# ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ КВАНТОВЫХ СИСТЕМ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КРИТЕРИЯ ФИДЕЛИТИ

АСПИРАНТ КАЗИЦКИЙ ЕГОР

НАУЧНЫЙ РУКОВОДИТЕЛЬ КУВШИНОВ ВЯЧЕСЛАВ ИВАНОВИЧ

# ЦЕЛЬ:

- ИСПОЛЬЗУЯ ФИДЕЛИТИ И ФОРМУЛУ БЭЙКЕРА-КАМПБЕЛЛА-ХАУСДОРФА ПОЛУЧИТЬ РЕЗУЛЬТАТЫ ДЛЯ УСТОЙЧИВОСТИ ИЗВЕСТНЫХ РЕШЕНИЙ

# ОСНОВА МЕТОДА

ИСПОЛЬЗУЕТСЯ КВАНТОВЫЙ КРИТЕРИЙ ФИДЕЛИТИ[1-5]

$$f = |\langle a|b\rangle|$$

$\langle a|$, $|b\rangle$ - ВЕКТОРЫ СОСТОЯНИЙ НЕВОЗМУЩЕННОЙ И ВОЗМУЩЕННОЙ СИСТЕМ

ЭВОЛЮЦИЯ ДАННЫХ ВЕКТОРОВ ОПРЕДЕЛЯЕТСЯ СООТНОШЕНИЯМИ

$$\langle a| = \langle a_0|\,\mathrm{EXP}\left(i\int_{t_0}^{t}\widehat{H}(\tau)d\tau\right), |b\rangle = \mathrm{EXP}\left(-i\int_{t_0}^{t}\left(\widehat{H}(\tau)+\widehat{H}_{\text{ВОЗМ}}(\tau)\right)d\tau\right)|b_0\rangle$$

$\mathrm{EXP}\left(i\int_{t_0}^{t}\widehat{H}(\tau)d\tau\right)$, $\mathrm{EXP}\left(-i\int_{t_0}^{t}\left(\widehat{H}(\tau)+\widehat{H}_{\text{ВОЗМ}}(\tau)\right)d\tau\right)$ – ОПЕРАТОРЫ ЭВОЛЮЦИИ НЕВОЗМУЩЕННОЙ И ВОЗМУЩЕННОЙ СИСТЕМ[6,7], $\langle a_0|$, $|b_0\rangle$ – ВЕКТОР СОСТОЯНИЯ НЕВОЗМУЩЕННОЙ И ВОЗМУЩЕННОЙ СИСТЕМ В НАЧАЛЬНЫЙ МОМЕНТ ВРЕМЕНИ

ВВЕДЕМ ОБОЗНАЧЕНИЯ

$$i\int_{t_0}^{t}\widehat{H}(\tau)d\tau = X; i\int_{t_0}^{t}\widehat{H}(\tau)d\tau + i\int_{t_0}^{t}\widehat{H}_{\text{ВОЗБ}}(\tau)\,d\tau = Y$$

В ВЕДЕННЫХ ОБОЗНАЧЕНИЯХ ПРОИЗВЕДЕНИЕ ВЕКТОРОВ СОСТОЯНИЯ ПРИМЕТ ВИД

$$\langle a|b\rangle = \langle a_0|e^{X}e^{-Y}|b_0\rangle = \langle a_0|e^{X-Y-\frac{1}{2}[X,Y]-\frac{1}{12}[X,[X,Y]]+\frac{1}{12}[Y,[Y,X]]+\cdots}|b_0\rangle$$

ОТМЕТИМ СООТНОШЕНИЯ

$$X - Y = -i\int_{t_0}^{t}\widehat{H}_{\text{ВОЗМ}}(\tau)\,d\tau$$

$$[X,Y] = i\int_{t_0}^{t}d\tau'\widehat{H}_{\text{ВОЗМ}}(\tau')\,;\left[X,[X,Y]\right] = i\int_{t_0}^{t}d\tau'\widehat{H}_{\text{ВОЗМ}}(\tau')\,;\left[Y,[Y,X]\right] = -i\int_{t_0}^{t}d\tau'\widehat{H}_{\text{ВОЗМ}}(\tau')$$

ИСПОЛЬЗОВАВ ФОРМУЛУ БЭЙКЕРА-КАМПБЕЛЛА-ХАУСДОРФА[8,9], ПОЛУЧАЕМ

$$f = \left|\langle a_0| e^{-ie\int_{t_0}^{t} d\tau' \widehat{H}_{\text{ВОЗМ}}(\tau')} |b_0\rangle\right|$$

ЕСЛИ НЕВОЗБУЖДЕННАЯ СИСТЕМА ЯВЛЯЕТСЯ СВОБОДНОЙ, А ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ С НЕКОТОРЫМ ПОЛЕМ СЧИТАТЬ ВОЗМУЩЕНИЕМ, ТО

$$\widehat{H}_{\text{ВОЗМ}}(\tau') = -L_{int}(\tau')$$

В ИТОГЕ ПОЛУЧАЕМ

$$f = \left|\langle a_0| e^{ie\int_{t_0}^{t} d\tau' L_{int}(\tau')} |b_0\rangle\right|$$

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ЧАСТИЦЫ В КУЛОНОВСКОМ ПОЛЕ

ДЛЯ ДАННОГО СЛУЧАЯ ИМЕЕМ

$$\widehat{H}_{\text{ВОЗМ}}(\tau') = -\frac{\alpha}{r}$$

РАДИАЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ НА БОЛЬШИХ РАССТОЯНИЯХ СВОБОДНОЙ ЧАСТИЦЫ[10]

$$R_{k'l'}^{(o)} \approx \frac{2}{r}\text{SIN}\left(kr - \frac{\pi}{2}l\right)$$

РАДИАЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ НА БОЛЬШИХ РАССТОЯНИЯХ СВОБОДНОЙ ЧАСТИЦЫ В КУЛОНОВСКОМ ПОЛЕ[11]

$$R_{kl} \approx \frac{2}{r}\text{SIN}\left(kr + \frac{1}{k}\text{LN}(2kr) - \frac{\pi}{2}l + \text{ARG}\left[\Gamma\left(l + 1 + \frac{i}{k}\right)\right]\right)$$

ПРИ БОЛЬШИХ ЭНЕРГИЯ И МАЛЫХ ВРЕМЕНАХ ПОЛУЧАЕМ ($b = ea(t - t_0)$)

$$|\langle a|b\rangle| = 4b\sqrt{(1.2^2 + (0.7kb)^2)} \to 0$$

ДВИЖЕНИЕ ЯВЛЯЕТСЯ НЕУСТОЙЧИВЫМ

# ПОВЕДЕНИЕ ЧАСТИЦЫ В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

ДЛЯ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ ГАМИЛЬТОНИАН ВОЗМУЩЕНИЯ БУДЕТ ИМЕТЬ ВИД

$$\widehat{H}_{\text{ВОЗМ}}(\tau') = E_z z$$

ЕСЛИ СЧИТАТЬ, ЧТО ЧАСТИЦА В МОМЕНТ ВРЕМЕНИ $t_0$ СВОБОДНА, ПОЛУЧАЕМ ДЛЯ ФИДЕЛИТИ

$$f = \left| C_z^2 \int dz e^{i\hat{p}_z z} e^{-eE_z z(\mathrm{T}-\mathrm{T}_0)} e^{-i\hat{p}_z z} \right| \approx \left| \frac{C_z^2}{2eE_z(\mathrm{T}-\mathrm{T}_0)} \right|$$

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ЧАСТИЦЫ ВОЗРАСТАЕТ СО ВРЕМЕНЕМ

# АТОМ ВОДОРОДА В ОДНОРОДНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

ДЛЯ ОДНОРОДНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ГАМИЛЬТОНИАН ВОЗМУЩЕНИЯ ИМЕЕТ ВИД

$$\widehat{H}_{\text{ВОЗМ}}(\tau') = -qE_z r cos\theta$$

РАДИАЛЬНАЯ ЧАСТЬ СОБСТВЕННОЙ ФУНКЦИЯ ПЕРВОГО ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО УРОВНЯ ЗАДАЕТСЯ ВЫРАЖЕНИЕМ[11]

$$\psi_{100} = R_{10}Y_{00} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-r}$$

ДЛЯ ФИДЕЛИТИ ВЫРАЖЕНИЕ ПРИ $(t - t_0) \ll 1$

$$f = \left|\langle a_0|e^{(t-t_0)ieqE_z r cos\theta}|b_0\rangle\right| \approx |\langle a_0|b_0\rangle + \langle a_0|(t - t_0)ieqE_z r cos\theta|b_0\rangle| = 1$$

ДВИЖЕНИЕ УСТОЙЧИВО

ОДНАКО В СЛУЧАЕ ДЛИТЕЛЬНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ МЫ ДОЛЖНЫ УЧИТЫВАТЬ ВЫСШИЕ ПОРЯДКИ РАЗЛОЖЕНИЯ. УЧЕТ ТРЕТЬЕГО СЛАГАЕМОГО ДАЕТ

$$f = \left|1 - \frac{1}{2}\left(eqE_z(t - t_0)\right)^2\right|$$

ПОСЛЕДНЕЕ НАГЛЯДНО ПОКАЗЫВАЕТ, ЧТО ДВИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОНА В АТОМЕ ВОДОРОДА, КОТОРЫЙ НАХОДИТСЯ ВО ВНЕШНЕМ ПОСТОЯННОМ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ НЕУСТОЙЧИВО

# ВЫВОД:

- ИСПОЛЬЗУЕМЫ ПОДХОД, ОСНОВАННЫЙ НА ФИДЕЛИТИ, ПОДТВЕРЖДАЕТ ИЗВЕСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И  МОЖЕТ БЫТЬ ИСПОЛЬЗОВАН ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

# ИСПОЛЬЗУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА


- [1] R. JOZSA FIDELITY FOR MIXED QUANTUM STATES JOURNAL OF MODERN OPTICS, 1994, VOL. 41, NO. 12, 231 5-2323
- [2] Ю.И. БОГДАНОВ ФИЗИКО- СТАТИСТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ ИНФОРМАТИКИ. УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ. М.: МИЭТ, 2010, 163 С.
- [3] YU. I. BOGDANOV,1 G. BRIDA,2 I. D. BUKEEV, M. GENOVESE, K. S. KRAVTSOV, S. P. KULIK, E. V. MOREVA,5 A. A. SOLOVIEV, AND A. P. SHURUPOV STATISTICAL ESTIMATION OF THE QUALITY OF QUANTUM TOMOGRAPHY PROTOCOLS ARXIV:1106.2056V2 [QUANT-PH] 7 NOV 2011
- [4] Ю.И. БОГДАНОВ, А.А. КОКИН, В.Ф. ЛУКИЧ, А.А. ОРЛИКОВСКИЙ, И.А. СЕМЕНИХИН, А.Ю. ЧЕРНЯВСКИЙ, КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА И РАЗВИТИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ 1/2012
- [5] В.И. КУВШИНОВ, В.В. МАРМЫШ СВЯЗЬ КЛАССИЧЕСКОГО И КВАНТОВОГО КРИТЕРИЕВ УСТОЙЧИВОСТИ ДЛЯ СИСТЕМ, ОПИСЫВАЕМЫХ КВАДРАТИЧНЫМИ ГАМИЛЬТОНИАНАМИ В КВАЗИКЛАССИЧЕСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ ВЕСТНИК БГУ. СЕР. 1. 2006. № 1
- [6] А. САДБЕРИ, КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА И ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ (МИР, 1989) (490С) ПАРАГРАФ 3.4. ГЕЙЗЕНБЕРГОВСКАЯ КАРТИНА. СТР.154-155
- [7] Л. Д. ЛАНДАУ, Е. М, ЛИФШИЦ, КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА (НЕРЕЛЯТИВИСТСКАЯ ТЕОРИЯ).— ИЗДАНИЕ 6-Е, ИСПРАВЛЕННОЕ. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. — 800 С. — («ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА», ТОМ III). — ISBN 5-9221-0530-2. ПАРАГРАФ 13. ГЕЙЗЕНБЕРГОВСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ОПЕРАТОРОВ.
- [8] S. STERNBERG, LIE ALGEBRAS APRIL 23, 2004
- [9] LIE GROUPS IN PHYSICS VERSION 25/06/07 INSTITUTE FOR THEORETICAL PHYSICS UTRECHT UNIVERSITY BETA FACULTY 2007 ENGLISH VERSION
- [10] Л. Д. ЛАНДАУ, Е. М, ЛИФШИЦ, КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА (НЕРЕЛЯТИВИСТСКАЯ ТЕОРИЯ). — ИЗДАНИЕ 6-Е, ИСПРАВЛЕННОЕ. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. — 800 С. — («ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА», ТОМ III). — ISBN 5-9221-0530-2. ПАРАГРАФ 33. СФЕРИЧЕСКОЕ ВОЛНЫ.
- [11] Л. Д. ЛАНДАУ, Е. М, ЛИФШИЦ, КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА (НЕРЕЛЯТИВИСТСКАЯ ТЕОРИЯ). — ИЗДАНИЕ 6-Е, ИСПРАВЛЕННОЕ. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. — 800 С. — («ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА», ТОМ III). — ISBN 5-9221-0530-2. ПАРАГРАФ 36. КУЛОНОВСКОЕ ПОЛЕ(СФЕРИЧЕСКОЕ КООРДИНАТЫ).

# СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!