

**АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА
УДЕЛЬНЫХ АКТИВНОСТЕЙ В АКТИВНОЙ ЗОНЕ
РЕАКТОРА ВВЭР-1200**

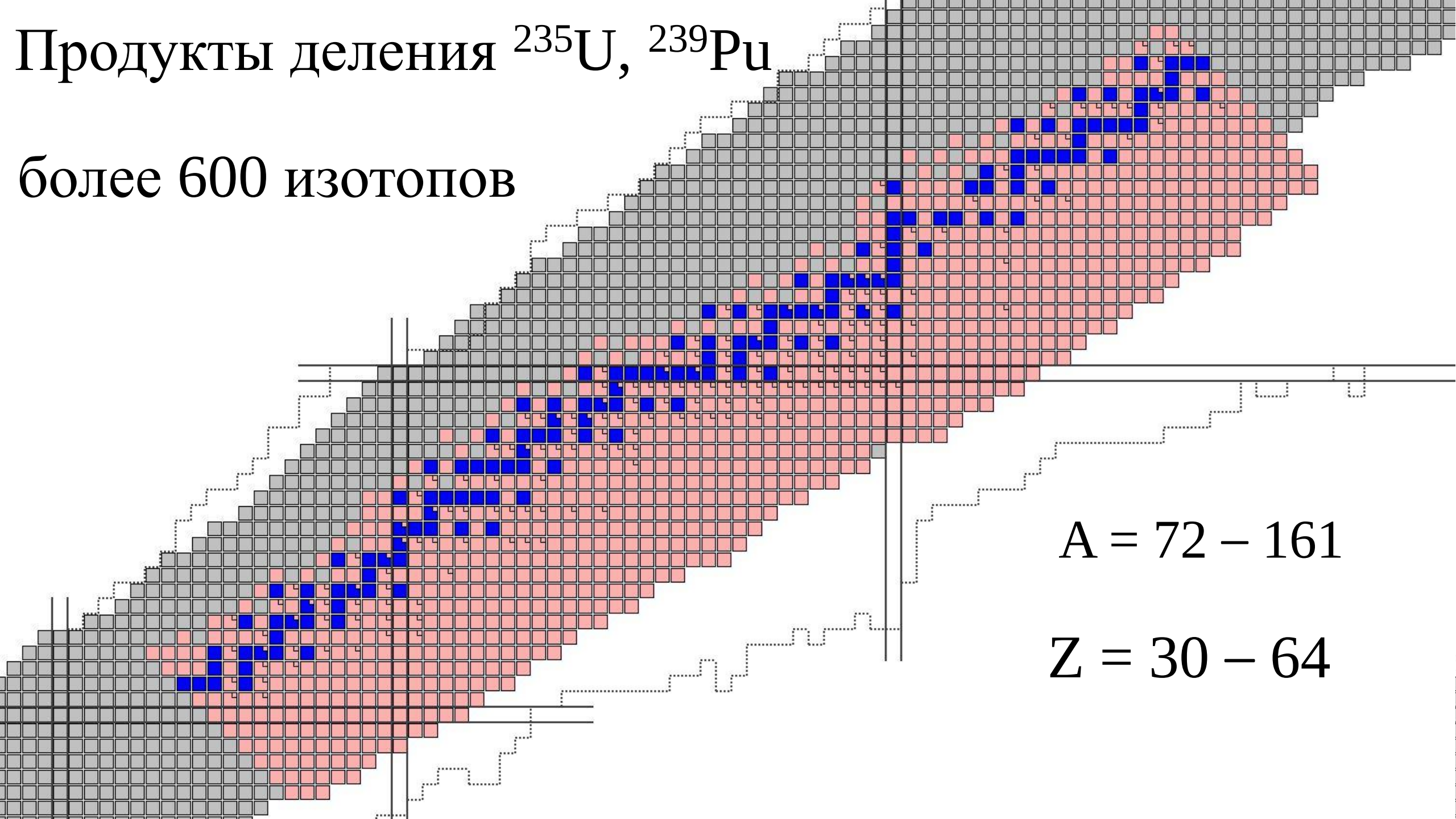
Петровский А.М., Рудак Э.А., Корбут Т.Н.

Литература

1. О.И. Ячник. Статистический анализ отношений активностей радионуклидов и ядерном топливе и аварийных реакторных выпадениях. Диссертация на соискание учёной степени кандидата физ.-мат. наук, Минск, 2010, 147 с.
2. А.О. Бурак, П.А.М. Наполеау, Э.А. Рудак Расчет масс и активностей нуклидов в активной зоне реактора РБМК: 2. Феноменологическая теория наработки масс и активностей продуктов активации ядер топлива. Минск, 2001. (Препринт ИФ НАН Б № 732, с. 14).
3. А.О. Бурак, А.Н. Еремина, Э.А. Рудак. Аппроксимация зависимостей концентраций нуклидов от времени простыми аналитическими функциями. //Атомная энергия, т.94, вып.6, 2003. – с. 432-438.
4. К.И.Митрошкин, Э.А. Рудак, Т.Н. Корбут, Зависимость доли запаздывающих нейтронов от времени работы реактора ВВЭР-1200, Сборник трудов VI Международной конференции «Ядерные технологии 21 века», с. 149–153, 25–27 октября 2016, Минск

Введение

В процессе работы ядерного реактора происходит накопление продуктов деления. Этот процесс весьма сложен и зависит от множества факторов, точный учет которых возможен только путем численных вычислений. Тем не менее существует ряд задач, представляющих практический интерес, которые можно решать аналитическими методами. Одной из таких задач является определение активностей долгоживущих радионуклидов.

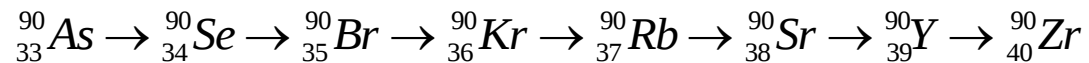
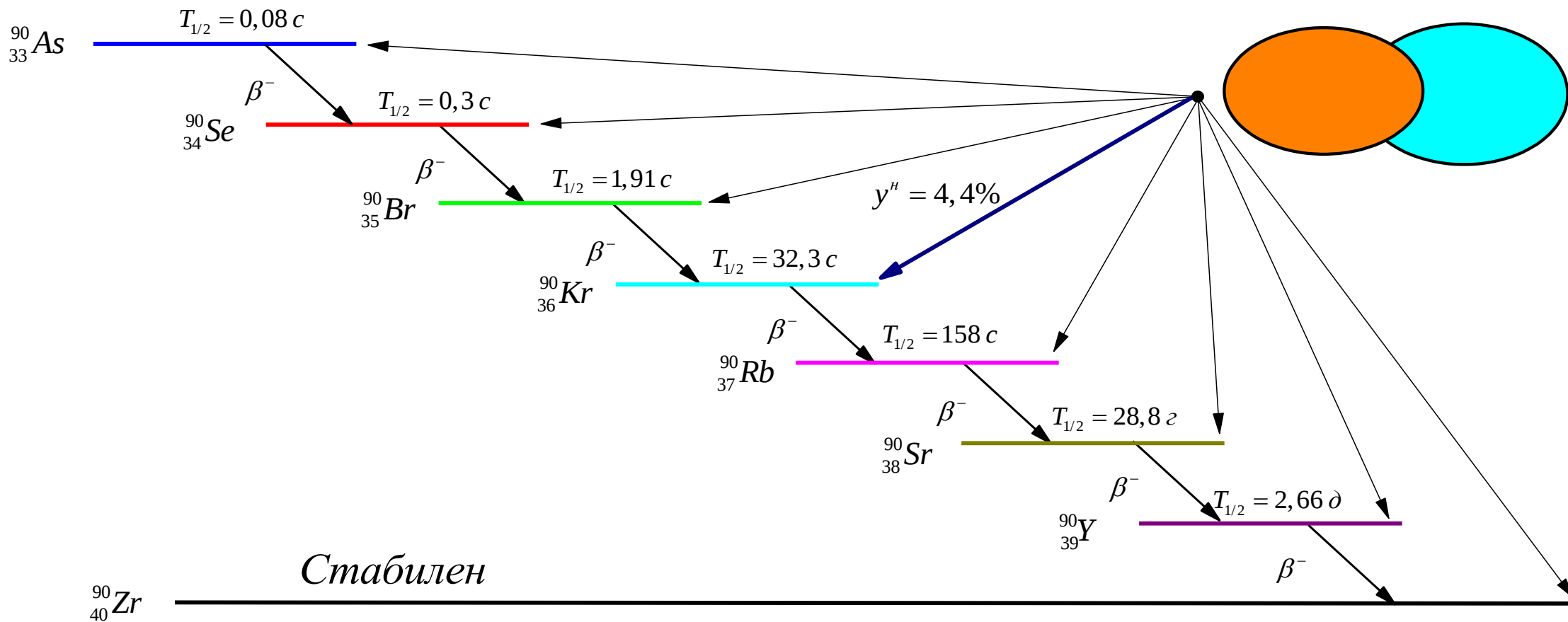


Изобарные цепочки

Массовое число большинства продуктов деления в процессе радиоактивных превращений не изменится. Это позволяет рассматривать отдельно совокупность осколков с одинаковым массовым числом, называемую *изобарной цепочкой*.

Образующиеся осколки в большинстве имеют избыточное количество нейтронов. Эта избыточность снимается за счет β^- -распадов. За редким исключением, практически все радиационные превращения продуктов деления — это β^- -распады.

Изобарная цепочка $A=90$



Изобарная цепочка

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dN_1(t)}{dt} = y_1^H P(t) - \lambda_1 N_1(t) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = y_2^H P(t) + \lambda_1 N_1(t) - \lambda_2 N_2(t) \\ \dots\dots\dots \\ \frac{dN_i(t)}{dt} = y_i^H P(t) + \lambda_{i-1} N_{i-1}(t) - \lambda_i N_i(t) \\ \dots\dots\dots \\ \frac{dN_n(t)}{dt} = y_n^H P(t) + \lambda_{n-1} N_{n-1}(t) \end{array} \right.$$

$P(t)$ – количество актов деления в единицу времени ядер топлива определенного вида (^{235}U , ^{239}Pu , и т. д.).

y_i^H – независимый выход i -того изотопа.

Изобарная цепочка

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dA_1(t)}{dt} = \lambda_1 y_1^H P(t) - \lambda_1 A_1(t) \\ \frac{dA_2(t)}{dt} = \lambda_2 y_2^H P(t) + \lambda_2 A_1(t) - \lambda_2 A_2(t) \\ \dots\dots\dots \\ \frac{dA_i(t)}{dt} = \lambda_i y_i^H P(t) + \lambda_i A_{i-1}(t) - \lambda_i A_i(t) \\ \dots\dots\dots \\ \frac{dA_n(t)}{dt} = \lambda_n y_n^H P(t) + \lambda_n A_{n-1}(t) \end{array} \right.$$

$P(t)$ – количество актов деления в единицу времени ядер топлива определенного вида (^{235}U , ^{239}Pu , и т. д.).

y_i^H – независимый выход i -того изотопа.

Изобарная цепочка

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dA_1(t)}{dt} = \lambda_1 y_1^H P(t) - \lambda_1 A_1(t) \\ \frac{dA_2(t)}{dt} = \lambda_2 y_2^H P(t) + \lambda_2 A_1(t) - \lambda_2 A_2(t) \\ \dots\dots\dots \\ \frac{dA_i(t)}{dt} = \lambda_i y_i^H P(t) + \lambda_i A_{i-1}(t) - \lambda_i A_i(t) \\ \dots\dots\dots \\ \frac{dA_n(t)}{dt} = \lambda_n y_n^H P(t) + \lambda_n A_{n-1}(t) \end{array} \right.$$

Система представляет собой задачу Бейтмана и имеет аналитическое решение в двух случаях: когда скорость деления ядер $P(t)$ постоянна, либо, когда она изменяется по экспоненциальному закону.

Выгорание топлива

В ряде работ [1 – 3], проводимых в Институте физики НАН РБ, посредством анализа результатов численных расчётов удельных масс ^{235}U , было показано, что для реакторов ВВЭР-440, ВВЭР-1000 и РБМК-1000 удельная масса урана-235 $m(^{235}\text{U})$ в кг/т в зависимости от времени работы реактора t могут быть аппроксимированы с точностью до нескольких процентов функцией вида

$$m(^{235}\text{U}, t) = [m_0(^{235}\text{U}, t) + \mu] \cdot e^{-\lambda t} - \mu$$

где $m_0(^{235}\text{U})$ – исходная удельная масса ^{235}U в кг/т, μ – константа, $\lambda \sim 1/\tau$ (τ – кампания реактора).

Выгорание топлива

$$m(^{235}\text{U}, t) = [m_0(^{235}\text{U}, t) + \mu] \cdot e^{-\lambda t} - \mu$$

Значение неизвестных параметров можно получить на основании численных данных [4], в результате аппроксимации.

С применением метода наименьших квадратов была получена следующая зависимость удельной массы (кг/т) для ^{235}U

$$m(^{235}\text{U}, t) = 55,25 \cdot e^{-0,370 \cdot t} - 7,29 \text{ кг/т}$$

Выгорание топлива

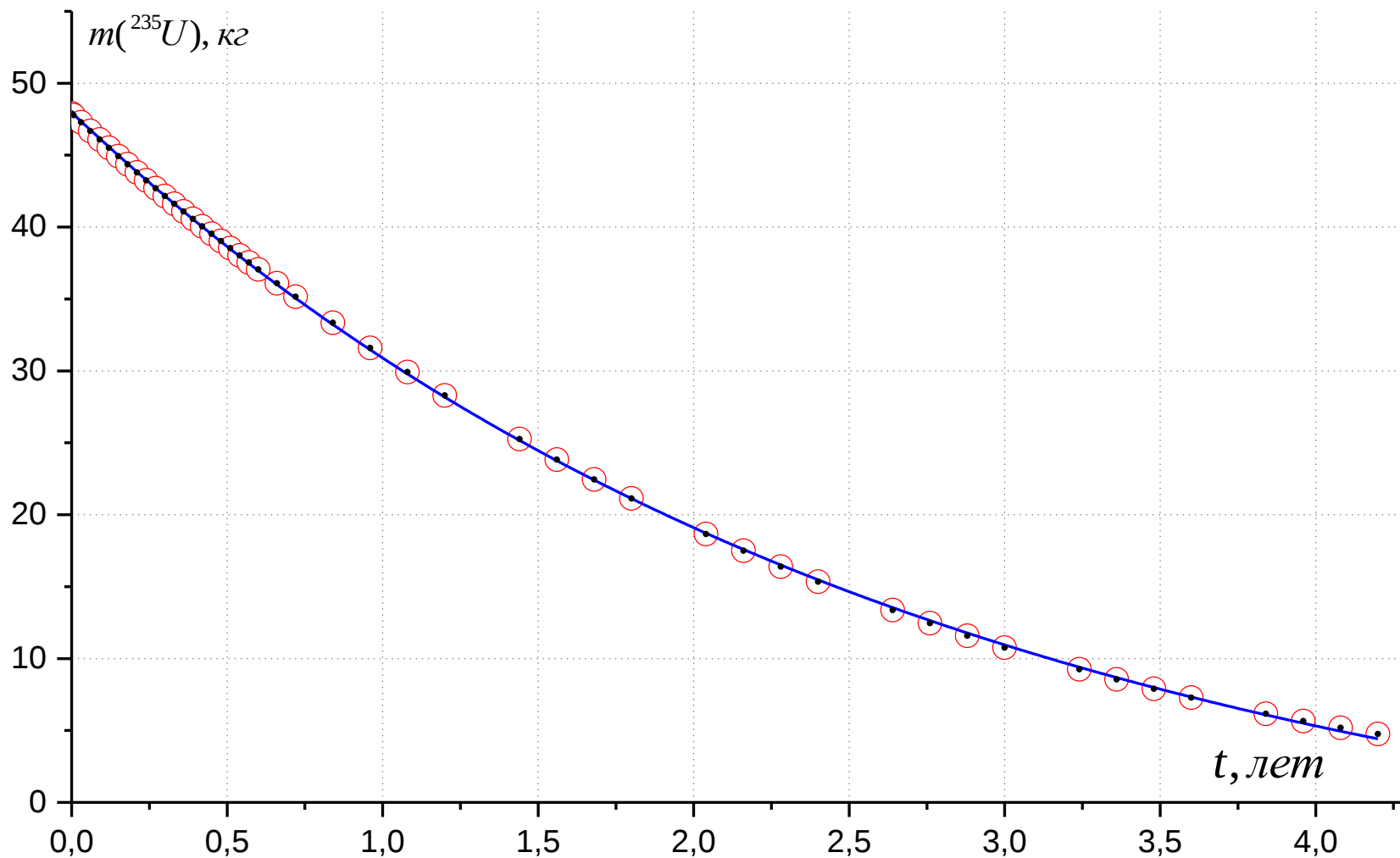


Рис.1. Численные данные по выгоранию ^{235}U [4] и результат аппроксимации методом наименьших квадратов.

Выгорание топлива

Полученная зависимость $m(^{235}\text{U}, t)$ позволяет получить аналитический вид зависимости скорости деления ядер урана от времени

$$P(^{235}\text{U}, t) = \frac{N_A}{M^{235}} \cdot \frac{dm(^{235}\text{U}, t)}{dt} = 5,236 \cdot 10^{18} \cdot \exp(-0,370 \cdot t) \text{ дел / с.}$$

При работе реактора на постоянной мощности на долю остальных делящихся изотопов приходится

$$P = P_0 \cdot [1 - \exp(-0,370 \cdot t)] \text{ дел / с}$$

это в основном $^{239,241}\text{Pu}$ и ^{238}U , среди которых определяющий вклад дает ^{239}Pu , вклад ^{241}Pu является ощутимым начиная примерно с середины кампании.

Приближение двух делящихся нуклидов

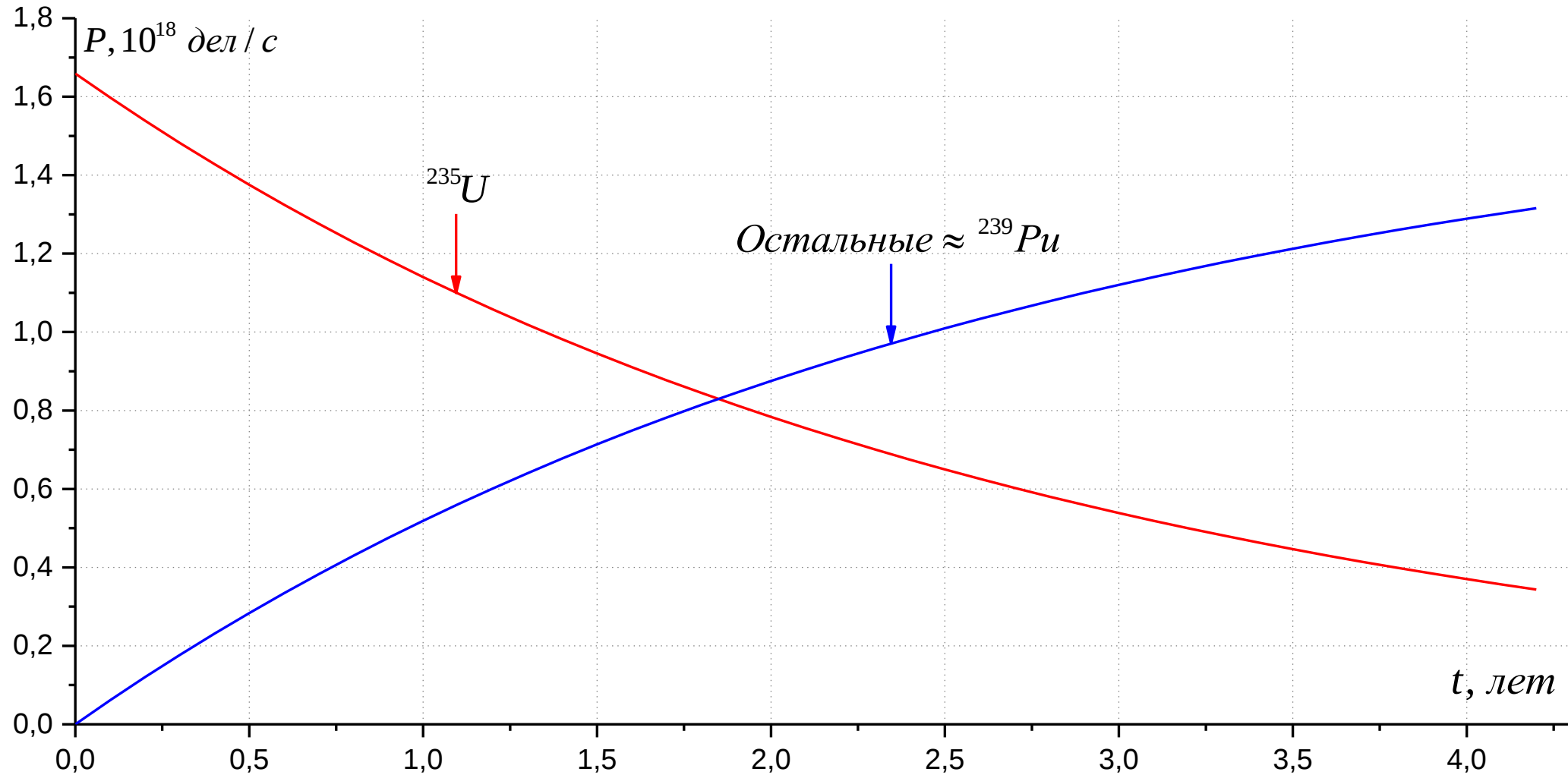


Рис. 2. Удельная скорость деления ^{235}U и остальных делящихся нуклидов в зависимости от времени топливной кампании.

Изобарная цепочка A=90

Z	Нуклид	Абсолютный независимый выход y_i^H		Постоянная распада λ_i , с ⁻¹	Период полураспада а $T_{1/2}$, с
		²³⁵ U	²³⁹ Pu		
33	As	$3,28 \cdot 10^{-8}$	$9,85 \cdot 10^{-9}$	8,66	0,08
34	Se	$1,27 \cdot 10^{-4}$	$1,21 \cdot 10^{-5}$	2,31	0,3
35	Br	$5,53 \cdot 10^{-3}$	$2,13 \cdot 10^{-3}$	0,363	1,91
36	Kr	0,044	0,011	0,0214	32,32
37	Rb	$1,39 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	0,00439	157,98
38	Sr	$7,37 \cdot 10^{-4}$	$9,69 \cdot 10^{-4}$	$7,62 \cdot 10^{-10}$	$9,09 \cdot 10^8$
39	Y	$4,48 \cdot 10^{-8}$	$7,97 \cdot 10^{-7}$	$3,01 \cdot 10^{-6}$	$2,30 \cdot 10^5$
40	Zr	$2,09 \cdot 10^{-12}$	$1,15 \cdot 10^{-10}$	Стабилен	Стабилен

Задача Бейтмана

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dA_1(t)}{dt} = \lambda_1 y_1^H P(t) - \lambda_1 A_1(t) \\ \frac{dA_2(t)}{dt} = \lambda_2 y_2^H P(t) + \lambda_2 A_1(t) - \lambda_2 A_2(t) \\ \dots\dots\dots \\ \frac{dA_i(t)}{dt} = \lambda_i y_i^H P(t) + \lambda_i A_{i-1}(t) - \lambda_i A_i(t) \\ \dots\dots\dots \\ \frac{dA_n(t)}{dt} = \lambda_n y_n^H P(t) + \lambda_n A_{n-1}(t) \end{array} \right.$$

$$P(^{235}\text{U}, t) = P_0 \cdot e^{-0,370 \cdot t}$$

$$P(^{239}\text{Pu}, t) = P_0 \cdot [1 - e^{-0,370 \cdot t}]$$

Задача Бейтмана

$$P(^{235}\text{U}, t) = P_0 \cdot e^{-0,370 \cdot t}$$

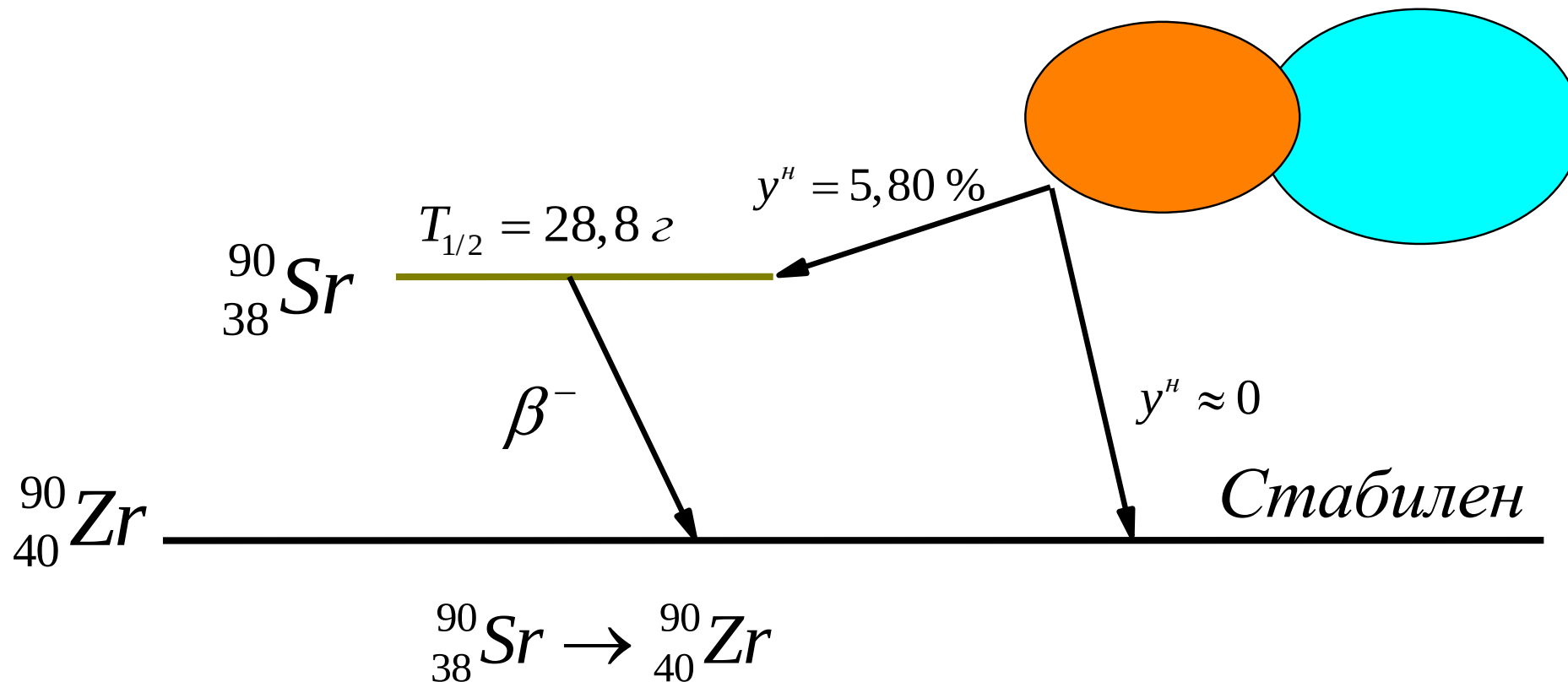
$$P(^{239}\text{Pu}, t) = P_0 \cdot [1 - e^{-0,370 \cdot t}] = P_0 - P_0 \cdot e^{-0,370 \cdot t}$$

$$A_i(X_i, t) = A_i(X_i, ^{235}\text{U}, t)^\beta + A_i(X_i, ^{239}\text{Pu}, t) - A_i(X_i, ^{239}\text{Pu}, t)^\beta$$

Слагаемые справа в последнем выражении можно найти например в [1]. Из-за их громоздкости в презентации они не приводятся.

Задача Бейтмана

Данную задачу можно существенно упростить, рассмотрев кумулятивные выходы долгоживущих изотопов как независимые выходы. Это позволит быстро рассчитать активности долгоживущих изотопов (например, с периодом более суток).



Активности наиболее важных нуклидов

$$A(^{90}\text{Sr}, t) = (2,58 - 0,42 \cdot e^{-0,370 \cdot t} - 2,16 \cdot e^{-0,0240 \cdot t}) \cdot 10^{16} \quad (\text{Бк})$$

$$A(^{95}\text{Zr}, t) = (8,04 + 3,09 \cdot e^{-0,370 \cdot t} - 11,13 \cdot e^{-3,96 \cdot t}) \cdot 10^{16} \quad (\text{Бк})$$

$$A(^{95}\text{Nb}, t) = (8,04 + 3,26 \cdot e^{-0,370 \cdot t} - 24,45 \cdot e^{-3,96 \cdot t} + 13,15 \cdot e^{-7,24 \cdot t}) \cdot 10^{16} \quad (\text{Бк})$$

$$A(^{103}\text{Ru}, t) = (11,52 - 6,76 \cdot e^{-0,370 \cdot t} - 4,76 \cdot e^{-6,45 \cdot t}) \cdot 10^{16} \quad (\text{Бк})$$

$$A(^{106}\text{Ru}, t) = (6,94 - 13,80 \cdot e^{-0,370 \cdot t} + 6,86 \cdot e^{-0,677 \cdot t}) \cdot 10^{16} \quad (\text{Бк})$$

$$A(^{131}\text{I}, t) = (6,17 - 1,42 \cdot e^{-0,370 \cdot t} - 4,75 \cdot e^{-31,56 \cdot t}) \cdot 10^{16} \quad (\text{Бк})$$

$$A(^{137}\text{Cs}, t) = (10,92 + 0,04 \cdot e^{-0,370 \cdot t} - 10,96 \cdot e^{-0,023 \cdot t}) \cdot 10^{16} \quad (\text{Бк})$$

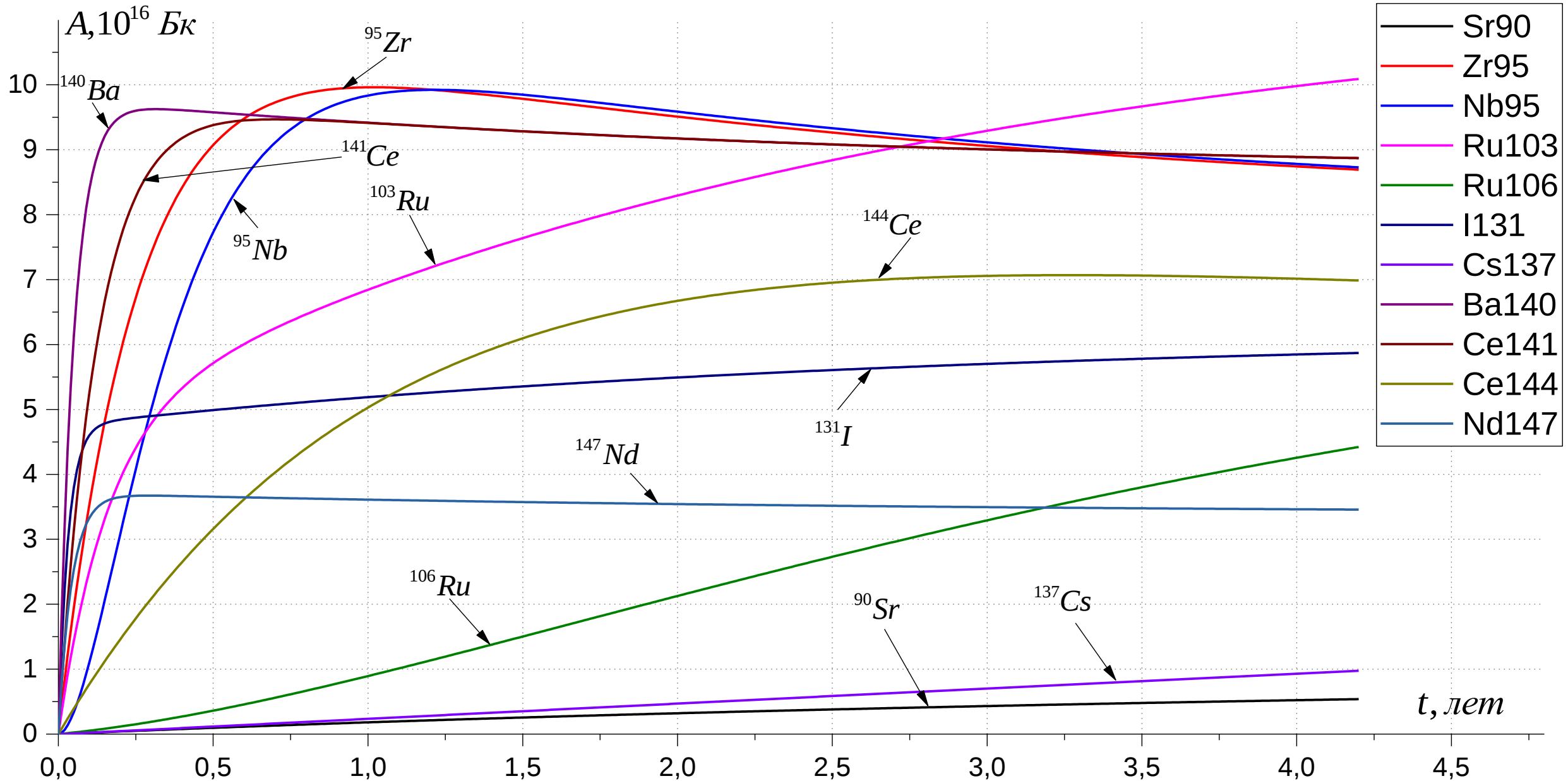
$$A(^{140}\text{Ba}, t) = (8,82 + 1,68 \cdot e^{-0,370 \cdot t} - 10,50 \cdot e^{-19,85 \cdot t}) \cdot 10^{16} \quad (\text{Бк})$$

$$A(^{141}\text{Ce}, t) = (8,63 + 1,14 \cdot e^{-0,370 \cdot t} - 9,77 \cdot e^{-7,79 \cdot t}) \cdot 10^{16} \quad (\text{Бк})$$

$$A(^{144}\text{Ce}, t) = (6,22 + 4,88 \cdot e^{-0,370 \cdot t} - 11,10 \cdot e^{-0,889 \cdot t}) \cdot 10^{16} \quad (\text{Бк})$$

$$A(^{147}\text{Nd}, t) = (3,39 + 0,32 \cdot e^{-0,370 \cdot t} - 3,71 \cdot e^{-23,06 \cdot t}) \cdot 10^{16} \quad (\text{Бк})$$

Активности наиболее важных нуклидов

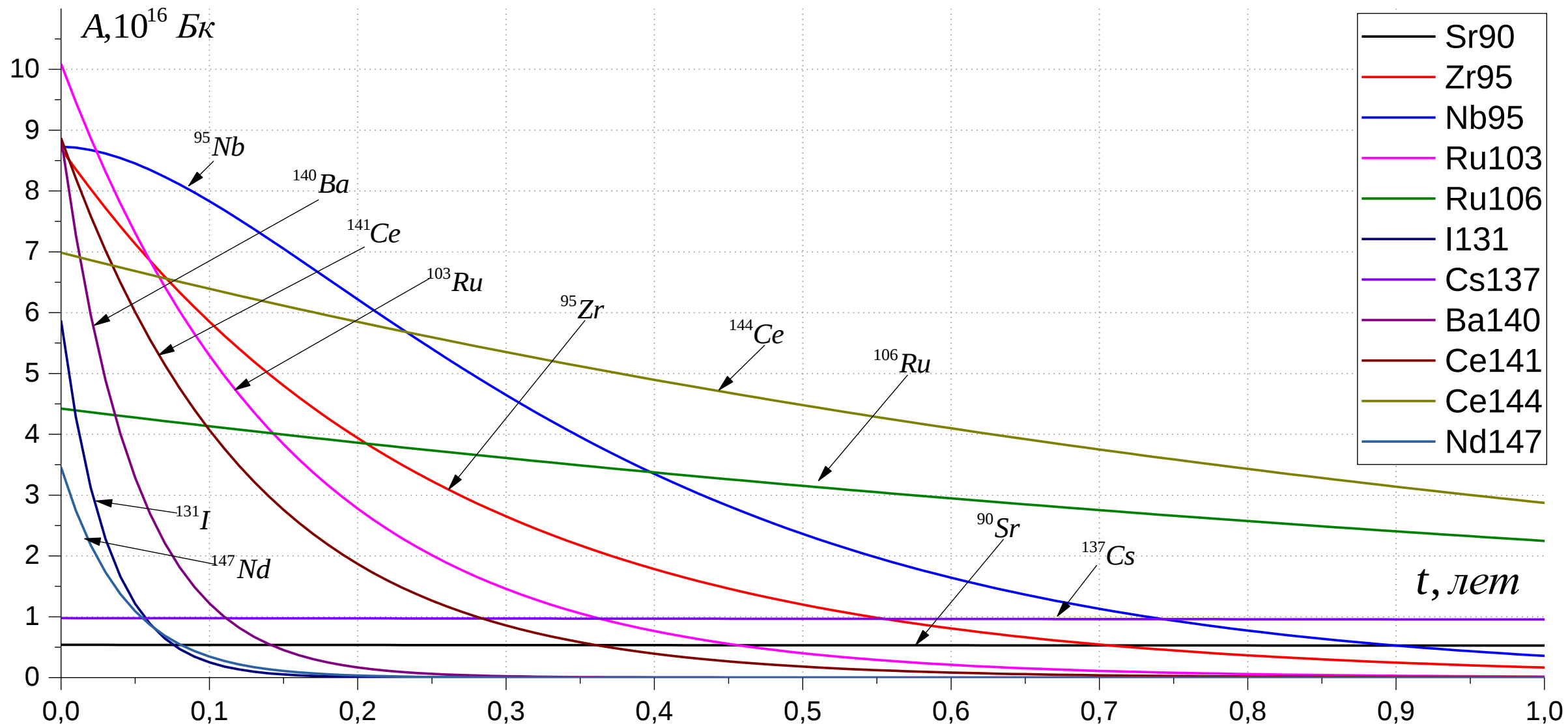


Активности в отработавшем топливе

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dA_1(t)}{dt} = -\lambda_1 A_1(t) \\ \frac{dA_2(t)}{dt} = \lambda_1 A_1(t) - \lambda_2 A_2(t) \\ \dots\dots\dots \\ \frac{dA_i(t)}{dt} = \lambda_{i-1} A_{i-1}(t) - \lambda_i A_i(t) \\ \dots\dots\dots \\ \frac{dA_n(t)}{dt} = \lambda_{n-1} A_{n-1}(t) \end{array} \right.$$

После прекращения работы реактора наработка нуклидов остановится. В результате система уравнений принимает простой вид.

Активности в отработавшем топливе



Активности в отработавшем топливе

Нуклид	Активность через 5 лет
⁹⁰Sr	0,48
⁹⁵ Zr	$2,18 \cdot 10^{-08}$
⁹⁵ Nb	$4,81 \cdot 10^{-08}$
¹⁰³ Ru	$9,95 \cdot 10^{-14}$
¹⁰⁶Ru	0,15
¹³¹ I	0
¹³⁷Cs	0,87
¹⁴⁰ Ba	0
¹⁴¹ Ce	0
¹⁴⁴Ce	0,082
¹⁴⁷ Nd	0

Заключение

Рассмотрен математический аппарат, позволяющий получать простые аналитические выражения зависимости активностей продуктов деления от времени кампании.

Получены оценки зависимости активностей наиболее важных с практической точки зрения радионуклидов для реактора ВВЭР-1200. Данные зависимости имеют простой математический вид.

Полученные оценки могут найти практическое применение для определения активностей радионуклидов в отработанном топливе, а также в случае аварийных выбросов.

Спасибо за
внимание!