

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА ИЗЛУЧЕНИЯ ПУЧКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ПРОСТРАНСТВЕННО-ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ – III

Математические модели ОЛСЭ и результаты
численного моделирования



Светлана Сытова
Институт ядерных проблем
Белгосуниверситета
sytova@inp.bsu.by

Основные этапы исследования

1. Разработка математических моделей объемных лазеров на свободных электронах (ОЛСЭ).
2. Разработка эффективных численных методов для решения нелинейных систем уравнений, описывающих разработанные модели.
3. Комплекс программ для моделирования ОЛСЭ.
4. Исследование численно линейной и нелинейной стадии излучения различных типов ОЛСЭ.
5. Исследование ОЛСЭ как динамического хаотического объекта.

Цель – рассмотреть кратко математические модели ОЛСЭ, дать обзор комплекса программ для их моделирования и результаты моделирования, включая выполнение всех основных физических законов функционирования ОЛСЭ, а также исследовать численными методами ОЛСЭ как хаотическую динамическую систему.

Новый закон неустойчивости* электронного пучка, движущегося в пространственно-периодической среде

Инкремент неустойчивости в точках вырождения корней дисперсионного уравнения:

$$G \sim \sqrt[3+s]{\rho}$$

вместо $\sim \sqrt[3]{\rho}$ для других систем (ЛОВ, ЛБВ, ЛСЭ и др.)

Пороговый ток в точках вырождения корней дисперсионного уравнения:

$$j_{start} \sim \frac{1}{(kL)^{3+2s}}$$

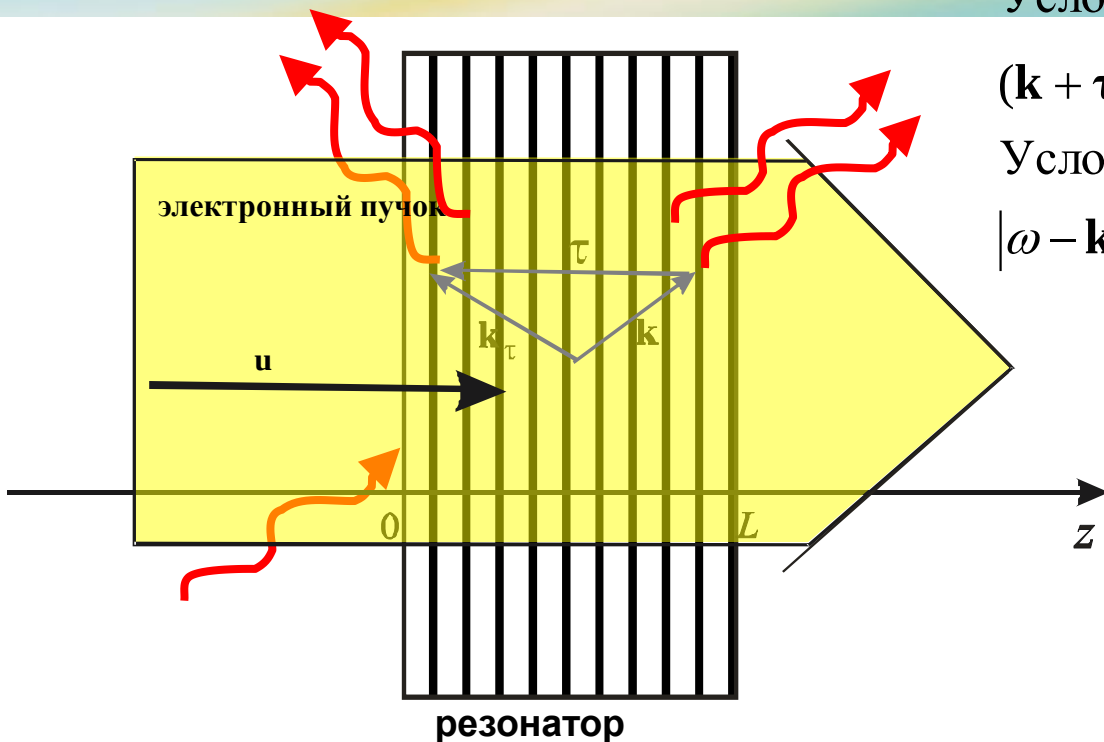
вместо $\sim (kL)^{-3}$ для других систем.

s – число дополнительных волн, возникающих в системе вследствие дифракции.

*V.G.Baryshevsky, I.D.Feranchuk, Phys.Let. 102A (1984) 141,

В.Г.Барышевский, ДАН СССР, 299(1988), 1363

Математические модели ОЛСЭ



Условия дифракции

$$(\mathbf{k} + \boldsymbol{\tau})^2 \approx \mathbf{k}^2.$$

Условия синхронизм а :

$$|\omega - \mathbf{k}\mathbf{u}| = \delta\omega \approx 0.$$

Взаимодействие электронного пучка с электромагнитным полем в ОЛСЭ намного эффективнее, чем в одномерной ситуации, поскольку групповая скорость электромагнитных волн резко уменьшается из-за их непрерывных отражений от периодических плоскостей резонатора. За счет сверхразмерности ОЛСЭ с широким в поперечном сечении пучком. и ОРОС электронный пучок излучает более эффективно.

ОЛСЭ может использовать различные механизмы спонтанного излучения – дифракционное или черенковское, Смит-Парселл, ондуляторное, излучение в лазерной волне и т.д.

Исходные уравнения

Уравнения Максвелла:

$$\Delta \mathbf{E} - \nabla(\nabla \mathbf{E}) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial t^2} = \frac{\partial \mathbf{j}_b}{\partial t},$$

n-волновое приближение:

$$\mathbf{E} = \sum_{j=1}^n \mathbf{e} E_j e^{i(\mathbf{k}_j \mathbf{r} - \omega t)}, \quad \mathbf{j}_b = \sum_{l=1}^m \mathbf{e} j_l e^{i(\mathbf{k}_j \mathbf{r} - \omega t)}$$

Вектор электрической индукции:

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) \approx \varepsilon(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t), \quad \varepsilon(\mathbf{r}, \omega) = \sum_{\tau} \varepsilon(\tau, \omega) \exp(-i \boldsymbol{\tau} \mathbf{r}),$$

$$\varepsilon(0, \omega) = 1 + \chi_0, \quad \varepsilon(\tau, \omega) = \chi_{\tau}, \quad \varepsilon(-\tau, \omega) = \chi_{-\tau}$$

Уравнение движения:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{e}{m \gamma^3} (\mathbf{e} \mathbf{n}) \operatorname{Re} [E e^{i \theta(t, t_0, \mathbf{r}_{\perp})}]$$

$$\frac{d \mathbf{p}}{dt} = e \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{H}] \right\}, \quad \mathbf{p} = m \gamma \mathbf{v},$$

$$\theta(t, t_0, \mathbf{r}_{\perp}) = k_z z + \mathbf{k}_{\perp} \mathbf{r}_{\perp} - \omega t(z, t_0)$$

Двухволновой ОЛСЭ*

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \gamma_0 c \frac{\partial E}{\partial z} + 0.5i\omega l E - 0.5i\omega \chi_\tau E_\tau = 2\pi j\Phi \int_0^{2\pi} \frac{2\pi - p}{8\pi^2} \left(e^{-i\theta(t,z,p)} + e^{-i\theta(t,z,-p)} \right) dp,$$

$$\frac{\partial E_\tau}{\partial t} + \gamma_1 c \frac{\partial E_\tau}{\partial z} - 0.5i\omega \chi_{-\tau} E + 0.5i\omega l_1 E_\tau = 0$$

$$\Phi = \sqrt{l_0 + \chi_0 - 1/(u/c\gamma)^2},$$

$$l_0 = \frac{\mathbf{k}^2 c^2 - \omega^2 \varepsilon_0}{\omega^2},$$

$$l_1 = \frac{\mathbf{k}_\tau^2 c^2 - \omega^2 \varepsilon_0}{\omega^2},$$

$$l = l_0 + \delta, \quad \mathbf{k}_\tau = \mathbf{k} + \boldsymbol{\tau}$$

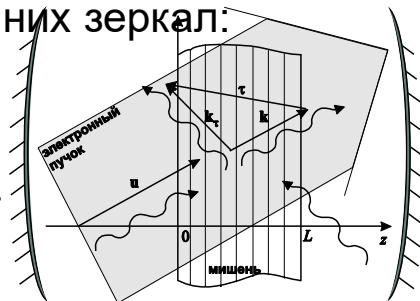
$\gamma_0 = (\hat{\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{n}})$, $\gamma_1 = (\hat{\mathbf{k}}_\tau, \hat{\mathbf{n}})$ – направляющие косинусы.

$\boldsymbol{\tau}$ – вектор обратной решетки, $\mathbf{n}$ – нормаль к задней стенке резонатора.

Общий вид граничных условий с учетом внешних зеркал:

$$E|_{z=0} = E_0 + \alpha_1 E|_{z=L} \exp(i\varphi_1) + \alpha_2 E_\tau|_{z=0} \exp(i\varphi_2),$$

$$E_\tau|_{z=L} = E_{\tau 0} + \alpha_3 E|_{z=L} \exp(i\varphi_3) + \alpha_4 E_\tau|_{z=0} \exp(i\varphi_4).$$



Учет дисперсии для двухволнового ОЛСЭ

Дисперсия зависит от материала, толщины нитей, периода их натяжения и других факторов сеточного резонатора*. Необходимо учитывать зависимость диэлектрической проницаемости мишени от частоты ω , а именно:

$$\chi_0 = \chi_0(\omega), \quad \chi_{\pm\tau} = \chi_{\pm}(\omega).$$

Тогда система уравнений для двухволнового ОЛСЭ:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial t} \left(1 + \chi_0 + \frac{\omega}{2} \frac{\partial \chi_0}{\partial \omega} \right) + \frac{\partial E_{\tau}}{\partial t} \left(\chi_{-\tau} + \frac{\omega}{2} \frac{\partial \chi_{-\tau}}{\partial \omega} \right) + \gamma_0 \frac{\partial E}{\partial z} + 0.5i\omega l E - 0.5i\omega \chi_{\tau} E_{\tau} &= F(j_b), \\ \frac{\partial E}{\partial t} \left(\chi_{\tau} + \frac{\omega}{2} \frac{\partial \chi_{\tau}}{\partial \omega} \right) + \frac{\partial E_{\tau}}{\partial t} \left(1 + \chi_0 + \frac{\omega}{2} \frac{\partial \chi_0}{\partial \omega} \right) + \gamma_1 \frac{\partial E_{\tau}}{\partial z} - 0.5i\omega \chi_{-\tau} E + 0.5i\omega l_1 E_{\tau} &= 0. \end{aligned}$$

*V. G. Baryshevsky, A. A. Gurinovich, NIM (2006) B252, 92–101

Уравнения для электронного пучка

$$\frac{\partial^2 \theta(t, z, p)}{\partial z^2} = \frac{e\Phi}{m\gamma^3 \omega^2} \left(k - \frac{\partial \theta(t, z, p)}{\partial z} \right)^3 \operatorname{Re}(E(t - z/u, z)) \times \\ \times \exp(i\theta(t, z, p)),$$

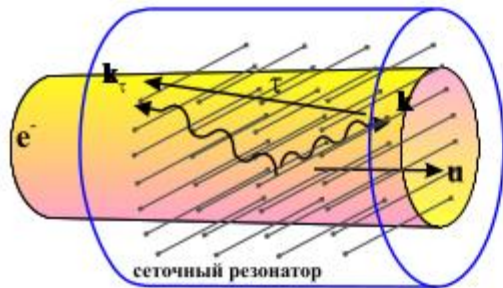
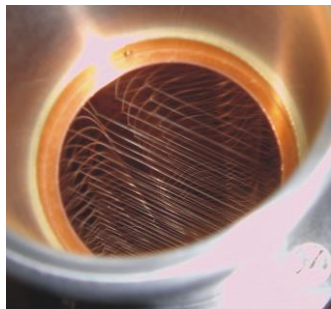
$$\frac{\partial \theta(t, 0, p)}{\partial z} = k - \omega/u, \quad \theta(t, 0, p) = p,$$

$$t > 0, \quad z \in [0, L], \quad p \in [-2\pi, 2\pi]$$

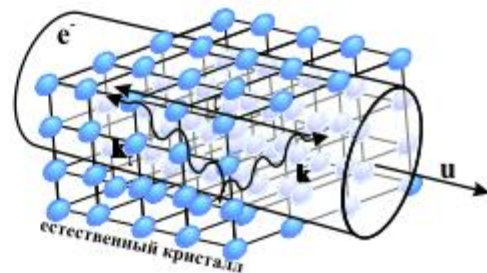
$\theta(t, z, p)$ – фаза электронов пучка по отношению к электромагнитной волне

Использован метод усреднения по фазам влета релятивистских электронов в область взаимодействия (по моменту и по поперечной координате влета электронов в область взаимодействия).

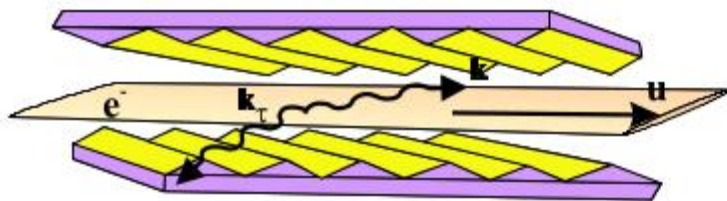
Различные модели ОЛСЭ



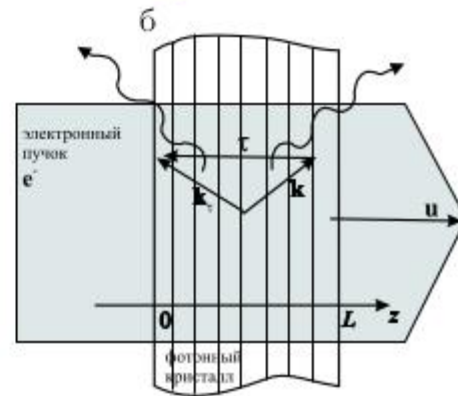
а



б



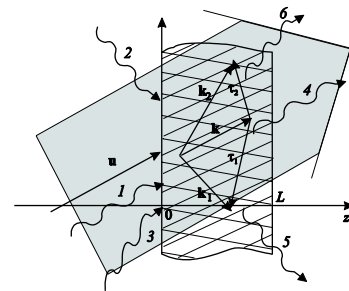
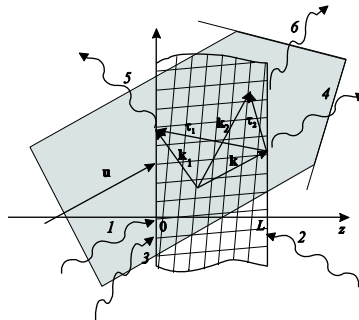
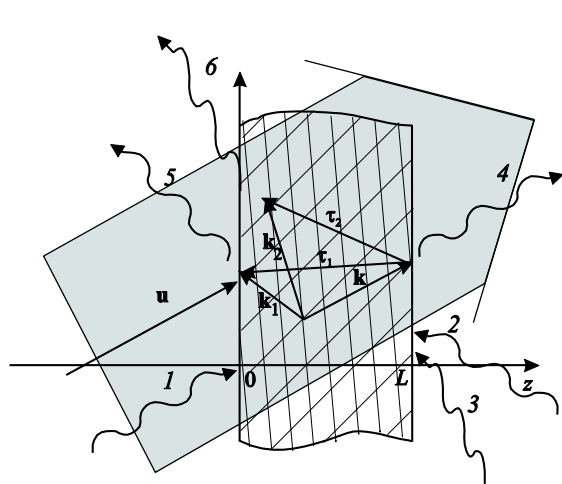
в



г

Модели рисунков а, б, в сводятся к схеме рисунка г.

Трехволновые ОЛСЭ



$$\frac{\partial E}{\partial t} + \gamma_0 \frac{\partial E}{\partial z} + 0.5i\omega l E - 0.5\omega\chi_1 E_1 - 0.5i\omega\chi_2 E_2 = F(j_b),$$

$$\frac{\partial E_1}{\partial t} + \gamma_1 \frac{\partial E_1}{\partial z} - 0.5i\omega\chi_{-1} E + 0.5i\omega l_1 E_1 - 0.5i\omega\chi_{2-1} E_2 = 0,$$

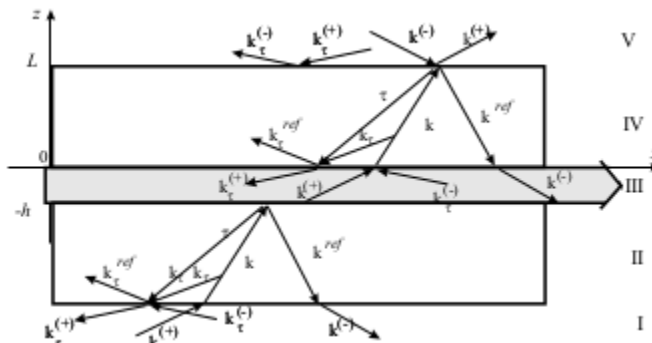
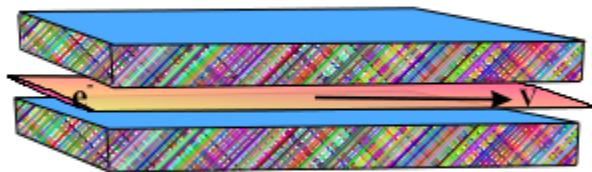
$$\frac{\partial E_2}{\partial t} + \gamma_2 \frac{\partial E_2}{\partial z} - 0.5i\omega\chi_{-2} E - 0.5i\omega\chi_{1-2} E_1 + 0.5i\omega l_2 E_2 = 0.$$

$$E|_{z=0} = E^0, \quad E_1|_{z=L_1} = E_1^0, \quad E_2|_{z=L_2} = E_2^0,$$

$$\gamma_0 = (\hat{\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{n}}), \quad \gamma_1 = (\hat{\mathbf{k}}_1, \hat{\mathbf{n}}), \quad \gamma_2 = (\hat{\mathbf{k}}_2, \hat{\mathbf{n}})$$

$$l_{1,2} = (\mathbf{k}_{1,2}^2 c^2 - \omega^2 \varepsilon_0) / \omega^2.$$

ОЛСЭ с дифракционными решетками (поверхностный ОЛСЭ*)



$$\frac{\partial E^{(\pm)}}{\partial t} \pm \frac{k_z^0 c^2}{\omega} \frac{\partial E^{(\pm)}}{\partial z} + \frac{k_x c^2}{\omega} \frac{\partial E^{(\pm)}}{\partial x} = \frac{2\pi i}{\omega} \frac{\partial j^{(\pm)}}{\partial z} - 2\pi \frac{\partial j^{(\pm)}}{\partial z} \quad (\text{III})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{k_z c^2}{\omega \varepsilon_0} \frac{\partial E}{\partial z} + \frac{k_x c^2}{\omega \varepsilon_0} \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{i(\mathbf{k}^2 - \omega^2 / c^2 \varepsilon_0)}{2\omega \varepsilon_0} E + \frac{i\omega \chi_\tau}{2\varepsilon_0} E_\tau &= 0, \\ \frac{\partial E_\tau}{\partial t} + \frac{k_{\tau z} c^2}{\omega \varepsilon_0} \frac{\partial E_\tau}{\partial z} + \frac{k_{\tau x} c^2}{\omega \varepsilon_0} \frac{\partial E_\tau}{\partial x} + \frac{i\omega \chi_{-\tau}}{2\varepsilon_0} E + \frac{i(\mathbf{k}_\tau^2 - \omega^2 / c^2 \varepsilon_0)}{2\omega \varepsilon_0} E_\tau &= 0. \end{aligned} \quad (\text{II}), (\text{IV})$$

$$\frac{\partial E_{,\tau}^{ref}}{\partial t} \mp \frac{k_{z,\tau} c^2}{\omega} \frac{\partial E_{,\tau}^{ref}}{\partial z} + \frac{k_x c^2}{\omega} \frac{\partial E_{,\tau}^{ref}}{\partial x} = 0$$

$$\mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial z} + \mathbf{C} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} \mathbf{E} + \mathbf{D} \mathbf{E} = \mathbf{F}(\mathbf{E}^{(0)}, j^{(\pm)})$$

*Baryshevsky et al. NIM (1994), A341, 274–276, NIM (1995), A358, 508–511

Обобщенные модели ОЛСЭ

Предложены обобщенные системы уравнений, описывающие различные варианты многопучковых многоволновых ОЛСЭ, учитывающие многосекционные резонаторы, дисперсию электромагнитных волн в системе, наружные зеркала и т.д.

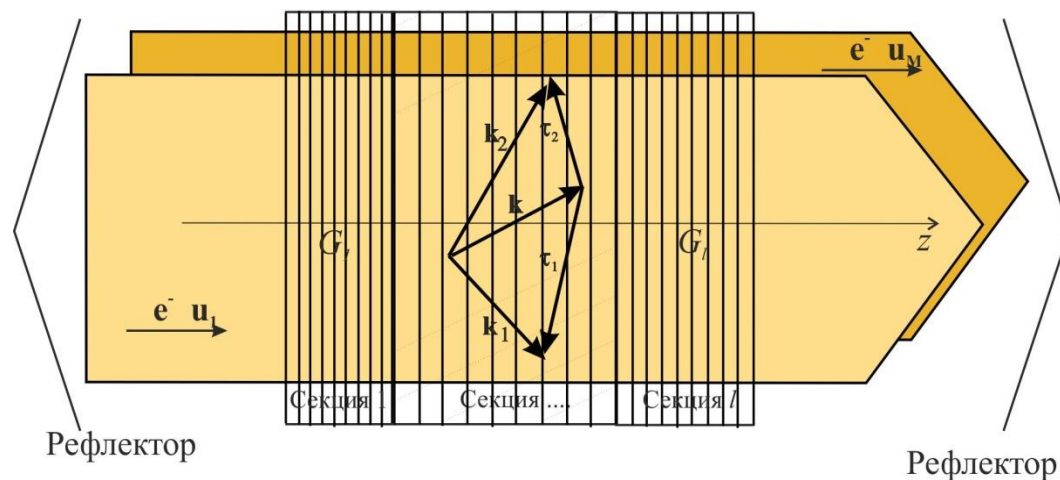


Схема для двухволнового двухпучкового ОЛСЭ

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \gamma_0 c \frac{\partial E}{\partial z} + 0.5 i l E - 0.5 i \omega \chi_\tau E_\tau = 2\pi j_1 \Phi_1 \int_0^{2\pi} \frac{2\pi - p}{8\pi^2} \left(e^{-i\theta_1(t,z,p)} + e^{-i\theta_1(t,z,-p)} \right) dp,$$

$$\frac{\partial E_\tau}{\partial t} + \gamma_\tau c \frac{\partial E_\tau}{\partial z} - 0.5 i \omega \chi_{-\tau} E + 0.5 i \omega l_1 E_\tau = 2\pi j_2 \Phi_2 \int_0^{2\pi} \frac{2\pi - p}{8\pi^2} \left(e^{-i\theta_2(t,z,p)} + e^{-i\theta_2(t,z,-p)} \right) dp,$$

$$\frac{\partial^2 \theta_1(t,z,p)}{\partial z^2} = \frac{e\Phi_1}{m\gamma_1^3 \omega^2} \left(k - \frac{\partial \theta_1(t,z,p)}{\partial z} \right)^3 \operatorname{Re} \left(E(t-z/u_1, z) \right) \times \exp(i\theta_1(t,z,p)),$$

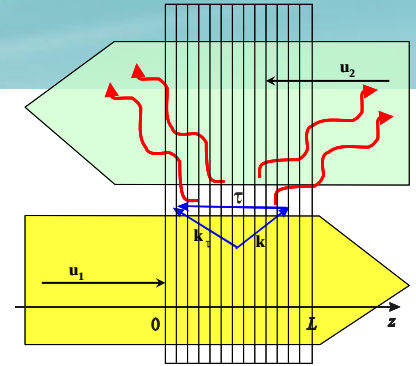
$$\frac{\partial^2 \theta_2(t,z,p)}{\partial z^2} = \frac{e\Phi_2}{m\gamma_2^3 \omega^2} \left(k_\tau - \frac{\partial \theta_2(t,z,p)}{\partial z} \right)^3 \operatorname{Re} \left(E_\tau(t-z/u_2, z) \right) \times \exp(i\theta_2(t,z,p)),$$

$$E(t, 0) = 0, \quad E_\tau(t, L) = 0,$$

$$\frac{\partial \theta_1(t, 0, p)}{\partial z} = k - \omega / u_1, \quad \theta_1(t, 0, p) = p,$$

$$\frac{\partial \theta_2(t, L, p)}{\partial z} = k_\tau - \omega / u_2, \quad \theta_2(t, L, p) = p,$$

$$t > 0, \quad z \in [0, L], \quad p \in [-2\pi, 2\pi]$$



$$\Phi_{1,2} = \sqrt{l_{0,\tau} + \chi_0 - 1 / (u_{1,2} / c \gamma_{1,2})^2},$$

$$l_0 = \frac{\mathbf{k}^2 c^2 - \omega^2 \varepsilon_0}{\omega^2}, l_\tau = \frac{\mathbf{k}_\tau^2 c^2 - \omega^2 \varepsilon_0}{\omega^2},$$

$$l = l_0 + \delta_0, l_1 = l_\tau + \delta_\tau,$$

$\gamma_{0,\tau}$ – направляющие косинусы,

$\delta_{0,\tau}$ – отклонения от условия синхронизма.

$\chi_0, \chi_{\pm\tau}$ – коэффициенты разложения в ряд Фурье диэлектрической проницаемости среды.

Численные методы для моделирования двухволнового ОЛСЭ*

Система в обобщенном виде:

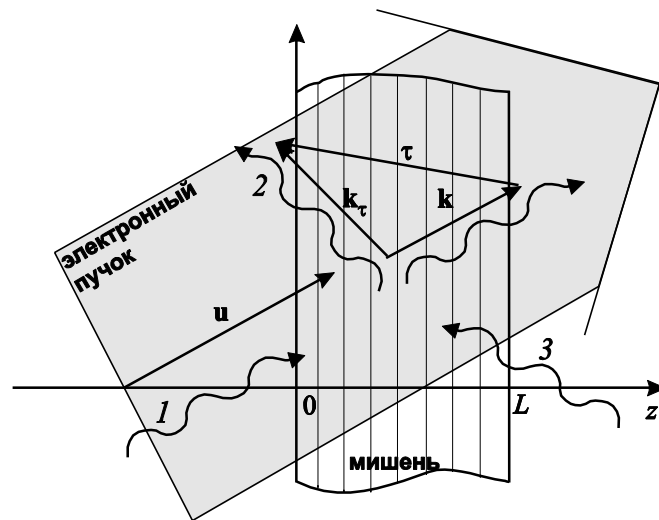
$$\frac{\partial E}{\partial t} + a_1 \frac{\partial E}{\partial z} + b_{11}E + b_{12}E_\tau = \Psi \int_0^{2\pi} \frac{2\pi - p}{8\pi^2} \left(e^{-i\Theta(t,z,p)} + e^{-i\Theta(t,z,-p)} \right) dp,$$

$$\frac{\partial E_\tau}{\partial t} + a_1 \frac{\partial E_\tau}{\partial z} + b_{21}E + b_{22}E_\tau = 0,$$

$$E(t, 0) = E_0, \quad E_\tau(t, L) = E_{\tau 0}$$

$$\frac{\partial^2 \Theta(t, z, p)}{\partial z^2} = \Upsilon \left(k_z - \frac{\partial \Theta(t, z, p)}{\partial z} \right)^3 \operatorname{Re} \left(E(t - z/u, z) e^{i\Theta(t, z, p)} \right),$$

$$\Theta(t, z, p) = p, \quad \frac{\partial \Theta(t, z, p)}{\partial z} = k_z - \omega / u.$$



*К.Г.Батраков, С.Н.Сытова. ЖВМ МФ, 2005. Т. 45, № 4, с. 690-700

Численные методы для моделирования двухволнового ОЛСЭ*

В области $\Omega \cap \Omega_t = \{0 \leq z \leq L, -2\pi \leq p \leq 2\pi\} \cup \{t > 0\}$ вводятся равномерные сетки:

$$\omega_t = \{t_l = lh_t, l = 0, 1, \dots\}, \quad \omega_z = \{z_m = mh_z, m = 0, 1, \dots, M, Mh_z = L\},$$

$$\omega_p = \{p_j = h_p j, j = -N, \dots, -1, 0, 1, \dots, N, h_p N = 2\pi\}.$$

Разностные методы для решения системы в обобщенном виде:

$$\Theta_{\bar{z}}^j = \Psi \left(k - \Theta_z^j \right)^3 \operatorname{Re} \left(E \exp(i\Theta^j) \right), \quad j = 0, \pm 1, \dots, \pm N,$$

$$E_t + a_1 \hat{E}_{\bar{z}} + b_{11} \hat{E} + b_{12} \hat{E}_\tau = \Phi \sum_{j=0}^N c_j \left(\exp(-i\hat{\Theta}^j) + \exp(-i\hat{\Theta}^{-j}) \right),$$

$$E_{\tau t} + a_2 \hat{E}_{\tau \bar{z}} + b_{21} \hat{E} + b_{22} \hat{E}_\tau = 0,$$

c_j – коэффициенты квадратурной формулы.

Для численного интегрирования использована формула трапеций.

$$E = E(t_l - \eta t_m, z_m), \quad \eta = h_z / (h_t u),$$

Обозначения:**

$$E_t = \frac{E(t_l) - E(t_{l-1})}{h_t},$$

$$\hat{E} = E(t_l),$$

$$E_{\bar{z}} = \frac{E(z_m) - E(z_{m-1})}{h_z},$$

$$E_z = \frac{E(z_{m+1}) - E(z_m)}{h_z}$$

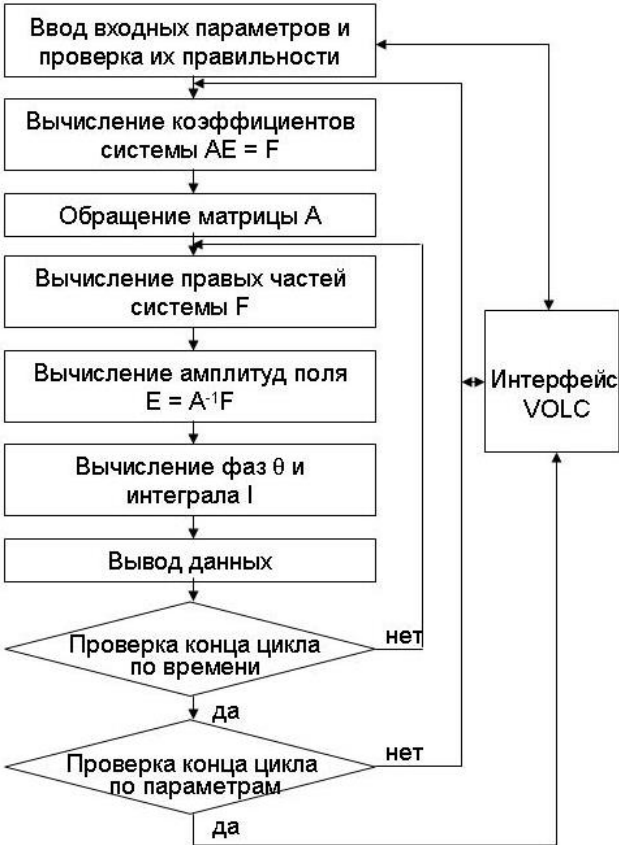
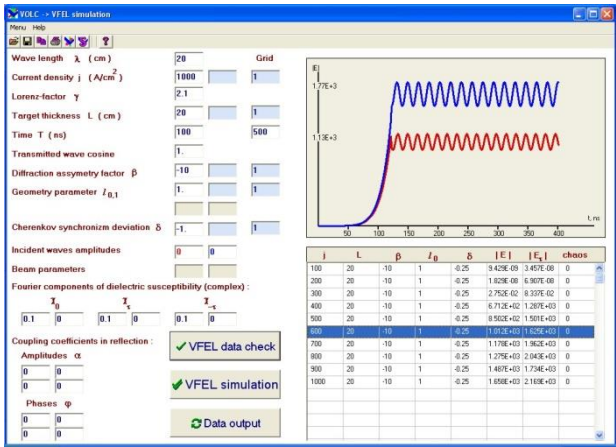
*К.Г.Батраков, С.Н.Сытова. ЖВМ МФ, 2005. Т. 45, № 4, с. 690-700.

**Самарский, А. А. Теория разностных схем. 1989.

Комплекс программ для моделирования ОЛСЭ

Для моделирования различных вариантов ОЛСЭ в 1999–2019 гг. был разработан комплекс программ VOLC (“VOLume Code”) – нестационарная программа, позволяющая осуществить моделирование рассматриваемых физических процессов в одном (1D) и двух (2D) пространственных измерениях.

VOLC предназначен для экспресс-моделирования работы различных типов ОЛСЭ.



Комплекс программ для моделирования ОЛСЭ

позволяет моделировать:

- режимы усиления и генерации ОЛСЭ, включая режим SASE, в геометрии Брэгга и Лауэ в различных типах резонаторов, включая естественные кристаллы (рентгеновский диапазон), сеточные и фольговые резонаторы (СВЧ-диапазон) для двух- и трех-волнового случая дифракции, различных дифракционных структур (с учетом отраженных волн в оптическом диапазоне длин волн), с наличием внешних зеркал;
- эффекты дисперсии электромагнитных волн в системе;
- динамику пучка электронов при моделировании фаз электронов и функций распределения;
- двухпучковый двухволновой ОЛСЭ;
- циклы по нескольким входным параметрам (параметры внешнего импульса электромагнитного излучения, длина резонатора, плотность тока пучка электронов, форма его импульса, геометрические параметры дифракции, отстройка от точного выполнения черенковского условия, параметры фотонного кристалла и др.) для формирования параметрических карт перехода к хаосу в системе.

позволяет осуществлять:

- проверку условий дифракции в системе;
- вычисление значений коэффициентов разложения диэлектрической проницаемости среды в ряд по векторам обратной решетки;
- учитывать форму электромагнитных волн и пучка электронов, падающих на систему.

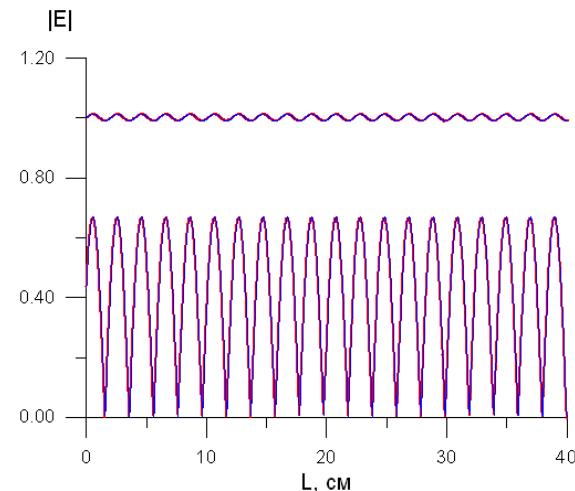
Комплекс программ для моделирования ОЛСЭ

С целью всестороннего тестирования, валидации и верификации комплекса программ VOLC проведено сравнение численных результатов с аналитическими в случае:

- стационарного решения стандартной задачи дифракции в резонаторе;
- стационарного решения стандартной задачи дифракции с электронным пучком.

Первое позволило протестировать и верифицировать моделирование электромагнитных полей в системе, второе – моделирование движения электронов в системе.

Также была проведена проверка выполнения основных законов функционирования ОЛСЭ в широком диапазоне параметров, исследована чувствительность решения к изменению начальных условий в системе и проведено моделирование экспериментальной установки ОЛСЭ.

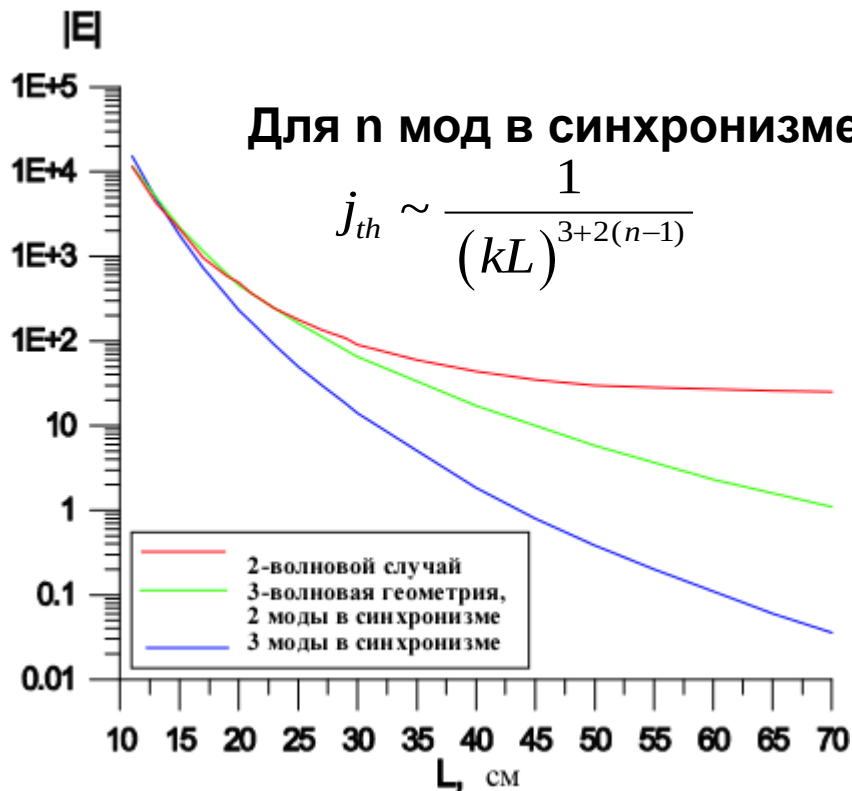


Численные результаты моделирования точного условия дифракции. Красные кривые – результаты численного моделирования, синие кривые – точное аналитическое решение. Верхние кривые – для проходящей волны, нижние кривые – для дифрагированной. Размер пространственной разностной сетки по z : $N_z = 500$.

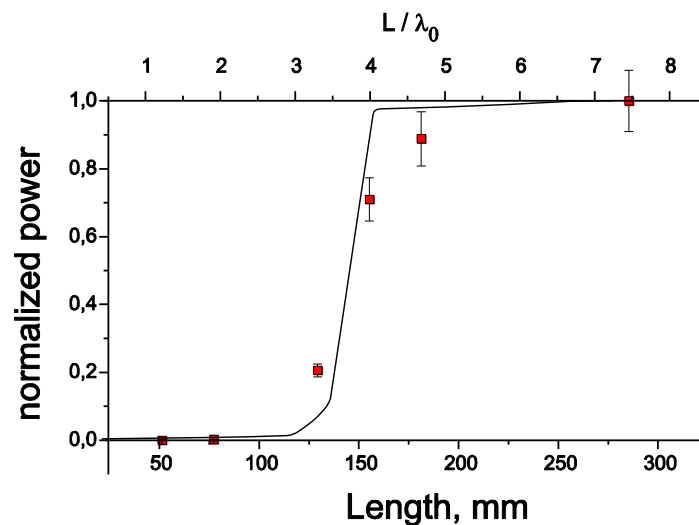
Пороги генерации

Для n мод в синхронизме:

$$j_{th} \sim \frac{1}{(kL)^{3+2(n-1)}}$$

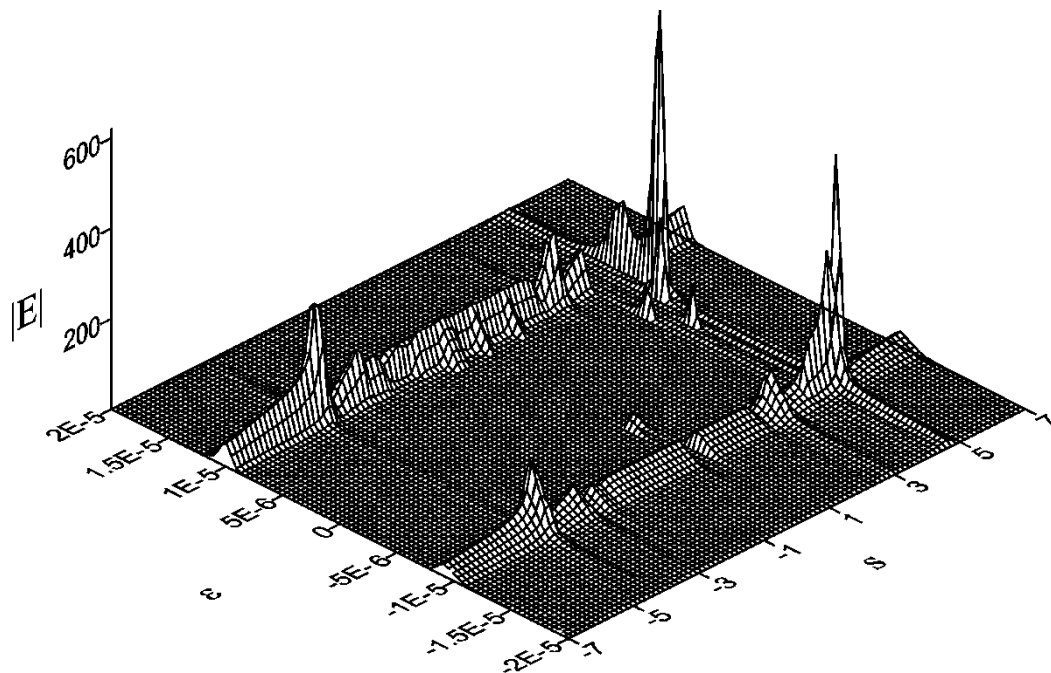


Порог генерации для установки
ОЛСЭ-250:



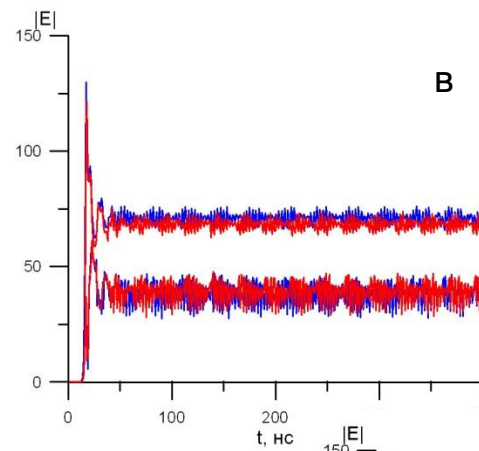
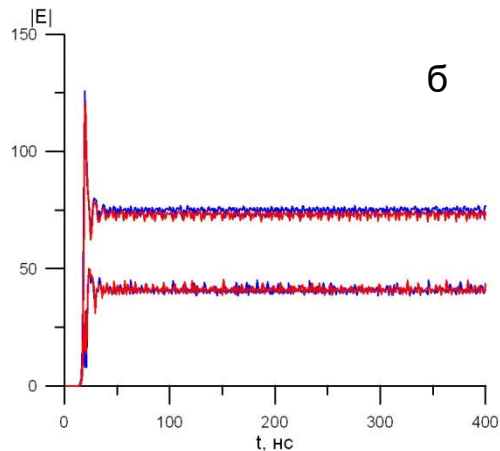
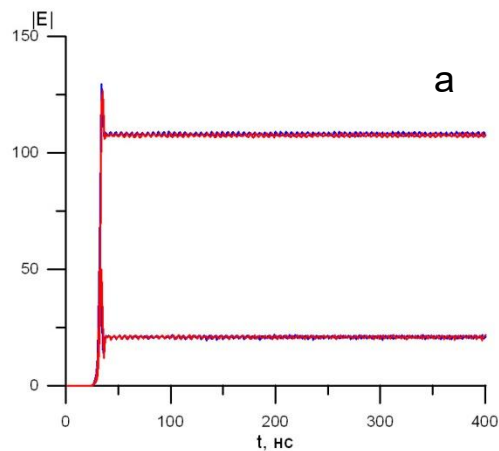
Baryshevsky V.G. et al., Proc. FEL06, p.331

Исследование численно ОЛСЭ с дифракционными решетками

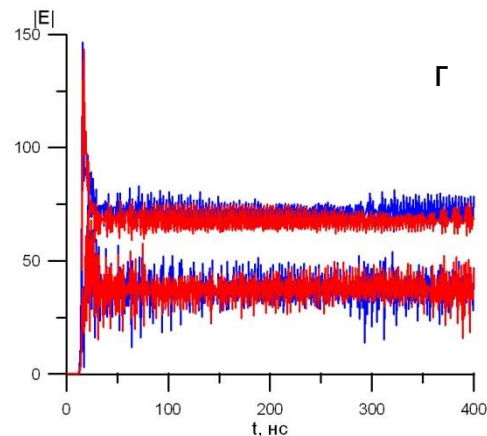


Зависимость процесса усиления черенковской волны от отклонения от условия синхронизма и отклонения от точного выполнения условия Брэгга для ОЛСЭ с дифракционными решетками

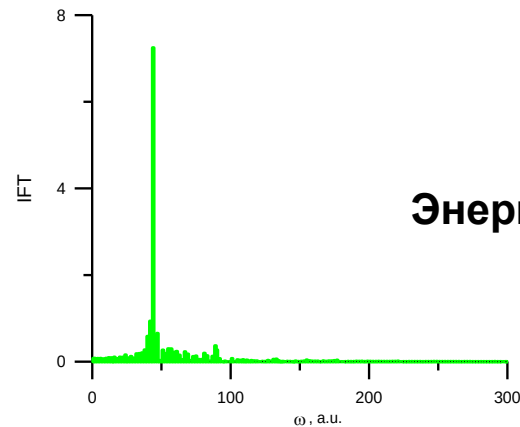
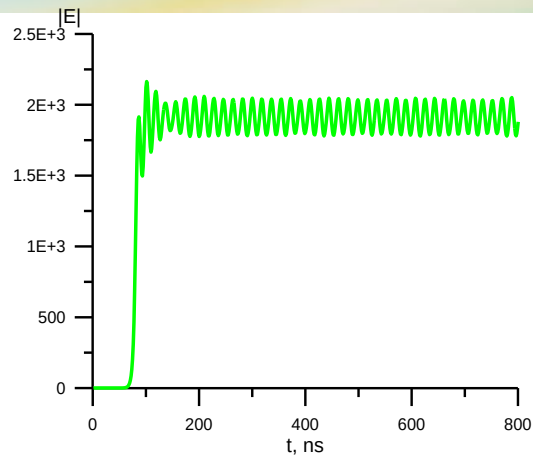
Исследование необходимости учета дисперсии



Временная зависимость амплитуд проходящей и дифрагированной волн для различной толщины нитей фотонного кристалла с учетом (синие линии) и без учета дисперсии (красные линии) для толщины нитей сеточного резонатора 0.02 (а), 0.04 (б), 0.06 (в), 0.08 (г) см.

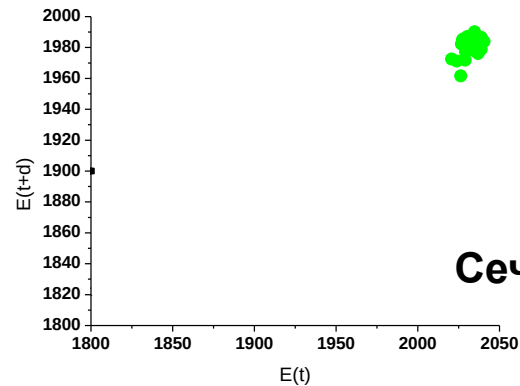
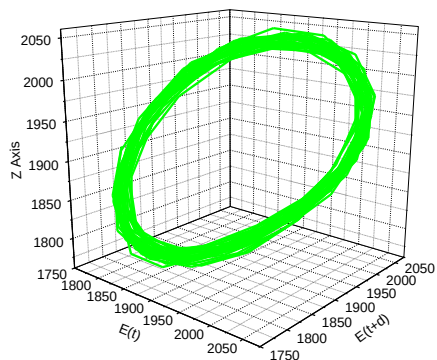


Пример периодического режима в ОЛСЭ



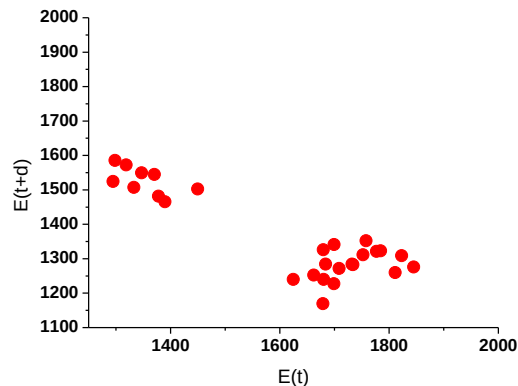
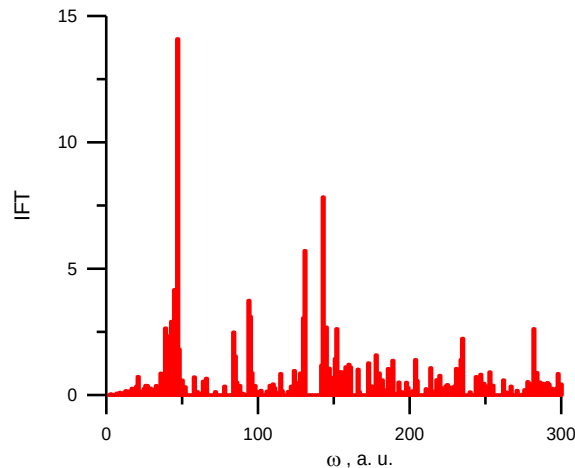
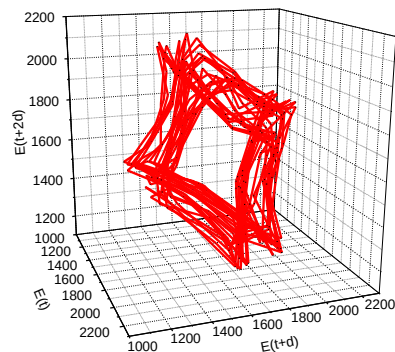
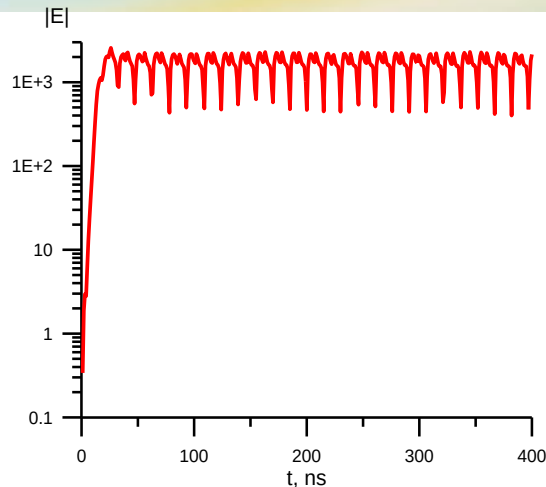
Энергетический спектр

Аттрактор



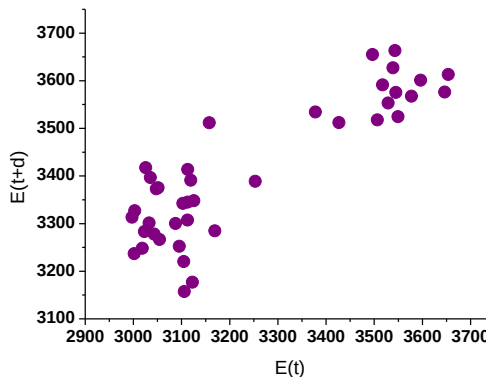
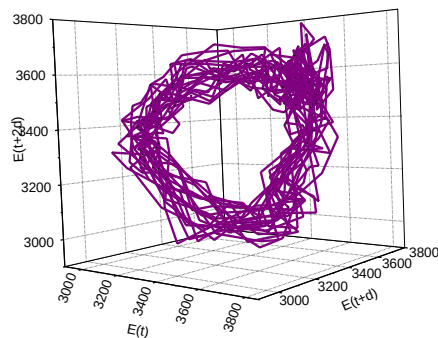
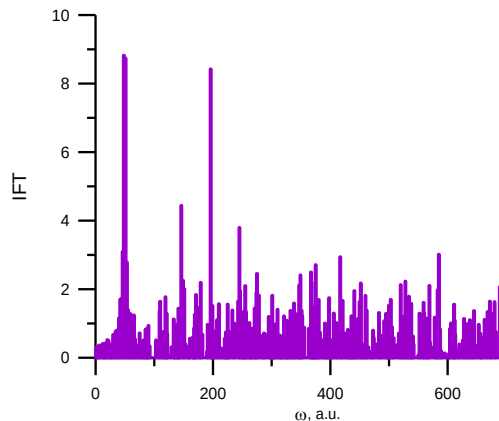
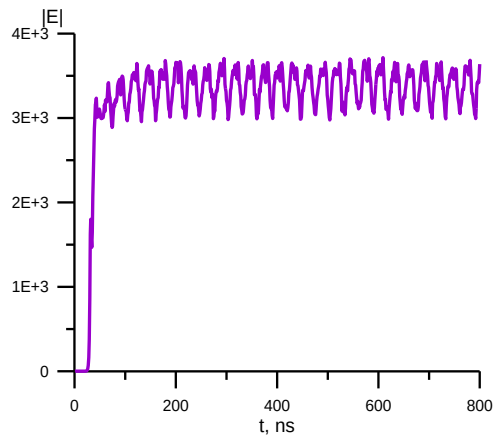
Сечение Пуанкаре

Пример квазипериодического режима в ОЛСЭ



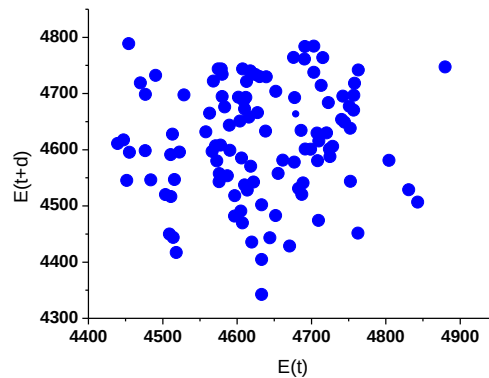
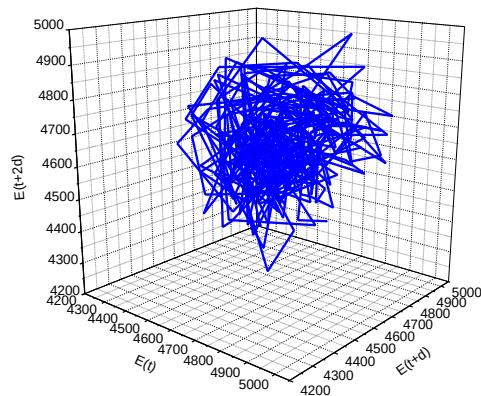
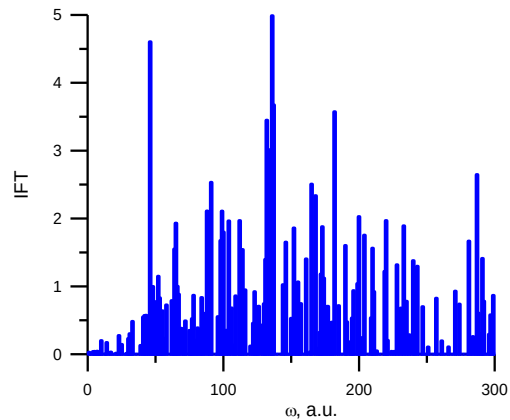
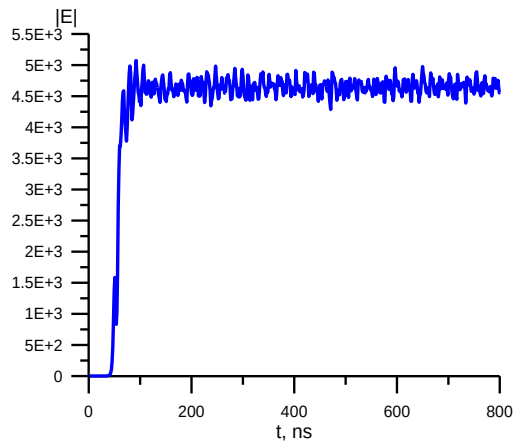
Квазипериодичность
связана с
бифуркациями
Хопфа, которые
вводят в систему
новую частоту.
Отношения между
основными
частотами
несоизмеримы.
(Hahn, Lee, Phys.
Rev.E(1993),48, 2162)

Пример слабого хаотического режима в ОЛСЭ

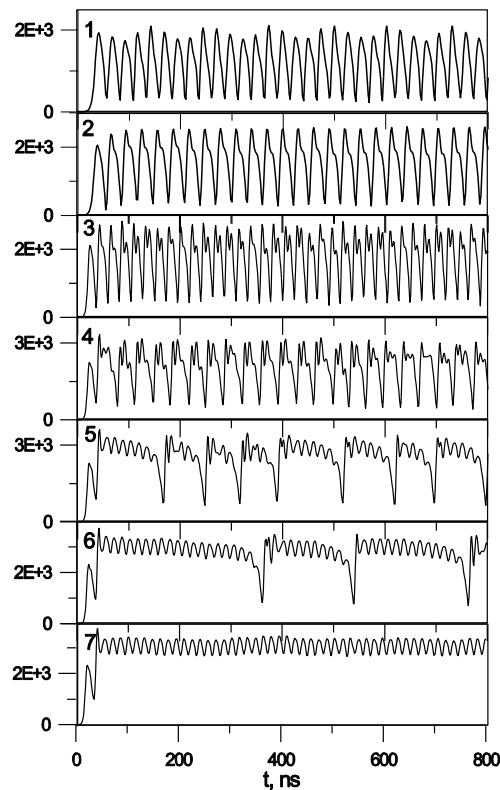


Зависимость амплитуды от времени выглядит как приблизительно повторение близких по размерам однотипных пиков за примерно равное время.

Гиперхаос (хаотические автоколебания)

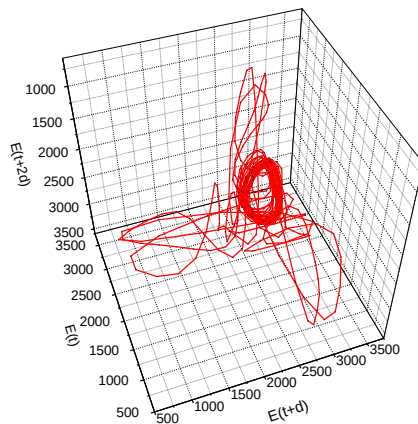


Квазипериодичность и перемежаемость

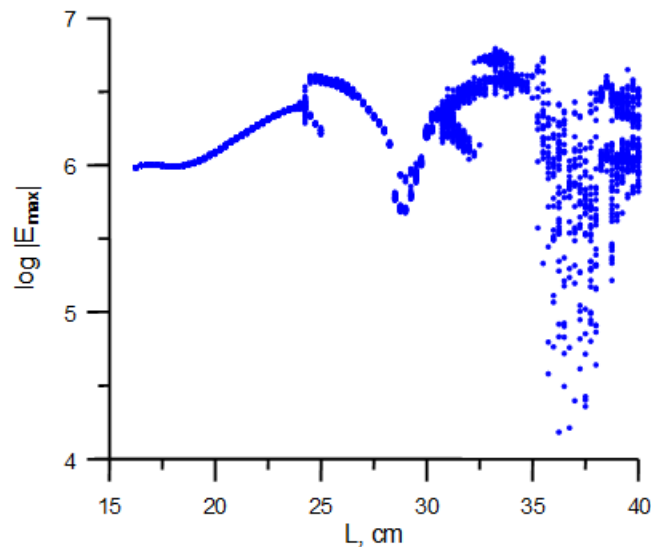


- | | |
|----|-----------------------|
| 1) | 1750 A/ cm^2 |
| 2) | 1950 A/ cm^2 |
| 3) | 2150 A/ cm^2 |
| 4) | 2220 A/ cm^2 |
| 5) | 2300 A/ cm^2 |
| 6) | 2340 A/ cm^2 |
| 7) | 2350 A/ cm^2 |

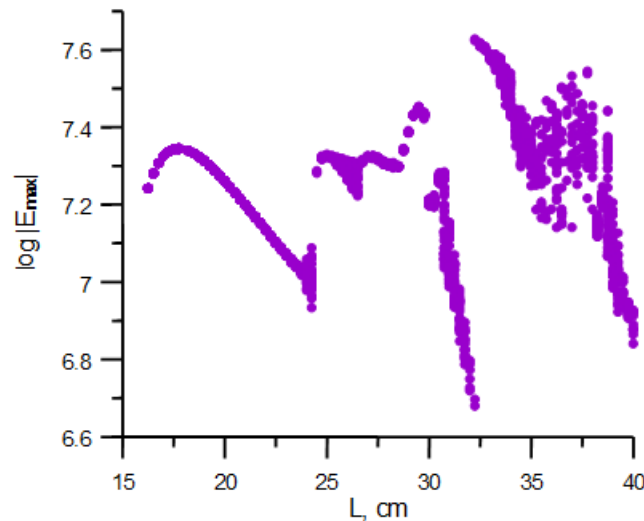
Перемежаемость, которая выглядит как наличие редких сильных пиков в решении либо всплесков хаотического движения, чередующимися с периодами регулярного движения. Видно, что у аттрактора есть «регулярное ядро», которое окружено «всплесками» перемежаемости.



Бифуркационные диаграммы



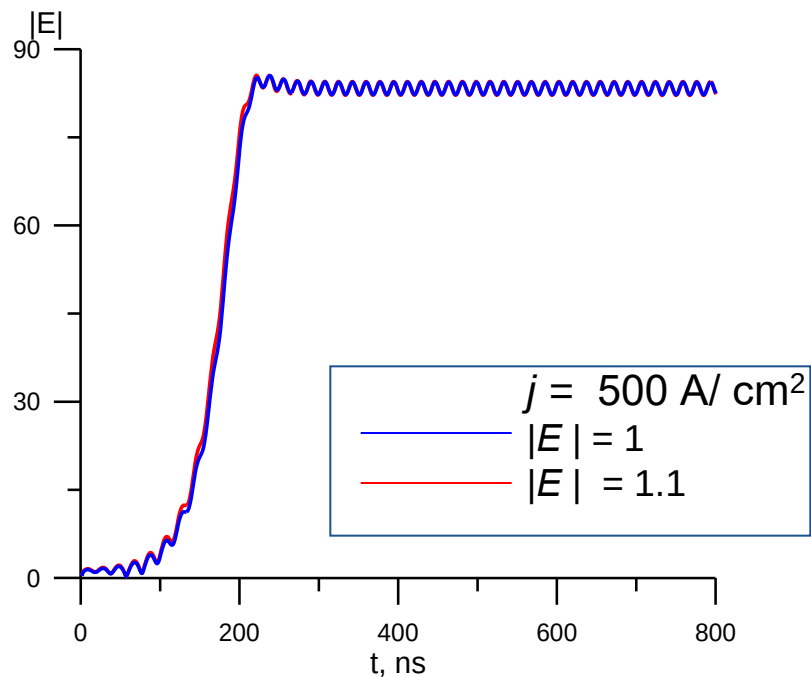
Проходящая волна



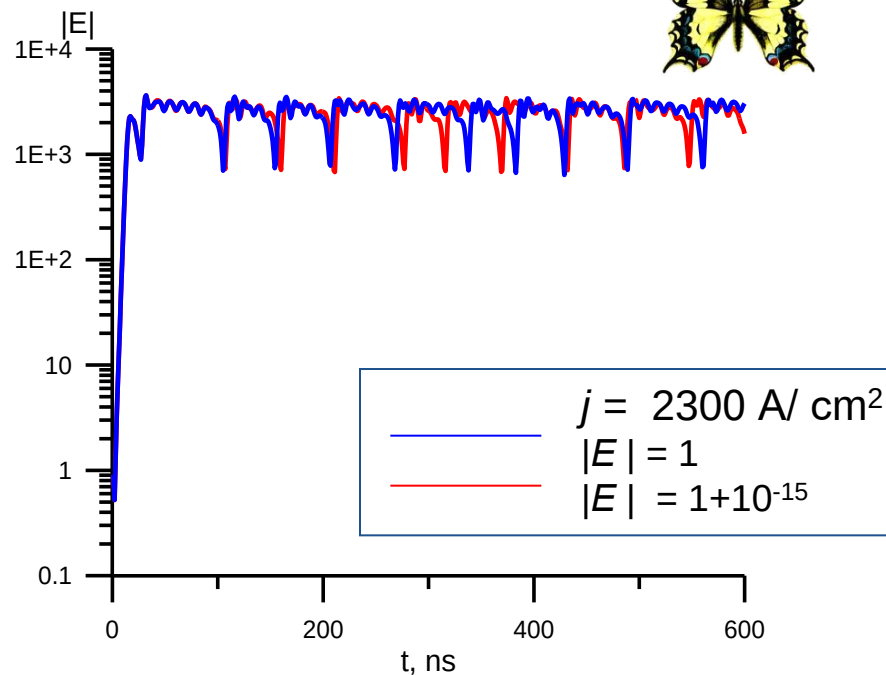
Дифрагированная волна

Бифуркационные диаграммы построены для $j = 1000 \text{ A/cm}^2$ при пересечении аттрактора $(E(t), E(t+d), E(t+2d))$, построенного в пространстве 2D space на плоскости (x, y) прямой $y = x$.

Чувствительность к изменению начальных условий

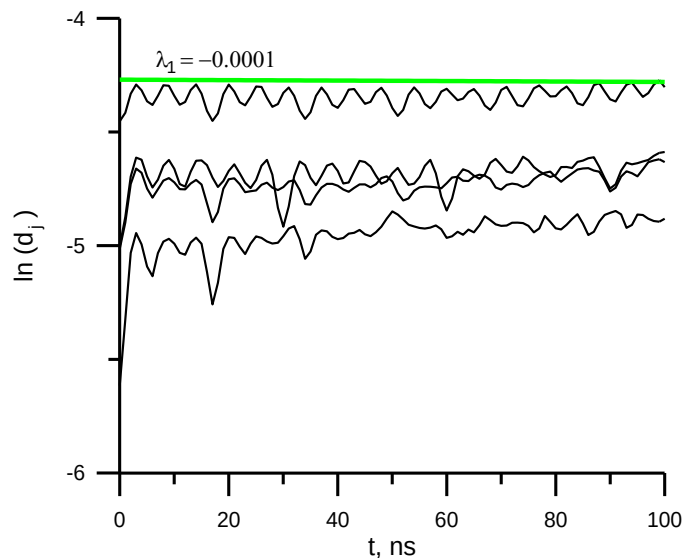


Периодический режим

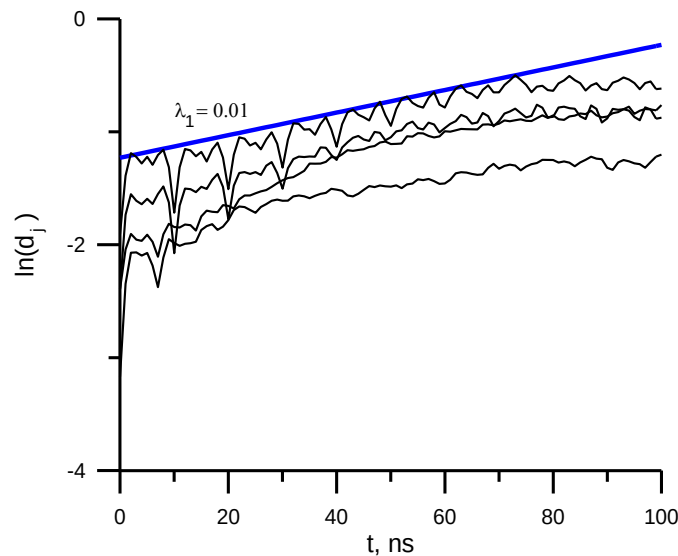


Перемежаемость

Старший ляпуновский показатель*



Периодический режим

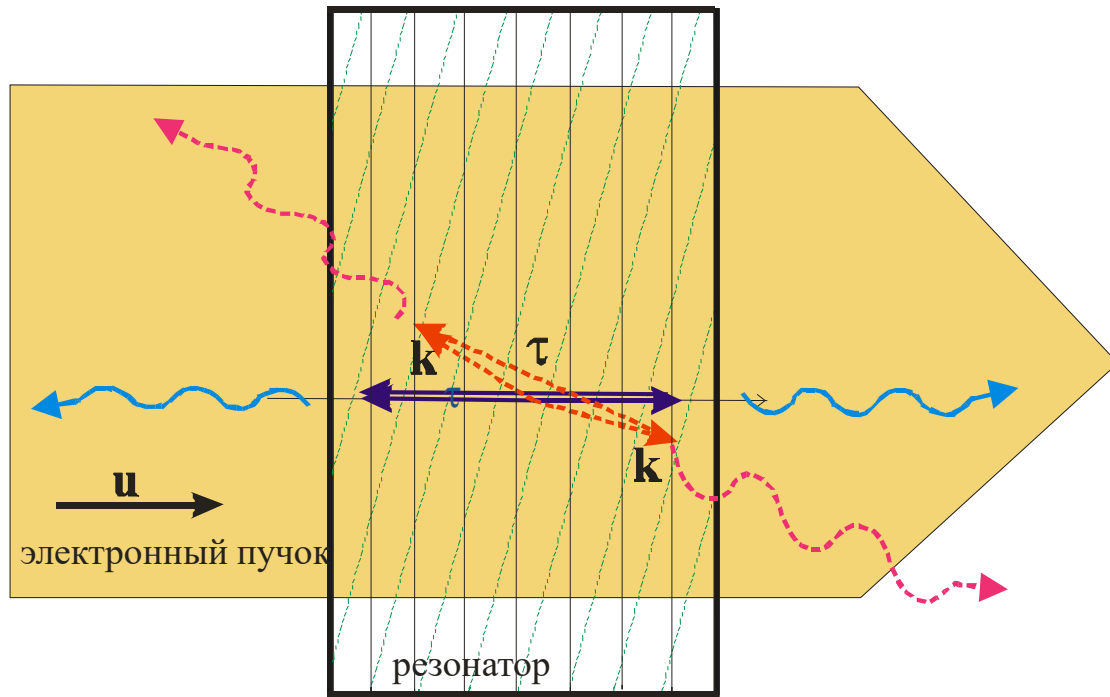


Слабый хаос

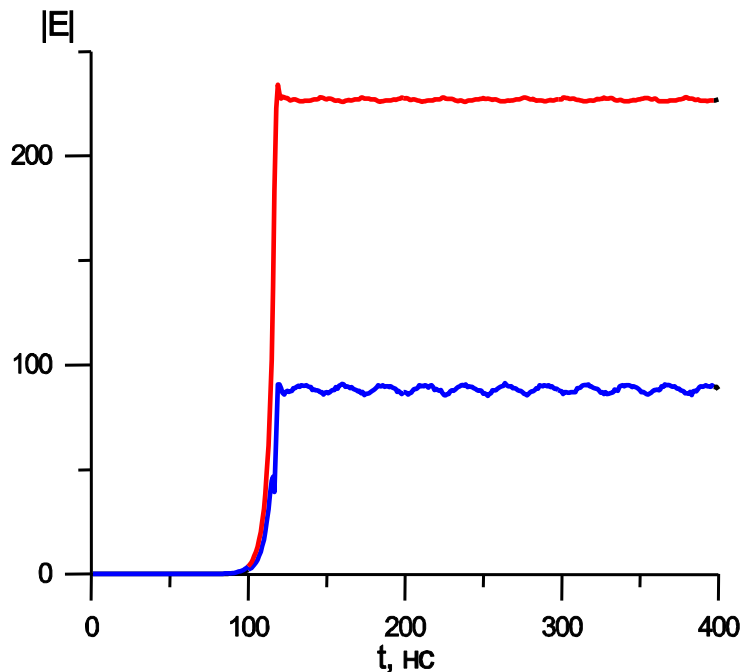
Старший показатель (экспонента) Ляпунова - это показатель устойчивости основной динамики временных рядов. Он определяет среднюю скорость расхождения соседних точек.

*M.T.Rosenstein et al. Physica D65 (1993), 117-134

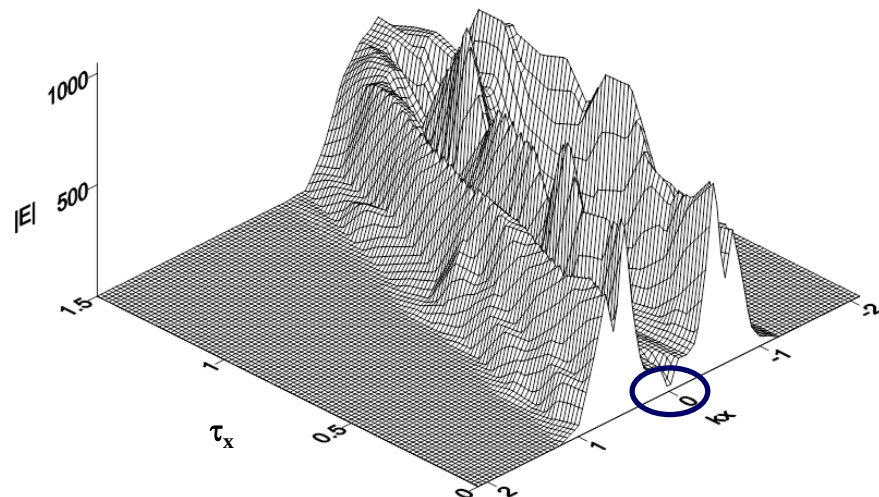
Сравнение одномерной и двумерной распределенной обратной связи (РОС)



Сравнение одномерной и двумерной РОС



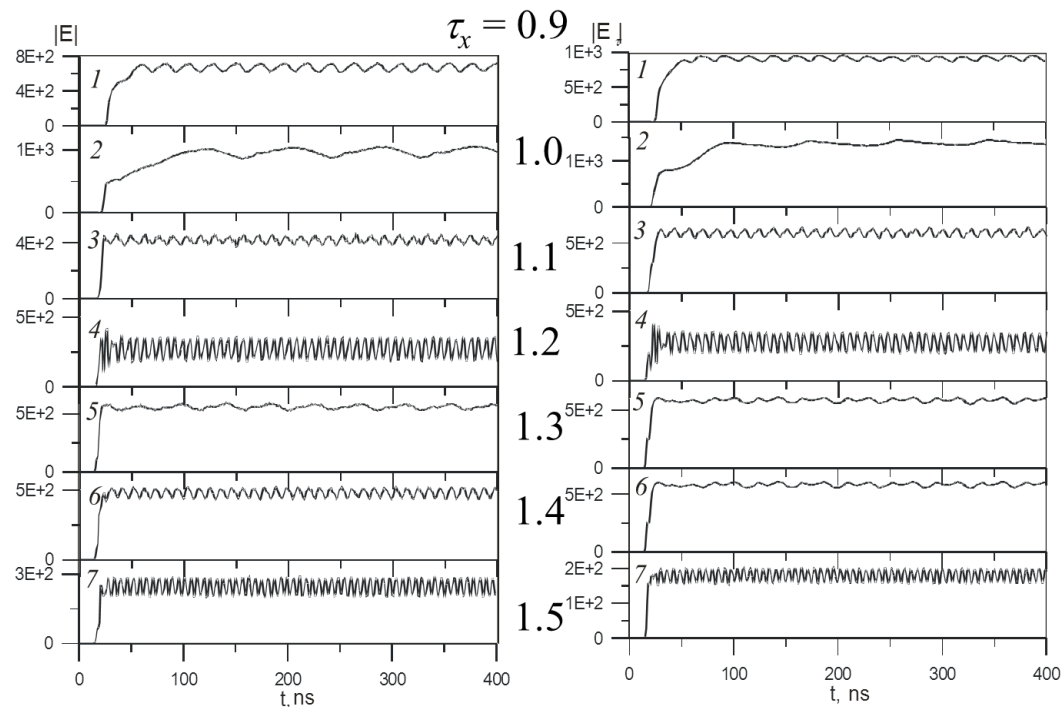
Временная зависимость амплитуд проходящей волны (синяя кривая) и дифрагированной волны (красная кривая) в одномерной геометрии



Неоднородная геометрия для проходящей волны. Синим выделена точка, соответствующая левому рисунку.

Видно, что выбором геометрии (параметров k_x и τ_x) можно получить существенно **большие** величины амплитуд полей.

Исследование ОЛСЭ как динамического хаотического объекта



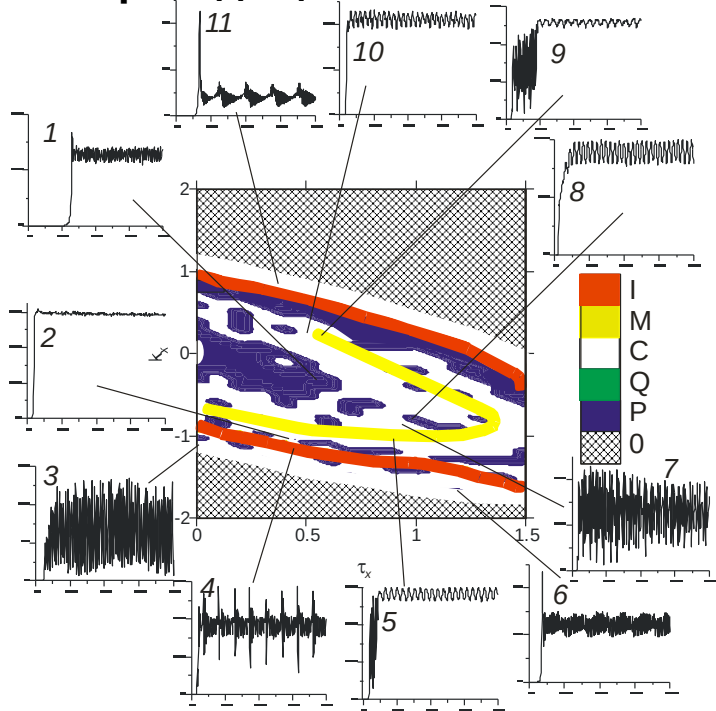
Проходящая волна

Дифрагированная волна

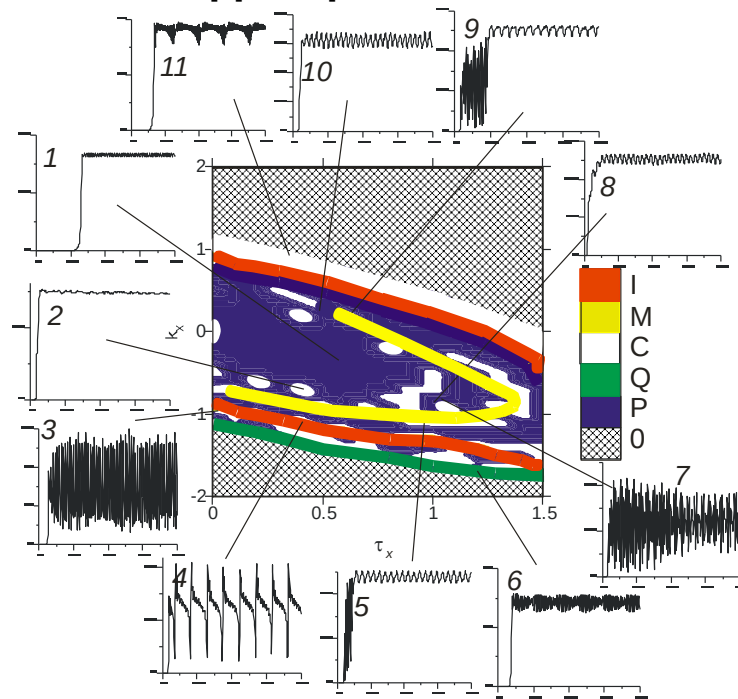
Способ контроля за динамикой ОЛСЭ – изменение геометрии ОРОС. Выбором геометрии можно получить не только большие амплитуды полей, но и существенно другие динамические решения.

Параметрические карты перехода к хаосу ($k_x - \tau_x$)

Проходящая волна



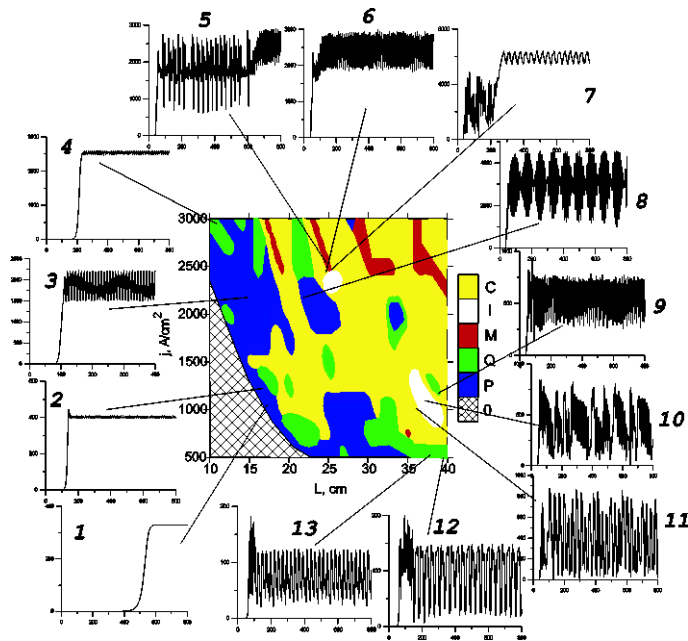
Дифрагированная волна



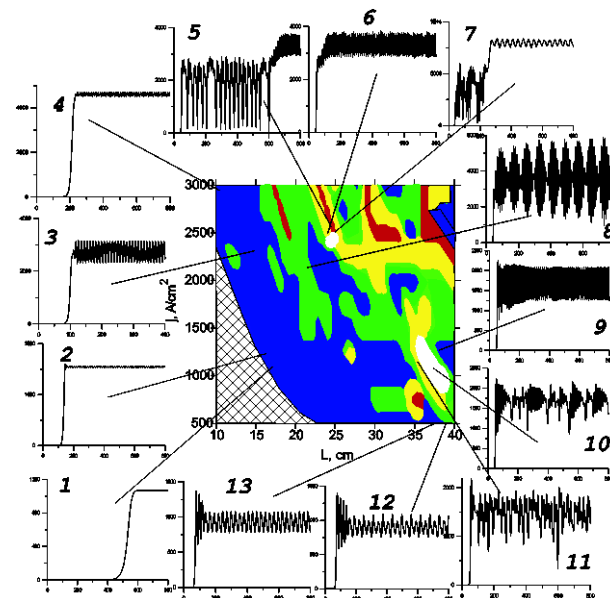
0 означает, что плотность тока находится ниже порога. P – периодические режимы, Q – квазипериодичность, C – хаос, I – перемежаемость, M – переход между высокоамплитудными и низкоамплитудными режимами. По краям приведены зависимости амплитуды $|E(L, t)|$ от времени (в нс)

Параметрические карты перехода к хаосу ($j - L$)

Проходящая волна

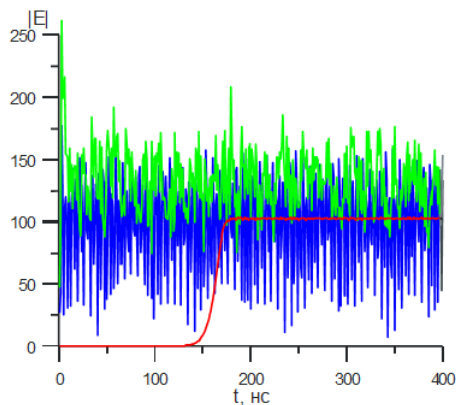


Дифрагированная волна



0 означает, что плотность тока находится ниже порога. P – периодические режимы, Q – квазипериодичность, C – хаос, I – перемежаемость, M – переход между высокоамплитудными и низкоамплитудными режимами. По краям приведены зависимости амплитуды $|E(L, t)|$ от времени (в нс)

Влияние внешних сигналов на характер решения в ОЛСЭ



Режим генератора вблизи пороговых условий с установлением одночастотной генерации с малыми периодическими колебаниями.

$$E_0 = 0$$

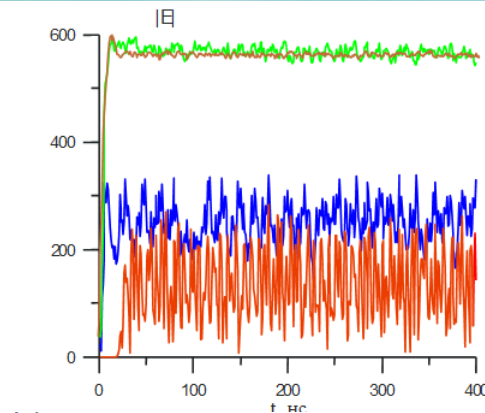
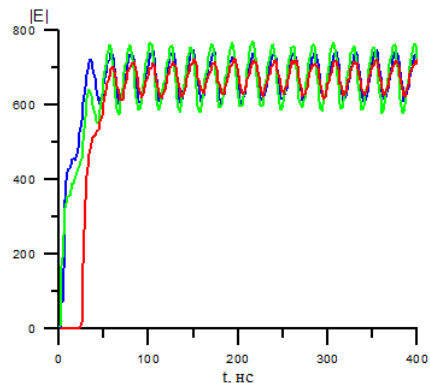
$$E_0 = 50 + 10 \sin(t/4)$$

$$E_0 = 100$$

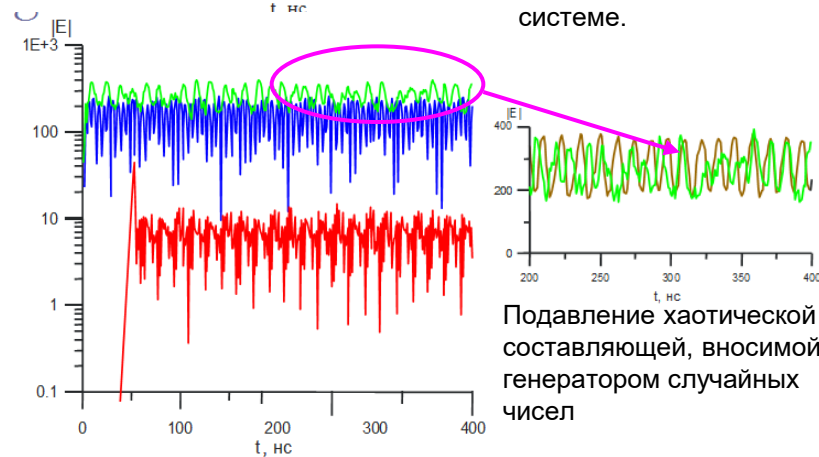
$$E_0 = 100 + 20 \sin 3t + 20\delta$$

δ – случайное число из интервала $[0,1]$.

Режим «слабого» хаоса, когда амплитуда во времени выглядит как примерное повторение одинаковых пиков одинакового размера примерно через равные промежутки времени.



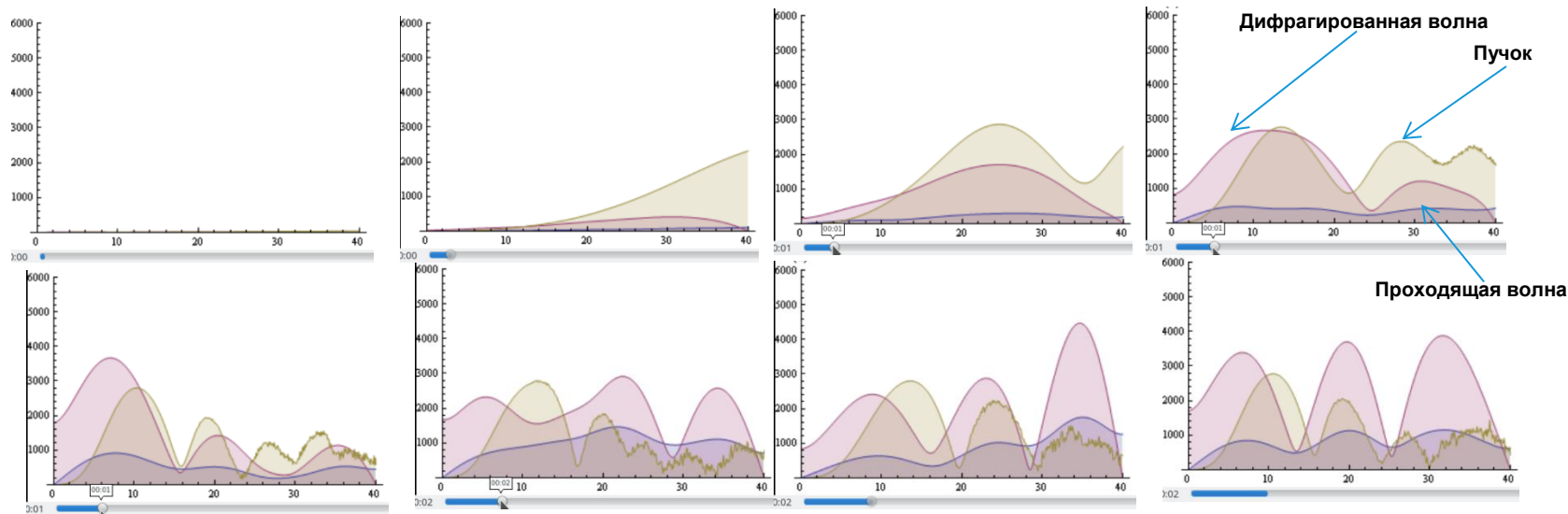
Режим сильно нерегулярной хаотической генерации большой амплитуды (переमेжаемости) представляет собой случайное переключение между несколькими аттракторами, соответствующими различным режимам в системе.



Подавление хаотической составляющей, вносимой генератором случайных чисел

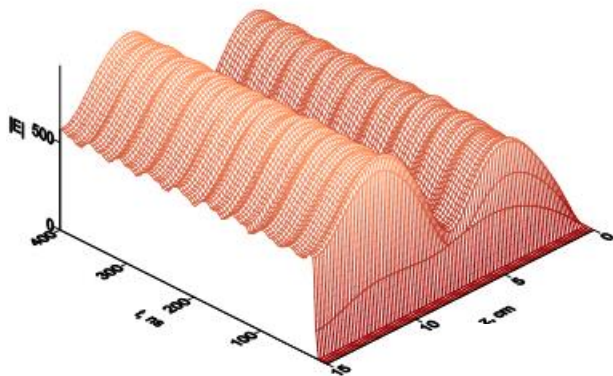
Подавление паразитных частот в ОЛСЭ

При генерации больших мощностей в сверхразмерной системе, которой является ОЛСЭ, возникает генерация большого количества нежелательных мод. В результате развивается деструктивная интерференция, и излучение становится некогерентным. ОРОС позволяет выделить требуемые моды и подавить нежелательные. Не все паразитные частоты, возникающие в электронном пучке, проходящем через резонатор, передаются к проходящей волне, а тем более к дифрагированной. Чаще всего параметрические карты для дифрагированных волн менее «пестрые», чем для проходящих.

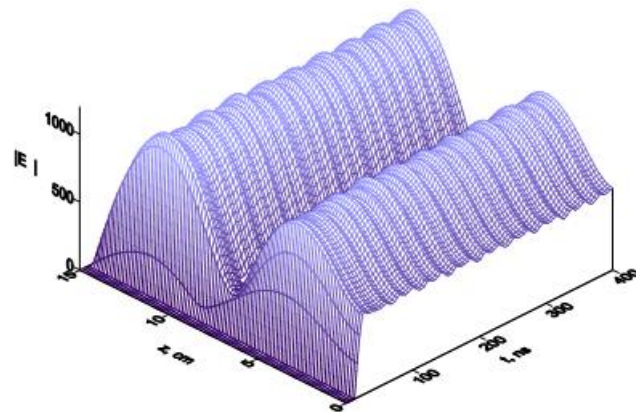


Кадры «видео» пространственно-временной динамики двухволнового ОЛСЭ в геометрии Брэгга

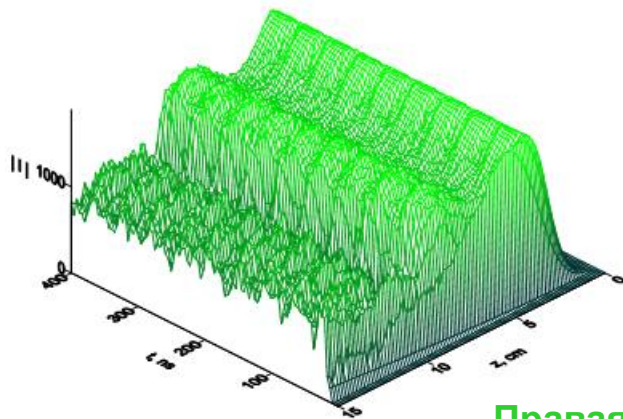
Подавление паразитных частот в ОЛСЭ



Проходящая волна

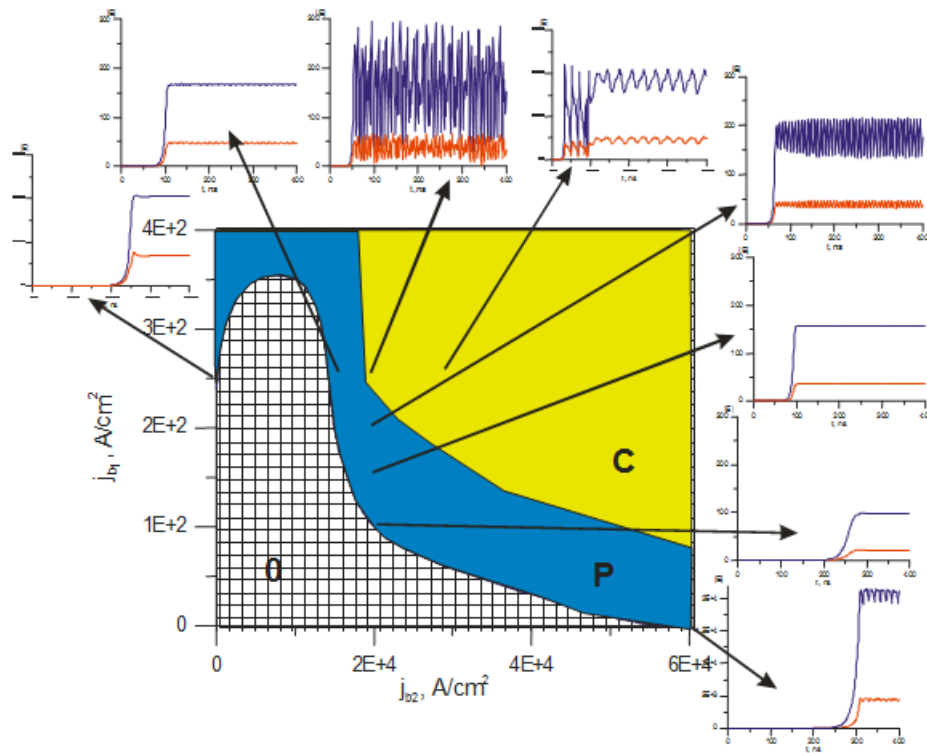


Дифрагированная волна



Правая часть системы (пучок)

Двухволновой двухпучковый ОЛСЭ



Проходящая волна

Дифрагированная волна

0 - плотность тока ниже порога. P - периодические режимы, C - хаос.

Результаты исследований:

- Проведенное математическое моделирование подтвердило все основные физические закономерности и принципы работы ОЛСЭ. Численные результаты имеют разумное согласие с теоретическими и экспериментальными физическими результатами.
- Показано, что для эффективной генерации существует оптимальный набор параметров системы.
- Получены пороги генерации для экспериментальных установок НИИ ЯП БГУ.
- Впервые показано, что ОЛСЭ является динамической системой с особенностями нелинейной динамики генерации, обусловленными нелокальной природой взаимодействия пучка электронов с электромагнитным полем в условиях дифракции.
- В процессе исследования хаотической природы ОЛСЭ изучены его пространственно-временная и фазовая динамика, промоделированы различные динамические режимы работы со сложной их трансформацией.
- Проведенное исследование ОЛСЭ как хаотической динамической системы важно для реализации в будущих экспериментах способов управления хаосом и выбора оптимальных режимов работы ОЛСЭ.

Основные публикации

1. К.Г. Батраков, С. Н. Сытова. Моделирование лазеров на свободных электронах. ЖБМ МФ. 2005. Т. 45, № 4. С. 690–700.
2. K. Batrakov, S. Sytova. Nonlinear analysis of quasi-Cherenkov electron beam instability in VFEL (Volume Free Electron Laser). Nonlin. Phen. Compl. Syst. 2005. Vol. 8, No 1. P. 42–48.
3. K. Batrakov, S. Sytova. Dynamics of electron beam instabilities under conditions of multiwave distributed feedback. Nonlin. Phen. Compl. Syst. 2005. Vol. 8., No 4. P. 359–365.
4. S. Sytova. Volume Free Electron Laser (VFEL) as a Dynamical System. Nonlin. Phen. Compl. Syst. 2007. Vol. 10, No 3. P. 297–302.
5. S. Sytova. Some aspects of chaotic lasing in volume free electron lasers. Nonlin. Phen. Compl. Syst. 2009. Vol. 12, No 1. P. 37–45.
6. С. Н. Сытова. Хаос в объемных лазерах на свободных электронах (ОЛСЭ). Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2011. Т. 19, № 2. С. 93–111.
7. S. Sytova. Comparison of One-Dimensional and Volume Distributed Feedback in Microwave Vacuum Electronic Devices. Nonlin. Phen. Compl. Syst. 2012. Vol. 15, No 4. P. 378–386.
8. С. Н. Сытова. Модели объемных лазеров на свободных электронах. Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2012. Т. 20, № 6. С. 124–135.
9. В. Г. Барышевский, С. Н. Сытова. Радиационные процессы, радиационная неустойчивость и хаос в излучении, образованном релятивистскими пучками, движущимися в трехмерных (двумерных) пространственно-периодических структурах (естественных и фотонных кристаллах). Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2013. Т. 21, № 6. С. 25–48.
10. С. Н. Сытова. Влияние внешних условий на хаос в объемных лазерах на свободных электронах. Доклады НАН Беларуси. 2014. Т. 58, № 1. С. 47–52.
11. S. Sytova. Methods of chaos control in radiation of charged particles moving in non-one-dimensional periodical structures. Nonlin. Phen. Compl. Syst. 2017. Vol. 20, No 2. P. 144–152.
12. С. Н. Сытова. Нелинейная динамика излучения сильнооточных пучков заряженных частиц в пространственно-периодических структурах. Журнал БГУ. 2021, № 1. С. 62–72.

<https://belnet.bsu.by/article/1464>

*Число правит Вселенной.
Пифагор*

