Помимо свойств перекрестной симметрии и аналитичности, здесь привлекаются в качестве наводящих соображений некоторые специфические результаты, полученные Т. Редже в теории нерелятивистского рассеяния на потенциалах юкавского типа. Там, в частности, была установлена плодотворность использования представления непрерывного углового момента  $l$ , получаемого с помощью преобразования Зоммерфельда — Ватсона по переменной косинуса угла рассеяния. В этом представлении связанные и резонансные состояния с одинаковыми квантовыми числами, за исключением значений углового момента, располагаются на некоторых плавных кривых на плоскости переменных энергии  $E$  и  $l$ . Такие кривые получили название траекто-

рий Редже. Амплитуда рассеяния в этом представлении выражается суммой полюсных особенностей вида  $1/(l - \alpha(E))$ , называемых полюсами Редже.

Эта красивая и простая картина, упорядочивающая связанные и резонансные состояния, в виде гипотезы была перенесена Чу и С. Фраучи, а также В. Н. Грибовым в релятивистскую теорию частиц. Будучи дополненной соображениями перекрестной симметрии и используя метод аналитического продолжения, она позволила установить качественно новые связи между параметрами резонансов, лежащих на траектории Редже в одном, прямом, канале, и характеристиками высокоэнергетического дифракционного рассеяния в другом, перекрестном, канале. Сравнение с опытом показало, что угловые моменты адронных резонансов с одинаковыми остальными квантовыми числами действительно имеют тенденцию располагаться на плавных монотонных кривых, близких к прямым линиям, а данные по дифракционному рассеянию в надлежащих перекрестных каналах в ряде случаев удивительно хорошо описываются соответствующими выражениями, содержащими аналитические продолжения траекторий Редже.

В последующие годы предпринимались неоднократные попытки получить обоснование реджевской картины. Однако в рамках локальной квантовой теории поля этого сделать не удалось. Более того, вскоре выяснилось, что в каналах адронного рассеяния с вакуумными квантовыми числами, где должен доминировать так называемый полюс Померанчука, ситуация весьма далека от теории полюсов Редже.

*Правила сумм.* Важным полуфеноменологическим применением аналитического метода явились правила сумм и, особенно так называемые «правила сумм при конечной энергии».

Правила сумм по своей природе тесно связаны с дисперсионными соотношениями и представляют собой прямое следствие теоремы Коши для амплитуд, достаточно быстро убывающих при росте энергии. Они имеют вид интегральных соотношений по энергетической переменной от мнимых частей таких амплитуд. В случае «недостаточно быстрого» убывания рассматриваемой амплитуды оказалось возможным использовать для аппроксимации высокоэнергетического вклада параметризацию мнимой части, основанную на модели полюсов Редже.

Этим путем, комбинируя дисперсионные соотношения при фиксированной передаче импульса с гипотезой об асим-

птотике реджевского типа, Логунов, Л. Д. Соловьев и А. Н. Тавхелидзе, а также К. Иги и С. Мацуда в 1967 г. получили правила сумм при конечной энергии, явно содержащие связь свойств рассеяния в прямом и перекрестном каналах. Эта связь впоследствии привела к возникновению концепции дуальности, которая в свою очередь легла в основу построения дуальных моделей для амплитуд адронного рассеяния, а также явилась стимулом создания струнных механизмов, приводящих к таким дуальным амплитудам.

*Квазипотенциальное уравнение.* Одним из важных строгих результатов аналитического метода явилось интегральное уравнение для матричных элементов двухчастичного рассеяния. Это уравнение, впервые полученное Логуновым и Тавхелидзе в 1963 г., представляет собой прямое обобщение интегральной формы уравнения Шредингера для амплитуды нерелятивистского рассеяния. Входящий в нее аналог потенциала зависит от энергии и называется квазипотенциалом.

Решение этого уравнения итерациями при надлежащем выборе квазипотенциала в точности воспроизводит ряд квантовополевой теории возмущений для релятивистской амплитуды рассеяния с данным лагранжианом взаимодействия.

Физическая важность квазипотенциального уравнения Логунова — Тавхелидзе обусловлена тем, что оно дает основу для различных феноменологических приближений, использующих тот или иной явный вид квазипотенциала. Такие приближения оказались особенно плодотворными в области высокоэнергетического дифракционного рассеяния, где они успешно описывают как общее поведение дифференциальных сечений, так и ряд тонких спиновых эффектов, объясняемых механизмом перерассеяния.

## § 8. От кварков к квантовой хромодинамике

*Составные модели.* Как уже упоминалось в § 6, в течение 50-х годов благодаря прогрессу ускорительной техники было открыто значительное количество новых микрообъектов — странных гиперонов и мезонов, а также резонансных состояний. Их общее число составило несколько десятков. Описание каждого из этих объектов с помощью своего квантового поля приводило в целом к весьма громоздкой картине.

Первой попыткой упростить ситуацию, представив «элементарные» частицы или по крайней мере часть из них в виде комбинаций (а точнее — связанных состояний) меньшего числа более фундаментальных объектов, явилась модель Ферми — Янга конца 40-годов, в которой предполагалось рассматривать пи-мезоны состоящими из нуклонов и антинуклонов.

В работах М. А. Маркова (1955 г.) и С. Сакаты (1956 г.) были построены и исследованы модели, в которых, наряду с протоном и нейтроном, в качестве фундаментальных рассматривались также и открытые к тому времени странные адроны.

В схеме Сакаты использовались протон, нейтрон и  $\Lambda$ -гиперон. Развивая эту схему, Л. Б. Окунь в 1957 г. предположил, что фундаментальным является триплет частиц с квантовыми числами  $p$ ,  $n$  и  $\Lambda$  (но не сами  $p$ ,  $n$  и  $\Lambda$ ), и на этой основе построил нонет псевдоскалярных мезонов, предсказав существование  $\eta$  и  $\eta'$ . Кроме того модель Сакаты — Окуня дала возможность установить изотопические свойства слабых адронных токов, сохранившиеся в современной теории. В дальнейшем эта модель допустила  $SU(3)$ -обобщение для слабых токов и мезонных резонансов, но встретила трудности при описании барионных резонансов.

Ввиду отсутствия квантовополевой теории сильного взаимодействия произвести какие-либо динамические расчеты в рамках этих составных моделей не представлялось возможным, вследствие чего их роль была ограничена полуфеноменологическим упорядочением спектроскопических характеристик адронов и резонансных состояний, в известном смысле дополняющем закономерности, связанные с представлением о реджевских траекториях. Как выяснилось впоследствии, модель Сакаты явилась прототипом кварковой модели.

*$SU(3)$ -симметрия и кварки.* В § 6 мы рассказали о систематике адронов с помощью приближенной симметрии относительно группы  $SU(3)$ . Наблюдаемые октеты и декуплеты адронов соответствуют представлениям группы  $SU(3)$  размерности 8 и 10.

Классификация адронов по представлениям группы  $SU(3)$  приводила к некоторым важным следствиям, касающимся структуры адронов. Прежде всего, в рамках  $SU(3)$ -симметрии все адроны равноправны, и поэтому выделение каких-то одних в качестве более фундаментальных с этой точки зрения не имеет смысла. Кроме того, было непонятно,

что же соответствует фундаментальному представлению группы  $SU(3)$ , которое имеет размерность 3.

Важное предположение было сделано в 1964 г. Гелл-Манном и, независимо, Дж. Цвейгом. Были введены три новых фундаментальных объекта, являющихся «элементарными носителями» квантовых чисел — электрического заряда  $Q$ , барионного заряда  $B$  и странности  $S$ , а также спина  $J$ , за которыми закрепилось название «кварки» (данное Гелл-Манном). Согласно новой гипотезе три кварка  $u$ ,  $d$  и  $s$  реализуют фундаментальное представление группы внутренней симметрии  $SU(3)$ , по некоторым из представлений которой классифицируются наблюдаемые адроны.

Кваркам пришлось приписать дробные значения электрического и барионного зарядов:

| Кварки | $Q$    | $B$   | $S$  | $J$   |
|--------|--------|-------|------|-------|
| $u$    | $2/3$  | $1/3$ | $0$  | $1/2$ |
| $d$    | $-1/3$ | $1/3$ | $0$  | $1/2$ |
| $s$    | $-1/3$ | $1/3$ | $-1$ | $1/2$ |

Таким образом кварки  $q$  были введены как весьма экзотические сущности, весьма далекие от наблюдаемых частиц. Оказалось однако, что если принять, что в природе реализуются лишь тройные комбинации кварков ( $3q$ ) и антикварков ( $3\bar{q}$ ), а также парные комбинации ( $q\bar{q}$ ), то возникает весьма простая схема классификации наблюдаемых барионов, антибарионов и мезонов. В ее основе лежит следующее простое свойство унитарных групп: любое представление группы  $SU(N)$  может быть получено при тензорном умножении фундаментальных представлений.

Ввиду чисто формального характера запретов на существование в природе самих кварков и их остальных комбинаций, например ( $2q$ ) (а также трудностей, связанных с нарушением теоремы Паули о связи спина со статистикой, — см. ниже), введенные таким образом объекты поначалу служили лишь символами, позволяющими получать простым и элегантным образом все адроны со спином 0 и  $1/2$ , а также и резонансные состояния со спином 1 и  $3/2$ .

Нетрудно видеть, каким образом из кварков строятся наблюдаемые адроны.

Приведем в качестве иллюстрации некоторые из них:

| Адроны        | Кварковый состав      | Взаимные ориентации спинов   | Спин адрона | $Q$  | $B$ | $S$  |
|---------------|-----------------------|------------------------------|-------------|------|-----|------|
| $p$           | $uud$                 | $\uparrow\uparrow\downarrow$ | $1/2$       | $1$  | $1$ | $0$  |
| $n$           | $udd$                 | $\uparrow\uparrow\downarrow$ | $1/2$       | $0$  | $1$ | $0$  |
| $\pi^+$       | $u\bar{d}$            | $\uparrow\downarrow$         | $0$         | $1$  | $0$ | $0$  |
| $\pi^0$       | $u\bar{u} + d\bar{d}$ | $\uparrow\downarrow$         | $0$         | $0$  | $0$ | $0$  |
| $\rho^0$      | $u\bar{u} + d\bar{d}$ | $\uparrow\uparrow$           | $1$         | $0$  | $0$ | $0$  |
| $K^0$         | $d\bar{s}$            | $\uparrow\downarrow$         | $0$         | $0$  | $0$ | $1$  |
| $K^+$         | $u\bar{s}$            | $\uparrow\downarrow$         | $0$         | $1$  | $0$ | $1$  |
| $\Delta^{++}$ | $uuu$                 | $\uparrow\uparrow\uparrow$   | $3/2$       | $2$  | $1$ | $0$  |
| $\Omega^-$    | $sss$                 | $\uparrow\uparrow\uparrow$   | $3/2$       | $-1$ | $1$ | $-3$ |

Кварковая модель дает естественное объяснение существованию мультиплетов. Действительно, состояния из кварка и антикварка (необязательно того же типа) можно построить девятью различными способами, получив тем самым синглет и октет мезонов. Аналогично 27 комбинаций, составленных из трех кварков, образуют синглет, 2 октета и декуплет барионов.

Указанное разбиение различных комбинаций на мультиплеты имеет простое обоснование в теории представлений групп. А именно, произведения трехмерных представлений группы  $SU(3)$  раскладываются в прямые суммы представлений этой группы следующим образом:  $3 \times \bar{3} = 1 + 8$ ;  $3 \times 3 \times 3 = 1 + 8 + 8 + 10$ .

Все известные в 60-е годы адроны успешно описывались трехкварковой моделью. В начале 70-х годов для описания некоторых слабых распадов было предположено, что существует также и четвертый кварк, названный «очарованным» (обозначается буквой  $c$ ). Вскоре после этого были открыты  $J/\psi$ -мезоны, которые интерпретируются как связанное состояние  $c\bar{c}$ , а затем и очарованные мезоны  $F$  и  $D$ . К настоящему времени известны 6 типов кварков, т. е. кроме кварков  $u$ ,  $d$ ,  $s$  еще три новых кварка  $c$ ,  $b$ ,  $t$  с зарядами:  $Q_c = 2/3$ ,  $Q_b = -1/3$ ,  $Q_t = 2/3$ . Каждому кварку соответствует присущее только ему квантовое число, которое отличает его от остальных кварков. Эти квантовые числа, фактически нумерующие тип кварка, принято называть «ароматами» кварков.

*Цвет.* Кварковая модель в том виде, о котором до сих пор шла речь, встречается с принципиальной трудностью, связанной с существованием симметричных кварковых состояний. Дело в том, что, приписав кваркам спин  $1/2$  (это требуется для получения наблюдаемых спинов у адронов), мы немедленно придем в противоречие с принципом Паули, поскольку существуют частицы, которые в рассматриваемой модели представляются как комбинация трех одинаковых кварков, находящихся в одном и том же состоянии. Примером могут служить  $\Delta^{++}$ -резонанс (представляется как состояние трех кварков с одинаково направленными спинами —  $(u^\uparrow, u^\uparrow, u^\uparrow)$ ) и  $\Omega^-$ -гиперон —  $(s^\downarrow, s^\downarrow, s^\downarrow)$ . Это, казалось бы, означает нарушение фундаментальной теоремы Паули о связи спина с типом статистики, которая, как отмечалось, вытекает из самых общих принципов, лежащих в основе теории.

Решение этой проблемы было найдено в 1965 году Боголюбовым, Б. В. Струминским и Тавхелидзе, а также М. Ханом и Ё. Намбу, которые предположили существование у кварков некоторого нового квантового числа (за ним впоследствии утвердилось название «цвет»). Отметим, что последним авторам принадлежит также идея введения октета калибровочных векторных полей, переносящих взаимодействие между кварками (т. е. полей глюонов, см. ниже § 9). Цвет каждого кварка может принимать 3 значения (по аналогии с тремя основными цветами видимого спектра их называют красным, синим и желтым). По определению, цвета антикварков являются дополнительными к цветам кварков. Их естественно назвать «антикрасным» (зеленым), «антижелтым» (фиолетовым) и «антисиним» (оранжевым).

Необычность нового квантового числа состоит в том, что цветовая степень свободы у наблюдаемых частиц отсутствует. Это можно получить, только предположив, что для реальных адронов (барионов и мезонов) цвета составляющих их кварков взаимно компенсируются, и в результате адроны оказываются бесцветными.

Здесь уместно сделать замечание относительно используемой терминологии. Разумеется, введенная характеристика кварков не имеет ничего общего с настоящим цветом, который определяется длиной волны испускаемого электромагнитного излучения. Основанием для выбора такого термина может служить, однако, аналогия с теорией цветового зрения, где сложение в равных долях трех дополнительных цветов дает белый цвет. Указанное свойство можно нагляд-

но представить как результат векторного сложения цветов (см. рис. 2).

В новой картине кварки, образующие адроны, в частности,  $\Delta^{++}$  и  $\Omega^-$ , различаются цветами, поэтому теперь никакого противоречия с принципом Паули не возникает. Заметим, кстати, что в этой схеме возможно существование кварков как с дробными, так и с целыми зарядами, однако наиболее популярным является все же первый вариант.

Ненаблюдаемость цвета означает отсутствие выделенного направления в некотором абстрактном (цветовом) пространстве, т. е. инвариантность относительно поворотов этого пространства. Постулируется, что группой цветовой симметрии является группа  $SU_c(3)$ , в обозначении которой часто пишется индекс «с» (от английского «colour» — цвет), чтобы избежать путаницы с группой приближенной симметрии по кварковым ароматам. В этом случае трехцветные кварки осуществляют



Рис. 2. Диаграмма векторного сложения цветов

фундаментальное представление группы цветовой симметрии, и более «элементарных» цветовых объектов не существует.

Волновые функции адронов, представляющие собой инварианты указанных преобразований, выбираются в виде

Волновые функции адронов, представляющие собой инварианты указанных преобразований, выбираются в виде

$$|\text{мезон}\rangle \sim \sum_{\text{по цвету } i} |q^i \bar{q}^i\rangle; \quad |\text{барион}\rangle \sim \sum_{\substack{\text{по цветам} \\ i, j, k}} \varepsilon_{ijk} |q^i q^j q^k\rangle,$$

где  $\varepsilon_{ijk}$  — полностью антисимметричный тензор.

Тот факт, что наблюдаемые адроны бесцветны, на языке теории представлений означает, что они принадлежат синглетному представлению группы  $SU_c(3)$ , которое встречается при разложении соответствующих произведений представлений:  $3 \times \bar{3} = 1 + 8$ ,  $3 \times 3 \times 3 = 1 + 8 + 8 + 10$ . На этом языке становится понятно, почему бесцветные состояния невозможно образовать из двух, четырех и т. д. кварков. В этом случае синглетное представление не встречается в разложении соответствующих произведений:  $3 \times 3 = 6 + \bar{3}$  и т. д.

Хотя цвет в природе явно не наблюдается, тем не менее, существует ряд экспериментальных указаний на трехцветность кварков. Мы расскажем о них в гл. VI, посвященной



квантовой хромодинамике. Требование локальной  $SU_c(3)$ -симметрии служит в этой теории принципом, определяющим механизм взаимодействия.

*Партонь.* Для описанной выше систематики адронов кварки достаточно было считать некоторыми формальными объектами, с помощью которых можно было построить состояния, имеющие дискретные характеристики адронов. После решения проблемы со статистикой в середине 60-х годов в работах Боголюбова с сотрудниками были предложены первые динамические кварковые модели. Последующие исследования и особенно исследования процессов с большими передачами импульса, в которых проявляется внутренняя структура адронов, сопоставили кваркам реальное физическое содержание.

При возрастании энергии взаимодействующих частиц, благодаря тому, что открываются все новые и новые неупругие каналы, значительно увеличивается число вторичных частиц, возникающих в результате столкновения. Разнообразие возможных процессов взаимных превращений, сложность наблюдения большого числа продуктов реакций существенно затрудняют теоретический анализ опытных данных по адрон-адронным взаимодействиям.

В этих условиях оказался весьма плодотворным новый метод изучения неупругих процессов высокоэнергетического взаимодействия, предложенный в 1967 г. Логуновым. Основа данного метода состоит в том, что в конечном состоянии выделяют небольшое число частиц заданного сорта, которые лишь и регистрируются на опыте. По вероятностям рождения (любого числа) всех остальных частиц производится суммирование. Получаемые в результате этого суммирования сечения называются инклюзивными.

Плодотворность инклюзивного подхода в полной мере проявилась при обработке экспериментов по глубоконеупругому рассеянию электрона на протоне (когда электрон передает протону энергию и импульс, много большие массы последнего), выполненных в 1968 г. на ускорителе СЛАК в Калифорнии, а также при анализе данных по высокоэнергетическому протон-протонному рассеянию, полученных в 1969 г. в Серпухове. Было обнаружено свойство самоподобия или автомодельности (называемое также «скейлингом») инклюзивных сечений, свидетельствующее об отсутствии характерного размера или шкалы масс в адронной физике в области нескольких ГэВ.

Экспериментальное открытие скейлинга позволило Фейнману в 1969 г. выдвинуть партонную модель строения адрон-

нов. Согласно этой модели нуклон, участвующий в высокоэнергетических глубоконеупругих процессах, следует представлять состоящим из дискретных рассеивающих центров — партонов, которые с достаточной степенью точности можно считать точечными, т. е. не имеющими размеров.

Эта картина перекликается с идеями Маркова, который еще в 1964 г. показал, что при доминирующей роли неупругих каналов полное сечение лептон-адронного высокоэнергетического рассеяния подобно сечению процесса на точечной частице и не содержит зависимости от эффективного размера нуклона.

В начале 70-х годов Боголюбов, В. С. Владимиров и Тавхелидзе доказали, что автомодельное поведение амплитуд не противоречит общим принципам локальной квантовой теории поля.

В дальнейшем партонная картина строения адронов получила подтверждение в глубоконеупругом рассеянии нейтрино и антинейтрино на нуклонах. Удалось также получить некоторую информацию о квантовых числах партонов. Было установлено, что заряженные партоны имеют спин  $1/2$ . Это привело к предположению, что заряженные партоны можно отождествить с кварками.

Важным аргументом в пользу такого отождествления явилась справедливость предложенных в 1973 г. В. А. Матвеевым, Р. М. Мурадяном и Тавхелидзе формул «кваркового счета». Правила кваркового счета, полученные на основе соображений автомодельности и представлений о составной структуре адронов, определяют характер энергетической зависимости дифференциального поперечного сечения произвольной бинарной реакции с участием адронов при высокоэнергетическом рассеянии на большие углы, а также асимптотику формфакторов при больших значениях переданного импульса.

В целом кварк-партонная модель адронов, объяснившая ряд важных наблюдаемых закономерностей, явилась существенным этапом на пути к созданию квантовополевой теории сильных взаимодействий — квантовой хромодинамике, описание которой содержится ниже в главе VI.

## § 9. Калибровочные поля и взаимодействия

*Поля Янга — Миллса.* В этом параграфе мы расскажем об истории развития теории калибровочных полей — важного направления в квантовой теории поля, в рамках которого в последние годы были достигнуты значительные успехи

хи в понимании природы взаимодействий частиц. В основе этой теории лежит принцип локальной калибровочной симметрии. Данный принцип представляет собой принцип относительности в зарядовом пространстве. Впервые он был использован Фоком в 1926 г., когда ему удалось показать, что уравнение Клейна — Фока — Гордона для частицы в электромагнитном поле является инвариантным относительно одновременного фазового преобразования  $\psi$ -функции и градиентного преобразования потенциала электромагнитного поля

$$\psi(x) \rightarrow \psi(x) e^{ief(x)}, \quad A_v(x) \rightarrow A_v(x) + \partial_v f(x).$$

В 1954 году Янг и Р. Миллс обобщили принцип локальной калибровочной симметрии на группу  $SU(2)$  изотопических преобразований. Они показали, что для того, чтобы добиться инвариантности относительно локальных фазовых преобразований, имеющих изотопическую структуру, следует заменить в свободном лагранжиане обычные производные полей на так называемые ковариантные, которые содержат новое векторное поле  $B_\mu$ . (Такая процедура носит название «удлинения производных».) При этом возникает взаимодействие первоначальных полей, которые иногда называют полями материи, с полем  $B_\mu$ . Данное поле, являющееся обобщением электромагнитного поля на случай неабелевой группы  $SU(2)$ , преобразуется по присоединенному представлению указанной группы. В отличие от уравнений Максвелла, уравнения движения поля  $B_\mu$  нелинейны, что физически соответствует самодействию этого поля.

Построение Янга — Миллса может быть перенесено на более сложные группы преобразований. Вводимые при этом векторные поля получили название калибровочных полей или полей Янга — Миллса. Совокупность локальных фазовых преобразований полей материи и соответствующих преобразований векторных калибровочных полей называется калибровочными преобразованиями.

Подобно введению электромагнитного взаимодействия, удлинение производных в случае неабелевых групп локальной симметрии сопровождается появлением, помимо векторного поля, некоторой константы, характеризующей взаимодействие всех полей материи с калибровочным полем.

Каждой калибровочной группе отвечает некоторый набор полей материи, преобразующихся по ее различным представлениям и взаимодействующих с получаемым надлежащим удлинением производных калибровочным векторным полем, а через его посредство и друг с другом. Возникает

модель взаимодействия совокупности полей, содержащая всего одну константу связи. Привлекательность такой картины осложняется рядом обстоятельств.

Во-первых, неабелевы калибровочные поля, подобно электромагнитному полю, являются безмассовыми, так как массовый член нарушает калибровочную инвариантность. Это свойство существенно ограничивает непосредственное физическое применение.

Во-вторых, поля Янга — Миллса, как и электромагнитное поле, содержат нефизические степени свободы, вследствие чего представляют собой системы со связями. К тому же самодействие перепутывает физические степени свободы с нефизическими. Все это сильно осложняет процедуру их квантования.

*Квантование.* На специфику квантования неабелевых калибровочных полей в 1963 г. впервые обратил внимание Фейнман. Он показал, что если сопоставить полю Янга — Миллса обычный пропагатор безмассового векторного поля, то построенная с его помощью  $S$ -матрица окажется неунитарной. Последовательная схема квантования была построена в 1967 г. Л. Д. Фаддеевым и В. Н. Поповым, а также независимо Б. Де Виттом. При квантовании калибровочных полей особенно удобным оказался подход, в котором квантовая динамика описывается континуальным интегралом — своего рода непрерывной суммой по всем полевым конфигурациям. С понятием континуального интеграла мы познакомимся в § 14. Здесь отметим лишь, что этот объект обладает алгебраическими свойствами обычного интеграла и позволяет выполнять интегрирование по частям, а также производить замену переменных интегрирования. Последнее свойство особенно важно для процедуры квантования калибровочных полей, в которой для исключения связей требуется интегрировать не по всем полевым конфигурациям, а только по калибровочно эквивалентным классам полей.

*Массивные векторные поля и эффект Хиггса.* Как уже говорилось, безмассовость калибровочных полей затрудняла возможную физическую интерпретацию теории, поскольку никаких безмассовых частиц со спином 1, кроме фотона, известно не было.

Интересная возможность появляется в моделях, в которых калибровочная инвариантность нарушается спонтанно. В начале 60-х годов явление спонтанного нарушения симметрии в квантовой теории поля интенсивно исследовалось в работах Намбу, В. Г. Вакса и А. И. Ларкина, Дж. Голд-

стоуна, Г. Иона-Ласинио, которые использовали идеи Боголюбова о спонтанном нарушении симметрии в квантовой статистике. В 1964 г. П. Хиггс, а также ряд других авторов показали, что в моделях со спонтанным нарушением локальной симметрии можно получить массу у калибровочного векторного поля. Отметим, что этот, как его называют, механизм Хиггса является аналогом известного в феноменологической теории сверхпроводимости эффекта В. Л. Гинзбурга — Ландау, приводящего к возникновению щели в энергетическом спектре электронов.

В 1971 г. Г. т'Хоофт показал, что общие методы квантования безмассовых полей Янга — Миллса практически без изменения переносятся на случай спонтанно нарушенной симметрии.

*Электрослабые взаимодействия.* После открытия механизма возникновения массы у калибровочных векторных бозонов с помощью спонтанного нарушения симметрии стало возможным построение калибровочной теории слабых взаимодействий. Среди предлагавшихся моделей в дальнейшем получила подтверждение созданная в 1967 г. С. Вайнбергом и независимо А. Саламом объединенная теория электромагнитных и слабых взаимодействий, в которой электромагнитное поле и поле промежуточного векторного бозона, переносящего слабое взаимодействие, объединялись в мультиплет полей Янга — Миллса, соответствующий группе  $SU(2) \times U(1)$ . Различие в свойствах полей получалось в этой модели с помощью спонтанного нарушения симметрии.

*Перенормировка.* В начале 70-х годов А. А. Славновым были развиты методы инвариантной регуляризации и перенормировки для теории калибровочных полей. В дальнейшем они были распространены на случай, когда на основе спонтанного нарушения симметрии калибровочные поля приобретают массу. Т'Хоофтом и М. Вельтманом была разработана техника новой, размерной регуляризации, оказавшейся весьма удобной для расчета перенормированных диаграмм. Тем самым было, в основном, завершено построение теории возмущений для конечной и унитарной матрицы рассеяния в теориях, содержащих калибровочные поля.

*Асимптотическая свобода и квантовая хромодинамика.* Калибровочные теории обладают важным свойством, называемым асимптотической свободой, открытым в 1973 г. Д. Гроссом, Ф. Вилчеком и независимо Х. Политцером. Оно состоит в том, что интенсивность взаимодействия, переносимого неабелевыми калибровочными полями, стре-

мится к нулю при неограниченном увеличении переданного при взаимодействии импульса. Именно такой характер поведения интенсивности взаимодействия между кварками — партонами наилучшим образом согласуется с тем, что наблюдается на опыте.

После этого открытия в середине 70-х годов сложилась современная квантовополевая модель межкварковых взаимодействий, получившая название «квантовая хромодинамика». В ее основе лежит предположение о существовании в природе локальной цветовой  $SU_c(3)$ -симметрии. Кванты соответствующего калибровочного поля, переносящие взаимодействие между кварками, называются глюонами. При интерпретации квантовой хромодинамики с точки зрения партонной картины им отводится роль электрически нейтральных партонов, на которые, как следует из экспериментальных данных, приходится около половины импульса адрона. Взаимодействие адронов представляется теперь сложным процессом взаимодействия составляющих их кварков и глюонов.

В настоящее время квантовая хромодинамика находится в согласии со всеми известными экспериментальными данными.

Более подробное обсуждение структуры и свойств модели Вайнберга — Салама и квантовой хромодинамики, а также их экспериментального статуса читатель найдет в главах V и VI.

*Калибровочные взаимодействия.* Итак, мы видим, что электромагнитное, слабое и сильное взаимодействия успешно описываются квантовополевыми моделями калибровочного типа. Как показал в 1956 г. Р. Утияма, подобным образом может быть также введено и гравитационное взаимодействие. Для этого следует расширить понятие калибровочной инвариантности и рассмотреть локальную версию группы Пуанкаре, т. е. такую группу преобразований, которая получается заменой параметров исходной группы набором произвольных функций. На этом пути можно получить уравнения общей теории относительности, причем гравитационное поле возникает как калибровочное.

Таким образом, на смену эвристическому способу описания взаимодействия частиц и соответствующих полей в современной теории пришел единый принцип построения динамики фундаментальных взаимодействий, который предполагает, что в основе каждого взаимодействия полей лежит некоторая симметрия. Эта симметрия, будучи локализована, приводит к необходимости введения соответствующей

щего калибровочного поля, ответственного за данный механизм взаимодействия. В такой постановке вопрос о природе взаимодействий заменяется вопросом о природе симметрий.

Следует оговориться, что этот принцип пока еще не удастся реализовать «в чистом виде». Как в модели электро-слабых взаимодействий, так и в теориях новых гипотетических взаимодействий, о которых мы расскажем в заключительной главе, с помощью калибровочного принципа не удастся описать всех деталей динамики. Взаимодействия юкавского типа и четверное самодействие скалярных полей играют в указанных моделях хотя и вспомогательную, но достаточно важную роль, приводя, например, к появлению масс у квантов калибровочных полей.

## ОТ ПЕРЕНОРМИРОВОК К РЕНОРМГРУППЕ

Как уже говорилось в предыдущей главе, 40-е и 50-е годы ознаменовались значительным прогрессом в развитии методов квантовой теории поля. Наиболее важный шаг состоял в решении проблемы устранения ультрафиолетовых расходимостей. Ему предшествовало построение ковариантной теории возмущений и реализация на ее основе идеи перенормировок. Завершающим аккордом этого периода явилось открытие ренормализационной группы и создание мощного вычислительного аппарата — метода ренормгруппы, значение которого в полной мере проявилось в 70-е и 80-е годы. Ввиду особой важности этих вопросов, лежащих в основе современной локальной квантовой теории поля, мы рассмотрим их более подробно в данной главе.

## § 10. Ковариантная теория возмущений

*Постановка задачи.* При формулировке задачи взаимодействия в квантовой теории полей, как и в квантовой механике, обычно исходят из уравнения Шредингера

$$i \frac{\partial \psi(t)}{\partial t} = H \psi(t), \quad (10.1)$$

в котором полный гамильтониан системы полей  $H$  представляет собой сумму гамильтониана свободного движения  $H_0$  и гамильтониана взаимодействия  $H_1$ . Поскольку, как правило, получить точное решение этого уравнения не удастся, используют метод теории возмущений, основываясь на исходном приближении свободных невзаимодействующих полей. При этом приходится рассматривать взаимодействие как некоторый фактор, мало меняющий свойства физической системы — фактор, который может «включаться» и «выключаться». На первый взгляд такая постановка вопроса как будто кажется допустимой.

Однако даже свободные частицы взаимодействуют с создаваемыми ими полями. В квантовом случае, как известно,



частицы взаимодействуют с вакуумом, как со своего рода физической средой. Несмотря на возможную слабость взаимодействия, благодаря малости размеров частиц, эффекты взаимодействия оказываются большими, а в пределе точечных частиц — бесконечными.

Поэтому использование концепции «голых», т. е. не взаимодействующих даже с вакуумом, частиц является слабым местом схемы теории возмущений, и представляется желательным иметь дело с самого начала с реальными взаимодействующими частицами и соответствующими квантовыми полями. Такая программа в известной степени реализуется при так называемом аксиоматическом построении квантовой теории поля (см. § 7, а также конец этого параграфа), а также при использовании представления функционального интеграла (см. § 14 и 20).

В стандартной же форме квантовой полевой теории возмущений, символом которой является фейнмановская диаграмма, приходится рассматривать переход от «голых» частиц к «физическим». Данный переход осложняется необходимостью устранения возникающих при этом ультрафиолетовых расходимостей, что достигается специальной процедурой, известной как перенормировка бесконечностей.

*Матрица рассеяния.* Ковариантная форма квантовой полевой теории возмущений, как уже говорилось в § 5, основана на использовании так называемой матрицы рассеяния.

Пусть изучается процесс, в начале и в конце которого имеются лишь далеко отстоящие друг от друга частицы, которые можно считать свободными. Обозначим волновую функцию начального состояния через  $\psi(-\infty)$ , а функцию конечного — через  $\psi(\infty)$  и свяжем их соотношением

$$\psi(\infty) = S\psi(-\infty).$$

Введенная таким способом величина  $S$  называется матрицей (или оператором) рассеяния. Квадраты ее матричных элементов определяют вероятности переходов и эффективные сечения возможных процессов рассеяния и взаимного превращения частиц.

Для определения матрицы рассеяния с помощью уравнения Шредингера в нем сначала переходят к другому представлению — так называемому представлению взаимодействия, в котором временная зависимость, связанная с динамикой взаимодействия, сосредоточена в волновой функции, а гамильтониан сводится к гамильтониану взаимодействия, зависящему от операторных функций, удовлетворяющих однородным уравнениям свободных полей.

Новое уравнение решают методом последовательных приближений. В найденной таким способом волновой функции  $\psi(t)$  переходят к пределу  $t \rightarrow \infty$  и получают для  $S$  выражение в виде ряда  $S = 1 + \sum_{n \geq 1} S_n$ ,  $n$ -й член которого  $S_n$  пропорционален соответствующей степени гамильтониана взаимодействия. С учетом того, что для моделей, не содержащих производных от функций в лагранжиане взаимодействия, гамильтониан отличается от функции Лагранжа лишь знаком,

$$H(t) = -L(t) = - \int \mathcal{L}(x) d\bar{x},$$

$S_n$  можно также записать через лагранжиан взаимодействия следующим образом:  $S_n = \frac{i^n}{n!} \int dx_1 \dots \int dx_n T \{ \mathcal{L}(x_1) \dots \mathcal{L}(x_n) \}$ ,

где через  $\int dx$  обозначено интегрирование по всему пространству — времени, а  $T$  — символ хронологического упорядочения, означающий, что входящие в произведение полевые операторы берутся в порядке убывания временных аргументов  $x_k^0$ . Например,  $T \{ A(x) B(y) \} = A(x) B(y)$ , если  $x^0 > y^0$ ;  $T \{ A(x) B(y) \} = B(y) A(x)$ , если  $y^0 > x^0$ .

Таким образом, нековариантная величина — волновая функция  $\psi(t)$ , характеризующая систему в данный момент времени  $t$ , в формализме  $S$ -матрицы не фигурирует вообще, а саму матрицу рассеяния, определенную как оператор эволюции системы за бесконечно большой интервал времени, оказывается возможным выразить ковариантным образом через лагранжиан взаимодействия  $\mathcal{L}$ . Хронологические произведения лагранжианов сводятся к хронологическим произведениям соответствующих полей, а матричные элементы  $S$ -матрицы выражаются через вакуумные средние от хронологических произведений операторных полевых функций. На этой основе вводятся простые правила построения матричных элементов, связанные с наглядными физическими образами — диаграммами Фейнмана.

**Правила Фейнмана.** Диаграммы Фейнмана, взятые в координатно-временном представлении, как бы изображают движение частиц между актами их взаимодействий. Акты взаимодействий обозначаются точками (вершинами диаграмм), а процессы распространения частиц — линиями. По специальным правилам (называемым правилами Фейнмана) каждому графическому элементу отвечает множитель в соответствующем слагаемом матрицы рассеяния. Наиболее важным является тот факт, что функции, отвечающие дви-

жениям частиц, оказываются функциями Грина уравнений движения для соответствующих полей со специальными граничными условиями. Это так называемые пропагаторы Штюкельберга — Фейнмана, которые могут быть определены как вакуумные ожидания от хронологических произведений двух полевых операторов. Их называют также причинными функциями Грина. Они одновременно описывают

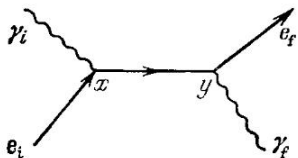


Рис. 3. Одна из двух диаграмм комптоновского рассеяния фотона на электроне во втором порядке теории возмущений

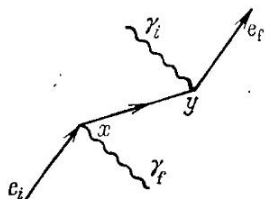


Рис. 4. Другая диаграмма второго порядка, соответствующая рассеянию фотона на электроне

движение частиц и их античастиц во взаимно противоположных направлениях. Например, пропагатор электрон-позитронного поля

$$S^c(x-y) = i \langle T \psi(x) \bar{\psi}(y) \rangle_0,$$

удовлетворяющий неоднородному уравнению Дирака

$$(i\gamma^\nu \partial_\nu - m) S^c(x-y) = -\delta(x-y), \quad \partial_\nu \equiv \frac{\partial}{\partial x^\nu},$$

может быть представлен в виде интеграла Фурье

$$S^c(x) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int \frac{m + \hat{p}}{m^2 - p^2 - i\varepsilon} e^{-ipx} dp, \quad \hat{p} \equiv p^\nu \gamma_\nu$$

(в знаменателе которого бесконечно малая добавка  $\sim \varepsilon \rightarrow +0$  отражает упомянутые выше граничные условия) и при  $x^0 < y^0$  отвечает движению электрона из точки  $x$  в точку  $y$ , а при  $x^0 > y^0$  — движению позитрона из  $y$  в  $x$ .

Для иллюстрации рассмотрим процесс комптоновского рассеяния  $\gamma_i + e_i \rightarrow \gamma_f + e_f$ . В нижнем, втором порядке теории возмущений он изображается двумя диаграммами, приведенными на рис. 3 и 4. Диаграмма 4 одновременно учитывает две возможности. При  $x^0 < y^0$  сначала в точке  $x$  первоначальный электрон  $e_i$  испускает конечный фотон  $\gamma_i$

и превращается при этом в виртуальный электрон, который движется из  $x$  в  $y$ . Затем в точке  $y$  виртуальный электрон поглощает начальный фотон  $\gamma_i$  и превращается в конечный электрон  $e_f$ . Если же  $x^0 > y^0$ , то порядок и характер событий меняются (см. рис. 5). Сначала в точке  $y$  фотон начального состояния  $\gamma_i$  превращается в пару, состоящую из

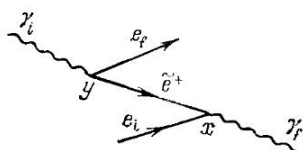


Рис. 5. Расшифровка диаграммы рис. 4 в случае, когда в промежуточном состоянии находится позитрон

конечного электрона  $e_f$  и виртуального позитрона, который затем в точке  $x$  аннигилирует с начальным электроном  $e_i$ , превращаясь в конечный фотон  $\gamma_f$ .

При рассмотрении матричных элементов более удобными оказываются диаграммы и правила Фейнмана в импульсном представлении. Примеры подобных диаграмм имеются

в следующем параграфе. В правилах импульсного представления весьма существенным является то, что каждому топологически замкнутому объекту — петле соответствует интеграл по надлежащему 4-импульсу, см. ниже диаграмму рис. 6. Ковариантная теория возмущений для матрицы рассеяния, использующая диаграммы Фейнмана, значительно упростила технику вычислений по теории возмущений, облегчила проведение программы перенормировок и в дальнейшем вышла за рамки квантовой теории поля.

**Аксиоматическая схема Боголюбова.** Анализ структуры расходимостей и формулировка техники их устранения оказались более простыми в рамках особой, разработанной в начале 50-х годов Боголюбовым схемы, в которой  $S$ -матрица вводится аксиоматически, без обращения к гамильтониану и уравнению Шредингера.

В данном подходе  $S$ -матрица определяется из физических условий ковариантности, унитарности и причинности, которым она удовлетворяет. Особое место занимает условие причинности. Интуитивно смысл этого условия достаточно очевиден — на эволюцию любой системы могут оказывать влияние лишь события, происходящие в предшествующие моменты времени. Однако его формулировка в локальной квантовой теории поля требует установления нетривиальных пространственно-временных соотношений.

Для формулировки условия причинности вводится обобщенная матрица рассеяния  $S(g)$ , соответствующая формально «включению» взаимодействия в пространственно-вре-

менной области, характеризуемой функцией области  $g(x)$ . Матрица  $S(g)$  является функционалом от  $g(x)$ , а само условие причинности Боголюбова формулируется в терминах ее функциональных производных по  $g(x)$ . Физическая матрица рассеяния соответствует случаю, когда  $g(x)=1$  во всем бесконечном пространственно-временном континууме. Это построение матрицы рассеяния исторически явилось первой аксиоматической конструкцией в квантовой теории поля. В дальнейшем оно сыграло важную роль при доказательстве дисперсионных соотношений.

## § 11. Расходимости и перенормировки

*Ультрафиолетовые расходимости.* Специфическая трудность квантовой теории поля состоит в наличии в ней так называемых ультрафиолетовых расходимостей. При вычислениях по квантовомеханической теории возмущений приходится суммировать по всевозможным промежуточным состояниям рассматриваемой физической системы. В КТП эти состояния содержат дополнительные по отношению к начальному и конечному состояниям виртуальные частицы. Соответствующие суммы превращаются в интегралы по всем значениям энергий и импульсов  $k = (k_0, \mathbf{k})$  промежуточных состояний системы частиц.

Обратимся к процессу комптоновского рассеяния фотона на электроне. Его матричный элемент в наинизшем, втором порядке теории возмущений содержит вклад от диаграммы, изображенной на рис. 3. Полагая, что стрела времени направлена слева направо, видим, что после первого акта взаимодействия в точке  $x$  начальные фотон  $\gamma_1$  и электрон  $e_1^-$  превращаются в одну частицу — виртуальный электрон  $e^-$ , который в точке  $y$  распадается на конечные фотон  $\gamma_2$  и электрон  $e_2^-$ .

Сумма вкладов второго порядка, пропорциональных квадрату электрического заряда, т. е. первой степени постоянной тонкой структуры  $\alpha = e^2/\hbar c$ , образует матричный элемент  $\alpha M_2$ , квадрат которого приводит к известной формуле Клейна — Нишины — Тамма.

Заметим, что 4-импульс виртуального электрона  $e^-$  полностью определен кинематикой процесса, вследствие чего матричный элемент  $\alpha M_2$  никаких интегрирований не содержит. Однако в следующем, отличном от нуля, четвертом порядке теории возмущений положение существенно меняется. Матричный элемент  $\alpha^2 M_4$  содержит вклад, отвечающий диаграмме рисунка 6. Последовательность

элементарных взаимодействий на рис. 6

$$(1) \quad e_1^- \rightarrow \tilde{e}_1 + \tilde{\gamma}, \quad (2) \quad \gamma_1 + e_1^- \rightarrow \tilde{e}_2, \\ (3) \quad \tilde{\gamma} + \tilde{e}_2 \rightarrow \tilde{e}_3, \quad (4) \quad \tilde{e}_3 \rightarrow \gamma_2 + e_2^-$$

такова, что промежуточное состояние, возникающее после первого из них, содержит виртуальный фотон, 4-импульс  $\tilde{k}$  которого полностью не определен. Этот фотон  $\tilde{\gamma}$  присутствует и в следующем промежуточном состоянии между

взаимодействиями (2) и (3). По всем возможным значениям компонент  $k_\nu$  необходимо провести суммирование. Поэтому матричный элемент  $M_4$  выражается через интеграл по 4-импульсу  $\tilde{k}$ . И этот интеграл оказывается расходящимся! Вычислить радиационную поправку к формуле Клейна — Нишины — Тамма, пропорциональную выражению  $\alpha^3 (M_2 \dot{M}_4 + M_4 \dot{M}_2)$ , оказалось невозможным.

Расходимость подобных интегралов, входящих в радиа-

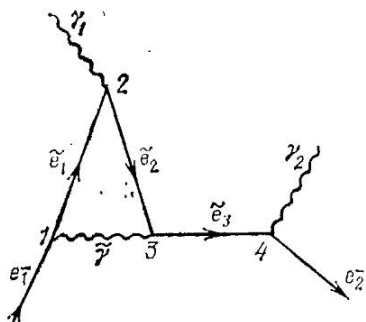


Рис. 6. Одна из диаграмм комптоновского рассеяния фотона на электроне в четвертом порядке теории возмущений

ционные поправки матричных элементов различных процессов, в области больших значений виртуальных импульсов является не исключением, а правилом. Формальная причина состоит в недостаточно быстром убывании подынтегральных выражений при  $|k_\nu| \rightarrow \infty$ . Так, замкнутой петле с тремя вершинами в левой части диаграммы рис. 6 в импульсном представлении соответствует интеграл

$$\Gamma_\mu(p, q) = \int \frac{d^4 k}{k^2} \frac{m + \hat{p} - \hat{k}}{m^2 - (p - k)^2} \gamma_\mu \frac{m + \hat{p} + \hat{q} - \hat{k}}{m^2 - (p + q - k)^2}; \\ \hat{k} \equiv \sum_\nu \gamma^\nu k_\nu, \quad (11.1)$$

где  $p$  и  $q$  — импульсы начальных электрона и фотона. Как видно, подынтегральное выражение содержит вторую степень компонент импульса интегрирования в числителе и шестую — в знаменателе. Вследствие этого интеграл расходится на верхнем пределе, т. е. в области больших значений импульсов  $k$ .

Область расходимости таких интегралов в квантовой электродинамике отвечает большим, ультрафиолетовым зна-

чениям частот виртуальных фотонов  $\omega = k_0 c / \hbar$ . С другой стороны, поскольку 4-импульсное и пространственно-координатное представления связаны между собой преобразованием Фурье, то в силу известных свойств этого преобразования большим импульсам  $|k|$  соответствуют малые расстояния  $r \sim \hbar / |k|$  в обычном пространстве. Поэтому ультрафиолетовые расходимости обусловлены свойствами механизма взаимодействия на малых пространственно-временных расстояниях, точнее — локальностью взаимодействия квантовых волновых полей.

В связи с этим уместно напомнить, что и в классической электродинамике имеется хорошо известная трудность, связанная с точечностью электрона. Энергия электромагнитного поля, создаваемого точечным зарядом, как уже говорилось в § 5, оказывается бесконечной. Энергию поля согласно соотношению  $E = mc^2$  соотносят полевой добавке к массе электрона. Квантовополевые ультрафиолетовые расходимости являются релятивистским квантовым аналогом этой бесконечной полевой массы классического точечного электрона.

*Регуляризация.* В дальнейшем при обсуждении расходящихся интегралов мы будем характеризовать степень расходимости зависимостью от воображаемого верхнего предела  $\Lambda$ , соответствующего ультрафиолетовому обрезанию области 4-интегрирования условием вида  $|k_v| \leq \Lambda$ . Условное вспомогательное представление расходящихся интегралов типа  $\Gamma_\mu$  сходящимися выражениями, содержащими дополнительные параметры, называется регуляризацией. Регуляризация удобна и важна тем, что позволяет на промежуточных этапах вычислений оперировать с конечными выражениями. Разумеется, для возвращения к реальному случаю в конце вычислений регуляризацию надо убрать. В случае регуляризации обрезанием при этом параметр регуляризации  $\Lambda$  устремляют к бесконечности.

Заметим, что в КТП используются и другие виды регуляризаций: регуляризация Паули — Вилларса, аналитическая регуляризация, а также размерная регуляризация т'Хоофта — Вельтмана, состоящая в замене интеграла по 4-импульсному многообразию некоторой символической операцией, формально соответствующей интегрированию в пространстве импульсов по нецелому числу измерений  $D = 4 - 2\varepsilon$ , меньшему четырех. Параметром регуляризации здесь является бесконечно малая величина  $\varepsilon$ , а снятие регуляризации достигается устремлением  $\varepsilon$  к нулю. В последние годы размерная регуляризация получила широкое

распространение ввиду ее преимуществ при вычислениях в теориях, обладающих симметриями калибровочного типа, а также из-за ее технической простоты.

*Перенормировки в квантовой электродинамике.* В квантовой электродинамике оказывается возможным выделить и собрать все расходящиеся величины в небольшое число структур, которые, в конечном счете, могут быть интерпретированы как полевые добавки  $\delta m$  и  $\delta e$  к массе и заряду электрона. Так, например, расходящийся интеграл  $\Gamma_\mu(p, q)$ , соответствующий формуле (11.1), удастся представить в виде суммы конечной функции  $\tilde{\Gamma}_\mu(p, q)$  от импульсов начальных частиц и расходящейся постоянной  $C$ , умноженной на матрицу Дирака  $\gamma_\mu$ . Часть матричного элемента  $\alpha^2 M_4$ , содержащая эту константу,  $\alpha^2 C \gamma_\mu$ , по своей функциональной и матричной структуре не отличается от матричного элемента низшего порядка  $\alpha M_2$ . Поэтому ее можно формально «вынести» из четвертого порядка во второй, а сумму, возникшую там,

$$\alpha M_2 + \alpha^2 C M_2 = (\alpha + \delta\alpha) M_2, \quad \delta\alpha = \alpha^2 C,$$

представить как результат изменения заряда электрона, поскольку

$$\hbar c (\alpha + \delta\alpha) \approx (e + \delta e)^2, \quad \text{где } 2e\delta e = \hbar c \cdot \delta\alpha.$$

Существенно, что в квантовой электродинамике все расходящиеся вклады можно представить в виде добавок к массе и заряду электрона. При этом матричные элементы оказываются функциями лишь комбинаций  $m_0 + \delta m$  и  $\alpha_0 + \delta\alpha$ , где  $m_0$  и  $\alpha_0$  — исходные, так называемые «голые», или «затравочные» масса и заряд электрона. (Здесь и ниже «зарядом электрона» будем называть постоянную тонкой структуры, пропорциональную его квадрату.) Помимо этих комбинаций, затравочные параметры электрона и ультрафиолетовые расходимости в матричные элементы не входят. Поэтому возникает возможность отождествления сумм

$$m_0 + \delta m = m_{\text{физ}}, \quad \alpha_0 + \delta\alpha = \alpha_{\text{физ}}$$

с экспериментальными значениями массы  $m$  и постоянной  $\alpha = 1/137$ .

Именно это переопределение и лежит в основе операции устранения ультрафиолетовых расходимостей, называемой также перенормировкой. Этот термин связан с представлением эффекта радиационных поправок не с помощью сумм, а в виде произведений

$$m_0 + \delta m = Z_m m_0, \quad \alpha_0 + \delta\alpha = Z_\alpha \alpha_0,$$



где  $Z_m$ ,  $Z_\alpha$  — некоторые безразмерные сингулярные множители. Операция переопределения параметров электрона путем умножения на числовые множители

$$m_0 \rightarrow Z_m m_0 = m_{\text{физ}}, \quad \alpha_0 \rightarrow Z_\alpha \alpha_0 = \alpha_{\text{физ}}$$

и называется перенормировкой (иногда — «перенормировкой бесконечностей»).

С качественной точки зрения изменение масс и зарядов частиц под влиянием взаимодействия представляется вполне естественным. Подобные явления известны в классической электродинамике: сторонний заряд в среде создает вокруг себя облако поляризации, которое частично его экранирует. Поэтому наблюдаемое на больших расстояниях эффективное значение заряда оказывается меньше истинного. При перемещении такой частицы вместе с ней движется и облако поляризации, что приводит к эффективному изменению ее инерционных свойств, т. е. к изменению массы.

В приведенном классическом примере изменения массы и заряда частицы конечны. В квантовой теории поля непосредственный перенос такой физической интерпретации соотношений перенормировки затруднен из-за их сингулярного характера. Формально эту трудность обходят, используя критерии, аналогичные употребляемым в квантовой механике. Дело в том, что входящие в соотношения перенормировки величины  $m_0$ ,  $\alpha_0$ ,  $\delta m$  и  $\delta \alpha$ , в отличие от классического случая, не могут быть измерены на опыте по отдельности, а лишь в комбинациях  $Z_m m_0$  и  $Z_\alpha \alpha_0$ . В отличие от стороннего заряда, который можно извлечь из поляризуемой среды и обследовать в пустоте, электрон не может быть «освобожден» от взаимодействия с квантовым электромагнитным полем. Поэтому подобно тому, как при обсуждении дифракции электрона на многощелевой решетке не имеет смысла выяснять, в какую именно из щелей проник электрон, в данном случае не следует излишне огорчаться по поводу формального характера соотношений перенормировки.

Физически существенно лишь то, что в результате перенормировочной процедуры мы приходим к конечным однозначным выражениям, которые в ряде случаев описывают экспериментальные данные с поразительно высокой степенью точности. Так, например (см. § 16), значение аномального магнитного момента электрона, вычисленное в квантовой электродинамике, совпадает с опытным значением на уровне экспериментальной погрешности порядка  $10^{-10}$ .

## § 12. Теория перенормировок

*Классификация расходимостей.* При реализации программ перенормировок в той или иной конкретной квантовополевой модели ключевым моментом является анализ и классификация типов ультрафиолетовых расходимостей.

Так, в КЭД оказываются расходящимися матричные элементы, соответствующие диаграммам с двумя и тремя внешними линиями, изображенным на рисунках 7, 8 и 9. Диаграммам с числом внешних линий, большим трех, как можно показать, отвечают сходящиеся «в целом» вклады в



Рис. 7. Простейшие расходящиеся диаграммы квантовой электродинамики с двумя внешними электрон-позитронными линиями



Рис. 8. Некоторые расходящиеся диаграммы квантовой электродинамики с двумя внешними фотонными линиями

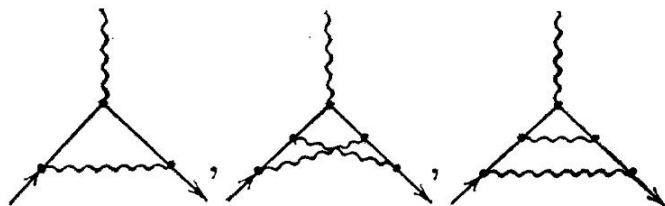


Рис. 9. Простейшие расходящиеся диаграммы квантовой электродинамики с тремя внешними линиями

матричные элементы (расходимости в них могут соответствовать лишь поддиаграммам, совпадающим с одной из диаграмм с двумя и тремя внешними линиями).

При этом диаграммы с двумя внешними электрон-позитронными линиями, изображенные на рис. 7, приводят к расходимостям не старше линейной, диаграммы с двумя внешними фотонными линиями — к расходимостям не старше квадратичной, а диаграммы с тремя внешними линиями — к расходимостям логарифмического типа.

Важным свойством КЭД (а также некоторых других моделей взаимодействия квантовых полей, например КХД)

является тот факт, что степень расходимости диаграмм полностью определяется числом и типом внешних линий и (с точностью до степеней логарифма  $\ln \Lambda$ ) не зависит от порядка диаграмм, т. е. числа внутренних вершин и петель.

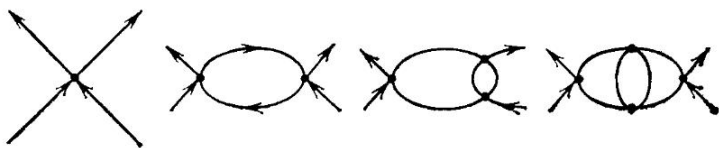


Рис. 10. Некоторые диаграммы рассеяния в четырехфермионной модели

Примером квантовопольевой модели, не обладающей этим свойством, является модель фермионного поля  $\psi$  с четверным самодействием фермиевского типа

$$\mathcal{L}_{\text{вз}} = G \bar{\psi} O \psi \bar{\psi} O \psi.$$

В этой модели радиационные поправки к процессу рассеяния двух фермионов друг на друге отвечают диаграммам, изображенным на рис. 10. Соответствующие матричные элементы расходятся степенным образом. Однако, в отличие от предыдущего случая, степень расходимости зависит от порядка диаграмм и увеличивается с его ростом. Ведущую расходимость диаграммы рассеяния  $n$ -го порядка  $G^n \Lambda^{2(n-1)}$  можно представить также в виде  $G^{l+1} \Lambda^{2l}$ , где  $l$  — число топологически независимых петель диаграммы.

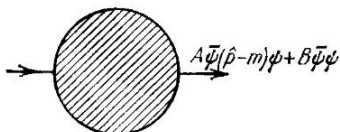


Рис. 11. Операторные структуры с расходящимися коэффициентами, соответствующие диаграммам собственной энергии электрона в квантовой электродинамике

Квантовые теории поля, подобные КЭД, в которых степень расходимости диаграмм не зависит от порядка теории возмущений, оказываются перенормируемыми. В этих моделях количество операторных структур, соответствующих ультрафиолетовым расходимостям, конечно (и невелико). Например, в КЭД всему бесконечному набору диаграмм собственной энергии электрона отвечают всего лишь две сингулярные операторные структуры (рис. 11). При этом каждая из констант  $A$  и  $B$  представляется рядом по степеням  $\alpha$  с расходящимися при  $\Lambda \rightarrow \infty$  коэффициентами.

Подобные операторные структуры с сингулярными коэффициентами могут быть преобразованы в так называемые

контрчлены, т. е. добавки к лагранжиану системы полей. В перенормируемых КТП все такие добавки имеют структуру отдельных составляющих полного лагранжиана, что и позволяет, в конечном счете, провести операцию избавления от расходимостей путем переопределения масс и констант связи.

В моделях, подобных 4-фермионной, число сингулярных структур, отвечающих расходящимся вкладам из различных все возрастающих порядков теории возмущений, оказывается бесконечным. Вследствие этого «убрать» ультрафиолетовые расходимости путем переопределения конечного числа физических характеристик исходных частиц не представляется возможным. Такие модели оказываются неперенормируемыми.

**Перенормируемость.** Итак, квантовополевые модели естественным образом распадаются на два класса — перенормируемые и неперенормируемые. В перенормируемых моделях удается, как правило, убрать все расходимости в перенормировки параметров (массы, константы связи,...) исходного лагранжиана и, после освобождения от бесконечностей, однозначно выразить результаты вычислений через перенормированные значения соответствующих физических параметров.

Не вдаваясь в детали соответствующего формализма, заметим, что простым и достаточно надежным признаком перенормируемости может служить размерность константы связи. Так, например, в моделях, где взаимодействие имеет вид

$$g_1 \varphi^4(x), \quad g_2 \bar{\psi}(x) O \psi(x) \varphi(x) \quad \text{или} \quad g_3 \bar{\psi}(x) O^v \psi(x) B_v(x) \quad (12.1)$$

( $\varphi$  — скаляр,  $\psi, \bar{\psi}$  — спиноры,  $B_v$  — вектор), размерности констант связи  $g_i$  с необходимостью равны нулю, поскольку суммарная размерность операторов в каждом из трех выражений равна  $m^4$  (или  $L^{-4}$ ), что совпадает с размерностью лагранжиана. Наоборот, для взаимодействий

$$G \bar{\psi} O \psi \bar{\psi} O \psi, \quad H \bar{\psi} O^v \psi \frac{\partial \varphi}{\partial x^v}, \quad (12.2)$$

в которых суммарная массовая размерность операторов и их производных превышает 4, константы связи обладают отрицательной массовой размерностью:  $[G]=m^{-2}$ ,  $[H]=m^{-1}$ .

В первом случае безразмерные константы связи являются «естественными» параметрами разложения теории

возмущений, вследствие чего регуляризованная теория возмущений выстраивается по степеням констант связи и их произведений на логарифмы  $g \ln(\Lambda^2/k^2)$  (в безмассовом случае или в ультрафиолетовом пределе). Поэтому вполне естественно, что в таких теориях степень расходимости диаграмм с логарифмической точностью не зависит от порядка теории возмущений. Наоборот, для моделей типа (12.2) с размерными константами связи естественные параметры неперенормированной теории возмущений представляются произведениями констант связи на обезразмеривающую степень импульса обрезания:  $G\Lambda^2$ ,  $H\Lambda$ . В этом случае степень расходимости растет вместе с порядком теории возмущений и перенормировка становится невозможной.

Простота этой картины в некоторых случаях нарушается. Так, если в третьем из выражений (12.1) векторное поле имеет массу  $M$ , то возможно образование безразмерного параметра разложения с ее участием:  $g\Lambda/M$ , и теория оказывается неперенормируемой. В реальных случаях этой оговоркой, по-видимому, можно пренебречь, поскольку известные массивные векторные поля ( $W$ - и  $Z$ -бозоны) имеют калибровочную природу. Дело в том, что калибровочные поля «первоначально» безмассовы и «приобретают» массу в результате спонтанного нарушения калибровочной симметрии (см. ниже § 15), при котором свойство перенормируемости не нарушается. Таким образом, безразмерность константы связи является необходимым и практически достаточным условием перенормируемости.

Возникает вопрос о физическом смысле условия перенормируемости. Для ответа на него заметим, что радиационные поправки можно рассматривать как эффекты реакции квантового вакуума на прохождение через него тех или иных физических частиц. Здесь следует напомнить, что вакуумное состояние в теории квантовых полей не есть физическая пустота. Оно содержит вакуумные флуктуации — виртуальные частицы. Эти вакуумные флуктуации — нулевые колебания — являются хорошо известным свойством нижнего состояния в квантовой теории. В КЭД нулевые колебания состоят, в основном, из возникающих на короткое время электрон-позитронных пар и фотонов. Эти виртуальные образования представляют собой своего рода «эфир XX века», с которым взаимодействуют движущиеся сквозь «пустоту» физические частицы. Ультрафиолетовые расходимости радиационных поправок связаны с тем обстоятельством, что коротковолновые вакуумные флуктуации, как правило, оказываются весьма интенсивными. В перенорми-

руемых теориях их эффект может быть сведен к изменению физических параметров частиц. С этой точки зрения «перенормируемость» отвечает тому, что для соответствующих механизмов взаимодействия квантовых полей влияние малых расстояний (где и сосредоточены высокочастотные флуктуации) на физику больших расстояний может быть эффективно учтено с помощью ограниченного числа конечных параметров.

Можно также сказать, что перенормируемые модели взаимодействий, подобные (12.2), соответствуют случаям, когда не удастся построить последовательную квантовополевую модель с данным механизмом взаимодействия. Поскольку имеющийся к настоящему времени опыт учит нас, что свойство перенормируемости не связано с обычно используемой теорией возмущений, то можно сделать вывод, что такие модели нельзя проквантовать вообще. Таким образом, «перенормируемость» оказывается синонимом «неквантуемости».

*Перенормировки без контрчленов.* Изложенная выше идеология устранения ультрафиолетовых расходимостей с помощью операции введения сингулярных контрчленов не раскрывает математическую природу бесконечностей. В связи с этим следует отметить, что важным этапом в развитии теории перенормировок явилось осознание того обстоятельства, что функции распространения квантовополевой теории возмущений представляют собой особые математические объекты — обобщенные функции, определенные, подобно дельта-функции, лишь как ядра линейных функционалов. Операция умножения этих объектов друг на друга не следует из их определения и требует особого рассмотрения. Как уже упоминалось выше в § 5, такой взгляд на бесконечности и их перенормировку был развит в середине 50-х годов и привел к теореме Боголюбова — Парасюка, которая дала строгое и исчерпывающее решение проблемы устранения расходимостей.

Важным для приложений следствием этой теоремы, имеющим рецептурный характер, является так называемая боголюбовская  $R$ -операция. Ее суть сводится к тому, что для освобождения от ультрафиолетовых бесконечностей вместо введения какой-либо регуляризации, например, обрезанием, и манипулирования с бесконечными контрчленами достаточно переопределить расходящиеся фейнмановские интегралы по виртуальным импульсам путем вычитания из них некоторых простых выражений, полиномиальных по внешним импульсам, которые в простейших случаях сво-

дятся к обрывкам соответствующих рядов Тейлора. Однозначность вычислений обеспечивается наложением специальных условий на конечные, т. е. уже не содержащие расходящихся, результаты вычислений. Эти условия могут, как правило, быть выбраны таким образом, чтобы параметры лагранжиана совпадали с физическими.

*Поверхностные расходимости.* Важно подчеркнуть, что описанная выше процедура перенормировок устраняет ультрафиолетовые расходимости лишь из матрицы рассеяния, которая, как упоминалось выше в § 10, получается специальным предельным переходом при  $t \rightarrow \infty$  из решения уравнения Шредингера в представлении взаимодействия. Что же касается самого решения, т. е. вектора состояния в представлении взаимодействия  $\Psi(t)$ , рассматриваемого в конечный момент времени  $t$ , то здесь положение оказывается неудовлетворительным и после перенормировки.

Дело в том, что обращение к  $\Psi(t)$  вынуждает отказаться от картины плавного (адиабатического) включения и выключения взаимодействия при  $t \rightarrow \pm \infty$ , достаточной для введения  $S$ -матрицы. Здесь приходится рассматривать положение, при котором взаимодействие резко выключается в момент времени  $t$  (в общем случае — на некоторой пространственно-подобной поверхности). Как показывает детальный анализ, при таком выключении контрчлены, содержащие производные от полей, приводят к возникновению в  $\Psi(t)$  особых, так называемых поверхностных расходимостей, существование которых было впервые отмечено Штюкельбергом.

Наличие поверхностных расходимостей делает невозможным получение вектора состояния в представлении взаимодействия. Этот факт вызывает ассоциации с теоремой Хаага, упомянутой в § 7.

### § 13. Ренормализационная группа

*Эффективные константы связи.* Одним из наблюдаемых проявлений вакуумных флуктуаций в КЭД является эффект частичной экранировки заряда электрона. Суть дела сводится к тому, что для измерения электрического заряда его необходимо поместить в электромагнитное поле и исследовать реакцию поля. Иными словами, заряд следует «прощупать» с помощью квантов этого поля — фотонов. При этом оказывается, что квант-пробник на пути к заряду может виртуально диссоциировать на электрон-позитронную пару, которая и образует эффективный диполь, производя-

щий эффект экранировки. Этот процесс дает вклад, пропорциональный  $\alpha$ , который зависит от 4-импульса фотона, а в координатном представлении — от расстояния до измеряемого заряда. Таким образом, в результате учета вакуумных эффектов числовой параметр — заряд электрона — превращается в функцию, называемую эффективным зарядом.

Качественно поведение эффективного заряда в КЭД соответствует классической экранировке стороннего заряда,

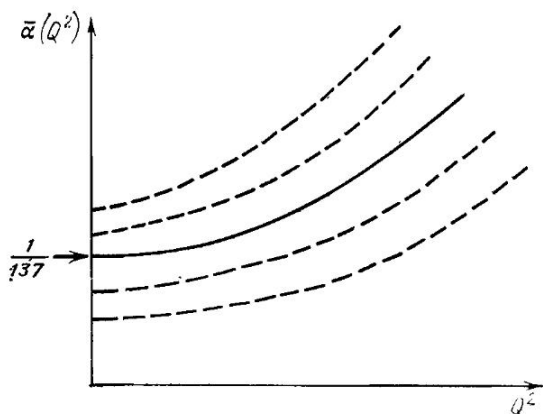


Рис. 12. Качественное поведение эффективного заряда в КЭД как функции квадрата 4-импульса. Сплошная кривая фиксирована условием соответствия с опытом Милликена

внесенного в поляризуемую среду: его значения убывают с увеличением расстояния. В общеупотребительном в КТП 4-импульсном представлении этому соответствует функция  $\bar{\alpha}(Q^2)$ , монотонно возрастающая вместе с  $Q^2$  (рис. 12), где пунктирными кривыми изображены зависимости  $\bar{\alpha}(Q^2)$ , теоретически возможные до наложения условия соответствия с данными опыта. Это условие в КЭД обычно выбирают в виде  $\bar{\alpha}(0) = 1/137$ , фиксируя тем самым одну из возможных кривых для эффективного заряда.

Отвлекаясь от КЭД, заметим, что в любой перенормируемой модели КТП квантовые поправки приводят к тому, что вместо постоянного числового параметра  $g$ , стоящего в исходном лагранжиане, возникает функция  $\bar{g}(Q^2)$ , называемая эффективной константой связи. Выбор одной из возможных в каждом случае кривых производится условием  $\bar{g}(\mu^2) = g_\mu$ . Тем самым результаты перенормированной тео-



рии возмущений естественным образом параметризуются парой величин  $\mu$  и  $g_\mu$ . Появление в теории нового размерного параметра  $\mu$  — параметра шкалы — носит название эффекта размерной трансмутации.

**Ренорминвариантность.** Как следует из обсуждения эффективной константы связи в КЭД, физический смысл параметра шкалы  $\mu$  состоит в том, что он характеризует условия измерения (например, импульс фотона), приводящие на опыте к данному значению  $g_\mu$  константы связи. Если изменить условия измерения, то мы придем к другому

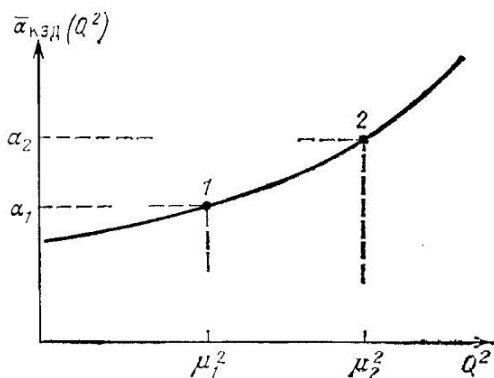


Рис. 13. Возможность различных параметризаций реальной квантовой электродинамики, соответствующей опыту Милликена. Переход вдоль кривой от точки 1 к точке 2 соответствует преобразованию ренормгруппы

значению эффективной константы связи, причем новая пара значений  $\mu$  и  $g_\mu$  должна лежать на той же кривой, что и старая. Именно при выполнении этого условия обе параметризации будут физически эквивалентными.

Рассмотрим теперь более подробно операцию перехода от одной параметризации, например  $(\mu_1, g_1)$ , к другой  $(\mu_2, g_2)$  (рис. 13). Для простоты предположим, что мы имеем дело с безмассовой квантовополевой моделью, например, с безмассовой КЭД (что физически отвечает ультрафиолетовому пределу обычной КЭД).

При этом после наложения условия нормировки «физическая» кривая  $\bar{g}(Q^2)$  может быть представлена в виде функции двух безразмерных аргументов  $Q^2/\mu^2$  и  $g_\mu$ , т. е. записана в виде  $\bar{g}(Q^2/\mu^2, g_\mu)$ . Однако пара величин  $\mu$  и  $g_\mu$ , использованных при этой параметризации, может соответствовать любой точке выбранной кривой. Условие ренормин-

вариантности означает, что две любые разные параметризации, например  $(\mu_1, g_1)$  и  $(\mu_2, g_2)$ , должны приводить к одинаковому результату, в частности, и для самой функции  $\bar{g}$ , т. е. должно иметь место равенство

$$\bar{g}(Q^2/\mu_1^2, g_1) = \bar{g}(Q^2/\mu_2^2, g_2), \quad (13.1)$$

где очевидно  $g_2 = \bar{g}(\mu_2^2/\mu_1^2, g_1)$  и  $g_1 = \bar{g}(\mu_1^2/\mu_2^2, g_2)$ . Комбинируя эти формулы, приходим к функциональному уравнению

$$\bar{g}(x, g) = \bar{g}(x/t, \bar{g}(t, g)). \quad (13.2)$$

Это уравнение, а также и соответствующие соотношения для функций Грина и матричных элементов, связывающие их явные выражения при разных, но физически эквивалентных параметризациях, лежат в основе математического аппарата метода ренормализационной группы.

*Ренормгруппа.* Ренормализационную группу можно определить как группу преобразований от одной из возможных параметризаций к другой, физически ей эквивалентной. Такие преобразования образуют непрерывную однопараметрическую группу, которую можно также рассматривать как группу преобразований шкалы квадратов импульсов в  $t$  раз при одновременном функциональном преобразовании константы связи:

$$x \rightarrow x' = x/t, \quad g \rightarrow g' = \bar{g}(t, g). \quad (13.3)$$

Функциональное уравнение (13.2) обеспечивает закон групповой композиции для (13.3).

Основная область применения ренормгруппы Штюкельберга — Петермана в КТП — частичное суммирование логарифмических вкладов в ультрафиолетовой асимптотике. Оно осуществляется с помощью специальной процедуры, именуемой методом ренормгруппы, на основе использования дифференциальных групповых уравнений. Отвлекаясь на время от этого применения (которое будет рассмотрено ниже в этом параграфе), отметим, что в последующие годы ренормгруппа была успешно использована в теории критических явлений, теории турбулентности, теории переноса излучения и ряде других разделов физической теории, весьма далеких от физики микромира и квантовых явлений. В этом выходе ренормгруппы за рамки квантовой теории поля главная заслуга принадлежит К. Вильсону.

Причина подобной универсальности лежит в простоте и общности преобразований вида (13.3). Как было недавно

показано одним из авторов, эти преобразования отражают свойство транзитивной инвариантности простых физических систем относительно способа их конкретной параметризации с помощью начальных или граничных значений подходящих физических величин. В то же время они являются простым обобщением преобразований степенного подобия (преобразований автомодельности), известных уже более ста лет назад в гидромеханике и газовой динамике и ныне широко используемых в самых различных задачах механики и физики.

*Метод ренормгруппы.* В КТП это регулярный метод «улучшения» результатов обычной теории возмущений. Дело в том, что условию ренорминвариантности должны удовлетворять точные решения квантовополевых уравнений. На практике мы имеем дело с обрывками разложений в ряды Тейлора по константе связи. Свойства этих приближенных решений могут значительно отличаться от свойств точных решений ввиду того, что в теории возмущений нарушается ренорминвариантность. Эти отличия становятся существенными в случаях, когда решение имеет сингулярность, что имеет место, например, в ультрафиолетовом пределе. Метод ренормгруппы позволяет, опираясь на приближенный результат, получить ренорминвариантное выражение, совпадающее с исходным в заданных порядках, нижних по  $g$ . Техническим средством реализации этой программы служат дифференциальные групповые уравнения. Простейшее (и, пожалуй, наиболее важное) из них может быть получено дифференцированием функционального уравнения (13.2). Оно имеет вид

$$x \frac{\partial \bar{g}(x, g)}{\partial x} = \beta[\bar{g}(x, g)]. \quad (13.4)$$

Как нетрудно показать, для любой заданной функции  $\beta(g)$  квадратура этого уравнения в точности удовлетворяет (13.2). Входящая в правую часть бета-функция может быть выражена через решение  $\bar{g}$  соотношением

$$\beta(g) = \left. \frac{\partial \bar{g}(x, g)}{\partial x} \right|_{x=1}. \quad (13.5)$$

Суть метода ренормгруппы состоит в том, что бета-функцию получают из данного приближенного решения по формуле (13.5). Решая затем уравнение (13.4), получают улучшенное приближенное решение, которое, с одной стороны, соответствует исходному в низших порядках, а с другой — ренор-

минвариантно. Асимптотические свойства существенно меняются в результате такой процедуры.

В КЭД однопетлевое приближение для  $\bar{\alpha}$  дает:

$$\bar{\alpha}^{(1)}(x, \alpha) = \alpha + \frac{\alpha^2}{3\pi} \ln x.$$

Определяя на основании этого выражения  $\beta(\alpha) = \alpha^2/3\pi$  и решая дифференциальное уравнение (13.4), получаем улучшенное ренормгрупповое решение

$$\bar{\alpha}(x, \alpha) = \frac{\alpha}{1 - \frac{\alpha}{3\pi} \ln x}. \quad (13.6)$$

Аналогичное выражение для эффективного параметра разложения в КХД

$$\bar{\alpha}_s(x, \alpha) = \frac{\alpha_s}{1 + \alpha_s \beta_1 \ln x}, \quad \beta_1 = \frac{33 - 2n}{12\pi} \quad (13.7)$$

(где  $n$  — число различных сортов кварков) качественно отличается от поведения  $\bar{\alpha}$  в КЭД ввиду положительности коэффициента  $\beta_1$ .

*Асимптотическая свобода и «нуль-заряд».* Формула (13.7) описывает феномен асимптотической свободы, состоящий в том, что интенсивность взаимодействия, описываемая эффективной константой связи, убывает с уменьшением расстояния (что соответствует возрастанию  $Q^2$ ).

Обнаруженное теоретически в калибровочной модели, где переносчиками сильного взаимодействия между кварками являются кванты неабелева поля Янга — Миллса, явление асимптотической свободы позволило квантовополевым образом интерпретировать партонную модель строения адронов и, в конечном счете, явилось решающим аргументом при формулировке квантовополевой теории сильных взаимодействий, известной теперь как квантовая хромодинамика. Поэтому формула (13.7) может рассматриваться как наиболее важное физическое применение метода ренормгруппы.

Как видно, коэффициент  $\beta_1$  в (13.7) складывается из двух вкладов. Один из них, пропорциональный  $n$ , происходит от внутренних фермионных петель и, имея тот же знак, что и однопетлевой вклад в (13.6), благоприятствует росту  $\bar{\alpha}$  при увеличении  $x$ . Второй, положительный вклад  $11/4\pi$  связан с чисто глюонными эффектами, т. е. диаграммами, не содержащими виртуальных фермионов. Поэтому эффект асимптотической свободы целиком обусловлен нелинейными эффектами самого квантового поля Янга — Миллса.

Среди теоретиков в середине 50-х годов получила большой резонанс квантовоэлектродинамическая формула (13.6). Дело заключается в том, что эта формула, рассматриваемая как точная, содержит трудность, которую можно интерпретировать как свидетельство о внутренней противоречивости локальной КЭД. Эта формула содержит полюс при  $x = x_* = \exp(3\pi/\alpha)$ , который не поддается какой-либо разумной физической интерпретации ввиду отрицательного знака вычета. Поэтому говорят, что этот полюс — «призрачный». При наивной формулировке аналогичного результата на языке импульсов обрезания приходят к формальному обращению в нуль перенормированного заряда электрона при условии конечности «голого» заряда и стремлении импульса обрезания  $\Lambda$  к бесконечности. Такому взгляду соответствует более распространенный термин — «трудность нуля-заряда».

В свое время эта трудность породила серьезные сомнения во внутренней самосогласованности квантовой электродинамики, а также и локальной квантовой теории поля вообще. Как уже отмечалось выше (в конце § 5 и в конце § 6), феномен нуля-заряда в совокупности с неудачей попыток использования фейнмановской техники, основанной на юкавском механизме взаимодействия, в задачах адронной физики породил у значительной части физиков сильный скепсис по отношению к квантовой теории поля как основы для теоретического описания взаимодействий частиц.

Однако, как показывает более тщательное рассмотрение, значение трудности нуля-заряда было сильно преувеличено. Уже в 1955 г. Боголюбовым и одним из авторов этой книги было показано, что заключение о наличии противоречия в квантовой электродинамике не имеет доказательной силы. Несколько модифицируя рассуждения, заметим, что простой анализ проблемы призрачного полюса может быть дан на основе метода ренормгруппы. Дело в том, что формула (13.6) не является точной. Она соответствует лишь так называемому приближению главных логарифмов, т. е. представляет собой сумму итераций однопетлевых вкладов вида  $\alpha(\alpha \ln x)^n$ . Ее можно уточнить, учтя при определении бета-функции из теории возмущений двухпетлевые вклады. После решения дифференциального уравнения это приводит к более сложному, чем (13.6), выражению, которое эффективно суммирует также «младшие» логарифмические вклады вида  $\alpha^2(\alpha \ln x)^n$ . Эта формула двухпетлевого ренормгруппового приближения существенно отличается от (13.6) в окрестности  $x \sim x_*$ . Учет более высоких приближе-

ний (трехпетлевых вкладов и т. д.) еще более меняет картину в этой области. Таким образом, каких-либо доказательных утверждений о существовании полюса сделать нельзя.

С современной точки зрения проблема в принципе возможного существования трудности локальной КЭД на расстояниях порядка  $10^{-280}$  см никакого физического значения иметь не может (см. ниже § 22) ввиду господствующей точки зрения об объединении взаимодействий на расстояниях порядка  $10^{-29}$ — $10^{-33}$  см.

Здесь также уместно напомнить, что еще в 1955 г. в связи с трудностью «нуль-заряда» Ландау обратил внимание на возможную связь гравитации и электромагнетизма на планковских расстояниях ( $\sim 10^{-33}$  см).

Эта связь затем была исследована Марковым, который установил, что учет гравитационного взаимодействия приводит к ограничению на массы промежуточных состояний в КЭД. Существование предельной массы  $\sim 10^{-5}$  г, получившей название «фридмона» или «максимона», дает эффективное обрезание на планковских расстояниях.

## ЛОКАЛЬНЫЕ СИММЕТРИИ И ИХ НАРУШЕНИЕ

## § 14. Калибровочные поля

*Локальные фазовые преобразования.* В § 6 рассказывалось о том, как внутренние симметрии используются для систематики адронов. Значение симметрий в физике частиц, однако, этим не исчерпывается. Концепция внутренних симметрий имеет фундаментальное значение для понимания природы взаимодействий, присущих частицам.

Как известно, в квантовой механике состояния системы описываются волновой функцией (вектором состояния)  $\Psi$ . При этом наблюдаемые средние значения физических величин и амплитуды переходов системы из одного состояния в другое представляются в виде билинейных комбинаций  $\Psi_2^* O \Psi_1$ , где  $O$  — некоторый оператор, действующий на волновые функции. Поскольку волновые функции комплекснозначны и характеризуются модулем и фазой, то отсюда следует, что физический смысл имеют лишь разности их фаз, а не сами фазы.

В квантовой теории поля векторы состояний получают действием операторных функций поля на вектор вакуума. Поэтому фазы полевых функций также не имеют абсолютного смысла, а существенны только разности их фаз. Таким образом, изменение фаз полевых функций на произвольную аддитивную величину

$$\varphi(x) \equiv |\varphi(x)| e^{i\alpha(x)} \rightarrow \varphi'_i(x) \equiv |\varphi(x)| e^{i(\alpha(x)+\lambda)} \quad (14.1)$$

не должно приводить к изменению физических следствий.

Это означает, что лагранжиан системы полей должен быть инвариантным относительно указанных выше фазовых преобразований, т. е. в терминах полей  $\varphi(x)$  и  $\varphi'(x)$  должен записываться одинаковым образом.

Из инвариантности лагранжиана относительно преобразований (14.1) при  $\lambda = \text{const}$  следует существование сохраняющейся характеристики поля, которая отождествляется

с зарядом. Данное свойство есть следствие так называемой первой теоремы Нётер, которая сопоставляет непрерывным преобразованиям симметрии некоторые сохраняющиеся во времени величины. Следствием этой теоремы является, например, закон сохранения энергии — импульса, связанный с трансляционной инвариантностью пространства — времени.

Фазовые преобразования полевых функций можно рассматривать как преобразования в некотором внутреннем (или, по-другому, зарядовом) пространстве. В рассматриваемом случае зарядовое пространство представляет собой комплексную плоскость, а преобразования, как легко видеть, образуют группу  $U(1)$ . В дальнейшем мы встретимся с более сложными внутренними пространствами.

Фазовые преобразования (14.1) при  $\lambda = \text{const}$  носят название глобальных. С их помощью можно менять фазу поля в некоторой произвольной точке. Однако, если задать таким способом фазу поля в какой-либо точке пространства — времени, то тем самым будут фиксированы значения фазы и во всех остальных точках, так как глобальные фазовые преобразования одинаковы для всех  $x$ . Между тем реальные эксперименты всегда происходят в ограниченных областях пространства — времени. Поэтому естественно иметь возможность независимого выбора фазы поля в различных точках. Для этого придется потребовать, чтобы теория оставалась инвариантной и в случае, когда параметр преобразования зависит от  $x$

$$\varphi_1^{\lambda}(x) \rightarrow \varphi'(x) = \varphi(x) e^{i\lambda(x)}, \quad (14.2)$$

т. е. чтобы относительная фаза  $\lambda(x) - \lambda(x')$  в двух различных точках пространства — времени  $x$  и  $x'$  была совершенно произвольна. Такие фазовые преобразования называются локальными.

В случае свободных полей имеет место, однако, инвариантность только относительно глобальных преобразований. Действительно, для локальных преобразований производные полей  $\varphi(x)$  и  $\varphi'(x)$  отличаются на аддитивную добавку, пропорциональную градиенту функции  $\lambda(x)$ . Поэтому лагранжиан свободного поля  $\varphi$  и соответственно получаемые из него уравнения движения, содержащие  $\partial_{\mu}\varphi \left( \frac{\partial}{\partial x^{\mu}} \equiv \partial_{\mu} \right)$ , не инвариантны относительно (14.2).

*Электромагнитное поле.* Инвариантность относительно локальных преобразований можно получить, если ввести в теорию дополнительное векторное поле  $A_{\mu}(x)$ , преобразу-



ящееся одновременно с фазовым преобразованием поля  $\varphi(x)$  по закону

$$A_\mu(x) \rightarrow A'_\mu(x) = A_\mu(x) + \frac{1}{e} \frac{\partial \lambda(x)}{\partial x^\mu}. \quad (14.3)$$

При этом следует заменить все производные  $\partial\varphi/\partial x^\mu$ ,  $\partial\varphi^*/\partial x^\mu$  на операторы

$$\begin{aligned} D_\mu(A)\varphi &\equiv \left( \frac{\partial}{\partial x^\mu} - ieA_\mu(x) \right) \varphi(x); \\ \bar{D}_\mu(A)\varphi^* &\equiv \left( \frac{\partial}{\partial x^\mu} + ieA_\mu(x) \right) \varphi^*(x), \end{aligned} \quad (14.4)$$

которые называются удлиненными производными. Их называют также ковариантными, поскольку при одновременном преобразовании полей  $\varphi$ ,  $\varphi^*$  и  $A_\mu$  они преобразуются подобно полям  $\varphi$  и  $\varphi^*$ , т. е. меняют фазу:

$$\begin{aligned} D_\mu(A')\varphi'(x) &= e^{i\lambda(x)} D_\mu(A)\varphi(x), \\ \bar{D}_\mu(A')\varphi'^*(x) &= e^{-i\lambda(x)} \bar{D}_\mu(A)\varphi^*(x). \end{aligned}$$

Отсюда нетрудно заключить, что лагранжиан, содержащий поля  $\varphi$ ,  $\varphi^*$  и их ковариантные производные, при преобразованиях (14.2), (14.3) не меняется.

Замена в свободном лагранжиане обычных производных на ковариантные приводит к появлению взаимодействия поля  $\varphi(x)$  с векторным полем  $A_\mu(x)$ . Для полноты картины нужно добавить лагранжиан свободного поля  $A_\mu(x)$ , который в свою очередь должен быть инвариантным относительно преобразований (14.3). Он имеет вид

$$\mathcal{L}_0(A) = -\frac{1}{4} H_{\mu\nu} H^{\mu\nu}, \quad \text{где } H_{\mu\nu} = \frac{\partial A_\nu}{\partial x^\mu} - \frac{\partial A_\mu}{\partial x^\nu}. \quad (14.5)$$

Если отождествить константу  $e$ , входящую в формулы (14.3) и (14.4), с электрическим зарядом, то векторное поле  $A_\mu(x)$  представляет собой электромагнитное поле. При этом, как известно, антисимметричный тензор  $H_{\mu\nu}$  простым образом связан с компонентами трехмерных векторов напряженности электрического и магнитного полей:

$$H_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -E_1 & -E_2 & -E_3 \\ E_1 & 0 & H_3 & -H_2 \\ E_2 & -H_3 & 0 & H_1 \\ E_3 & H_2 & -H_1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (14.6)$$

Заметим, что введение взаимодействия с помощью ковариантных производных полностью соответствует способу, принятому в классической электродинамике, как уже обсуждалось в § 4. Получаемая таким образом теория, как известно, обладает свойством градиентной инвариантности.

Поскольку лагранжиан свободного спинорного поля линеен по производным, то полученное электромагнитное взаимодействие оказывается линейным по полю  $A_\mu$ . Лагранжиан взаимодействия имеет вид

$$e\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x)A_\mu(x).$$

Лагранжиан свободного скалярного поля квадратичен по производным. Поэтому взаимодействие описывается как линейным по  $A_\mu$  слагаемым  $ie\left[\varphi^*\frac{\partial\varphi}{\partial x^\mu}-\frac{\partial\varphi^*}{\partial x^\mu}\varphi\right]A_\mu$ , так и квадратичным  $e^2\varphi^*\varphi A_\mu A^\mu$ . Соответствующие им вершины изображены на рис. 14.

Инвариантность теории относительно преобразований (14.2), (14.3) называется (локальной) калибровочной инвариантностью, а вводимое

дополнительно векторное поле, которое компенсирует локальное изменение фазы (калибровки) поля  $\varphi$ , носит название калибровочного. Часто также, чтобы подчеркнуть особую роль калибровочных полей, остальные поля называют полями материи, несмотря на



Рис. 14. Вершины взаимодействия скалярного поля с электромагнитным

то, что, конечно, все поля «материальные» в одинаковой степени.

Группа фазовых преобразований комплексного поля материи  $\varphi(x)$  абелева. Данное свойство принято отражать и в названии калибровочного поля. Так, электромагнитное поле  $A_\mu(x)$  представляет собой абелево калибровочное поле. В случае многокомпонентных полей материи может иметь место инвариантность относительно локальных преобразований, образующих неабелеву группу. Для этого приходится вводить неабелевы калибровочные поля, или иначе поля Янга — Миллса.

*Поля Янга — Миллса.* Пусть многокомпонентная полевая функция  $\varphi_a(x)$  ( $a=1, \dots, A$ ) преобразуется по одному из представлений некоторой неабелевой группы Ли  $G$ .

Достаточно рассмотреть лишь бесконечно малые преобразования, которыми группы Ли полностью определяются. Бесконечно малые локальные калибровочные преобразования поля  $\varphi_a$  выглядят следующим образом:

$$\varphi_a \rightarrow \varphi'_a = \varphi_a + [\lambda(x)]_{ab} \varphi_b. \quad (14.7)$$

Входящая в эту формулу матрица  $\lambda(x)$  выражается в виде линейной комбинации матриц  $T_k$  — генераторов данного представления, с бесконечно малыми коэффициентами  $\alpha_k(x)$ , зависящими от точки пространства — времени:  $\lambda(x) = ig \sum_k \alpha_k(x) T_k$ .

Для того чтобы лагранжиан свободного поля  $\varphi_a(x)$  был инвариантен относительно преобразований (14.7), заменим по аналогии с электродинамикой обычные производные  $\partial\varphi_a/\partial x^\mu$  на ковариантные  $D_\mu(B)\varphi_a$ , содержащие новые векторные поля  $B_\mu^k(x)$ , преобразование которых позволяет скомпенсировать аддитивную добавку, связанную с дифференцированием  $\lambda(x)$ .

Эти поля, в отличие от электромагнитного, имеют групповой индекс  $k$ . Максимальное число независимых полей  $B_\mu^k(x)$ , как нетрудно заметить, равно размерности группы  $G$  ( $N^2 - 1$  для  $SU(N)$ ).

Поля  $B_\mu^k(x)$  преобразуются по более сложному закону, чем электромагнитное, и кроме «градиентного удлинения»  $\partial\lambda(x)/\partial x^\mu$ , содержат еще слагаемое, соответствующее групповому вращению, аналогичное (14.7).

Аналогом электромагнитного тензора напряженности  $H_{\mu\nu}$  является тензор

$$F_{\mu\nu} = \frac{\partial B_\nu}{\partial x^\mu} - \frac{\partial B_\mu}{\partial x^\nu} + ig (B_\mu B_\nu - B_\nu B_\mu); \quad (14.8)$$

$B_\mu$  представляет собой линейную комбинацию  $B_\mu(x) = \sum_k B_\mu^k(x) t_k$ , где матрицы  $t_k$  — генераторы присоединенного представления группы  $G$ . В отличие от  $H_{\mu\nu}$ , тензор  $F_{\mu\nu}$  сам по себе не инвариантен. Преобразование  $F_{\mu\nu}$  имеет вид поворотов в пространстве присоединенного представления. Однако лагранжиан поля  $B_\mu$

$$\mathcal{L}_0(B) = \text{Tr } F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$$

(знак  $\text{Tr}$  означает операцию взятия следа матрицы), как можно показать, оказывается инвариантным.

Так же как и электромагнитное поле  $A_\mu(x)$ , поля  $B_\mu(x)$  с необходимостью являются безмассовыми, поскольку лагран-

жианы не могут содержать инвариантных членов типа  $m^2 B_\mu B^\mu$ , описывающих массу векторных полей.

Требование безмассовости существенно сдерживало построение моделей реальных взаимодействий, содержащих калибровочные поля, поскольку, кроме электромагнитного поля, других безмассовых векторных полей не наблюдается. Одна из возможностей обойти указанную трудность заключается в предположении принципиальной ненаблюдаемости калибровочных полей, что, по сути, и делается в квантовой хромодинамике — современном варианте теории сильных взаимодействий. Другой путь — это введение массы векторного поля за счет некоторого «мягкого» нарушения калибровочной симметрии, сохраняющего многие свойства инвариантной теории, и прежде всего, свойство перенормируемости. Описанию механизма такого нарушения симметрии посвящен следующий параграф.

Важной чертой лагранжиана неабелева калибровочного поля является наличие в нем слагаемых, пропорциональных

$$\text{Tr} \left[ B_\mu B_\nu \left( \frac{\partial B_\mu}{\partial x^\nu} - \frac{\partial B_\nu}{\partial x^\mu} \right) \right] \quad \text{и} \quad \text{Tr} [B_\mu B_\nu B_\mu B_\nu],$$

которые задают самодействие поля  $B_\mu(x)$ . На диаграммах им соответствуют тройная и четверная вершины, изображенные на рис. 15.

Взаимодействие неабелевых калибровочных полей с полями материи имеет тот же вид, что и взаимодействие электромагнитного поля, отличаясь только умножением вершин на некоторые постоянные матрицы — генераторы представлений, соответствующих полям материи.

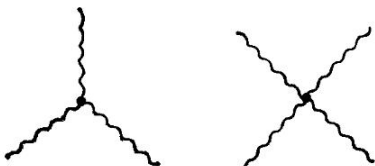


Рис. 15. Вершины самодействия неабелева калибровочного поля

Заметим, что произвол в выборе калибровочного параметра приводит к тому, что, как и в электродинамике, из четырех компонент векторного поля  $B_\mu(x)$  лишь две «трехмерно поперечные» компоненты отвечают физическим степеням свободы. Особенность неабелева калибровочного поля, серьезно затрудняющая его изучение, состоит в том, что из-за самодействия происходит перепутывание физических степеней свободы с нефизическими — продольными, которые поэтому также существенны в конкретных вычислениях.

Указанная трудность потребовала разработки специальных методов квантования калибровочных полей, которые

можно рассматривать как динамические системы со связями. При квантовании таких систем требуется отделить истинные динамические переменные от нефизических, исключив при этом столько пар канонически сопряженных переменных, сколько имеется связей. Наиболее удобным для квантования калибровочных полей оказался формализм континуального интеграла.

*Континуальный интеграл.* Понятие континуального или (что эквивалентно) функционального интеграла в квантовой теории было введено Фейнманом в 1948 г. При этом Фейнман опирался на идеи, сформулированные ранее Дираком, согласно которым временную эволюцию квантовой системы от момента времени 0 к моменту времени  $T$  можно представить в виде последовательности эволюций по большому числу малых временных интервалов  $(0, t_1), (t_1, t_2), \dots, (t_N, T)$ . Если рассмотреть затем функцию соответствующего преобразования в представлении, где наблюдаемой является координата  $q$ , т. е. величину  $\langle q(T) | q(0) \rangle$ , то ее оказывается возможным представить в виде многократного интеграла от произведения  $\langle q(T) | q_N \rangle \dots \langle q_2 | q_1 \rangle \langle q_1 | q(0) \rangle$  по возможным значениям координаты  $q_1, q_2, \dots, q_N$  в промежуточные моменты времени  $t_1, t_2, \dots, t_N$ . Уменьшая размеры временных интервалов и неограниченно увеличивая число интегрирований  $N$ , приходим к новому представлению квантовомеханических величин через континуальные интегралы, или интегралы по путям. С формальной точки зрения континуальный интеграл представляет собой предел многократного интеграла при устремлении числа интегрирований к бесконечности. В рассмотренном выше квантовомеханическом случае возникает выражение, которое можно трактовать как интеграл по всем возможным значениям координат частицы в промежутке времени от 0 до  $T$ , т. е. по всем возможным значениям ее траектории на этом интервале. Интеграл по траекториям тем самым представляется в виде интеграла по всевозможным значениям функции  $q(t)$ . Поэтому континуальный интеграл называют также функциональным.

В теории поля в роли канонических координат выступают значения полевых функций во всевозможных точках 4-мерного пространства — времени. Поэтому континуальный интеграл в квантовой теории поля представляет собой функциональный интеграл по полевым функциям.

Первоначально Фейнман использовал континуальный интеграл для построения квантовополевой теории возмущений, однако впоследствии выяснилось, что представление

квантовополевых величин через функциональный интеграл оказывается также весьма полезным и для вычислений вне рамок теории возмущений (см. § 21).

Оказалось, что новый объект обладает алгебраическими свойствами обычного интеграла и допускает выполнение интегрирования по частям, а также замену переменных интегрирования. Вследствие этого формализм континуальных интегралов оказался наиболее адекватным для исследования эффектов преобразований полевых функций, в том числе калибровочных преобразований, чем, в частности, обусловлена его особая роль при квантовании калибровочных полей.

Как в квантовой механике, так и в квантовой теории поля континуальные интегралы могут быть интерпретированы как формулы усреднения по квантовым флуктуациям вокруг решений классических уравнений движения. Эта точка зрения позволяет рассматривать представление континуального интеграла как альтернативу другим методам квантования.

*Квантовое поле Янга — Миллса.* При квантовании калибровочных полей, являющихся системами со связями, представление функционального интеграла позволяет относительно простым образом учесть эти связи, введя соответствующие ограничения при интегрировании в функциональном пространстве компонент калибровочного векторного поля  $B_\mu^a(x)$ . Получаемый таким путем континуальный интеграл после некоторых преобразований удастся привести к стандартному виду, порождающему диаграммную технику для квантовой теории возмущений. Эта техника отвечает эффективному лагранжиану взаимодействия квантового поля  $B_\mu^a$

$$\mathcal{L}_{\text{эф}} = \frac{g}{2} (\partial_\nu B_\mu^a - \partial_\mu B_\nu^a) B_\mu^b B_\nu^c t_{abc} - \\ - \frac{g^2}{4} B_\mu^b B_\nu^d B_\mu^e B_\nu^f t_{abc} t_{cde} + g \bar{C}^a(x) B_\nu^b(x) \partial^\nu C^c(x) t_{abc}$$

( $t_{abc}$  — структурные константы — матричные элементы генераторов присоединенного представления (см. § 3)), содержащему, помимо членов высших степеней по  $B$  и  $\partial B$ , также специфический член взаимодействия поля  $B_\mu$  со скалярным ферми-полем «духов Фаддеева — Попова»  $C(x)$ , отсутствующий в лагранжиане классического поля Янга — Миллса. Соответственно этому диаграммы и правила Фейнмана, наряду с пропагатором поля  $B_\mu$  и вершинами его

самодействия, включают пропагатор «дúхового» поля  $S$  и вершины его взаимодействия с векторным полем  $B_\mu$ .

При этом диаграммы теории возмущений содержат дúховые частицы лишь в промежуточных состояниях в виде замкнутых петель. Физический смысл вкладов от таких петель заключается в том, что они компенсируют соответствующие вклады от нефизической бесспиновой продольной составляющей четырехвекторного поля  $B_\mu$ , описываемой дивергенцией  $\partial^\nu B_\nu$ , приводя к восстановлению унитарности  $S$ -матрицы в пространстве физических состояний.

Взаимодействие калибровочного поля  $B_\nu$  с полями материи описывается соответствующими вершинами, получаемыми надлежащим удлинением производных этих полей.

## § 15. Спонтанное нарушение симметрии

Спонтанное (самопроизвольное) нарушение симметрии — явление, хорошо известное в самых различных областях физики. Оно состоит в том, что физическая система, описываемая уравнениями движения, которые обладают некоторой симметрией, находится в состоянии, отвечающем частному решению уравнений движения, этой симметрией не обладающему.

Спонтанное нарушение симметрии происходит в тех случаях, когда в симметричном состоянии с наименьшей энергией система не обладает абсолютным минимумом энергии, и поэтому указанное состояние является неустойчивым. Реальной причиной нарушения симметрии оказывается сколь угодно малое несимметричное возмущение.

*Пример из механики.* Наглядной иллюстрацией этого явления служит система, состоящая из сосуда правильной формы (тела вращения) с выпуклым дном, находящегося в поле тяготения таким образом, что ось симметрии сосуда расположена вдоль направления силы тяжести, и маленького шарика. Если строго по оси бросить шарик, то, падая, в первый момент он коснется дна точно посередине, но, поскольку положение равновесия на вершине выпуклости неустойчиво, он скатится к краю дна в некоторую его точку (рис. 16). В начальный момент система обладала симметрией вращения вокруг оси сосуда, в конечном состоянии этой симметрии нет.

*Примеры из квантовой статистики.* Другой широко известный пример — это ферромагнетик. Состояние, симметричное относительно поворотов трехмерного пространства, в котором магнитные моменты разных атомов ориен-

тированы хаотическим образом, не является состоянием с минимальной энергией. В ферромагнетике существует корреляция между магнитными моментами соседних атомов, благодаря которой энергия системы меньше в состоянии с параллельными спинами. Поэтому в состоянии с минимальной энергией моменты всех атомов выстроены параллельно друг другу и вещество обладает макроскопическим магнитным моментом. Очевидно, что таких состояний с минимальной энергией бесконечно много (они отличаются друг от друга поворотом моментов всех атомов на один и тот же угол). Однако в реальном случае система находится в одном из них.

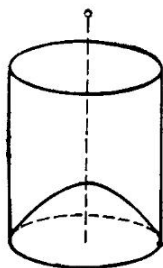


Рис. 16. Механическая система, демонстрирующая спонтанное нарушение симметрии

Еще один, может быть, менее наглядный, но зато более близкий к тому, что имеет место в моделях квантовой теории поля, пример — это сверхпроводимость. Данное явление имеет место, когда из-за специфических взаимодействий с колебаниями решетки электроны с противоположно ориентированными импульсами и спинами объединяются в пары, которые, образуя бозоны (суммарный спин пары равен нулю), накапливаются в низшем энергетическом состоянии. Симметрия, которая нарушается в этом случае, есть калибровочная симметрия, соответствующая закону сохранения электрического заряда пар. Связано это с тем, что число пар, т. е. число упорядоченных электронов не является заданной величиной. Для характеристики упорядочения вводится специальный параметр, по смыслу аналогичный направлению момента в ферромагнетике, задание которого фиксирует произвол.

Для анализа квантостатистических систем со спонтанным нарушением симметрии Боголюбов разработал специальный метод, — так называемый метод квазисредних, идея которого состоит в том, чтобы, задав некоторое бесконечно малое возмущение, снять имеющееся вырождение, а затем устремить это возмущение к нулю.

*Случай теории поля.* Рассмотрим теперь, каким образом происходит спонтанное нарушение симметрии в теории поля. Здесь также могут существовать физические состояния, которые не обладают симметрией лагранжиана. В частности, может быть несимметричным основное состояние, имеющее минимальную энергию, которое естественно отождествить с вакуумом.



Простейший пример системы такого рода — это самодействующее скалярное поле, лагранжиан которого содержит массовый член с обратным знаком. В общем случае лагранжиан скалярного поля  $\phi(x)$  имеет вид  $\mathcal{L} = T(\partial\phi/\partial x^\mu) - V(\phi)$ , где  $T$  — кинетическая часть, зависящая лишь от компонент градиента  $\partial\phi/\partial x^\mu$ , а  $V$  — потенциальная функция.

Для обычного свободного скалярного поля  $V(\phi)$  представляется параболой  $m^2\phi^2/2$ , изображенной на рис. 17. Ми-

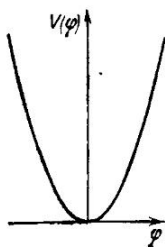


Рис. 17. Потенциальная функция свободного скалярного поля

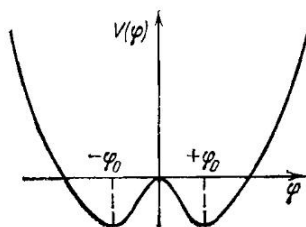


Рис. 18. Потенциальная функция модели скалярного поля, содержащей спонтанное нарушение симметрии

нимуму потенциальной функции отвечает классическое решение  $\phi=0$ , а квантование свободного скалярного поля — это квантование малых колебаний около положения равновесия при  $\phi=0$ . Лагранжиан в этом случае обладает симметрией относительно преобразования отражения  $\phi \rightarrow -\phi$ , и нижнее состояние  $\phi=0$  симметрично и устойчиво. Введение в  $V(\phi)$  положительных членов вида  $+\phi^4$ , описывающих самодействие поля, не меняет этих свойств.

Для того чтобы получить спонтанное нарушение симметрии отражения, допустим, что зависимость  $V$  от  $\phi$  имеет вид четной функции с двумя симметричными минимумами, изображенными на рис. 18. Подобную зависимость можно описать двучленом  $V(\phi) = -\frac{\mu^2}{2}\phi^2 + \frac{h^2}{4}\phi^4$ .

Благодаря отрицательному знаку первого слагаемого точка  $\phi=0$  не является минимумом, а положения устойчивого равновесия располагаются в двух точках:  $\phi = \pm\phi_0$ ;  $\phi_0 = \mu/h$ . Оба нижних состояния имеют одинаковую энергию  $V(\pm\phi_0) \equiv V_0 = -\mu^4/4h^2$ , вследствие чего соответствующая квантовая система обладает двукратно вырожденным вакуумным состоянием.

Для изучения малых отклонений от положения равновесия следует выбрать одно из нижних состояний, например  $+\varphi_0$ , и операцией сдвига на константу перейти к новой функции поля:  $\varphi(x) \rightarrow \varphi'(x) = \varphi(x) - \varphi_0$ . В терминах новых полевых функций  $V$  имеет вид

$$V = V_0 + \mu^2 \varphi'^2 + \mu h \varphi'^3 + \frac{h^2}{4} \varphi'^4.$$

Отвлекаясь от постоянной  $V_0$ , сдвигающей лишь шкалу энергии, нетрудно увидеть, что положительный второй член в правой части отвечает массе квантов малых колебаний, равной  $m = \sqrt{2}\mu$ , а третье и четвертое слагаемые, дающие нелинейные вклады в уравнения движения, соответствуют самодействию поля.

Физически более содержательная ситуация возникает при переходе от действительного поля к комплексному и к потенциалу

$$V(\varphi) = -\frac{\mu^2}{2} \varphi^* \varphi + \frac{h^2}{4} (\varphi^* \varphi)^2.$$

В этом случае вместо дискретной симметрии отражения существует непрерывная симметрия относительно вращений комплексной плоскости  $\varphi$ . Минимуму потенциальной энергии отвечает соотношение  $\varphi^* \varphi = |\varphi_0|^2 \equiv \mu^2/h^2$ , определяющее окружность на этой плоскости. Таким образом, кратность вырождения нижнего состояния бесконечна.

Для исследования малых отклонений от положения равновесия следует провести сдвиг функции поля на  $\varphi_0$ , соответствующее нижнему состоянию  $\varphi(x) \rightarrow u(x) = \varphi(x) - \varphi_0$ . Выбор конкретного значения  $\varphi_0$ , т. е. выбор точки на указанной выше окружности, приводит к нарушению симметрии.

Пусть, для определенности,  $\varphi_0$  действительно и положительно. Тогда  $u_1 \equiv \text{Re } u = \text{Re } \varphi - \varphi_0$ ;  $u_2 \equiv \text{Im } u = \text{Im } \varphi$ , и для  $V$  получим выражение  $V = V(\varphi_0) + \mu^2 u_1^2 + \mu h u_1 (u^* u) + \frac{h^2}{4} (u^* u)^2$ , из которого видно, что действительное поле  $u_1$  имеет массу  $\sqrt{2}\mu$ , а поле  $u_2$  безмассово. Наглядное объяснение полученного различия в свойствах полей  $u_1$  и  $u_2$  следует из вида потенциала  $V$  (рис. 19). Действительно, в окрестности положения равновесия в радиальном направлении существует обычный потенциальный барьер, а в касательном направлении такого барьера нет. В окрестности выбранного выше значения  $\varphi_0$  радиальное направление совпадает с направ-

лением действительной оси, а касательное — с направлением мнимой оси.

Появление безмассовых степеней свободы является непрерывным атрибутом спонтанного нарушения любой непрерывной симметрии, поскольку такие степени свободы связаны с бесконечнократным вырождением вакуумного состояния. В квантовой теории поля это означает обязательное появление при спонтанном нарушении непрерывной симметрии безмассовых скалярных мезонов. Указанное свойство носит название теоремы Голдстоуна, а безмассовые частицы — голдстоуновских бозонов. Теорема Голдстоуна представляет собой релятивистский аналог установленной ранее в квантовой статистике теоремы Боголюбова о возникновении дальнего действия при спонтанном нарушении непрерывной симметрии.

**Эффект Хиггса.** Нетривиальное применение спонтанного нарушения симметрии возникает тогда, когда скалярное поле взаимодействует с другими полями и, в частности, с калибровочным векторным полем. Напомним, что спонтанное нарушение симметрии есть нарушение симметрии решения, а не симметрии лагранжиана. Описанный выше сдвиг скалярного поля на константу позволяет, не меняя свойств симметрии лагранжиана, получить в нем новые структуры. Это обстоятельство удастся использовать для того, чтобы ввести массу калибровочного поля, не нарушив калибровочной инвариантности лагранжиана. Такое массивное векторное поле не может быть свободным. Оно должно взаимодействовать со скалярным полем, служащим инструментом спонтанного нарушения симметрии.

Как мы знаем из предыдущего параграфа, в лагранжиане калибровочного взаимодействия, кроме членов, линейных по калибровочному полю, присутствует также слагаемое вида  $|\phi|^2 A_\mu^2$ . После сдвига скалярного поля  $\phi'(x) = \phi(x) - \phi_0$  это слагаемое, помимо членов  $|\phi'|^2 A_\mu^2$  и  $|\phi'| A_\mu^2$ , описывающих взаимодействие полей  $\phi'(x)$  и  $A_\mu(x)$ , даст также член  $\phi_0^2 A_\mu^2$ , задающий массу векторного поля, равную  $\sqrt{2} \mu/\hbar$ .

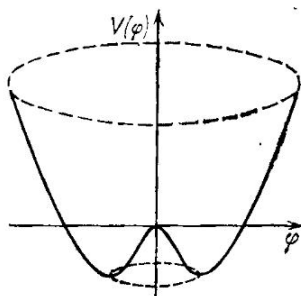


Рис. 19. Потенциальная функция модели со спонтанным нарушением симметрии в случае комплексного скалярного поля

Выше мы видели, что безмассовые голдстоуновские бозоны отвечают степеням свободы, связанным с бесконечным вырождением вакуума. При спонтанном нарушении  $U(1)$ -симметрии это есть степень свободы, соответствующая движению по окружности в комплексной плоскости  $\varphi$ . В этом же направлении происходит изменение функций поля при фазовых преобразованиях. Нетрудно показать, что специальным выбором фазы можно в каждой точке скомпенсировать вклад указанной степени свободы, т. е. исключить зависимость лагранжиана от соответствующей полевой переменной.

Таким образом, вместо исходного безмассового векторного поля и комплексного скалярного поля с отрицательным квадратом массы мы получили массивное векторное поле и одно массивное действительное скалярное поле. Безмассовый голдстоуновский бозон исчез в результате калибровочного преобразования. Этот процесс превращения безмассового калибровочного поля в массивное с одновременным исчезновением голдстоуновского бозона называется эффектом (или механизмом) Хиггса, а появляющаяся при этом массивная скалярная частица носит название хиггсова бозона.

В результате эффекта Хиггса происходит перераспределение степеней свободы — одно из двух вещественных полей, образующих комплексное скалярное поле, превращается в третью (продольную) компоненту векторного поля. Такое перераспределение связано с тем, что безмассовое векторное поле поперечно, т. е. имеет две компоненты, а массивное векторное поле трехкомпонентно. Суммарное число физических степеней свободы, естественно, остается неизменным:  $2+2=1+3$ .

Важное значение эффекта Хиггса для теории частиц состоит в следующем. Теория взаимодействия массивного векторного поля с другими полями, построенная стандартным способом, является неперенормируемой из-за того, что пропагатор массивного векторного поля в ультрафиолетовой области не убывает ( $\sim m^{-2} k_\mu k_\nu / (k^2 - m^2)$ ). С другой стороны, теории, основанные на калибровочной инвариантности и содержащие безмассовые векторные поля, перенормируемы. Это связано с тем, что пропагаторы безмассовых векторных полей, будучи поперечными,  $(1/k^2) [g_{\mu\nu} - k_\mu k_\nu / k^2]$ , убывают при больших  $k$  и требование инвариантности накладывает строгие ограничения на возможные структуры расходящихся радиационных поправок, допуская лишь их конечное число.

При спонтанном нарушении симметрии калибровочная инвариантность лагранжиана сохраняется. Это обстоятельство лежит в основе доказательства независимости результатов вычисления элементов матрицы рассеяния от выбора калибровки. В частности, можно выбрать калибровку, в которой отсутствуют голдстоуновские бозоны и векторное поле имеет массу. Другой возможный выбор калибровки — тот, при котором пропагатор векторного поля имеет поперечный вид  $[1/(k^2 - m^2)] [g_{\mu\nu} - k_\mu k_\nu / k^2]$ . Если первая калибровка хороша тем, что в ней  $S$ -матрица явным образом унитарна в пространстве физических состояний, то во второй калибровке наиболее просто доказывается перенормируемость. Действительно, при увеличении  $k$  поперечный пропагатор убывает как  $1/k^2$ . Кроме того, как можно показать, остаются в силе и все ограничения на структуру возможных расходимостей. Вклады в матрицу рассеяния нефизических состояний, присутствующих в этой калибровке, — фиктивных голдстоуновских бозонов, добавочных поляризационных состояний векторного поля и поля духов Фаддеева — Попова, которым соответствуют пропагаторы с полюсами при  $k^2 = 0$ , — в сумме компенсируются.

Таким образом, квантовополевые модели, в которых векторные поля получили массу в результате спонтанного нарушения симметрии, оказываются перенормируемыми. Этот замечательный факт позволил построить перенормируемую теорию слабых взаимодействий, о которой будет рассказано в следующей главе.

## § 16. Современный статус квантовой электродинамики

**Аномальный магнитный момент электрона.** Как известно, уравнение Дирака для электрона, взаимодействующего с электромагнитным полем, содержит член, отвечающий магнитному взаимодействию. Интенсивность последнего описывается магнитным моментом электрона  $\mu$ , равным  $\mu_0 = e\hbar/2mc$  — магнетону Бора. Эффекты поляризации вакуума приводят к дополнительному вкладу, называемому аномальным магнитным моментом. Простейшая поправка

к  $\mu$  получается из однопетлевой вершинной диаграммы, изображенной на рис. 20. Она была вычислена в 1948 г. Швингером и оказалась равной

$$\delta\mu = (\alpha/2\pi) \mu_0 \simeq 0,00116\mu_0.$$

Этот эффект отклонения от боровского магнетона был практически одновременно наблюден на эксперименте, причем

Рис. 20. Диаграммы Фейнмана, дающие вклад в магнитный момент электрона: а — магнетон Бора, б — поправка Швингера

экспериментальное значение оказалось близким к швингеровскому.

В дальнейшем как теоретическое значение, так и экспериментальный результат неоднократно подвергались уточнениям. В настоящее время ситуация выглядит следующим образом. Аномальный магнитный момент рассчитан вплоть до 4-петлевого приближения. Результат расчета может быть

представлен в виде:

$$\frac{\mu_{\text{теор}}}{\mu_0} = 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{\alpha}{\pi} \right) + C_2 \left( \frac{\alpha}{\pi} \right)^2 + C_3 \left( \frac{\alpha}{\pi} \right)^3 + C_4 \left( \frac{\alpha}{\pi} \right)^4,$$

где  $C_2 = -0,328478\dots$ ,  $C_3 = 1,1765$  (13),  $C_4 = -0,8 \pm 2,5$ .

Числа в скобках показывают неопределенность в одну стандартную погрешность, выраженную в единицах последнего знака основного числа, так что, например,  $1,1765(13) = 1,1765 \pm 0,0013$ . Коэффициент  $C_2$  вычислен аналитически, для чего потребовалось рассмотреть 5 диаграмм. Трехпетлевому вкладу  $C_3$  соответствуют 72 диаграммы, причем вклад 51 из них удалось вычислить точно с помощью использования ЭВМ для проведения аналитических вычислений. Погрешность в  $C_3$  (так же, как и в  $C_4$ ) связана с приближенным численным расчетом остальных диаграмм (в последнем случае всех 891 четырехпетлевой диаграммы).

Для сравнения теоретического результата с экспериментальным

$$\mu_{\text{эксп}}/\mu_0 = 1,001\,159\,652\,200\, (40)$$

приходится использовать численное значение постоянной тонкой структуры. Если взять в качестве такового ее наиболее точное значение, определенное с помощью эффекта Джозефсона,  $\alpha^{-1} = 137,035\,963$  (15), то получится  $\mu_{\text{теор}}/\mu_0 = 1,001\,159\,652\,460$  (147), причем большая часть погрешности связана с неопределенностью в значении  $\alpha$ .

Как видно, согласие между теоретическим и экспериментальными значениями имеет место на относительном уровне  $2 \cdot 10^{-10}$ , что является рекордом в физике.

*Другие эффекты.* Приведенный пример является весьма впечатляющим. Что касается прочих квантовоэлектродинамических эффектов, то в них либо точность эксперимента не столь велика, либо теоретические результаты ограничены необходимостью учета поправок, выходящих за рамки чистой электродинамики.

Так, например, экспериментальное значение величины сверхтонкого расщепления уровня  $1s_{1/2}$  в атоме водорода, обусловленного взаимодействием электрона с магнитным полем протона, известно сейчас с точностью до 13 порядков, однако теоретические расчеты дают лишь 7 знаков, причем уже с учетом конечных размеров протона.

Лэмбовский сдвиг, т. е. тонкое расщепление уровней  $2s_{1/2}$  и  $1p_{1/2}$  в атоме водорода, известен с погрешностью порядка  $10^{-6}$ :

$$s_{\text{эксп}} = s_{\text{теор}} = 1057,89(2) \text{ МГц},$$

причем эффекты, выходящие за рамки квантовой электродинамики, имеют относительный порядок  $10^{-5}$  и учтены в теоретическом значении.

В целом следует сказать, что вся совокупность экспериментальных данных по большому числу явлений находится в полном количественном согласии с результатами расчетов теории возмущений квантовой электродинамики в тех случаях, когда в этих явлениях сильное взаимодействие оказывается несущественным, либо поддается учету.

*Заключение.* Возвращаясь к аномальному магнитному моменту электрона, подчеркнем, что достигнутая там степень согласия теории и опыта имеет принципиальное значение для локальной квантовой теории поля в целом. Она свидетельствует о том, что все основные положения этой теории верны с очень высокой точностью. Это относится, в частности, к такому важнейшему свойству, как локальность, с которым тесно связано происхождение расходимостей и необходимость перенормировок.

Начиная с 40-х годов и до самого последнего времени не прекращались восходящие к работам Маркова, Тамма и Д. И. Блохинцева попытки построить последовательный нелокальный вариант квантовой теории поля, свободный от трудностей, связанных с ультрафиолетовыми бесконечностями. Нелокальная модификация неизбежно влечет введение в теорию новой мировой константы — так называемой фундаментальной длины  $L$ , характеризующей масштаб малых расстояний, на которых начинают проявляться эффекты нелокальности. Не вдаваясь в детали существенного прогресса, достигнутого на пути построения нелокальной теории, отметим, что с экспериментальной стороны нет никаких указаний на существование нелокальных эффектов. Приведенные выше результаты по аномальному магнитному моменту электрона, а также по некоторым другим эффектам позволяют сделать вывод о том, что  $L < 10^{-16}$  см.

## § 17. Слабое взаимодействие с промежуточным бозоном

*Токи и взаимодействие Ферми.* Обобщение предложенной Ферми квантовополевой модели  $\beta$ -распада нейтрона на другие процессы позволило построить универсальную теорию слабых взаимодействий, согласующуюся с большой совокупностью экспериментальных данных. В этой теории элементарному акту слабого взаимодействия сопоставляется произведение четырех операторов спинорных полей,



взятых в одной точке, с размерной константой связи  $G_F \approx 10^{-5} \text{ ГэВ}^{-2}$ . При этом оказывается, что интенсивность взаимодействия, своя для каждого процесса, характеризуется безразмерным произведением  $G_F E^2$ , где  $E$  — характерная энергия (масса) процесса. Нетрудно видеть, что вплоть до энергии порядка 100 ГэВ эта величина значительно меньше единицы.

Прежде чем перейти к описанию более детальной структуры слабого взаимодействия, сделаем небольшое пояснение относительно терминологии. Билинейное по фермионным полевым операторам  $u(x)$  и  $v(x)$  выражение вида  $j(x) = \bar{u}(x) O v(x)$ , где  $O$  — некоторая комбинация матриц, включающая матрицы Дирака, называется током. В частном случае, когда  $u$  и  $v$  соответствуют одному и тому же полю, а матрицы  $O$  совпадают с матрицами Дирака  $\gamma_\mu$ , это выражение представляет собой обычный электромагнитный ток, входящий в лагранжиан взаимодействия квантовой электродинамики,  $e \bar{u}(x) \gamma_\mu u(x) A_\mu(x)$ . В зависимости от вида матриц  $O$  ток  $j(x)$  может быть скалярным ( $O=1$ ), псевдоскалярным ( $O=\gamma_5$ ), векторным ( $O=\gamma_\mu$ ), аксиально векторным ( $O=\gamma_\mu \gamma_5$ ) или тензорным ( $O=\gamma_\mu \gamma_\nu$ ) относительно преобразований группы Лоренца. В конце 50-х годов после открытия несохранения четности было установлено, что слабый ток представляет собой сумму вектора и аксиального вектора, т. е.  $j(x) = j_V(x) + j_A(x)$ .

Четырехфермионный лагранжиан слабого взаимодействия записывается в виде произведения «ток  $\times$  ток»:

$$\frac{G}{\sqrt{2}} j^+(x) j(x) = \frac{G}{\sqrt{2}} (j_V^+ j_V + j_A^+ j_A + j_V^+ j_A + j_A^+ j_V).$$

При этом взаимные произведения вектора на аксиальный вектор приводят к переходам, в которых не сохраняется четность. (Напомним, что во всех преобразованиях, кроме инверсии пространственных координат, вектор и аксиальный вектор ведут себя одинаково, а при отражении пространственных координат их преобразования отличаются знаком.)

Слабый ток разделяется на слагаемые, содержащие лишь лептонные поля и слагаемые, состоящие только из адронных полей,  $j(x) = j^l + j^h$ . Их называют лептонными и адронными слабыми токами. Произведения двух лептонных токов друг на друга описывают чисто лептонные слабые процессы, например,

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu, \quad \nu_\mu + e^- \rightarrow \nu_\mu + e^- \text{ и т. д.}$$

Произведения лептонных составляющих на адронные отвечают так называемым полулептонным процессам, в которых участвуют как лептоны, так и адроны. Среди них такие процессы, как

$$p \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e, \quad \Lambda \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e \text{ и другие.}$$

Наконец, в нелептонных слабых процессах участвуют лишь адроны. Нелептонные взаимодействия с изменением странности проявляются в чисто адронных распадах гиперонов и К-мезонов. Процессы с сохранением странности приводят к так называемым *p*-нечетным ядерным силам. Эти силы, предсказанные теорией, были открыты в 1964 г. Ю. Г. Абовым и П. А. Крупчицким и количественно исследованы в 1967 г. В. М. Лобашовым и В. А. Назаренко.

Установление кварковой структуры адронов повлекло за собой изменение представлений о структуре слабого тока. Вместо адронных токов теперь фигурируют токи, составленные из кварковых полей.

В том случае, когда фермионные поля *u* и *v* соответствуют частицам с разными значениями электрического заряда, ток  $j = i\bar{O}Ov$  называется заряженным.

Если же электрические заряды полей *u* и *v* совпадают, то ток называется нейтральным.

Заметим, что в такой терминологии обычный электромагнитный ток также относится к нейтральным. Нейтральность электромагнитного тока означает, что в акте взаимодействия заряд частицы не меняется, поскольку переносчик взаимодействия (фотон) является нейтральным.

Наиболее давно известны слабые процессы, которые связаны с заряженными токами. К их числу относятся, например, такие процессы, как

$$p \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e, \quad \mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu, \\ \nu_\mu + p \rightarrow p + \mu^-, \quad \Lambda \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$$

и многие другие. Существование слабых процессов, обусловленных нейтральными токами, было предсказано теоретически в созданной в 60-е годы объединенной теории слабых и электромагнитных взаимодействий. Через несколько лет после этого они были обнаружены на эксперименте. В 1973 г. в проводившихся в Европейском центре ядерных исследований (ЦЕРН) экспериментах по рассеянию мюонных нейтрино на нуклонах были зарегистрированы безмюонные процессы

$$\nu_\mu + N \rightarrow \nu_\mu + \text{адроны}, \quad \bar{\nu}_\mu + N \rightarrow \bar{\nu}_\mu + \text{адроны}.$$

Отсюда был сделан вывод о существовании слабого взаимодействия, описываемого произведением нейтрального нейтринного тока на нейтральные кварковые токи. В 1978 г. при исследовании оптической активности паров атомарного висмута Л. М. Барковым и М. С. Золоторевым был экспериментально обнаружен слабый нейтральный электронный ток. Наконец, в 1982 г. были открыты и другие слабые нейтральные лептонные токи.

*Промежуточный бозон.* Как уже говорилось во второй главе, четырехфермионная модель успешно описывает целый ряд экспериментально наблюдаемых в процессах слабого взаимодействия закономерностей.

Вместе с тем, обладая размерной константой связи, модель Ферми неперенормируема и поэтому не может претендовать на роль последовательной теории. Степенной рост матричных элементов с энергией приводит к противоречию с условием унитарности, что делает выражения, полученные в низшем порядке теории возмущений, непригодными для описания явлений в области высоких (порядка сотен ГэВ) энергий. Граница области применимости четырехфермионной теории, на существование которой впервые указал Блохинцев, носит название унитарного предела.

В то же время, низкоэнергетические предсказания не изменятся, если предположить, что четырехфермионный лагранжиан слабого взаимодействия в форме (ток  $\times$  ток) не является фундаментальным, а возникает вследствие того, что слабые токи взаимодействуют между собой через некоторое массивное промежуточное поле. Другими словами, они не изменятся, если предположить, что взаимодействие двух токов теперь не является локальным, а разносится в разные пространственно-временные точки, как показано на рис. 21.

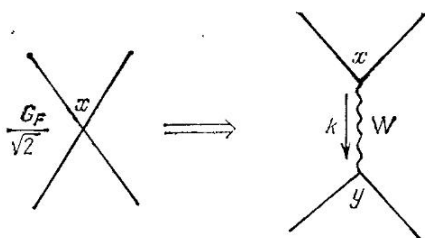


Рис. 21. Иллюстрация перехода от четырехфермионного взаимодействия к взаимодействию, переносимому промежуточным бозоном

Наводящим соображением может служить некоторая квантовополевая модель, подобная квантовой электродинамике, в которой, однако, «фотоны» обладают достаточно большой массой и описываются векторным полем  $B_\mu$ . Если ограничиться только такими процессами, в которых тяже-

лые «фотоны» находятся лишь в виртуальных состояниях, а в начальном и конечном состояниях отсутствуют, то их можно описать, формально исключив из теории векторные поля  $B_\mu$  и заменив лагранжиан взаимодействия  $e j_\mu(x) \bar{B}_\mu(x)$  на некоторый эффективный нелокальный лагранжиан  $e^2 j_\mu(x) D_{\mu\nu}(x-y) j_\nu(y)$ , где  $D_{\mu\nu}(x-y)$  представляет собой функцию распространения «фотона». Как уже обсуждалось в связи с моделью Юкавы, массивность переносчика определяет конечность радиуса взаимодействия.

Таким образом, можно предположить, что фундаментальный лагранжиан слабого взаимодействия имеет вид, аналогичный электродинамическому  $g j_\mu(x) W_\mu(x)$ , где  $g$  — безразмерная константа связи, а  $W_\mu$  — некоторое векторное поле, переносящее взаимодействие. Соответствующая частица получила название «промежуточный векторный бозон». В рамках этой гипотезы можно объяснить, почему четырехфермионная теория неплохо описывает некоторые процессы, и указать пределы ее применимости. Действительно, если масса промежуточного бозона достаточно велика, а переданные импульсы и все энергии много меньше  $M_W$ , то промежуточные бозоны могут возникать только в виртуальных состояниях. При этом взаимодействие, осуществляемое в результате обмена промежуточным бозоном, почти не отличается от четырехфермионного, поскольку пропагатор поля  $W_\mu$  в импульсном представлении  $g^{\mu\nu}/(M^2 - k^2)$  в этом случае приблизительно равен постоянной  $g^{\mu\nu}/M^2$ . В координатном представлении этому выражению соответствует  $\delta$ -функция:  $\frac{g^{\mu\nu}}{M^2} \delta(x-y)$ , т. е. точки  $x$  и  $y$  практически сливаются в одну.

Итак, взаимодействие двух токов в низкоэнергетическом приближении эффективно может описываться локальным выражением  $g j_\mu(x) W_\mu(x)$ . Как легко заметить, фермиевская константа  $G_F$  простым образом связана с безразмерной константой  $g$ :

$$G_F/\sqrt{2} = g^2/M_W^2. \quad (17.1)$$

Это соотношение легко получить, сравнивая приведенные на рис. 21 диаграммы и пренебрегая импульсом  $k$  промежуточного бозона по сравнению с его массой  $M_W$ .

*Проблема перенормируемости.* Безразмерность константы связи порождает надежду на возможность построения перенормируемой модели слабых взаимодействий.

Однако ситуация здесь совершенно другая по сравнению с известными перенормируемыми теориями, такими, на-

пример, как квантовая электродинамика или теория поля Янга — Миллса. Напомним вкратце суть дела. Более подробно этот вопрос уже обсуждался в конце § 15. В отличие от безмассовых векторных полей, массивное векторное поле имеет пропагатор, который содержит, кроме поперечной части, еще и продольную, определяющую его поведение при больших импульсах и приводящую к более сильным, чем для поперечного пропагатора, ультрафиолетовым расходимостям. Поэтому теории с массивными векторными полями оказываются перенормируемыми. Единственная возможность построить перенормируемую квантовополевую модель с массивным векторным полем основывается на использовании механизма спонтанного нарушения симметрии.

## § 18. Модель Вайнберга — Салама — Глэшоу

*Выбор калибровочной группы.* Довольно долгое время квантовая электродинамика была единственной последовательной теорией в физике частиц, которая давала количественные предсказания, согласующиеся с экспериментом. Она была также первой квантовополевой моделью, в которой существовала калибровочная инвариантность. Принцип локальной калибровочной инвариантности может быть положен в основу и теории слабого взаимодействия. При этом масса переносчиков взаимодействия появляется в результате спонтанного нарушения симметрии. Общий принцип, на котором базируются модели слабого и электромагнитного взаимодействий, позволяет формально объединить их в рамках одной калибровочной теории.

Калибровочная группа единой теории должна иметь размерность, не меньшую трех. Это связано с тем, что в теории должны присутствовать, как минимум, три векторных поля — электромагнитное и два поля, соответствующих заряженным промежуточным бозонам  $W^\pm$ . (Напомним, что в то время, когда создавалась теория, о существовании нейтральных слабых токов было неизвестно. Однако, как видно из дальнейшего, в предлагаемой модели они с необходимостью сопутствуют заряженным.)

Число калибровочных полей, как объяснялось в § 14, совпадает с размерностью группы. Простейшая унитарная группа размерности три — это группа  $SU(2)$ . Однако в рамках этой группы не удастся согласовать нарушение четности в слабом взаимодействии и ее сохранение в электромагнитном. Действительно, слабый заряженный ток (для простоты сначала мы ограничимся только лептонами, а о вве-

дении в модель кварковых токов и их роли расскажем в конце параграфа) можно представить в виде

$$j = \bar{\nu}_e \gamma_\mu (1 + \gamma_5) e^- = \bar{\psi}_e \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \tau^+ \psi_e,$$

где  $\psi_e = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}$  — дублет, состоящий из полевых функций электрона и нейтрино, а  $\tau^+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

Для других лептонов все рассуждения аналогичны. Матрица  $(1 + \gamma_5) \tau^+$  и соответствующая сопряженному току матрица  $(1 + \gamma_5) \tau^-$  являются генераторами группы  $SU(2)$ . Третьим генератором этой группы является матрица  $(1 + \gamma_5) \tau_3$ , которой отвечает нейтральный ток, нарушающий четность. Заметим, что общий множитель  $(1 + \gamma_5)$  не влияет на групповую структуру, которая определяется  $\tau$ -матрицами, представляющими собой, как известно, генераторы группы  $SU(2)$ . В такой схеме не остается места для нейтрального тока, сохраняющего четность, который мог бы играть роль электромагнитного. Поэтому для того, чтобы включить в эту схему электромагнитное взаимодействие, необходимо выбрать группу размерности четыре, в качестве которой, как указал Ш. Глэшоу, может быть выбрана группа  $SU(2) \times U(1)$ . Именно она была положена в основу единой модели электромагнитных и слабых взаимодействий лептонов, предложенной в 1967 г. Вайнбергом и Саламом.

*Физическая структура.* Перейдем теперь к краткой характеристике этой модели. Поскольку она оказывается достаточно громоздкой, особенно в части, касающейся фермионов, мы ограничимся в основном описании векторных полей, переносящих слабое и электромагнитное взаимодействие. Локальная калибровочная инвариантность относительно группы  $SU(2) \times U(1)$  требует существования двух калибровочных векторных полей — трехкомпонентного  $V_\mu^a(x)$  ( $a=1, 2, 3$ ) и однокомпонентного  $B_\mu(x)$ , взаимодействие которых с полями материи характеризуется двумя константами связи:  $g_2$  и  $g_1$ . Поля  $V_\mu^a(x)$  и  $V_\mu^3(x)$  заряжены, а поля  $V_\mu^3(x)$  и  $B_\mu(x)$  нейтральны.

В результате спонтанного нарушения симметрии приобретают массу поля  $V_\mu^1(x)$ ,  $V_\mu^2(x)$  и суперпозиция полей  $V_\mu^3(x)$  и  $B_\mu(x)$ :  $Z_\mu = V_\mu^3 \cos \theta_W - B_\mu \sin \theta_W$ . Параметр  $\theta_W$ , называемый углом Вайнберга, простым образом выражается через константы связи  $\theta_W = \arcsin(g_1(g_1^2 + g_2^2)^{-1/2})$ . Комбинация  $A_\mu = B_\mu \cos \theta_W + V_\mu^3 \sin \theta_W$ , ортогональная  $Z_\mu$ , остается без-

массовой и взаимодействует с обычным электромагнитным током. Поэтому ее можно отождествить с электромагнитным полем. Массивные векторные поля  $W_{\mu}^{\pm} = V_{\mu}^1 \pm iV_{\mu}^2$  и  $Z_{\mu}$  взаимодействуют соответственно с заряженными и нейтральными токами, нарушающими четность.

Использование механизма Хиггса для образования масс векторных полей неизбежно приводит к появлению в модели массивной скалярной частицы — хиггсова бозона. До сих пор экспериментально она не обнаружена. Одной из причин этого может быть большая величина ее массы, не достижимая на современных ускорителях.

Не вдаваясь в детали, касающиеся фермионов, отметим лишь, что каждая пара лептонов ( $e^{-}, \nu_e$ ), ( $\mu^{-}, \nu_{\mu}$ ), ( $\tau^{-}, \nu_{\tau}$ ) вводится в модель независимо.

*Сравнение с экспериментом.* Рассмотрим теперь главные предсказания модели и их экспериментальный статус. К числу важнейших следствий относится предсказание существования нейтральных слабых токов. В течение нескольких лет после создания модели это следствие рассматривалось как ее недостаток. Как уже говорилось в предыдущем параграфе, процессы, обусловленные нейтральными токами, были экспериментально обнаружены в 1973 году. Это открытие стало первым триумфом модели Вайнберга — Салама.

Другим свидетельством правильности теории является довольно хорошее совпадение измеренных в разных процессах значений угла Вайнберга:  $\sin^2 \theta_W \approx 0,23$ .

Самая непосредственная проверка состояла в поиске промежуточных бозонов. Оценку их масс по порядку величины можно получить уже из формулы (17.1), если положить  $g^2 \sim e^2 \sim 1/137$ . Отсюда следует величина в несколько десятков ГэВ. Более точные предсказания дает модель Вайнберга — Салама. С учетом радиационных поправок получаются соответственно следующие величины:  $M_W = 82,5 \pm 2,5$  ГэВ,  $M_Z = 93,3 \pm 2,5$  ГэВ. Столь больших энергий до недавнего времени достичь на ускорителях не удавалось. Поэтому промежуточные векторные бозоны долго оставались неоткрытыми. Только в 1983 году в специальных экспериментах на  $p\bar{p}$ -коллайдере ЦЕРН — самом мощном в настоящее время ускорителе на встречных протон-антипротонных пучках — удалось зафиксировать рождение этих частиц. Измеренные в этих экспериментах значения масс  $M_W^{\text{эксп}} = 81 \pm 2$  ГэВ,  $M_Z^{\text{эксп}} = 93 \pm 2$  ГэВ хорошо укладываются в рамки теоретических предсказаний.

Мы привели наиболее яркие примеры экспериментального подтверждения модели Вайнберга — Салама. Подчеркнем также, что эта модель полностью воспроизводит низкоэнергетические результаты универсальной четырехфермионной теории и, в отличие от последней, является перенормируемой.

*Аномалии и кварковое расширение.* Важная особенность описываемой модели связана с несохранением четности. Из-за того, что в теории присутствуют треугольные диаграммы, у которых все три внутренние линии фермионные, а из наружных — две векторные, а одна аксиально векторная, возникает так называемая аксиальная аномалия.

Под аномалией обычно понимается нарушение некоторого закона сохранения, вытекающего из свойств симметрии лагранжиана классической теории, квантовыми поправками, вычисленными на основе того же лагранжиана. Характерным признаком квантовых аномалий является невозможность устранения их путем переопределения (перенормировки) каких-либо величин или параметров.

В описываемом случае из-за вклада треугольной диаграммы оказывается невозможно одновременно удовлетворить условиям сохранения векторного тока и частичного сохранения аксиального тока. Данное обстоятельство приводит к тому, что обычные ультрафиолетовые перенормировки векторной вершины не устраняют всех расходимостей из аксиальной вершины. Это имеет катастрофические последствия для перенормируемости всей теории.

Единственная спасительная возможность заключается в том, чтобы вклады разных фермионов, распространению которых могут быть сопоставлены внутренние линии данной треугольной диаграммы, в сумме скомпенсировались. Как можно показать, вклад каждого фермиона в аксиальную аномалию пропорционален его электрическому заряду. Поэтому условием взаимного сокращения аксиальных аномалий является равенство нулю суммарного заряда всех фермионов.

Такую компенсацию удастся получить, если ввести в рассмотрение слабое взаимодействие кварков, которое эффективно проявляется в наблюдаемом на эксперименте слабом взаимодействии адронов. Слабые токи кварков были построены в работах Ш. Глэшоу и др. авторов. Объединенная модель электрослабых взаимодействий лептонов и кварков называется моделью Вайнберга — Салама — Глэшоу.



Если каждой паре лептонов поставить в соответствие пару кварков, то сокращение аномалий возникает естественным образом. Например, сопоставив электрону и электронному нейтрину пару кварков  $u$  и  $d$ , получим, что суммарный электрический заряд равен нулю:

$$\sum Q = -1 + 0 + 3(2/3 - 1/3) = 0. \quad (18.1)$$

Множитель 3, стоящий перед кварковыми зарядами, соответствует трем возможным цветам кварков.

*Поколения.* Образованные таким образом совокупности лептонов и кварков называются поколениями фермионов. Итак, первое поколение составляют легчайшие лептоны  $e^-$ ,  $\nu_e$  и легчайшие кварки  $u$  и  $d$ .

Вторым поколением являются мюон и его нейтрино,  $\mu^-$ ,  $\nu_\mu$ , и два кварка,  $s$ ,  $\bar{s}$ . Здесь также выполняется условие (18.1), где оказывается существенным четвертый кварк  $c$ , теоретически предсказанный на основе соображений кварк-лептонной симметрии задолго до его экспериментального открытия в 1974 г.

В третье поколение фермионов входят открытый в 1975 г.  $\tau$ -лептон и его нейтрино, а также  $b$ - и  $t$ -кварки;  $b$ -кварк был экспериментально обнаружен в 1977 г. Имеющиеся экспериментальные данные, которые можно было бы интерпретировать как указание на существование  $t$ -кварка, пока еще не могут рассматриваться как окончательные и нуждаются в подтверждении.

Массы фермионов от поколения к поколению значительно возрастают. Так, например,  $m_\mu \approx 200 m_e$ ,  $m_\tau \approx 20 m_\mu$ . Аналогично растут и массы кварков.

В настоящее время причины, определяющие группирование фермионов в поколения, совершенно не понятны. Неизвестно также, сколько же всего существует поколений. (Есть, правда, косвенные данные, полученные из астрофизики, которые указывают на то, что число типов легких нейтрино равно трем или четырем.) Наконец, нет ответа и на вопрос, зачем вообще природе понадобилось «тиражировать» поколения, поскольку роль фермионов второго и третьего поколений кажется ничтожно малой по сравнению с ролью фермионов первого поколения, определяющих подавляющее большинство наблюдаемых физических явлений.

Увеличение числа известных кварков и лептонов наводит на мысль о том, что они сами могут представлять собой связанные состояния каких-то более элементарных объектов. На эту тему высказан ряд гипотез, которые пока дале-

ки от оформления в последовательные теоретические модели, не говоря уже о какой бы то ни было экспериментальной проверке.

Подводя итоги обсуждения модели Вайнберга — Салама — Глэшоу, подчеркнем еще раз, что она является в настоящее время общепризнанной моделью электромагнитных и слабых взаимодействий, согласующейся с экспериментальными данными. В то же время до сих пор не обнаружены хиггсовы бозоны, а следовательно, не имеет пока экспериментального подтверждения используемый в модели механизм спонтанного нарушения симметрии и возникновения масс. Отметим еще, также не вдаваясь в детали, что в данной модели ненулевое вакуумное среднее скалярного поля приводит к появлению масс не только у калибровочных векторных полей, но и (из-за предполагаемых специальных взаимодействий юкавского типа) к появлению масс у фермионов. Чтобы совместить различия по величине масс фермионов и промежуточных бозонов, требуется предположить, что юкавские константы достаточно малы и, кроме того, различны для кварков и лептонов. Наличие дополнительных взаимодействий кроме калибровочного, характеризуемых разными константами связи, нарушает в значительной степени простоту и экономность модели.

## § 19. Составная структура адронов

*Глубоконеупругое рассеяние лептонов на адронах.* Как уже говорилось в § 8, исследование процессов рассеяния лептонов высоких энергий на нуклонах привело к открытию сложной структуры последних. Рассеяние лептонов на адронах происходит с передачей энергии и импульса посредством виртуальной частицы — фотона — при рассеянии электронов и мюонов, а также промежуточного бозона при рассеянии нейтрино. Для краткости мы будем говорить лишь про виртуальный фотон, подразумевая также возможность обмена и промежуточным бозоном.<sup>1</sup>

На рис. 22 схематически изображен процесс так называемого глубоконеупругого рассеяния лептона ( $e$ ,  $\mu$  или  $\nu$ ) на нуклоне  $N$ , при котором нуклон  $N$  превращается в систему адронов  $X$ . Кинематические условия  $(p+q)^2 \gg M_N^2$  и  $-q^2 \gg M_N^2$  обеспечивают соответственно возможность рождения большого числа адронов и «проникновения» виртуального фотона «в глубь» нуклона на расстояния, много меньшие его размеров.

Технически наиболее простым и, вместе с тем, позволяющим получить достаточные сведения о структуре адронов является, как уже говорилось в § 8, изучение так называемых инклюзивных характеристик, т. е. характеристик таких процессов, когда в конечном состоянии регистрируется только рассеянный лептон, а конечная адронная система может быть какой угодно.

*Партонная модель.* Существующие экспериментальные данные довольно неплохо описываются в рамках партон-

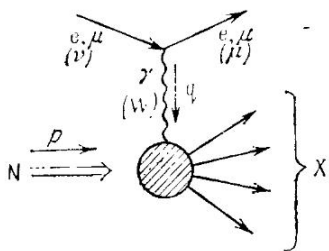


Рис. 22. Схематическое изображение процесса глубоконеупругого рассеяния лептона на нуклоне, при котором нуклон превращается в систему адронов

ной модели, согласно которой виртуальный фотон некогерентным образом взаимодействует с точечными составляющими адрона — так называемыми партонами. Некогерентность означает, что вероятность взаимодействия фотона с совокупностью партонов равна сумме вероятностей взаимодействия с каждым из них.

В партонной модели предполагается, что процесс глубоконеупругого рассеяния происходит в две независимые друг от друга стадии, как показано на рис. 23. На первой стадии происходит взаимодействие виртуального фотона с

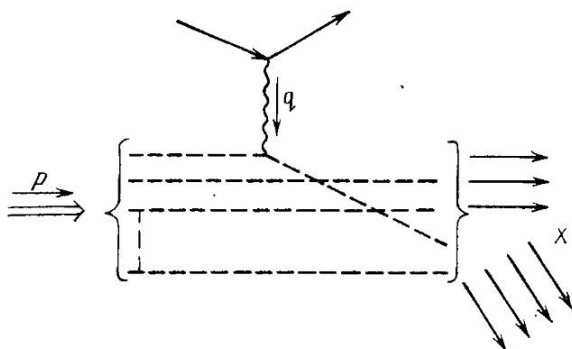


Рис. 23. Представление процесса глубоконеупругого рассеяния в партонной модели

одним из партонов, который получает большой импульс отдачи, а на второй — «адронизация», т. е. превращение партонов в струи адронов, которые и наблюдаются на опыте.

Измеряемая на опыте зависимость инклюзивных сечений от квадрата переданного импульса  $q^2$  и энергии, переданной адронной системе, качественно согласуется с представлением о точечности партонов, а также требует, чтобы при больших  $|q^2|$  ( $|q^2| \gg 1 \text{ ГэВ}^2$ ) взаимодействие между ними было достаточно слабым.

**Кварки и глюоны.** Анализ данных по глубоконеупругому рассеянию электронов, мюонов и нейтрино позволяет также сделать вывод о том, что заряженные партоны можно отождествлять с кварками. Они, однако, не исчерпывают всех партонов. Около половины импульса нуклона переносится электрически нейтральными объектами, которые называются глюонами (от английского «glue» — клей). По предположению, они осуществляют взаимодействие кварков между собой и, в частности, «склеивают» их в адроны.

Обмен глюонами между кварками должен приводить к взаимодействию, которое слабо на малых расстояниях ( $< 10^{-15}$  см) и достаточно сильно, чтобы обеспечить устойчивость адронов, на больших ( $\geq 10^{-14}$  см).

*Кварк-глюонное взаимодействие и асимптотическая свобода.* В квантовой теории поля, как известно, интенсивность взаимодействия определяется величиной эффективной константы связи. Как уже говорилось в § 13, именно такое поведение эффективных констант связи, какое требуется для взаимодействия кварков, присуще неабелевым калибровочным теориям. С увеличением расстояния интенсивность взаимодействия в них эффективно возрастает, а при уменьшении расстояния стремится к нулю по формуле типа (13.7)

$$\alpha_s(r) \sim \left( c \ln \frac{1}{r\Lambda} \right)^{-1}.$$

Свойство «самовыключения» взаимодействия на малых расстояниях носит название асимптотической свободы.

Таким образом, возникает следующая картина строения адронов. В соответствии с их квантовыми числами адроны содержат некоторое минимальное число кварков и антикварков, которые иногда называют валентными. Так, барионы содержат три валентных кварка, а мезоны — валентные кварк и антикварк. Валентные кварки взаимодействуют между собой, обмениваясь виртуальными глюонами — квантами поля Янга — Миллса. В свою очередь глюоны рождают виртуальные пары кварков и антикварков, которые, чтобы отличить их от валентных, называют морем. Все это надо дополнить процессами испускания виртуальных глюонов кварками моря и самими глюонами, и т. д.

На рис. 24 схематично показано, как устроен нуклон. Светлыми кружками на нем изображены валентные кварки, а темными — кварки моря. Обратим внимание на то, что как те, так и другие могут находиться в любой точке

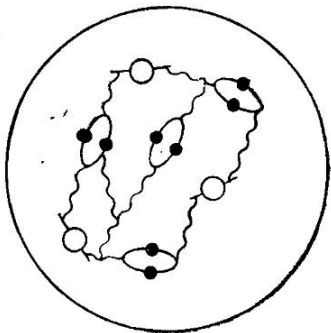


Рис. 24. Схематическое изображение структуры нуклона. Светлые кружки изображают валентные кварки, а темные — кварки моря. Волнистые линии изображают обмены глюонами

внутри адрона. Следует отметить, что приведенная картинка является весьма условной. Правильнее было бы сказать, что адрону соответствует бесконечный набор подобных картинок с различным числом виртуальных кварков и глюонов.

## § 20. Калибровочная теория взаимодействия кварков и глюонов

*Цветовая симметрия кварков.* Обнаружение свойства асимптотической свободы неабелевых калибровочных теорий открыло возможность построения квантовополевой модели взаимодействий кварков, согласующейся с экспериментальными данными по глубоконеупругим процессам.

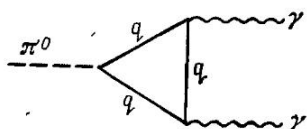


Рис. 25. Диаграмма процесса распада  $\pi^0$ -мезона на два фотона

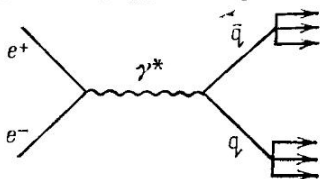


Рис. 26. Диаграмма процесса  $e^+e^-$ -аннигиляции в две струи адронов

В основе этой модели лежит группа симметрии кварков по цветам  $SU_c(3)$ , с которой мы познакомились в § 8. Хотя сам цвет непосредственно наблюдать невозможно, его введение позволяет решить многие принципиальные проблемы теории. Например, согласовать кварковую модель с принципом Паули и сократить треугольные аномалии в модели Вайнберга — Салама — Глэшоу.

Существует также целый ряд экспериментальных указаний на трехцветность кварков. В качестве примера можно привести характеристики таких процессов, как распад  $\pi^0$  на два фотона и аннигиляция электрона и позитрона в адроны. Указанные процессы описываются диаграммами, изображенными на рис. 25 и 26. Можно показать, что отношение  $R \equiv \sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \text{адроны}) / \sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \mu^+\mu^-)$  пропорционально числу цветов  $N_c$ , а ширина распада  $\Gamma_{\pi^0 \rightarrow 2\gamma}$  пропорциональна  $N_c^2$ . Результаты расчетов этих характеристик совпадают с экспериментальными данными только при  $N_c=3$ .

*Лагранжиан взаимодействия.* Если предположить, что цветовая симметрия имеет локальный характер, то возник-

кает калибровочная теория взаимодействия кварков и глюонов, которая получила название «квантовая хромодинамика» (сокращено КХД).

В этой теории, кроме цветных кварков, существует еще 8 безмассовых векторных глюонов  $G_\mu^i$  ( $i=1, \dots, 8$ ), которые реализуют присоединенное представление группы. Как известно, число их равно размерности группы:  $3^2-1$ . Взаимодействие кварков с глюонами описывается лагранжианом

$$\mathcal{L}_{\bar{q}q} = \frac{g}{\sqrt{2}} \sum (\bar{q}_1 \bar{q}_2 \bar{q}_3) \times$$

$$\times \begin{pmatrix} G_\mu^3 + \frac{G_\mu^8}{\sqrt{3}} & G_\mu^1 - iG_\mu^2 & G_\mu^4 - iG_\mu^5 \\ G_\mu^1 + iG_\mu^2 & -G_\mu^3 + \frac{G_\mu^8}{\sqrt{3}} & G_\mu^6 - iG_\mu^7 \\ G_\mu^4 + iG_\mu^5 & G_\mu^6 + iG_\mu^7 & -\frac{2}{\sqrt{3}} G_\mu^8 \end{pmatrix} \gamma^\mu \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix}.$$

В этой формуле цветовые индексы 1, 2, 3 выписаны явно, а суммирование ведется по шести типам кварков  $q=u, d, s, c, b, t$ .

Напомним, что, кроме указанного слагаемого, аналогичного в известном смысле квантовоэлектродинамическому и приводящего к вершинам, изображенным на рис. 27,

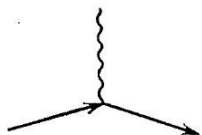


Рис. 27. Вершина на кварк-глюонного взаимодействия

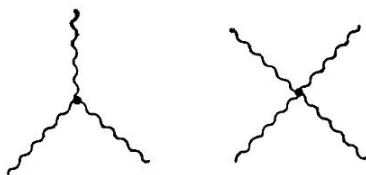


Рис. 28. Вершины, описывающие самодействие глюонов

в лагранжиане взаимодействия присутствуют члены, описывающие самодействие глюонов:  $g \text{Tr} (G_\mu G_\nu [\partial_\mu G_\nu - \partial_\nu G_\mu])$  и  $g^2 \text{Tr} (G_\mu^r G_\nu G_\mu G_\nu)$  (рис. 28). Кроме того, при вычислениях по теории возмущений необходимо также учитывать вклады замкнутых петель духов Фаддеева — Попова.

Обратим внимание, что в силу калибровочной инвариантности константа связи  $g$  во всех этих членах одна и та же.

*Эффективная константа связи.* Как следует из полученной ранее формулы (13.7), эффективная константа связи

КХД  $\bar{\alpha}_s = \bar{g}^2/4\pi$  в ультрафиолетовой области стремится к нулю по закону

$$\bar{\alpha}_s(k^2) \approx \frac{c}{\ln(k^2/\Lambda^2)}, \quad (20.1)$$

где  $c = 1/\beta_1 = 12\pi/(33-2n)$ ,  $n$  — число типов кварков, а  $\Lambda = \mu \exp[-c/2 \alpha_s(\mu^2)]$  — так называемый параметр шкалы квантовой хромодинамики. Этот размерный параметр, возникший в результате размерной трансмутации, заменяет перенормированную безразмерную константу связи.

Отметим, что формула (20.1) описывает, так сказать, «чистую» ультрафиолетовую асимптотику, когда  $k \equiv \sqrt{k^2}$  много больше масс всех кварков и  $\alpha_s \ll 1$ . В реальной ситуации, соответствующей современным экспериментальным возможностям, приходится иметь дело с  $k \sim 1 \div 10^2$  ГэВ, т. е. с областью масс тяжелых кварков ( $m_c \sim 1,5$  ГэВ,  $m_b \sim 4,5$  ГэВ и  $m_t \sim 40$  ГэВ) при  $\alpha_s \sim 0,2$ . Здесь оказывается необходимым пользоваться более точной формулой для  $\bar{\alpha}$ , получаемой из решения ренормгруппового уравнения в двухпетлевом приближении для бета-функции:  $\beta = \beta_1 g^2 + \beta_2 g^3$ . Эта формула имеет вид

$$\bar{\alpha}_s^{(2)}(k^2) = \frac{\alpha_s}{1 + \beta_1 \alpha_s l + (\beta_2/\beta_1) \alpha_s \ln(1 + \beta_1 \alpha_s l)}, \quad (20.2)$$

где

$$l = \ln \frac{k^2}{\mu^2}, \quad \alpha_s = \bar{\alpha}_s(\mu^2), \\ \beta_1 = (33-2n)/12\pi, \quad \beta_2 = (306-38n)/48\pi^2.$$

Переходя к введеному выше параметру шкалы  $\Lambda$ , (20.2) можно приближенно записать в виде

$$\bar{\alpha}_s^{(2)}(k^2) = \frac{1}{\beta_1 L} - \frac{\beta_2}{\beta_1^2} \frac{\ln L}{L^2}, \quad L \equiv \ln \frac{k^2}{\Lambda^2}. \quad (20.3)$$

Числовое значение параметра  $\Lambda$ , определенное из обработки опытных данных, оказывается величиной порядка 100 МэВ. Заметим здесь, что при использовании формул (20.2), (20.3) в области масс тяжелых кварков под  $n$  следует подразумевать эффективное число ароматов, т. е. число кварков, для которых выполняется соотношение  $m^2 \ll \ll k^2$  и при учете которых в промежуточных состояниях можно пользоваться логарифмической асимптотикой. В области  $1 \text{ ГэВ}^2 < k^2 < 100 \text{ ГэВ}^2$  следует положить  $n=3$ .

При этих условиях второй член в правой части (20.3), т. е. собственно двухпетлевой вклад, составляет около



1/5 от первого, а сама  $\bar{\alpha}_s$  в указанной области оказывается заметно меньшей единицы. Полуколичественный график зависимости  $\bar{\alpha}_s$  от  $k^2$  приведен на рис. 29. Из него следует, что при  $k^2 > 100 \text{ ГэВ}^2$  величина  $\bar{\alpha}_s$  слабо убывает (с ростом  $k^2$ ), изменяясь в интервале  $1/7 \div 1/10$ . Как показывает более детальное рассмотрение, в этой области оказывается возможным пользоваться двухпетлевой теорией

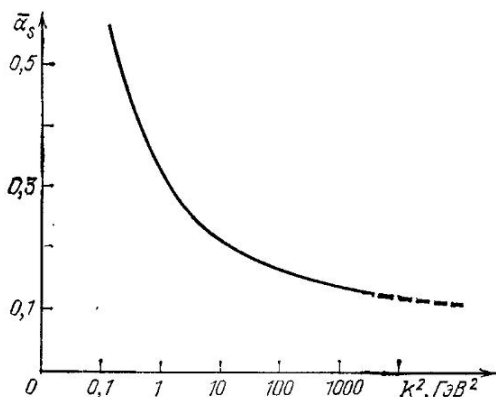


Рис. 29. Поведение квантовохромодинамической эффективной константы связи  $\alpha_s$  в зависимости от квадрата переданного импульса

возмущений, улучшенной с помощью ренормгруппы. С другой стороны, из графика видно, что при уменьшении  $k^2$ , начиная со значений  $\sim 10 \text{ ГэВ}^2$ ,  $\bar{\alpha}_s$  быстро растет и при  $k^2 < 1 \text{ ГэВ}^2$  происходит выход в область сильной связи.

Таким образом, двухпетлевая формула (20.2) передает не только феномен асимптотической свободы при больших  $k^2$ , т. е. малых расстояниях, но и механизм быстрого выхода (с ростом расстояний) в «область адронной физики», где господствует сильная связь. Физический смысл параметра шкалы состоит в том, что числовое значение  $\Lambda$  дает характерный масштаб области сильной связи.

*Экспериментальный статус КХД.* Как следует из вышеизложенного, в области достаточно больших переданных импульсов теория возмущений КХД может являться основой для численного описания процессов сильных взаимодействий. Сложность такого описания связана с тем, что расчету поддаются кварк-глюонные подпроцессы, в то время как наблюдаемые характеристики относятся к адронным процессам. Поэтому приходится решать теоретическую

задачу нахождения связи между матричными элементами адронных процессов и кварк-глюонных подпроцессов.

В ряде случаев — для так называемых жестких процессов — можно указать характеристики, при вычислении которых удастся отделить друг от друга вклады областей больших и малых переданных импульсов (соответственно малых и больших расстояний). Зависимость исследуемой величины  $M$  от малых ( $p^2$ ) и больших ( $Q^2$ ) инвариантных импульсных переменных представляется в факторизованном виде  $M(Q^2, p^2) = \mathcal{M}(Q^2) \times F(p^2)$ , где рассчитываемая в рамках квантовохромодинамической теории возмущений функция  $\mathcal{M}(Q^2)$  описывает кварк-глюонный подпроцесс, происходящий на малых расстояниях, а функция  $F(p^2)$  содержит всю необходимую информацию о динамике на больших расстояниях. Одинаковые для различных процессов феноменологические функции  $F(p^2)$  характеризуют распределение партонов в адронах и вероятности образования адронов из партонных конфигураций. Вид функций  $F$  определяется из экспериментальных данных по простейшим жестким процессам. Как правило, для этой цели служат лептон-адронные процессы.

Таким образом, квантовая хромодинамика представляет собой теорию, более опосредствованную с физической точки зрения, чем квантовая электродинамика. В самом деле, кванты составляющих полей — кварки и глюоны — не поддаются непосредственному наблюдению, так же как и квантовое число — цвет, лежащее в основе калибровочного механизма взаимодействия этих полей. Тем не менее существуют достаточно убедительные экспериментальные аргументы в пользу КХД. Перечислим наиболее важные из них:

1. Характер зависимости инклюзивных сечений глубоко-неупругого лептон-адронного рассеяния от квадрата переданного импульса  $q^2$ , предсказываемый КХД, согласуется с экспериментальными данными.

2. Наблюдение в процессах электрон-позитронной аннигиляции событий, в которых рождаются 3 струи адронов. Основной вклад в сечение  $(e^+ e^-)$ -аннигиляции дают двухструйные процессы, изображенные на рис. 26. Однако, кроме этих процессов, КХД предсказывает также, что с заметной вероятностью происходит рождение адронных струй и глюонами, испущенными одним из кварков (рис. 30). Угловое и энергетическое распределение адронов в наблюдаемых трехструйных событиях хорошо согласуется со значением спина глюона, равным 1. Указанные результаты рассматри-

юются как экспериментальное доказательство существования глюонов.

Такая ситуация, когда вывод о существовании частицы делается на основании наблюдения продуктов ее распада, не является новым в физике частиц. Вспомним, например, резонансы, которые сами непосредственно не регистрируются, а наблюдаются лишь адроны, образовавшиеся в результате их распада.

3. В рамках КХД успешно описывается наблюдаемая спектроскопия тяжелых кваркониумов — связанных состояний  $c\bar{c}$  и  $b\bar{b}$ , включая предсказываемые теорией трехглюонные распады  $J/\psi$ - и  $\Upsilon$ -мезонов.

4. Ряд закономерностей, наблюдаемых в экспериментах по рождению адронов с большими поперечными импульсами в адронных столкновениях, естественно получается в КХД как результат прямого глюон-глюонного взаимодействия.

5. Свидетельством достоверности КХД является и тот факт, что экспериментально определенные в разных процессах значения параметра  $\Lambda$ , являющегося основной количественной характеристикой КХД, оказываются весьма близкими друг к другу (100÷200 МэВ).

Таким образом, несмотря на то, что основные физические понятия, лежащие в основе КХД, оказываются недоступными прямому наблюдению, хорошее качественное, а также неплохое количественное согласие с опытом ее предсказаний позволяет принять эту квантовополевую модель как реалистическую теорию сильных взаимодействий.

В последние годы кварк-глюонные представления стали использоваться также и в ядерной физике для описания столкновений адронов и ядер с ядрами, при которых происходят большие передачи импульса (порядка 1 ГэВ на нуклон и больше). Начало этому направлению — так называемой релятивистской ядерной физике — было положено в работах Балдина. Здесь открывается новая область применения КХД, которая служит также источником дополнительной информации о деталях кварк-глюонного взаимодействия.

*Взаимодействие на больших расстояниях.* Конечно, чтобы иметь полное право называться теорией сильных взаимодей-

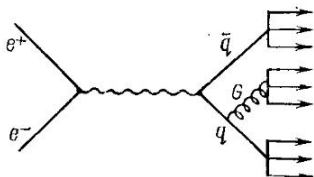


Рис. 30. Диаграмма, описывающая рождение трех струй адронов в процессе  $e^+e^-$ -аннигиляции

действий, КХД должна описывать всю физику адронов. При этом неминуемо возникнет проблема количественного описания явлений на больших ( $\geq 10^{14}$  см) расстояниях.

Формальное продолжение выражения для эффективного заряда (20.1) (или (20.2)) в область малых  $k^2$  (больших расстояний) указывает на возрастание взаимодействий при увеличении расстояний. Очевидно, что строгий количественный анализ методами теории возмущений провести в этой области не удастся из-за большой величины параметра разложения. Тем не менее возрастание взаимодействия на больших расстояниях (а оно имеет характер притяжения) позволяет качественно понять объединение кварков и глюонов в адроны.

Проведенные в решеточном приближении, о котором мы расскажем подробнее ниже, численные расчеты показывают,

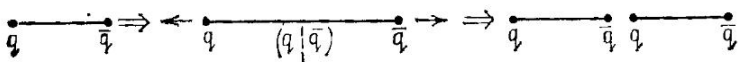


Рис. 31. Схематическое изображение образования новых бесцветных состояний при удалении кварка и антикварка друг от друга

что сила притяжения кварков друг к другу не зависит от расстояния между ними, а потенциальная энергия, следовательно, пропорциональна этому расстоянию. В результате возникает так называемое инфракрасное удержание кварков (конфайнмент), которое, возможно, объясняет ненаблюдаемость свободных кварков и глюонов.

Наглядно механизм удержания можно представить, если рассмотреть, например, что происходит при удалении друг от друга кварка и антикварка, образующих некоторое бесцветное связанное состояние. Когда они окажутся на расстоянии, на котором соответствующая потенциальная энергия превысит порог рождения новой кварк-антикварковой пары, энергетически более выгодным станет рождение такой пары и образование двух новых бесцветных связанных состояний, как изображено на рис. 31.

## § 21. Непертурбативные методы в квантовой хромодинамике

Возможность проводить расчеты по теории возмущений предполагает малость константы связи. Как уже говорилось, свойство асимптотической свободы обеспечивает выполнение этого условия лишь на малых расстояниях. В той

же области, которая определяет всю низкоэнергетическую адронную физику, теория возмущений не применима. В частности, в рамках теории возмущений невозможно объяснить механизм, приводящий к невыеланию кварков, спектр масс адронов и ряд других принципиальных вопросов. Поэтому возникает необходимость развития методов вычислений в КХД, не предполагающих малость взаимодействия.

*$1/N_c$ -разложение.* Основная идея  $1/N_c$ -разложения состоит в том, чтобы в рамках новой теории возмущений, в которой в качестве параметра разложения используется величина  $1/N_c$ , где  $N_c$  — число цветов (равное трем в реальном случае), попытаться получить низкоэнергетические эффекты, не поддающиеся обычному пертурбативному анализу.

Будущее приближение отвечает формальному предельному переходу  $N_c \rightarrow \infty$  в КХД. В этом приближении в области энергий, близких к порогам рождения мезонов, удастся выделить зависимость от синглетных по цвету степеней свободы, соответствующих псевдоскалярным мезонам, и в функциональных интегралах, через которые записываются основные величины теории, проинтегрировать явно по остающимся цветовым переменным. Получающуюся в результате теорию можно описать некоторым эффективным нелинейным лагранжианом, который, как оказывается, совпадает с феноменологическим мезонным лагранжианом, предлагавшимся ранее для описания адронных явлений в области низких энергий.

Данный эффективный лагранжиан имеет нетривиальные топологические решения типа уединенных волн — солитонов, причем свойства этих решений позволяют отождествить их с барионами. Приближенные вычисления различных характеристик солитонных решений, например, распределения заряда и магнитных моментов, согласуются с измеряемыми на опыте соответствующими барионными величинами с погрешностью порядка 30%.

*Вакуумные конденсаты и правила сумм.* Гипотеза кварк-адронной дуальности позволяет связать некоторые характеристики адронов с результатами квантовохромодинамических пертурбативных (т. е. основанных на теории возмущений) вычислений с помощью правил сумм при конечных энергиях.

Важным шагом в развитии непертурбативных представлений явилось дополнение метода правил сумм идеей о существовании отличных от нуля вакуумных средних квар-

ковых и глюонных полей — так называемых конденсатов, сделанное А. И. Вайнштейном, В. И. Захаровым и М. И. Шифманом.

Кварковый «конденсат» определяется как вакуумное среднее произведения операторов кварковых полей  $\langle \bar{q}(x)q(x) \rangle_0$ . В обычном подходе, опирающемся на представление взаимодействия и теорию возмущений, это среднее равно нулю. Отличие от нуля кваркового конденсата, так же как и аналогичного глюонного конденсата  $\langle F_{\mu\nu}^2 \rangle_0$ , означает, что вакуум в КХД не является «физической пустотой» и что в нем имеется ненулевая плотность кварк-антикварковых пар и глюонов.

В новом подходе наблюдаемые характеристики адронов и резонансов выражаются через конденсатные средние. Найденные отсюда численные значения этих средних оказываются довольно большими:

$$\langle \bar{q}q \rangle_0 \approx -(240 \text{ МэВ})^3, \quad \frac{9\alpha_s}{32\pi} \langle F_{\mu\nu}^2 \rangle_0 \approx (240 \text{ МэВ})^4.$$

Таким образом, с физической точки зрения непертурбативные эффекты в КХД оказываются значительными.

*КХД на решетке.* Весьма важным прямым квантовополевым методом исследования, органически дополняющим теорию возмущений, является подход, использующий приближенные численные вычисления методом Монте-Карло основных характеристик КХД, представленных в виде континуальных интегралов, аппроксимированных повторными интегралами высокой кратности. Этот, как его называют, решеточный вариант КХД представляет собой модельное упрощение локальной КХД и получается в итоге следующей последовательности приближений.

Сначала совершается переход к евклидову пространству, т. е. вместо времени  $t$  используется мнимая четвертая координата  $ix_4$ . Затем непрерывное четырехмерное пространство заменяется дискретной совокупностью точек — решеткой ( $x \rightarrow \{n_1, n_2, n_3, n_4\} \equiv \{n\}$ ) с одинаковым шагом  $a$  во всех четырех измерениях.

Вместо непрерывно распределенных полей теперь будут функции дискретных переменных. Все производные заменятся на конечные разности, а пространственные интегралы — на суммы по узлам решетки. При этом поля кварков задаются на узлах решетки:  $\psi(x) \rightarrow \psi(\{n\})$ , а поля глюонов определены на ее ребрах:  $B_\mu(x) \rightarrow u(\{n\}, \hat{\mu})$ , где  $\hat{\mu}$  — вектор длины  $a$ , задающий направление ребра (рис. 32).

Действие, которое описывает взаимодействие кварков с глюонами, имеет вид

$$S(\psi, u) = -\frac{1}{2} \sum_{\{n\}, \hat{\mu}} [\bar{\psi}(\{n\}) \gamma_{\hat{\mu}} u(\{n\}, \hat{\mu}) \psi(\{n + \hat{\mu}\}) - \bar{\psi}(\{n + \hat{\mu}\}) \gamma_{\hat{\mu}} u(\{n + \hat{\mu}\}, -\hat{\mu}) \psi(\{n\})]. \quad (21.1)$$

Таким образом, кварки, находящиеся в соседних узлах решетки, взаимодействуют через глюонное поле, определенное на ребре, соединяющем эти узлы.

Несколько более сложно выглядит глюонное действие. Оно содержит всевозможные упорядоченные произведения

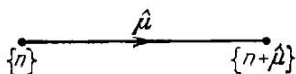


Рис. 32. Ребро решетки, на котором в решеточном приближении квантовой хромодинамики определено поле глюонов

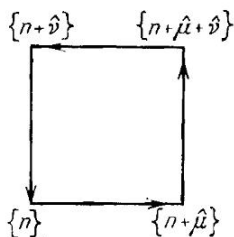


Рис. 33. Четыре ребра, принадлежащие одной грани решетки, на которых определено глюонное действие

полей глюонов, соответствующих четырем ребрам, принадлежащим одной и той же грани (рис. 33):

$$S(u) \sim \sum_{\text{грани}} \text{Tr} (u(\{n\}, \hat{\mu}) u(\{n + \hat{\mu}\}, \hat{\nu}) \times u(\{n + \hat{\mu} + \hat{\nu}\}, -\hat{\mu}) u(\{n + \hat{\nu}\}, -\hat{\nu})). \quad (21.2)$$

Нетрудно показать, что в пределе  $a \rightarrow 0$  выражения (21.1) и (21.2) переходят в обычное действие квантовой хромодинамики.

Введение решетки с конечным шагом  $a$  играет роль также и регуляризации ультрафиолетовых расходимостей, связанных с локальным описанием. Для того чтобы избавиться от расходимостей, возникающих из-за бесконечной протяженности решетки, обычно рассматривается решетка конечного размера ( $0 \leq n_1, n_2, n_3, n_4 \leq L$ ) с отождествленными противоположащими гранями.

После введения 4-мерной пространственной решетки функциональные интегралы КХД могут быть записаны в

виде повторных интегралов высокой кратности. Наиболее прямым и универсальным методом их вычисления является метод Монте-Карло. Кратность интеграла по калибровочному полю группы  $SU(N)$  оказывается равной  $4L^4(N^2-1)$ . Максимальный размер решетки  $L_{\max}$ , который допускает подобное численное интегрирование, определяется быстродействием и объемом памяти доступных ЭВМ и в настоящее время составляет величину порядка 10.

В рамках решеточных расчетов в КХД удалось показать, что при таком, казалось бы, небольшом числе точек разбиения ( $L \sim 10$ ) достигается «достаточная близость» к непрерывному пределу, что позволяет использовать такие небольшие решетки для получения достаточно надежных качественных и отчасти количественных физических результатов. Наиболее важными являются следующие:

Показано, что кулоновский потенциал взаимодействия между двумя статическими кварками на больших расстояниях сменяется линейно растущим потенциалом:  $U(r) \sim kr$ . Такая зависимость обеспечивает невылетание кварков. Таким образом, установлено, что свойство конфайнмента в КХД является следствием динамики, связанной с нелинейностью уравнений глюонного поля.

Первой физической величиной, вычисленной методом Монте-Карло на решетке, был введенный выше параметр шкалы КХД  $\Lambda$ , для которого получили значение порядка 200 МэВ, согласующееся с тем, что следует из сравнения пертурбативной КХД с экспериментом (см. § 20).

Рассчитаны значения масс некоторых адронов (например,  $A_1$ - и  $\rho$ -мезонов, нуклона и  $\Delta_{33}$ -резонанса), констант распада, а также значения кваркового и глюонного конденсатов. При этом наблюдается согласие с экспериментом порядка 10%.

Предсказаны значения масс пока еще экспериментально не обнаруженных бесцветных глюонных образований — глюболов.

Вычислена температура деконфайнмента  $T_c$ , при которой должен происходить фазовый переход из фазы адронной материи с удержанием кварков в фазу кварк-глюонной плазмы. Указанные расчеты показали, что в КХД  $T_c \approx 200$  МэВ и для  $T > 2T_c$  зависимость плотности энергии от температуры задается законом Стефана — Больцмана. Это предсказание имеет важное значение для космологических моделей и может быть проверено в экспериментах по столкновению релятивистских ядер, которые предполагается провести в ближайшем будущем.



Хотя указанные количественные расчеты проведены пока что с довольно большими относительными погрешностями ( $\sim 10\%$  и более), полученная общая картина вселяет уверенность в то, что как высокоэнергетические процессы сильных взаимодействий с большой передачей импульса, так и низкоэнергетические — в том числе статические — характеристики адронов могут быть описаны на основе единого лагранжиана КХД в терминах небольшого числа параметров, характеризующих кварки и их взаимодействия с глюонами.

Следует также отметить, что в последнее время возник большой интерес к анализу в решеточном приближении взаимодействия калибровочных и скалярных полей. Это было вызвано необходимостью исследования хиггсовского сектора модели электрослабых взаимодействий Вайнберга — Салама — Глэшоу, моделей Великого объединения (см. ниже § 23), а также суперсимметричных теорий (§ 24). Расчеты в решеточном приближении модели Вайнберга — Салама — Глэшоу для отношения массы хиггсовского бозона к массе  $W$ -бозона дают значение, равное примерно 6 (с  $10\%$ -й погрешностью). Этот результат может быть весьма важным для экспериментального поиска хиггсовских бозонов.

## ГИПОТЕТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

## § 22. Идея объединения взаимодействий

*Стандартная модель.* В двух предыдущих главах мы познакомились с современными квантовополевыми моделями электрослабого и сильного взаимодействий. Обе эти модели основаны на принципе локальной калибровочной инвариантности, что позволяет отождествить переносчики взаимодействий с квантами соответствующих векторных полей. Для одновременного рассмотрения квантовой хромодинамики и модели Вайнберга — Салама — Глэшоу удобно ввести калибровочную группу  $SU_c(3) \times SU(2) \times U(1)$ , представляющую собой прямое произведение калибровочных групп этих моделей, тем самым формально соединив сильные и электрослабые взаимодействия в рамках одной, так называемой стандартной модели. Разумеется, в ней нет реального объединения взаимодействий, которые связаны с независимыми калибровочными преобразованиями. Математически это выражается введением понятия прямого произведения групп. (Напомним (см. § 3), что преобразования, входящие в каждый из сомножителей прямого произведения групп, осуществляются независимо и связаны с разными степенями свободы.)

Взаимодействия характеризуются тремя различными константами связи  $\alpha_s, \alpha_2, \alpha_1$ , соответствующими группам, входящим в прямое произведение (вместо  $\alpha_1$  можно пользоваться обычной квантовоэлектродинамической константой связи  $\alpha = \alpha_1 \cos^2 \theta_w$ ).

Как уже говорилось, стандартная модель содержит 3 поколения фермионов (кварков и лептонов):  $(u, d, e^-, \nu_e)$ ,  $(c, s, \mu^-, \nu_\mu)$ ,  $(t, b, \tau^-, \nu_\tau)$  и 12 векторных частиц — квантов калибровочных полей — 8 глюонов,  $W^\pm$ - и  $Z$ -бозонов и фотон. Кроме того, она предполагает существование пока экспериментально не обнаруженных массивных скалярных хиггсовских бозонов, связанных с нарушением  $SU(2)$ -симметрии.

Говоря о стандартной модели, которая согласуется со всеми известными экспериментальными данными, следует

отметить, что в ней содержится достаточно много произвольных параметров (констант связи, масс кварков и лептонов, хиггсовского бозона и др.), не определяемых в рамках самой теории. Остается открытым также вопрос о соотношении сильного и электрослабого взаимодействий, ответ на который может быть получен лишь в модели, действительно объединяющей эти взаимодействия.

*Повышение степени симметрии с ростом энергии.* Пример реального шага на пути построения единой теории сильного и электрослабого взаимодействий дают так называемые модели Великого объединения, в основе которых лежит гипотеза о том, что при сверхвысоких энергиях природа отличается высокой степенью симметрии (при которой практически исчезает разница между различными типами частиц). В этой области энергий частицы связаны, по предположению, единым взаимодействием. При меньших энергиях степень симметрии в организации материи понижается, а единое взаимодействие «разделяется» на три «ветви»: сильное, слабое и электромагнитное, которые проявляют разные свойства.

Приведенная гипотеза представляется довольно естественной, поскольку уже известные нарушенные симметрии, как правило, при увеличении энергии становятся все более точными. В качестве примера можно привести изотопическую симметрию, которая в пион-нуклонной физике является хорошим приближением в области кинетических энергий, значительно превышающих разности масс этих частиц.

*Эффективные константы связи в стандартной модели.* Отправной точкой для моделей Великого объединения послужило поведение эффективных констант связи стандартной модели. Как уже объяснялось в § 13, учет радиационных поправок приводит к тому, что параметром, определяющим интенсивность взаимодействия в любом процессе, является не константа связи, стоящая в лагранжиане, а некоторая функция передаваемого импульса  $k$  (или сопряженного ему расстояния), так называемая эффективная константа связи. Поскольку в выбранной системе энергия и импульс выражаются в одних и тех же единицах, то согласно принятому жаргону будем называть переменную  $k$  энергией. При этом оказывается, что эффективные константы связи в неабелевых калибровочных теориях убывают с ростом  $k^2$ , а в остальных теориях возрастают по закону

$$\alpha(k^2) = \alpha(k_0^2) \left( 1 + \beta \alpha(k_0^2) \ln \frac{k^2}{k_0^2} \right)^{-1},$$

где  $\alpha(k_0^2)$  — экспериментально определяемое при некоторой энергии  $k_0$  значение  $\alpha(k^2)$  (см. формулы (13.6) и (13.7)).

Коэффициент  $\beta$ , определяющий скорость изменения эффективной константы, зависит от количества полей, участвующих в данном взаимодействии. Для не слишком большого числа полей материи в неабелевых калибровочных теориях он положителен. В частности,  $\beta > 0$  для  $\alpha_2$  и  $\alpha_3$  в стандартной модели, содержащей известные в настоящее время частицы. Если предположить, что кроме известных частиц, массы которых не превышают 100 ГэВ, других в природе

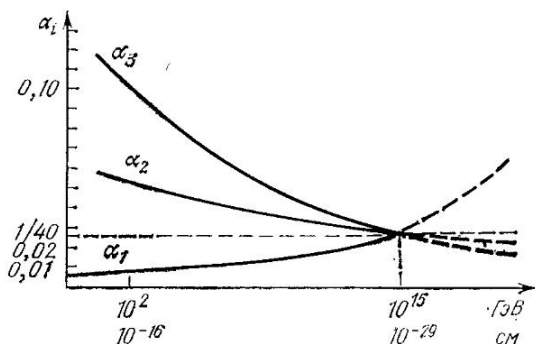


Рис. 34. Поведение эффективных констант связи в стандартной модели

не существует, то зависимость эффективных констант стандартной модели от энергии (расстояния) имеет вид, изображенный на рис. 34.

*Гипотеза о слиянии эффективных констант.* Эффективные константы  $\alpha_2$  и  $\alpha_3$  с ростом энергии уменьшаются, а  $\alpha_1$  увеличивается. При этом оказывается, что в некоторой области энергий  $\sim 10^{15}$  ГэВ (или расстояний  $\sim 10^{-29}$  см) все три эффективные константы становятся примерно равными.

Тот факт, что взаимодействия сравниваются по силе, дает возможность предположить, что физическая природа сильного и электрослабого взаимодействий одна и та же, и на расстояниях, меньших  $10^{-29}$  см, существует единое взаимодействие с одной константой связи. Графически это соответствует тому, что при  $E > 10^{15}$  ГэВ кривые не расходятся, как изображено штриховыми линиями на рис. 34, а начиная с энергий  $\sim 10^{15}$  ГэВ, сливаются в одну, как показано на рис. 35.

*Новая симметрия и ее нарушение.* В основе этого единого взаимодействия лежит более высокая, чем известные

ранее локальная симметрия относительно преобразований некоторой группы  $G$ , включающей в себя группу  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ . Нарушение этой симметрии на расстояниях, превышающих  $10^{-29}$  см, приводит к тому, что единственная константа связи разделяется на три:  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ , изменяющиеся по разным законам.

Условие того, что взаимодействия описываются одной константой связи, состоит в том, что калибровочная группа  $G$  является так называемой простой группой. Несколько

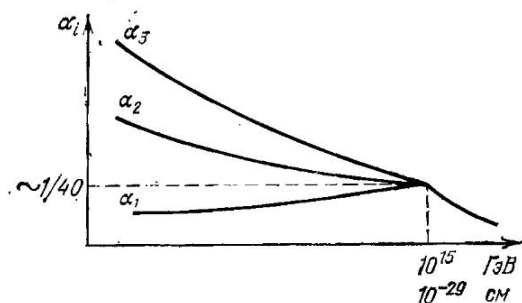
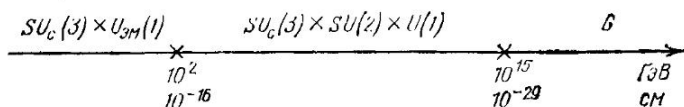


Рис. 35. Иллюстрация гипотетического объединения взаимодействий при энергиях, больших  $10^{15}$  ГэВ

упрощенно это можно понимать как то, что  $G$  не есть прямое произведение других групп. В связи с этим заметим, что предполагаемый здесь характер объединения взаимодействий совсем иной, чем в модели Вайнберга — Салама — Глэшоу, где электромагнитное и слабое взаимодействия не объединяются в одно, а просто смешиваются при сохранении двух разных констант связи  $g_2$  и  $g_1$ , что соответствует прямому произведению групп  $SU(2) \times U(1)$ .

Таким образом, экстраполяция поведения эффективных констант связи стандартной модели из области энергий  $\leq 10^2$  ГэВ (или расстояний  $\geq 10^{-16}$  см), доступных современному эксперименту, до энергий порядка  $10^{16}$  ГэВ (расстояний  $\sim 10^{-29}$  см) и предположение о существовании новой симметрии приводят к следующей картине. В области сверхвысоких энергий (сверхмалых расстояний), когда массы всех частиц несутсущественны, имеется единое взаимодействие, описываемое калибровочной теорией с группой  $G$ . Первые массы, которые вступают в игру при увеличении расстояний, имеют порядок  $10^{15}$  ГэВ. Они нарушают симметрию относительно группы  $G$  до симметрии стандартной модели  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ , которая в свою очередь на

расстояниях  $\geq 10^{-16}$  см нарушается до  $SU(3) \times U_{\text{эм}}(1)$ -симметрии:



В простейшем варианте данная модель предполагает, что на расстояниях от  $10^{-16}$  до  $10^{-29}$  см не может происходить никаких новых физических явлений, и, в частности, что не существует новых частиц с массами, лежащими в области от  $10^2$  до  $10^{15}$  ГэВ, которая поэтому часто называется калибровочной пустыней.

В более сложных моделях, предполагающих многоступенчатое нарушение симметрии, существующей при сверхвысоких энергиях, до симметрии стандартной модели допускаются соответственно дополнительные частицы с массами в этом интервале.

## § 23. Модели Великого объединения

Чтобы конкретизировать модель Великого объединения, необходимо фиксировать группу  $G$  симметрии, существующей на малых расстояниях. Минимальная группа, содержащая  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ , — это  $SU(5)$ . Кроме модели с группой  $SU(5)$ , предложен также ряд моделей, использующих другие группы и более сложные схемы нарушения симметрии.

Хотя, по-видимому, простейший вариант  $SU(5)$ -модели противоречит полученным в последнее время экспериментальным данным, о которых мы упомянем в дальнейшем, мы выберем в качестве иллюстрации именно эту модель из-за ее относительной простоты, а также поскольку многие ее черты присущи, так или иначе, и остальным моделям.

**Структура  $SU(5)$ -модели.** Каждое поколение фермионов рассматривается в  $SU(5)$ -модели независимо. При этом фермионы группируются в  $SU(5)$ -мультиплеты таким образом, что в одном и том же мультиплете оказываются и лептоны, и кварки. Такое объединение кварков и лептонов в одном мультиплете приводит к тому, что их электрические заряды оказываются кратными друг другу, а именно  $Q_d = \frac{1}{3} Q_e$ ,  $Q_u = -2Q_d$  и т. д. Отсюда, в частности, естественным образом следует наблюдаемое равенство по абсолютной величине электрических зарядов протона и электрона.

Прежде чем перейти к описанию структуры фермионного сектора, сделаем следующее замечание. Полевую функ-

цию фермиона, имеющего ненулевую массу, можно разложить на лево- и правополяризованные части, действуя соответственно проекционными операторами  $(1-\gamma_5)$  и  $(1+\gamma_5)$ . При зарядовом сопряжении левый фермион перейдет в правый антифермион и наоборот. Поэтому вместо описания фермиона полевой функцией, имеющей две части («левую» и «правую»), можно пользоваться эквивалентным описанием двумя полевыми функциями, имеющими одну поляризацию. Безмассовый фермион имеет только одно направление поляризации. Так, нейтрино, которое предполагается безмассовым, имеет левую поляризацию. (Мы не обсуждаем пока недостаточно экспериментально проверенную возможность существования массы у нейтрино.)

Простейший мультиплет фермионов — квинтет (5-плет) — состоит из трех левых антикварков  $(d_i^*)_L$  ( $i=1, 2, 3$ ), левого электрона  $(e^-)_L$  и левого электронного нейтрино  $\nu_e$  (здесь мы будем обозначать антикварки звездочкой в верхнем индексе):

$$\Psi^{(5)} = \begin{pmatrix} d_1^* \\ d_2^* \\ d_3^* \\ e^- \\ \nu_e \end{pmatrix}_L.$$

Другой мультиплет — декуплет — состоит из 10 левых фермионов: трех кварков  $(d_i)_L$ , трех кварков  $(u_i)_L$  и трех антикварков  $(u_i^*)_L$ , а также позитрона  $(e^+)_L$ . Декуплет удобно представить в виде антисимметричной матрицы  $(5 \times 5)$ :

$$\Psi^{(10)} = \begin{pmatrix} 0 & u_3^* & -u_2^* & -u_1 & -d_1 \\ -u_3^* & 0 & u_1^* & -u_2 & -d_2 \\ u_2^* & -u_1^* & 0 & -u_3 & -d_3 \\ u_1 & u_2 & u_3 & 0 & -e^+ \\ d_1 & d_2 & d_3 & e^+ & 0 \end{pmatrix}_L.$$

Вместе со своими античастицами перечисленные фермионы составляют первое поколение.

Из 24-х  $(=5^2-1)$  калибровочных векторных полей 12 представляют собой известные векторные поля стандартной модели — глюоны, W- и Z-бозоны и фотон. 12 других, обозначаемых буквами X и Y, являются переносчиками нового взаимодействия. Каждое из них имеет принимающий 3 значения цветовой заряд и дробный электрический заряд, равный соответственно  $4/3$  и  $1/3$ . Не выписывая числовых ко-

эффицентов, представим схематично матрицу калибровочных полей следующим образом:

$$\hat{B} = \begin{pmatrix} G; \gamma; Z & G & G & \bar{X}^1 & \bar{Y}^1 \\ G & G; \gamma; Z & G & \bar{X}^2 & \bar{Y}^2 \\ G & G & \gamma; Z & \bar{X}^3 & \bar{Y}^3 \\ \hline X_1 & X_2 & X_3 & \gamma; Z & W^+ \\ Y_1 & Y_2 & Y_3 & W^- & Z \end{pmatrix}.$$

Если бы в матрице  $\hat{B}$  вместо  $X$  и  $Y$  стояли нули, то такая картина отвечала бы стандартной модели.

Лагранжиан взаимодействия содержит слагаемые вида  $\bar{\Psi}^{(b)} \hat{B} \Psi^{(b)}$  и  $\text{Tr}(\bar{\Psi}^{(10)} \hat{B} \Psi^{(10)})$ . Нетрудно видеть, что первое

слагаемое приводит к появлению прямого взаимодействия между кварками и лептонами, описываемого вершинами типа изображенной на рис. 36. Второе слагаемое, кроме вершин кварк-лептонного взаимодействия с  $X$ - и  $Y$ -бозонами, содержит также и вершины, в которых с  $X$ - и

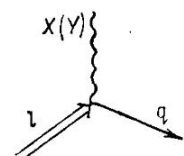


Рис. 36. Вершина кварк-лептонного взаимодействия с  $X$ - или  $Y$ -бозоном

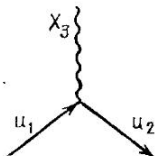


Рис. 37. Одна из вершин взаимодействия кварков с  $X$ - или  $Y$ -бозоном

$Y$ -бозонами взаимодействуют только кварки (рис. 37).

Векторные бозоны  $X$  и  $Y$ , вызывающие переходы кварков и лептонов друг в друга, получили название лепто-кварков. Их массы связаны с энергетическим масштабом нарушения  $SU(5)$ -симметрии и составляют около  $10^{15}$  ГэВ. Это объясняет, почему при достижимых в настоящее время энергиях стандартная модель является хорошим приближением. Столь большие массы делают невозможным непосредственное наблюдение лептокварков в обозримом будущем. Однако эффекты, обусловленные кварк-лептонным взаимодействием, в принципе могут быть наблюдаемыми и в настоящее время.

**Распад протона.** Важнейшее следствие этого взаимодействия — существование процессов с несохранением барионного и лептонного зарядов. Наиболее яркий пример такого рода процессов — это распад протона, который можно представить происходящим так, как изображено на рис. 38, 39. Распад может происходить и за счет других подпроцессов, в том числе и при обмене  $Y$ -бозоном.

Чтобы понять, не противоречит ли этот эффект привычным представлениям о стабильности материи, оценим ве-



роятность такого распада, или время жизни протона. Амплитуда этого процесса пропорциональна квадрату константы связи и пропагатору  $X(Y)$  бозона:

$$\mathcal{A} \sim \frac{\alpha(M_X)}{M_X^2 - k^2} \approx \alpha(M_X)/M_X^2.$$

Время жизни протона  $\tau_p \sim 1/|\mathcal{A}|^2 \approx M_X^4/\alpha^2(M_X)$ . Значения  $\alpha(M_X) \approx 1/40$  (см. рис. 34) и  $M_X \sim 10^{16}$  ГэВ дают  $\tau_p \sim 10^{31 \pm 2}$  лет. (Для сравнения напомним, что возраст Вселенной — порядка  $10^{10}$  лет.)

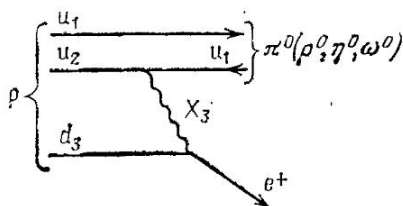


Рис. 38. Одна из диаграмм, описывающих процесс распада протона

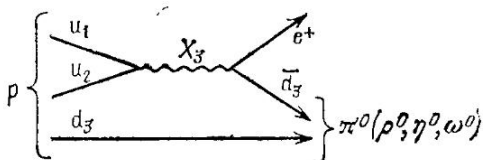


Рис. 39. Другая возможная диаграмма процесса распада протона

Разумеется, столь большое время жизни делает невозможным обнаружение распада конкретного протона. Однако для достаточно большого количества протонов ( $\sim 10^{32}$ ) вероятность распада хотя бы одного из них может быть заметной. На этом основаны проводимые сейчас эксперименты по исследованию стабильности протона. Полученные в этих экспериментах к настоящему времени результаты исключают простейшую  $SU(5)$ -модель. В частности, предсказания  $SU(5)$ -модели  $\tau(p \rightarrow e^+ \pi^0) < 10^{31}$  лет противоречат экспериментальному ограничению  $\tau(p \rightarrow e^+ \pi^0) > 10^{32}$  лет. Другие схемы Великого объединения, предсказывающие большее время жизни протона, не доступны пока экспериментальной проверке.

**Нейтрон-антинейтронные осцилляции.** В рамках более сложных моделей Великого объединения возможно существование некоторых новых явлений, которые не допускаются в  $SU(5)$ -модели. Так, в  $SU_4(5)$ -модели в процессах

с несохранением барионного числа обязательно имеет место несохранение лептонного заряда. При этом, однако, их разность  $B-L$  сохраняется (например, при распаде протона  $p \rightarrow (e^+ \pi^0)$ ,  $p \rightarrow (\bar{\nu}_e \pi^+)$ ). В моделях с более сложными группами, содержащими достаточно много частиц, допустимы процессы, в которых  $B-L$  не сохраняется.

С точки зрения эксперимента наиболее интересными являются нейтрон-антинейтронные осцилляции в вакууме. При таких переходах барионный заряд изменяется на две единицы, а лептонный не меняется. По модельным оценкам период таких осцилляций  $\tau_{n \leftrightarrow \bar{n}} \sim 10^6 \div 10^8$  с, и они могли бы в принципе быть обнаружены в достаточно интенсивных пучках нейтронов от реакторов. Пока, однако, нет экспериментальных сведений о существовании таких процессов.

**Монополи.** В связи с обсуждением процессов с несохранением барионного числа, которые предсказываются моделями Великого объединения, упомянем также еще об интересном явлении, которое может иметь место в рамках этих моделей. Еще в начале 30-х годов Дирак заметил, что в квантовой электродинамике можно предположить существование магнитных зарядов — так называемых монополей, не приходя при этом к противоречию. В 1974 г. т'Хоофт и А. М. Поляков показали, что монопольные решения существуют в калибровочных теориях с полупростыми группами симметрии, которые спонтанно нарушены до группы, содержащей  $U(1)$ . В частности, монополи должны присутствовать в моделях Великого объединения, в которых группа симметрии  $G$  нарушается до симметрии стандартной модели  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ .

Масса таких монополей связана с массой калибровочных бозонов  $X$  соотношением  $M_m \sim M_X / \alpha_G$  и для  $M_X \sim 10^{16}$  ГэВ и  $\alpha_G \sim 1/40$  составляет величину порядка  $10^{16}$  ГэВ.

Не участвуя сам во взаимодействии, монополь может индуцировать процессы с нарушением барионного заряда и, в частности, распад протона, играя при этом роль своего рода катализатора. Как установил В. А. Рубаков, электрическое и магнитное поля вокруг монополя создают конденсат фермионных полей, который нарушает барионный заряд с вероятностью, пропорциональной квадрату комптоновской длины волны фермионов  $1/m_f^2$ . Поэтому характерные сечения, например, сечение процесса

$p + \text{монополь} \rightarrow e^+ + \text{мезоны} + \text{монополь},$

должны быть сравнимы с сечениями обычных адронных процессов.

Следует отметить, что различные экспериментальные поиски как самих монополей, так и индуцированных ими распадов протонов до настоящего времени не дали положительных результатов.

*Ограниченность моделей Великого объединения.* Модели Великого объединения и их всевозможные модификации носят пока спекулятивный характер и нуждаются в надежном экспериментальном подтверждении или опровержении. Есть в них и ряд чисто теоретических трудностей.

Обсуждаемое объединение взаимодействий не является полным, поскольку оно не включает гравитацию. Попытки учесть в рамках единой схемы также и гравитацию не лишены оснований, поскольку существует область, в которой гравитационные эффекты становятся существенными. Действительно, сравнивая выражения для потенциальной энергии гравитационного притяжения двух тел массы  $m$ , т. е.  $Gm^2/r$ , с энергией кулоновского взаимодействия  $e^2/r$ , легко заметить, что в качестве безразмерной величины, аналогичной постоянной тонкой структуры  $\alpha \equiv e^2/\hbar c \approx 1/137$ , характеризующей силу гравитационного взаимодействия, выступает комбинация  $Gm^2/\hbar c$ . Если масса частицы достигает величины  $\sqrt{\hbar c/G} \approx 10^{19}$  ГэВ, так называемой планковской массы, то это выражение  $\sim 1$ . Расстояние, определяемое комптоновской длиной волны такой частицы,  $r = \frac{\hbar}{mc} = \sqrt{\frac{G\hbar}{c^3}} \approx 10^{-33}$  см, носит название планковской длины.

Модели Великого объединения основываются на довольно искусственной гипотезе о существовании «калибровочной пустыни» между отличающимися друг от друга примерно на 13 порядков характерными масштабами энергий, при которых происходят нарушения симметрий группы  $G$  до группы  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$  и группы  $SU(2)$  в модели электрослабых взаимодействий. Не исключено, что в этой области, т. е. на каких-то расстояниях от  $10^{-16}$  до  $10^{-29}$  см, проявляется более глубокая структура частиц, требующая новых физических представлений.

Такое «заселение пустыни» новыми частицами проводится во многих предлагаемых в последнее время теоретических построениях. Особый интерес вызывают модели, основанные на симметрии нового типа — так называемой суперсимметрии, о которой мы расскажем в следующем параграфе.

## § 24. Супертеории

**Суперсимметрия.** В последние годы значительное развитие получили квантовополевые модели, обладающие симметрией нового типа, которая связывает между собой квантовые поля с различной статистикой, так называемой суперсимметрией. Преобразования суперсимметрии образуют группу, представляющую собой нетривиальное расширение группы Пуанкаре, полученное путем включения в нее спинорных генераторов, антикоммутатор которых пропорционален генератору сдвига, т. е. импульсу.

Это расширение было открыто в 1971 г. Ю. А. Гольфандом и Е. П. Лихтманом. Суперсимметричные квантовополевые модели впервые были построены Д. В. Волковым и В. П. Акуловым и приобрели популярность после работ Б. Зумино и Ю. Весса.

Важную роль в становлении и развитии суперсимметрии и супергравитации сыграли работы Салама, Д. Страсди, В. И. Огиевского и Е. С. Фрадкина.

Полевые представления группы суперсимметрии рассматриваются на многообразии, состоящем из четырех пространственно-временных координат  $x_\mu$  и четного числа двухкомпонентных спиноров  $\theta^i, \bar{\theta}^i$  ( $i, j=1, \dots, N$ ), компоненты которых не являются обычными числами, а обладают специальными алгебраическими свойствами, антикоммутируя друг с другом и имея квадраты, равные нулю. С математической точки зрения они образуют особую алгебру — алгебру Грассмана. Простейшая грассманова алгебра (соответствующая случаю  $N=1$ ) содержит две двухкомпонентные образующие  $\theta$  и  $\bar{\theta}$ , удовлетворяющие антикоммутационному условию  $\theta\bar{\theta} = -\bar{\theta}\theta$  и соотношениям нильпотентности для компонент  $\theta_1^2 = \theta_2^2 = \bar{\theta}_1^2 = \bar{\theta}_2^2 = 0$ .

Преобразования суперсимметрии суперпространства  $(x, \theta, \bar{\theta})$  записываются в виде трансляций

$$\theta \rightarrow \theta + \varepsilon, \quad x_\mu \rightarrow x_\mu + \frac{i}{2} \bar{\varepsilon} \gamma_\mu \theta. \quad (24.1)$$

Представления суперсимметрии реализуются функциями переменных  $x, \theta, \bar{\theta}$ , которые носят название суперполей.

Суперполя могут быть линейно выражены через конечное число обычных квантовых полей различной тензорной природы. Одно из простейших, так называемое киральное скалярное суперполе  $\Phi(x, \theta)$ , представляется в виде

$$\Phi(x, \theta) = \varphi(x) + \bar{\psi}(x)\theta + \theta_1\theta_2 F(x), \quad (24.2)$$

где  $\varphi$  и  $F$  — квантовые скалярные бозе-поля, а  $\psi$  — спинорное ферми-поле. Более высокие степени грассмановых переменных не входят из-за свойства нильпотентности.

Ковариантность суперполей относительно суперпреобразований (24.1) приводит к тому, что при суперпреобразованиях «составляющие» лоренц-поля  $\varphi, \psi, \dots$  преобразуются друг через друга. Поскольку среди них имеются поля, подчиняющиеся различным статистикам, то суперсимметрию также именуют ферми — бозе-симметрией. Кванты входящих в одно суперполе фермионных и бозонных полей называют суперпартнерами.

Суперсимметричный лагранжиан системы взаимодействующих полей можно получить, взяв некоторую степень суперполя, например, выбрать в виде  $g\Phi^3$ , где  $\Phi$  — киральное суперполе (24.2). Как видно, при этом возникают разнообразные взаимодействия составляющих скалярных и спинорных полей, характеризуемые одной константой связи.

Преобразования суперсимметрии связывают между собой квантовые поля разного типа. В то же время, они получаются при нетривиальном расширении группы пространственно-временных преобразований — группы Пуанкаре. В этом состоит их отличие от известных ранее пространственно-временных и внутренних симметрий: если пространственно-временные преобразования не затрагивают квантовые числа частиц, то внутренние не действуют на координаты.

С точки зрения феноменологии суперсимметрия может существовать только как нарушенная симметрия. Если бы она была бы точной, то массы бозонов и фермионов — суперпартнеров — должны были бы совпадать, что в природе определено не наблюдается.

Ни одна из известных до сих пор частиц не является суперпартнером другой. Таким образом, согласно этой схеме в природе должно иметь место, как минимум, удвоение числа известных частиц. Так, например, кроме кварков и лептонов, должны существовать так называемые с-кварки и с-лептоны со спином 0, кроме глюонов и фотона — глюино и фотино со спином  $1/2$  и т. д.

*Суперсимметричные калибровочные теории.* Суперсимметрия была введена в квантовую теорию поля как некоторая формальная конструкция. До сих пор нет никаких экспериментальных указаний на ее существование даже как нарушенной симметрии. Однако это направление интенсивно развивается в настоящее время, что во многом

связано с надеждами на возможные компенсации расходимостей при учете этой новой симметрии.

Такая возможность возникает в суперсимметричных теориях, которые обладают и калибровочной инвариантностью относительно некоторой неабелевой группы. Физическая основа компенсации расходимостей состоит в том, что вклады калибровочных полей и полей материи в расходящиеся структуры отличаются знаком. С подобной ситуацией мы уже встречались при анализе ультрафиолетового поведения эффективной константы связи в квантовой хромодинамике (см., например, формулы (13.7), (20.1) и (20.2)). Суперсимметрия же определяет то, что эти вклады в точности сокращаются, причем не только в первом порядке, но и во всех остальных.

Исторически первыми моделями, для которых удалось доказать сокращение расходимостей, были модели так называемой расширенной  $N=4$  и  $N=2$  суперсимметрии, обладающие локальной калибровочной инвариантностью. Расширенным суперсимметриям соответствуют более сложные алгебры Грассмана, чем та, о которой шла речь в начале параграфа. Они соответствуют значениям введенного там индекса расширения  $N$ , большим единицы.

В последнее время удалось также построить феноменологически более предпочтительные конечные квантовополевые модели, основанные и на  $N=1$  суперсимметрии.

*Супергравитация.* Рассматриваемые до сих пор преобразования суперсимметрии были глобальными. Можно, однако, рассмотреть и локальную суперсимметрию. В этом случае, поскольку возникающие изменения координат в каждой точке пространства — времени различны, получается суперсимметричное обобщение общей теории относительности — так называемая супергравитация. Простейший супергравитационный мультиплет состоит из двух частиц: переносящего гравитационное взаимодействие гравитона, имеющего спин 2, и гравитино — гипотетической нейтральной частицы со спином  $3/2$ .

Стандартная квантовая теория гравитационного взаимодействия из-за тензорного характера гравитационного поля и нелинейности взаимодействия является, как можно показать, неперенормируемой.

Сокращение расходимостей в теориях, обладающих глобальной суперсимметрией, породило надежду на возможность построения конечной модели супергравитации, в которой, таким образом, отсутствовали бы не только неперенормируемые расходимости, обычно сопровождающие про-

цедуру квантования гравитационного поля, но и расходимости вообще. Для моделей супергравитации доказана конечность в двух первых порядках теории возмущений, однако в целом вопрос о сокращении расходимостей во всех порядках остается пока открытым.

В основе применения моделей супергравитации к описанию мира реальных частиц лежит гипотеза о том, что при энергиях, больших  $10^{19}$  ГэВ, т. е. на расстояниях, меньших  $10^{-33}$  см, происходит объединение всех четырех взаимодействий.

*Компактификация «лишних» измерений.* Теории супергравитации в четырехмерном пространстве — времени, содержащие большой набор полей, естественным образом формулируются в пространстве — времени большего числа измерений.

Идея использования пространства — времени размерности, большей, чем 4, имеет довольно давнюю историю. Еще в 20-е годы при построении единого формализма для описания гравитации и электромагнетизма Т. Калуца и Клейн предложили рассматривать теорию поля в 5-мерном пространстве — времени. В их схеме метрический тензор пятимерного пространства — времени имеет специальный вид и выражается через компоненты метрического тензора  $g_{\mu\nu}(x)$  четырехмерного пространства — времени, задающего гравитационное взаимодействие, и вектор-потенциал электромагнитного поля. Кроме того, они предположили, что дополнительная пятая координата принимает значения на окружности  $S_1$  некоторого радиуса  $R$  ( $0 \leq x_5 \leq 2\pi R$ ). Заметим, что группой движения этого пространства является группа  $U(1)$ , лежащая в основе электромагнитного взаимодействия. Другими словами, вместо обычного 4-мерного пространства — времени  $M_4$  рассматривается 5-мерное пространство — время, которое представляет собой прямое произведение  $M_4 \times S_1$ . Таким образом, здесь мы встречаемся с простейшим примером так называемой компактификации дополнительного пространственного измерения.

Теория Калуцы — Клейна была одной из первых попыток геометрически объединить пространственно-временные и внутренние симметрии и связанные с ними взаимодействия. Современные теории основываются на аналогичных идеях о введении дополнительных пространственных измерений.

Существенной чертой дополнительных координат является то, что они должны компактифицироваться и принимать значения на замкнутых и ограниченных (компакт-

ных) многообразиях. Простейшие примеры таких многообразий — окружность и поверхность сферы.

Хотя введение дополнительных измерений имело лишь формально-математическое основание, не исключена возможность, что они имеют более глубокую физическую природу. Чтобы понять, как соотносить наличие дополнительных пространственных координат с наблюдаемой четырехмерностью пространства — времени, рассмотрим приведенный на рис. 40 пример компактификации бесконечной плоскости по одной из двух координат. Плоскость при этом

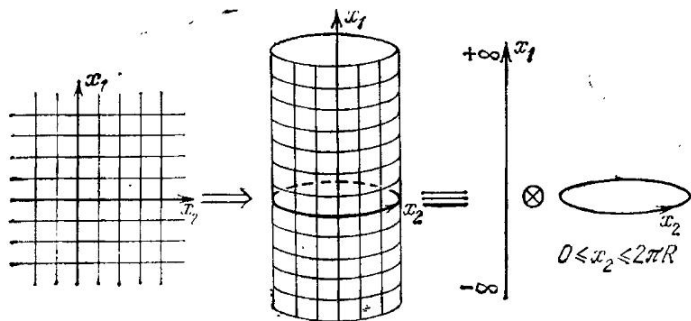


Рис. 40. Пример компактификации бесконечной плоскости по одной из координат. Операция состоит в переходе к другой области изменения координаты  $x_2$ , которая представляет теперь не бесконечную прямую, а замкнутое ограниченное многообразие — окружность. При этом плоскость превращается в поверхность цилиндра, которую можно представить как прямое произведение прямой и окружности.

превращается в поверхность цилиндра. Характерным расстоянием является радиус цилиндра  $R$ . При расстояниях, много меньших, чем  $R$ , кривизна цилиндра практически не ощущается и эффективно поверхность кажется плоской. Наоборот, при расстояниях, много больших  $R$ , компактная область изменения координаты  $x_2$  как бы стягивается в точку, а поверхность как бы превращается в линию, т. е. в одномерное многообразие. Другими словами, на больших расстояниях, где компактифицированные координаты не ощущаются вовсе, количество измерений эффективно уменьшается.

В моделях супергравитации, сформулированных в пространстве — времени большего числа измерений, предполагается, что лишние пространственные координаты компактифицированы с радиусом, равным планковской длине  $R_{\text{comp}} \sim 10^{-33}$  см. При этом на больших расстояниях ( $R \gg$



$\gg R_{\text{comp}}$ ) эффективно имеется 4-мерное пространство. Следы того, что «истинное» пространство — время имеет больше измерений, состоит в том, что 4-мерные векторы и тензоры имеют «лишние» компоненты, которые воспринимаются как дополнительные независимые скаляры, векторы и т. п. На промежуточных расстояниях  $R \sim R_{\text{comp}}$  начинают чувствоваться дополнительные координаты. Наконец, при  $R \ll \ll R_{\text{comp}}$  все координаты оказываются равноправными.

В последнее время обсуждается возможность того, что на расстояниях, меньших планковских, наряду с увеличением размерности пространства — времени локальная квантовая теория поля должна быть заменена на суперсимметричную теорию протяженных одномерных объектов — так называемых суперструн.

*Суперструны.* Исходным пунктом теории служит модель релятивистской струны, к которой можно прийти, обобщая релятивистскую динамику точки на протяженные одномерные объекты. Релятивистская динамика точки определяется действием, которое пропорционально длине мировой траектории точки в пространстве — времени. Естественным обобщением является предположение, что действие струны пропорционально площади мировой поверхности, которую струна при движении замечает в пространстве — времени. Принцип наименьшего действия, задающий закон движения струны в пространстве — времени, означает с геометрической точки зрения нахождение минимальной поверхности в пространстве Минковского, проходящей через начальное и конечное положения струны.

Классическая релятивистская струна обладает бесконечным набором вращательных и колебательных мод, что при квантовании приводит к бесконечному ряду состояний с неограниченно увеличивающимися массами. Расстояния между массами в спектре определяются единственным размерным параметром — натяжением струны  $T$ , имеющим размерность  $[m]^2$  (длина струны  $l \sim T^{-1/2}$ ).

Если каждой точке обычной (бозонной) релятивистской струны приписать спиновую степень свободы, то получится новый объект — спиновая струна.

Построение суперсимметричного действия для спиновой струны приводит к так называемой суперструне. Непротиворечивым образом квантовую теорию суперструны удастся сформулировать лишь в десятимерном пространстве — времени.

Хотя сами струны — объекты нелокальные, их взаимодействие локально — оно происходит в одной пространст-

венно-временной точке. При этом одна струна может разрываться на две; две струны, склеиваясь концами, могут объединяться в одну и т. д. Взаимодействие суперструн порождает взаимодействие состояний, получаемых при их квантовании. Оказывается, что взаимодействие основных (безмассовых) состояний суперструн в локальном пределе приводит к теориям супергравитации и супер-Янга — Миллса в 10-мерном пространстве. В общем случае такие предельные калибровочные теории обладают как расходимостями, так и аномалиями. Попытки избавиться от них, как показали в 1984 г. М. Грин и Дж. Шварц, приводят к выделенности калибровочных групп фиксированной размерности.

Поэтому с теорией суперструны связывают надежды на построение уникальной теории, которая на расстояниях, меньших планковской длины  $10^{-33}$  см, являла бы собой конечную единую «теорию Всего», а по мере увеличения масштаба приводила бы к реалистическому описанию всех четырех фундаментальных взаимодействий в рамках локальной квантовой теории поля. Эти надежды вызывают все возрастающий энтузиазм ведущих теоретиков, в особенности после того, как Э. Виттен выявил глубокие геометрические идеи, лежащие в основе подобных возможностей. Следует однако сказать, что указанная программа еще далека от своего завершения. Среди уже имеющихся фрагментов отсутствует важная часть, связанная с геометризацией гравитации.

## § 25. Общий взгляд на КТП

На предыдущих страницах мы попытались дать по возможности связную, хотя и лишенную ряда, быть может, важных деталей, панораму более чем полувековой истории развития квантовой теории поля и картину ее современного состояния.

*Характер эволюции КТП.* Анализ эволюции этой картины во времени позволяет сделать некоторые выводы общего характера. Как уже отмечалось в главе II, основные представления и методы современной КТП были, в основном, сформулированы к середине 50-х годов, т. е. именно к тому времени, когда под влиянием некоторых факторов, имеющих наряду с экспериментальными и чисто теоретические истоки, ценность КТП как основы теории частиц была поставлена под сомнение, а ее популярность среди широкой физической аудитории начала заметно падать. Этот процесс усилился на протяжении следующего десятилетия, когда на

авансцену теории вышли такие полуфеноменологические конструкции, как теория полюсов Редже, аналитическая  $S$ -матрица, унитарная симметрия, алгебра токов, кварковые мешки и другие схемы еще более прагматического характера, не связанные органически с теорией поля.

Однако в этот период «смутного времени» в недрах теории происходили малозаметные стороннему наблюдателю глубинные процессы, которые из-за своей оторванности от сиюминутных физических нужд получили в свое время официальный статус «теоретической теории». Эти процессы привели к фундаментальным достижениям, связанным в первую очередь с созданием квантовой теории калибровочных полей, и к концу 60-х — началу 70-х годов дали блистательные плоды в виде теории электрослабого взаимодействия и квантовой хромодинамики.

С идейной точки зрения главный результат сводится к обнаружению простого и универсального метода построения динамики взаимодействия релятивистских квантовых полей, основанного на принципе калибровочной симметрии. Калибровочный механизм существенно упростил логическую основу теории взаимодействующих полей. Однако за эту простоту пришлось уплатить довольно высокую цену.

Явная формулировка калибровочной динамики, органически связанной с групповым характером симметричных преобразований, существенно использует язык теории непрерывных групп. Наряду с этим разработка формализма квантования калибровочных полей привела к более широкому использованию представления функционального интеграла. Вследствие этого математический аппарат теории групп Ли, а также и методы функционального анализа, к настоящему времени превратились в повседневный рабочий инструмент в области теории частиц.

В то же время простота калибровочного механизма базируется на довольно сложных физических понятиях. Здесь мы имеем в виду два совершенно различных фактора. Один из них связан с общей мотивировкой локальных калибровочных преобразований, апеллирующей к ненаблюдаемости фазы комплексного квантового поля. Второй — с ненаблюдаемостью цветовой степени свободы, лежащей в основе калибровочной симметрии, приводящей к квантовой хромодинамике, а также к ненаблюдаемости квантов ее исходных полей — кварков и глюонов.

Таким образом, можно проследить две тенденции. Одна из них, в данном контексте — определяющая, заключается в последовательном упрощении логической схемы теории

частиц, уменьшении числа независимых основных физических предположений и параметров, происходящем на фоне стремительного роста количества наблюдательных фактов и закономерностей (в том числе открытия новых частиц, квантовых чисел, приближенных симметрий). Вторая — сопутствующая (и в значительной степени затрудняющая распространение новых идей и их восприятие широкими кругами физиков) — состоит в усложнении используемого математического аппарата и повышении степени физической абстракции. Рассмотрим два последних фактора по отдельности.

*Усложнение математического аппарата.* Последовательное повышение степени математизации является характерной чертой теоретической физики на протяжении всей ее истории. Аккумулятором новых математических методов, а в некоторых случаях и стимулятором их развития в недрах самой математики, всегда являлись наиболее передовые разделы физической теории. Такую роль в недавнем прошлом играли: теория электромагнетизма, кинетическая теория материи, теория относительности и квантовая механика. Приняв эстафету, КТП широко использовала обобщенные функции, теорию непрерывных групп и функциональный интеграл. Следует отметить, что КТП не только быстро «осваивает» новые разделы математики, но и без промедления «передает» вновь созданные теоретические методы в прочие разделы физической теории.

Известным примером такого рода является техника диаграмм Фейнмана, а также связанное с ней представление функционального интеграла, уже в 50-х годах использованное в квантовой статистике, а затем и в некоторых других направлениях теоретической физики, рассматривающих системы с большим числом степеней свободы.

Яркую иллюстрацию дает метод ренормгруппы. Открытый в середине 50-х годов в КТП, спустя 30 лет он стал стандартным методом исследования в теории критических явлений, физике полимеров, в теории смачивания и теории трещин, теории турбулентности, нелинейной теории переноса и некоторых других.

Еще одним примером может служить практика использования современных быстродействующих ЭВМ для проведения алгебраических преобразований и аналитических и символьных вычислений. Эта область применения вычислительных машин, появившаяся примерно в середине столетия, в 70-х годах была успешно применена к задаче аналитического вычисления диаграмм Фейнмана в высших по-

рядках теории возмущений, для чего были созданы специальные системы программ. В дальнейшем, в значительной мере благодаря усилиям теоретиков-полевикиков, появились системы программ для аналитических вычислений более общего характера. Эти универсальные системы получили разнообразные применения в различных разделах теоретической физики, механики и математики.

Таким образом, можно сказать, что квантовая теория поля выступает в пионерской роли создателя и распространителя новейшей «математической технологии» в области точных наук, в значительной мере определяя математический уровень современного естествознания.

*Абстракция и наглядность.* Как отмечалось выше, за последние четверть века в КТП произошел переход к новому типу основных физических понятий и величин, которые не являются непосредственно наблюдаемыми. Квантовая теория становится все более опосредствованной. К ненаблюдаемости траектории электрона добавилась ненаблюдаемость квантового числа «цвет», лежащего в основе динамики сильных взаимодействий, и ненаблюдаемость квантов основных полей. В числе основных понятий утвердилось представление о вакууме как о состоянии, имеющем мало общего с физической пустотой. Можно сказать, что в теории микромира произошел переход на более высокий, по сравнению с квантовой механикой, уровень физической абстракции. Как видно из материала предыдущего параграфа, эта тенденция к использованию понятий и образов все более далеких от «общепринятых в физике» набирает силу. Таким образом, теория частиц и их взаимодействий, находящаяся на переднем фронте современной физики, является источником все более сложных и абстрактных представлений об устройстве физического мира.

Отсюда, казалось бы, можно сделать вывод о том, что современная физика микромира становится все менее наглядной. Действительно, она все более удаляется от понятий и представлений повседневного человеческого опыта. Следует, однако, принять во внимание, что само понятие наглядности в современных условиях быстрого научно-технического прогресса не есть неизменная категория. Это относится как ко всему человечеству в среднем, так и к отдельным специализированным группам людей. Так, благодаря успехам космонавтики и средств передачи информации, для обывателя второй половины нашего столетия представление о шарообразности Земли не является более абстракцией. Основы квантовых представлений преподаются в

старших классов средней школы и, во всяком случае, известны широким кругам научно-технической интеллигенции, составляющей заметный процент населения. В категорию привычных, так сказать, «полунаглядных» понятий постоянно переходят все новые и новые абстракции, первоначально утвердившиеся в мире научных представлений.

В этом процессе квантовая теория микрочастиц и их взаимодействий играет роль генератора новых и все более сложных представлений и образов, которые постепенно входят в сознание физиков других специальностей, а вслед затем — и более широкой аудитории.

## СПИСОК РЕКОМЕНДОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Арбузов Б. А., Логунов А. А.* Строение элементарных частиц и связи между различными силами природы.— УФН, 1977, т. 123, с. 505.
2. *Арбузов Б. А., Логунов А. А.* Частицы и силы: поиски единства.— В кн.: Наука и человечество.— М.: Знание, 1979, с. 153.
3. *Березинский В. С.* Объединенные калибровочные теории и нестабильный протон.— Природа, 1983, № 11, с. 24.
4. *Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В.* Ренормгруппа? Это очень просто.— Природа, 1984, № 8, с. 3.
5. *Вайнберг С.* Идеиные основы единой теории слабых и электромагнитных взаимодействий. Нобелевская лекция по физике 1979 г.— УФН, 1980, т. 132, с. 201 (см. также [13], с. 36).
6. *Вайскопф В.* Как мы выросли вместе с теорией поля.— УФН, 1983, т. 138, № 3, с. 455.
7. *Вентцель Г.* Квантовая теория полей (до 1947 г.) — В сб.: Теоретическая физика 20 века. Пер. с англ./Под ред. Я. А. Смородинского.— М.: ИЛ, 1962, с. 60.
8. *Глэшоу Ш.* Кварки с цветом и ароматом.— УФН, 1976, т. 119, с. 715.
9. *Глэшоу Ш.* На пути к объединенной теории — нити в гобелене. Нобелевская лекция по физике 1979 г.— УФН, 1980, т. 132, с. 219 (см. также [13], с. 51).
10. *Квиг К.* Элементарные частицы и их взаимодействия.— В мире науки, 1985, № 6, с. 34.
11. *Матвеев В. А., Мурадян Р. М., Тавхелидзе А. Н.* На пути к раскрытию структуры элементарных частиц.— В кн.: Наука и человечество.— М.: Знание, 1980, с. 1979.
12. *Намбу Е.* Кварки.— М.: Мир, 1984.
13. На пути к единой теории поля (сборник статей).— М.: Знание, 1980. (Новое в жизни, науке, технике. Сер. Физика, № 11).
14. *Окунь Л. Б.* Физика элементарных частиц.— М.: Наука, 1984.
15. *Райдер Л. Б.* Элементарные частицы и симметрии.— М.: Наука, 1983.
16. *Салам А.* Калибровочное объединение фундаментальных сил. Нобелевская лекция по физике 1979 г.— УФН, 1980, т. 132, с. 229 (см. также [13], с. 5).

17. Салам А. Последний замысел Эйнштейна: объединение фундаментальных взаимодействий.— Природа, 1981, № 1, с. 54.
18. Смондырев М. А. Промежуточные векторные бозоны.— Природа, 1983, № 12, с. 21.
19. Смондырев М. А. Квантовая электродинамика и опыт.— М.: Знание, 1984 (Новое в жизни, науке и технике. Сер. Физика, № 4).
20. Фридман Д. З., Ньюенхойзен П. Скрытые измерения пространства — времени.— В мире науки, 1985, № 5, с. 26.
21. Фундаментальная структура материи. Сборник статей под редакцией Дж. Малви. Пер. с англ./Под ред. А. Д. Суханова.— М.: Мир, 1984.
22. Физика микромира. Маленькая энциклопедия. (Глав. ред. Д. В. Ширков).— М.: Сов. энциклопедия, 1980.
23. Хокинг С. Виден ли конец теоретической физики.— Природа, 1982, № 5, с. 48.
24. т'Хоофт Г. Калибровочные теории сил между элементарными частицами.— УФН, 1981, т. 135, с. 479.
25. Ширков Д. В. Развитие общих идей квантовой физики.— Природа, 1979, № 7, с. 11.
26. Ширков Д. В. Квантовые симметрии во взаимодействиях частиц.— ЭЧАЯ, 1983, т. 14, вып. 5, с. 1063.

Для систематического изучения квантовой теории поля и теории частиц можно рекомендовать следующие книги:

- \*) Ахиезер А. И., Берестецкий В. Б. Квантовая электродинамика.— Изд. 4-е.— М.: Наука, 1981.
- \*) Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика.— Изд. 2-е — М.: Наука, 1980.
- Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В. Квантовые поля.— М.: Наука, 1980.
- \*) Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В. Введение в теорию квантованных полей.— Изд. 4-е— М.: Наука, 1984.
- Бьеркен Дж., Дрелл С. Релятивистская квантовая теория. Т. 2.— Пер. с англ./Под ред. В. Б. Берестецкого.— М.: Наука, 1978.
- \*) Ициксон К., Зюбер Ж.-Б. Квантовая теория поля: В 2-х томах. Пер. с англ./Под ред. Р. М. Мир-Касимова.— М.: Мир, 1984.
- Нгуен Ван Хьеу. Основы метода вторичного квантования.— М.: Энергоатомиздат, 1984.
- \*) Окунь Л. Б. Лептоны и кварки.— М.: Наука, 1981.
- Окунь Л. Б. Введение в калибровочные теории: Тексты лекций.— М.: Изд. МИФИ, 1984.
- Рамон П. Теория поля: Современный вводный курс. Пер. с англ. А. В. Беркова.— М.: Мир, 1984.

---

\*) Звездочкой отмечены книги повышенной трудности.



- \*) *Славнов А. А., Фаддеев Л. Д.* Введение в квантовую теорию калибровочных полей.— М.: Наука, 1978.
- Фейнман Р. П.* Теория фундаментальных процессов. Пер. с англ. Д. В. Ширкова.— М.: Наука, 1978.

## РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЛИТЕРАТУРЫ ПО ГЛАВАМ

К главе I: [2, 11, 15, 22].

К главе II: [1, 4, 6, 7, 8, 11, 12, 14, 15, 21, 22].

К главе III: [4, 6, 11, 12, 22].

К главе IV: [1, 2, 11, 12, 14, 24, 25].

К главе V: — [5, 9, 10, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 21, 24].

К главе VI: — [1, 8, 10, 11, 12, 14, 21, 24].

К главе VII: [3, 10, 14, 17, 20, 21, 23, 26].

|                                                                                                                                                                                                                                                     |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Предисловие . . . . .                                                                                                                                                                                                                               | 3  |
| Г л а в а I. Основные понятия . . . . .                                                                                                                                                                                                             | 5  |
| § 1. Частицы и взаимодействия . . . . .                                                                                                                                                                                                             | 5  |
| Область и объекты исследования (5). «Элементарность» частиц (6). Характеристики частиц (6). Квантовые свойства частиц (7). Взаимопревращаемость частиц (9). Законы сохранения (9). Типы взаимодействий (10).                                        |    |
| § 2. Квантовые поля . . . . .                                                                                                                                                                                                                       | 12 |
| Классическое поле (12). Квантование (13). Квантовые поля (14). Взаимодействие квантовых полей (15).                                                                                                                                                 |    |
| § 3. Симметрии и группы преобразований . . . . .                                                                                                                                                                                                    | 18 |
| Пространственно-временные и внутренние симметрии (18). Определение группы. Подгруппы (19). Абелевы и неабелевы группы (20). Группы Ли (20). Группа $U(1)$ (21). Матричные представления (22). Специальные унитарные группы (22). Представления (23) |    |
| Г л а в а II. Этапы развития основных представлений . . . . .                                                                                                                                                                                       | 27 |
| § 4. Закладка фундамента . . . . .                                                                                                                                                                                                                  | 27 |
| Релятивизация квантовой механики (27). Квантовая теория излучения (29). Античастицы (30). Квантовые волновые поля (31). Формулировка квантовой электродинамики (32). Модель Ферми (33). Модель Юкавы (34).                                          |    |
| § 5. Становление квантовой электродинамики . . . . .                                                                                                                                                                                                | 34 |
| Ультрафиолетовые расходимости (34). Ковариантная теория возмущений для $S$ -матрицы (36). Создание теории перенормировок (37). Успехи квантовой электродинамики (37). Ультрафиолетовая асимптотика (38). Ренормгруппа в КЭД (39).                   |    |

|                                                                                                                                                                                                                                              |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| § 6. Проблематика 50-х годов . . . . .                                                                                                                                                                                                       | 39 |
| CPT-теорема и нарушение четности (39). Нарушенные симметрии (41). $V - A$ модель слабых взаимодействий (43). Проблемы сильных взаимодействий (43). Аналитические методы (44).                                                                |    |
| § 7. Аксиоматические и аналитические методы . . . . .                                                                                                                                                                                        | 46 |
| Аксиоматический подход (46). Дисперсионные соотношения (47). Аналитический подход (49). Применение аналитического метода (50). Полюса Редже (51). Правила сумм (52). Квазипотенциальное уравнение (53).                                      |    |
| § 8. От кварков к квантовой хромодинамике . . . . .                                                                                                                                                                                          | 53 |
| Составные модели (53). $SU(3)$ -симметрия и кварки (54). Цвет (56). Партоны (59).                                                                                                                                                            |    |
| § 9. Калибровочные поля и взаимодействия . . . . .                                                                                                                                                                                           | 60 |
| Поля Янга — Миллса (60). Квантование (62). Массивные векторные поля и эффект Хиггса (62). Электрослабые взаимодействия (63). Перенормировка (63). Асимптотическая свобода и квантовая хромодинамика (63). Калибровочные взаимодействия (64). |    |
| Г л а в а III. От перенормировок к ренормгруппе . . . . .                                                                                                                                                                                    |    |
| § 10. Ковариантная теория возмущений . . . . .                                                                                                                                                                                               | 66 |
| Постановка задачи (66). Матрица рассеяния (67). Правила Фейнмана (68). Аксиоматическая схема Боголюбова (70).                                                                                                                                |    |
| § 11. Расходимости и перенормировки . . . . .                                                                                                                                                                                                | 71 |
| Ультрафиолетовые расходимости (71). Регуляризация (73). Перенормировки в квантовой электродинамике (74).                                                                                                                                     |    |
| § 12. Теория перенормировок . . . . .                                                                                                                                                                                                        | 76 |
| Классификация расходимостей (76). Перенормируемость (78). Перенормировки без контрчленов (80). Поверхностные расходимости (81).                                                                                                              |    |
| § 13. Ренормализационная группа . . . . .                                                                                                                                                                                                    | 81 |
| Эффективные константы связи (81). Ренормируемость (83). Ренормгруппа (84). Метод ренормгруппы (85). Асимптотическая свобода и «нулевой заряд» (86).                                                                                          |    |
| Г л а в а IV. Локальные симметрии и их нарушение . . . . .                                                                                                                                                                                   |    |
| § 14. Калибровочные поля . . . . .                                                                                                                                                                                                           | 89 |
| Локальные фазовые преобразования (89). Электро-                                                                                                                                                                                              |    |

|                                                                                                                                                                                                   |            |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| магнитное поле (90). Поля Янга — Миллса (92).<br>Континуальный интеграл (95). Квантовое поле<br>Янга — Миллса (96).                                                                               |            |
| § 15. Спонтанное нарушение симметрии . . . . .                                                                                                                                                    | 97         |
| Пример из механики (97). Примеры из квантовой<br>статистики (97). Случай теории поля (98). Эффект<br>Хиггса (101).                                                                                |            |
| <b>Г л а в а V. Теория электрослабого взаимодействия . . . . .</b>                                                                                                                                | <b>104</b> |
| § 16. Современный статус квантовой электродинамики . . . . .                                                                                                                                      | 104        |
| Аномальный магнитный момент электрона (104).<br>Другие эффекты (105). Заключение (106).                                                                                                           |            |
| § 17. Слабое взаимодействие с промежуточным бозоном . . . . .                                                                                                                                     | 106        |
| Токи и взаимодействие Ферми (106). Промежуточ-<br>ный бозон (109). Проблема перенормируемости<br>(110).                                                                                           |            |
| § 18. Модель Вайнберга — Салама — Глэшоу . . . . .                                                                                                                                                | 111        |
| Выбор калибровочной группы (111). Физическая<br>структура (112). Сравнение с экспериментом (113).<br>Аномалии и кварковое расширение (114). Поколе-<br>ния (115).                                 |            |
| <b>Г л а в а VI. Квантовая хромодинамика . . . . .</b>                                                                                                                                            | <b>117</b> |
| § 19. Составная структура адронов . . . . .                                                                                                                                                       | 117        |
| Глубоконеупругое рассеяние лептонов на адронах<br>(117). Партонная модель (117). Кварки и глюоны<br>(118). Кварк-глюонное взаимодействие и асимпто-<br>тическая свобода (119).                    |            |
| § 20. Калибровочная теория взаимодействия кварков и глюонов . . . . .                                                                                                                             | 120        |
| Цветовая симметрия кварков (120). Лагранжиан<br>взаимодействия (120). Эффективная константа свя-<br>зи (121). Экспериментальный статус КХД (123).<br>Взаимодействие на больших расстояниях (125). |            |
| § 21. Непертурбативные методы в квантовой хромодинамике . . . . .                                                                                                                                 | 126        |
| $1/N_c$ -разложение (127). Вакуумные конденсаты и<br>правила сумм (127). КХД на решетке (128).                                                                                                    |            |
| <b>Г л а в а VII. Гипотетические модели взаимодействий . . . . .</b>                                                                                                                              | <b>132</b> |
| § 22. Идея объединения взаимодействий . . . . .                                                                                                                                                   | 132        |
| Стандартная модель (132). Повышение степени<br>симметрии с ростом энергии (133). Эффективные<br>константы связи в стандартной модели (133). Ги-                                                   |            |

|       |                                                                                                                                                                    |     |
|-------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
|       | потеза о слиянии эффективных констант (134). Новая симметрия и ее нарушение (134).                                                                                 |     |
| § 23. | Модели Великого объединения . . . . .                                                                                                                              | 136 |
|       | Структура $SU(5)$ -модели (136). Распад протона (138). Нейтрон-антинейтронные осцилляции (139). Монополи (140). Ограниченность моделей Великого объединения (141). |     |
| § 24. | Супертеории . . . . .                                                                                                                                              | 142 |
|       | Суперсимметрия (142). Суперсимметричные калибровочные теории (143). Супергравитация (144). Компактификация «лишних» измерений (145). Суперструны (147).            |     |
| § 25. | Общий взгляд на КТП . . . . .                                                                                                                                      | 148 |
|       | Характер эволюции КТП (148). Усложнение математического аппарата (150). Абстракция и наглядность (151).                                                            |     |
|       | Список рекомендованной литературы . . . . .                                                                                                                        | 153 |