

ГОСУДАРСТВЕННОЕ НАУЧНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
“ИНСТИТУТ ФИЗИКИ имени Б.И. СТЕПАНОВА  
НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК РЕСПУБЛИКИ  
БЕЛАРУСИ”

УДК 539.12

АНДРЕЕВ  
Виктор Васильевич

Электрослабые характеристики  
элементарных частиц  
в квантовополевых моделях

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук  
по специальности  
01.04.16 – физика атомного ядра и элементарных частиц

Минск 2016

Работа выполнена в учреждении образования “Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины”

Научный консультант

**Максименко Николай Васильевич**,  
доктор физико-математических наук,  
профессор, профессор кафедры  
теоретической физики  
учреждения образования “Гомельский  
государственный университет  
имени Франциска Скорины”

Официальные оппоненты:

**Левчук Михаил Иванович**,  
доктор физико-математических наук,  
главный научный сотрудник Центра  
теоретической физики ГНУ “Институт  
физики им. Б.И. Степанова” НАН Беларуси

**Тимошин Сергей Иванович**,  
доктор физико-математических наук,  
профессор, ректор учреждения  
образования “Гомельский государственный  
технический университет им. П.О. Сухого”

**Шумейко Николай Максимович**,  
доктор физико-математических наук,  
профессор, начальник Центра физики  
частиц и высоких энергий  
научно-исследовательского учреждения  
“Институт ядерных проблем” БГУ

Оппонирующая организация:

ГНУ “Объединенный институт  
энергетических и ядерных исследований –  
Сосны” НАН Беларуси

Защита состоится “20” мая 2016 г. в 14-30 ч. на заседании Совета по защите диссертаций Д 01.05.02 при ГНУ “Институт физики им. Б.И. Степанова” (220072, проспект Независимости 68, тел.(017) 284-15-59).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института физики им. Б.И. Степанова.

Автореферат разослан “      ” апреля 2016 г.

Ученый секретарь совета по защите диссертаций,  
кандидат физико-математических наук

Ю.П. Выблый

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Введение.** Многочисленные экспериментальные данные свидетельствуют о том, что большинство квантовых систем являются составными объектами. Изучение характеристик связанных систем становится одним из наиболее эффективных способов исследования особенностей взаимодействия структурных элементов. Данный способ приобретает еще большее значение при описании взаимодействия между кварками, поскольку они не наблюдаются в свободном состоянии. Построение адекватной модели, описывающей характеристики адронов, как составной кварковой системы, позволит получить информацию о сильных взаимодействиях, которая не доступна из опытов по рассеянию частиц. И если в нерелятивистской квантовой механике имеются устоявшиеся методы описания связанных объектов из двух частиц и вычисления их характеристик, то для аналогичных релятивистских систем в данный момент времени не существует единого подхода.

Сегодня уже стала очевидной необходимость релятивистского описания связанных состояний. Современное состояние экспериментов требует учета релятивистских эффектов в теории связанных систем в широкой области: от мезонов до атомов. Эта необходимость продиктована существованием систем, состоящих из легких кварков ( $\pi$ ,  $K$ -мезоны), наличием релятивистских эффектов в мезонах, содержащих один тяжелый кварк, вкладами релятивистских поправок в электрослабые характеристики.

При изучении энергетических характеристик водородоподобных систем актуальной задачей является расчет различных релятивистских поправок, так как экспериментальные измерения таких величин проводятся с высокой точностью ( $\delta \sim 10^{-13}$ ) [1, 2]. Корректность такого учета зависит от последовательности теоретического описания релятивистских систем.

Основной способ описания связанных систем в релятивистской квантовой теории поля базируется на четырехмерных ковариантных уравнениях Бете-Солпитера [3]. Однако, данный подход, несмотря на универсальность и лоренц-ковариантность, содержит принципиальные затруднения, такие как, отсутствие вероятностного толкования волновой функции вследствие зависимости от нескольких временных аргументов, а также наличие решений с отрицательной нормой.

Трудности данного способа исследования релятивистских систем привели к многообразным подходам, которые можно рассматривать как трехмерные редукции уравнения Бете-Солпитера. Так в работе [4], на основе процедуры устранения временных переменных в ядре Бете-Солпитера было получено уравнение, известное сейчас как уравнение Солпитера. Этот подход используется в так называемой ковариантной модели Солпитера, развитой в работах [5, 6] для описания характеристик мезонов.

Различные варианты (см. [7–9]) квазипотенциального подхода Логунова-Тавхелидзе [10] также стали эффективным методом изучения релятивистских систем. Так релятивистская кварковая модель, предложенная в [11–13], является одним из примеров согласованного вычисления различных характеристик мезонов и барионов.

Другими вариантами трехмерной редукции уравнения Бете-Солпитера для описания релятивистских кварковых систем, являются модель Гросса [14, 15], кварковая модель Миланской группы [16], варианты NJL (Nambu-Jona-Lasinio) моделей (см., например, [17, 18]). Наряду с вышеупомянутыми подходами, также активно применяются различные релятивизованные кварковые модели [19–24], уравнение Шредингера с КХД-мотивированными потенциалами [25–28] и flux-tube модель [29, 30].

Интересным направлением в изучении релятивистских кварковых систем являются подходы, использующие конформно-плоскую фоновую метрику [31, 32] и нелокальную кварковую модель [33] (см. также [34–36]).

Для описания структурных свойств адронов как составных систем используются модель мешков, инстантонная модель (см., например, [37–39]), двухчастичное уравнение Дирака [40–42] и “ $\sigma$ ”-модель [43]. Отдельное направление задают решеточные модели и подходы, использующие правила сумм. Эти методы исследования релятивистских систем, основанные на лагранжиане КХД, в настоящее время активно развиваются (см. [44–48]).

При изучении релятивистских связанных состояний следует выделить несколько направлений. Во-первых, разработка теоретико-групповых подходов к описанию элементарных частиц и квантовых связанных систем. Во-вторых, создание моделей, основанных на теоретико-групповых подходах, в рамках которых возможно добиться согласованного вычисления максимального числа характеристик составных систем. В-третьих, поиск новых методов расчетов и развитие математического аппарата, который позволил бы максимально упростить вычислительные схемы и добиться результатов с высокой степенью точности.

В подтверждение этих положений можно привести ряд примеров. Так, векторная параметризация группы Лоренца, развитая в работах Ф.И. Федорова [49, 50] (см. также [51] и др. работы этих авторов) и изложенная в монографии “Группа Лоренца” [52], позволила решить не только целый ряд задач, возникающих при исследовании свойств группы Лоренца, но и положила начало развития новых эффективных методов вычислений. К ним можно отнести различные варианты метода непосредственного вычисления матричных элементов [53–57]. Применение кватернионов в релятивистской кинематике значительно упрощает решение задач, возникающих в прикладных расчетах реакций взаимодействия элементарных частиц [58, 59].

Продолжается поиск новых уравнений для описания свойств элементарных частиц. Примером таких исследований является изучение нелинейных уравнений Федорова (см. подробнее [60, 61]), уравнений Дирака-Кэлера [62] и др. В теоретико-групповых исследованиях по описанию систем частиц одно из центральных мест занимают методы, использующие группу Пуанкаре (группа  $P$ ). Группа  $P$  стала классическим объектом такого рода исследований и к настоящему времени уже достаточно хорошо изучена. Однако, область приложений, основанных на использовании группы Пуанкаре, постоянно расширяется.

На базе теории представлений группы  $P$  вырос такой раздел физики элементарных частиц, как пуанкаре-инвариантная квантовая механика (ПИКМ), основы которой были заложены в работе Дирака “Формы релятивистской динамики” [63]. В данной работе был теоретически обоснован подход, распространяющий условие пуанкаре-ковариантности на системы частиц с взаимодействием и было показано, что существует несколько способов построения таких моделей, которые и получили название форм ПИКМ.

Поскольку данный подход стал естественным обобщением обычной квантовой механики на случай релятивистских частиц [64], то ПИКМ часто называют релятивистской квантовой механикой с фиксированным числом частиц (в отличие от релятивистской квантовой теории поля).

В настоящее время из трех форм ПИКМ: мгновенной, точечной и динамики на световом фронте (LF) для описания релятивистских составных систем наиболее широко используется динамика на световом фронте. Это связано с тем, что преимуществом этой формы является отсутствие диаграмм рождения пар из вакуума. Однако в этой форме динамики существует ряд принципиальных трудностей. Наиболее серьезным недостатком является отсутствие в явном виде вращательной инвариантности модели, так как оператор углового момента зависит от взаимодействия. Кроме этого, введение дополнительных симметрий, например, таких как пространственная инверсия, также является проблематичным. В мгновенной форме, вследствие присутствия взаимодействия в операторах “буста”, имеются проблемы с лоренц-ковариантностью волновых функций.

Такие трудности отсутствуют в точечной форме ПИКМ. Однако задача согласованного вычисления спектра масс составных систем и электрослабых характеристик в этой форме динамики не решена в полном объеме. Заметим, что согласованный расчет характеристик релятивистских составных систем также практически отсутствует и в моделях, построенных с помощью LF динамики, хотя и имеются расчеты спектра масс (см. [65, 66]), электромагнитных взаимодействий и электрослабых распадов [67, 68] связанных систем.

Поэтому одной из важных и до сих пор нерешенных задач является по-

строение моделей релятивистских составных систем, основанных на точечной форме ПИКМ. Как и для других моделей, основная задача данной модели – добиться согласованного описания энергетического спектра и электрослабых характеристик релятивистских связанных систем. Поскольку при построении таких моделей используются требования группы  $P$ , а также потенциалы, основанные на квантовополевых теориях (квантовая электродинамика, КХД), то такие модели часто называют пуанкаре-ковариантными квантовополевыми моделями (ПК-модели).

Кроме этого, при изучении электрослабых свойств составных систем встречается ряд важных проблем, решение которых также необходимо. Например, проблема построения операторов электрослабых токов с учетом условий релятивистской ковариантности и законов сохранения [69–71]. Актуальной задачей является построение релятивистских операторов дипольного взаимодействия для составных систем во внешнем электромагнитном поле. Данные операторы необходимы для расчетов таких характеристик мезонов, как электрическая и магнитная поляризуемость.

Другим направлением, в котором практически отсутствуют пуанкаре-ковариантные квантовополевые модели, является релятивистское описание систем фермионов с электромагнитным взаимодействием. При описании таких систем на первое место выходит задача высокоточного вычисления энергетических характеристик. Это связано с тем, что экспериментальные точности измерения таких характеристик проводятся с относительными ошибками, значения которых сопоставимы с величиной релятивистских эффектов. Поэтому создание релятивистской модели, а также методик вычисления энергетических характеристик, позволяющих рассчитать релятивистские вклады и поправки, связанные с включением в потенциал диаграмм высокого порядка по константе взаимодействия с высокой степенью точности, в настоящее время является важной и актуальной задачей.

Поиск и создание высокоточных методик ведется достаточно активно. Примером можно назвать работу [72], в которой предлагается для вычисления квантовых эффектов в системах с электромагнитным взаимодействием использовать новые операторы, описывающие поляризацию вакуума за счет фермионных петель. Для точного вычисления вкладов, связанных со структурой электрона в лэмбовские сдвиги спектров водородоподобных систем в работе [73] развивается, так называемый  $\epsilon$ -метод. В работе [74] разрабатывается метод учета эффектов отдачи в системах с одним тяжелым фермионом. В работе [75] развит аппарат, позволяющий максимально учесть релятивистские эффекты при поляризации вакуума.

Все вышеперечисленные примеры показывают, что разработка методик высокоточных вычислений является актуальной задачей, позволяющей в ко-

нечном итоге сделать выводы о применимости тех или иных представлений о динамике взаимодействия. Также, создание высокоточной методики вычисления энергетических характеристик связанных систем, возможно, позволит оценить чувствительность водородоподобных систем к наличию кривизны пространства (см. [76, и др.]) или магнитного заряда [77, 78].

Поскольку в релятивистском случае задача нахождения различных вкладов в энергетический спектр водородоподобных систем сводится к решению трехмерных интегральных уравнений, то особенно актуальным является получение в аналитическом виде релятивистского потенциала взаимодействия дираковских фермионов. Такой потенциал, чаще всего, получают на основе амплитуды упругого рассеяния фермионов (см. [22, и др.]), а затем, с его помощью находят ядро радиального одномерного интегрального уравнения. Для получения такого ядра в аналитическом виде, необходим метод точного преобразования спинорной части потенциала (токи, спинорные произведения) в явно скалярную функцию. Разработка метода расчета амплитуд взаимодействия фермионов также представляется важной, поскольку аналитические вычисления позволяют существенно улучшить точность расчетов, как это имеет место при вычислении радиационных поправок методом Бардина-Шумейко [79, 80].

Электрослабые характеристики  $Z^0, W^\pm$ -бозонов наиболее ярко проявляются в реакции  $e^+ + e^- \rightarrow W^+ + W^-$ . Поэтому задача изучения этой реакции для получения значений аномальных констант трехбозонных взаимодействий является перспективной как для проверки Стандартной Модели, так и для исследования электромагнитной структуры  $Z^0, W^\pm$ -бозонов (см., например, [81–83]).

Относительно большое количество аномальных констант трехбозонной вершины (пять), построенной с учетом инвариантности относительно различных преобразований, требует специальных методик анализа, учитывающих корреляцию между аномальными параметрами. В этой связи весьма перспективным является использование поляризационных наблюдаемых в процессе  $e^+ + e^- \rightarrow W^+ + W^-$  [84].

**Связь работы с крупными научными программами (проектами) и темами.** Тема диссертации утверждена решением Совета учреждения образования “Гомельский государственный университет им.Ф. Скорины” 14 сентября 2006 года, протокол № 1.

Тема диссертации соответствует приоритетному направлению фундаментальных и прикладных научных исследований Республики Беларусь на 2011-2015 годы: “Междисциплинарные исследования” 1201 - Физика фундаментальных взаимодействий, высоких энергий и экстремальных состояний вещества, плазма и ее применение, плазменно-пучковые технологии.



Работа выполнялась в рамках следующих государственных научных программ и тем Министерства Образования Республики Беларусь:

- Государственная программа “Новые методы и средства исследования фундаментальных свойств микрообъектов материи”: ГБЦМ 96-26 “Исследование электромагнитной структуры адронов в квантовополевых моделях” (номер госрегистрации № 19962407, время выполнения: 1 января 1996 г. – 31 декабря 2000 г.)
- ГБЦМ 96-08, 97-16 “Исследование мультибозонных взаимодействий на основе их свойств симметрии” (номер госрегистрации № 19962406, время выполнения: 1 января 1996 г. – 31 декабря 1997 г.).
- Государственная программа фундаментальных исследований “Физика взаимодействий”: ГБЦМ 01-25 “Исследование электрослабых свойств адронов на основе релятивистских полевых уравнений” (номер госрегистрации № 1999709, время выполнения: 1 января 2001 г.-31 декабря 2005 г. )
- Программа “Теоретические и экспериментальные исследования новых явлений микромира и взаимодействия излучения с веществом”. Раздел "Физика фундамента материи": ГБЦМ 01-27 “ Развитие новых эффективных методов расчета процессов взаимодействия элементарных частиц” (номер госрегистрации № 20011219, время выполнения: 1 января 2001 г. – 31 декабря 2005 г.)
- ГБЦМ 03-07 “Методы вычисления амплитуд рассеяния в квантовой теории поля” ( номер госрегистрации № 2003443, время выполнения: 1 февраля 2003 г. – 31 декабря 2003 г.)
- Государственная программа фундаментальных исследований “Решение проблем физики полей, частиц и ядер на основе развития эксперимента и теории фундаментальных взаимодействий и методов моделирования физических процессов и систем”: Задание № 12, ГБЦМ 06-40 “ Исследование электрослабых процессов адронов в квантовополевых релятивистских моделях” (номер госрегистрации № 20063269, время выполнения: 1 января 2006 г. – 31 декабря 2010 г.)
- Задание Конвергенция 2.1.03. Тема 11-42 “Моделирование электрослабых параметров материи в электромагнитных полях на основе теоретико-полевых подходов” (номер госрегистрации № 20111650, время выполнения: 1 января 2011 г. – 31 декабря 2013 г.).
- Задание Конвергенция 2.1.05 Тема 11-43: “Фундаментальные мультибозонные взаимодействия и их проявление на современных и планируемых комплексах (LEP, Tevatron, LHC, ILC)” (номер госрегистрации № 20111554, время выполнения: 1 января 2011 г. – 31 декабря 2013 г.).



- Задание Конвергенция 2.1.09 Тема 14-43 “Мультибозонные взаимодействия и их идентификация на современных и ускорительных комплексах ЛНС и ИС с учетом радиационных поправок” (номер госрегистрации № 20140947, время выполнения: 1 января 2014 г. – 31 декабря 2015 г.).

Часть диссертационных исследований проводилась в рамках “Координационного плана научно-исследовательских работ, выполняемых в Объединенном институте ядерных исследований с участием организаций и учреждений Республики Беларусь” в 2000-2015 годах и в проектах Республиканского Фонда Фундаментальных Исследований.

### **Цель и задачи исследования.**

**Целью диссертации** является разработка пуанкаре-ковариантных моделей связанных квантовых систем, сочетающая преимущества теоретико-группового подхода с методами пуанкаре-инвариантной квантовой механики; расчет электрослабых характеристик мезонов и водородоподобных систем; разработка и апробация методики исследования электрослабой структуры промежуточных векторных бозонов.

**Для достижения поставленной цели требуется комплексное решение задач**, включающих разработку методов вычисления матричных элементов процессов взаимодействия элементарных частиц, построение моделей и создание методик, необходимых для вычисления характеристик релятивистских квантовых систем и промежуточных векторных бозонов:

1. построить пуанкаре-ковариантные модели, основанные на точечной форме ПИКМ, для составных кварк-антикварковых систем (мезонов) с реалистичным квантовополевым КХД-мотивированным потенциалом и для водородоподобных атомов с потенциалом, в котором последовательно учитываются структурные эффекты конститuentов системы и квантовоэлектродинамические эффекты (поляризация вакуума, вклады высших порядков);
2. разработать методику вычисления и рассчитать вклады релятивистских эффектов в энергетические спектры водородоподобных систем с точностью, удовлетворяющей современным экспериментальным требованиям;
3. разработать методики вычислений и рассчитать электрослабые характеристики мезонов, такие как электрическая и магнитная поляризуемости, лептонные константы связи, электромагнитные формфакторы и среднеквадратичные радиусы на основе построенной пуанкаре-ковариантной модели;
4. построить вариант спинорной техники вычисления фейнмановских диаграмм для процессов с участием массивных фермионов произвольной

поляризации;

5. разработать метод получения ограничений на аномальные трехбозонные константы связи в процессе  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$  и рассчитать их;
6. создать эффективный метод аналитического расчета квантовополевых потенциалов взаимодействия и амплитуд реакций с участием дираковских фермионов;
7. разработать методику извлечения инвариантных амплитуд комптоновского рассеяния на фермионах, пригодную для различных квантовополевых теорий (моделей) и всех порядков частоты фотонов с целью расчета “квазистатических” поляризуемостей.

**Объектом исследования** являются связанные системы релятивистских частиц, фермионы и калибровочные векторные  $Z^0, W^\pm$ -бозоны.

### **Методология и методы проведенного исследования**

При выполнении исследования использовались следующие методы решения задач теоретической физики и физики ядра и элементарных частиц: вариационный метод, теория возмущений и теоретико-групповые методы. Построение потенциалов и расчеты реакций осуществлялись с использованием известных квантовополевых теорий: квантовой электродинамики, квантовой хромодинамики и теории электрослабых взаимодействий.

### **Положения, выносимые на защиту**

1. Пуанкаре-ковариантные модели мезонов, как системы кварк-антикварк с КХД мотивированным потенциалом и водородоподобных атомов, как релятивистской системы двух фермионов с калибровочно-инвариантным потенциалом, включающим структурные и квантовоэлектродинамические поправки, которые необходимы для анализа экспериментальных данных электрослабых характеристик квантовых систем.
2. Новая прецизионная методика вычисления вкладов, обусловленных релятивистским движением, структурными свойствами частиц и квантовоэлектродинамическими эффектами в энергетические спектры двухчастичных квантовых систем с электромагнитным взаимодействием, учитывающая современные экспериментальные требования и полученные на ее основе значения структурных поправок для  $1s$  и  $2s$ -состояний.
3. Оригинальный вариант спинорной техники вычисления фейнмановских диаграмм процессов с участием массивных фермионов, основанной на спинорных тождествах Чизхольма, и пригодный для фермионов с произвольной поляризацией.
4. Комбинированный расчет масс, лептонных констант, формфакторов электрических и магнитных поляризуемостей псевдоскалярных и

векторных мезонов на основе развитой пуанкаре-ковариантной модели мезонов, согласующийся с экспериментальными данными мезонов.

5. Метод определения аномальных параметров трехбозонного взаимодействия в процессе  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ , основанный на использовании эффективных комбинаций калибровочных констант связи и полученные на его основе ограничения на эти параметры, которые планируются использовать при анализе поляризационных экспериментов на коллайдерах следующего поколения.
6. Эффективный метод расчета амплитуд реакций с участием фермионов спина  $1/2$ , базирующийся на векторах изотропной тетрады и связанных с ней безмассовых базисных спиноров, не использующий вычисления шпуров и явного вида спиноров Дирака и  $\gamma$ -матриц, который сокращает время вычислений в сравнении с традиционным методом вычисления квадратов матричных элементов.
7. Новый способ получения инвариантных амплитуд комптоновского рассеяния на фермионах для различных квантовополевых теорий и моделей, основанный на сравнении общего выражения амплитуды комптоновского рассеяния и матричных элементов модели, и значения квазистатических поляризуемостей в рамках квантовой электродинамики для фермионов спина  $1/2$ , необходимых для анализа экспериментов по комптоновскому рассеянию.

**Научная новизна** диссертационной работы и положений, выносимых на защиту заключается в следующем.

- Впервые с использованием точечной формы пуанкаре инвариантной квантовой механики, создана пуанкаре-ковариантная модель мезонов, в рамках которой выполнен согласованный расчет масс, лептонных констант, электрических и магнитных поляризуемостей и формфакторов псевдоскалярных и векторных мезонов на основе оригинальных методик.
- Разработан метод расчета ограничений на аномальные трехбозонные константы в процессе  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$  с поперечно-поляризованными пучками и получены ограничения на их значения с использованием поляризационных сечений рассеяния при различных вариантах начальных и конечных поляризационных состояний реакции парного рождения  $W^\pm$ -бозонов.
- В рамках разработанной пуанкаре-ковариантной модели и на основе оригинальной прецизионной методики вычисления энергетических вкладов в водородоподобные атомы, проведен расчет структурных поправок для  $1s$  и  $2s$ -состояний водородоподобных систем. Впервые получены релятивистские поправки высших порядков для

водородоподобных систем и показана их важность для современных экспериментальных данных.

- Создан новый метод вычисления амплитуд реакций с фермионами произвольной поляризации, который позволяет находить аналитический вид матричных элементов для всех возможных спиновых конфигураций.
- Разработан эффективный метод извлечения инвариантных амплитуд комптоновского рассеяния на фермионах для различных квантовополевых теорий (моделей) и получены значения квазистатических поляризуемостей в рамках КЭД для фермионов спина  $1/2$ .
- Создан новый вариант спинорной техники вычисления фейнмановских диаграмм процессов с участием массивных фермионов с произвольной поляризацией.

Все результаты, выносимые на защиту, на момент их получения были новыми.

**Личный вклад соискателя.** Диссертационное исследование проводилось при научном консультировании профессора Н.В.Максименко. Профессор Н.В.Максименко принимал активное участие в обсуждении и интерпретации полученных в диссертации результатов, в формировании задач, связанных с поляризуемостями мезонов. Личный вклад соискателя в постановку исследуемых проблем, их решение является определяющим.

Из 47 работ и двух монографий по теме диссертации, отвечающих требованиям пункта 18 Положения о присуждении ученых степеней и присвоении ученых званий в Республике Беларусь, 16 работ и две монографии выполнены без соавторов.

В работе [1–А] автору принадлежат вычисления, связанные с соотношением спиновых и орбитального моментов в релятивистской двухчастичной системе. Эта работа использовалась как вспомогательная при расчетах и ее результаты непосредственно на защиту не выносятся.

В работах [2–А, 3–А, 4–А] автору принадлежат реализация вычислений ограничений на аномальные константы трехбозонных вершин, возникающих в реакции  $e^+ + e^- \rightarrow W^+ + W^-$  с поляризованными исходными пучками и конечными бозонными состояниями, а также совместно с соавторами идея, о том, что комбинации поляризационных наблюдаемых могут существенно улучшить ограничения на аномальные параметры и выполнить их модельно независимый анализ. В работах [23–А, 24–А, 30–А] участвовал в постановке задач, предложении методик, обсуждении результатов и подготовке текста и провел вычисления матричных элементов реакции  $e^+ + e^- \rightarrow W^+ + W^-$ .

В работе [5–А] автором полностью самостоятельно выполнены разделы “Связанные состояния в ПИКМ”, “Траектории Редже мезонов в пуанкаре-ковариантной кварковой модели” и “Лептонные распады в пуанкаре-

ковариантной модели мезонов”, а также совместно с соавторами раздел “Введение”. В работе [6–А] автору принадлежат постановка задачи, вычисление формфактора мезона с учетом внутренней структуры кварков, входящих в этот мезон и анализ полученных результатов. В работах [7–А, 8–А, 9–А, 10–А] автору принадлежат постановка задачи, анализ методов ее решения и построение алгоритмов вычислений с использованием аналитических систем расчетов. В работах [11–А, 12–А] автору принадлежит постановка задач, вычисление поляризуемостей мезонов, а также проведен совместный анализ результатов. В работе [13–А] автору принадлежат постановка задачи, методы ее решения и анализ результатов вычислений.

В работах [45–А, 43–А, 38–А, 11–А] автор участвовал в постановке задач, проделал совместный анализ результатов и расчеты квазистатических поляризуемостей. В остальных работах с соавторами автору принадлежит постановка задач, совместный анализ результатов и большинство аналитических и численных расчетов.

Все результаты, выносимые на защиту принадлежат соискателю.

**Апробация результатов диссертации.** II–VIII Международные Семинары “Нелинейные явления в сложных системах” (NPCS’93–NPCS’99), (Полоцк, Минск, 1993–1999); Международные Школы-Семинары “Актуальные проблемы физики частиц”, (Гомель, Беларусь, 1997, 1999, 2001); Международная конференция “Математические результаты в квантовой механике”, (Прага, Чешская Республика, 22–26 июня, 1998); “Проблемы взаимодействия излучения с веществом” I–III международные конф., посвящ. 75-летию, 80-летию и 85-летию со дня рождения Б.В. Бокутя, (Гомель, Беларусь, 2001, 2006, 2011); XIV, XV, XVII, XVIII Международные Семинары по физике высоких энергий и квантовой теории поля (QFTNER’99, QFTNER’2000, QFTNER’2003, QFTNER’2004), (МГУ, Москва, Тверь, Самара-Саратов, Санкт-Петербург, Россия); VIII Международная конференция “Перспективные компьютерные методы вычислений и анализа данных в физических исследованиях” (АСАТ’2002) (Москва, Россия, 24–28 июня 2002); XIX–XXIII Международные Семинары “Нелинейные явления в сложных системах” (NPCS’2001, NPCS’2002, NPCS’2005, NPCS’2006, NPCS’2010), (Минск, Беларусь, 2001, 2002, 2005, 2006, 2010); Международные Школы-Семинары “Актуальные проблемы физики микромира”, (Гомель, Беларусь, 2003, 2005, 2007, 2009, 2011, 2013); 16-й Международный симпозиум по спиновой физике (SPIN’2004), (Триест, Италия, 10–16 октября 2004); Юбилейные научно-практические конференции, посвященные 75-летию, 80-летию, 85-летию со дня основания Гомельского государственного университета им. Ф.Скорины, (Гомель, Беларусь, 2005, 2009, 2015); 5-ая международная конференция по методам неевклидовой геометрии в современной физике (Минск, Беларусь,



10–14 октября 2006); “Проблемы взаимодействия излучения с веществом” II международная конф., посвящ. 80-летию со дня рождения Б.В. Бокутя, (Гомель, Беларусь, 1–3 ноября 2006); Международный семинар по современным вопросам физики элементарных частиц, посвященный памяти И.Л. Соловцова, (Дубна, Россия, 17–18 января 2008); XXXIX International Symposium on Multiparticle Dynamics (4–9 September 2009, Gomel, Belarus); International scientific seminar “Selected problems in quantum field theory”, dedicated to the memory of professor E. A. Kuraev (April 6–8, 2015 JINR, Dubna, Russia); Международная научная конференции “Актуальные проблемы теоретической физики, физики конденсированных сред и астрофизики”, посвященной памяти М.А. Иванова (Брест, 23–24 сентября 2010); Гомельский научный семинар по теоретической физике, посвященный 100-летию со дня рождения Ф.И. Федорова (21–22 июня 2011 г., Гомель); III Конгресс физиков Беларуси (25–27 сентября 2011 г., Минск) и IV Конгресс физиков Беларуси (24–26 апреля 2013 г., Минск); Международная Школа-конференция “Актуальные проблемы физики микромира”, (Гомель, Беларусь, 2015).

Также результаты работ докладывались на научных семинарах кафедры теоретической физики Гомельского государственного университета им. Ф.Скорины, Гомельского государственного технического университета им. П.О.Сухого, ЛТФ-ЛФВЭ Института Физики НАН Республики Беларусь и ЛТФ ОИЯИ (Дубна, Россия).

**Опубликованность результатов диссертации.** Результаты диссертационного исследования отражены в 124 научных публикациях, из которых: 47 работ опубликовано в рецензируемых отечественных и международных журналах [1–А]– [47–А]; две монографии: “Методы вычисления амплитуд в квантовополевых теориях и моделях” [48–А] (рецензенты доктор физ.-мат.наук Богуш А.А., доктор физ.-мат.наук Максименко Н.В., доктор физ.-мат.наук Тимошин С.И.), “Пуанкаре-ковариантные модели двухчастичных систем с квантовополевыми потенциалами” [49–А] (рецензенты доктор физ.-мат.наук Крутов А.Ф., доктор физ.-мат.наук Максименко Н.В.); 46 статей в сборниках трудов конференций и симпозиумов [50–А]– [95–А], 14 работ в сборниках тезисов докладов конференций [96–А]– [109–А] (из них 4 тезиса в международных конференциях); 10 статей в сборниках научных трудов “Ковариантные методы в теоретической физике. Физика элементарных частиц и теория относительности” и Конгрессов физиков Беларуси [110–А]– [119–А]; 1 статья в нерецензируемом журнале [120–А], 3 препринта Международного Центра Теоретической Физики им. А.Салама (Trieste, Italy) [121–А]– [123–А]; 1 работа в электронном архиве “arxiv.org” [124–А].

Общий объем опубликованного материала научных публикаций по теме диссертации соответствующих пункту 18 Положения о присуждении ученых

степеней и присвоении ученых званий в Республике Беларусь составляет 24,9 авторских листов научных статей, 14,7 авторских листов монографии “Методы вычисления амплитуд в квантовополевых теориях и моделях” и 18,4 авторских листов монографии “Пуанкаре-ковариантные модели двухчастичных систем с квантовополевыми потенциалами”.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из оглавления, перечня условных обозначений, введения, общей характеристики работы, шести глав, заключения, пяти приложений и библиографического списка, включающего 522 использованных библиографических источника и 124 источника публикаций соискателя. Диссертация содержит 26 таблиц и 28 рисунков.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Глава 1. Пуанкаре-инвариантная квантовая механика и описание структурных объектов.** В этой главе излагаются основы пуанкаре-инвариантной квантовой механики (ПИКМ). Поскольку базой ПИКМ является группа Пуанкаре, то в разделах **1.1–1.3** приводятся основные сведения об этой группе с привлечением векторной параметризации группы Лоренца [52].

В разделах **1.4** и **1.5** определяются основные положения пуанкаре-ковариантных моделей (ПК-модели) связанных систем, основанных на формах ПИКМ.

Главным требованием ПИКМ является условие сохранения пуанкаре-инвариантности для систем без взаимодействия (свободные частицы) и для таких же взаимодействующих частиц. В случае системы двух частиц с массами  $m_q$  и  $m_Q$  и соответственно с 4-импульсами  $p_1 = (\omega_{m_q}(\mathbf{p}_1), \mathbf{p}_1)$  и  $p_2 = (\omega_{m_Q}(\mathbf{p}_2), \mathbf{p}_2)$  это требование, в рамках мгновенной и точечной форм ПИКМ, приводит к уравнению для связанного состояния с волновой функцией  $\Phi_{\ell,S}^J(\mathbf{k})$ :

$$\sum_{\ell',S'} \int_0^{\infty} V_{\ell,S;\ell',S'}^J(\mathbf{k},\mathbf{k}') \Phi_{\ell',S'}^J(\mathbf{k}') k'^2 d\mathbf{k}' = (M - M_0) \Phi_{\ell,S}^J(\mathbf{k}) , \quad (1)$$

где  $M_0 = \omega_{m_Q}(\mathbf{k}) + \omega_{m_q}(\mathbf{k})$  – эффективная масса системы невзаимодействующих частиц, имеющих импульс относительного движения  $\mathbf{k}$  ( $k = |\mathbf{k}|$ ).

В разделе **1.6** определяется потенциал для системы двух фермионов (для определенности  $e^-$  и  $p$ ) взаимодействующих электромагнитным образом. Для построения потенциала  $V$  использована методика [22] с привлечением амплитуды упругого рассеяния фермионов системы.

Основной вклад в потенциал системы определяет однофотонный обмен между фермионами. Также в потенциале учтем слагаемые, содержащие более высокие порядки по константе взаимодействия  $\alpha$  и структурные поправки.



Требование калибровочной инвариантности приводит к потенциалу взаимодействия

$$\begin{aligned} < \mathbf{k}', \lambda_{p_1}, \lambda_{p_2} \parallel \hat{V} \parallel \mathbf{k}, \lambda_{k_1}, \lambda_{k_2} > = - \frac{Z\alpha}{\sqrt{\omega_{m_1}(\mathbf{k}) \omega_{m_1}(\mathbf{k}') \omega_{m_2}(\mathbf{k}) \omega_{m_2}(\mathbf{k}')}} \times \\ \times \frac{\Pi(\alpha, q^2)}{8\pi^2 q^2} J_{\lambda_{p_1}, \lambda_{k_1}}^\mu(p_1, k_1) \left( g_{\mu\rho} - \frac{q_\mu q_\rho}{q^2} \right) J_{\lambda_{p_2}, \lambda_{k_2}}^\rho(p_2, k_2) , \end{aligned} \quad (2)$$

где одночастичные фермионные токи записываются в виде

$$\begin{aligned} J_{\lambda_{p_1}, \lambda_{k_1}}^\mu(p_1, k_1) &= \bar{u}_{\lambda_{p_1}}(p_1) \left( F_1^e(q_1^2) \gamma^\mu + \frac{F_2^e(q_1^2)}{2m_1} i\sigma^{\mu\nu} q_{1,\nu} \right) u_{\lambda_{k_1}}(k_1) , \\ J_{\lambda_{p_2}, \lambda_{k_2}}^\mu(p_2, k_2) &= \bar{u}_{\lambda_{p_2}}(p_2) \left( F_1^p(q_2^2) \gamma^\mu + \frac{F_2^p(q_2^2)}{2m_2} i\sigma^{\mu\tau} q_{2,\tau} \right) u_{\lambda_{k_2}}(k_2) . \end{aligned} \quad (3)$$

Функция  $\Pi(\alpha, q^2)$  возникает вследствие эффектов поляризации вакуума (см., например, [85, 86]). В (3)  $F_{1,2}^{p,e}(q_2^2)$  – формфакторы протона и фермиона. Суммарно, электронные формфакторы  $F_1^e$  и  $F_2^e$  представляют собой ряд по константе  $\alpha$  [72, 86, 87]. Параметр  $Z$  определяет величину электрического заряда второго фермиона.

Раздел **1.7** посвящен задаче построения потенциала кварк-антикварковой системы. Учитывая требования КХД, связанные с поведением константы сильного взаимодействия  $\alpha_s$ , получим межкварковый потенциал для псевдоскалярных и векторных мезонов в виде суммы:

$$\begin{aligned} \hat{V}(\mathbf{r}) &= \hat{V}_{Coulomb}(\mathbf{r}) + \hat{V}_{linear}(\mathbf{r}) + \hat{V}_{SS}(\mathbf{r}) , \\ \hat{V}_{Coulomb}(\mathbf{r}) &= -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s(\mathbf{r})}{\mathbf{r}} = -\frac{4}{3\mathbf{r}} \sum_{k=1}^7 \alpha_k \operatorname{erf}(\tau_k \mathbf{r}) , \\ \hat{V}_{linear}(\mathbf{r}) &= \sigma \mathbf{r} \left[ \frac{\exp(-b^2 \mathbf{r}^2)}{\sqrt{\pi} b \mathbf{r}} + \left( 1 + \frac{1}{2b^2 \mathbf{r}^2} \right) \operatorname{erf}(b \mathbf{r}) \right] + w_0 , \\ \hat{V}_{SS}(\mathbf{r}) &= -\frac{32}{9\sqrt{\pi}} \frac{(\mathbf{S}_q \mathbf{S}_Q)}{m_q m_Q} \sum_{k=1}^7 \alpha_k \tau_k^3 \exp(-\tau_k^2 \mathbf{r}^2) , \end{aligned} \quad (4)$$

где  $1/\tau_k^2 = 1/\gamma_k^2 + 1/b^2$ ,  $\operatorname{erf}(x)$  – функция ошибок, а  $\mathbf{S}_q, Q$  – операторы спинов кварков.

При построении потенциала (4) была применена процедура ”размазки” параметром  $b$  и феноменологическое описание поведения бегущей константы сильного взаимодействия, удобное для аналитических расчетов

$$\alpha_s(Q^2) = \sum_{k=1}^{n=7} \alpha_k \exp \left[ -Q^2 / (4\gamma_k^2) \right] . \quad (5)$$

При этом учтены возможности различного поведения сильной константы в непертурбативной области ( $Q < 1$  ГэВ). Для исследования поведения  $\alpha_s(Q^2)$  в непертурбативной области с помощью (5) смоделировано 14 возможных режимов поведения, отличающихся значением  $\alpha_{\text{crit.}} = \alpha_s(Q^2 = 0)$ . Этой задаче посвящен раздел 1.8.

Проведен анализ наиболее предпочтительного поведения константы  $\alpha_s$  в непертурбативной области с точки зрения экспериментальных данных по КХД-модифицированному правилу сумм Бьеркена. Показано, что предпочтительным является поведение  $\alpha_s(q^2)$  с  $\alpha_{\text{crit.}} = \alpha_s(0) \sim (0,60 \div 0,70)$ .

Таким образом, имеются все компоненты для пуанкаре-ковариантных моделей связанных систем с электромагнитным взаимодействием и кварк-антикварковой системы (мезон) с КХД-мотивированным потенциалом. Для решения уравнения (1) необходимо определить ядро  $V_{\ell,S;\ell',S'}^J(k,k')$  потенциалов (2) и (4). И если ядро потенциала (4) найти относительно несложно, то в потенциале (2) предварительно необходимо преобразовать спинорную часть (часть, связанную с биспинорами Дирака) в явно скалярную функцию.

**Глава 2. Метод базисных спиноров.** Вторая глава посвящена методам вычисления матричных элементов реакций взаимодействия с участием фермионов спина 1/2. В ней описан новый эффективный метод вычисления непосредственного вычисления амплитуд реакций, использующий безмассовые базисные спиноры. Поэтому этот метод назван методом базисных спиноров (МБС). Разделы 2.1–2.2 содержат информацию о постановке задачи и необходимости использования методов непосредственного вычисления матричных элементов.

Матричный элемент реакции с фермионами спина 1/2 содержит конструкции вида

$$\mathcal{M}_{\lambda_p, \lambda_k}(p, s_p; k, s_k) = \bar{w}_{\lambda_p}^D(p, s_p) Q w_{\lambda_k}^B(k, s_k), \quad (6)$$

где  $\lambda_p$  и  $\lambda_k$  – проекции спина для фермионов с 4-импульсами  $p, k$  и векторами поляризации  $s_p, s_k$ . Запись  $w_{\lambda_p}^D(p, s_p)$  означает  $u_{\lambda_p}(p, s_p)$  ( $D = +1$ ) или  $v_{\lambda_p}(p, s_p)$  ( $D = -1$ ). Оператор  $Q$  представляют собой комбинацию произведений матриц Дирака.

Основные этапы вычисления выражения (6) в виде скалярных функций с использованием изотропной тетрады и базисных спиноров отражены в разделах 2.4–2.5.

**Базис пространства Минковского и изотропная тетрада.** В пространстве Минковского введем четверку (тетраду) ортонормированных 4-векторов  $l_A$  ( $A = 0, 1, 2, 3$ ), которые удовлетворяют следующим соотношениям:

$$(l_A l_B) = g_{AB}, \quad \text{т. е.} \quad l_0^2 = -l_1^2 = -l_2^2 = -l_3^2 = 1, \quad (A = 0, 1, 2, 3). \quad (7)$$

Используя векторы  $l_A$ , определим светоподобные векторы, которые образуют изотропную тетраду в пространстве Минковского:

$$b_\rho = (l_0 + \rho l_3)/2, \quad n_\lambda = (\lambda l_1 + i l_2)/2, \quad (\rho, \lambda = \pm 1). \quad (8)$$

Из соотношений (7) и (8) следует

$$(b_\rho b_{-\lambda}) = \delta_{\lambda, \rho}/2, \quad (n_\lambda n_{-\rho}) = \delta_{\lambda, \rho}/2, \quad (b_\rho n_\lambda) = 0, \quad (9)$$

$$g^{\mu\nu} = \sum_{\lambda=-1}^1 \left[ \tilde{b}_\lambda^\mu \cdot b_{-\lambda}^\nu + \tilde{n}_\lambda^\mu \cdot n_{-\lambda}^\nu \right], \quad \text{где } \tilde{b}_\rho = 2 b_\rho, \quad \tilde{n}_\lambda = 2 n_\lambda. \quad (10)$$

**Определение базисных спиноров.** С помощью векторов изотропной тетрады (9) определим *безмассовые базисные спиноры*  $u_\lambda(b_{-1})$  и  $u_\lambda(b_1)$  [48–A]:

$$\hat{b}_{-1} u_\lambda(b_{-1}) = 0, \quad u_\lambda(b_1) = \hat{b}_1 u_{-\lambda}(b_{-1}), \quad (11)$$

$$\omega_\lambda u_\lambda(b_{\pm 1}) = u_\lambda(b_{\pm 1}) \quad (12)$$

с проективной матрицей  $\omega_\lambda = 1/2 (I + \lambda \gamma_5)$  и условием нормировки

$$u_\lambda(b_{\pm 1}) \bar{u}_\lambda(b_{\pm 1}) = \omega_\lambda \hat{b}_{\pm 1}. \quad (13)$$

**Фазовое соглашение.** Фазовое соглашение выберем в виде

$$\hat{n}_\lambda u_{-\rho}(b_{-1}) = \delta_{\lambda, \rho} u_\rho(b_{-1}). \quad (14)$$

**Условие полноты.** Важным свойством спиноров  $u_\lambda(b_{\pm 1})$  является соотношение полноты, которое доказывается с помощью (11)–(13)

$$\sum_{\lambda, A=-1}^1 u_\lambda(b_A) \bar{u}_{-\lambda}(b_{-A}) = I. \quad (15)$$

Спинорные произведения  $u_\rho(b_{\pm 1})$  определяются соотношениями

$$\bar{u}_\lambda(b_C) u_\rho(b_A) = \delta_{\lambda, -\rho} \delta_{C, -A}, \quad (C, A, \lambda, \rho = \pm 1). \quad (16)$$

**Основные уравнения метода базисных спиноров.** Используя (10) матрицу Дирака  $\gamma^\mu$  можно представить в виде

$$\gamma^\mu = \sum_{\lambda=-1}^1 \left[ \hat{b}_{-\lambda} \tilde{b}_\lambda^\mu + \hat{n}_{-\lambda} \tilde{n}_\lambda^\mu \right]. \quad (17)$$

С помощью уравнений (11), (14) и (17) найдем действие матриц Дирака на базисные спиноры

$$\gamma^\mu u_\lambda(b_A) = \tilde{b}_A^\mu u_{-\lambda}(b_{-A}) - A \tilde{n}_{-A \times \lambda}^\mu u_{-\lambda}(b_A). \quad (18)$$

Уравнения (16–(18) и соотношение  $\gamma_5 u_\lambda(b_{\pm 1}) = \lambda u_\lambda(b_{\pm 1})$  составляют основу метода базисных спиноров (МБС), который позволяет без вычисления шпуров и использования специальных приемов спинорной техники, рассчитать матричный элемент (6) в терминах скалярных произведений физических векторов и векторов изотропной тетрады.

Для этого биспинор  $w_\lambda^A(p, s_p)$  массивного фермиона ( $A = 1$ ) и антифермиона ( $A = -1$ ) с 4-импульсом  $p$  и произвольным вектором поляризации  $s_p$  построим с помощью проективных операторов и векторов  $\xi_{\pm 1}^p = (p \pm m_p s_p) / 2$

$$w_\lambda^A(p, s_p) = A\lambda / \sqrt{\left(\tilde{b}_1 \xi_1^p\right)} \left(\hat{\xi}_1^p + A\hat{\xi}_{-1}^p \hat{\xi}_1^p / m_p\right) u_{-A \times \lambda}(b_1) .$$

Разделы **2.8** и **2.9** содержит построения повышающие эффективность МБС.

**“Строительные” блоки фейнмановских диаграмм.** Рассмотрим вариант матричного элемента (6), когда  $p = b_C$  и  $k = b_{-A}$ , т. е.

$$\Gamma_{\rho, \sigma}^{C, A}[Q] = \bar{u}_\rho(b_C) Q u_{-\sigma}(b_{-A}) , \quad (19)$$

который будем далее называть базовым матричным элементом.

С помощью соотношения полноты (15) амплитуда процесса может быть представлена в виде композиции функций  $\Gamma_{\sigma, \rho}^{C, A}$  (19). Такие вставки позволяют разбить фермионную линию (6) на произведение фермионных линий с базисными спинорами  $u_\lambda(b_A)$ , например:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\lambda_p, \lambda_k}(p, s_p, k, s_k; Q) &= \sum_{A, C, \sigma, \rho=-1}^1 \left\{ \bar{w}_{\lambda_p}^D(p, s_p) u_{-\sigma}(b_{-C}) \right\} \times \\ &\times \left\{ \bar{u}_\sigma(b_C) Q u_{-\rho}(b_{-A}) \right\} \left\{ \bar{u}_\rho(b_A) w_{\lambda_k}^F(k, s_k) \right\} = \\ &= \sum_{\sigma, \rho=-1}^1 \sum_{A, C=-1}^1 \bar{s}_{\sigma, \lambda_p}^{(C, D)}(p, s_p) \Gamma_{\sigma, \rho}^{C, A}[Q] s_{\rho, \lambda_k}^{(A, F)}(k, s_k) . \end{aligned} \quad (20)$$

В соотношении (20) выделены коэффициенты разложения  $s, \bar{s}$  физических спиноров по базисным спинорам, которые являются частными случаями базового матричного элемента  $\Gamma[Q]$ .

Таким образом, техника МБС обладает возможностью рассчитывать такие блоки фейнмановских диаграмм, как спинорные произведения, фермионные токи и более сложные структуры  $\Gamma[Q]$  с различными операторами  $Q$ , и затем использовать их как готовые скалярные функции. При этом более сложные по конструкции блоки будут включать более “простые”. В нашем случае, строительными блоками МБС являются базовые матричные элементы с различными операторами.

Раздел **2.9** содержит сводку блоков МБС, которые наиболее часто встречаются в физических приложениях. В разделе **2.10** рассмотрено в качестве примера и теста вычисление матричных элементов процесса  $f_i \bar{f}_i \rightarrow W^+ W^-$ , подтверждающие правильность МБС.

Кроме этого, в разделе **2.6** представлена оригинальная методика вычисления реакций с участием массивных фермионов произвольной поляризации посредством классического алгоритма спинорной техники.

**Глава 3. Решение уравнений для водородоподобных систем в пуанкаре-ковариантной модели.** Третья глава содержит приложение пуанкаре-ковариантной модели для системы двух фермионов с электромагнитным взаимодействием – расчет энергетических характеристик водородоподобных систем.

В разделе **3.1** приведены методы решения уравнений движения, возникающих в пуанкаре-ковариантной модели. Раздел **3.2** содержит вычисления без разложения по скоростям ядра интегрального уравнения системы фермион-фермион с электромагнитным взаимодействием. Для нахождения энергетических поправок релятивистской водородоподобной системы с  $J = S$  используем выражение

$$\Delta E = \int_0^\infty \int_0^\infty \tilde{R}_{n\ell=0}^C(k) \Delta V^{J=S}(k, k') \tilde{R}_{n\ell=0}^C(k') k'^2 k^2 dk' dk, \quad (21)$$

где  $\Delta V^{J=S}(k, k')$  – добавка к потенциалу с точечными фермионами и  $R_{n\ell}^C(k)$  – пробные волновые функции

$$\tilde{R}_{n\ell}^C(k) = \sqrt{\frac{2(n-\ell-1)!}{\pi(n+\ell)!}} \frac{n^2 2^{2(\ell+1)} \ell! n^\ell (k/\beta)^\ell}{\beta^{3/2} (n^2 (k/\beta)^2 + 1)^{\ell+2}} \mathcal{G}_{n-\ell-1}^{\ell-1} \left( \frac{n^2 (k/\beta)^2 + 1}{n^2 (k/\beta)^2 + 1} \right) \quad (22)$$

с полиномами Гегенбауэра  $\mathcal{G}_n^\ell(x)$ .

Основная особенность способа получения собственных значений системы релятивистских частиц состоит в использовании импульсного пространства и точной расчет спинорной части потенциала (2). Ядро фермион-фермионной системы в “ $\ell-S$ ” базисе для произвольного полного углового момента  $J$ , после точного вычисления спинорной части методом базисных спиноров, запишется в виде:

$$V_{\ell', S'; \ell, S}^J(k', k) = -\frac{\sqrt{(2\ell+1)(2\ell'+1)}}{2J+1} \sum_{\lambda_{k_i}, \lambda_{p_i}=-1}^1 \mathbf{C} \left\{ \begin{matrix} 1/2 & 1/2 & S \\ \lambda_{k_1}/2, -\lambda_{k_2}/2, \lambda \end{matrix} \right\} \mathbf{C} \left\{ \begin{matrix} \ell & S & J \\ 0, \lambda, \lambda \end{matrix} \right\} \times \\ \times \mathbf{C} \left\{ \begin{matrix} \ell' & S' & J' \\ 0, \lambda', \lambda' \end{matrix} \right\} \mathbf{C} \left\{ \begin{matrix} 1/2 & 1/2 & S \\ \lambda_{p_1}/2, -\lambda_{p_2}/2, \lambda \end{matrix} \right\} \frac{Z\alpha}{4\pi} \left( \sum_{i=I-IV} V_{\lambda_{k_1}, \lambda_{k_2}, \lambda_{p_1}, \lambda_{p_2}}^\ell + V_{\lambda_{p_1}, \lambda_{p_2}, \lambda_{k_1}, \lambda_{k_2}}^{(B)} \right), \quad (23)$$

где составные части  $V_{\lambda_{k_1}, \lambda_{k_2}, \lambda_{p_1}, \lambda_{p_2}}^i(k, k')$  представляют собой комбинацию функций  $\tilde{R}_\ell^{(i)}(k, k')$  и  $\tilde{U}_\ell^{(i)}(k', k)$ . Эти функции выражаются в виде одномерных интегралов:

$$\tilde{R}_\ell^{(i)}(k', k) = \int_{-1}^1 \frac{K^i(\tilde{q}^2) P_\ell(x)}{q^2} dx, \quad \tilde{U}_\ell^{(i)}(k', k) \sim \int_{-1}^1 \frac{K^i(\tilde{q}^2) P_\ell(x)}{q^4} dx$$

с подынтегральными функциями  $K^i(\tilde{q}^2)$  зависящими только от формфакторов  $\Pi(\alpha, q^2)$  и  $F_{1,2}^{e,p}(q^2)$ .

В разделе **3.4** получена новая квадратурная формула для расчета интегралов с логарифмической сингулярностью в импульсном пространстве (21), которая позволяет рассчитывать энергетические поправки водородоподобных систем с высокой точностью при использовании кулоновских пробных функций (22). При этом современная экспериментальная точность  $\delta \sim 10^{-14}$  достигается при относительно небольшом количестве узлов  $N$ , что позволяет рассчитать релятивистские и квантовоэлектродинамические эффекты в водородоподобных системах с учетом требований экспериментов без больших временных затрат.

В параграфе **3.5** показано, что полученное в разделе **3.2** ядро позволяет воспроизвести некоторые известные аналитические результаты для поправок к энергии водородоподобных систем.

В разделах **3.6–3.8** проведена оценка релятивистских поправок высших порядков, связанных с движением фермионов, а также эффектов высоких переданных импульсов для структурных вкладов в  $1s$  и  $2s$ -состояний. Для выделения слагаемых, связанных с конечными размерами протона, саксовские формфакторы протона представим виде сумм:

$$G_M^p(q^2) = \mu_p + \Delta G_M^p(q^2), \quad G_E^p(q^2) = 1 + \Delta G_E^p(q^2),$$

где  $\Delta G_{M,E}^p(q^2) \sim \langle r_p^2 \rangle$  при малых  $q^2$ .

**Оценка релятивистских вкладов.** Включение слагаемых более высокого порядка, чем  $\mathcal{O} \sim k^2/m^2$ , при разложении по скоростям фермионов приводит к сложностям. При вычислениях релятивистских поправок появляются расходящиеся интегралы из-за высоких степеней  $k$ . Поэтому для исследования релятивистских вкладов более высокого порядка воспользуемся точным выражением для ядра (23) интегрального уравнения (1).

Далее произведем вычисления трех видов поправок:  $\Delta E_{\text{NR}}$ ,  $\Delta E_{\text{LC}}$  и  $\Delta E_{\text{rel}}$ , используя различные приближения:

- нерелятивистское приближение  $\Delta E_{\text{NR}}$  ( $k^2/m_{1,p}^2, k'^2/m_{1,p}^2 \ll 1$  и  $q^2 \ll m_p^2$ )
- лидирующий вклад  $\Delta E_{\text{LC}}$  (используется только приближение  $k^2/m_{1,p}^2, k'^2/m_{1,p}^2 \ll 1$ );

- точное вычисление  $\Delta E_{\text{rel}}$  (без разложения по параметрам  $k^2, k'^2/m_{1,p}^2$  и  $q^2/m_p^2$ ).

Поправка  $\Delta E_{\text{Rel}}$  с потенциалом (23) даст результат с учетом релятивистского движения фермионов системы. Для оценки релятивистских вкладов высших порядков используем величину:

$$\Delta_{\text{HO}} = \Delta E_{\text{Rel}} - \Delta E_{\text{LC}} .$$

Явный вид слагаемых потенциала, которые содержат интегралы вида

$$\tilde{G}_\ell^p(k', k) = \int_{-1}^1 \frac{\Delta G^p(q^2)}{q^2} P_\ell(x) dx, \quad \tilde{F}_\ell^p(k', k) = \int_{-1}^1 \frac{\Delta G^p(q^2)}{q^2(1 - q^2/(4m_p^2))} P_\ell(x) dx$$

будет зависеть от формфакторов протона.

Для расчета поправок используем различные параметризации протонных формфакторов:

- стандартная дипольная параметризация

$$G_E^p(Q^2) = G_D(Q^2), \quad G_M^p(Q^2) = \mu_p G_D(Q^2), \quad (24)$$

$$G_D(Q^2) = \left(1 + \frac{Q^2}{m_D^2}\right)^{-2}, \quad Q^2 = -q^2,$$

где  $m_D^2 = 0,71 \text{ ГэВ}^2$ . Данный вариант параметризации будем называть как **фит I**;

- вариант параметризации [88] будем называть **фитом II**:

$$G_{E,M}(Q^2) = \left(1 + \frac{Q^2}{a_{E,M}}\right)^{-2}, \quad \langle r_{E,M}^2 \rangle = \frac{12}{a_{E,M}}, \quad (25)$$

где

$$\langle r_M^2 \rangle^{1/2} = (0,777 \pm 0,013_{\text{stat}} \pm 0,009_{\text{syst}} \pm 0,005_{\text{model}} \pm 0,002_{\text{group}}) \Phi_M,$$

$$\langle r_E^2 \rangle^{1/2} = (0,879 \pm 0,005_{\text{stat}} \pm 0,004_{\text{syst}} \pm 0,002_{\text{model}} \pm 0,004_{\text{group}}) \Phi_M;$$

- параметризация [89]

$$G_M^p(Q^2) = \mu_p \frac{1 + a_{p,1}^M \tau_p}{1 + b_{p,1}^M \tau_p + b_{p,2}^M \tau_p^2 + b_{p,3}^M \tau_p^3}, \quad \tau_p = Q^2/(4m_p^2),$$

$$G_E^p(Q^2) = \frac{G_M^p(Q^2)}{\mu_p} (c_0 + c_1 Q^2)$$

была применена в [90] для описания поведения формфакторов протона с параметрами:

$$a_{p,1}^M = 1,53 \pm 0,01, \quad b_{p,1}^M = 12,87 \pm 0,07, \quad c_0 = 1,02 \pm 0,01,$$

$$b_{p,2}^M = 29,16 \pm 0,25, \quad b_{p,3}^M = 41,40 \pm 0,33, \quad c_1 = -0,13 \pm 0,01.$$

Этот вариант параметризации обозначим – **фит III**.



В таблице 1 представлены результаты вычислений для атома водорода. Как

Таблица 1 – Поправки для варианта “фит II”, связанные с внутренней структурой протона и вклады  $\Delta E_{\text{NR}}$ ,  $\Delta E_{\text{LC}}$  и релятивистские поправки высоких порядков  $\Delta E_{\text{Rel}}$  для атома водорода (в кГц)

$n$	$\Delta E_{\text{NR}}$	$\Delta E_{\text{LC}}$	$\Delta E_{\text{Rel}}$	$\Delta_{\text{HO}}$
1	1208,31	1208,30	1202,52	−5,78
2	151,04	151,04	150,31	0,72

следует из данных таблицы 1, учет высоких  $q^2$  посредством параметризации (25) не вносит существенного изменения по сравнению линейным поведением. А вот поправки, связанные с релятивистским движением фермионов в данной ситуации дают видимый, хоть и относительно малый в процентном выражении  $\approx 0,48\%$  эффект.

Расчеты с использованием стандартной дипольной параметризацией (24) (фит I) отличаются от данных таблицы 1 за счет различного поведения функций (24) и (25) при малых  $q^2$ . Так для  $1s$  и  $2s$ -состояний имеем, что  $\Delta E_{\text{Rel}} = 1024,33$  кГц и  $\Delta E_{\text{Rel}} = 150,32$  кГц соответственно. Величины  $\sim 178$  кГц и  $\sim 22$  кГц для структурной поправки превосходят экспериментальную точность энергетических интервалов.

Для более полного представления о зависимости структурных поправок для водородоподобных атомов от вида параметризации рассмотрим численный расчет для варианта “фит III”.

Таблица 2 – Поправки для варианта параметризации фит III (в кГц)

$n$	$\Delta E_{\text{NR}}$	$\Delta E_{\text{LC}}$	$\Delta E_{\text{Rel}}$	$\Delta_{\text{HO}}$
1	$1223,15 \pm 22,36$	$1200,10 \pm 34,86$	$1194,43 \pm 33,67$	−5,67
2	$152,89 \pm 2,39$	$150,01 \pm 4,23$	$149,30 \pm 4,21$	0,71

Релятивистские поправки высших порядков  $\Delta_{\text{HO}}$ : −5,67 кГц и 0,71 кГц составляют  $\approx 0,47\%$  для  $1s$  и  $2s$ -состояний и практически не отличаются от параметризации “фит II”, в то время, сами вклады отличаются за счет различного поведения при малых  $q^2$ . Однако, интервальные оценки обеих фитов практически совпадают.

В данном подходе имеется возможность вычислить вклад  $\Delta_{\text{lab}}$ , связанный с эффектом “Jlab” (разница между двумя случаями  $\mathcal{R}(q^2) = 1$  и  $\mathcal{R}(q^2) = c_0 + c_1 q^2$ ,  $c_1 = 0,13 \text{ ГэВ}^{-2}$ ):  $\Delta_{\text{lab}} = \{-23,42 \text{ кГц}, -2,93 \text{ кГц}\}$  для  $1s$  и  $2s$ -состояний. Аналогичные расчеты были сделаны и для мюонного атома водорода ( $\mu p$ -система).

Как следует из расчетов, проведенных в разделе 3.8, предлагаемая методика вычислений, использующая представление потенциала взаимодействия

фермионов в виде (23), является инструментом, позволяющим оценить релятивистские вклады высоких, чем  $k^2/m^2$  слагаемых. Расчеты показывают, что, такие поправки лежат в пределах чувствительности современных экспериментов по измерению энергетических характеристик таких систем.

Вычислительная схема с квадратурной формулой (см.раздел 3.4) и точно вычисленное ядро одномерного интегрального уравнения релятивистской системы с электромагнитным взаимодействием для произвольного углового момента  $J$ , являются основными компонентами прецизионной методики расчета релятивистских и квантовоэлектродинамических эффектов в водородоподобных системах [33–А, 49–А].

**Глава 4. Электрослабые характеристики псевдоскалярных и векторных мезонов в пуанкаре-ковариантной модели.** Эта глава посвящена расчету констант лептонных распадов мезонов и анализу параметров КХД-инспирированного потенциала с учетом соответствия модельных вычислений экспериментальным данным.

Раздел 4.1 содержит аналитические выражения, необходимые для решения вариационным методом задачи на собственные значения для кварк-антикварковой системы. Получение характеристик мезонов, как релятивистской составной системы, является самостоятельной и технически сложной задачей. В разделе 4.2 излагается авторская методика расчета электрослабых характеристик в точечной форме ПИКМ.

С помощью метода базисных спиноров и разработанной методики расчета характеристик в разделе 4.3 получены интегральные представления для констант лептонных распадов псевдоскалярных и векторных мезонов  $f_P, f_V$  в рамках ПК-модели, основанной на точечной форме ПИКМ:

$$f_P(m_q, m_Q) = \frac{3}{\pi\sqrt{2}} \int_0^\infty dk k^2 \psi^P(k) \sqrt{\frac{M_0^2 - (m_q - m_Q)^2}{\omega_{m_q}(k) \omega_{m_Q}(k)}} \frac{(m_q + m_Q)}{M_0^{3/2}}, \quad (26)$$

$$f_V(m_q, m_Q) = \frac{3}{\sqrt{2}\pi} \int_0^\infty dk k^2 \psi^V(k) \frac{\sqrt{(\omega_{m_q}(k) + m_q)(\omega_{m_Q}(k) + m_Q)}}{M_0^{1/2} \sqrt{\omega_{m_q}(k) \omega_{m_Q}(k)}} \times \\ \times \left( 1 + \frac{k^2}{3(\omega_{m_q}(k) + m_q)(\omega_{m_Q}(k) + m_Q)} \right). \quad (27)$$

Важное место в формировании пуанкаре-ковариантной кварковой модели мезонов занимает раздел 4.4, в котором проделана процедура фиксации свободных параметров, исходя из требования соответствия теоретических вычислений масс и лептонных констант экспериментальным значениям.

Потенциал (4) ПК-модели имеет следующие свободные параметры: параметр натяжения глюонной струны  $\sigma$ ; параметр размазки  $b$ ; параметр  $w_0$ .

Также параметрами являются массы кварков  $m_q$  и константа  $\alpha_{\text{crit.}}$ , характеризующая поведение эффективной константы КХД. Расчет волновых функций произведем путем приближенного решения уравнения (1) с потенциалом (4) вариационным методом, используя пробные функции осцилляторного и кулоновского (для  $B$ -мезонов) типов.

Используя экспериментальные данные для масс и констант лептонных распадов  $\pi^{\pm,0}$ ,  $\rho^{\pm,0}$  и  $J/\psi$ ,  $\eta_b$ ,  $\gamma$  ( $1S$ )-мезонов, получим параметры ПК-модели, которые необходимы для описания свойств мезонов:

$$\begin{aligned}\sigma &= (0,19 \pm 0,01) \text{ ГэВ}^2, \quad \alpha_{\text{crit.}} = 0,687 \pm 0,006, \\ m_u &= (239,8 \pm 2,3) \text{ МэВ}, \quad m_d = (243,8 \pm 2,3) \text{ МэВ}, \\ m_s &= (467,5 \pm 28,0) \text{ МэВ}, \\ m_c &= (1,395 \pm 0,069) \text{ ГэВ}, \quad m_b = (4,162 \pm 0,181) \text{ ГэВ}.\end{aligned}\quad (28)$$

Остальные параметры потенциала определяются из требования соответствия экспериментальным данным.

**Константы лептонных распадов псевдоскалярных тяжелых мезонов.** В разделе 4.5 представлены численные расчеты констант, которые не использовались в процедуре фиксации параметров. Используя выражение (26) и параметры межкваркового потенциала (28), в подразделе 4.5.1 проведены расчеты для тяжелых мезонов с учетом имеющихся теоретических и экспериментальных неопределенностей. Результаты этих вычислений в таблице 3.

Таблица 3 – Лептонные константы  $B$  и  $D$ -мезонов (в МэВ)

	$f_B^P$	$f_D$	$f_{D_s}$	$f_{B_s}$	$f_{B_c}$
ПК-модель	$225,9 \pm 3,9$	$204,57 \pm 4,43$	$259,86 \pm 9,92$	$287,2 \pm 12,3$	$443,5 \pm 26,0$
Эксперимент		$204,6 \pm 5,0$ [91]	$257,5 \pm 4,6$ [91]		

Как следует из вычислений, лептонные константы  $D$ -мезонов, полученные в ПК-модели соответствуют современным экспериментальным данным.

Значение  $f_B^P$  занимает промежуточное положение между теоретическими расчетами в рамках СМ [92]:  $f_B^P = (216,0 \pm 22,0) \text{ МэВ}$  и экспериментальными данными, полученные коллаборациями BaBar и Belle [93–95]:  $f_{B,\text{exp}}^P = (246,8 \pm 45,6) \text{ МэВ}$ .

В этом же подразделе сравнительный анализ результатов с другими моделями показал удовлетворительное согласование значений лептонных констант, рассчитанными в ПК-модели мезонов.

В подразделе 4.5.2 проведена независимая от пробных волновых функций оценка релятивистских вкладов в значения лептонных констант. Показано, что даже в тяжелых мезонах, релятивистские эффекты играют заметную роль.

**Глава 5. Электромагнитные характеристики мезонов и фермионов.** Эта глава посвящена исследованию и расчету электромагнитных характеристик мезонов в рамках ПК-модели: поляризуемости и среднеквадратичные радиусы и электромагнитные формфакторы мезонов; “квазистатические” поляризуемости фермионов спина 1/2.

Для вычисления поляризуемостей в разделах **5.1–5.2** даны релятивистские обобщения операторов электрического и магнитного дипольного взаимодействия в однофотонном приближении [12–А, 74–А].

В разделе **5.3** представлена оригинальная методика оценки, не требующая точного решения задачи на собственные значения релятивистской системы во внешнем электромагнитном поле. Для оценки электрической поляризуемости используется выражение [11–А]:

$$\frac{1}{2\pi} \frac{B^2/\mathbf{E}^2}{\tilde{A}} \leq \alpha_0 \leq \frac{1}{2\pi} \frac{B/\mathbf{E}^2}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_0)}, \quad \text{где}$$

$$\tilde{A} = \langle \Psi_0 | \Delta \hat{H} [\hat{H}_0, \Delta \hat{H}]_- | \Psi_0 \rangle, \quad B = \langle \Psi_0 | \Delta \hat{H}^2 | \Psi_0 \rangle$$

с  $\Delta H = -1/2(\mathbf{D}\mathbf{E})$ ,  $\varepsilon_0, \varepsilon_1$  – энергии основного и первого радиально возбужденного состояний. Аналогичные соотношения получаются и для магнитной поляризуемости  $\beta_0$  с соответствующей заменой  $\mathbf{E} \rightarrow \mathbf{H}$  и  $\mathbf{D} \rightarrow \mathbf{M}$ .

Раздел **5.4** посвящен задаче вычисления границ электрической поляризуемости псевдоскалярных мезонов.

Первая часть задачи состоит в определении масс и волновой функции двухчастичной связанной системы, которая решается в подразделе **5.4.1**. Вторая часть (подраздел **5.4.2**) состоит в вычислении оценки поляризуемости с использованием функции основного состояния, рассчитанной в первой части. В итоге получаем для статических поляризуемостей  $\pi$  и  $K^\pm$ -мезонов интервалы, в которых уже учтены и теоретические неопределенности ПК-модели

$$\alpha_0^{\pi^\pm} = (0,07 \pm 0,05) \times 10^{-4} \text{ Фм}^3, \quad \alpha_0^{K^\pm} = (0,21 \pm 0,16) \times 10^{-4} \text{ Фм}^3. \quad (29)$$

Для статической магнитной поляризуемости  $\beta_0$  основного состояния двухкварковой системы в однофотонном приближении находим, что  $\beta_0 = 0$ .

В экспериментах измеряется, так называемая обобщенная (комптоновская) поляризуемость мезонов:  $\bar{\alpha} = \alpha_0 + \Delta\alpha$  и  $\bar{\beta} = \beta_0 + \Delta\beta$ . В этой связи необходимо провести дополнительные расчеты слагаемых  $\Delta\alpha = \alpha_{QED} \langle r_P^2 \rangle / (3M_P)$  и  $\Delta\beta$ , обусловленных структурой мезонов. Этим расчетам посвящены подразделы **5.4.3–5.4.4**.

Средневзвешенное  $\bar{\alpha}_{\text{wa}}^{\pi^\pm}$  и среднее значение  $\bar{\alpha}_{\text{aver}}^{\pi^\pm}$  электрической поляризуемости пиона, определенные из экспериментов равны:

$$\bar{\alpha}_{\text{wa}}^{\pi^\pm} = (5,98 \pm 3,91) \times 10^{-4} \text{ Фм}^3, \quad \bar{\alpha}_{\text{aver}}^{\pi^\pm} = (15,27 \pm 9,0) \times 10^{-4} \text{ Фм}^3.$$

Экспериментально измеряемые комптоновские поляризуемости  $\pi^\pm, K^\pm$ -мезонов в рамках ПК-модели имеют следующие значения:

$$\begin{aligned}\bar{\alpha}_{\pi^\pm} &= \left[ \underbrace{0,07 \pm 0,05}_{\alpha_0} + \underbrace{14,85 \pm 0,55}_{\Delta\alpha} \right] \times 10^{-4} \Phi_M^3 = (14,92 \pm 0,56) \times 10^{-4} \Phi_M^3, \\ \bar{\alpha}_{K^\pm} &= \left[ \underbrace{0,21 \pm 0,16}_{\alpha_0} + \underbrace{3,31 \pm 0,49}_{\Delta\alpha} \right] \times 10^{-4} \Phi_M^3 = (3,52 \pm 0,57) \times 10^{-4} \Phi_M^3.\end{aligned}\quad (30)$$

Как видно из (30), статическая поляризуемость  $\alpha_0$  для  $\pi^\pm$  и  $K^\pm$ -мезона намного меньше, чем значение  $\Delta\alpha$ .

Значения электрической поляризуемости заряженных пионов полученное в рамках ПИКМ близко к среднему  $\bar{\alpha}_{\text{aver}}^{\pi^\pm}$  и достаточно далеко отстоит от средневзвешенного значения  $\bar{\alpha}_{\text{wa}}^{\pi^\pm}$ . В теоретических предсказаниях, как и в экспериментальных данных, имеется относительно большой разброс.

Используя вышеизложенную схему вычислений, получим оценки и для магнитных поляризуемостей:

$$\bar{\beta}_{\pi^\pm} = (-1,66 \pm 0,04) \times 10^{-4} \Phi_M^3, \bar{\beta}_{K^\pm} = (-1,90 \pm 0,1) \times 10^{-4} \Phi_M^3. \quad (31)$$

Значение магнитной поляризуемости  $\pi^\pm$ -мезона (31) хорошо согласуется с достаточно большим количеством модельных расчетов.

Раздел **5.5** содержит оригинальную методику извлечения инвариантных амплитуд для различных квантовополевых теорий (моделей) путем сравнения с общим выражением для амплитуды комптоновского рассеяния. Характерной особенностью данной методики является непосредственный расчет амплитуды, как скалярной функции, зависящей от мандельштамовских переменных методом базисных спиноров.

С использованием этой методики для фермиона спина 1/2 в рамках КЭД получены выражения для “квазистатических” поляризуемостей [44–А, 47–А]:

$$\alpha_E^{q-s} + \beta_M^{q-s} = \frac{\alpha^2}{3\pi m_f^3} \left( \frac{11}{6} + 8 \ln 2 \right) + \frac{8\alpha^2}{3\pi m_f^3} \ln \left( \frac{\omega}{m_f} \right), \quad (32)$$

$$\alpha_E^{q-s} - \beta_M^{q-s} = -\frac{\alpha^2}{3\pi m_f^3} \left( \frac{59}{6} - 4 \ln 2 \right) + \frac{4\alpha^2}{3\pi m_f^3} \ln \left( \frac{\omega}{\lambda} \right), \quad (33)$$

$$\begin{aligned}\gamma_0^{q-s} &= \frac{\alpha^2}{2\pi m_f^4} \left( \frac{37}{9} + \frac{20}{3} \ln 2 \right) + \frac{10}{3} \frac{\alpha^2}{\pi m_f^4} \ln \left( \frac{\omega}{m_f} \right), \\ \gamma_\pi^{q-s} &= \frac{11}{6} \frac{\alpha^2}{\pi m_f^4} + \frac{4}{3} \frac{\alpha^2}{\pi m_f^4} \ln \left( \frac{\lambda}{m_f} \right).\end{aligned}\quad (34)$$

Как следует из (32) и (33), квазистатические поляризуемости помимо постоянных членов содержат и неаналитические слагаемые  $\sim \ln \omega$ , которые расходятся в томпсоновском пределе ( $\omega \rightarrow 0$ ). Вышеуказанное свойство послужило причиной того, что в работе [96] структуры (32) и (33) были названы квазистатическими поляризуемостями.

Из соотношений (32), (33) и (34) можно оценить вклад квазистатических поляризуемостей в поляризуемости “дираковского” протона (точечный фермион с нулевым аномальным магнитным моментом). Полагая  $m_f = m_p$  и  $\omega = 0,1 m_p$ , находим

$$\alpha_E^{q-s} + \beta_M^{q-s} \approx (-8,7 \times 10^{-7}) \Phi_M^3, \quad \gamma_0^{q-s} \approx (-1,1 \times 10^{-7}) \Phi_M^4 \quad (35)$$

Сравнивая результаты (35) с экспериментальными данными для  $\alpha^{(p)}$  и  $\gamma_0$  (см. [97] и [98]):

$$\begin{aligned} \alpha_E^{(p)} + \beta_E^{(p)} &= (13,8 \pm 0,4) \times 10^{-4} \Phi_M^3, \\ \gamma_0^{(p)} &= (-0,90 \pm 0,08 \pm 0,11) \times 10^{-4} \Phi_M^4 \end{aligned}$$

можно отметить, что вклад поправок мал и не превышает даже экспериментальных ошибок. Численная оценка вкладов (35) согласуется с оценкой электромагнитных вкладов, сделанных в работе [99].

Раздел 5.6 посвящен расчету электромагнитных формфакторов псевдоскалярных мезонов в пуанкаре-ковариантной модели, основанной на точечной форме ПИКМ. Показано, что для согласования экспериментальных и теоретических расчетов необходимо учитывать структуру конститuentов.

В импульсном приближении вершина взаимодействия виртуального фотона и псевдоскалярного мезона определяется посредством

$$\mathcal{J}_\mu = \text{out} \langle Q' | J_\mu^h(0) | Q \rangle_{\text{in}} = \frac{F_P(t) (V_Q + V_{Q'})_\mu}{(2\pi)^3 \sqrt{4V_0 V'_0}}, \quad t = -(Q' - Q)^2.$$

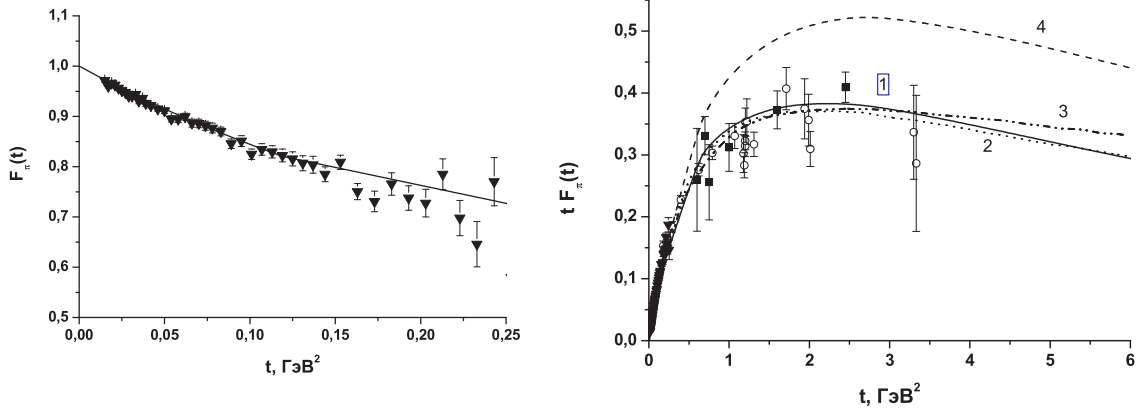
Поправки, связанные с сильными взаимодействиями учтем введением формфакторов кварков  $f_{q,Q}(t)$  [100] в виде:

$$f_q(t) = \frac{1}{1 + \ln(1 + \langle r_q^2 \rangle t/6)},$$

где  $\langle r_q^2 \rangle$  – среднеквадратичный радиус кварка, который рассматривается как параметр модели и выбирается в виде  $\langle r_q^2 \rangle = a/m_q^2$  с некоторым универсальным параметром  $a$ , с одним и тем же значением для всех кварков. Среднеквадратичный радиус мезона находим из выражения:  $F_P(t) \approx 1 - \langle r_P^2 \rangle t/6$ .

Используя, данные для радиуса пиона получим, что  $a = 0,187 \pm 0,09$ . В итоге после вычисления формфактора псевдоскалярного мезона  $F_P(t)$  в





Сплошная линия – расчет с учетом структуры кварков, а штриховая линия – расчет без учета размеров кварков. 1- ПК-модель; 2-4 – другие модели.

**Рисунок 1 – Поведение формфактора для пиона в области малых переданных импульсов (слева) и в области всех известных экспериментальных данных**

ПК-модели, имеем удовлетворительное описание поведения  $F_P(t)$  как для области малых, так и для больших переданных импульсов (см. рисунок 1) [49–A]. Аналогичные вычисления проделаны и для  $K$ -мезонов.

Модельный (рассчитанный в рамках предлагаемой модели) среднеквадратичный радиус  $\pi$ -мезона

$$\langle r_{\pi^\pm}^2 \rangle = (0,439 \pm 0,013) \text{ Фм}^2 \quad (36)$$

находится в доверительном интервале из PDG [91]:  $\langle r_{\pi^\pm}^2 \rangle_{\text{exp}} = (0,452 \pm 0,011) \text{ Фм}^2$ .

Вычисление среднеквадратичного радиуса  $K^\pm$ -мезона с использованием параметров (28) дает, что

$$\langle r_{K^\pm}^2 \rangle = (0,350 \pm 0,006) \text{ Фм}^2. \quad (37)$$

Модельный расчет (37) полностью лежит в экспериментальном доверительном  $1\sigma$ -интервале [101]:  $\langle r_{K^\pm}^2 \rangle_{\text{exp}} = (0,34 \pm 0,05) \text{ Фм}^2$ , но выше среднего значения из PDG [91]:  $\langle r_{K^\pm}^2 \rangle_{\text{exp}} = (0,314 \pm 0,034) \text{ Фм}^2$ .

Вычисления для  $K^0$ -мезона дают, что

$$\langle r_{K^0}^2 \rangle = (-0,062 \pm 0,015) \text{ Фм}^2. \quad (38)$$

Значение (38) находится между значением радиуса из [102]:  $\langle r_{K^0}^2 \rangle_{\text{exp}} = (-0,054 \pm 0,026) \text{ Фм}^2$  и результатом, полученным при анализе реакции  $K_L \rightarrow \pi^+ \pi^- e^+ e^-$  [103]:  $\langle r_{K^0}^2 \rangle_{\text{exp}} = (-0,076 \pm 0,021) \text{ Фм}^2$ .

Значение (38) согласуется в пределах  $2\sigma$  с современным значением из PDG [91]:  $\langle r_{K^0}^2 \rangle_{\text{exp}} = (-0,077 \pm 0,010) \text{ Фм}^2$ .

Таким образом, создана ПК-модель мезонов, как релятивистской связанной системы кварков, в которой получено согласованное описание масс,



лептонных констант, электрических и магнитных поляризуемостей, средне-квадратичных радиусов и формфакторов псевдоскалярных и векторных мезонов. При этом имеет место совпадение модельных расчетов (в пределах ошибок) с современными экспериментальными данными.

**Глава 6. Электрослабые характеристики промежуточных векторных бозонов** посвящена аномальным электрослабым характеристикам промежуточных векторных бозонов.

Раздел **6.1** посвящен постановке задачи и ее актуальности. Одно из важнейших следствий локальной калибровочной симметрии  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , лежащее в основе СМ, состоит в универсальности слабых констант связи фермионов с калибровочными бозонами и калибровочных бозонов друг с другом в трехбозонном и четырехбозонном вариантах. Именно специфика построения СМ приводит к единственной в своем роде универсальности констант связи, а её экспериментальная проверка могла бы рассматриваться как решающее подтверждение неабелевой калибровочной структуры теории. Наиболее благоприятная возможность для этого открывается при изучении процесса  $e^+ + e^- \rightarrow W^+ + W^-$ .

В разделе **6.2** представлено: определение трехбозонных констант связи; общий вид параметризации  $W^+W^-\gamma$ - и  $W^+W^-Z$ -вершин, вытекающий из требований инвариантности мультибозонных взаимодействий относительно преобразований пространственно-временной и  $U(1)_{em}$  – симметрий.

Эффективный лагранжиан взаимодействия векторных бозонов, инвариантный относительно этих преобразований, запишем в виде:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{eff} = & -i e \left[ A_\mu (W^{-\mu\nu} W_\nu^+ - W^{+\mu\nu} W_\nu^-) + (1 + x_\gamma) F_{\mu\nu} W^{+\mu} W^{-\nu} \right] - \\ & -i e (\text{ctg } \theta_W + \delta_Z) \left[ Z_\mu (W^{-\mu\nu} W_\nu^+ - W^{+\mu\nu} W_\nu^-) + Z_{\mu\nu} W^{+\mu} W^{-\nu} \right] - \\ & -i e x_Z Z_{\mu\nu} W^{+\mu} W^{-\nu} + i e \frac{y_\gamma}{M_W^2} F^{\nu\lambda} W_{\lambda\mu}^- W_\nu^{+\mu} + i e \frac{y_Z}{M_W^2} Z^{\nu\lambda} W_{\lambda\mu}^- W_\nu^{+\mu}, \end{aligned}$$

где  $W_{\mu\nu}^\pm = \partial_\mu W_\nu^\pm - \partial_\nu W_\mu^\pm$ ,  $Z_{\mu\nu} = \partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu$  и  $\theta_W$  – угол Вайнберга.

В разделе **6.3** приводятся общие выражения для спиральных амплитуд, рассчитанных посредством МБС и дифференциальных сечений рассеяния процесса с учетом их зависимостей от аномальных трехбозонных констант связи.

В разделе **6.4** обсуждаются способы эмпирического определения трехбозонных аномальных констант в поляризационных экспериментах. В частности, детально описана процедура получения ограничений на аномальные параметры трехбозонного взаимодействия на основе комбинированного анализа поляризационных наблюдаемых [2–А, 3–А, 4–А]. Модельно зависимые ограничения и модельно независимые ограничения приведены в таблицах 4 и 5 для продольно поляризованных и поперечно поляризованных  $e^+e^-$ -пучков соответственно.

Таблица 4 – Ограничения (95% C.L.) для  $CP$ -четных аномальных параметров трехбозонной вершины в моделях с тремя, двумя и одной независимой аномальной константой связи. Исходные данные: энергии  $\sqrt{s} = 0,5 \text{ ТэВ}$  (1 ТэВ); интегральные светимости  $L_{int} = 500 \text{ фбн}^{-1}$  (1 абн $^{-1}$ ). Степени продольной поляризации  $e^-e^+$ -пучков:  $P_L = \pm 0,8$ ,  $P'_L = \mp 0,6$  ( $RL$ ,  $LR$ )

Модель с тремя свободными параметрами: $x_\gamma, y_\gamma, \delta_Z$ ; $x_Z = -\text{tg } \theta_W x_\gamma, y_Z = \text{ctg } \theta_W y_\gamma$					
$\sqrt{s}, (\text{ТэВ})$	$x_\gamma (10^{-3})$	$\delta_Z (10^{-3})$	$x_Z (10^{-3})$	$y_\gamma (10^{-3})$	$y_Z (10^{-3})$
0,5	$-0,58 \div 0,59$	$-1,2 \div 1,3$	$-0,29 \div 0,29$	$-1,4 \div 1,4$	$-2,9 \div 2,8$
1	$-0,16 \div 0,16$	$-0,34 \div 0,34$	$-0,08 \div 0,08$	$-0,84 \div 0,86$	$-1,7 \div 1,7$
Модель с двумя свободными параметрами: $x_\gamma, \delta_Z$ ; $x_Z = -\text{tg } \theta_W x_\gamma$					
$\sqrt{s}, (\text{ТэВ})$	$x_\gamma (10^{-3})$	$\delta_Z (10^{-3})$	$x_Z (10^{-3})$		
0,5	$-0,58 \div 0,59$	$-1,2 \div 1,3$	$-0,29 \div 0,29$		
1	$-0,16 \div 0,16$	$-0,34 \div 0,34$	$-0,08 \div 0,08$		
Модель с одним свободным параметром: $x_\gamma$ ; $x_Z = -\text{tg } \theta_W x_\gamma = -\sin^2 \theta_W \delta_Z$					
$\sqrt{s}, (\text{ТэВ})$	$x_\gamma (10^{-3})$	$\delta_Z (10^{-3})$	$x_Z (10^{-3})$		
0,5	$-0,4 \div 0,4$	$-0,86 \div 0,86$	$-0,20 \div 0,20$		
1	$-0,1 \div 0,1$	$-0,22 \div 0,23$	$-0,05 \div 0,05$		

Таблица 5 – Модельно независимые ограничения для 5-ти трехбозонных констант связи при 95% C.L., полученные для процесса  $e^-e^+ \rightarrow W^-W^+$  с неполяризованными и поперечно поляризованными пучками

$\sqrt{s}, (\text{ТэВ})$	$x_\gamma (10^{-3})$	$y_\gamma (10^{-3})$	$\delta_Z (10^{-3})$	$x_Z (10^{-3})$	$y_Z (10^{-3})$
0,5	$-0,73 \div 0,71$	$-1,0 \div 0,96$	$-2,0 \div 3,2$	$-1,2 \div 0,22$	$-2,8 \div 1,7$
1	$-0,22 \div 0,21$	$-1,0 \div 0,96$	$-0,87 \div 2,1$	$-1,0 \div -0,1$	$-2,8 \div 1,7$

Разработанная методика позволяет получить ограничения на каждый в отдельности свободный  $CP$ -четный аномальный параметр для поперечно-поляризованных электрон-позитронных пучков, при этом чувствительность поляризационных наблюдаемых является чрезвычайно высокой и достигает величины порядка  $10^{-4}$  при  $\sqrt{s} = 1 \text{ ТэВ}$ .

Однако, еще более строгие ограничения на аномальные трехбозонные константы связи могут быть получены в рамках определенного класса моделей с сокращенным числом независимых аномальных параметров для продольно и поперечно поляризованных  $e^\pm$ -пучков.

Приложения **А–Г** содержат вспомогательную и более подробную информацию по некоторым вопросам диссертации. Приложение **Д** содержит копии актов внедрения результатов работы в учебный процесс.

**Заключение.** Перечислим основные итоги исследования электрослабых характеристик элементарных частиц в квантовополевых моделях.

1. Создана пуанкаре-ковариантная модель релятивистской системы двух фермионов, имеющих произвольный момент количества движения. [13–

A, 25–A, 31–A, 33–A, 34–A, 49–A].

В рамках пуанкаре-ковариантной модели точно (без разложения по скоростям конституэнтов) рассчитано ядро интегрального уравнения двухфермионной системы. На основе точно вычисленного ядра и вычислительной схемы с новой квадратурной формулой разработана методика, которая позволяет проводить с точностью необходимой для современных экспериментов прецизионное вычисление энергетических поправок, обусловленных релятивистским движением, структурными свойствами частиц системы и квантовоэлектродинамическими эффектами [41–A, 49–A].

2. Создана пуанкаре-ковариантная модель мезонов, как релятивистской связанной системы кварков с КХД-мотивированным потенциалом; проведено моделирование поведения эффективной константы КХД  $\alpha_s$  в непертурбативной области исходя из требования соответствия экспериментальным данным для структурных функций протона и нейтрона. Получены интегральные представления для лептонных констант распадов псевдоскалярных и векторных мезонов, выражения для электромагнитных формфакторов и среднеквадратичных радиусов псевдоскалярных мезонов. Вариационным методом решено интегральное уравнение движения для псевдоскалярных и векторных мезонов.

На основе параметров, полученных при решении задачи на собственные значения (массы мезонов), проведен расчет лептонных констант распадов псевдоскалярных и векторных мезонов, среднеквадратичных электромагнитных радиусов и в зависимости от переданного импульса поведения формфакторов [5–A, 6–A, 7–A, 8–A, 9–A, 32–A, 36–A, 48–A, 49–A, 50–A, 51–A, 53–A, 55–A, 59–A, 58–A, 57–A, 124–A].

3. Развита пуанкаре-ковариантная модель для двухчастичной релятивистской системы, находящейся во внешнем стационарном электромагнитном поле. Получены релятивистские обобщения операторов дипольных моментов в однофотонном приближении. Разработана методика оценки электрической и магнитной поляризуемостей двухчастичной системы, которая не требует полного решения задачи на собственные значения для систем в электромагнитном поле. Найдены численные оценки электрической и магнитной поляризуемостей заряженных псевдоскалярных мезонов. Получено согласованное описание масс, лептонных констант, электрических и магнитных поляризуемостей и формфакторов псевдоскалярных и векторных мезонов в пуанкаре-ковариантной модели мезонов. Результаты вычислений соответствуют современным экспериментальным значениям в пределах ошибок [5–A, 6–A, 7–A, 8–A, 11–A, 12–A, 16–A, 26–A, 27–A, 28–A, 37–A].

4. Разработан новый метод определения аномальных параметров трехбозонного взаимодействия в процессе  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ , основанный на использовании эффективных комбинаций калибровочных констант связи. Для электрослабых характеристик промежуточных векторных бозонов получены модельные ограничения на аномальные трехбозонные константы связи в реакции  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$  для продольно поляризованных  $e^-e^+$ -пучков и модельно независимые ограничения для поперечно поляризованных электрон-позитронных пучков [2–А, 3–А, 4–А, 23–А, 24–А, 30–А].
5. Точный расчет спинорной части электромагнитного потенциала пуанкаре-ковариантной модели двухчастичной системы стал возможен благодаря новому методу расчета амплитуд реакций с участием фермионов спина  $1/2$  – методу базисных спиноров. Данный метод: 1) не использует явный вид спиноров Дирака,  $\gamma$ -матриц и самих базисных спиноров; 2) не использует вычисление шпуров; 3) в отличие от спинорной техники, не требуется представление сверток  $\gamma$  – матриц и векторов поляризаций через биспиноры.

Создана методика вычисления амплитуд процессов взаимодействия элементарных частиц при помощи “строительных” блоков диаграмм Фейнмана. Элементы диаграмм могут быть вычислены заранее, а затем используются как готовые функции при дальнейших расчетах. Блоки МБС позволяют существенно ускорить вычисления матричных элементов [10–А, 18–А, 19–А, 20–А, 21–А, 22–А, 46–А, 48–А, 49–А].

Проведено тестирование метода базисных спиноров путем сравнения с уже известными в литературе результатами расчетов матричных элементов различных процессов.

6. Разработана методика извлечения инвариантных амплитуд комптоновского рассеяния на фермионах, пригодная для различных квантовополевых моделей (теорий) и основанная на сравнении общего выражения амплитуды комптоновского рассеяния и матричных элементов, рассчитанных в модели. Характерной особенностью данной методики является непосредственное вычисление методом базисных спиноров амплитуды, как скалярной функции, зависящей от мандельштамовских переменных, что существенно сокращает объем вычислений.

Методика позволяет получить так называемые “квазистатические” поляризуемости в любом порядке по частоте фотона, которые возникают в рамках квантовой электродинамики при учете следующего за борновским порядка теории возмущений. Произведен расчет квазистатических поляризуемостей в рамках квантовой электродинамики для фермионов спина  $1/2$ , необходимых для анализа экспериментальной информации по

комптоновскому рассеянию [38–А, 39–А, 40–А, 43–А, 44–А, 45–А, 47–А].

7. Разработана оригинальная методика вычисления матричных элементов реакций с участием массивных фермионов произвольной поляризации посредством классического алгоритма спинорной техники [15–А, 17–А].

#### **Рекомендации по практическому использованию результатов.**

Современная экспериментальная ситуация по измерению энергетических характеристик водородоподобных систем требует создания методик расчетов с высокой степенью точности. Вычислительная схема, созданная в рамках пуанкаре-ковариантной модели двухфермионной системы с электромагнитным взаимодействием позволит создать полноценную методику таких расчетов при условии учета двухфотонного обмена.

Разработанная пуанкаре-ковариантная модель с КХД-мотивированным потенциалом может быть использована для анализа экспериментальных данных электрослабых характеристик мезонов.

К практическому использованию также рекомендуется:

1. Метод базисных спиноров, который позволяет эффективно рассчитывать наблюдаемые величины в рамках Стандартной Модели.
2. Программа аналитического вычисления, существенно сокращает время вычислений (в сравнении с традиционным методом вычисления квадратов матричных элементов) и появление ошибок при расчетах.
3. Метод извлечения аномальных параметров трехбозонного взаимодействия в процессе  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ , который может быть использован при планировании и анализе экспериментов на коллайдерах следующего поколения типа ILC.
4. Методика расчета “квазистатических” поляризуемостей, которые необходимы для анализа экспериментальной информации по комптоновскому рассеянию на фермионах спина 1/2.

Полученные в диссертации результаты могут быть использованы в исследованиях по физике ядра и элементарных частиц, теоретической физике, проводимых в Гомельском государственном университете им.Ф.Скорины, Гомельском государственном техническом университете им. П.О.Сухого, в Белорусском государственном университете и в ГНУ “Институте Физики им. Б.И. Степанова” НАН Беларуси в рамках государственной программы научных исследований “Конвергенция”. Часть результатов диссертации опубликованы в англоязычных [2–А, 15–А, 20–А, 19–А], российских [13–А, 30–А, 18–А, 17–А, 44–А, 8–А, 47–А] и в белорусских [16–А, 35–А, 31–А, 22–А, 7–А] переводных журналах, что делает возможным их использование не только в научных центрах Беларуси, но и в странах СНГ и дальнего зарубежья.

Отметим, что часть методик, созданных в результате диссертационных исследований внедрена в учебный процесс учреждения образования “Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины” при чтении дисциплин специализации “Метод Монте-Карло в физике элементарных частиц”, “Аналитическое программирование в квантовой теории поля”, “Техника вычисления процессов взаимодействия элементарных частиц”.

## Список использованных источников

1. Phase-coherent measurement of the Hydrogen  $1s - 2s$  transition frequency with an optical frequency interval divider chain / T. Udem [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 1997. – Vol. 79, №14. – P. 2646–2649.
2. High precision measurements of the ground state hyperfine structure interval of muonium and of the muon magnetic moment / W. Liu [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 1999. – Vol. 82. – P.711–714.
3. Bete, H. A. A relativistic equation for bound-state problems / H. A. Bete, E. E. Salpeter // Phys. Rev. – 1951. – Vol. 84, №2. – P. 1232–1242.
4. Salpeter, E. E. Mass-corrections to the fine structure of Hydrogen-like atoms / E. E. Salpeter // Phys. Rev. – 1952. – Vol. 87, №2. – P. 328–343.
5. A Bethe-Salpeter model for light mesons: spectra and decays / C. R. Munz [et al.] // Nucl. Phys. – 1994. – Vol. A578. – P. 418–440.
6. Electromagnetic meson form-factors in the Salpeter model / C. R. Munz [et al.] // Phys. Rev. – 1995. – Vol. C52. – P. 2110–2119.
7. Логунов, А. А. Вероятностное описание рассеяния при высоких энергиях и гладкий квазипотенциал / А. А. Логунов, О. А. Хрусталева // ЭЧАЯ. – 1970. – Т.1, № 1. – С. 71–90.
8. Кадышевский, В. Г. Трехмерная формулировка релятивистской проблемы двух тел / В. Г. Кадышевский, Р. М. Мир-Касимов, Н. Б. Скачков // ЭЧАЯ. – 1972. – Т.2, № 3. – С. 635–690.
9. Скачков, Н. Б. Релятивистское трехмерное описание взаимодействия двух фермионов / Н. Б. Скачков, И. Л. Соловцов // ЭЧАЯ. – 1978. – Т.9, № 1. – С. 5–47.
10. Logunov, A. A. Quasi-optical approach in quantum field theory / A. A. Logunov, A. N. Tavkhelidze // Nuovo Cimento. – 1963. – Vol. 29, №2. – P. 380–399.
11. Ebert, D. Quark-antiquark potential with retardation and radiative contributions and the heavy quarkonium mass spectra / D. Ebert, R. N. Faustov, V. O. Galkin // Phys. Rev. – 2000. – Vol. D62. – P. 034014.
12. Ebert, D. Relativistic properties of the quark antiquark potential / D. Ebert, R. N. Faustov, V. O. Galkin // Eur. Phys. J. – 1999. – Vol. C7. – P.



539–542.

13. Галкин, В. О. Мезоны в релятивистской кварковой модели / В. О. Галкин, Р. Н. Фаустов // КТП и ФВЭ: Труды V Школы молодых ученых. – М: МГУ, 1990. – С. 19–66.

14. Savkli, C. Quark-antiquark bound states in the relativistic spectator formalism / C. Savkli, F. Gross // Phys. Rev. – 2001. – Vol. C63. – P. 035208.

15. Savkli, C. The role of interaction vertices in bound state calculations / C. Savkli, F. Gross, J. Tjon // Phys. Lett. – 2002. – Vol. B531. – P. 161–166.

16. Baldicchi, M. First principle quadratic and linear mass operators, quarkonium spectrum and Regge trajectories [Electronic resource] / M. Baldicchi. – 1999. – Mode of access: <http://arxiv.org/pdf/hep-ph/9911268>. – Date of access: 14.02.2000.

17. Ebert, D. Kaon polarizability in the Nambu-Jona-Lasinio model at zero and finite temperature / D. Ebert, M. K. Volkov // Phys. Atom. Nucl. – 1997. – Vol. 60. – P. 796–803.

18. Arbuzov, B. A. NJL model derived from QCD / B. A. Arbuzov, M. K. Volkov, I. V. Zaitsev // Int. J. Mod. Phys. – 2006. – Vol. A21. – P. 5721–5742.

19. Bogush, A. A. Singlet - triplet splitting of the states (c anti-c) and (b anti-b) in the relativistic quark model/ A. A. Bogush, A. V. Ostapenko, E. A. Tolkachev // Yad. Fiz. – 1980. – Vol. 31. – P. 188–192.

20. Godfrey, S. Mesons in a relativized quark model with chromodynamics / S. Godfrey, N. Isgur // Phys. Rev. – 1985. – Vol. D32. – P. 189–231.

21. Gromes, D. Theoretical understanding of quark forces / D. Gromes. – Heidelberg, 1989. – 64 P. – Preprint Institute of Theoretical Physics №HD-THEP-89-17.

22. Lucha, W. Relativistic treatment of fermion anti-fermion bound states / W. Lucha, H. Rupperecht, F. F. Schoberl // Phys. Rev. – 1991. – Vol. D44. – P. 242–249.

23. Lucha, W. Bound states of quarks / W. Lucha, F. F. Schoberl, D. Gromes // Phys. Rept. – 1991. – Vol. 200. – P. 127–240.

24. Godfrey, S. Light-meson spectroscopy / S. Godfrey, J. Napolitano // Review of Mod. Phys. – 1999. – Vol. 71, №5. – P. 1411–1462.

25. Spectrum of charmed quark-antiquark bound states / E. Eichten, T. Kinoshita, K. Gottfried [et al.] // Phys.Rev.Lett. – 1975. – Vol. 34. – P. 369–372.

26. Charmonium: the model / E. Eichten [et al.] // Phys.Rev. – 1978. – Vol. D17. – P. 3090.

27. Charmonium: comparison with experiment / E. Eichten [et al.] //



Phys.Rev. – 1980. – Vol. D21. – P. 203.

28. Description of the heavy quark systems by means of energy dependent potentials [Electronic resource] / R. Lombard [et al.] – 2004. – Mode of access: <http://arxiv.org/pdf/hep-ph/0411067>. – Date of access: 24.01.2005.

29. Carlson, J. A quark model for baryons based on quantum chromodynamics / J. Carlson, J. B. Kogut, V. R. Pandharipande // Phys. Rev. – 1983. – Vol. D27. – P. 233.

30. Carlson, J. Hadron spectroscopy in a flux tube quark model / J. Carlson, J. B. Kogut, V. R. Pandharipande // Phys. Rev. – 1983. – Vol. D28. – P. 2807.

31. Томильчик, Л. М. Эффекты конфайнмента кварков в конформно-плоской фоновой метрике / Л. М. Томильчик // В сб. науч. трудов “Ковариантные методы в теоретической физике. Физика элементарных частиц и теория относительности” / под ред. А. А. Богуша, Л. М. Томильчика Институт физики НАН Беларуси. – Вып. 5. – Минск: Институт физики НАН Беларуси, 2001. – С. 155–161.

32. Tomilchik, L. M. Conformally flat static background metric in relativistic quarkonium models / L. M. Tomilchik // Proc. of Int. school-seminar “Actual problems of particle physics”, August 7 – 16, 2001, Gomel, Belarus / ed. by E. Board JINR. – Vol. 2. – Dubna: JINR, 2002. – P. 38–45.

33. Ефимов, Г. В. Нелокальная модель кварков / Г. В. Ефимов, М. А. Иванов // Физика элементарных частиц и атомного ядра (ЭЧАЯ). – 1981. – Т. 12, № 5. – С. 1220–1274.

34. Polarizability of  $\pi$  mesons in the confined quark model / E. Z. Avakian, S. L. Avakian, G. V. Efimov, M. A. Ivanov // Sov. J. Nucl. Phys. – 1989. – Vol. 49. – P. 867–872.

35. Ivanov, M. A. Pion and kaon polarizabilities in the quark confinement model / M. A. Ivanov, T. Mizutani // Phys. Rev. – 1992. – Vol. D45. – P. 1580–1601.

36. Dorokhov, A. E. Pion radii in nonlocal chiral quark model / A. E. Dorokhov, A. E. Radzhabov, M. K. Volkov // Eur. Phys. J. – 2004. – Vol. A21. – P. 155–159.

37. Dorokhov, A. E. Spin effects in instanton model / A. E. Dorokhov // Czech. J. Phys. – 2002. – Vol. 52. – P. C79–C89.

38. Dorokhov, A. E. Adler function and hadronic contribution to the muon  $g - 2$  in a nonlocal chiral quark model / A. E. Dorokhov // Phys. Rev. – 2004. – Vol. D70. – P. 094011.

39. Dorokhov, A. E. Instanton contributions to the quark form factor / A. E. Dorokhov, I. O. Cherednikov // Phys. Rev. – 2002. – Vol. D66. – P. 074009.

40. Crater, H. W. Two-body Dirac equations for meson spectroscopy / H. W. Crater, P. Van Alstine // Phys. Rev. – 1988. – Vol. D37. – P. 1982–2000.
41. Brayshaw, D. D. Relativistic description of quarkonium / D. D. Brayshaw // Phys. Rev. – 1987. – Vol. D36. – P. 1465.
42. Crater, H. W. Meson meson scattering in relativistic constraint dynamics / H. W. Crater, C.-Y. Wong // J. Phys. Conf. Ser. – 2005. – Vol. 9. – P. 178–182.
43. Meson form-factors and the quark-based linear sigma model / M. D. Scadron, F. Kleefeld, G. Rupp, E. van Beveren // Fizika. – 2004. – Vol. B13. – P. 43–56.
44.  $B$  meson decay constant from two-flavor lattice QCD with non-relativistic heavy quarks / A. Ali Khan [et al.] // Phys. Rev. – 2001. – Vol. D64. – P. 054504.
45. Semileptonic decays of  $D$  mesons in three-flavor lattice QCD / C. Aubin [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 2005. – Vol. 94. – P. 011601.
46. Bernard, C. W. Heavy quark physics on the lattice / C. W. Bernard // Nucl. Phys. Proc. Suppl. – 2001. – Vol. 94. – P. 159–176.
47. Penin, A. A. Heavy-light meson decay constant from QCD sum rules in three-loop approximation / A. A. Penin, M. Steinhauser // Phys. Rev. – 2002. – Vol. D65. – P. 054006.
48. Leptonic decay constants  $f(D/s)$  and  $f(D)$  in three flavor lattice QCD / J. N. Simone [et al.] // Nucl. Phys. Proc. Suppl. – 2005. – Vol. 140. – P. 443–445.
49. Федоров, Ф. И. Вектор-параметр и релятивистская кинематика / Ф. И. Федоров // ТМФ. – 1970. – Т. 96, № 3. – С. 343–349.
50. Федоров, Ф. И. К теории спина / Ф. И. Федоров // Весці АН БССР. Сер.фіз.-тэхн. навук. – 1973. – № 1. – С. 86–91.
51. Богуш, А. А. Конечные преобразования группы Лоренца и ее представлений / А. А. Богуш, Л. Г. Мороз. – Минск, БССР: Институт Физики АН БССР, 1970. – 51 с. – (Препринт ИФ АНБ №5).
52. Федоров, Ф. И. Группа Лоренца / Ф. И. Федоров. – Москва: Наука, 1979. – 384 с.
53. Богуш, А. А. Ковариантное описание спиновых релятивистских частиц и его применение / А. А. Богуш, Ф. И. Федоров // Весці АН БССР. Сер.фіз.-тэхн. навук. – 1962. – № 2. – С. 26–38.
54. Богуш, А. А. Общий расчет матричных элементов продольно-поляризованных частиц / А. А. Богуш // Вести АН БССР. Сер.физ.-тех. наук. – 1964. – № 2. – С. 29–38.
55. Федоров, Ф. И. О матричных элементах квантовой электродинамики / Ф. И. Федоров // ТМФ. – 1974. – Т. 18, № 3. – С. 329–338.
56. Федоров, Ф. И. Ковариантное вычисление матричных элементов / Ф.

И. Федоров // Известия Вузов. Физика. – 1980. – № 2. – С. 32–45.

57. Галынский, М. В. Диагональный спиновый базис и вычисление процессов с поляризованными частицами / М. В. Галынский, С. М. Сикач // ЭЧАЯ. – 1998. – Т. 29. – С. 1133–1193.

58. Биквартернионы 4-скоростей и кинематика реакции  $\gamma + A \rightarrow \gamma' + B + C$  в 3-пространстве Лобачевского / А. А. Богуш, И. Л. Бородкина, Ю. А. Курочкин, М. И. Левчук. – Минск, БССР: ИФ АН БССР, 1989. – 30 с. – (Препринт Института Физики №567).

59. Березин, А.В. Кватернионы в релятивистской физике / А.В. Березин, Ю.А. Курочкин, Е.А. Толкачев. – Минск: Наука и техника, 1989. – 198 с.

60. Бабич, А. А. Условия локальной калибровочной релятивистской инвариантности универсальных нелинейных уравнений первого порядка в теории фундаментальных взаимодействий / А. А. Бабич, В. И. Кувшинов, Ф. И. Федоров // Доклады АН СССР. – 1982. – Т. 257, №5. – С. 1093–1097.

61. Богуш, А. А. Введение в калибровочную полевую теорию электро-слабых взаимодействий / А. А. Богуш. – Минск: Наука и техника, 1987. – 359 с.

62. Стражев, В. И. Уравнение Дирака-Кэлера. Классическое поле / В. И. Стражев, И. А. Сатиков, Д. А. Ционенко. – Минск: БГУ, 2007. – 195 с.

63. Dirac, P. A. M. Forms of relativistic dynamics / P. A. M. Dirac // Rev. of Modern Phys. – 1949. – Vol. 21. – P. 392–399.

64. Foldy, L. L. Relativistic particle systems with interaction / L. L. Foldy // Phys. Rev. – 1961. – Vol. 122, №1. – P. 275–288.

65. Zhou, S.-G. S wave meson spectra from the light cone harmonic oscillator model with a consistent hyperfine interaction / S.-G. Zhou, H.-C. Pauli // J. Phys. – 2004. – Vol. G30. – P. 983–988.

66. Pauli, H.-C. A linear potential in a light cone QCD inspired model [Electronic resource] / H.-C. Pauli. – 2003. – Mode of access: <http://arxiv.org/pdf/hep-ph/0312299>. – Date of access: 14.01.2004.

67. Electromagnetic form-factors of the rho meson in a light front constituent quark model / F. Cardarelli [et al.] // Phys. Lett. – 1995. – Vol. B349. – P. 393–399.

68. Simula, S. Calculation of the Isgur-Wise function from a light-front constituent quark model / S. Simula // Phys. Lett. – 1996. – Vol. B373. – P. 193–199.

69. Gross, F. Current conservation and interaction currents in relativistic meson theories / F. Gross, D. O. Riska // Phys. Rev. – 1987. – Vol. C36. – P. 1928.

70. Lev, F. M. Exact construction of the electromagnetic current operator for relativistic composite systems [Electronic resource] / F. M. Lev. – 1994. – Mode of access: <http://arxiv.org/pdf/hep-ph/9403222>. – Date of access: 14.10.1999.

71. Крутов, А. Ф. Построение формфакторов составных систем с помощью обобщенной теоремы Вигнера-Эккарта для группы Пуанкаре / А. Ф. Крутов, В. Е. Троицкий // Теоретическая и математическая физика. – 2005. – Т.143, № 2. – С. 258–277.

72. Eides, M. I. New polarization operator contributions to Lamb shift and hyperfine splitting / M. I. Eides, V. A. Shelyuto // Phys. Rev. – 2003. – Vol. A68. – P. 042106.

73. Jentschura, U. D. Techniques in analytic Lamb shift calculations / U. D. Jentschura // Mod. Phys. Lett. – 2005. – Vol. A20. – P. 2261–2276.

74. Blokland, I. Expansion of bound-state energies in powers of  $m/M$  and  $(1 - m/M)$  / I. Blokland, A. Czarnecki, K. Melnikov // Phys. Rev. – 2002. – Vol. D65. – P. 073015.

75. Korzinin, E. Y. Vacuum polarization in muonic and antiprotonic atoms: The fine structure at medium  $Z$  / E. Y. Korzinin, V. G. Ivanov, S. G. Karshenboim // Eur. Phys. J. – 2007. – Vol. D41. – P. 1–7.

76. Богуш, А. А. О квантовомеханической задаче Кеплера в трехмерном пространстве Лобачевского / А. А. Богуш, Ю. А. Курочкин, В. С. Отчик // Доклады АН БССР. – 1980. – Т. 24, №1. – С. 19–22.

77. Tomilchik, L. M. P-parity violation in the dyogen spectrum / L. M. Tomilchik, E. A. Tolkachev, Y. M. Snhir // J. Phys. G. – 1988. – Vol. 14, №1. – P. 1–7.

78. Томильчик, Л. М. Атом “диогена” во внешнем поле и несохранение Р-четности / Л. М. Томильчик, Е. А. Толкачев, . М. Шнир // Ядерная физика. – 1989. – Т. 50, № 2. – С. 442–446.

79. Bardin, D. Y. On exact calculation of the lowest-order eletromagnetic correction to the point elastic particle scattering / D. Y. Bardin, N. M. Shumeiko // Nucl. Phys. – 1977. – Vol. B127, №2. – P. 242–258.

80. Kukhto, T. V. Radiative corrections in polarized electron muon elastic scattering / T. V. Kukhto, N. M. Shumeiko, S. I. Timoshin // J. Phys. — 1987. — Vol. G13. — P. 725–734.

81. Probing non-standard bosonic interactions via  $W$ -boson pair production at lepton colliders / K. Hagiwara [et al.]// Nuclear Physics B. – 1997. – Vol. 496, №1. – P. 66–102.

82. Boyarkin, O. Probing physics beyond the Standard Model / O. Boyarkin // Acta Phys. Polon. – 1994. – Vol. B25. – P. 287–308.

83. Pankov, A. A. Manifestations of heavy extra neutral  $E(6)$  gauge bosons in  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$  at LEP-2 / A. A. Pankov, N. Paver // Phys. Lett. – 1991. – Vol. B272. – P. 425–430.
84. Pankov, A. A. Initial longitudinal polarization in  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$  as a tool to probe trilinear gauge boson couplings / A. A. Pankov, N. Paver // Phys. Lett. – 1994. – Vol. B324. – P. 224–230.
85. Боголюбов, Н. Н. Введение в теорию квантовых полей / Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков. – Москва: Наука. Главная ред. физ.-мат. лит-ры, 1984. – 600 с.
86. Ахиезер, А. И. Квантовая электродинамика / А. И. Ахиезер, В. Б. Берестецкий. – Москва: Наука, 1981. – 432 с.
87. Eides, M. I. Theory of light hydrogenlike atoms / M. I. Eides, H. Grotch, V. A. Shelyuto // Phys. Rept. – 2001. – Vol. 342. – P. 63–261.
88. High-precision determination of the electric and magnetic form factors of the proton / J. Bernauer [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 2010. – Vol. 105. – P. 242001.
89. Kelly, J. J. Simple parametrization of nucleon form factors / J. J. Kelly // Phys. Rev. – 2004. – Vol. C70. – P. 068202
90. Electromagnetic form factors of the nucleon: new fit and analysis of uncertainties / W. Alberico [et al.] // Phys. Rev. – 2009. – Vol. C79. – P. 065204.
91. Review of Particle Physics / K. A. Olive [et al.] // Chin. Phys. C. – 2014. – Vol. 38. – P. 090001.
92. The  $B$  meson decay constant from unquenched lattice QCD / A. Gray [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 2005. – Vol. 95. – P. 212001.
93. Measurement of  $B \rightarrow \tau + \bar{\nu}_\tau$  decay with a semileptonic tagging method [Electronic resource] / I. Adachi [et al.] // hep-ex/0809.3834. – 2008. – Mode of access: <http://arxiv.org/pdf/hep-ex/0809.3834>. – Date of access: 14.01.2009.
94. Search for the rare leptonic decays  $B^+ \rightarrow \ell^+ + \nu_\ell (\ell = e, \mu)$  / B. Aubert [et al.] // Phys. Rev. – 2009. – Vol. D79. – P. 091101.
95. A search for  $B^+ \rightarrow \tau^+ \nu$  with hadronic  $B$  tags / B. Aubert [et al.] // Phys. Rev. – 2008. – Vol. D77. – P. 011107.
96. Holstein, B. R. Sum rules for magnetic moments and polarizabilities in QED and chiral effective-field theory / B. R. Holstein, V. Pascalutsa, M. Vanderhaeghen // Phys. Rev. – 2005. – Vol. D72, №9. – P. 094014.
97. Review of Particle Physics / K. Nakamura [et al.] // Journal of Physics G. – 2010. – Vol. 37. – P. 075021.
98. Pasquini, B. Higher order forward spin polarizability / B. Pasquini, P. Pedroni, D. Drechsel // Phys. Lett. – 2010. – Vol. B687. – P. 160–166.

99. Gerasimov, B. S. Scattering of light of low frequency and the charged particle polarizability/ B. S. Gerasimov, L. D. Soloviev// Nucl. Phys. – 1965. – Vol. 75. – P. 589–592.
100. Крутов, А. Ф. Электрослабые свойства легких мезонов в релятивистской модели составных кварков/ А. Ф. Крутов// ЯФ. – 1997. – Т. 60, № 8. – С. 1442–1450.
101. A measurement of the kaon charge radius/ S. R. Amendolia [et al.]// Phys. Lett. – 1986. – Vol. B178. – P. 435–454.
102.  $K(S)$  regeneration on electrons from 30–Gev/ $c$  to 100–Gev/ $c$  : a measurement of the  $K_0$  radius/ W. R. Molzon [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 1978. – Vol. 41. – P. 1213.
103. Investigation of  $K(L,S) \rightarrow \pi^+\pi^-e^+e^-$  decays/ A.Lai [et al.]// Eur. Phys. J. – 2003. – Vol. C30. – P. 33–49.



## Список публикаций соискателя по теме диссертации

### Статьи в научных журналах:

1–А. Андреев, В. В. К вопросу о разделении спинового и орбитального моментов системы двух релятивистских частиц / В. В. Андреев, Л. Г. Мороз // Весці АН БССР. Сер. фіз.-мат. навук. – 1982. – № 5. – С. 65–72.

2–А. Andreev, V. V. Role of beam polarization in the determination of  $WW\gamma$  and  $WWZ$  coupling from  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$  / V. V. Andreev, A. A. Pankov, N. Paver // Phys. Rev. D. – 1996. – Vol. 53, № 5. – P. 2390–2402.

3–А. Андреев, В. В. Модельно независимый анализ трехбозонных электрослабых взаимодействий на линейных  $e^+e^-$  – коллайдерах / В. В. Андреев, А. А. Панков // Ядерная физика. – 1996. – Т. 59, № 10. – С. 1788–1806.

4–А. Андреев, В. В. Модельно независимый анализ трехбозонных констант связи на коллайдере LEP200 с поперечно-поляризованными  $e^+e^-$  – пучками / В. В. Андреев, А. А. Панков // Ядерная физика. – 1997. – Т. 60, № 3. – С. 471–483.

5–А. Андреев, В. В. Электрослабые характеристики адронов в релятивистских кварковых моделях / В. В. Андреев, Н. В. Максименко, О. М. Дерюжкова // Вестник Фонда Фундаментальных Исследований. – 1999. – № 3. – С. 14–31.

6–А. Андреев, В. В. Точечная форма релятивистской гамильтоновой динамики и электромагнитный радиус пиона / В. В. Андреев, А. В. Сосновский // Известия ГГУ им. Ф. Скорины. – 2001. – № 5(8). – С. 8–12.

7–А. Andreev, V. V. The Nyström method for solving state  $q\bar{q}$  equations in momentum space with QCD -inspired potential / V. V. Andreev, A. A. Yuchko // Nonlinear phenomena in complex systems. – 2005. – Vol. 8, № 4. – P. 351–358.

8–А. Андреев, В. В. Релятивистский межкварковый потенциал / В. В. Андреев, А. А. Ючко // Известия Вузов. Физика. – 2006. – № 11. – С. 87–94.

9–А. Андреев, В. В. Релятивистский потенциал системы кварк-антикварк / В. В. Андреев, А. А. Ючко // Известия ГГУ им. Ф. Скорины. – 2006. – № 6(39), часть 2. – С. 116–120.

10–А. Андреев, В. В. Аналитические вычисления для амплитуд процессов с участием элементарных частиц / В. В. Андреев, А. М. Сейтлиев // Известия ГГУ им. Ф. Скорины. – 2006. – № 6(39), часть 2. – С. 36–39.

11–А. Андреев, В. В. Статическая электрическая поляризуемость  $\pi^0$ -мезона в пуанкаре-ковариантной модели со скалярными кварками / В. В. Андреев, Н. В. Максименко // Известия ГГУ им. Ф. Скорины. – 2001. – № 5(8). – С. 13–17.

12–А. Андреев, В. В. Электрическая комптоновская поляризуемость каонов в релятивистской гамильтоновой динамике / В. В. Андреев, А. Ф. Крутов // Вестник Самарского Государственного Университета. Естественно-научная серия. Специальный выпуск. – 2004. – С. 111–127.

13–А. Андреев, В. В. Водородоподобная система в релятивистской гамильтоновой динамике / В. В. Андреев, Вас.В. Андреев, Т. В. Шишкина // Известия ГГУ им. Ф. Скорины. – 2006. – № 6(39), часть 1. – С. 13–17.

14–А. Андреев, В. В. О вигнеровских вращениях спиновых базисов в векторной параметризации группы Лоренца / В. В. Андреев // Весці АН БССР. Сер. фіз.-мат. навук. – 1988. – № 3. – С. 73–78.

15–А. Andreev, V. V. Spinor techniques for massive fermions with arbitrary polarization / V. V. Andreev // Phys. Rev. D. – 2000. – Vol. 62, № 1. – P. 014029–1–014029–8.

16–А. Андреев, В. В. Описание лептонных распадов в рамках пуанкаре-ковариантной кварковой модели / В. В. Андреев // Весці НАН Беларусі. Сер.фіз.-мат. навук. – 2000. – № 2. – С. 93–98.

17–А. Андреев, В. В. Улучшенная спинорная техника расчетов амплитуд процессов с массивными фермионами / В. В. Андреев // Известия ВУЗов. Физика. – 2000. – № 11. – С. 9–14.

18–А. Андреев, В. В. Бесшпуровой метод вычисления амплитуд реакций с участием безмассовых фермионов / В. В. Андреев // Известия ВУЗов. Физика. – 2001. – № 7. – С. 12–17.

19–А. Andreev, V. V. Analytical calculation of quantum electrodynamics  $S$ -matrix / V. V. Andreev // Nuclear Inst. and Methods in Physics Research, A. – 2003. – Vol. 502, №2-3. – P. 605–606.

20–А. Andreev, V. V. Analytical calculation of  $S$ -matrix elements of reaction with fermions / V. V. Andreev // Nuclear Inst. and Methods in Physics Research, A. – 2003. – Vol. 502, №2-3. – P. 607–609.

21–А. Андреев, В. В. Аналитическое вычисление фейнмановских амплитуд / В. В. Андреев // Ядерная физика. – 2003. – Т. 66, № 2. – С. 410–420.

22–А. Andreev, V. V. Scattering QCD amplitudes with massive fermions using recursive relations / V. V. Andreev // Nonlinear phenomena in complex systems. – 2009. – Vol. 12, № 4. – P. 338–342.

23–А. Андреев, В. В. Анализ аномальных трехбозонных констант в реакции  $e^-e^+ \rightarrow W^+W^-$  на линейных коллайдерах / В.В. Андреев, Вас.В. Андреев, А.А. Панков // Известия ГГУ им. Ф. Скорины. – 2009. – № 4(55), часть 2. – С. 56–65.

24–А. Андреев, В. В. Электромагнитная структура  $W^\pm$ -бозонов на уско-

рителях будущего поколения / В.В. Андреев, Вас.В. Андреев, А.А. Панков // Известия ГГУ им. Ф. Скорины. – 2009. – № 5(56). – С. 118–122.

25–А. Андреев, В. В. Пуанкаре-ковариантная модель водородоподобных систем. Релятивистские эффекты высших порядков / В. В. Андреев // Известия ГГУ им. Ф. Скорины. – 2009. – № 1 (52). – С. 114–124.

26–А. Андреев, В. В. Электромагнитные радиусы мезонов в пуанкаре-ковариантной кварковой модели / В. В. Андреев // Известия ГГУ им. Ф. Скорины. – 2009. – № 5(56). – С. 123–128.

27–А. Андреев, В. В. Поляризуемости псевдоскалярных мезонов в пуанкаре-ковариантной кварковой модели / В. В. Андреев, Н. В. Максименко // Веснік Брэсцкага ўніверсітэта. Сер. прыродазнаўчых навук. – 2009. – № 2(33). – С. 36–45.

28–А. Андреев, В. В. Электромагнитные характеристики мезонов в пуанкаре-ковариантной кварковой модели / В. В. Андреев, А. М. Сейтлиев // Известия ГГУ им. Ф. Скорины. – 2009. – № 4(55), часть 2. – С. 66–76.

29–А. Андреев, В. В. Лептонные распады мезонов и поведение константы КХД в непertурбативной области / В. В. Андреев, А. А. Ючко // Известия ГГУ им. Ф. Скорины. – 2009. – № 4(55), часть 2. – С. 77–87.

30–А. Андреев, В. В. Электромагнитная структура  $W^\pm$  - бозонов в реакции  $e^-e^+ \rightarrow W^+W^-$  / Вас.В. Андреев, В. В. Андреев, А. А. Панков // Известия ВУЗов. Физика. – 2010. – № 1. – С. 15–22.

31–А. Andreev, V. V. Proton form factor corrections in hydrogenic atoms / V. V. Andreev // Nonlinear phenomena in complex systems. – 2011. – Vol. 14, № 2. – P. 149–158.

32–А. Андреев, В. В. Область константы КХД ниже 1 ГэВ в пуанкаре-ковариантной модели / В. В. Андреев // Письма в ЭЧАЯ. – 2011. – Т. 8, № 4 (167). – С. 581–596.

33–А. Андреев, В. В. Квантовая механика в импульсном пространстве: вычисление матричных элементов с логарифмической сингулярностью / В. В. Андреев // Известия ГГУ им. Ф. Скорины. – 2011. – № 4(67). Естественные науки. – С. 69–77.

34–А. Андреев, В. В. Квантовые и релятивистские эффекты для двухчастичных систем с корнелским потенциалом / В. В. Андреев, К. С. Бабиш // Проблемы физики, математики и техники. – 2011. – № 3(8). – С. 7–14.

35–А. Андреев, В. В. Решение интегральных уравнений для квантовых двухчастичных систем с корнелским потенциалом в импульсном пространстве / В. В. Андреев, К. С. Бабиш // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2011. – № 3. – С. 54–59.

36–А. Андреев, В. В. Моделирование поведения бегущей константы КХД / В. В. Андреев, К. С. Бабич // Известия ГГУ им. Ф. Скорины. – 2011. – № 6(69). Естественные науки. – С. 16–22.

37–А. Андреев, В. В. Электромагнитные формфакторы псевдоскалярных мезонов / В. В. Андреев, А. Ф. Крутов // Вестник Самарского государственного университета. Естественная серия. – 2011. – № 2 (83). – С. 148–163.

38–А. Андреев, В. В. Поляризуемость элементарных частиц в теоретико-полевым подходе / В. В. Андреев, Н. В. Максименко // Проблемы физики, математики и техники. – 2011. – № 4(9). – С. 7–11.

39–А. Андреев, В. В. Квазистатические динамические поляризуемости спинорной частицы в КЭД / В. В. Андреев, А. М. Сейтлиев // Известия ГГУ им. Ф. Скорины. – 2011. – № 4(67). Естественные науки. – С. 90–99.

40–А. Андреев, В. В. Описание комптоновского рассеяния в квантовой электродинамике методом инвариантных амплитуд / В. В. Андреев, А. М. Сейтлиев // Весці НАН Беларусі. Сер.фіз.-мат. навук. – 2011. – № 3. – С. 60–65.

41–А. Андреев, В. В. Вычисление ядра уравнения релятивистской двух-фермионной системы / В. В. Андреев // Весці НАН Беларусі. Сер.фіз.-мат. навук. – 2012. – № 1. – С. 88–95.

42–А. Андреев, В. В. Релятивистское обобщение корнельского потенциала: пертурбативная часть / В. В. Андреев, К. С. Бабич // Известия ГГУ им. Ф. Скорины. – 2012. – № 6(75). Естественные науки. – С. 23–30.

43–А. Уравнения движения адронов спина ноль и половина в электромагнитном поле с учетом электромагнитных характеристик / В. В. Андреев, О. М. Дерюжкова, Н. В. Максименко, А. Н. Сердюков // Известия ГГУ им. Ф. Скорины. – 2012. – №6(75). Естественные науки. – С. 15–22.

44–А. Андреев, В. В. Квазистатические поляризуемости спинорной частицы в КЭД / В. В. Андреев, А. М. Сейтлиев // Известия Вузов. Физика. – 2012. – № 12. – С. 44–50.

45–А. Андреев, В. В. Ковариантное представление спиновых поляризуемостей нуклона / В. В. Андреев, О. М. Дерюжкова, Н. В. Максименко // Проблемы физики, математики и техники. – 2014. – № 3(20). – С. 7–12.

46–А. Андреев, В. В. Вычисление фейнмановских диаграмм техникой блоков / В. В. Андреев // Проблемы физики, математики и техники. – 2014. – № 2(19). – С. 7–12.

47–А. Andreev, V. V. Covariant equations of motion of a spin 1/2 particle in an electromagnetic field with allowance for polarizabilities / V. V. Andreev, O. M. Deryuzhkova, N. V. Maksimenko // Russian Physics Journal. – 2014. –

**Монографии:**

48–А. Андреев, В. В. Методы вычисления амплитуд в квантовополевых теориях и моделях / В. В. Андреев. – Гомель: УО “Гомельский государственный университет им.Ф. Скорины”, 2004. – 235 с.

49–А. Андреев, В. В. Пуанкаре-ковариантные модели двухчастичных систем с квантовополевыми потенциалами / В. В. Андреев. – Гомель: УО “Гомельский государственный университет им.Ф. Скорины”, 2008. – 294 с.

**Статьи в сборниках трудов конференций:**

50–А. Andreev, V. V. Relativistic charge form factors of free two-particle system / V. V. Andreev // Proc. of the Second Annual Seminar “Nonlinear phenomena in complex systems”. February 15–17, 1993, Polatsk, Belarus / ed. by V. I. Kuvshinov, D. W. Serow. – Saint-Petersburg, 1994. – P. 139–142.

51–А. Andreev, V. V. Relativistic quark model of electroweak two-particle decays of mesons / V. V. Andreev // Proc. of Third Annual Seminar NPC’s’94 “Nonlinear phenomena in complex systems”. February 14 – 16, 1994, Polatsk, Belarus / ed. by V. I. Kuvshinov, G. Krylov; Institute of Physics. – Minsk, 1995. – P. 141–144.

52–А. Andreev, V. V. Model independent analysis of anomalous three-linear gauge boson self-interactions at  $e^+e^-$  colliders / V. V. Andreev, A. A. Pankov // Proceedings of the Fourth Annual Seminar NPC’s’95 “Nonlinear phenomena in complex systems”. February 6 – 9, 1995, Minsk, Belarus. / ed. by V. I. Kuvshinov, G. Krylov; Institute of Physics. – Minsk, 1996. – P. 10–16.

53–А. Andreev, V. V. Electroweak decays of pseudoscalar mesons in the relativistic quantum mechanics / V. V. Andreev, I. Y. Gukova // Proceedings of the Fifth Annual Seminar NPC’s’96 “Nonlinear phenomena in complex systems”. February 12 – 15, 1996, Minsk, Belarus / ed. by V. I. Kuvshinov, G. Krylov; Institute of Physics. – Minsk: Institute of Physics, 1997. – P. 16–22.

54–А. Andreev, V. V. The Poincare-covariant quark model of decay constants in the heavy mass limit / V. V. Andreev // Proc. of Int. school-seminar “Actual problems of particle physics”. “Accelerators physics, LHC program, Physics “in” and “out” the framework of Standard Model, Soft and Hard QCD Processes, Quantum field theory, Relativistic Nuclear Physics”. August 8 – 17, 1997, Gomel, Belarus / ed. by P. Kuzhir; JINR. – Vol. 1. –Dubna: JINR, 1998. – P. 284–289.

55–А. Andreev, V. V. Electroweak characteristics of mesons in the relativistic quark model / V. V. Andreev, N. V. Maksimenko // Proc. of Int. school-seminar



“Actual problems of particle physics”. “Accelerators physics, LHC program, Physics “in” and “out” the framework of Standard Model, Soft and Hard QCD Processes, Quantum field theory, Relativistic Nuclear Physics ”. August 8 – 17, 1997, Gomel, Belarus / ed. by P. Kuzhir; JINR. – Vol. 1. – Dubna: JINR, 1998. – P. 270–283. – (E-print archive: hep-ph/9912296).

56–A. Andreev, V. V. One of form spinor techniques for calculating processes with massive fermions / V. V. Andreev // Proceedings of the Sixth Annual Seminar NPCS’97 “Nonlinear phenomena in complex systems ”. February 10 – 13, 1997, Minsk, Belarus / ed. by V. I. Kuvshinov, L. Babichev; Institute of Physics. – Minsk: Institute of Physics, 1999. – P. 86–90.

57–A. Andreev, V. V. Mesons in relativistic Hamiltonian dynamics / V. V. Andreev // Proc. of Int. school-seminar “Actual problems of particle physics ”. “Accelerators physics, LHC program, Physics “in” and “out” the framework of Standard Model, Soft and Hard QCD Processes, Quantum field theory, Relativistic Nuclear Physics”. July 30 – August 8, 1999, Gomel, Belarus / ed. by E. Board; JINR. – Vol. 2. – Dubna: JINR, 2000. – P. 79–83.

58–A. Andreev, V. V. Leptonic decays of mesons in a Poincare-covariant of quark model / V. V. Andreev // Proceedings of the Seventh Annual Seminar NPCS’98 “Nonlinear phenomena in complex systems”. 1998, Minsk, Belarus / ed. by V. I. Kuvshinov, L. Babichev; Institute of Physics. – Minsk: Institute of Physics, 2000. – P. 80–88.

59–A. Andreev, V. V. Decay Constant of Pseudoscalar Meson in the Heavy Mass Limit / V. V. Andreev // Proceedings of the Seventh Annual Seminar NPCS’98 “Nonlinear phenomena in complex systems”. 1998, Minsk, Belarus / ed. by V. I. Kuvshinov, L. Babichev; Institute of Physics. – Minsk: Institute of Physics, 2000. – P. 89–93.

60–A. Andreev, V. V. One kind of spinor techniques for massive fermions / V. V. Andreev // Proceedings of the XIVth International Workshop High Energy Physics and Quantum Field Theory QFTHEP’99, Moscow, May 27 – June 2, 1999 / ed. by B. Levchenko, V. Savrin; INP Moscow State University. – Moscow: INP Moscow State University, 2000. – P. 310–314. – (E-print archive: hep-ph/9911328).

61–A. Andreev, V. V. Method of basis spinors of the calculating of the Feynman diagrams / V. V. Andreev // Proceedings of the XVth International Workshop High Energy Physics and Quantum Field Theory QFTHEP’2000, Tver, Russia, 2000 / ed. by M. Dubinin, V. Savrin; INP Moscow State University. – Moscow: INP Moscow State University, 2001. – P. 192–197.

62–A. Andreev, V. V. Isotropic tetrad and symbolic calculation of Feynman diagrams / V. V. Andreev // Proc. of Int. school-seminar “Actual problems of



particle physics ”. August 7 – 16, 2001, Gomel, Belarus / ed. by E. Board; JINR. – Vol. 2. – Dubna: JINR, 2002. – P. 77–92.

63–A. Andreev, V. V. Nontrace method of evaluation of scattering amplitudes with massless fermions / V. V. Andreev // Proceedings of the Xth Annual Seminar NPC’s’2001 “Nonlinear phenomena in complex systems ”. 2001 , Minsk, Belarus / ed. by V. I. Kuvshinov, L. Babichev; Institute of Physics. – Minsk: Institute of Physics, 2002. – P. 20–26.

64–A. Andreev, V. V. Static polarizability of relativistic two-particle bound system / V. V. Andreev, N. V. Maksimenko // Proc. of Int. school-seminar “Actual problems of particle physics”. August 7 – 16, 2001, Gomel, Belarus / ed. by E. Board; JINR. – Vol. 2. – Dubna: JINR, 2002. – P. 128–139.

65–A. Andreev, V. V. The point form of relativistic Hamiltonian dynamics and pion electromagnetic radius / V. V. Andreev, A. V. Sosnovsky // Proc. of Int. school-seminar “Actual problems of particle physics”. August 7 – 16, 2001, Gomel, Belarus / ed. by E. Board; JINR. – Vol. 2. – Dubna: JINR, 2002. – P. 140–144.

66–A. Andreev, V. V. Algebra of creation and annihilation operators in a symbolic calculation system “Mathematica” / V. V. Andreev, A. A. Yuchko // Proc. of Int. school-seminar “Actual problems of particle physics”, August 7 – 16, 2001, Gomel, Belarus / ed. by E. Board; JINR. – Vol. 2. – Dubna: JINR, 2002. – P. 93–97.

67–A. Andreev, V. V. Analytical calculations of  $S$ -matrix element for massive fermions with an arbitrary polarization / V. V. Andreev // Proceedings of the XIth Annual Seminar NPC’s’2002 “Nonlinear phenomena in complex systems”, May 13 – 16, 2002, Minsk, Belarus / ed. by V. I. Kuvshinov, L. Babichev; B.I. Stepanov Institute of Physics. – Minsk: Institute of Physics, 2003. – P. 24–35.

68–A. Lepton decays of the heavy–light pseudoscalar mesons in the instant Hamiltonian dynamics / V. V. Andreev, A. F. Krutov, O. I. Shro, V. E. Troitsky // Proceedings of the XIth Annual Seminar NPC’s’2002 “Nonlinear phenomena in complex systems ”, May 13 – 16, 2002, Minsk, Belarus / ed. by V. I. Kuvshinov, L. Babichev; B.I. Stepanov Institute of Physics. – Minsk: Institute of Physics, 2003. – P. 36–41.

69–A. Andreev, V. V. Static electric polarizabilities of electric neutral pseudoscalar and vector mesons in RHD / V. V. Andreev, N. V. Maksimenko // Proceedings of the XIth Annual Seminar NPC’s’2002 “Nonlinear phenomena in complex systems ”, May 13 – 16, 2002, Minsk, Belarus / ed. by V. I. Kuvshinov, L. Babichev; B.I. Stepanov Institute of Physics. – Minsk: Institute of Physics, 2003. – P. 190–195.

70–A. Andreev, V. V. Variational method for solving bound state problems and analytical calculations / V. V. Andreev, A. V. Sosnovsky // Proceedings of

the XIth Annual Seminar NPC'S'2002 "Nonlinear phenomena in complex systems", May 13 – 16, 2002, Minsk, Belarus / ed. by V. I. Kuvshinov, L. Babichev; B.I. Stepanov Institute of Physics. – Minsk: Institute of Physics, 2003. – P. 284–287.

71–A. Andreev, V. V. Recursive calculational technique for processes with fermions / V. V. Andreev // Proc. of Int. school-seminar "Actual Problems of Microworld Physics", 28 July – 8 August 2003, Gomel, Belarus / ed. by P. Starovoitov; JINR. – Vol. 2. – Dubna: JINR, 2004. – P. 9–26.

72–A. Andreev, V. V. Static electric polarizability of charged bound relativistic system / V. V. Andreev, N. V. Maksimenko // Proc. of Int. school-seminar "Actual problems of Microworld Physics", 28 July – 8 August 2003, Gomel, Belarus / ed. by P. Starovoitov; JINR. – Vol. 2. – Dubna: JINR, 2004. – P. 155–175.

73–A. Andreev, V. V. MBSCalc program for FeynArts package / V. V. Andreev, A. M. Seytliyev // Proc. of Int. school-seminar "Actual problems of Microworld Physics", 28 July – 8 August 2003, Gomel, Belarus / ed. by P. Starovoitov; JINR. – Vol. 2. – Dubna: JINR, 2004. – P. 112–118.

74–A. Andreev, V. V. Compton polarizabilities of pi-mesons in relativistic Hamiltonian dynamics / V. V. Andreev // Proceedings of the 16th International spin physics symposium (SPIN2004), 10 – 16 October, 2004, Trieste, Italy / ed. by K. Aulenbacher, F. Bradamante, A. Bressan, A. Martin; INFN, Trieste. – Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2005. – P. 231–234.

75–A. Andreev, V. V. Recursive technique for evaluation of Feynman diagrams / V. V. Andreev // Proceedings of the XVIII International Workshop High Energy Physics and Quantum Field Theory (QFTHEP04), St. Petersburg, Russia, June 17 – 23, 2004 / ed. by M. Dubinin, V. Savrin; Moscow State University. – Moscow: Moscow State University, 2005. – P. 148–152.

76–A. Andreev, V. V. Programm for analytical evaluation of "FeynArts" matrix element / V. V. Andreev, A. M. Seytliyev // Proceedings of the XIIth Annual Seminar NPC'S'2005 "Nonlinear phenomena in complex systems", May 17 – 20, 2005, Minsk, Belarus / ed. by V. I. Kuvshinov, L. Babichev; Joint Institute of Power and Nuclear Research. – Minsk: Joint Institute of Power and Nuclear Research, 2005. – P. 15–19.

77–A. Andreev, V. V. Hydrogenlike system in relativistic Hamiltonian dynamics / V. V. Andreev, V. V. Andreev, T. V. Shishkina // Proc. of the 5th Conference Bolyai-Gauss-Lobachevsky (BGL-5) "Non-Euclidean Geometry in Modern Physics", October 10 – 13, 2006, Minsk, Belarus / ed. by Y. Kyrochkin, V. Red'kov; National Academy of Sciences of Belarus. – Minsk: B.I. Stepanov Institute of Physics, 2006. – P. 439–447.

78–A. Andreev, V. V. Calculating matrix elements of Feynman diagrams

efficiently / V. V. Andreev // Proc. of Int. school-seminar “Actual Problems of Microworld Physics”, 25 July – 5 August 2005, Gomel, Belarus / ed. by V. Mossolov; JINR. – Vol. 2. – Dubna: JINR, 2007. – P. 9–24.

79–A. Andreev, V. V. Program for analytical calculation of matrix element / V. V. Andreev, A. M. Seytliyev // Proc. of Int. school-seminar “Actual problems of Microworld Physics”, 25 July – 5 August 2005, Gomel, Belarus / ed. by V. Mossolov; JINR. – Vol. 2. – Dubna: JINR, 2007. – P. 25–29.

80–A. Andreev, V. V. Quark-Antiquark equations in momentum space with QCD-inspired potential / V. V. Andreev, A. A. Yuchko // Proc. of Int. school-seminar “Actual problems of Microworld Physics”, 25 July - 5 August 2005, Gomel, Belarus / ed. by V. Mossolov; JINR. – Vol. 2. –Dubna: JINR, 2007. – P. 30–35.

81–A. Andreev, V. V. Hydrogenlike atoms in Poincare-covariant model / V. V. Andreev // Proceedings of International School-seminar “Actual Problems of Microworld Physics”, 23 July – 3 August 2007, Gomel, Belarus / ed. by A. Ilyichev, N. Russakovich, N. Shumeiko, S. S.; JINR. – Vol. 2. –Dubna: JINR, 2008. – P. 98–111.

82–A. Andreev, V. V. Electric and magnetic polarizabilities of  $\pi$ -mesons in Poincare-covariant model / V. V. Andreev, A. Seytliyev // Proceedings of International School-seminar “Actual Problems of Microworld Physics”, 23 July – 3 August 2007, Gomel, Belarus / ed. by A. Ilyichev, N. Russakovich, N. Shumeiko, S. S.; JINR. – Vol. 2. – Dubna: JINR, 2008. – P. 112–116.

83–A. Andreev, V. V. Improved semi-spectral Chebyshev method for solving equation with Linear potential in momentum space / V. V. Andreev, A. Seytliyev, A. A. Yuchko // Proceedings of International School-seminar “Actual Problems of Microworld Physics”, 23 July – 3 August 2007, Gomel, Belarus / ed. by A. Ilyichev, N. Russakovich, N. Shumeiko, S. S.; JINR. – Vol. 2. –Dubna: JINR, 2008. – P. 70–74.

84–А. Андреев, В. В. Непертурбативная область  $\alpha_s$  в пуанкаре-ковариантной кварковой модели / В. В. Андреев // Международный семинар по современным вопросам физики элементарных частиц, посвященный памяти И.Л. Соловцова. 17 – 18 января 2008 года, Дубна, Россия / под ред. А. Бакулев, [и др.]; ОИЯИ. – Дубна: ОИЯИ, 2008. – С. 248–257.

85–A. Search for the  $K_L^0 \rightarrow \pi^0 \nu \bar{\nu}$  decay (experiments E391, KLOD, E14) / V. V. Andreev, A. Kurilin, S. Podolsky [et al.] // Proceedings of International School-seminar “Actual Problems of Microworld Physics”, 15 – 26 July 2011, Gomel, Belarus / ed. by V. Andreev, A. Ilyichev, N. Russakovich [et al.]; JINR. – Vol. 1. – Dubna: JINR, 2011. – P. 169–173.

86–A. Andreev, V. V. Invariant amplitudes of real Compton scattering / V. V. Andreev, A. Seytliyev, A. A. Yuchko // Proceedings of International School-

seminar “Actual Problems of Microworld Physics”, 15 – 26 July 2011, Gomel, Belarus / ed. by V. Andreev, A. Ilyichev, N. Russakovich [et al.]; JINR. – Vol. 2. – Dubna: JINR, 2011. – P. 167–172.

87–А. Andreev, V. V. Proton electromagnetic form factors and higher-order relativistic corrections to hydrogen atom / V. V. Andreev, G. Tyumenkov // Proceedings of International School-seminar “Actual Problems of Microworld Physics”, 15 – 26 July 2011, Gomel, Belarus / ed. by V. Andreev, A. Ilyichev, N. Russakovich [et al.]; JINR. – Vol. 1. – Dubna: JINR, 2011. – P. 157–161.

88–А. Андреев, В. В. Эффекты  $Z'$ - бозона на коллайдере CLIC с поперечно поляризованными пучками / В. В. Андреев, В. В. Андреев, А. А. Панков // Научный семинар по теоретической физике “Гомельский научный семинар по теоретической физике, посвященный 100-летию со дня рождения Ф. И. Федорова”, 20 – 22 июня 2011 г., г.Гомель / под ред. А. В. Рогачев, (гл. ред.) и др.; ГГУ им. Ф. Скорины. – Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2011. – С. 85–88.

89–А. Андреев, В. В. Вычисление ширины распада векторных бозонов методом базисных спиноров / В. В. Андреев, В. Ю. Гавриш // III Международная научная конференция “Проблемы взаимодействия излучения с веществом”, 9–11 ноября 2011 г. : посвященная 85-летию со дня рождения Б. В. Бокутя [материалы]: в 2 ч. Ч. 1 / под ред. А. В. Рогачев, (гл. ред.) и др.; ГГУ им. Ф. Скорины. – Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2011. – С. 109–113.

90–А. Андреев, В. В. Аналитический расчет потенциальных матричных элементов / В. В. Андреев, Е. . С. Савченко // Актуальные проблемы теоретической физики, физики конденсированных сред и астрофизики. Международная конференция, посвященная 60-летию со дня рождения М.А. Иванова. 23 – 24 сентября 2010 г. Брест , Беларусь. Сборник материалов. / под ред. С. В. Плетюхова, И. И. Макоеда, В. С. Секержицкого; . УО “Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина”. – Брест, 2011. – С. 15–19.

91–А. Андреев, В. В. Квазистатические поляризуемости спинорной частицы в КЭД / В. В. Андреев, А. М. Сейтлиев // Научный семинар по теоретической физике “Гомельский научный семинар по теоретической физике, посвященный 100-летию со дня рождения Ф. И. Федорова”, 20 – 22 июня 2011 г., г.Гомель / под ред. А. В. Рогачев, (гл. ред.) и др.; ГГУ им. Ф. Скорины. –Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2011. – С. 89–93.

92–А. Андреев, В. В. Релятивистское обобщение корнельского потенциала: пертурбативная часть / В. В. Андреев, К. С. Бабич // Научные проблемы современной физики. Республиканская конференции, посвященной 90-летию со дня рождения академика Н.А. Борисевича, 26 – 27 сентября 2013 г., г. Брест, Беларусь. Сборник материалов. / под ред. В. С. Секержицкого; . УО

“Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина”. – Брест, 2013. – С. 38–43.

93–А. Андреев, В. В. Расчет фермионных токов методом базисных спиноров / В. В. Андреев, В. Ю. Гавриш // Научные проблемы современной физики. Республиканская конференции, посвященной 90-летию со дня рождения академика Н.А. Борисевича, 26 – 27 сентября 2013 г., г. Брест, Беларусь. Сборник материалов. / под ред. В. С. Секержичко; . УО “Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина”. – Брест, 2013. – С. 18–21.

94–А. Andreev, V. V. Polarizability of nucleon in quantum-field approach / V. V. Andreev, N. V. Maksimenko, O. M. Deruzhkova // Proceedings of International School-seminar “Actual Problems of Microworld Physics”, 22 July – 2 August 2013, Gomel, Belarus / ed. by V. Andreev, A. Ilyichev, N. Russakovich [et al.]; JINR. – Vol. 1. – Dubna: JINR, 2015. – P. 153–164.

95–А. Andreev, V. V. Fermion current calculation by the method of basis spinors / V. V. Andreev, V. Y. Gavrish // Proceedings of International School-seminar “Actual Problems of Microworld Physics”, 22 July – 2 August 2013, Gomel, Belarus / ed. by V. Andreev, A. Ilyichev, N. Russakovich [et al.]; JINR. – Vol. 2. – Dubna: JINR, 2015. – P. 141–150.

#### **Тезисы докладов конференций:**

96–А. Andreev, V. V. Solving the main equation of Poincare invariant quantum mechanics for a model potential / V. V. Andreev, O. M. Deryuzhkova // Mathematical results in quantum mechanics: Proc. of International Conf. Academy of Sciences of the Czech. Republic. Prague, June 22 – 26, 1998, Czech. Republic / Nuclear Phys. Inst. – Prague: Nuclear Phys. Inst., 1998. – P. 20.

97–А. Andreev, V. V. Point Form Relativistic Hamiltonian Dynamics and pion charge radius / V. V. Andreev, A. V. Sosnovsky // Book of Abstracts. International Conference “Problems of Interaction of Radiation with Matter”, 30 October – 1 November 2001, Gomel, Belarus / ed. by I. V. Semchenko, S. A. Khakhomov; Gomel State University. – Gomel: Gomel State University, 2001. – P. 105.

98–А. Andreev, V. V. Static electric polarizability of  $\pi^0$ -meson in Poincare covariant quark model with scalar quarks / V. V. Andreev, N. V. Maksimenko // Book of Abstracts. International Conference “Problems of Interaction of Radiation with Matter”, 30 October – 1 November 2001, Gomel, Belarus / ed. by I. V. Semchenko, S. A. Khakhomov; Gomel State University. – Gomel: Gomel State University, 2001. – P. 100.

99–А. Andreev, V. V. Analytical calculation of  $S$ -matrix elements of reaction with fermions / V. V. Andreev // Book of Abstracts. VIII International Workshop on Advanced Computing and Analysis Techniques in Physics Research



(ACAT'2002), 24 – 28 June, 2002, Moscow, Russia / ed. by V. A. Ilyin; MSU, JINR. – Moscow: MSU, 2002. – P. 121.

100–А. Андреев, В. В. Analytical calculation  $S$ -matrix in Quantum Electrodynamics / В. В. Андреев // Book of Abstracts. VIII International Workshop on Advanced Computing and Analysis Techniques in Physics Research (ACAT'2002), 24 – 28 June, 2002, Moscow, Russia / ed. by V. A. Ilyin; MSU, JINR. – Moscow: MSU, 2002. – P. 120.

101–А. Андреев, В. В. Compton polarizabilities of pi-mesons in relativistic Hamiltonian dynamics / В. В. Андреев // Book of Abstracts. 16th International spin physics symposium (SPIN2004), 10 – 16 October, 2004, Trieste, Italy / INFN, Trieste. – Trieste, 2004. – P. 9.

102–А. Андреев, В. В. КХД-мотивированное ядро для уравнения кваркования в импульсном пространстве / В. В. Андреев, А. А. Ючко // Юбилейная научно-практическая конференция, посвященная 75-летию со дня основания Гомельского государственного университета им. Ф.Скорины. 14 – 15 июня 2005 года, Гомель, Беларусь / под ред. Д. Г. Лина, и др.; УО “Гомельский государственный университет им. Ф.Скорины”. – Гомель, 2005. – С. 109–110.

103–А. Андреев, В. В. Ковариантное представление эффективной функции действия взаимодействия электромагнитного поля с поляризуемыми частицами / В. В. Андреев, Н. В. Максименко // Юбилейная научно-практическая конференция, посвященная 75-летию со дня основания Гомельского государственного университета им. Ф.Скорины. 14 – 15 июня 2005 года, Гомель, Беларусь / под ред. Д. Г. Лина, и др.; УО “Гомельский государственный университет им. Ф.Скорины”. – Гомель, 2005. – С. 104–106.

104–А. Андреев, В. В. Комптоновские поляризуемости кварк-антикварковой системы в пуанкаре-ковариантной модели / В. В. Андреев // Проблемы взаимодействия излучения с веществом. II Международная конференция, посвященная 80-летию со дня рождения Б.В. Бокутя. 1 – 3 ноября 2006 г., Гомель, Беларусь. Тезисы докладов / под ред. С. В. Хахомова, и др.; УО “Гомельский государственный университет им. Ф.Скорины”. – Гомель, 2006. – С. 6–7.

105–А. Андреев, В. В. Расчет матричных элементов электродинамических поправок процесса  $\gamma q \rightarrow \gamma q$  / В. В. Андреев, А. М. Сейтлиев // Проблемы взаимодействия излучения с веществом. II Международная конференция, посвященная 80-летию со дня рождения Б.В. Бокутя. 1 – 3 ноября 2006 г., Гомель, Беларусь. Тезисы докладов / под ред. С. В. Хахомова, и др.; УО “Гомельский государственный университет им. Ф.Скорины”. – Гомель, 2006. – С. 7–8.

106–А. Андреев, В. В. Уравнения движения релятивистской двухчастич-



ной системы заряженных частиц во внешнем электромагнитном поле / В. В. Андреев, Н. В. Максименко, Г. Ю. Тюменков // Проблемы взаимодействия излучения с веществом. II Международная конференция, посвященная 80-летию со дня рождения Б.В. Бокутя. 1 – 3 ноября 2006 г., Гомель, Беларусь. Тезисы докладов / под ред. С. В. Хахомова, и др.; УО “Гомельский государственный университет им. Ф.Скорины”. – Гомель, 2006. – С. 8–9.

107–А. Андреев, В. В. Аналитический расчет потенциальных матричных элементов / В. В. Андреев, Е. С. Савченко // Актуальные проблемы теоретической физики, физики конденсированных сред и астрофизики. Международная конференция, посвященная 60-летию со дня рождения М.А. Иванова. 23 – 24 сентября 2010 г. Брест, Беларусь. Тезисы докладов. / под ред. С. В. Плетюхова, И. И. Макоеда, В. С. Секержицкого; . УО “Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина”. – Брест, 2010. – С. 4.

108–А. О методе оптимизации выбора экспериментальных “катов” для эксперимента E391 / В. В. Андреев, Н. В. Максименко, А. С. Курилин [и др.] // Актуальные проблемы теоретической физики, физики конденсированных сред и астрофизики. Международная конференция, посвященная 60-летию со дня рождения М.А. Иванова. 23 – 24 сентября 2010 г. Брест, Беларусь. Тезисы докладов. / под ред. С. В. Плетюхова, И. И. Макоеда, В. С. Секержицкого; . УО “Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина”. – Брест, 2010. – С. 9–10.

109–А. Андреев, В. В. Решение бесспинового уравнения Солпитера в импульсном представлении с Корнельским потенциалом / В. В. Андреев, К. С. Бабиш // Актуальные проблемы теоретической физики, физики конденсированных сред и астрофизики. Международная конференция, посвященная 60-летию со дня рождения М.А. Иванова. 23 – 24 сентября 2010 г. Брест, Беларусь. Тезисы докладов. / под ред. С. В. Плетюхова, И. И. Макоеда, В. С. Секержицкого; . УО “Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина”. – Брест, 2010. – С. 5.

### **Статьи в сборниках научных трудов:**

110–А. Андреев, В. В. О ковариантной технике расчетов матричных элементов взаимодействия массивных фермионов / В. В. Андреев // В сб. науч. трудов “Ковариантные методы в теоретической физике. Физика элементарных частиц и теория относительности” / под ред. А. Богуша, Л. Томильчика; Институт физики НАН Беларуси. – Вып. 4. – Минск: Институт физики НАНБ, 1997. – С. 25–31.

111–А. Андреев, В. В. Релятивистская кварковая модель электрослабых распадов псевдоскалярных мезонов / В. В. Андреев, И. Жукова // В сб.

науч. трудов “ Ковариантные методы в теоретической физике. Физика элементарных частиц и теория относительности” / под ред. А. А. Богуша, Л. М. Томильчика; Институт физики АН Беларуси. – Вып. 4. – Минск: Институт физики АНБ, 1997. – С. 80–87.

112–А. Андреев, В. В. Вычисление фейнмановских амплитуд с фермионами методом базисных спиноров / В. В. Андреев // В сб. науч. трудов “ Ковариантные методы в теоретической физике. Физика элементарных частиц и теория относительности” / под ред. А. А. Богуша, Л. М. Томильчика; Институт физики НАН Беларуси. – Вып. 5. – Минск: Институт физики НАНБ, 2001. – С. 20–25.

113–А. Андреев, В. В. Статическая электрическая поляризуемость релятивистской электрически нейтральной системы в гамильтоновой динамике / В. В. Андреев, Н. В. Максименко // В сб. науч. трудов “ Ковариантные методы в теоретической физике. Физика элементарных частиц и теория относительности” / под ред. А. Богуша, Л. Томильчика; Институт физики НАН Беларуси. – Вып. 5. – Минск: Институт физики НАНБ, 2001. – С. 26–31.

114–А. Андреев, В. В. Ковариантная рекурсивная техника вычисления матричных элементов / В. В. Андреев // В сб. науч. трудов “ Ковариантные методы в теоретической физике. Физика элементарных частиц и теория относительности” / под ред. А. А. Богуша, Л. М. Томильчика; Институт физики НАН Беларуси. – Вып. 6. – Минск: Институт физики НАН Беларуси, 2005. – С. 7–14.

115–А. Андреев, В. В. Уравнение системы кварк-антикварк с КХД мотивированным потенциалом в импульсном пространстве / В. В. Андреев, А. А. Ючко // В сб. науч. трудов “ Ковариантные методы в теоретической физике. Физика элементарных частиц и теория относительности” / под ред. А. А. Богуша, Л. М. Томильчика; Институт физики НАН Беларуси. – Вып. 6. – Минск: Институт физики НАН Беларуси, 2005. – С. 186–193.

116–А. Андреев, В. В. Новая квадратурная формула для интегралов с особенностями в задачах на связанные состояния / В. В. Андреев, К. С. Бабич // В сб. науч. трудов “ Ковариантные методы в теоретической физике. Физика элементарных частиц и теория относительности” / под ред. Курочкина Ю. А. [и др.]; Институт физики НАН Беларуси. – Вып. 7. – Минск: Институт физики НАН Беларуси, 2011. – С. 216–222.

117–А. Андреев, В. В. Электрические и магнитные квазистатические поляризуемости спинорной частицы в КЭД / В. В. Андреев, А. М. Сейтлиев // В сб. науч. трудов “ Ковариантные методы в теоретической физике. Физика элементарных частиц и теория относительности” / под ред. Курочкина Ю. А. [и др.]; Институт физики НАН Беларуси. – Вып. 7. – Минск: Институт

физики НАН Беларуси, 2011. – С. 8–15.

118–А. Андреев, В. В. Область константы КХД ниже 1 ГэВ в пуанкаре-ковариантной модели / В. В. Андреев // В сб. науч. трудов “ IV Конгресс физиков Беларуси ” / под ред. Килина. С. [и др.]. – Минск: Ковчег, 2013. – С. 23–24.

119–А. Андреев, В. В. Ковариантные уравнения движения в электромагнитном поле частиц спина  $1/2$  с учетом поляризуемостей / В. В. Андреев, О. М. Дерюжкова, Н. В. Максименко // В сб. науч. трудов “ IV Конгресс физиков Беларуси ” / под ред. Килина С. [и др.]. – Минск: Ковчег, 2013. – С. 19–20.

### **Препринты, статьи в нерецензируемых журналах:**

120–А. Lepton decay constants of the pseudoscalar mesons in the relativistic Hamiltonian dynamics / V. V. Andreev, A. F. Krutov, O. I. Shro, V. E. Troitsky // Теоретическая Физика. – 2003. – Vol. 4. – P. 84–98.

121–А. Andreev, V. V. Role of beam polarization in the determination of  $WW\gamma$  and  $WWZ$  coupling from  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$  / V. V. Andreev, A. A. Pankov, N. Paver. – Trieste, Italy: ICTP, 1995. – 32 P. – Preprint IC/95/293, UTS-DFT-95-07, 1995, ICTP, Trieste, Italy.

122–А. Andreev, V. V. Spinor techniques for massive fermions with arbitrary polarization / V. V. Andreev. – Trieste, Italy: Abdus Salam ICTP, 1999. – 15 P. –Preprint ICTP- IC/99/196, Trieste, Italy.

123–А. Andreev, V. V. The decay constants and Regge trajectories of light mesons in relativistic Hamiltonian dynamics / V. V. Andreev. – Trieste, Italy: Abdus Salam ICTP, 1999. – 14 P. – (Preprint ICTP – IC/99/197, Trieste, Italy).

124–А. Andreev, V. V. Nonperturbative region of effective strong coupling. [Electronic resource] / V. V. Andreev. –2013. – Mode of access: <http://arxiv.org/pdf/1305.4266>. – Date of access:14.01.2014.

## РЕЗЮМЕ

Андреев Виктор Васильевич

**Электрослабые характеристики элементарных частиц  
в квантовополевых моделях**

**Ключевые слова:** пуанкаре-ковариантная модель, кварк, константа распада, формфактор, связанное состояние, метод базисных спиноров, пуанкаре-инвариантная квантовая механика, интегральное уравнение.

**Цель работы:** разработка пуанкаре-ковариантных моделей связанных квантовых систем, сочетающая преимущества теоретико-группового подхода с методами пуанкаре-инвариантной квантовой механики; расчет электрослабых характеристик мезонов и водородоподобных систем; разработка и апробация методики исследования электрослабой структуры промежуточных векторных бозонов

**Методы исследования:** теория возмущений и теоретико-групповые методы, вариационный метод.

**Полученные результаты и их новизна:** разработана пуанкаре-ковариантная модель мезонов, в которой получен согласованный расчет масс, лептонных констант, поляризуемостей и формфакторов псевдоскалярных и векторных мезонов. Построена пуанкаре-ковариантная модель водородоподобных атомов, как релятивистской системы двух фермионов, в которой рассчитаны релятивистские поправки высших порядков для структурных вкладов. Для анализа и расчета модельно независимых ограничений на аномальные трехбозонные константы связи в процессе  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$  предложен метод, базирующийся на комбинированном анализе поляризационных сечений при различных вариантах начальных и конечных поляризационных состояний. Этот подход позволил существенно редуцировать область ограничений аномальных трехбозонных параметров. Разработан новый метод расчета амплитуд реакций с участием фермионов. Этот метод, в отличие от других, не использует вычисление шпуров, явного вида спиноров Дирака и  $\gamma$ -матриц. Научная новизна состоит в том, что все результаты, выносимые на защиту на момент их получения, были новыми.

**Степень использования:** часть методик внедрена в учебный процесс УО “ТГУ им. Ф. Скорины” при чтении специальных курсов по физике ядра и элементарных частиц. Новый метод вычисления матричных элементов-метод базисных спиноров, позволяет эффективно рассчитывать наблюдаемые величины, а созданная на его основе программа вычислений, существенно сокращает время расчетов и появление ошибок.

**Область применения:** квантовая теория поля, физика ядра и элементарных частиц.

## РЭЗІЮМЭ

Андрэеў Віктар Васільевіч

Электраслабыя характарыстыкі элементарных часцінак  
у квантавапалявых мадэлях

**Ключавыя словы:** пуанкарэ-каварыянтная мадэль, кварк, канстанта распаду, фармфактар, звязаны стан, метада базісных спінораў, пуанкарэ-інварыянтная квантавая механіка, інтэгральнае ўраўненне.

**Мэта работы:** распрацоўка пуанкарэ-каварыянтных мадэляў апісання звязаных квантавых сістэм, спалучаючыя пераважнасці тэарэтыка-групавога падыхода з метадамі пуанкарэ-інварыянтнай квантавай механікі; разлік электраслабых характарыстык мезонаў і вадародападобных сістэм; распрацоўка і апрабацыя метадыкі даследавання электраслабай структуры прамежкавых вектарных базонаў.

**Метады даследавання:** тэорыя ўзбурэнняў, тэарэтыка-групавыя метады, варыяцыйны метада.

**Атрыманыя вынікі і іх навізна:** распрацавана пуанкарэ-каварыянтная мадэль мезонаў, у якой атрыманы сагласаваны разлік мас, лептонных канстант, палярызуемасцяў і фармфактараў псеўдаскалярных і вектарных мезонаў. Пабудавана пуанкарэ-каварыянтная мадэль вадародападобных атамаў, як рэлятывісцкай сістэмы дзвюх ферміонаў, у якой разлічаны рэлятывісцкія папраўкі вышэйшых парадкаў для структурных укладаў. Для аналізу і разліку мадэльна незалежных абмежаванняў на анамальныя трохбазонныя канстанты сувязі у працэсе  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$  прапанаваны метада, базіруючыся на камбінаваным аналізе палярызацыянных сячэнняў пры розных варыянтах пачатковых і канцоўных палярызацыянных станаў. Гэты падыход пазволіў істотна рэдуцыраваць вобласць абмежаванняў анамальных трохбазонных параметраў. Распрацаваны новы метада разліка амплітуд рэакцый з удзелам ферміонаў. Гэты метада, у адрозненні ад іншых, не выкарыстоўвае вылічэння шпураў, яўнага віду спінораў Дірака і  $\gamma$ -матрыц. Навуковая навізна заключаецца ў тым, што ўсе рэзультаты, вынасімыя на ахову на момант іх атрымання з'яўляліся новымі.

**Ступень выкарыстання:** частка метадык укаранена ў вучэбны працэс УО "ГДУ ім. Ф. Скарыны" пры чытанні спецыяльных курсаў па фізіцы ядра і элементарных часцінак. Новы метада вылічэння матрычных элементаў-метада базісных спінораў, дазваляе эфектыўна разлічваць назіраемыя велічыні, а створаная на яго аснове праграма вылічэнняў, істотна скарачвае час разліку і колькасць памылак.

**Вобласць выкарыстання:** квантавая тэорыя поля, фізіка ядра і элементарных часцінак.

## RESUME

Andreev Viktor Vasil'evich

### Electroweak characteristics of elementary particles in quantum field models

**Keywords:** Poincare-covariant model, quark, decay constant, form-factor, bound system, method of basis spinors, Poincare-invariant quantum mechanics, integral equation.

**The goal of the research:** Poincare-covariant model development for description of bound quantum systems which combines advantages of theoretic group approach with Poincare-invariant quantum mechanics' methods and calculation on this basis electroweak mesons' and Hydrogen-like systems characteristics and includes development and approbation of gauge vector bosons' electroweak structure research methods.

**Methods of the research:** perturbation theory and theoretical group methods, variational method.

**Obtained results and their novelty:** Poincare-covariant model of mesons is created. Adjusted masses, lepton constants, polarizabilities and pseudoscalar and vector mesons' form-factors calculation is made in this model. Poincare-covariant model of Hydrogen-like atoms as a relativistic two fermion system is created. The model includes higher order relativistic corrections for structure contributions. For analysis and computation of model independent limits on anomalous three-boson couplings in process  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$  a method based on combined analysis of polarized cross sections for different initial and final polarization states is suggested. This approach allowed to essentially reduce the region of anomalous three-boson parameters limits. New method of reaction amplitudes computation is created with fermion inclusion. This method, unlike other methods, doesn't use traces calculation, explicit form of Dirac spinors and  $\gamma$ -matrices. Scientific novelty is that all results submitted for defense were new at the moment of their obtaining.

**Efficiency:** some methods are introduced into educational process of the EI "GSU nm. F. Skorina" while delivering the special courses on nuclear and particle physics. New method of matrix elements calculation - method of basis spinors, allows to efficiently calculate observables and created on its basis calculation programme shortens computation time and reduces number of errors.

**Field of application:** quantum field theory, nuclear and particle physics.



Андреев  
Виктор Васильевич

ЭЛЕКТРОСЛАБЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ  
ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ  
В КВАНТОВОПОЛЕВЫХ МОДЕЛЯХ

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук  
по специальности 01.04.16 – физика атомного ядра и элементарных частиц

Подписано в печать 2016 . Формат  $60 \times 90^{1/16}$ .  
Бумага офисная. Печать офсетная. Усл. печ.л. .  
Учет.-изд.л. ‘ . Тираж 60 экз. Заказ № \_\_\_\_\_

Институт физики им. Б.И.Степанова НАН Беларуси,  
220072, г.Минск, пр.Независимости, 68.  
Отпечатано на ризографе Института физики  
имени Б.И.Степанова НАН Беларуси