

$> 400 \div 500$ кэВ) зависимость $L_{\Pi}(E)$ в логарифмических координатах близка к линейной. Расположение максимума кривой $L_{\Pi}(E)$ зависит от объема чувствительной области детектора и толщины поглощающего слоя вещества на пути источник — чувствительный объем детектора. Так, например, для спектрометров с ППД с объемами чувствительных областей около 10 и 40 см³ максимумы располагаются соответственно при энергии γ -квантов около 140 и 260 кэВ.

Проведенная таким образом градуировка действительна для одной геометрии эксперимента. Однако источники с разной интенсивностью частиц необходимо исследовать на различных расстояниях r от детектора для того, чтобы обеспечить оптимальную статистическую загрузку спектрометра. Поэтому всегда желательно иметь градуировку для разных расстояний. Если эти расстояния малы ($r < \sqrt[3]{V}$, где V — объем чувствительной области детектора), то градуировку следует повторять для всех необходимых r , так как пересчет на другие расстояния сложен из-за существенного влияния краевых эффектов и погрешности измерения малых r .

Для расстояний, больших характерных размеров детектора, и малого поглощения и рассеяния частиц на пути источник — чувствительный объем детектора можно произвести пересчет светосилы, так как в этом случае изменяется лишь геометрическая светосила $\Omega \sim r^{-2}$. Для этого определяют расстояние от поверхности криостата или контейнера, в котором упакован детектор, до эффективного центра детектора $r_{\text{эф}}$ по результатам двух измерений:

$$L_{\Pi}(r_1)/L_{\Pi}(r_2) = (r_2 + r_{\text{эф}})^2 / (r_1 + r_{\text{эф}})^2. \quad (1.79)$$

Из (1.79) следует

$$r_{\text{эф}} = [r_2 \sqrt{L_{\Pi}(r_2)} - r_1 \sqrt{L_{\Pi}(r_1)}] / [\sqrt{L_{\Pi}(r_1)} - \sqrt{L_{\Pi}(r_2)}]. \quad (1.80)$$

Здесь r_1, r_2 — расстояния от источника до поверхности контейнера или криостата. Расстояние до эффективного центра является функцией энергии частиц $r_{\text{эф}} = r(E)$.

Глава 2. МАГНИТНЫЕ СПЕКТРОМЕТРЫ

2.1. Принцип действия и основные характеристики спектрометров

Принцип работы всех приборов для измерения энергий заряженных частиц по их отклонению в магнитном поле основан на том, что магнитное поле производит пространственное разделение этих частиц по импульсам, т.е. радиус кривизны траекторий тем больше, чем больше

энергия (импульс) частицы. Если вектор скорости частицы перпендикулярен силовым линиям поля, то в постоянном однородном магнитном поле частица движется по круговой траектории, в противном случае, — по спирали с осью, параллельной силовым линиям поля. Приборы, в которых исследуемые частицы движутся по круговым траекториям, называют приборами с поперечным магнитным полем, а приборы, в которых траектория движения частиц спиралевидная; — приборами с продольным магнитным полем (винтовые спектрометры).

В соответствии с принятой в спектроскопии заряженных частиц терминологией та часть прибора, в которой происходит разложение частиц в спектр, называется анализирующим элементом. Исследуемые частицы описывают траектории, локализованные в определенной области, положение которой в процессе измерений не меняется. Это облегчает задачу расчета параметров спектрометров, когда достаточно знать закон распределения поля в сравнительно узкой области — месте прохождения предполагаемых траекторий. В большинстве современных спектрометров магнитное поле, служащее анализатором, одновременно производит фокусировку пучка исследуемых частиц.

В общем виде проблема создания магнитных спектрометров содержит в себе две задачи: собрать в приборе как можно больше ядерных частиц и получить наилучшее разрешение по энергии. Так как все электронно-оптические приборы имеют абберации, то, очевидно, невозможно создать спектрометр, совершенный в обоих отношениях. Возможности конкретного типа спектрометра определяются основными его характеристиками — светосилой и разрешением.

Пусть частица массой M с зарядом Ze движется со скоростью v в однородном магнитном поле напряженности B в плоскости, перпендикулярной силовым линиям. Радиус кривизны круговой траектории, описываемой частицей, удовлетворяет уравнению

$$BZe v r = Mv^2 / \rho, \quad (2.1)$$

где $M = M_0 / \sqrt{1 - v^2/c^2}$; M_0 — масса покоя, а импульс частицы равен $p = Mv = ZeB\rho$. (2.2)

Использование импульсного представления оказалось удобным, так как оно непосредственно указывает, какие величины магнитного поля и размеры прибора необходимы, чтобы исследовать данные частицы. Из этого же выражения видно, что для анализа тяжелых заряженных частиц трудности создают большие значения $B\rho$, для которых необходимы поля порядка 10 000 Э и более. Кроме того, например, для α -частиц вполне пригодны более простые приборы, такие, как полупроводниковые спектрометры. Поэтому магнитные спектрометры наибольшего применения нашли в β -спектрометрии.

В дальнейшем изложение магнитных методов будет касаться только легких заряженных частиц — электронов. Предположим, что изучается энергетическое распределение электронов с помощью магнитного спектрометра.

Для электрона (масса m , заряд e , скорость v) формулы (2.1) и (2.2) имеют вид:

$$Bev = mv^2/\rho; \quad (2.3)$$

$$p = mv = eB\rho. \quad (2.4)$$

Пусть распределение по импульсам будет $n(p)$, тогда энергетическое распределение $\Phi(E)$ следует искать из соотношения

$$n(p) = \Phi(E) dE/dp. \quad (2.5)$$

Связь между E и p устанавливается из выражения (2.4) и формулы $E = mc^2 - m_0c^2$. Следует учесть, что интервалы dE и dp различны, что приводит к различной форме распределения по E и p . Кроме того, в магнитных спектрометрах, как правило, остается постоянной геометрия, т.е. ρ , а меняется только B , поэтому измеряемый интервал импульсов $dp \sim d(B\rho)$ не остается постоянным. Отсюда и измеренный на спектрометре спектр $n_{\text{приб}}(B\rho)$ не совпадает по форме с истинным спектром электронов по импульсам. Его нужно привести к одинаковым интервалам по оси абсцисс, положив

$$n(B\rho) = n_{\text{приб}}(B\rho)/(B\rho). \quad (2.6)$$

Следовательно, распределение по энергиям определяется как

$$\Phi(E) = n(B\rho) \frac{d(B\rho)}{dE} = \frac{n_{\text{приб}}(B\rho)}{B\rho} \frac{d(B\rho)}{dE}. \quad (2.7)$$

Полезно записать связь кинетической энергии электрона с импульсом, выраженным в единицах $B\rho$:

$$E = m_0c^2 \left[\sqrt{1 + \left(\frac{e}{m_0c} \right)^2 (B\rho)^2} - 1 \right], \quad (2.8)$$

а также соотношение относительных изменений импульса

$$dp/p = d(B\rho)/B\rho \quad (2.9)$$

и энергии

$$\frac{dE}{E} = \left(1 + \frac{m_0c^2}{E + m_0c^2} \right) \frac{d(B\rho)}{B\rho}. \quad (2.10)$$

Если источник излучает изотропно моноэнергетические частицы, то в

спектрометре анализу подлежит только их часть, ограниченная входной диафрагмой.

Ширина спектральной линии от точечного источника определяется телесным углом Ω направляемого в поле анализатора пучка частиц. Телесный угол спектрометра эквивалентен геометрической светосиле оптического прибора. При точечном источнике вводят относительный телесный угол $\Omega/4\pi$ (обычно в процентах). Относительный телесный угол (или геометрическая светосила) фактически выражает отношение количества частиц, фокусируемых в поле спектрометра, к полному числу частиц, испускаемых моноэнергетическим точечным изотропным источником.

Если источник имеет некоторую конечную площадь S с распределенной по ней активностью, вводят понятие светимости, которая равна интегралу светосилы по поверхности источника $L = \Omega S / (4\pi)$. Относительный телесный угол характеризует фокусирующие свойства прибора, если все частицы, попадающие в спектрометр, фиксируются детектором на выходе. Наличие выходной диафрагмы уменьшает число попавших на детектор частиц. Кроме того, сам детектор фиксирует частицы не со 100%-ной вероятностью. Для характеристики спектрометра иногда вводят понятие пропускания, равное отношению числа частиц, регистрируемых детектором, к полному числу частиц, испускаемых источником. Если свести к минимуму влияние выходной диафрагмы, т.е. приблизить значение пропускания прибора к произведению относительного телесного угла на эффективность регистрации детектором ϵ , то эффективная светосила спектрометра равна $L_{\text{эф}} = \Omega \epsilon / (4\pi)$ [или $L_{\text{эф}} = \Omega \epsilon S / (4\pi)$, если источник имеет площадь S].

Зная действительную ширину линии изображения стандартного моноэнергетического источника, можно определить разрешающую силу по основанию линии, называемую базисной разрешающей силой прибора.

Для удобства ширину линии чаще определяют на половине высоты (полуширину). Она лучше определяется экспериментально, чем базисная ширина. Относительная ширина линии, которая, как правило, да-

ется в процентах, является хорошей мерой качества спектрометра и называется разрешением спектрометра. Базисное разрешение применяется реже.

Важно помнить, что требования максимальной светосилы и наилучшего разрешения противоречивы. Светосила прибора пропорциональна углу раствора пучка, а наилучшее разрешение достигается при

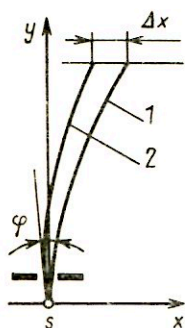


Рис. 2.1. Схема магнитного спектрометра прямого отклонения

малых значениях этого угла (разрешение пропорционально квадрату угла раствора). Поэтому необходимо выбирать оптимальное соотношение между светосилой и разрешением.

Первый опыт с целью определения энергий электронов по их отклонению магнитным полем был выполнен в 1910 г. Байером и Ганом методом прямого отклонения в постоянном магнитном поле, перпендикулярном направлению распространения электронов. Однако таким способом нельзя получить хорошее энергетическое разрешение — ширина изображения источника, ограниченного входной щелевой диафрагмой, больше ширины входной щели (рис. 2.1). Этот недостаток был преодолен в 1912 г., когда Даныш предложил способ полукруговой фокусировки.

2.2. Спектрометр с однородным магнитным полем и полукруговой фокусировкой

Рассмотрим траектории электронов, испускаемых точечным изотропным источником s , при их движении в однородном поперечном магнитном поле напряженностью B (рис. 2.2). Ограничивающая входная диафрагма в виде щели вырезает расходящийся пучок электронов с плоским апертурным углом 2φ . Из рисунка легко уяснить, что после полуоборота изображение источника имеет минимальную ширину. Фокусировка обеспечивается только в одном направлении. Наличие абберации приводит к тому, что изображением точки является линия,

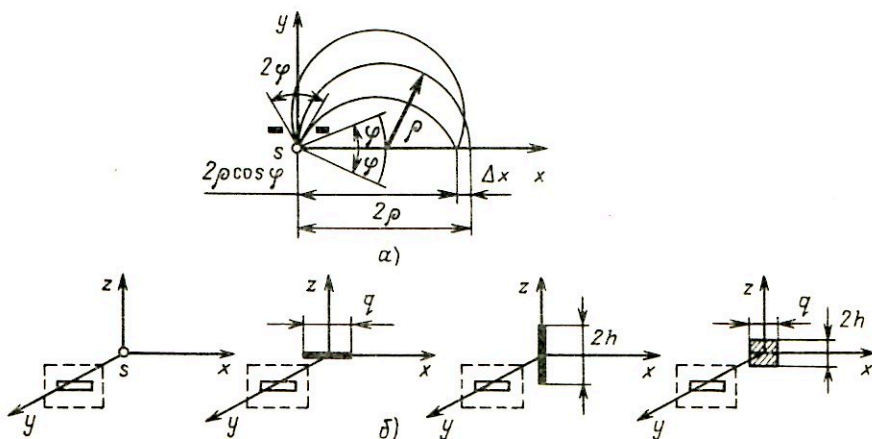


Рис. 2.2. Схема спектрометра с полукруговой фокусировкой:

a — траектории заряженных частиц; $б$ — учет размеров источника

ширина которой равна

$$\Delta x = 2\rho - 2\rho \cos \varphi = 2\rho(1 - \cos \varphi). \quad (2.11)$$

Так как угол φ мал, то $\cos \varphi \approx 1 - \varphi^2/2$ и $\Delta x \approx \rho\varphi^2$. Поскольку координата $x = 2\rho$ и $\Delta\rho = \Delta x/2$, относительное базисное разрешение имеет вид

$$R_0 = \Delta\rho/\rho = \Delta x/(2\rho) = \varphi^2/2. \quad (2.12)$$

Если источник имеет конечные размеры, например нить размером q , расположенную по оси x в плоскости чертежа, то ширина изображения равна $\Delta x = \rho\varphi^2 + q$, а базисное разрешение

$$R_0 = \varphi^2/2 + q/(2\rho). \quad (2.13)$$

При оптимальных условиях оба члена дают примерно одинаковый вклад в разрешение. Это приводит к соотношению $\varphi = \sqrt{q/\rho}$. Источник в виде нити предполагает бесконечно малый размер как по оси y (толщина), так и по оси z (высота), т.е. в направлении, перпендикулярном к плоскости чертежа. Малая толщина источника необходима для того, чтобы избежать самопоглощения и саморассеяния излучения. Увеличение высоты источника приводит к дополнительному размытию изображения, т.е. увеличению Δx в сторону $x < 2\rho$. Пусть источник имеет некоторую высоту $2h$ (при этом размер по оси x бесконечно мал, иначе проекция на плоскость xu будет точкой). Траектории электронов, вылетающих из точки с координатами $(x = 0, y = 0, z = h)$, образуют со средней плоскостью xu угол ψ . Проекция этих траекторий на среднюю плоскость, т.е. на плоскость, перпендикулярную направлению магнитного поля, есть окружности радиуса $\rho \cos \psi$. Такие электроны будут пересекать ось x в точке, отстоящей от правого края изображения на величину $2\rho - 2\rho \cos \psi \approx \rho\psi^2$ (угол ψ мал).

При определении оптимальной высоты источника $2h$ принимают, что размытие изображения за счет высоты источника не должно превышать размытия за счет конечной ширины источника q , т.е. $\rho\psi^2 \leq q$. Так как угол ψ мал, можно принять $\psi \approx h/(2\rho)$, и оптимальная полувысота источника $h \leq \pi\sqrt{q\rho}$.

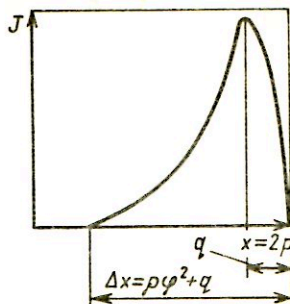
Размер выходной диафрагмы спектрометра также может привести к уширению изображения (на величину этой диафрагмы d). Тогда полное базисное разрешение

$$R_0 = (1/2\rho)(d + q + \rho\varphi^2 + \rho\psi^2). \quad (2.14)$$

Относительный телесный угол дается выражением $\Omega = \varphi\psi/(2\pi)$, а светимость спектрометра $L = qh\varphi\psi/(2\pi)$.

При оптимальных условиях вклад в размытие изображения от всех составляющих примерно одинаков, тогда $R_0 \approx 2\varphi^2$, а телесный угол $\Omega \approx R_0/4\pi$. Следовательно, увеличение светимости спектрометра не-

Рис. 2.3. Распределение интенсивности частиц в области изображения источника



минусом ведет за собой ухудшение разрешения. Как упоминалось, на практике пользуются относительной полушириной, которая примерно в 2 раза меньше базисного разрешения $R \approx R_0/2$.

Рассмотрим вопрос о распределении интенсивности в пределах изображения. Интенсивность в каждой точке изображения с координатой x пропорциональна числу частиц, приходящихся на единицу ширины изображения около этой точки. Для точечного источника эта величина $J \sim d\varphi/dx$. Так как $x = 2\rho \cos \varphi$, $J \sim 1/\sqrt{4\rho^2 - x^2}$. Исследование функции в области малых значений $2\rho - x$, т.е. в пределах изображения Δx , показывает, что функция имеет резкий максимум вблизи точки $x = 2\rho$. Если источник имеет конечные размеры, например ширину q , то характер поведения функции меняется мало, только положение максимума смещается в сторону $x < 2\rho$ и приходится в точку с координатой $x = 2\rho - q$. Наличие других конечных размеров источника не приводит к нарушению особенностей функции. В распределении интенсивности сохраняется резкий максимум, расположенный близко к правому краю изображения, а затем интенсивность постепенно снижается к левому краю изображения (рис. 2.3).

Если спектрометр дает изображение асимметричной формы с резким краем с одной стороны, то разрешающая способность по отношению к этой стороне линии может быть заметно лучше, чем определяемая по полуширине линии.

Отсутствие пространственной фокусировки не позволяет конструировать спектрометры с высоким пропусканием, но спектрометр с полукруговой фокусировкой имеет ряд достоинств: построить его просто и дешево, магнитное поле может быть легко и с большой точностью измерено, спектрометр допускает фотографический способ регистрации. Последнее свойство делает возможным одновременную регистрацию большей части спектра частиц, иначе говоря, спектрометр с такой регистрацией есть многоканальный прибор. Однако фотографический метод не позволяет проводить точные измерения интенсивности, поскольку необходимо переводить степень почернения пластинки в количество зарегистрированных частиц, что весьма сложно.

Для исследований спектров в области малых энергий непосредственно за фотопластинкой располагают "послеускоряющий" электрод в виде изолированной металлической пластины, находящейся под потен-

циалом около 10 кВ. С учетом низкого порога чувствительности фоторегистрации можно сказать, что послеускоряющая система приближает границу энергии исследуемых электронов к нескольким килоэлектрон-вольтам.

Использование других методов регистрации частиц (счетчиков Гейгера, полупроводниковых детекторов) дает возможность с хорошей точностью определить интенсивность, но такая система становится одноканальной, так как применяемые детекторы не обладают свойством позиционной чувствительности.

2.3. Спектрометр с двойной фокусировкой на угол $\pi\sqrt{2}$

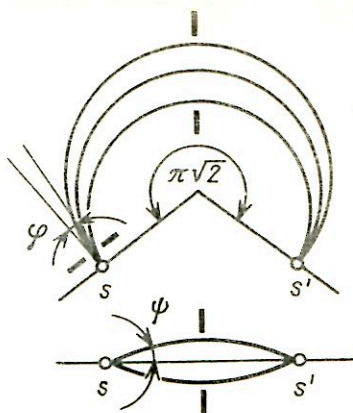
Основной недостаток плоских поперечных спектрометров — отсутствие пространственной фокусировки. Идея фокусировки состоит в том, чтобы сблизить траектории частиц, обладающих одинаковым импульсом и попадающих в область магнитного поля с некоторой угловой расходимостью. Если магнитная индукция на внешней границе исследуемого пучка меньше, чем на внутренней (см. рис. 2.1), то траектория 2 будет иметь иной радиус кривизны, чем траектория 1. При соответствующем законе изменения индукции в направлении радиуса поворота частиц пути их после поворота на некоторый угол пересекутся в одной точке пространства.

Применение неоднородности поперечного магнитного поля позволяет улучшить качество фокусировки пучков со значительной угловой расходимостью. Благодаря этому увеличиваются разрешающая сила и светосила прибора. Для поставленной задачи было использовано поле типа бетатронного.

Известно, что электрон в аксиально-симметричном магнитном поле, z -компонента которого в средней плоскости монотонно убывает с увеличением радиуса ρ , описывает траекторию, осциллирующую как по ρ , так и по z (ρ и z — координаты частицы). Электронно-оптической осью системы будет окружность с радиусом ρ_0 в плоскости симметрии магнитного поля.

Электрон, вылетающий из некоторой точки на оптической оси под углами φ и ψ к этой оси (φ — горизонтальный угол, ψ — вертикальный угол), будет совершать колебания относительно оси в вертикальном и радиальном направлениях с некоторыми угловыми частотами. После поворота на некоторый угол электрон вернется на ось симметрии. При совпадении угловых частот колебаний все электроны, вылетающие из одной точки, пересекут ось симметрии также в одной точке (рис. 2.4). В этом случае достигается фокусировка в двух направлениях, или двойная фокусировка. Расчеты показывают, что угол фокусировки равен $\pi\sqrt{2}$, а магнитное поле вблизи центральной орбиты $\rho = \rho_0$ должно убывать как $1/\sqrt{\rho}$. Можно также исходить из формы бетатронного магнитного поля типа $B(\rho) = B(\rho_0)(\rho_0/\rho)^n$. Для равен-

Рис. 2.4. Двойная фокусировка в поперечном аксиально-симметричном неоднородном поле



ства частот колебаний в вертикальном и радиальном направлениях n должно быть равно $1/2$. Более детальный анализ формы поля и влияния этого поля на характеристики спектрометра показывает, что можно использовать другие поля, но незначительно отличающиеся по форме от $1/\sqrt{\rho}$. Обычно поле представляют в виде

$$B(\rho) = B(\rho_0) \left[1 + \alpha \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} + \beta \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right)^2 + \dots \right], \quad (2.15)$$

где α и β — константы. Это выражение можно получить путем разложения в ряд формулы $B(\rho) = B(\rho_0) (\rho_0/\rho)^n$. Для осуществления фокусировки на угол $\pi\sqrt{2}$ константы принимают значения $\alpha = -1/2$ и $\beta = 3/8$.

Все сказанное выше относилось к движению электронов, вылетающих из точечного источника, расположенного в некоторой точке на центральной оси симметрии системы. Реальный источник имеет конечные размеры. Если учесть размеры реального источника, имеющего ширину q и высоту $2h$, размеры входной диафрагмы, определяющей апертурные углы φ и ψ , размер выходной диафрагмы d , то выражение для базисного разрешения будет иметь вид

$$R_0 = \frac{1}{4\rho} \left(q + d + \frac{4\beta - 3}{12\rho} h^2 + \frac{|2 - 16\beta|}{3} \rho\varphi^2 + \frac{|16\beta - 6|}{3} \rho\psi^2 \right). \quad (2.16)$$

Член, содержащий высоту источника, как правило мал, поэтому

$$R_0 = R_q + R_d + R_{аб}, \quad (2.17)$$

где

$$R_q = \frac{q}{4\rho}; \quad R_d = \frac{d}{4\rho}; \quad R_{аб} = \frac{1}{4\rho} \left(\frac{|2 - 16\beta|}{3} \rho\varphi^2 + \frac{|16\beta - 6|}{3} \rho\psi^2 \right).$$

Значение коэффициента β можно выбирать с некоторой степенью свободы. Если $\beta = 3/8$, то разрешение не зависит от вертикального угла ψ и определяется радиальной шириной диафрагмы, т.е. углом φ . В действительности угол ψ не может быть очень большим, так как все расчеты выполнялись при условии, что углы ψ и φ не превышают 0,1 рад. Кроме того, угол ψ ограничен конструкциями магнита: $R_0 \approx R_q + R_d + \varphi^2/3$.

Выбор коэффициента $\beta = 1/8$ делает размер изображения независимым от горизонтального угла φ : $R_0 \approx R_q + R_d + \psi^2/3$.

Если $\beta = 1/4$, $R_0 \approx R_q + R_d + (1/6)(\varphi^2 + \psi^2)$. В этом случае изображение имеет наименьшую площадь. При выборе $\varphi = \psi$ $R_{аб} = \varphi^2/3$, а в оптимальном варианте $R_q = R_d = R_{аб}$, имеем $R_0 = \varphi^2$ и $R = \varphi^2/2$.

Относительный телесный угол для прямоугольной диафрагмы равен $\Omega = \varphi\psi/\pi$, а для квадратной $\Omega = \varphi^2/\pi$. Светимость пропорциональна Ω . Сравнивая полученные оценки для основных характеристик спектрометра с двойной фокусировкой с подобными величинами для спектрометра с полукруговой фокусировкой, видим, что в рассматриваемом спектрометре возможно получить существенно лучшее разрешение при том же относительном телесном угле.

Для спектрометров с двойной фокусировкой на угол $\pi\sqrt{2}$ в аксиально-симметричном магнитном поле можно добиться высокой светосилы при хорошем разрешении. Лучшие образцы созданных спектрометров имеют разрешение лучше $10^{-2}\%$ при относительном телесном угле около 0,1%.

Вполне понятно, что рассмотренный тип спектрометров предложен как пример использования фокусирующих свойств неоднородного поля для создания приборов с хорошим разрешением при высокой светосиле. Закон изменения индукции $B(\rho)$ и угол фокусировки могут быть и другими. Например, $B(\rho) \sim 1/\rho$, угол фокусировки $\pi\sqrt{3/2}$ и т.п. Подробно о конструкциях и характеристиках спектрометров можно узнать в [1, 2, 19].

Магнитное поле спектрометра может быть получено как с применением системы только катушек с током, так и с применением железа для формирования поля. Безжелезные спектрометры обладают рядом преимуществ по сравнению со спектрометрами с железным магнитопроводом: 1) строгая линейная зависимость между напряженностью магнитного поля и питающим электромагнитным током, что обеспечивает высокую точность определения B , а следовательно, импульса или энергии частицы; 2) практическая неизменность топографии магнитного поля при изменении тока и, таким образом, неизменность электронно-оптических параметров системы; 3) возможность обеспечения заданной формы магнитного поля с высокой степенью точности.

2.4. Спектрометры с секторным полем

Часто в процессе экспериментальных исследований требуется свободный доступ к пространству около источника или детектора. В этом случае предпочтительнее использовать секторное магнитное поле. Секторное поле предполагает, что на границе оно изменяется скачком от 0 до заданного значения B . Вне поля путь частицы прямолинейен (см. рис. 2.5). Выбором формы магнитного поля можно добиться, чтобы все частицы с одинаковым импульсом (или энергией), испущенные источником s в некотором плоском угле, вновь собирались в точке s' . Секторную фокусирующую систему возможно осуществить и с двойной фокусировкой. Очевидна аналогия между секторным полем и толстой оптической линзой. По этой аналогии магнитные спектрометры с секторным полем называют призмменными.

Выбор формы поля и способы его получения весьма разнообразны. Например, поле, меняющееся как $1/\rho$, может быть получено в зазоре между двумя скошенными плоскими полюсами. Для увеличения пропускания спектрометра объединяют несколько зазоров в систему типа "апельсин" (рис. 2.6). Пропускание при заданном разрешении пропорционально числу зазоров, если они одинаковы и не мешают друг другу. Самый удачный путь для решения поставленной задачи — создание поля без применения железа. Торoidalная катушка с точно рассчитанным профилем позволила создать поле, свободное от нелинейности и остаточного магнетизма — обычных нежелательных спутников при наличии железа в магнитах. Источник и детектор расположены обычно на оси симметрии. Частицы попадают в магнитном поле через зазор между витками. Виткам придается форма, обеспечивающая фокусировку в широком диапазоне углов. Отличительным свой-

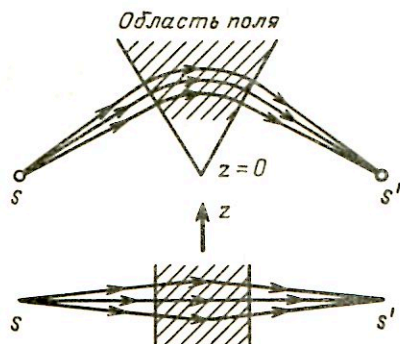


Рис. 2.5. Фокусировка частиц в поперечном секторном магнитном поле

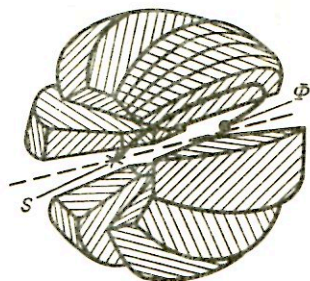


Рис. 2.6. Схема спектрометра с секторным полем типа "апельсин";

s — источник; Φ — фокус

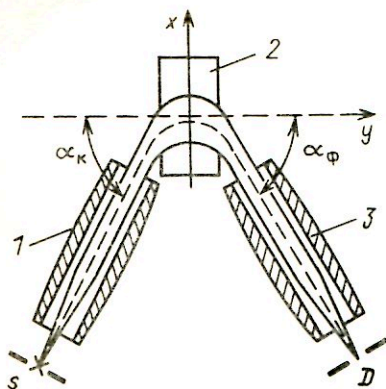


Рис. 2.7. Электронно-оптическая схема призмного спектрометра [5]:

s – источник; D – детектор; 1 – коллиматорная линза; 2 – магнитная призма; 3 – фокусирующая линза

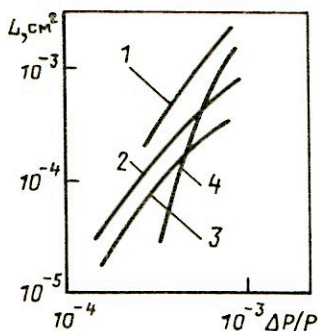


Рис. 2.8. Светимость и разрешающая способность некоторых бета-спектрометров:

1 – тороидальный спектрометр с прямоугольным витком (Москва); 2 – безжелезный бета-спектрометр типа $\pi\sqrt{2}$ со средним радиусом траектории 100 см (Канада); 3 – призмный бета-спектрометр, содержащий железную электромагнитную призму и два плеча из тонких линз (Ленинград, Вильнюс); 4 – железный спектрометр с полем $1/\rho$ (Швейцария)

ством тороидальных спектрометров является их полная "рассчитываемость". Расчеты показали возможность использования витка прямоугольной формы, что упрощает изготовление и повышает точность, магнитное поле катушки с прямоугольным витком представляет собой поле пучка равноотстоящих проводов, и поэтому траектории электронов могут быть вычислены с любой точностью. Один из лучших тороидальных спектрометров разработан и создан Е.Ф. Третьяковым [20]. Полученное разрешение по импульсу 0,028 % при пропуске 1%. Светимость спектрометра, определяемая как произведение площади источника на пропускание, равна 10^{-2} см². Это выше, чем у лучших приборов с фокусировкой на угол $\pi\sqrt{2}$, обладающих такими же габаритами. Как утверждает автор, полученное разрешение не является предельным. Усовершенствование конструкции (увеличение числа витков, размеров установки) может улучшить разрешение при сохранении преимуществ в светосиле.

Свойства призмного спектрометра значительно улучшаются, если применить дополнительное формирование пучка до и после его отклонения в призме. На рис. 2.7 представлена схема такого спектрометра [5]. Точечный источник, расположенный на оси коллиматорной линзы, испускает электроны различного импульса. При определенных

условиях, при определенном токе, протекающем по обмотке коллиматорной линзы, положение изображения источника совпадает с ее фокальной плоскостью для электронов, из которых формируется параллельный пучок определенного импульса. Далее электроны попадают в отклоняющее поле магнитной линзы. Угол падения пучка α_k и напряженность поля призмы подбирают так, чтобы электроны пересекали ось x под прямым углом и линейный фокус лежал на ней. Благодаря этому пучок симметричен относительно оси x , на выходе из призмы его границы параллельны и ось пучка образует с осью y угол $\alpha_p = -\alpha_k$. Ось фокусирующей линзы направлена вдоль отклоненного пучка, приемная диафрагма расположена в фокальной плоскости фокусирующей линзы, на ее оси. Спектрометр обладает хорошим разрешением (до 0,015%), но малой светосилой (0,03%).

На рис. 2.8 для сравнения приведены характеристики некоторых типов спектрометров.

2.5. Спектрометры с продольным магнитным полем

Продольное магнитное поле также обладает свойством фокусировки, которое используется для создания спектрометров заряженных частиц. Предположим, что в однородном магнитном поле, направленном вдоль оси z (рис. 2.9), изотропный источник испускает моноэнергетические частицы под некоторым углом α к оси z . Траектория частиц лежит на поверхности цилиндра, а проекция этой траектории на плоскость, перпендикулярную оси z , есть окружность радиуса ρ , удовлетворяющего уравнению

$$mv_{\rho}^2/\rho = eB/c, \quad (2.18)$$

где $v_{\rho} = v \sin \alpha$ — радиальная составляющая скорости частицы v , остальные обозначения прежние. Проекция траектории на плоскость чертежа является синусоидой. Частица совершит полный оборот и вновь пересечет ось z через время $T = 2\pi\rho/v_{\rho} = 2\pi mc/(eB)$. За это же время частица сместится вдоль оси z на расстояние, равное $v_z T = v \cos \alpha 2\pi mc/(eB)$, где $v_z = v \cos \alpha$ — составляющая скорости вдоль оси z .

Если с помощью диафрагмы выделить частицы, выходящие из источника в некотором угле $\Delta\alpha$, то размер области Δz , где происходит пере-

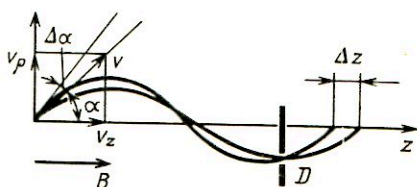


Рис. 2.9. Проекция траекторий частиц в однородном продольном магнитном поле. Диафрагма D — в плоскости кольцевого фокуса

сечение траекторий с осью, равен

$$\Delta z = \frac{2 \pi m c}{e B} v [\cos \alpha - \cos (\alpha + \Delta \alpha)]. \quad (2.19)$$

Величина Δz определяет возможности по разрешению спектрометра с однородным полем. Относительное базисное разрешение равно

$$\frac{\Delta z}{z} \sim \frac{\cos \alpha - \cos (\alpha + \Delta \alpha)}{\cos \alpha} \approx 2 \operatorname{tg} \alpha \Delta \alpha, \quad (2.20)$$

если угол $\Delta \alpha$ мал. Светосила спектрометра пропорциональна $\Delta \alpha$. Из сказанного следует, что характеристики рассматриваемого спектрометра при условии малости угла α близки к характеристикам ранее описанных спектрометров. Большую светосилу можно получить, если использовать кольцевые входную и выходную диафрагмы. Последнюю располагают в месте кольцевого фокуса (рис. 2.9).

Спектрометры с однородным продольным полем не получили широкого распространения из-за громоздкости, поскольку для достижения хорошего разрешения требуются малые углы α , а следовательно, и большие расстояния от источника до детектора.

Фокусирующие свойства катушки с током были известны давно. Такие катушки называют магнитными линзами по аналогии с оптикой. Размер изображения точечного источника заряженных частиц определяется углом их разлета и формой магнитного поля, обеспечивающего фокусировку (рис. 2.10). В спектрометрах с одиночной линзой можно получить высокую светосилу порядка 5% при энергетическом разрешении 2–3%. Форма поля одиночной линзы имеет вид, изображенный на рис. 2.11, а. Такая линза имеет сферическую аберрацию. Компенсировать ее можно подбором формы магнитного поля. Расчеты показали, что наилучшие результаты дает поле, имеющее максимальное значение (теоретически бесконечное) в точках расположения источника и изображения. Наиболее приближенную к расчетной форму можно получить с помощью двух разнесенных друг от друга катушек. Источник помещается в центре одной из них, детектор — в центре другой (рис. 2.11, б). В таком спектрометре при светосиле 1,5–2% получают разрешение 1%.

Магнитные методы спектрометрии позволяют выполнять измерения энергии заряженных частиц с высокой точностью. Так, чтобы измерить абсолютное значение энергии, например, в спектрометре с однородным поперечным полем, необходимо выполнить абсолютные измерения расстояния между источником и его изображением 2ρ и напряженности магнитного поля B . В прецизионных спектрометрах B можно измерить с точностью до $10^{-3}\%$, а 2ρ — не хуже, чем $\Delta x / (2\rho) \leq 10^{-3}$. Погрешности получаемых абсолютных значений энер-

Рис. 2.10. Схема спектрометра с тонкой магнитной линзой

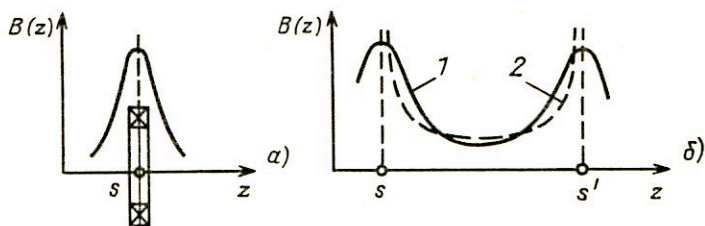
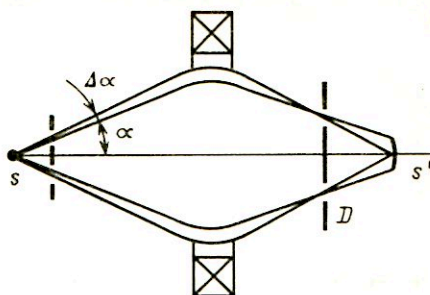


Рис. 2.11. Форма магнитного поля для одиночной линзы (а) и для двух тонких магнитных линз (б):

1 — экспериментальная зависимость; 2 — расчетная зависимость $B(z)$ для получения минимальной сферической aberrации

гни связаны также с неоднородностью магнитного поля на всем протяжении орбиты частицы и неопределенностью физических констант (скорости света, заряда и массы частицы).

Изложенные принципы работы и основные характеристики спектрометров позволяют оценить их относительные достоинства. Для достижения высокого разрешения при сравнительно большой светосиле пригодны спектрометры с однородным продольным полем, но они имеют очень большие размеры, а используемый источник должен иметь малые размеры, т.е. высокую удельную активность. Спектрометры с однородным поперечным полем при том же разрешении имеют существенно меньшую светосилу. При необходимости использовать источники больших размеров (малые удельные активности) наиболее предпочтительными являются спектрометры с неоднородным поперечным полем с двойной фокусировкой. Если достаточно невысокого разрешения (порядка 1–2%) при большой светосиле, то применяются линзовые спектрометры.

При исследовании тяжелых заряженных частиц применяют спектрометры с поперечным полем, так как продольные спектрометры (с однородным полем) должны иметь очень большие размеры. Для изучения спектров электронов используют магнитные спектрометры как с

поперечным, так и с продольным магнитным полем. В спектрометрах с магнитными линзами в качестве детектора применяют ППД, с помощью которых и измеряют энергию электронов. В такой системе магнитное поле является фокусирующим элементом, позволяющим также исключить попадание в детектор всевозможных побочных излучений. Светосила этого спектрометра определяется в основном свойствами фокусирующей системы, а энергетическое разрешение (порядка 0,2%) — свойствами ППД. Поскольку в магнитных спектрометрах магнитное поле обеспечивает пространственное распределение потоков частиц по импульсам и их фокусировку, применение позиционно-чувствительных детекторов расширяет возможности спектрометров, превращая их в многоканальные приборы. Кроме того, у детекторов желательнее иметь низкий энергетический порог регистрации частиц. Фотографический метод регистрации отвечает этим требованиям лишь частично (см. § 2.2). Практически полностью их можно выполнить, если в качестве детектора использовать вторично-электронные умножители открытого типа (ВЭУ), выполненные на основе микроканальных пластин (МКП). Пространственное разрешение МКП определяется в основном диаметром каналов (10 – 40 мкм), минимальная энергия регистрируемых частиц — до 0,01 кэВ [22].

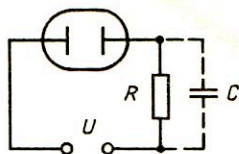
Глава 3. ИОНИЗАЦИОННЫЕ СПЕКТРОМЕТРЫ

3.1. Принцип действия ионизационного спектрометра

Действие ионизационных спектрометров основано на том, что частица, двигаясь в среде, осуществляет ее ионизацию, и число пар ионов, образованное частицей в некотором объеме, в среднем пропорционально энергии, потерянной частицей в этом объеме. Таким образом, измеряя число пар ионов, можно определить энергию частицы.

В зависимости от того, в какой среде (газообразной, жидкой, твердой) происходит ионизация, говорят о различных типах спектрометров. Если рабочей средой является газ или жидкость, то детектор частиц называется ионизационной камерой (соответственно газовой или жидкостной). В этом случае говорят о спектрометре с ионизационной камерой (ионизационном спектрометре). Если рабочей средой является полупроводниковый материал (германий, кремний, теллурид кадмия и некоторые другие), то говорят о полупроводниковом спектрометре. Принцип действия этих типов спектрометров одинаков, поэтому его можно рассматривать, не уточняя фазовое состояние рабочего вещества. Различия касаются некоторых особенностей спектрометрических характеристик и на них по мере необходимости будет указано.

Рис. 3.1. Схема ионизационной камеры



Рассмотрим подробнее, каким образом измеряется заряд, созданный частицей в среде. На рис. 3.1 схематически показан ионизационный детектор. Он представляет собой замкнутый объем, ограниченный двумя электродами и внешней оболочкой, заполненный рабочим веществом (рабочий объем). Чаще всего используются плоскопараллельные электроды или электроды в виде коаксиальных цилиндров. На электроды через резистор с достаточно большим сопротивлением* подается электрическое напряжение. Эта конструкция, по существу, является устройством для измерения заряда, образованного частицей при ее прохождении через рабочий объем детектора.

Пусть в некоторой точке x^{**} рабочего объема возник свободный электрический заряд q_0 (электрон, ион, дырка). Под действием приложенного напряжения носитель заряда будет двигаться вдоль силовых линий электрического поля с некоторой средней скоростью, называемой **скоростью дрейфа** v_d . На эту скорость накладывается случайная скорость хаотического теплового движения. Так как роль такого процесса невелика, пренебрежем пока ею. Этот вопрос обсуждается ниже. Значение скорости дрейфа определяется динамическим равновесием между увеличением энергии заряда под действием поля и ее потерями в результате столкновений с атомами среды. Обычно скорость дрейфа представляется в виде

$$v_d(x) = \mu E(x), \quad (3.1)$$

где $E(x)$ — напряженность электрического поля в точке x , а μ — величина, называемая **подвижностью**. Подвижность либо постоянна, либо слабо зависит от поля.

На перемещение заряда q_0 на расстояние Δx необходимо затратить энергию, равную $q_0 E(x) \Delta x$. Работа по перемещению заряда осуществляется за счет энергии внешнего источника напряжения. Затрата энергии равна $U J \Delta t$, где U — напряжение источника питания; J — ток во внеш-

*Требования к значению сопротивления обсуждаются ниже.

**Для описания движения заряда обычно выбирается ортогональная система координат, в которой координата x совпадает с направлением силовых линий поля, т.е. поверхность $x = \text{const}$ совпадает с эквипотенциальной поверхностью.

ней цепи*; Δt — время, за которое осуществляется перемещение. Таким образом,

$$UJ\Delta t = q_0 E(x) \Delta x$$

или

$$J = \frac{q_0 E(x)}{U} \frac{\Delta x}{\Delta t}.$$

Переходя к пределу $\Delta t \rightarrow 0$ и учитывая, что dx/dt представляет собой скорость перемещения заряда вдоль силовой линии поля, т.е. скорость дрейфа, можно записать окончательное выражение для величины тока во внешней цепи:

$$J = \frac{q_0 E(x)}{U} v_d = \frac{q_0 \mu E^2(x)}{U}. \quad (3.2)$$

Координата точки x , в которой находится заряд q_0 , зависит от времени. Эта зависимость определяется уравнением (3.1), откуда следует

$$t = \int_{x_0}^x \frac{dx}{\mu E(x)}, \quad (3.3)$$

где x_0 — координата заряда в момент $t = 0$. Решая это уравнение относительно x и подставляя получившуюся функцию $x(t)$ в уравнение (3.2), можно найти явную зависимость $J(t)$.

Пример 1. Плоскопараллельные электроды. Здесь электрическое поле постоянно и равно $E = U/d$ (d — расстояние между электродами). Поэтому

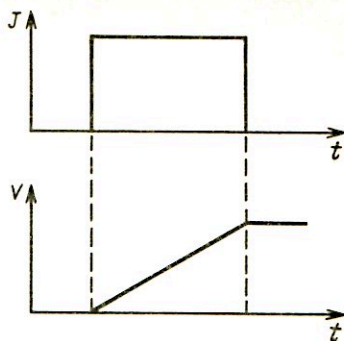
$$J = q_0 \mu U/d^2. \quad (3.4)$$

В момент, когда носитель заряда достигает электрода, он останавливается, изменение наведенного на электроде заряда и, следовательно, ток во внешней цепи прекращаются. Носитель заряда может остановиться и не достигнув электрода, например, вследствие его захвата атомом (ловушкой). В итоге ток имеет форму прямоугольного импульса с амплитудой, равной выражению (3.4), и длительностью, равной времени движения заряда от места образования до момента остановки (рис. 3.2).

Пример 2. Коаксиальные цилиндрические электроды. В этом случае

* J — это ток, вызванный изменением заряда, наведенного на электродах зарядом q_0 вследствие его перемещения.

Рис. 3.2. Импульс тока и напряжения в плоской ионизационной камере



поле равно

$$E(r) = \frac{U}{\ln(R_1/R_0)} \frac{1}{r}, \quad (3.5)$$

где R_1 и R_0 — радиусы внешнего и внутреннего цилиндров соответственно; r — переменная координата — расстояние до оси цилиндров.

Предположим для определенности, что начальная координата заряда равняется r_0 , и он движется к внешнему электроду. Подстановка (3.5) в выражение (3.3) дает

$$t = \int_{r_0}^r \frac{1}{\mu U} \ln \frac{R_1}{R_0} r dr = \frac{1}{2\mu U} \ln \frac{R_1}{R_0} (r^2 - r_0^2)$$

или

$$r(t) = \sqrt{r_0^2 + \frac{\mu U t}{\ln(R_1/R_0)}}. \quad (3.6)$$

Подставляя выражения (3.5) и (3.6) в формулу (3.2), получаем формулу тока в виде

$$J(t) = \frac{q_0 \mu U}{\ln^2 \frac{R_1}{R_0} \left[r_0^2 + \frac{\mu U t}{\ln(R_1/R_0)} \right]}. \quad (3.7)$$

Легко показать, что в случае, когда заряд движется к внутреннему электроду, ток равен

$$J(t) = \frac{q_0 \mu U}{\ln^2 \frac{R_1}{R_0} \left[r_0^2 - \frac{\mu U t}{\ln(R_1/R_0)} \right]}. \quad (3.8)$$

(Замена знака по сравнению с (3.7) связана с тем, что направление скорости дрейфа противоположно положительному направлению оси координат r .) Как в предыдущем примере, ток прекращается в момент t , когда носитель заряда останавливается, т.е. он при $0 < t < T$ представля-

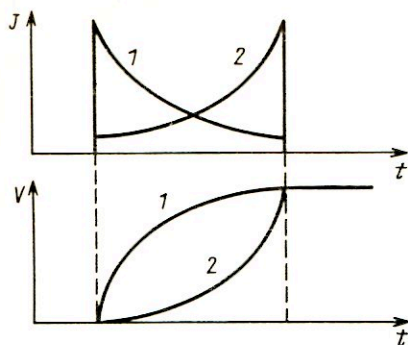


Рис. 3.3. Импульс тока и напряжения в цилиндрической ионизационной камере: 1 – заряд движется к внешнему электроду; 2 – заряд движется к внутреннему электроду

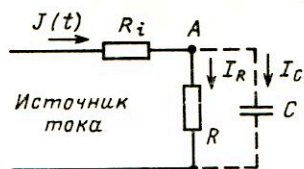


Рис. 3.4. Эквивалентная схема ионизационной камеры

ет собой импульс с формой, описываемой выражениями (3.7) и (3.8), а снаружи этого интервала он равен нулю (рис. 3.3).

Вернемся к вопросу об измерении заряда. На рис. 3.4 изображена эквивалентная электрическая схема ионизационного детектора. На ней R – сопротивление резистора, включенного последовательно с камерой, R_i – внутреннее сопротивление источника питания (оно обычно мало по сравнению с R и далее не учитывается), C – емкость, состоящая из емкости камеры и входной емкости регистрирующего электронного устройства*. Нашей ближайшей целью является вычисление зависимости напряжения $V(t)$ на емкости C как функции времени. Закон Кирхгофа для точки A на рис. 3.4 имеет вид $J_C + J_R = J(t)$, или

$$C \frac{dV}{dt} + \frac{V}{R} = J(t). \quad (3.9)$$

Решение этого дифференциального уравнения с начальным условием $V(0) = 0$ имеет вид

$$V(t) = \frac{1}{C} e^{-t/(RC)} \int_0^t e^{s/(RC)} J(s) ds. \quad (3.10)$$

Рассмотрим частный случай этого выражения при $R = \infty$:

$$V(t) = \frac{1}{C} \int_0^t J(s) ds.$$

*При использовании усилителя с обратной связью по заряду C есть емкость обратной связи.

Поскольку $J(t) \geq 0$, то $V(t)$ является неубывающей функцией, достигающей своего максимального значения V_{\max} (амплитуда импульса) в момент, когда носитель заряда останавливается. После этого $V(t) = \text{const}$ (см. рис. 3.2, 3.3). Запишем выражение для

$$V_{\max} = \frac{1}{C} \int_0^T J(s) ds, \quad (3.11)$$

подставим в него выражение для $J(t)$ из (3.2) и перейдем к переменной x с помощью замены переменных (3.3). Тогда

$$V_{\max} = \frac{1}{C} \int_{x_0}^{x_1} \frac{q \mu E^2(x)}{U} \frac{dx}{\mu E(x)} = \frac{q}{CU} \int_{x_0}^{x_1} E(x) dx, \quad (3.12)$$

где x_1 — координата точки остановки носителя заряда. Интеграл в последнем выражении есть не что иное, как разность потенциалов, пройденная носителем зарядов от момента его образования в точке x_0 до момента остановки в точке x_1 . Итак, мы приходим к важному для дальнейшего вывода: амплитуда электрического импульса, инициированного во внешней цепи зарядом q при $R = \infty$, пропорциональна этому заряду и разности потенциалов, пройденной им в электрическом поле.

Пример 3. В случае плоских электродов $E = U/d$, где d — расстояние между электродами. Поэтому

$$V_{\max} = qh/(Cd), \quad (3.13)$$

где $h = x_1 - x_0$ — путь, пройденный носителем заряда в электрическом поле.

Пример 4. В случае цилиндрических электродов

$$V_{\max} = \frac{q}{CU} \frac{U}{\ln(R_1/R_0)} \int_{r_0}^{r_1} \frac{dr}{r} = \frac{q}{C} \frac{\ln(r_1/r_0)}{\ln(R_1/R_0)}. \quad (3.14)$$

При прохождении через рабочий объем частица создает не один, а большое количество свободных зарядов q_i . Если можно пренебречь электрическим полем этих зарядов, т.е. взаимодействием их между собой, то можно считать, что каждый из них индуцирует ток во внешней цепи независимо от остальных. В результате суммарный ток будет равен сумме токов, индуцированных каждым зарядом q_i :

$$J(t) = \sum_{i=1}^N J_i(t).$$

То же относится и к напряжениям на емкости

$$V(t) = \sum_{i=1}^N V_i(t).$$

При $R = \infty$, благодаря тому, что при $t > T$ $V(t) = \text{const}$, имеет место соотношение

$$V_{\max} = \sum_{i=1}^N V_{i\max}. \quad (3.15)$$

При ионизации среды частицей свободные заряды образуются парами, т.е. возникновение в точке x_0 свободного заряда q обязательно сопровождается возникновением в той же точке свободного заряда $-q$. Рассмотрим подробнее формирование импульса напряжения этой парой в случае $R = \infty$. Допустим, что захват носителей заряда внутри объема детектора отсутствует и все они достигают электродов. Амплитуда импульса напряжения, вызванного зарядом, равна

$$V_{\max}^+ = \frac{q}{CU} \int_{x_0}^{X_1} E(x) dx,$$

где X_1 — координата отрицательного электрода. Поскольку заряд $-q$ движется к другому электроду, то ему соответствует амплитуда импульса, равная

$$V_{\max}^- = \frac{q}{CU} \int_{X_2}^{x_0} E(x) dx,$$

где X_2 — координата положительного электрода. Полная амплитуда импульса, индуцированного рассматриваемой парой зарядов, равна

$$V_{\max} = \frac{q}{CU} \left[\int_{x_0}^{X_1} E(x) dx + \int_{X_2}^{x_0} E(x) dx \right] = \frac{q}{CU} \int_{X_2}^{X_1} E(x) dx.$$

Значение интеграла представляет собой разность потенциалов между электродами, т.е. приложенное напряжение U . Отсюда

$$V_{\max} = q/C, \quad (3.16)$$

т.е. при $R = \infty$ амплитуда импульса, индуцированного парой носителей заряда, является стандартной величиной, зависящей только от конструкции детектора (через величину C) и не зависящей от других факторов, например от места возникновения пары. Если частица образовала N но-

сителей заряда, то вследствие формулы (3.15) амплитуда импульса напряжения будет равна

$$V_{\max} = Nq/C.$$

Пусть \mathcal{E} — энергия частицы, w — средняя энергия, необходимая для образования одной пары носителя заряда. Тогда $N = \mathcal{E}/w$ и

$$V_{\max} = \mathcal{E}q/(wC).$$

Отсюда

$$\mathcal{E} = V_{\max} wC/q. \quad (3.17)$$

Таким образом, зная w и C и измеряя V_{\max} , можно найти \mathcal{E} . В этом и заключается принцип действия ионизационного спектрометра.

В заключение параграфа напомним, что была рассмотрена идеализованная схема спектрометра при следующих упрощениях:

- 1) бесконечная величина сопротивления нагрузки R ;
- 2) отсутствие захвата носителей заряда в объеме детектора (все носители достигают электродов);
- 3) пренебрежение электрическим полем объемного заряда;
- 4) пренебрежение влиянием тепловых флуктуаций скорости носителей заряд при их перемещении к электроду.

На практике эти условия выполнены лишь приближенно, и их нарушение приводит к погрешности в определении энергии. Кроме того, на точность определения энергии влияет тот факт, что даже если \mathcal{E} фиксирована, образуемое ею число носителей зарядов N — случайно. На точность влияет и изменение C , например, вследствие флуктуаций температуры окружающего воздуха.

Все указанные факторы приводят к ухудшению разрешения ионизационного спектрометра. Их влияние рассматривается в следующих параграфах.

3.2. Флуктуации числа пар ионов*

Как уже указывалось, число пар ионов, образованных частицей в среде, пропорционально энергии частиц. Эта пропорциональность, однако, не означает, что при фиксированной потере энергии число пар ионов (возбужденных состояний) также фиксировано. В силу того, что процесс ионизации, как и все явления атомной физики, носит случайный характер,

*Термин "число пар ионов" для краткости используется для обозначения как числа пар ионов газа и жидкости, так и для обозначения числа электронно-дырочных пар в твердом теле.

что выражается в случайной потере энергии в каждом акте ионизации, количество носителей зарядов, образованных конкретной частицей заданной энергии, будет случайным. Пропорциональность, о которой говорилось выше, имеет место лишь в среднем.

Таким образом, даже в отсутствие факторов, ухудшающих разрешение спектрометрических трактов, о которых говорилось в конце предыдущего параграфа, распределение амплитуд импульсов на выходе спектрометра при фиксированной энергии частицы имеет конечную ширину.

Предельно допустимое разрешение спектрометра не может быть лучше, чем разрешение, определяемое случайным характером взаимодействия излучения с веществом.

Рассмотрим флюктуации числа пар ионов, образованных в среде частицей, потерявшей фиксированную энергию. Может показаться, что, поскольку отдельные акты соударения ионизирующей частицы с молекулами или атомами среды независимы друг от друга флюктуации числа пар ионов должны описываться распределением Пуассона, для которого дисперсия числа пар ионов $\overline{\Delta N^2}$ и их среднее число \overline{N} связаны соотношением

$$\overline{\Delta N^2} = \overline{N}. \quad (3.18)$$

На самом деле оказывается, что эти две величины связаны соотношением

$$\overline{\Delta N^2} = F\overline{N}, \quad (3.19)$$

где F — коэффициент, называемый фактором Фано.

Отличие величины F от единицы обычно связывают с отсутствием упомянутой выше независимости. Действительно, поскольку на потере энергии в отдельных столкновениях наложена связь, заключающаяся в том, что их сумма равна (фиксированной) полной энергии частицы, то вероятности потери энергии в отдельных актах ионизации, в принципе, являются статистически зависимыми. Это обстоятельство, на первый взгляд, представляется несущественным из-за большой разницы в энергии частицы и энергии, теряемой в отдельном столкновении (несколько порядков). Однако, как известно, процесс ионизации носит многокаскадный характер, и значительная доля ионизации осуществляется вторичными (третичными и т.д.) электронами (δ -электронами), энергия которых уже сравнима с энергией, теряемой в отдельном столкновении. Правило равенства энергетических потерь полной энергии ионизирующей частицы распространяется здесь на каждый δ -электрон, и поэтому между потерями энергии в отдельных столкновениях существует корреляция, которая радикально влияет на фактор Фано, уменьшая его.

Наличие корреляции в потерях энергии на последних стадиях ионизационного каскада в литературе обычно выдвигается в качестве един-

ственной причины отличия фактора Фано от единицы. Однако существует еще одна причина такого отличия, связанная с характером распределения вероятностей различных потерь энергии в столкновении.

Для иллюстрации этой причины рассмотрим гипотетический детектор, представляющий собой тонкую нить, по оси которой движется частица и производит ионизацию. Образующиеся при этом δ -электроны, вследствие малых поперечных размеров нити, ионизации в ней не производят, вылетают из нее через боковую поверхность и каким-либо способом регистрируются. Таким образом, мы исключаем корреляции. Если дополнительно предположить, что энергия δ -электрона не зависит от энергии образовавшей его частицы, что справедливо вплоть до энергий частиц порядка 300–500 эВ, то процесс потерь энергии может быть описан с помощью методов теории восстановления и, как будет показано ниже, фактор Фано равен

$$F = \sigma^2/w_\delta^2, \quad (3.20)$$

где σ^2 — дисперсия энергетического распределения электронов; w_δ — средняя энергия δ -электронов. Значение F совершенно не обязательно равно единице.

Приведенный пример показывает, что значение фактора Фано определяют два обстоятельства: характер распределения по потерям энергии в столкновении энергии $p(\epsilon)$ и корреляции на последних стадиях ионизационного каскада. Как будет показано в § 3.3, корреляции можно исключить из рассмотрения, изменив соответствующим образом распределение $p(\epsilon)$.

Иногда, как на причину отличия фактора Фано от единицы, указывают на наличие корреляции между числом возбужденных и ионизированных состояний или говорят о коррелированном распределении энергии между этими состояниями. Это обстоятельство действительно вносит свой вклад, но его роль является гораздо менее тривиальной, чем кажется на первый взгляд. Так, в частности, оказывается, что при отсутствии возбуждений (т.е. числу ионизированных состояний не с чем коррелировать) фактор Фано всегда меньше, чем при их наличии. Справедливо и обратное: при определяющем вкладе возбуждений в процесс потери энергии фактор Фано близок к единице.

Рассмотрим более подробно вопрос о факторе Фано.

Двигаясь в среде, частица теряет свою энергию дискретными порциями в столкновениях, результатом которых являются ионизации и возбуждение молекул среды. Ограничимся приближением, когда энергия, теряемая частицей, не зависит от энергии самой частицы, и вычислим саму энергию, идущую на образование одной пары носителей и фактор Фано.

Рассмотрим ось энергии ϵ (рис. 3.5). Точка ϵ_0 соответствует начальной энергии частицы. После первого столкновения с одной из молекул

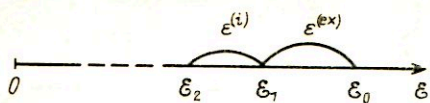


Рис. 3.5. Потери энергии заряженной частицей

среды, в результате которого потеряна энергия ϵ_1 , мы перемещаемся в точку ϵ_1 , затем в результате потери энергии ϵ_2 — в точку ϵ_2 и т.д. В каждом столкновении имеет место ионизация (i) или возбуждение (ex). В итоге весь отрезок $[0, \epsilon_0]$ будет заполнен случайно перемешанными отрезками $\epsilon^{(i)}$ и $\epsilon^{(ex)}$ двух типов, соответствующих потери энергии на ионизацию (i) и возбуждение (ex). Число отрезков типа (i) равно интересующему нас числу пар носителей заряда.

По поводу описанного соответствия следует сделать два замечания.

1) При ионизации может образоваться δ -электрон, который сам производит ионизацию и возбуждение. Поэтому соответствующий ему отрезок сам будет состоять из отрезков меньшего размера.

2) Может оказаться, что энергия какого-либо электрона такова, что он способен производить возбуждение, но не способен ионизировать. Такие потери энергии не следует отмечать отдельными отрезками. Их нужно объединять и относить к последнему моменту, когда электрон мог производить ионизацию. В противном случае нарушится независимость случайных отрезков ϵ . То же самое относится и к электронам, энергия которых меньше первого потенциала возбуждения и которые тратят энергию только в упругих соударениях.

Отсюда можно сделать вывод о характере распределения случайных отрезков $\epsilon^{(i)}$ и $\epsilon^{(ex)}$. Спектр электронов, не способных производить ионизацию, сосредоточен на отрезке $(0, I)$, где I — минимальная энергия, идущая на ионизацию. В случае газов I — потенциал ионизации, в случае твердых тел $I \approx 1,5E_d$ (E_d — ширина запрещенной зоны). Поскольку в каждом акте ионизации безвозвратно теряется энергия I , то ясно, что распределение $p_i(\epsilon)$ отрезков $\epsilon^{(i)}$ заключено в интервале $(I, 2I)$. Аналогичное распределение $p_{ex}(\epsilon)$ отрезков $\epsilon^{(ex)}$ заключено в интервале $(I_1, I_1 + I)$, где I_1 — минимальная энергия, идущая на возбуждение. В случае газов — это потенциал возбуждения, в случае твердого тела — энергия акустического фонона. Конкретный вид распределений зависит от особенностей взаимодействия частицы со средой.

Найдем плотность вероятности $\tilde{p}_i(\epsilon)$ того, что на один акт ионизации приходится энергия ϵ с учетом того, что часть ее может пойти на возбуждение. Будем считать при этом, что плотности вероятностей $p_i(\epsilon)$, и $p_{ex}(\epsilon)$ отдельно для отрезков $\epsilon^{(i)}$ и $\epsilon^{(ex)}$ нам известны. Иными словами, речь идет об отыскании плотности вероятности длины отрезка $\epsilon^{(i)}$ с учетом того, что он может содержать в себе отрезки $\epsilon^{(ex)}$. Здесь может представиться две возможности.

1) Последующая (по оси энергий) ионизация произошла на расстоянии ϵ' без промежуточных возбуждений. Вероятность этого события равна $\alpha p_1(\epsilon) d\epsilon$, где α есть вероятность того, что результатом столкновения является ионизация, а $p_1(\epsilon)$ — плотность вероятности потери энергии ϵ в акте ионизации.

2) Между двумя актами ионизации имело место возбуждение на расстоянии ϵ' по оси энергий от предыдущего акта ионизации. Вероятность этого события равна $(1 - \alpha) p_{ex}(\epsilon') d\epsilon'$, где $p_{ex}(\epsilon')$ — плотность вероятности потери энергии ϵ' в акте возбуждения. После этого на отрезке $\epsilon - \epsilon'$ следует вновь рассмотреть обе эти возможности.

Для получения полной вероятности $\tilde{p}_1(\epsilon) d\epsilon$ необходимо сложить вероятности, соответствующие обоим вариантам, и проинтегрировать по ϵ' . В итоге получим уравнение для определения $\tilde{p}_1(\epsilon)$:

$$\tilde{p}_1(\epsilon) = \alpha p_1(\epsilon) + (1 - \alpha) \int_0^{\epsilon} p_{ex}(\epsilon') \tilde{p}_1(\epsilon - \epsilon') d\epsilon'. \quad (3.21)$$

Совершим преобразование Фурье обеих частей этого уравнения:

$$\tilde{\varphi}_1(\omega) = \alpha \varphi_1(\omega) + (1 - \alpha) \tilde{\varphi}_1(\omega) \varphi_{ex}(\omega),$$

где $\tilde{\varphi}_1(\omega)$, $\varphi_1(\omega)$ и $\varphi_{ex}(\omega)$ — фурье-образы функций $\tilde{p}_1(\epsilon)$, $p_1(\epsilon)$ и $p_{ex}(\epsilon)$ соответственно. Обратим внимание, что $\tilde{\varphi}_1(-\omega)$, $\varphi_1(-\omega)$ и $\varphi_{ex}(-\omega)$ являются характеристическими функциями соответствующих распределений. Отсюда

$$\tilde{\varphi}_1(\omega) = \frac{\alpha \varphi_1(\omega)}{1 - (1 - \alpha) \varphi_{ex}(\omega)} \quad (3.22)$$

и

$$\tilde{p}_1(\epsilon) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\alpha \varphi_1(\omega)}{1 - (1 - \alpha) \varphi_{ex}(\omega)} e^{i\omega\epsilon} d\omega. \quad (3.23)$$

Таким образом, отрезок $[0, \mathcal{E}_0]$ представлен в виде суммы случайных отрезков $\epsilon^{(i)}$, распределенных по закону $\tilde{p}_1(\epsilon)$. Число этих отрезков равно числу пар ионов, образованных частицей.

Нашей ближайшей задачей является вычисление вероятности $P(N, \mathcal{E}_0)$ того, что в интервале $(0, \mathcal{E}_0)$ уложится N отрезков $\epsilon^{(i)}$, т.е. что частица с энергией \mathcal{E}_0 образует N пар носителей заряда. Так как амплитуда импульса на выходе ионизационного детектора пропорциональна числу пар носителей заряда, то $P_N(\mathcal{E}_0)$ с точностью до постоянного множителя совпадает с распределением амплитуд, возникающих на

выходе детектора под действием частиц с энергией \mathcal{E}_0 , т.е. представляет собой форму линии спектрометра.

Плотность вероятности $P_N(\mathcal{E}_0)$ того, что расстояние между началом координат по оси энергий и N -м актом ионизации равно \mathcal{E}_0 , является сверткой (одинаковых) плотностей вероятности $\tilde{p}_i(\epsilon)$, и, следовательно, ее характеристическая функция равна $[\tilde{\varphi}_i(-\omega)]^N$. Отсюда

$$P_N(\mathcal{E}_0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [\tilde{\varphi}_i(\omega)]^N e^{-i\omega\mathcal{E}_0} d\omega,$$

и вероятность того, что это расстояние меньше \mathcal{E}_0 , равна

$$\begin{aligned} P_N(\mathcal{E} < \mathcal{E}_0) &= \int_0^{\mathcal{E}_0} P_N(\mathcal{E}) d\mathcal{E} = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{[\tilde{\varphi}_i(\omega)]^N (1 - e^{-i\omega\mathcal{E}_0})}{i\omega} d\omega. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Последняя вероятность совпадает с вероятностью того, что на отрезке $(0, \mathcal{E}_0)$ число актов ионизации равно или превышает N :

$$P(n \geq N, \mathcal{E}_0) = P_N(\mathcal{E} < \mathcal{E}_0).$$

Вероятность того, что на отрезке $(0, \mathcal{E}_0)$ содержится в точности N актов ионизации, равна

$$\begin{aligned} P(N, \mathcal{E}_0) &= P(n \geq N, \mathcal{E}_0) - P(n \geq N + 1, \mathcal{E}_0) = \\ &= P_N(\mathcal{E} < \mathcal{E}_0) - P_{N+1}(\mathcal{E} < \mathcal{E}_0). \end{aligned}$$

Подставляя сюда (3.24), получаем

$$P(N, \mathcal{E}_0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [\tilde{\varphi}_i(\omega)]^N \frac{(1 - \tilde{\varphi}_i(\omega))}{i\omega} (1 - e^{-i\omega\mathcal{E}_0}) d\omega, \quad (3.25)$$

где $\tilde{\varphi}_i(\omega)$ дается выражением (3.22).

Для вычисления $P(N, \mathcal{E}_0)$ требуется знать плотности вероятности потерь энергии на ионизацию $p_i(\epsilon)$ и возбуждение $p_{ex}(\epsilon)$, которыми определяются входящие в (3.22) функции $\varphi_i(\omega)$ и $\varphi_{ex}(\omega)$. Эти вероятности могут быть, в принципе, рассчитаны из рассмотрения квантовомеханической задачи взаимодействия электрона с атомом.

Зная распределение вероятностей (3.25), легко найти среднее значение и дисперсию числа пар ионов, образованных частицей в среде. С этой целью запишем производящую функцию распределения (3.25)

$$f(s, \varepsilon_0) = \sum_{N=0}^{\infty} P(N, \varepsilon_0) s^N = \\ = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1 - \tilde{\varphi}_1(\omega)}{1 - s \tilde{\varphi}_1(\omega)} \frac{1 - e^{-i\omega \varepsilon_0}}{i\omega} d\omega.$$

Далее, пользуясь обычными правилами вычисления средних значений и дисперсий через производящие функции, находим среднее число пар ионов

$$\overline{N} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varphi_1(\omega)}{1 - \varphi_1(\omega)} \frac{1 - e^{-i\omega \varepsilon_0}}{i\omega} d\omega \quad (3.26)$$

и дисперсию

$$\overline{\Delta N^2} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{\varphi}_1(\omega)}{[1 - \tilde{\varphi}_1(\omega)]^2} \frac{1 - e^{-i\omega \varepsilon_0}}{i\omega} d\omega. \quad (3.27)$$

Формулы (3.26) и (3.27) представляют собой формальное решение задачи в выбранном приближении.

Для случая больших энергий ε_0 (таких, что среднее число пар ионов, образованных частицей, гораздо больше единицы) эти формулы могут быть конкретизированы. Если выражения для \overline{N} и $\overline{\Delta N^2}$ разложить в ряд Лорана по параметру $1/\varepsilon_0$, то, ограничившись членами порядка ε_0 , получим, что

$$\overline{N} = \varepsilon_0 / w; \quad (3.26a)$$

$$\overline{\Delta N^2} = \frac{\varepsilon_0 \sigma^2}{w^3}, \quad (3.27a)$$

где $w = -i \left. \frac{d\tilde{\varphi}_1}{d\omega} \right|_{\omega=0}$ — среднее значение энергии, затрачиваемой на образование одной пары ионов; $\sigma^2 = - \left. \frac{d^2 \ln \tilde{\varphi}_1(\omega)}{d\omega^2} \right|_{\omega=0}$ — дисперсия энергии, идущей на образование одной пары ионов.

Из этих выражений вытекает формула для фактора Фано

$$F = \sigma^2/w^2. \quad (3.28)$$

Если воспользоваться выражением (3.22) для вычисления w и σ , то предыдущая формула примет следующий вид:

$$F = \frac{\alpha^2 \sigma_i^2 + \alpha(1 - \alpha) \sigma_{ex}^2 + (1 - \alpha) w_{ex}^2}{[aw_i + (1 - \alpha)w_{ex}]^2}, \quad (3.29)$$

где w_i , σ_i^2 — среднее значение и дисперсия энергии, теряемой в одном акте ионизации; w_{ex} , σ_{ex}^2 — те же величины, относящиеся к возбуждению.

При $\alpha = 0$ $F = 1$, при $\alpha = 1$ $F = \sigma_i^2/w_i^2 < 1$. Отсюда следует вывод, что в качестве рабочего вещества ионизационного детектора следует выбирать вещество, в котором доля потерь энергии на возбуждение была бы как можно меньше.

Величины, входящие в формулу (3.29), могут, в принципе, быть вычислены из квантовомеханических соображений. Соответствующие вычисления для газов и жидкостей дают значения фактора Фано в диапазоне 0,3 — 0,4. Близкие значения получаются и в эксперименте. В твердых телах, и в частности полупроводниках, механизм возбуждения иной, чем в газах. В них возбуждаются колебания решетки (фононы). Поскольку энергия фононов, как правило, мала (порядка 10^{-2} эВ), то вклад слагаемого w_{ex}^2 в формуле (3.29) мал, что соответственно приводит к малому значению фактора Фано. Типичное значение этого фактора в полупроводниковых материалах составляет примерно 0,06—0,08.

Оценим энергетическое разрешение, обусловленное фактором Фано. Из выражений (3.26), (3.27) следует, что среднеквадратическое отклонение числа пар ионов равно

$$\sigma_N = \sqrt{(\Delta N^2)} = \sqrt{FN} = \sqrt{F\mathcal{E}/w}. \quad (3.30)$$

Переведем его в энергетические единицы (обозначая через $\sigma_{\mathcal{E}}$):

$$\sigma_{\mathcal{E}} = w\sigma_N = \sqrt{F\mathcal{E}w}. \quad (3.31)$$

Часто энергетическое разрешение определяют как ширину пика на половине его высоты $\Delta_{1/2}$. В случае нормального распределения

$$\Delta_{1/2} = 2,355\sigma_{\mathcal{E}} = 2,355 \sqrt{F\mathcal{E}w}. \quad (3.32)$$

Относительное разрешение равно

$$\delta_{1/2} = \Delta_{1/2}/\mathcal{E} = 2,355 \sqrt{Fw/\mathcal{E}}. \quad (3.33)$$

В случае ионизационных камер $w \sim 30$ эВ. При $E = 1$ МэВ имеем

$$\Delta_{1/2} = 7,63 \text{ кэВ}, \delta_{1/2} = 0,76\%.$$

В случае полупроводниковых детекторов w составляет 3,75 эВ (кремний), 2,94 эВ (германий). Соответственно при $E = 1$ МэВ имеем:

	$\Delta_{1/2}$	$\delta_{1/2}$
Кремний	1,3 кэВ	0,13%
Германий	1,1 кэВ	0,11%

Разрешение для других энергий легко вычислить по отношению энергий. Указанные разрешения являются предельно достижимыми, так как они определяются физической природой взаимодействия частиц с веществом.

В случае газов фактор Фано можно уменьшить, вводя в газ органические добавки, которые ионизируются при столкновении с возбужденными молекулами (атомами) основного газа. Это приводит к уменьшению числа возбужденных состояний, что в соответствии с формулой (3.29) ведет к уменьшению фактора Фано.

3.3. Баллистический эффект

Выражение (3.16) определяет амплитуду импульса на выходе ионизационного детектора в случае $R = \infty$. Это так называемый режим полного собирания заряда, означающий, что весь свободный заряд, созданный частицей, полностью собирается на эквивалентной емкости. В практических случаях величина R всегда конечна. В результате зарядка емкости сопровождается ее разрядкой через резистор R . При этом, естественно, полный заряд на емкости C не собирается. Это явление часто называют баллистическим эффектом.

Если бы треки всех частиц данной энергии в детекторе были идентичными, то этот эффект не играл бы большой роли, так как формы импульсов также были бы идентичными и амплитудное значение достиглось бы спустя одно и то же время с момента влета частицы в рабочий объем детектора. Некоторым осложнением в этом случае является отсутствие линейной зависимости между энергией частицы и амплитудой импульса вследствие различия длин треков частиц различных энергий и связанного с этим различия времен собирания заряда.

Однако на практике треки частиц одинаковой энергии ориентированы в объеме детектора случайным образом. Поэтому время собирания заряда и, соответственно, доля уменьшения амплитуды, обусловленного баллистическим эффектом, также являются случайными. Следовательно, возникает дополнительный случайный разброс амплитуд импульсов от частиц одинаковой энергии, т.е. разрешение ухудшается.

Точный расчет ухудшения разрешения вследствие баллистического эффекта достаточно труден*, и острой необходимости в нем нет. Практически более важно оценить значение сопротивления, при котором роль баллистического эффекта можно пренебречь.

Считая величину RC большой, разложим выражение для амплитуды импульса в ряд по малому параметру $1/RC$ с точностью до линейных членов:

$$\begin{aligned}
 V_{\max} &= \frac{1}{C} \int_0^T e^{s/RC} J(s) ds e^{-T/RC} \approx \frac{1}{C} \left(1 - \frac{T}{RC} \right) \int_0^T \left(1 + \right. \\
 &+ \left. \frac{s}{RC} \right) J(s) ds = \frac{1}{C} \int_0^T J(s) ds - \frac{C}{(RC)^2} \int_0^T (T-s) J(s) ds = \\
 &= V_{\max}^{\infty} - \frac{TC}{(RC)^2} \int_0^T \left(1 - \frac{s}{T} \right) J(s) ds. \quad (3.34)
 \end{aligned}$$

В этом выражении T — время собирания, V_{\max}^{∞} — значение амплитуды импульса при $R = \infty$. Второе слагаемое представляет собой изменение этой амплитуды, связанное с конечностью R . Очевидно,

$$\frac{1}{C} \int_0^T \left(1 - \frac{s}{T} \right) J(s) ds \leq \frac{1}{C} \int_0^T J(s) ds = V_{\max}^{\infty}.$$

Отсюда следует, что изменение амплитуды при конечных (но больших) R удовлетворяет условию

$$|(V_{\max} - V_{\max}^{\infty})/V_{\max}^{\infty}| \leq T/RC. \quad (3.35)$$

Задавая изменение амплитуды так, чтобы оно было меньше некоторого значения, например определяемого фактором Фано, и величину T , можно определить RC и далее R . При выбранном таким способом R баллистический эффект не будет оказывать заметного влияния.

*Схема этого расчета такова. Сначала вычисляют форму импульса тока $J(t, x)$ для пары носителей заряда, образованной в точке x . Далее определяют $J(t) = \int J(t, x) n(x) dx$, где $n(x)$ — плотность проекций зарядов в треке частицы на ось x . Затем определяют $V(t)$ и отыскивают максимум $V(t) - V_{\max}$. Далее по плотности вероятности ориентаций треков вычисляют плотность вероятности величины V_{\max} . По вычисленной плотности вероятности V_{\max} можно найти среднее значение V_{\max} (его зависимость от энергии), а также дисперсию, характеризующую разброс амплитуд. Часть расчетов нужно делать численно.

3.4. Влияние неполного собирания заряда на энергетическое разрешение ионизационных детекторов

Как было ранее показано, величина заряда, индуцированного на электродах детектора, определяется выражением

$$q = \frac{q_0}{U} \int_{x_1}^{x_2} E(x) dx, \quad (3.36)$$

где U — разность потенциалов, приложенная к электродам детектора; x_1 — координата точки образования заряда q_0 ; x_2 — координата точки поглощения (остановки) заряда q_0 . Таким образом, флуктуации амплитуды импульса на выходе детектора зависят от флуктуаций собранного заряда, которые, в свою очередь, зависят от разности потенциалов, пройденной зарядом в объеме детектора между точками x_1 и x_2 . Существование флуктуаций в данном случае целиком обусловлено тем, что длина пути $x_2 - x_1$, пройденного носителем заряда под действием электрического поля, и, следовательно, соответствующая этому пути разность потенциалов являются случайными величинами. Рассмотрим этот вопрос подробнее.

Захват носителей заряда, приводящий к тому, что они выбывают из процесса собирания, осуществляется атомами примесей или несовершенствами кристаллической решетки (в случае твердотельных детекторов). Сначала рассмотрим случай, когда концентрация ловушек постоянна по объему детектора. Это означает, что фактическое количество ловушек в любом элементе объема — случайная величина, подчиняющаяся пространственному распределению Пуассона. Обозначим эту концентрацию μ . Процесс взаимодействия носителей заряда с ловушкой, приводящей к захвату носителя, является процессом с отсутствием последствия.

Пусть носитель образовался в точке $x_0 = 0$. Обозначим $P(x)$ вероятность того, что он не будет захвачен на отрезке $(0, x)$. Вычислим вероятность $P(x + \Delta x)$ не быть захваченным на отрезке $(0, x + \Delta x)$. Из-за отсутствия последствия она равна произведению $P(x)$ на вероятность отсутствия захвата на отрезке $\Delta x = (x + \Delta x) - x$. Последняя вероятность с точностью до членов $o(\Delta x)$ равна $1 - \mu\sigma\Delta x$, где $\mu\sigma\Delta x$ — вероятность захвата на отрезке Δx ; σ — сечение захвата. (Вообще говоря, сечение захвата зависит от координаты x через скорость дрейфа и электрическое поле. Однако мы этой зависимостью для простоты изложения пренебрегаем.)

Таким образом, для вероятности $P(x + \Delta x)$ получаем выражение

$$P(x + \Delta x) = (1 - \mu\sigma\Delta x)P(x)$$

или после простых преобразований и перехода к пределу $\Delta x \rightarrow 0$ по-

лучаем дифференциальное уравнение вида

$$\frac{dP(x)}{dx} = -\mu\sigma P(x) \quad (3.37)$$

с очевидным начальным условием $P(0) = 1$.

Решение (3.37) имеет вид

$$P(x) = \exp(-\mu\sigma x). \quad (3.38)$$

Для вероятности захвата носителя на отрезке Δx можно написать выражение

$$P_{\text{захв}}(x, x + \Delta x) = \mu\sigma \Delta x P(x) = \mu\sigma \exp(-\mu\sigma x) \Delta x$$

и далее получить плотность вероятности случайной величины — длины пути носителя заряда в виде

$$p(x) = \mu\sigma \exp(-\mu\sigma x). \quad (2.39)$$

Вероятность захвата носителя в объеме детектора α получается интегрированием последнего выражения от нуля до расстояния d (т.е. от места возникновения до собирающего электрода), отсчитываемого вдоль силовой линии поля:

$$\alpha = \mu\sigma \int_0^d e^{-\mu\sigma x} dx = 1 - e^{-\mu\sigma d}. \quad (3.40)$$

Величину $1 - \alpha = \exp(-\mu\sigma d)$ называют эффективностью собирания.

Формула (3.39) имеет смысл для $x < d$. Длина пути носителей заряда, достигших электрода и на нем остановившихся, равна d . Окончательное распределение носителей заряда по длинам пути в объеме детектора можно представить в виде

$$p(x) = \alpha\mu\sigma \exp(-\mu\sigma x) + (1 - \alpha)\delta(x - d), \quad (3.41)$$

где $\delta(\cdot)$ — δ -функция Дирака.

С помощью этого выражения можно вычислить распределение вероятностей для заряда q , индуцированного зарядом q_0 на электродах, если носитель заряда q_0 прошел случайный путь x . Величина q в соответствии с (3.36) является функцией x (положим $x_1 = 0, x_2 = x$), поэтому для плотностей вероятностей случайных величин x и q можно записать равенство

$$p_q(q) dq = p(x) dx.$$

Отсюда можно получить явный вид плотности вероятности $p_q(q)$ сле-

дующим образом:

$$p_q(q) = p(x) \left(\frac{dq}{dx} \right)^{-1} = \frac{p(x) U}{q_0 E(x)} \Bigg|_{x=x(q)} \quad (3.42)$$

В последнее выражение следует подставить значение x , являющееся корнем уравнения $q = \frac{q_0}{U} \int_0^x E(s) ds$ [ср. с (3.12)].

Зная закон распределения случайной величины q — индуцированно-го заряда, можно найти математическое ожидание (среднее значение) и дисперсию.

Более детальное рассмотрение требует задания какой-либо определенной геометрии детектора. В качестве примера возьмем наиболее простую, но часто встречающуюся на практике геометрию — плоскую (например, плоскопараллельную ионизационную камеру). В этом случае напряженность поля есть $E = U/d$, а заряд равен

$$q = q_0 x/d. \quad (3.43)$$

Легко видеть, что распределение $p_q(q)$ отличается от $p(x)$ лишь масштабным множителем и имеет вид

$$p_q(q) = \frac{\alpha \mu \sigma d}{q_0} e^{-\mu \sigma d q/q_0} + (1 - \alpha) \delta(q - q_0). \quad (3.44)$$

На основе этого выражения можно вычислить математическое ожидание $\bar{q} = \int q p_q(q) dq$ и дисперсию собранного заряда $Dq = \int (q - \bar{q})^2 p(q) dq$. Подробные вычисления достаточно громоздки, поэтому ограничимся практически важным случаем $\mu \sigma d \ll 1$, для которого среднее и дисперсия имеют вид

$$\bar{q} = q_0 (1 - \mu \sigma d); \quad (3.45)$$

$$Dq = q^2 \mu \sigma d. \quad (3.46)$$

Если в плоскости $x = 0$ образовались не один, а N носителей заряда, то при условии однородности рабочего вещества детектора (например, газа камеры) акты захвата каждого из них в ловушки можно считать независимыми событиями. Тогда средний заряд, накопленный на электроде, и его дисперсия вычисляются по формулам

$$\bar{Q} = \sum_{j=1}^N \bar{q}_j = N \bar{q} = N q_0 (1 - \mu \sigma d); \quad (3.47)$$

$$DQ = \sum_{j=1}^N Dq_j = N q_0^2 \mu \sigma d. \quad (3.48)$$

Квадрат относительного среднеквадратического отклонения в этом случае

$$\delta^2(Q) = \frac{DQ}{\bar{Q}^2} = \frac{\mu\sigma d}{(1 - \mu\sigma d)^2} \frac{1}{N} \approx \frac{\mu\sigma d}{N}. \quad (3.49)$$

Сравним это выражение с квадратом относительного среднеквадратического отклонения, обусловленного флуктуациями числа пар ионов, которое с учетом (3.19) имеет вид

$$\overline{\Delta N^2 / N^2} = F / \bar{N}. \quad (3.50)$$

Очевидно, что если $F > \mu\sigma d$, то флуктуации процесса собирания существенного влияния не имеют, а дальнейшее улучшение свойств рабочего вещества детектора (уменьшение значения μ) не имеет смысла. Можно считать, что разумное значение μ должно быть порядка $0,1F / \sigma d$ (оно согласуется с условием $\mu\sigma d \ll 1$, ибо $F \sim 0,1$).

Этот вывод относится к случаю, когда распределение примесей по объему детектора равномерно. Кроме того, все формулы получены в предположении, что ионизация производится на поверхности $x = 0$. В реальном случае следовало бы учесть, что ионизация происходит в произвольном месте объема детектора и в собирании заряда участвуют носители обоих знаков. Это можно сделать следующим образом: сначала нужно вычислить условные распределения наведенных зарядов обоих знаков для каждой точки ионизации (приняв ее за начало отсчета), а затем результат усреднить по всем всевозможным точкам ионизации. Однако учет указанных обстоятельств не меняет сделанного выше вывода.

Ситуация радикально меняется, если распределение концентрации ловушек неравномерно по объему детектора. В таком случае существенный вклад в дисперсию собранного заряда вносят флуктуации концентрации ловушек. Для вычисления их роли рассмотрим простейший случай детектора с плоскими электродами (например, плоский ППД), когда трек частицы параллелен им и расположен вблизи одного из них, так что сигнал фактически формируется носителями одного знака. Более сложные случаи, отличаясь лишь объемом и громоздкостью вычислений, не меняют качественной картины.

Будем считать, что концентрация ловушек в каждой точке детектора является случайной величиной $\mu(\mathbf{r})$, которая представляет собой однородное случайное поле, т.е. средняя концентрация ловушек постоянна: $\langle \mu \rangle = \text{const} = \mu_0$, а корреляционная функция зависит только от модуля разности координат

$$B^\mu(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \langle (\mu(\mathbf{r}_1) - \mu_0)(\mu(\mathbf{r}_2) - \mu_0) \rangle = B^\mu(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|). \quad (3.51)$$

В каждой точке объема какого-либо детектора концентрация ловушек имеет конкретное значение. Случайность же возникает в координатах, связанных с треками частиц, образующихся в случайных местах. Обозначение $\langle \rangle$ означает усреднение по ансамблю треков. Выберем координаты следующим образом: x направим вдоль электрического поля; y — вдоль трека частицы. Тогда зависимость корреляционной функции от этих двух координат имеет вид: $B^\mu(\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2})$.

Рассмотрим сначала неслучайную функцию $\mu(x)$ (реализацию) при фиксированном y и найдем распределение индуцированного на электродах заряда $q = q_0 x/d$ (3.43). Если в (3.37) предположить зависимость μ от x , то по аналогии с однородным случаем легко получим распределение для случайной величины x (длины пути) в виде

$$p(x) = \alpha \mu(x) \sigma \exp\left[-\int_0^x \mu(z) dz\right] + (1 - \alpha) \delta(x - d), \quad (3.52)$$

где эффективность собирания носителей $1 - \alpha = \exp\left[-\sigma \int_0^d \mu(z) dz\right]$.

Зная распределение (3.52), можно подобно выводу (3.42) получить распределение для случайной величины q — индуцированного на электроде заряда. В приближении $\langle \mu \rangle \sigma d \ll 1$ нетрудно получить выражения, аналогичные (3.45) и (3.46):

$$\bar{q}(s) = q_0 \left(1 - \sigma \int_0^d \mu(z) dz\right); \quad (3.53)$$

$$Dq(s) = q_0^2 \sigma \int_0^d \mu(z) dz. \quad (3.54)$$

Эти выражения являются условными [при заданном $\mu(x)$] средним и дисперсией собранного заряда. Здесь аргумент s обозначает фиксированную реализацию поля, которая представляет собой неслучайную функцию $\mu(x)$.

Усложняя рассмотрение, будем теперь считать функцию $\mu(x)$ случайной с тем, чтобы найти полное среднее и дисперсию собираемого заряда. Для вычисления среднего нужно усреднить (3.53) по всем реализациям:

$$\bar{q} = \langle \bar{q}(s) \rangle = q_0 \left(1 - \sigma \int_0^d \langle \mu(z) \rangle dz\right). \quad (3.55)$$

Поскольку $\langle \mu(z) \rangle = \mu_0$, то среднее значение будет равно

$$\bar{q} = q_0 (1 - \sigma \mu_0 d). \quad (3.56)$$

Для вычисления дисперсии предварительно надо найти средний квадрат q^2 . Действуя аналогично, получаем

$$\overline{q^2} = \langle q^2(s) \rangle = \langle D[q(s)] \rangle + \langle \bar{q}^2(s) \rangle. \quad (3.57)$$

Далее, пользуясь определением дисперсии, получаем

$$Dq = \overline{q^2} - \bar{q}^2 = \langle D[q(s)] \rangle + \langle \bar{q}^2(s) \rangle - \langle \bar{q}(s) \rangle^2, \quad (3.58)$$

или, вводя новое обозначение, перепишем это соотношение в виде

$$Dq = \langle D[q(s)] \rangle + \langle (\Delta \bar{q})^2(s) \rangle, \quad (3.59)$$

где символом $\langle (\Delta \cdot)^2 \rangle$ обозначена дисперсия (случайной) величины $\bar{q}(s)$ при усреднении по ансамблю. С учетом (3.53) и (3.54)

$$\langle D[q(s)] \rangle = q_0 \sigma \int_0^d \langle \mu(z) \rangle dz = q_0^2 \sigma \langle \mu \rangle d; \quad (3.60)$$

$$\langle (\Delta \bar{q})^2(s) \rangle = q_0^2 \sigma^2 \langle [\Delta \int_0^d \mu(z) dz]^2 \rangle. \quad (3.61)$$

Величину $\langle \Delta [\int_0^d \mu(z) dz]^2 \rangle$ можно вычислить по известной функции

$$B^\mu(\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2})^*:$$

$$\begin{aligned} \langle \Delta [\int_0^d \mu(z) dz]^2 \rangle &= \int_0^d \int_0^d B^\mu(\sqrt{(x_1 - x_2)^2}) dx_1 dx_2 = \\ &= 4 \int_0^d |d - z| B(z) dz. \end{aligned} \quad (3.62)$$

Заметим, что в данном случае $y_1 = y_2$. Окончательное выражение для дисперсии имеет вид

$$Dq = q_0^2 \sigma \mu_0 d + 4q_0^2 \sigma^2 \int_0^d |d - x| B^\mu(x) dx. \quad (3.63)$$

*Это выражение следует из известного в теории случайных процессов выражения для дисперсии интеграла случайного процесса. Если $I = \int_a^a \xi(t) dt$, то $DI = \int_a^a \int_a^a B_\xi(t_1, t_2) dt_1 dt_2$. Второе равенство возникает после замены переменных $z = x_1 - x_2, w = x_1 + x_2$.

В дальнейшем нам понадобится корреляционная функция B_{ij}^q зарядов q_i и q_j , инициированных зарядами с координатами y_i и y_j ($i \neq j$) и начальной координатой $x = 0$. Для определения B_{ij}^q вычислим $q_i q_j$. Заметим, что если $\mu(x, y)$ неслучайна, то заряды q_i и q_j формируются независимо друг от друга, и поэтому имеет место выражение

$$q_i(s) q_j(s) = q_0^2 \left[1 - \sigma \int_0^d \mu(z, y_i) dz \right] \left[1 - \sigma \int_0^d \mu(z, y_j) dz \right],$$

откуда можно получить

$$\begin{aligned} \langle q_i(s) q_j(s) \rangle &= q_0 \left[1 - \sigma \int_0^d \langle \mu(z, y_i) \rangle dz - \sigma \int_0^d \langle \mu(z, y_j) \rangle dz + \right. \\ &+ \left. \int_0^d \int_0^d \langle \mu(z, y_i) \mu(z', y_j) \rangle dz dz' \right]. \end{aligned} \quad (3.64)$$

Вычитая из (3.64) выражение $\langle q_i(s) \rangle \langle q_j(s) \rangle = q_0 (1 - \mu_0 \sigma d)^2$, после необходимых преобразований получаем

$$\begin{aligned} B_{ij}^q &= q_0^2 \sigma^2 \int_0^d \int_0^d B^\mu \left(\sqrt{(z - z')^2 + (y_i - y_j)^2} \right) dz dz' = \\ &= 4q_0^2 \sigma^2 \int_0^d |d - z| B^\mu \left(\sqrt{z^2 + (y_i - y_j)^2} \right) dz. \end{aligned} \quad (3.65)$$

При $i = j$ B_{ii}^q задается соотношением (3.63). Поэтому в общем случае (для любых i и j) можно для искомой корреляционной функции записать выражение

$$B_{ij}^q = q_0^2 \left[\sigma \mu_0 d \delta_{ij} + 4\sigma^2 \int_0^d |d - z| B^\mu \left(\sqrt{z^2 + (y_i - y_j)^2} \right) dz \right], \quad (3.66)$$

где δ_{ij} — символ Кронекера.

Пусть имеется трек частицы длиной R , содержащей N носителей заряда. Для простоты будем считать распределение зарядов вдоль трека равномерным. Каждый из этих зарядов индуцирует случайный заряд q_i на электродах. Полный индуцированный заряд $Q = \sum_i q_i$. Среднее значение этой случайной величины

$$\overline{Q} = \sum_{i=1}^N \overline{q_i} = Nq_0 (1 - \sigma \mu_0 d), \quad (3.67)$$

Для нахождения дисперсии величины Q воспользуемся выражением

$$DQ = \sum_{i,j=1}^N B_{ij}^q = Nq_0 \sigma \mu_0 d + 4q_0 \sigma^2 \int_0^d |d-z| \left(\sum_{i,j=1}^N B_{ij}^q \right) dz. \quad (3.68)$$

Будем считать, что число носителей заряда $N \gg 1$. Тогда в соответствии с известным из теории вероятностей законом больших чисел

$$\begin{aligned} \sum_{i,j=1}^N B_{ij}^q &= \frac{N^2}{R^2} \int_0^R \int_0^R B^\mu (\sqrt{z^2 + (y_i - y_j)^2}) dy_i dy_j = \\ &= \frac{4N^2}{R^2} \int_0^R |R-y| B^\mu (\sqrt{z^2 + y^2}) dy. \end{aligned} \quad (3.69)$$

В итоге получаем следующее выражение для дисперсии полного индуцированного заряда:

$$DQ = q_0^2 N \sigma \mu_0 d + \frac{16N^2 q_0^2 \sigma^2}{R^2} \int_0^d \int_0^R |d-z| |R-y| B^\mu (\sqrt{z^2 + y^2}) dy dz. \quad (3.70)$$

Запишем квадрат относительного среднеквадратического отклонения

$$\frac{DQ}{Q^2} = \frac{\mu_0 \sigma d}{N} + \frac{16\sigma^2}{R^2} \int_0^d \int_0^R |d-z| |R-y| B^\mu (\sqrt{z^2 + y^2}) dy dz. \quad (3.71)$$

Интеграл в последнем выражении можно оценить следующим образом. Пусть L — характерный размер неоднородности концентрации. Он приближенно равен размерам области, в которой функция $B^\mu (\sqrt{z^2 + y^2})$ отлична от нуля. Если выполняются неравенства $L \ll R$, $L \ll d$, то этот интеграл можно преобразовать к виду

$$\int_0^d \int_0^R |d-z| |R-y| B^\mu (\sqrt{z^2 + y^2}) dy dz \approx RdL^2 B(0), \quad (3.72)$$

где $B(0)$ представляет собой дисперсию неоднородностей. Теперь (3.71) перепишем в виде

$$DQ/\bar{Q}^2 \approx \mu_0 \sigma d/N + 16\sigma^2 L^2 B(0) d/R. \quad (3.73)$$

Желательно, чтобы вклад второго слагаемого был мал. Отсюда возникает условие на допустимую неоднородность и дисперсию концентрации ловушек

$$L^2 B(0) \ll \mu_0 R/(16N\sigma) \quad (3.74)$$

или в более наглядном виде

$$\left(\frac{L}{R}\right)^2 \frac{B(0)}{\mu_0^2} \ll \frac{1}{16} \frac{1}{\mu_0 \sigma R N}. \quad (3.75)$$

3.5. Флюктуации коэффициента газового усиления в пропорциональных счетчиках

В ионизационных спектрометрах на основе пропорциональных счетчиков флюктуации выходного сигнала обусловлены не только флюктуациями числа пар ионов, а существенным образом флюктуациями коэффициента газового усиления. Электроны, двигаясь в среде под действием электрического поля, приобретают энергию, достаточную для ионизации, в результате которой образуются новые электроны, что приводит к лавинообразному процессу роста числа электронов по пути к собирающему электроду (так называемое газовое усиление). Этот процесс является случайным, и его флюктуации дают важный вклад в амплитудное разрешение пропорциональных счетчиков.

Далее будем пренебрегать временем приобретения электроном необходимой для ионизации энергии, полагая его малым по сравнению со средним временем жизни до ионизации. Это справедливо при небольших значениях напряженности электрического поля, удовлетворяющих условию

$$E \ll \alpha I, \quad (3.76)$$

где α — коэффициент ударной ионизации (см. ниже); I — потенциал ионизации газа — наполнителя счетчика. В соответствии с этим считаем, что электрон в любой момент может производить ионизацию*.

Как обычно, направим ось x вдоль электрического поля и рассмотрим процесс развития лавины. Сначала предположим, что при $x = 0$ существовал один электрон. Поскольку процесс ионизации является случайным, то количество электронов в лавине на расстоянии x будет случайной величиной. Обозначим $P_k(x)$ вероятность того, что на расстоянии x будет существовать k электронов в лавине. Наша ближайшая цель — нахождение функции $P_k(x)$.

Наиболее целесообразно для решения этой задачи использовать аппарат производящих функций. По определению, производящая функция

*Это условие, на первый взгляд, может показаться странным, так как при малых значениях напряженности поля требуется значительное время, чтобы набрать энергию, достаточную для ионизации. Однако в таком случае сечения ионизации столь малы, что время жизни до ионизации оказывается очень значительным.

$f(x, s)$ числа электронов в лавине равна

$$f(x, s) = \sum_{k=1}^{\infty} P_k(x) s^k. \quad (3.77)$$

В частности, при $x = 0$ производящая функция принимает вид

$$f(0, s) = s. \quad (3.78)$$

Рассмотрим отрезок $(0, x)$ и смежное к нему приращение Δx . Электрон, входящий в слой Δx с вероятностью $p(1, \Delta x)$, пропорциональной Δx , производит ионизацию, т. е. образует новый электрон с вероятностью

$$p(1, \Delta x) = \alpha \Delta x + o(\Delta x). \quad (3.79)$$

Величина α называется коэффициентом ударной ионизации. Этот коэффициент зависит от значения электрического поля и, следовательно, в геометриях, отличных от плоской, также и от координаты x . Вероятность образования большего числа электронов в слое Δx является величиной более высокого порядка малости

$$p(k, \Delta x) = o(\Delta x), k > 1. \quad (3.80)$$

Отсюда следует, что вероятность отсутствия ионизации равна $1 - \alpha \Delta x + o(\Delta x)$. Таким образом, относительно распределения числа вышедших из слоя Δx электронов на один входящий можно сказать следующее: один электрон выходит из слоя Δx с вероятностью $1 - \alpha \Delta x + o(\Delta x)$; два электрона (исходный и вновь образованный) — с вероятностью $\alpha \Delta x + o(\Delta x)$. Соответствующая производящая функция имеет вид

$$\psi(\Delta x, s) = (1 - \alpha \Delta x) s + \alpha \Delta x s^2 + o(\Delta x) = s + \alpha s(s - 1) \Delta x + o(\Delta x). \quad (3.81)$$

Размножение электронов можно рассматривать как двухкаскадный процесс. При этом под первым каскадом следует подразумевать электроны, вошедшие в слой Δx [их производящая функция есть $f(x, s)$], под вторым — электроны, образованные в слое Δx , включая вошедшие [их производящую функцию, отнесенную к одному вошедшему электрону, дает выражение (3.81)]. Это означает, что можно использовать формулу для производящей функции каскадного процесса. С помощью этой формулы запишем производящую функцию числа электронов на расстоянии $(x + \Delta x)$ (т. е. покидающих слой Δx) в виде

$$f(x + \Delta x, s) = f(x, s + \alpha s(s - 1) \Delta x) + o(\Delta x). \quad (3.82)$$

Разлагая в ряд обе части равенства (3.82) с точностью до линейных членов и устремляя $\Delta x \rightarrow 0$, получаем дифференциальное уравнение для отыскания искомой функции $f(x, s)$:

$$\partial f / \partial x = \alpha (s - 1) s \partial f / \partial s \quad (3.83)$$

К уравнению (3.82) следует добавить начальное условие (3.78). Легко видеть, что функция $\alpha x + \ln [(s-1)/s]$ является его решением. Это означает, что нужное решение данного уравнения следует искать в виде некоторой функции от этого выражения или, что то же самое, от выражения $\frac{s-1}{s} \exp(\alpha x)^*$:

$$f(x, s) = G \left[\frac{s-1}{s} \exp(\alpha x) \right], \quad (3.84)$$

где $G(t)$ — неизвестная функция. Конкретный ее вид можно выяснить с помощью начального условия (3.78):

$$f(0, s) = G[(s-1)/s] = s.$$

Откуда, используя замену $t = (s-1)/s$, имеем

$$G(t) = 1/(1-t).$$

Возвращаясь к (3.84), получаем окончательное выражение для производящей функции случайной величины k (числа электронов в лавине на расстоянии x) в виде

$$f(x, s) = \frac{1}{1 - \frac{s-1}{s} \exp(\alpha x)}. \quad (3.85)$$

Теперь легко найти среднее число электронов \bar{k} в лавине и его дисперсию $D\bar{k}$:

$$\bar{k} = \exp(\alpha x); \quad (3.86)$$

$$D\bar{k} = \exp(\alpha x) [\exp(\alpha x) - 1] = \bar{k} (\bar{k} - 1). \quad (3.87)$$

Наконец, разлагая в ряд по степеням s функцию $f(x, s)$, имеем распределение вероятностей числа электронов на расстоянии x :

$$p_k(x) = \exp(-\alpha x) [1 - \exp(-\alpha x)]^k = (1/\bar{k}) [1 - 1/\bar{k}]^k. \quad (3.88)$$

При $k \gg 1$ и $\bar{k} \gg 1$ данное распределение преобразуется к виду

$$p_k(x) \approx (1/\bar{k}) \exp(-k/\bar{k}). \quad (3.89)$$

Заметим, что сказанное относится к случаю, когда при $x=0$ имелся один единственный электрон. Если же при $x=0$ имелось N электронов, то считают, что каждый из них производит лавину независимым

* Если α является функцией x , то всюду вместо αx следует писать $\int_0^x \alpha(z) dz$.

образом. Для суммарного числа электронов K в лавине (на основании свойств производящей функции для композиции независимых случайных величин) легко получить числовые характеристики случайной величины

$$K = N\bar{k}; \quad DK = N Dk = \bar{k}(\bar{k}-1).$$

Квадрат относительного среднеквадратического отклонения случайной величины k равен

$$\delta^2(K) = \frac{DK}{\bar{k}^2} = \frac{1}{N} \left(1 - \frac{1}{\bar{k}}\right). \quad (3.90)$$

Поскольку в реальных счетчиках $\bar{k} \gg 1$, то $\delta^2(K) \approx 1/N$. Это означает, что в пропорциональных счетчиках (в случае малых полей) процесс газового усиления приводит к ухудшению амплитудного (энергетического) разрешения по сравнению с предельным случаем, определяемым фактором Фано.

При сильных полях ($E \geq \alpha I$) ситуация лучше: $\delta^2 = B/N$, где $B < 1$ и достигает значений 0,6–0,7.

Глава 4. СПЕКТРОМЕТРЫ СО СЦИНТИЛЛЯТОРНЫМИ ДЕТЕКТОРАМИ

4.1. Принцип действия и основные характеристики спектрометров

Основным элементом, составляющим сцинтилляционный спектрометр, является сцинтилляционный детектор, состоящий, в свою очередь, из сцинтиллятора (рабочего вещества детектора) и фотоэлектронного умножителя (ФЭУ), преобразующего световой сигнал детектора в электрический.

Процесс регистрации отдельной частицы сцинтилляционным детектором содержит следующие этапы:

- 1) энергия частицы (или часть ее) поглощается сцинтиллятором, приводя к появлению ионизованных и возбужденных молекул;
- 2) возбужденные молекулы, возвращаясь в исходное состояние, высвечивают фотоны (как правило, в видимом или ультрафиолетовом диапазоне);
- 3) свет из сцинтиллятора, распространяясь по объему сцинтиллятора и отражаясь от его стенок, попадает на фотокатод ФЭУ;
- 4) на фотокатоде происходит преобразование энергии световой вспышки, при котором из фотокатода вырываются электроны;

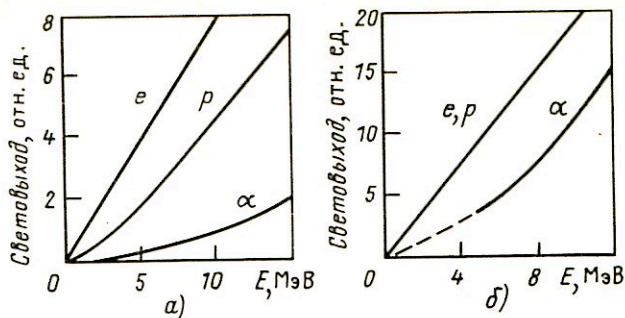


Рис. 4.1. Зависимость световыхода от поглощенной энергии частиц (электронов – e , протонов – p и α -частиц) в органическом (а) и неорганическом (б) сцинтилляторах

- 5) в диодной системе ФЭУ осуществляется умножение электронов;
 6) на заключительном этапе формируется импульс тока на аноде ФЭУ.

На каждом из перечисленных этапов процесса регистрации действуют различные причины, которые влияют на характеристики выходного сигнала сцинтилляционного детектора.

При регистрации сцинтилляционным детектором нас должна интересовать та энергия, которую несет на себе световой сигнал сцинтиллятора. Отношение энергии световой вспышки к энергии, потерянной регистрируемой частицей в сцинтилляторе, принято называть конверсионной эффективностью. Для идеального сцинтиллятора конверсионная эффективность не должна зависеть от энергии регистрируемых частиц, а также от их вида. В этом случае интенсивность световой вспышки строго пропорциональна энергии, потерянной частицей в веществе сцинтиллятора. Следовательно, на его основе может быть создан детектор, обладающий свойством "идеальной" пропорциональности.

В реальных сцинтилляторах свойство пропорциональности соблюдается лишь в ограниченном энергетическом диапазоне и зависит от вида частиц. На рис. 4.1 в качестве примера приведены зависимости световыхода от энергии различных частиц для органических (антрацен) и неорганических [NaI (Tl)] сцинтилляторов.

Оптический спектр излучения сцинтиллятора, как подтвердили многочисленные исследования, есть свойство самого сцинтиллятора и слабо зависит от природы регистрируемых частиц. Поэтому световую вспышку сцинтиллятора можно характеризовать некоторым числом фотонов N , имеющим среднюю энергию $E_{\text{фот}}$. Тогда, обозначив κ конверсионную эффективность, выразим через нее число фотонов $N = (E/E_{\text{фот}}) \kappa$ (E – энергия, потерянная частицей в сцинтилляторе). Число фотонов N будет пропорционально потерянной энергии при условии, что κ не зависит от энергии. Процесс высвечивания сцинтиллятора после возбуждения характеризуется временем высвечивания τ , по истечении которого интен-

сивность световой вспышки упала в e раз. Световая вспышка достигает своего максимума по интенсивности не мгновенно, а нарастая некоторое время, определяемое временем переноса энергии к центрам свечения. Однако это время значительно меньше времени высвечивания. Поэтому можно записать, что число световых квантов N_t , испущенных за время t после начала свечения, равно $N_t = N_0 \exp(-t/\tau)$, где N_0 — число световых квантов в максимуме интенсивности вспышки.

При распространении света по сцинтиллятору часть света поглощается самим сцинтиллятором. Это поглощение характеризуется прозрачностью сцинтиллятора по отношению к спектру испускания. Кроме того, прежде чем свет достигнет фотокатода ФЭУ, он должен преодолеть пространство между сцинтиллятором и фотокатодом, представляющее собой стеклянное окно упаковочного контейнера сцинтиллятора и стекло колбы ФЭУ, на которую с внутренней стороны напылен фотокатод. В этих материалах также поглощается часть света. Взаимное расположение сцинтиллятор — ФЭУ, качество оптического контакта между ними (иногда наличие световода между сцинтиллятором и ФЭУ) приводит к уменьшению числа световых фотонов, достигающих фотокатода. Кроме поглощения света в перечисленных материалах происходит его потеря в результате неполного отражения на границах этих же материалов. Все эти потери, постоянные для данного сочленения сцинтиллятор — ФЭУ, могут быть охарактеризованы коэффициентом светособирания η , в который входит и прозрачность. Таким образом, число фотонов $N_{\text{фот}}$, достигающее фотокатода, равно $N_{\text{фот}} = \eta N$. При попадании на фотокатод $N_{\text{фот}}$ световых квантов образуется $n = \gamma N_{\text{фот}}$ фотоэлектронов, где γ — средняя эффективность фотокатода. Фотоэлектроны далее попадают в диодную умножающую систему. Если ФЭУ имеет k диодов и коэффициент электронного умножения каждого из них равен q , то полный коэффициент умножения ФЭУ M равен $M = cq^k$, где коэффициент c учитывает эффективность собирания электронов диодной системой. Вылетевшие из фотокатода n фотоэлектронов после размножения в диодной системе образуют на аноде ФЭУ заряд $Q = enM$ (e — заряд электрона). После подстановки выражения для n и M получим

$$Q = ecq^k \gamma \eta \frac{E}{E_{\text{фот}}} \kappa, \quad (4.1)$$

т. е. заряд пропорционален поглощенной в сцинтилляторе энергии E .

Следовательно, для использования сцинтилляционного детектора в качестве спектрометра необходимо, чтобы весь собранный заряд Q участвовал в создании выходного сигнала, по значению которого определяется поглощенная в сцинтилляторе энергия.

Следует отметить, что приведенное выражение описывает процесс светособирания и размножения электронов лишь в среднем. На самом

деле каждому из этих процессов присущи флюктуации, которые приводят к флюктуации заряда Q , определяющей энергетическое разрешение сцинтилляционного спектрометра.

Заряд Q создает в цепи анода импульс тока, форма которого также представляет практический интерес. Электроны с фотокатода при прохождении через ФЭУ будут приводить к появлению лавины электронов на аноде, во-первых, с некоторой задержкой по отношению к моменту образования фотоэлектронов, во-вторых, электроны, составляющие лавину, будут появляться на аноде в течение некоторого времени, так как их пути между динодами ФЭУ различны. Время между эмиссией фотоэлектрона и моментом сбора на аноде половины заряда Q называется временем пролета электронов в фотоумножителе t_0 . Исследования формы импульса тока на выходе ФЭУ при эмиссии одного электрона с фотокатода показали, что число электронов, поступающих на анод ФЭУ в единицу времени, хорошо подчиняется закону Гаусса со средним значением, равным t_0 , и средним квадратическим отклонением, равным t_e , называемым размытием времени пролета. Форма импульса тока имеет вид

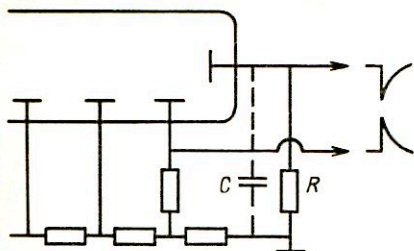
$$i(t) = \frac{eM}{t_e \sqrt{\pi}} e^{-[(t - t_0)^2 / t_e^2]},$$

с условием нормировки $\int_0^{\infty} i dt = eM$.

В формировании импульса тока участвуют n электронов, образованные на фотокатоде, число которых меняется во времени, так как и число световых квантов $N_{\text{фот}}$, участвующих в образовании фотоэлектронов, есть функция времени, зависящая от времени высвечивания сцинтиллятора τ . Кроме того, время высвечивания сцинтиллятора подвержено статистическим флюктуациям, поэтому процесс эмиссии фотоэлектронов также меняется во времени. Все это вместе приводит к сложному закону зависимости анодного тока i от временных характеристик сцинтиллятора и ФЭУ. При мгновенном высвечивании сцинтиллятора ($\tau = 0$) форма импульса тока определяется временем размытия пролета t_e . Увеличение τ приводит к тому, что t_e влияет только на формирование переднего фронта импульса, который практически не зависит от τ , а задний фронт определяется в основном временем высвечивания.

Надо помнить, что время нарастания импульса тока определяется также временем нарастания самого светового импульса сцинтиллятора, отсчитываемого как время между прохождением частицы и временем максимального свечения сцинтиллятора, и некоторым временем запаздывания между моментом поглощения светового фотона фотокатодом и моментом испускания им первого фотоэлектрона. Оба эти

Рис. 4.2. Схема включения ФЭУ



интервала времени подвержены статистическим флюктуациям и влияют на формирование переднего фронта импульса тока. Но учитывая, что они малы, можно считать время нарастания импульса тока зависящим от временных характеристик ФЭУ.

Для измерения сигнала со сцинтилляционного детектора к аноду ФЭУ подсоединяется нагрузка R . Параллельно резистору R всегда присутствует паразитная емкость C (рис. 4.2). Импульс напряжения на сопротивлении R формируется точно так же, как в случае ионизационного детектора, поэтому форма импульса напряжения $V(t)$ может быть определена как

$$V(t) = (1/C) e^{-t/RC} \int_0^t i(t') e^{t'/RC} dt', \quad (4.2)$$

где $i(t)$ — ток на аноде ФЭУ.

Поскольку на анод собираются электроны, то с анода снимается отрицательный сигнал. Положительный импульс можно получить, включив сопротивление нагрузки в цепь любого электрода, с которого уходит больше электронов, чем приходит, т. е. с любого динода. Обычно положительный сигнал снимается с последнего динода (см. рис. 4.2). Когда в последних каскадах ФЭУ протекает большой ток, это эквивалентно включению между соответствующими динодами маленького сопротивления. В результате потенциал на диноде изменяется, что искажает работу ФЭУ. Для стабилизации потенциалов последних динодов параллельно резистору делителя включается конденсатор. Его емкость определяется из условия, чтобы время его разрядки было много больше длительности импульса.

Для спектрометрических измерений необходимо использовать весь заряд Q , т. е. ток анода должен быть полностью проинтегрирован, для чего постоянная времени RC должна в 3–5 раз превышать длительность импульса тока. Как правило, время высвечивания сцинтиллятора всегда больше времени пролета электронов через ФЭУ. Поэтому можно считать, что полная длительность импульса тока в основном зависит от времени высвечивания сцинтиллятора, а значит, и постоянная времени RC должна превышать в 3–5 раз время высвечивания сцинтил-

лятора. При этом полная длительность импульса напряжения окажется в 6–10 раз больше τ . Но особо увлекаться большим значением RC не стоит, так как емкость C должна успеть разрядиться до прихода следующего импульса тока от следующей частицы. Это означает, что при заданном сцинтиляторе (его значении τ) значение RC (точнее, сопротивление R , поскольку емкость C имеет значение 15–20 пФ) определяет значение максимального потока исследуемых частиц. Так при использовании кристалла NaI (Tl), имеющего время высвечивания $\tau = 0,25 \cdot 10^{-6}$ с и $R = 50$ кОм для измерения энергии γ -квантов, регистрируемых с эффективностью порядка 10%, поток γ -квантов не должен превышать 10^6 с⁻¹. После интегрирования выражение для $V(t)$ принимает вид

$$V(t) = \frac{Q}{C} \frac{RC}{\tau - RC} (e^{-t/\tau} - e^{-t/RC}). \quad (4.3)$$

Поскольку спектрометрический режим требует выбора $RC \gg \tau$, то импульс напряжения нарастает как $1 - e^{-t/\tau}$, спадает как $e^{-t/RC}$, а максимальное значение амплитуды импульса A равно

$$A = V_{\max} = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C} e \eta \gamma M \frac{E}{E_{\text{фот}}} \kappa = \frac{e}{C} N \gamma \eta M. \quad (4.4)$$

Главная цель приведенных выше рассуждений сводилась к тому, чтобы убедиться, что выходной сигнал (амплитуда импульса напряжения) пропорционален поглощенной в сцинтиляторе энергии. Однако в результате статистических флуктуаций на всех этапах процесса преобразования энергии частицы E в импульс напряжения разброс амплитуд этих импульсов имеет существенное значение. Иными словами, амплитудное разрешение сцинтилляционного детектора зависит от ряда причин и процессов, которые разумно разграничить на процессы, происходящие в сцинтиляторе, и процессы, происходящие в фотоумножителе.

Относительные флуктуации выходного сигнала $A = (e/C) N \gamma \eta M$ определяются в основном флуктуациями числа фотонов N , образованных в сцинтиляторе, и флуктуациями коэффициента усиления ФЭУ M .

Аналогично рассмотрению флуктуации числа пар ионов, образованных частицей фиксированной энергии в веществе, можно исследовать вопрос о числе возбужденных состояний и возникающих в результате высвечивания этих состояний фотонов применительно к сцинтилляционным детекторам. Сейчас уже должно быть ясно, что эти флуктуации, в принципе, должны определять предельно достижимое разрешение сцинтилляционного спектрометра по энергии.

Аналогично числу пар ионов дисперсия ΔN^2 числа фотонов, образованных заряженной частицей в сцинтиляторе, и их среднее значение

\bar{N} связаны между собой соотношением $\overline{\Delta N^2} = F_{\Phi} \bar{N}$, где величину F_{Φ} можно назвать "фотонным фактором Фано". (Как и раньше, эта формула имеет смысл при $\bar{N} \gg 1$).

Ранее отмечалось, что процесс, приводящий к образованию фотонов в сцинтилляторе, можно представить в виде двух этапов. Первый этап — возникновение возбужденных состояний, которые образуются как непосредственно при потере энергии частицы, так и в результате рекомбинации пар ионов. Дисперсия числа возбужденных состояний $\overline{\Delta N_{\text{ex}}^2}$ связана с их средним значением \bar{N}_{ex} соотношением $\overline{\Delta N_{\text{ex}}^2} = F_{\text{ex}} \bar{N}_{\text{ex}}$. Здесь величина F_{ex} может быть вычислена по методу, описанному в гл. 3. Следует ожидать, что значение F_{ex} будет заметно меньше фактора Фано F , вычисленного по (3.29), так что в данном случае отсутствует конкуренция между процессами возбуждения и ионизации.

Второй этап — это высвечивание возбужденных состояний, приводящих к появлению фотонов. С этим процессом конкурирует процесс тушения, заключающийся в переходе молекул из возбужденного состояния в основное без образования фотона.

Процесс испускания фотона является двухкаскадным, и поэтому для вычисления \bar{N} и дисперсии $\overline{\Delta N^2}$ числа фотонов следует использовать соответствующие формулы для каскадных процессов. Пусть f — вероятность образования фотона при высвечивании возбужденного состояния. Среднее число фотонов на одно возбужденное состояние равно f , а дисперсия равна $f(1-f)$. Тогда на основании формул для каскадных процессов можно получить

$$\left. \begin{aligned} \bar{N} &= f \bar{N}_{\text{ex}}; \\ \overline{\Delta N^2} &= \bar{N}_{\text{ex}} f(1-f) + f^2 F_{\text{ex}} \bar{N}_{\text{ex}} = \bar{N} (1-f + f F_{\text{ex}}). \end{aligned} \right\} \quad (4.5)$$

Отсюда

$$F_{\Phi} = 1 - f(1 - F_{\text{ex}}). \quad (4.6)$$

Практически во всех сцинтилляторах величина f не превышает 0,1, откуда следует, что $F_{\text{ex}} \geq 0,9$.

Таким образом, можно считать, что в сцинтилляционных детекторах дисперсия числа фотонов, образованных потерей фиксированной энергии частицы, равна их среднему значению $\overline{\Delta N^2} = \bar{N}$.

Для сцинтилляционного спектрометра представляет интерес не число фотонов, а число электронов, выбитых из фотокатода ФЭУ этими фотонами. Известно, что конверсионная эффективность фотокатода γ (т. е. вероятность выбивания электрона фотоном) обычно невелика и составляет примерно 0,1. "Электронный фактор Фано" F_e может

быть вычислен точно так же, как и "фотонный фактор Фано" F_{Φ} : $F_{\Phi} = F_e = 1 - f\gamma(1 - F_{ex})$.

Значение F_e получается равным примерно 0,99, т. е. незначительно отличается от единицы. Поэтому можно рассчитывать флюктуации числа электронов, образованных на фотокатоде и равных $n = \eta\gamma N$, как $\overline{\Delta n^2} = \bar{n}$.

Рассмотрим флюктуации коэффициента усиления ФЭУ. ФЭУ состоит из нескольких (обычно 10–15) последовательных электродов, к которым приложено напряжение, увеличивающееся с ростом номера динода. Электрон, вырванный из какого-либо динода, разгоняется в электрическом поле, его энергия становится достаточной для выбивания нескольких электронов из следующего динода. Так обеспечивается умножение электронов. Число этих выбитых электронов случайно. Мы имеем дело с каскадным процессом. Обозначив $\varphi_i(s)$ производящую функцию числа вторичных электронов, выбитых из i -го динода одним электроном с предыдущего динода, можно записать производящую функцию $\Phi(s)$ числа электронов на выходе k -го динода, произведенных одним электроном с фотокатода: $\Phi(s) = \varphi_1(\varphi_2(\varphi_3 \dots \varphi_k(s)))$.

Среднее число электронов после k -го динода (т. е. собственно коэффициент умножения ФЭУ) равно

$$\bar{M} = \left. \frac{d\Phi(s)}{ds} \right|_{s=1} = \prod_{i=1}^k \bar{m}_i, \quad (4.7)$$

где $\bar{m}_i = \left. \frac{d\varphi_i(s)}{ds} \right|_{s=1}$ — среднее число электронов, выбитых из i -го динода электроном с предыдущего динода. Эта величина обычно называется коэффициентом вторичной эмиссии.

Относительное среднеквадратическое отклонение случайной величины M будет

$$\delta^2(M) = \delta_1^2 + \frac{\delta_2^2}{m_1} + \frac{\delta_3^2}{m_1 m_2} + \dots + \frac{\delta_k^2}{m_1 m_2 \dots m_{k-1}}. \quad (4.8)$$

Для большинства конструкций ФЭУ $\bar{m}_1 = \bar{m}_2 = \dots = \bar{m}_k = q$ и $\delta_1^2 = \delta_2^2 = \dots = \delta_k^2 = \delta_0^2$. Отсюда

$$M = q^k; \quad \delta^2(M) = \delta_0^2 \frac{q^k - 1}{q^{k-1}(q-1)}. \quad (4.9)$$

На практике всегда $q^k \gg 1$, значит, можно записать выражение (4.9) как $\delta^2(M) = \delta_0^2 q/(q-1)$, которое и характеризует флюктуации коэффициента усиления ФЭУ.

Заметим, что если коэффициент светосбора подвержен существенным флюктуациям или имеет малое абсолютное значение, то следует учесть и эти флюктуации.

Распределение амплитуд импульсов около своего среднего значения аппроксимируется распределением Гаусса, как было показано многими исследователями. Тогда энергетическое разрешение сцинтилляторного детектора через дисперсию выражается как

$$(\Delta E/E)^2 = [2,36 \delta(A)]^2. \quad (4.10)$$

Энергетическое разрешение сцинтилляционных детекторов даже с лучшими по световыходу кристаллами NaI (Tl) не является хорошим. Например, при энергиях поглощенных электронов (γ -квантов) 100–150 кэВ можно получить приблизительно 15%, при энергиях 2–4 МэВ — около 4–5%. Для других кристаллов энергетическое разрешение будет хуже, поскольку их конверсионная эффективность меньше.

4.2. Типы сцинтилляционных гамма-спектрометров

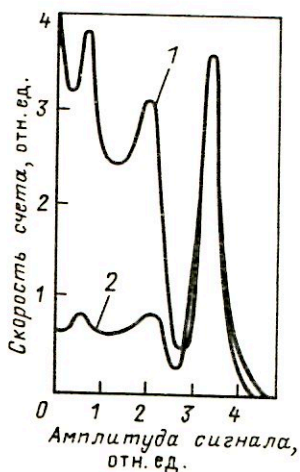
Сцинтилляционные спектрометры получили наибольшее распространение для анализа спектров γ -излучения, а среди сцинтилляторов выбор пал на неорганические кристаллы, в первую очередь на NaI (Tl), в силу их высокой конверсионной эффективности. Основным достоинством таких гамма-спектрометров является большая эффективность (светосила), но энергетическое разрешение довольно низкое: 15–4% в области энергий γ -квантов 100 кэВ — 10 МэВ.

Как отмечалось выше, энергия γ -излучения определяется по энергии электронов (или протонов), образующихся в результате взаимодействия падающего γ -излучения с веществом сцинтиллятора. Сложный характер этого взаимодействия, т. е. образование вторичных электронов разной энергии при моноэнергетическом падающем γ -излучении, приводит к возникновению сложной аппаратурной формы линии спектрометра (см. гл. 1). По этой причине разработан ряд многокристалльных спектрометров, позволяющих получить функцию отклика $G(E, V)$, близкую к идеальной, а именно в виде одного пика — колоколообразного по форме распределения сигналов по амплитуде. В таких спектрометрах в светосиле, а иногда и в энергетическом разрешении, приходится проигрывать. Но хорошая аппаратурная форма линии достигается. Поэтому многокристалльные спектрометры принято называть спектрометрами с улучшенной аппаратурной формой линии.

Однокристалльные сцинтилляционные гамма-спектрометры. В однокристалльных сцинтилляционных γ -спектрометрах используются кристаллы различных размеров и форм в зависимости от целей исследования. Приборная форма линии однокристалльного спектрометра подробно описана в гл. 1. Характер этой линии затрудняет анализ спектров γ -излучения по амплитудным распределениям. Если увеличить размер

кристалла, то аппаратурная форма линии примет более простой вид, заключающийся в том, что повышается вероятность фотопоглощения и увеличивается вклад многократного рассеяния фотонов, приводящего к полной потере энергии этих фотонов. В результате происходит относительное перераспределение числа сигналов между непрерывным комптоновским распределением и пиком полного поглощения в пользу последнего (рис. 4.3). Фотоэффективность спектрометров с большим кристаллом при регистрации γ -квантов с энергией до нескольких мегаэлектрон-вольт приближается к 100%. Такие спектрометры называются спектрометрами полного поглощения. Но особо увлекаться большими размерами кристалла не стоит, так как ухудшается энергетическое разрешение, главным образом из-за неодинаковых условий светособирания из различных точек сцинтиллятора.

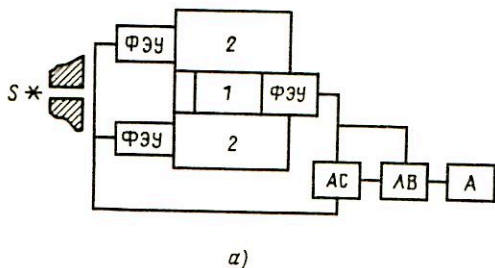
В многокристалльных спектрометрах с улучшенной аппаратурной формой линии добиваются таких условий, при которых энергия регистрируемых вторичных электронов была бы однозначно, с точностью до статистических флуктуаций амплитуды, связана с энергией падающих фотонов. При этом можно использовать как фотоэффект, так



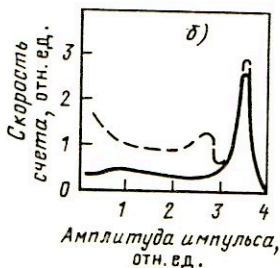
←
Рис. 4.3. Амплитудные распределения импульсов с однокристалльного гамма-спектрометра с кристаллом NaI(Tl) размерами $\phi = 30$ мм, высота 10 мм (1) и $\phi = 80$ мм, высота 80 мм (2) при регистрации γ -излучения ^{65}Zn

Рис. 4.4. Структурная схема гамма-спектрометра с защитой антисовпадениями (а) и спектр (б) амплитуд импульсов (сплошная кривая). Пунктиром показан вариант для однокристалльного спектрометра:

S — источник; 1 — центральный кристалл; 2 — управляющий кристалл; ФЭУ — фотоумножитель; АС — схема антисовпадений; ЛВ — линейные ворота; А — амплитудный анализатор



а)



б)

и неполное поглощение энергии фотонов, что достигается применением наряду с основным анализирующим кристаллом специальных вспомогательных (управляющих) сцинтилляторов и электронных устройств. Вспомогательные сцинтилляторы не обязательно должны быть кристаллами, поэтому название "многокристалльные спектрометры" не совсем точно.

Гамма-спектрометры с охранным сцинтиллятором антисовпадений. Структурная схема такого спектрометра изображена на рис. 4.4, *а*. Импульсы с центрального кристалла направляются на амплитудный анализатор при условии отсутствия сигналов, снимаемых с охранных сцинтилляторов. Охранный кольцеобразный сцинтиллятор или несколько сцинтилляторов, окружающих центральный кристалл, просматриваются несколькими ФЭУ, работающими на один управляющий вход схемы антисовпадений. Охранные сцинтилляторы регистрируют γ -кванты, рассеянные в центральном кристалле и вылетающие из него. Поскольку сигналы сохранных сцинтилляторов являются запрещенными для анализа сигналов с центрального кристалла, то в амплитудном распределении практически остаются сигналы, отвечающие полному поглощению γ -квантов в центральном кристалле. Если бы охранные сцинтилляторы регистрировали все рассеянные кванты, выходящие из центрального кристалла, то аппаратная форма линии представляла собой чистый пик полного поглощения. Но практически добиться 100% регистрации рассеянных квантов невозможно, поэтому реально наблюдают сильно подавленное непрерывное распределение от комптоновских электронов. На рис. 4.4, *б* для примера приведены спектры амплитуд импульсов в однокристалльном режиме и с использованием защитных кристаллов, включенных на антисовпадения. Размеры защитных сцинтилляторов не стоит делать очень большими, поскольку сильно возрастает загрузка фоновыми сигналами.

Комптоновские сцинтилляционные гамма-спектрометры. Принципиальное устройство спектрометра изображено на рис. 4.5, *а*. Коллимированный пучок γ -квантов падает на центральный кристалл, в котором с определенной вероятностью происходит комптоновское рассеяние. Импульсы с центрального кристалла анализируются только в том случае, если в управляющем кристалле зарегистрирован рассеянный квант. Отбор событий осуществляет схема совпадений. В результате аппаратная форма линии представляет собой спектр амплитуд импульсов от регистрации комптон-электронов, которым соответствуют рассеянные γ -кванты, зарегистрированные управляющим кристаллом. Угол рассеяния γ -кванта из центрального кристалла фиксирован. Существует однозначная связь между углом рассеяния γ -кванта и энергией комптон-электрона. Поэтому в приборном спектре каждой линии исследуемого спектра соответствует только один пик, образованный за счет регистрации комптон-электронов (рис. 4.5, *б*). Угол рассеяния выбирают близким к 180° . Выбор диктуется тем обстоятельством, чтобы комптон-

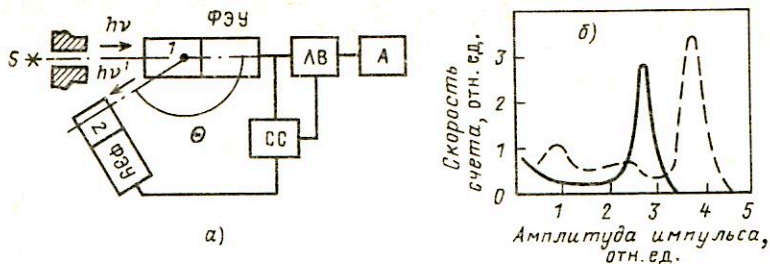


Рис. 4.5. Структурная схема (а) комптоновского гамма-спектрометра и спектр (б) амплитуд импульсов (сплошная кривая). Пунктир – однокристалльный вариант:

Θ – фиксированный угол рассеяния; СС – схема совпадений; остальные обозначения как на рис. 4.4, а

электрону была передана по возможности большая доля энергии. Кроме того, при значительных углах рассеяния становится слабой зависимость между углом рассеяния и энергией комптон-электрона. Амплитуда отобранных таким способом импульсов пропорциональна энергии комптон-электронов:

$$E_e = E_\gamma \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{E_\gamma}{1 - \cos \theta / m_0 c^2}} \right).$$

Легко видеть, что при $\theta \approx 180^\circ$ выражение для E_e принимает вид

$$E_e \approx E_\gamma - m_0 c^2 / 2,$$

а зависимость между энергией γ -кванта и энергией комптон-электрона становится приблизительно линейной (рис. 4.6).

Основным достоинством данного типа спектрометров является хорошая форма линии, существенным недостатком – низкая светосила. Последнее связано с необходимостью коллимирования γ -излучения и использования малых телесных углов при выделении рассеянных γ -квантов под фиксированным углом Θ (в некоторых пределах малого угла $\Delta \Theta$). Кроме того, рассеянные γ -кванты должны пройти центральный кристалл без взаимодействия и зарегистрироваться в управляющем кристалле. Эффективность спектрометра существенным образом зависит от формы центрального кристалла. Его выбирают с малым радиусом, а управляющий кристалл делают кольцевым.

Энергетическое разрешение комптоновского спектрометра по сравнению с однокристалльным должно быть хуже. Во-первых, центральный кристалл регистрирует меньшую поглощенную энергию, чем при однокристалльном режиме, так как часть ее уносится рассеянным квантом;

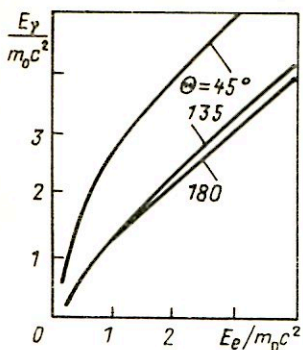


Рис. 4.6. Зависимость между энергией γ -квантов и энергией электронов отдачи при различных углах рассеяния Θ

во-вторых, появляется неоднозначность в определении угла рассеяния Θ , к которому привязывается определение энергии комптон-электрона. Рассеянные кванты регистрируются в пределах некоторого угла $\Theta \pm \Delta\Theta$. При исследовании γ -квантов с энергией около 3 МэВ удается добиться энергетического разрешения 5–6%.

Существенное увеличение светосилы комптоновского спектрометра можно получить, используя схему сложения амплитуд импульсов, поступающих от центрального и управляющего кристаллов, при условии их совпадения во времени. Амплитуда импульса в центральном кристалле удовлетворяет соотношению $A_1 \sim E_\gamma - E'_\gamma$, где E_γ – энергия падающих γ -квантов, E'_γ – энергия рассеянных в центральном кристалле квантов и попадающих в управляющий кристалл. В управляющем кристалле амплитуда импульса A_2 пропорциональна E'_γ , если рассеянный квант с энергией E'_γ поглотился полностью. Тогда амплитуда суммарного импульса пропорциональна полной энергии падающего кванта, т.е. $A = A_1 + A_2 \sim E_\gamma$ (при условии равенства коэффициентов пропорциональности между A и E в каждом канале, что легко достигается настройкой электронных трактов). В таком спектрометре анализируются сигналы, амплитуда которых пропорциональна E_γ , независимо от угла рассеяния падающего кванта в центральном кристалле. Это позволяет использовать сколь угодно большие углы $\Delta\Theta$, а значит, и достигать существенно большей светосилы, на два-три порядка большей, чем без сложения амплитуд. Так как в управляющем кристалле не все рассеянные кванты поглощаются полностью, то в приборном спектре будет присутствовать некоторый непрерывный спектр импульсов, но площадь под ним может быть легко уменьшена за счет увеличения размеров управляющего сцинтиллятора.

Энергетическое разрешение спектрометров со сложением амплитуд приближается к однокристалльным.

Сцинтилляционные парные гамма-спектрометры. Принцип действия этого типа спектрометров можно пояснить с помощью рис. 4.7, где изображены структурная схема парного спектрометра и аппаратная форма линии. Коллимированный пучок падающих γ -квантов попадает на центральный кристалл I . В результате эффекта образования пар возникают два аннигиляционные кванта имеют определенную вероятность покинуть центральный кристалл без взаимодействия и быть зарегистри-

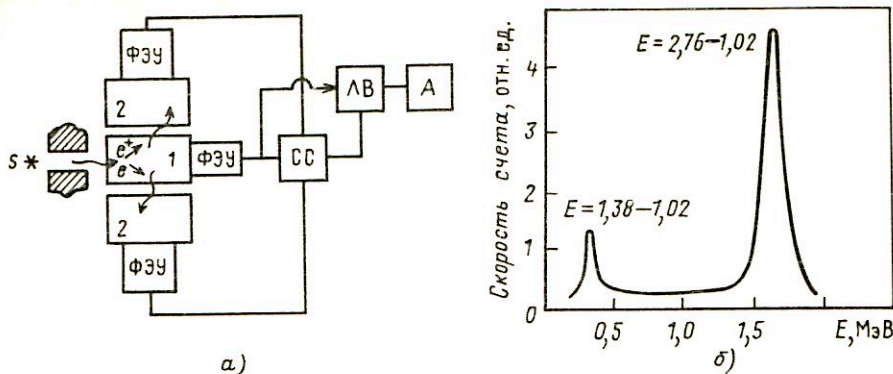


Рис. 4.7. Структурная схема (а) парного сцинтилляционного спектрометра (обозначения как на рис. 4.4, а) и спектр амплитуд импульсов (б) для источника γ -квантов ^{24}Na ($E_\gamma = 2,76$ МэВ и 1,38 МэВ)

рованными управляющими кристаллами 2. Электронная схема построена таким образом, что она отбирает на анализ сигналы с центрального кристалла только при наличии одновременно с ним сигналов в двух управляющих кристаллах. Таким образом, каждой γ -линии в приборном спектре соответствует пик, отвечающий поглощенной энергии $E_\gamma - 2m_0c^2$. Центральный кристалл должен иметь оптимальные форму и размеры: достаточную высоту для достижения необходимой эффективности взаимодействия и диаметр, обеспечивающий достаточный выход аннигиляционных квантов из кристалла. Управляющие кристаллы выгодно взять большими, что увеличивает вероятность поглощения аннигиляционных квантов. Но в очень больших кристаллах существенно возрастает нагрузка фоновыми сигналами, что нежелательно.

Сцинтилляционные парные спектрометры имеют хорошую приборную форму линии, но обладают очень низкой светосилой. Парные спектрометры целесообразно использовать при $E_\gamma > 2$ МэВ. Так как светосила спектрометров низка, то активность источников должна быть достаточно высокой.

Все рассмотренные типы многокристалльных гамма-спектрометров обладают одним общим достоинством — хорошей аппаратурной формой линии, но все они, за исключением спектрометра с защитой на антисовпадениях, имеют низкую светосилу. На рис. 4.8 представлены для сравнения зависимости эффективности различных сцинтилляционных спектрометров от энергии γ -квантов.

В комптоновском и парном спектрометрах энергетическое разрешение также ниже, чем в однокристалльном или в спектрометрах с защитой на антисовпадениях, поскольку в центральном кристалле регистрируется энергия, меньшая полной энергии падающих γ -квантов. Несколько улучшить энергетическое разрешение можно при исполь-

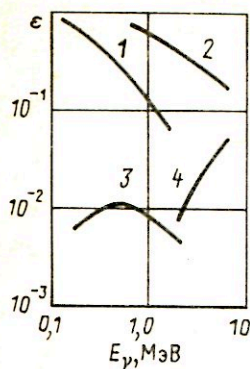


Рис. 4.8. Эффективность различных сцинтилляционных спектрометров как функция энергии γ -квантов:

1 — однокристалльный спектрометр с кристаллом NaI(Tl) $\phi = 50$ мм, $h = 40$ мм; 2 — такой же спектрометр с кристаллом $\phi = 100$ мм, $h = 100$ мм; 3 — комптоновский спектрометр с центральным кристаллом $\phi = 30$ мм, $h = 13$ мм, управляющий кристалл кольцевой: $\phi = 80$ мм, $h = 30$ мм, диаметр отверстия 18 мм; 4 — парный спектрометр с центральным кристаллом $\phi = 32$ мм, $h = 40$ мм, управляющий кристалл кольцевой

зовании более жестких условий отбора сигналов, поступающих на анализ. Например, в комптоновском спектрометре уменьшить угол $\Delta\Theta$, сигналы с кристаллов пропускать через узкие линейные ворота и т. п. Но такие меры еще больше снижают эффективность спектрометров. В некоторых многокристалльных спектрометрах в качестве центрального кристалла можно использовать полупроводниковые детекторы. Например, в спектрометре с защитой на антисовпадениях. Принцип действия остается прежним, т. е. улучшается аппаратная форма линии, а энергетическое разрешение определяется уже самим полупроводниковым детектором.

Глава 5. КРИСТАЛЛ-ДИФРАКЦИОННАЯ СПЕКТРОМЕТРИЯ γ -ИЗЛУЧЕНИЯ

5.1. Основы кристалл-дифракционного метода

Кристалл-дифракционный метод измерения энергии γ -квантов является одним из первых методов ядерной спектроскопии. До последнего времени он был и наиболее точным методом абсолютных измерений энергии γ -квантов.

В этом методе используется только та часть падающего на кристалл излучения, которая упруго, без потери энергии, рассеивается атомами. Вероятность такого рассеяния (его называют упругим, рэлеевским или электронным резонансным) на несколько порядков ниже, чем вероятность неупругого рассеяния (при энергиях, значительно превышающих энергию связи электронов, неупругое рассеяние является комптоновским; в области около 1 МэВ оно является преобладающим видом взаимодействия), тем не менее этот вид взаимодействия удастся использовать для определения энергии излучения. Упругорассеянное излу-

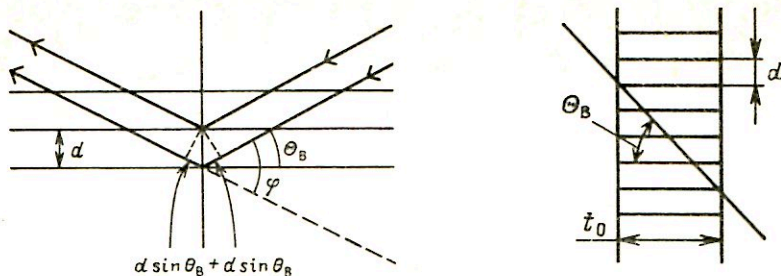


Рис. 5.1. Отражение электромагнитных волн от плоского кристалла:

a — брэгговское отражение электромагнитных волн; *б* — расположение плоскостей кристалла, участвующих в отражении

ние когерентно, так что в направлениях, которым соответствует разница в пути в целое число длин волн λ , следует ожидать появления дифракционных максимумов. Эти направления легко находятся, если учесть, что плоская волна электромагнитного излучения, упругорассеянная отдельной атомной плоскостью, сохраняет фазу, если угол падения равен углу отражения. Однако та же волна, отраженная рядом параллельных атомных плоскостей с межплоскостным расстоянием d (рис. 5.1, *a*), сохраняет фазу только при углах падения $90^\circ - \Theta_B$, где Θ_B определяется условием Вульфа—Брэгга, которое для простой кубической кристаллической решетки записывается так:

$$2d \sin \Theta_B = \lambda, \quad (5.1)$$

где d — постоянная решетки.

Угол Θ_B в первом приближении (без учета изменения длины волны при прохождении через кристалл, что справедливо с высокой точностью для рассматриваемых спектрометров с дифракционными плоскостями, почти параллельными к падающему излучению и перпендикулярными к выходной поверхности) соответствует направлению максимальной интенсивности дифракционной линии.

Энергия излучения E_γ и длина волны λ связаны соотношением (1.70). С помощью соотношений (5.1) и (1.70) по углам Θ_B можно сравнивать энергии γ -квантов.

Для получения абсолютных значений энергии γ -квантов необходимо определить угол Θ_B и в независимых экспериментах постоянную решетки d . Углы Θ_B сравнительно легко и с хорошей точностью определяются на гониометрах. Постоянную решетки d в кубических решетках можно найти, например, по формуле

$$d = [fA/(\rho N_A)]^{1/2}, \quad (5.2)$$

где f — число атомов в элементарной кристаллической решетке; A —

средняя атомная масса; ρ — плотность кристалла; N_A — число Авогадро.

В более общем виде (с учетом поправки на преломление лучей в кристалле, а также для различных порядков отражения и для различных кристаллических плоскостей) формула (5.1) выглядит так:

$$\frac{2d \sin \Theta_B}{(h^2 + k^2 + l^2)^{1/2}} \left(1 - \frac{1 - \mu}{\sin^2 \Theta_B} \right) = \lambda n, \quad (5.3)$$

где n — порядок отражения; h, k, l — кристаллографические индексы Миллера для отражающих плоскостей; μ — показатель преломления для лучей с длиной волны λ .

Основными спектрометрическими характеристиками кристаллов являются форма дифракционной линии (дифракционного пика, дифракционного максимума) и отражательная способность.

Форма дифракционной линии характеризуется шириной линии ω_k и максимальной I_{\max} или интегральной $I_{\max} \omega_k$ интенсивностью.

Отражательная способность характеризуется удельной отражательной способностью (коэффициентом отражения) Γ , полной или интегральной отражательной способностью R , а также полной отражательной способностью p с учетом поглощения в кристалле. Они связаны соотношениями

$$\Gamma \approx I_{\max}/I_0; \quad R \approx \omega_k \Gamma; \quad p \approx R \exp(-\mu t), \quad (5.4)$$

где I_0 — интенсивность первичного излучения, падающего на кристалл (эффективная сила источника); μ — средний линейный коэффициент поглощения материала кристалла; t — длина пути, пройденного излучением в кристалле.

Рассмотрим, как эти характеристики связаны со структурой кристалла и с энергией γ -квантов в случае совершенного (идеального) кристалла с кристаллографическими плоскостями, перпендикулярными к поверхности кристалла (рис. 5.1, б). Падающее под углом $90^\circ - \Theta_B$ на отражающую плоскость излучение отражается частично. Далее пропущенный и отраженный пучки могут повторно подвергнуться отражению, т. е. происходит многократное рассеяние излучения. Оно существенно влияет на отражательную способность кристалла. Вклад многократного рассеяния определяется толщиной кристалла t_0 . Толщину кристалла принято сравнивать с характерной толщиной

$$t_e = \cos \Theta_B / (c \lambda), \quad (5.5)$$

где c — коэффициент, определяемый структурой кристалла (для кварца $c = 5,3 \cdot 10 \text{ см}^{-2}$). На толщине t_e происходит ослабление первичного пучка за счет упругого рассеяния в e раз. Если $t_0 \gg t_e$, кристалл счита-

ется толстым, если $t_0 \ll t_c$ — тонким. Так как толщина t_c зависит от энергии излучения, то кристалл может быть толстым для малых энергий и тонким для больших. Условно можно определить граничную энергию и соответствующую ей длину волны $\lambda_{ГР}$, при которой $t_c = t_0$, как $\lambda_{ГР} = \cos \Theta_B / (ct_0)$, и считать кристалл толстым при $\lambda > \lambda_{ГР}$ и тонким при $\lambda < \lambda_{ГР}$.

Для тонкого кристалла, когда вкладом многократного рассеяния и вторичного ослабления возможно пренебречь, коэффициент отражения Γ равен квадрату амплитуды рассеяния

$$\Gamma = c^2 \lambda^2 t_0^2 / \cos^2 \Theta_B. \quad (5.6)$$

В случае толстого кристалла, уже на расстоянии $t = t_c$, основная часть излучения перейдет в отраженный пучок, затем опять в прямой и так далее, так что интенсивности падающего и отраженного (под углом $90^\circ - \Theta_B$) пучков будут равны (они могут значительно снизиться в результате поглощения), т. е.

$$\Gamma = 1/2.$$

Оценим далее ширину дифракционного пика для совершенного кристалла $\omega_k \equiv \omega_c$. По аналогии с дифракционной решеткой можно положить, что относительное разрешение обратно пропорционально числу плоскостей m , участвующих в отражении.

Для тонкого кристалла m будет равно числу плоскостей, пересекаемых прямым лучом (рис. 5.1, б):

$$d\lambda/\lambda \approx 1/m = d/(t_0 \operatorname{tg} \Theta_B). \quad (5.7)$$

В то же время из (5.1)

$$d\lambda/\lambda = d \Theta / \operatorname{tg} \Theta_B = \omega_c / \operatorname{tg} \Theta_B. \quad (5.8)$$

Из (5.7) и (5.8) для тонкого кристалла получаем

$$\omega_c \approx d/t_0,$$

т. е. ширина дифракционной линии тонкого совершенного кристалла не зависит от энергии γ -квантов.

В случае толстого кристалла относительное разрешение будет определять число плоскостей, участвующих в процессе первичного отражения, которое происходит примерно на глубине до t_c . Следовательно,

$$m \approx t_c \operatorname{tg} \Theta_B / d; \quad \omega_c \approx d/t_c = c \lambda d / \cos \Theta_B,$$

т. е. ширина ω_c для толстого, совершенного кристалла обратно пропорциональна энергии γ -излучения. С уменьшением энергии растет рассеяние на каждой плоскости, так что в первичном отражении участвует все меньшее число плоскостей.

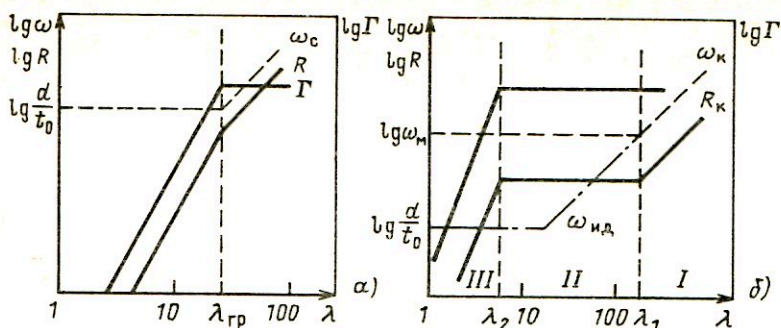


Рис. 5.2. Зависимость ширины дифракционной линии и отражательной способности кристалла от энергии:

a – совершенный кристалл; *б* – реальный кристалл

Таким образом, для тонкого ($\lambda < \lambda_{\Gamma p}$) совершенного кристалла

$$\Gamma \approx c^2 \lambda^2 t_0^2 / \cos^2 \Theta_B; \quad \omega_c \approx d/t_0; \quad R_c \approx \omega_c \Gamma. \quad (5.9)$$

Для толстого ($\lambda > \lambda_{\Gamma p}$) совершенного кристалла

$$\Gamma \approx 1/2; \quad \omega_c \approx c \lambda d / \cos \Theta_B; \quad R_c \approx \omega_c / 2. \quad (5.10)$$

Эти зависимости показаны на рис. 5.2, *a*. Полученные результаты справедливы для идеального (совершенного) кристалла. Реальные кристаллы состоят из отдельных блоков или мозаик (кристаллитов) со средними размерами t_s , которые несколько повернуты относительно друг друга. Излучение, отраженное от этих блоков, некогерентно. Распределение блоков по углам характеризуют функцией $W(\Theta - \Theta_B)$ типа Гаусса со средним значением Θ_B и шириной ω_M . Ширина дифракционной линии ω_k такого кристалла будет определяться ширинами ω_c и ω_M : $\omega_k = \omega_k(\omega_c, \omega_M)$. Кристалл по отношению к падающим γ -квантам может быть идеальным или неидеальным в зависимости от длины волны или энергии излучения.

Для малых энергий (при которых $t_e \ll t_s$ и $\omega_c > \omega_M$) длина волны γ -квантов велика по сравнению с размерами блоков мозаики, так что излучение рассеивается когерентно от всего кристалла. При увеличении энергии γ -квантов ω_c уменьшается и при $\lambda = \lambda_1 = \omega_M \cos \Theta_B / (cd)$ становится равной ω_M . Таким образом, при $\lambda < \lambda_1$ ширина дифракционной линии будет определяться ω_M и не будет зависеть от энергии (область II на рис. 5.2, *б*). Так как все еще $t_e \ll t_s$, то

$$\Gamma \approx 1/2; \quad \omega_k \approx \omega_M; \quad R_k \approx \omega_M / 2. \quad (5.11)$$

При дальнейшем увеличении энергии ($t_e > t_s$) интенсивность отраженного пучка становится малой, а интенсивность прямого пучка почти

равна I_0 и постоянна. Полную отражательную способность R_i для отдельного блока можно записать в виде (5.9), заменив t_0 на t_s . Число блоков в кристалле с такой же ориентацией плоскостей пропорционально числу блоков мозаики на пути пучка t_0/t_s . Тогда

$$R_K = \sum_i R_i \approx R_i t_0/t_s \approx c^2 \lambda^2 t_0 d/\cos^2 \Theta_B. \quad (5.12)$$

То есть R_K для мозаичного кристалла при $t_c > t_s$ совпадает с R_C для тонкого идеального кристалла.

Приближенное граничное значение λ_2 , разделяющее области II и III на рис. 5.2, б, где R_K определяется по формулам (5.11), (5.12), можно найти из равенства

$$\begin{aligned} c^2 \lambda^2 t_0 d/\cos^2 \Theta_B &\approx \omega_M/2; \\ \lambda_2 &\approx \cos \Theta_B \sqrt{\omega_M/(2t_0 d)}/c. \end{aligned} \quad (5.13)$$

Например, для кристалла кварца с $t_0 = 1,0$ см; $d = 1,12 \cdot 10^{-10}$ м $\omega_M \approx 5 \cdot 10^{-6}$ рад;

$$\lambda_1 = 1,23 \cdot 10^{-10} \text{ м } (E_1 = 10 \text{ кэВ});$$

$$\lambda_2 = 27 \cdot 10^{-13} \text{ м } (E_2 = 460 \text{ кэВ}).$$

Форма дифракционной линии повторяет форму W , так как интенсивность отражения под каждым углом пропорциональна числу соответствующим образом расположенных блоков. Так что ширина дифракционной линии равна ω_M и $\Gamma = R_K/\omega_M$.

Таким образом, при достаточно больших энергиях ($E_\gamma > 1$ МэВ) ширина линии ω_c , определяемая ограниченностью числа отражательных плоскостей в совершенных областях кристалла, приближается к своему пределу d/t_s (или d/t_0 , если весь кристалл совершенный), равному примерно $(10^{-2})''$, который значительно меньше ширины ω_M , определяемой мозаичностью структуры и равной $(1-3)''$. К дополнительному уширению линии ω_p приводит изгиб кристалла.

5.2. Основные характеристики кристалл-дифракционных спектрометров

Основными характеристиками кристалл-дифракционных спектрометров являются энергетическое разрешение и светосила. Рассмотрим эти характеристики на примере простого спектрометра с одним плоским кристаллом, показанного на рис. 5.3. Пучок моноэнергетических γ -квантов из источника S через диафрагму D падает на плоскопараллельную пластинку, вырезанную из монокристалла так, что кристаллографические плоскости перпендикулярны к поверхности пластинки. Пусть угол

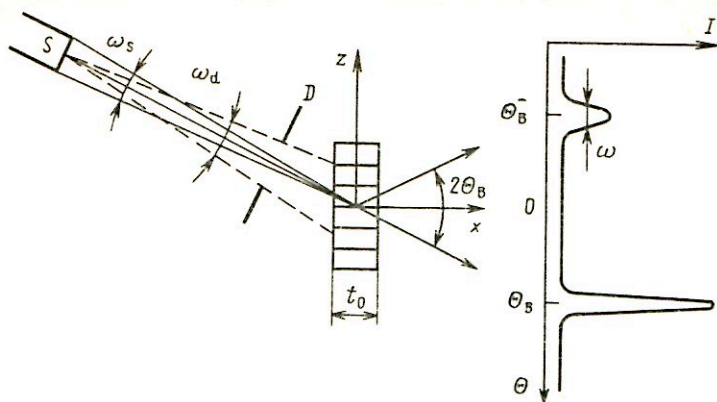


Рис. 5.3. Схема простого кристалл-дифракционного спектрометра

падения на кристаллографические плоскости равен $90^\circ - \Theta_B$. Исследуем узким или коллимированным детектором распределение интенсивности излучения за кристаллом.

За счет комптоновского рассеяния в кристалле и на стенках коллиматора за кристаллом будет наблюдаться непрерывно распределенный по углам фон с интенсивностью I_Φ . В направлении прямого пучка будет наблюдаться пик с интенсивностью, меньшей интенсивности первичного пучка I_0 из-за поглощения излучения, а также комптоновского и когерентного рассеяния. Под углом $2\Theta_B$ к направлению первичного пучка появится дифракционный пик шириной ω .

Разрешение спектрометра определяется полной шириной дифракционной линии спектрометра ω на половине ее максимума. В общем случае полная ширина дифракционной линии спектрометра является функцией ширины ω_G , связанной с геометрией спектрометра, ширины ω_K , связанной с кристаллом, и ширины ω_γ , связанной с реальной шириной γ -линии:

$$\omega = \omega(\omega_G, \omega_K, \omega_\gamma); \quad \omega_K = \omega_K(\omega_M, \omega_c, \omega_p); \quad (5.14)$$

$$\omega_G = \omega_G(\omega_d, \omega_s, \omega_y, \omega_t).$$

Здесь ω_d — угол, определяемый апертурой диафрагмы (является основной причиной уширения линии в спектрометрах с одним плоским кристаллом; лучшие коллиматоры имеют $\omega_d \approx 45''$); ω_s, ω_t — углы, определяемые шириной источника и толщиной кристалла соответственно (существенны лишь для спектрометров с изогнутыми кристаллами и в принципе могут быть сделаны достаточно малыми); ω_y — уширение, связанное с протяженностью источника и кристалла в направлении оси y (несущественно при размерах источника и кристалла, малых по

сравнению с расстоянием между ними, обычно $\omega_y \ll 0,1''$); ω_M — уширение, связанное с мозаичностью структуры кристалла, которое является основной причиной уширения линии в спектрометрах с двойным плоским кристаллом и одной из основных причин уширения линии в спектрометрах с изогнутым кристаллом (для плоских, почти совершенных кристаллов кварца и кальцита $\omega_M \approx 1 \div 3''$); ω_c — уширение, связанное с ограниченностью числа дифракционных плоскостей в совершенных областях кристалла ($\omega_c \approx \omega_M$ при $E_\gamma < 40$ кэВ; $\omega_c \ll \omega_M$ при $E_\gamma > 1$ МэВ); ω_p — уширение, связанное с изгибом кристалла, которое является основной причиной уширения линии в спектрометрах с изогнутыми кристаллами [до 1964 г. ω_p составляло около $10-15''$; впоследствии оно было уменьшено до $1''$ совершенствованием методики изгиба и выбором соответствующих отражающих плоскостей]; ω_γ — уширение, связанное с реальной шириной гамма-линии ΔE_γ (для γ -квантов с энергией $E_\gamma = 200 \div 1000$ кэВ $\Delta E_\gamma = 10^{-3} \div 1$ эВ, что соответствует $\omega_\gamma \approx 10^{-4} \div 10^{-5}''$, что много меньше ω_G и ω_K , однако рентгеновские и аннигиляционные кванты могут иметь ω_γ в несколько секунд).

Выражение для относительного разрешения кристалл-дифракционного спектрометра по углу, длине волны или энергии можно получить из (1.70) и (5.1):

$$\frac{\Delta E}{E} = -\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = -\frac{\Delta \Theta}{\operatorname{tg} \Theta_B} = -\frac{\omega}{\operatorname{tg} \Theta_B} \approx -\frac{\omega}{\Theta_B} \quad (5.15)$$

Оценим относительное энергетическое разрешение, определяемое свойствами кристалла. Для малых энергий γ -квантов [$\lambda > \omega_M \cos \Theta_B /$

(cd); $E_\gamma \leq 10$ кэВ] из (5.10) и (5.15) имеем

$$\left| \frac{\Delta E}{E} \right|_K = \frac{\omega_K}{\operatorname{tg} \Theta_B} \approx \frac{\omega_c}{\operatorname{tg} \Theta_B} = \frac{c \lambda d}{\sin \Theta_B} = 2cd^2, \quad (5.16)$$

т. е. относительное энергетическое разрешение, определяемое кристаллом, при $E_\gamma \leq 10$ кэВ не зависит от энергии γ -квантов.

В области больших энергий γ -квантов ($E_\gamma \geq 500$ кэВ) из (5.1), (5.11) и (5.15) находим

$$\left| \frac{\Delta E}{E} \right|_K = \frac{\omega_K}{\operatorname{tg} \Theta_B} \approx \frac{\omega_M}{\operatorname{tg} \Theta_B} = \frac{2d\omega_M \cos \Theta_B}{\lambda}, \quad (5.17)$$

откуда можно сделать вывод, что относительное энергетическое разрешение, определяемое кристаллом, при $E_\gamma \geq 500$ кэВ прямо пропорционально энергии γ -квантов.

Оценим относительное энергетическое разрешение показанного на рис. 5.3 спектрометра. Из (5.15) получим

$$\left| \frac{\Delta E}{E} \right| \approx \frac{\omega_d}{\Theta_B} \approx \frac{\omega_d 2d}{\lambda} \approx \frac{\omega_d 2dE}{1,23 \cdot 10^{-6}} \quad (5.18)$$

Лучшие коллиматоры имеют $\omega_d \approx 45'' \approx 0,2 \cdot 10^{-3}$ рад. Если в спектрометре используется кристалл кварца, то $d \approx 10^{-10}$ м и относительное энергетическое разрешение такого спектрометра равно

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{0,2 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-10} E}{1,23 \cdot 10^{-6}} \approx 3 \cdot 10^{-8} E. \quad (5.19)$$

Для γ -квантов с энергией $E_\gamma = 100$ кэВ абсолютное энергетическое разрешение $\Delta E = 0,3$ кэВ, для $E_\gamma = 1$ МэВ $\Delta E = 30$ кэВ. Таким образом, при $E_\gamma > 100$ кэВ энергетическое разрешение такого спектрометра плохое.

Светосилу L кристалл-дифракционного спектрометра можно определить следующим образом:

$$L = n/\Phi, \quad (5.20)$$

где $n \approx I_{\max} \epsilon_d \exp(-\mu t)$ — поток сигналов, регистрируемых детектором в максимуме дифракционного пика; ϵ_d — эффективность детектора; $\Phi \approx I_0/(\Omega_d \xi)$ — поток γ -квантов, вылетающих из источника; $\Omega_d = \Phi_d \omega_d/(4\pi)$ — относительный телесный угол, стягиваемый к источнику коллиматором; Φ_d, ω_d — вертикальное и горизонтальное отклонение (апертура) пучка соответственно; ξ — прозрачность коллиматора ($\xi = 1$ для участков источника, лежащих против щели, $\xi = 0$ для остальных участков, $\xi \leq 0,5$ для многоселевого коллиматора и широкого источника). Остальные обозначения как в (5.5).

Из (5.20) получим

$$L = I_{\max} \epsilon_d \Omega_d \xi \exp(-\mu t)/I_0 = \Gamma \Omega_d \epsilon_d \xi \exp(-\mu t). \quad (5.21)$$

Величину $I_{\max} \exp(-\mu t)/\Phi$ называют эффективностью пропускания спектрометра. Зависимость светосилы и эффективности пропускания от энергии E_γ определяется зависимостью от энергии отражательной способности $p(E_\gamma)$. При больших энергиях γ -квантов (для тонкого кристалла) отражательная способность падает как E^{-2} . При меньших энергиях она лежит на плато.

Для хорошего разрешения ω должно быть малым. Это достигается уменьшением геометрической ширины ω_s и ω_d до значений, сравнимых с ω_m . Но тогда Ω_d , а следовательно, и светосила L становятся слишком малыми. Для простого спектрометра с относительным энер-

гетическим разрешением около 1% для γ -квантов с энергией 200 кэВ эффективность пропускания около 10^{-8} .

Имеется несколько способов увеличения интенсивности дифракционного пика без значительного увеличения ω . Наиболее прямой способ — увеличить ширину источника и кристалла в N раз и использовать N -щелевой коллиматор. Однако в этом случае ухудшаются фоновые условия, так как необходимо использовать широкий детектор. Значительно лучшими характеристиками обладают спектрометры с изогнутым кристаллом.

5.3. Спектрометры с изогнутым кристаллом

Изгиб кристалла позволяет увеличить интенсивность дифракционного пика без потери энергетического разрешения. Однако в течение примерно 20 лет после того, как была выдвинута эта идея, фокусирующие спектрометры с изогнутыми кристаллами не могли построить. Препятствием был тот факт, что кроме точной фокусировки при этом необходимо также выполнение в каждой точке отражающей граничной поверхности кристалла двух кажущихся несовместимыми условий: 1) угол падения должен быть равен углу отражения по отношению к отражающим плоскостям ($\Theta_1 = \Theta_2$ — на рис. 5.4); это условие определяет направление атомных отражающих плоскостей в каждой точке поверхности; 2) угол падения должен соответствовать условию Брэгга $2d \sin \Theta_B = n\lambda$ (или $2d \sin \Theta'_B = n\lambda$ в случае отражения, где $\Theta'_B = 90^\circ - \Theta_B$); это условие определяет положение каждой точки поверхности.

Действительно, пусть имеется точечный источник γ -излучения S_E и его точечное изображение D_E для узкого диапазона ΔE_γ с энергией E_γ , которую мы собираемся выделить из спектра брэгговским отражением от всех точек поверхности изогнутого кристалла. Поставим перед собой задачу отыскать кривую $y = f(x)$, удовлетворяющую перечисленным выше двум условиям.

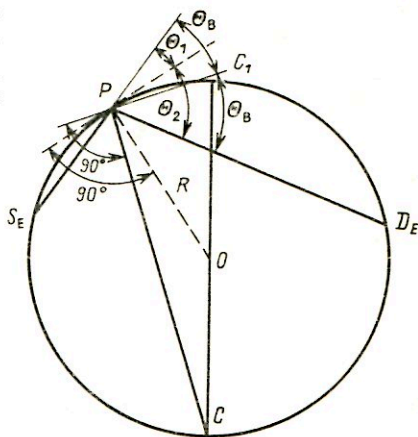


Рис. 5.4. Иллюстрация условий фокусировки

Второе условие, которое можно переписать в виде $\varphi = \Theta_1 + \Theta_2 = 2\Theta_B = 2\arcsin [n\lambda/(2d)]$, удовлетворяется только на дуге окружности с радиусом $R = SD/(2d \sin \varphi)$ (рис. 5.4). Но тогда первое условие удовлетворяется лишь в том случае, если перпендикуляр к отражающим плоскостям кристалла будет биссектрисой угла SPD , что удовлетворяется лишь в одной точке C_1 .

Дюмонд первым сломил психологическое препятствие, задерживающее развитие фокусирующих спектрометров, предположив, что эти два требования накладываются на разные поверхности: первое — на направление атомных отражающих плоскостей, а второе — на положение каждой точки граничной поверхности.

Иоганн и Кошуа также поняли, что условие для граничной поверхности менее строгое, поэтому можно и не придавать граничной поверхности сложную форму. Практически было найдено, что для выполнения первого условия нужно изгибать плоскую пластинку до радиуса кривизны, равного диаметру фокальной окружности.

Для выполнения второго условия граничная поверхность кристалла должна примерно совпадать с фокальной окружностью. Второе условие удовлетворяется точно только в одной точке тонкой пластинки. Однако, так как обычно апертурный угол $\alpha \leq 1^\circ$, а отношение толщины кристалла к радиусу равно или меньше 10^{-6} , уширение дифракционной линии за счет ω_α и ω_t мало.

Кошуа также заметила, что в случае пропускания имеет место фокусировка по толщине пластины — из-за деформации при изгибе $d_{\text{вог}} < d_{\text{н.о}} < d_{\text{вып}}$. Это приводит к соотношению: $\Theta_{\text{вог}} < \Theta_{\text{н.о}} < \Theta_{\text{вып}}$, что обеспечивает точную фокусировку при расположении нейтральной оси кристалла на фокальной окружности.

Спектрометр на отражение с изогнутым кристаллом впервые был изготовлен Иогансеном. Он хорошо работает на длинных волнах. На больших энергиях лучше работают спектрометры на пропускание. Они работают в двух геометриях: спектрометры с протяженным источником и линейным фокусом (геометрия Кошуа) и спектрометры с линейным источником и большим детектором (геометрия Дюмонда).

Спектрометры на пропускание по Кошуа. Расположение узлов в спектрометре Кошуа показано на рис. 5.5. Излучение от протяженного источника S падает на выпуклую сторону изогнутого кристалла. Излучение различных энергий дифрагирует на кристалле и фокусируется одновременно в различных точках фокальной окружности. Моноэнергетические γ -кванты фокусируются в линию. Таким образом, либо узкий детектор может перемещаться по фокальной окружности, либо весь спектр одновременно регистрируется на фотозмульсии, расположенной на фокальной окружности. Основные достоинства спектрометра состоят в простой геометрии, отсутствии механических перемещений при исследовании γ -квантов различных энергий, возможности работы на источниках с малой удельной активностью, а также с детекторами малых размеров.

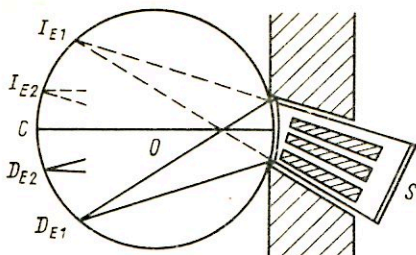


Рис. 5.5. Схема спектрометра Кошуа

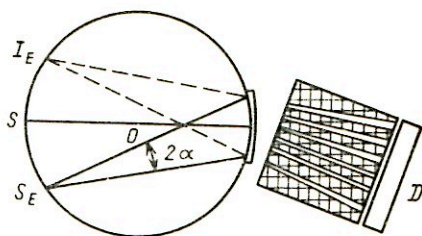


Рис. 5.6. Схема спектрометра Дюмонда

Недостатком спектрометра является трудность защиты детектора от прямого пучка при достаточно больших энергиях γ -квантов [коротковолновой участок фокальной окружности (вблизи C) полностью маскируется прямым пучком]. Для такой защиты может использоваться конусообразный коллиматор с клинообразными пластинами (Soller slit). Обычно эффективность пропускания такого коллиматора $\xi \approx 0,5$, а угловое разрешение $2-8'$.

Ширина дифракционной линии спектрометра Кошуа есть функция $\omega_M, \omega_S, \omega_P, \omega_C, \omega_I$. До 1964 г. ширина линии спектрометров с изогнутым кристаллом определялась ω_P (см. § 5.2). Затем ω_P была уменьшена до $\omega_P \approx 0,7''$ в соответствии с предложениями О.И. Сумбаева по изгибу кристалла и по использованию плоскостей [таких, как (110) у кварца], остающихся неискривленными.

Ширина ω_C дает вклад лишь при очень низких энергиях $E_\gamma < 100$ кэВ. Ширина $\omega_I \approx (t/p) \Theta_B$ (здесь p — радиус кривизны спектрометра) также существенна ($\omega_I \geq 0,7''$) лишь при $E_\gamma < 100$ кэВ.

Таким образом, ширина ω может быть сделана примерно равной ω_M : $\omega \approx \omega_M \approx 2 \div 3''$ соответствующим уменьшением ω_S . Телесный угол, в пределах которого происходит интенсивное отражение от кристалла, определяется величиной ω_M .

Светосила спектрометра Кошуа

$$L_K = \Phi_d \omega \Gamma \epsilon_K \exp(-\mu t) / (4\pi) \quad (5.22)$$

составляет около 10^{-10} для $E_\gamma = 0,1$ МэВ и около 10^{-12} для $E_\gamma = 0,4$ МэВ. Одним из преимуществ спектрометра Кошуа перед однокристалльными спектрометрами является возможность использования источника с малой удельной активностью. Однако применение в спектрометре с плоским кристаллом широкого источника и многощелевого коллиматора с пропускной способностью $\xi \approx 0,5$ уравнивает возможности таких спектрометров. Поэтому единственным преимуществом спектрометра Кошуа в этом плане является возможность использования тонкого детектора, что улучшает отношение эффект — фон.

Толщина изгибаемых кристаллов должна быть достаточно малой (около 10^{-3} радиуса). Из-за этого отражающая способность быстро падает с энергией фотонов, так что спектрометры Кошуа используются до $E_\gamma \approx 300$ кэВ.

Спектрометры на пропускание по Дюмонду. Расположение узлов в спектрометре Дюмонда показано на рис. 5.6. Весьма малый по размерам источник [обычно это полоска толщиной в десятые доли миллиметра, высотой около 30 мм и шириной около 5 мм, помещенная в коллиматор с угловым раствором порядка $1-3^\circ$] помещается в действительный фокус S_E , так что излучение от него распространяется во всем телесном угле, определяемом апертурой изогнутой кристаллической пластинки, причем излучение падает на все атомные плоскости под одним и тем же углом. Таким образом, γ -кванты, длина волны которых удовлетворяет условиям Брэгга, будут отражаться кристаллом по всей его длине. После отражения излучение распространяется расходящимся пучком, как из мнимого изображения I_E .

Спектр исследуется перемещением источника (если это возможно) и соответствующим перемещением кристалла. Тяжелый коллиматор и детектор в этом случае стационарны. Однако при исследовании на пучке реактора подвижными являются коллиматор и детекторы. Обычно поворот осуществляют автоматически с помощью специального механизма. Наиболее совершенные конструкции имеют точность поворота $0,1''$. Коллиматор используется только для защиты детекторов от прямого пучка и представляет собой системы клинообразных пластин. Ширина дифракционной линии спектрометра по Дюмонду, как и спектрометра Кошуа, есть функции $\omega_M, \omega_s, \omega_p, \omega_c, \omega_t$. Значения ω_p, ω_c и ω_t также малы и обсуждались выше, а оптимальная скорость счета с минимальной шириной линии получается при $\omega_s \approx \omega_M$.

Максимальные интенсивности дифракционных пиков спектрометров в геометрии Дюмонда, Кошуа и спектрометров с одним плоским кристаллом, работающих на углах, близких к брэгговскому, равны, если идентичны кристаллы, стягиваются те же углы между кристаллом и источником и исследуются источники с одинаковой удельной активностью. Однако спектрометры с плоским кристаллом и в геометрии Кошуа имеют меньшую эффективность пропускания, чем спектрометры в геометрии Дюмонда.

Таким образом, светосила спектрометра Дюмонда в a/ω раз больше, чем в других спектрометрах, т. е. примерно в 200 раз выше светосилы однокристалльного спектрометра и в 1000 раз выше светосилы спектрометра Кошуа.

Светосила спектрометров по Дюмонду

$$L_d = \Phi_d a \Gamma \epsilon_d \xi \exp(-\mu t) / (4\pi) \quad (5.23)$$

также становится слишком малой при энергиях $E_\gamma \gtrsim 1$ МэВ, а сами

спектрометры — слишком громоздкими. Поэтому для прецизионных измерений γ -излучения с энергиями $E_\gamma \geq 0,5$ МэВ используют спектрометры с плоскими кристаллами. Однако энергетическое разрешение спектрометра с одним плоским кристаллом ограничено шириной ω_d , которую для γ -квантов больших энергий трудно сделать малой. Наилучшие коллиматоры имеют $\omega_d \approx 45''$, так что относительное энергетическое разрешение таких спектрометров не лучше $\omega_d/\Theta \approx 10^{-1}$ для $E_\gamma \approx 1$ МэВ. Поэтому в диапазоне энергий 0,5–5 МэВ используют спектрометры с двумя плоскими кристаллами.

5.4. Спектрометры с двумя плоскими кристаллами

Расположение узлов в спектрометре с двумя плоскими кристаллами показано на рис. 5.7. Излучение от широкого источника S дифрагируется вначале на первом кристалле Q_1 , затем на кристалле Q_2 , после чего поступает на детектор. Отражающие плоскости кристалла повернуты друг относительно друга на угол $2\Theta_B$. В этом случае первый кристалл выполняет функцию коллиматора с угловым разрешением ω_1 .

Сначала исследуют правое, затем левое отражение. Измерив угол вращения $4\Theta_B$ второго кристалла относительно первого, определяют длину волны λ γ -излучения из условия Брэгга. Результаты измерения Θ_B не зависят от положения источника, коллиматоров и дифракционных кристаллов. Они существенно зависят только от угла между отражающими плоскостями двух кристаллов.

Дифракция γ -излучения с энергией $E_\gamma \geq 1$ МэВ происходит при очень малых углах [например, дифракция от плоскостей (211) кальцита при $E_\gamma = 1$ МэВ происходит при углах $2\Theta_B = 12'$]. Это приводит к необходимости защиты детектора от прямого пучка с помощью коллиматоров K_1, K_2 и K_3 с угловым разрешением около $45''$. Коллиматоры здесь выполняют роль только защиты и не влияют на энергетическое разрешение спектрометра.

Оптические системы для измерения углов обеспечивают точность углового положения дифракционной линии вплоть до $(10^{-3})''$, что соответствует энергетической точности 10^{-6} [для $E_\gamma = 1$ МэВ при отражении от плоскостей (211) кальцита].

Энергетическое разрешение спектрометра с двумя плоскими кристаллами определяется ширинами ω_M первого и второго кристаллов.

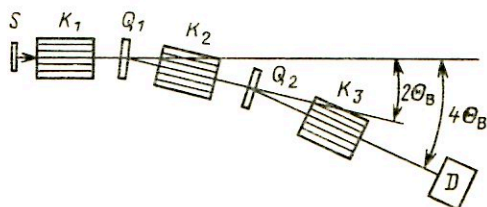


Рис. 5.7. Схема спектрометра с двумя плоскими кристаллами

Ширина дифракционной линии спектрометра с двумя плоскими кристаллами есть функция ω_m , ω_y и ω_c . При больших энергиях γ -квантов ω_y и ω_c малы, так что $\omega \approx \sqrt{2} \omega_m$. Например, при $E_\gamma > 2$ МэВ $\omega_{\min} \approx 1''$ при дифракции от плоскостей кальцита (211).

Максимальная интенсивность счета в дифракционном пике уменьшается по сравнению с однокристалльным спектрометром в p/ω_2 раз. При исследовании γ -квантов больших энергий могут использоваться достаточно толстые кристаллы (при $E_\gamma \approx 5,0$ МэВ $t_0 \approx 6$ см).

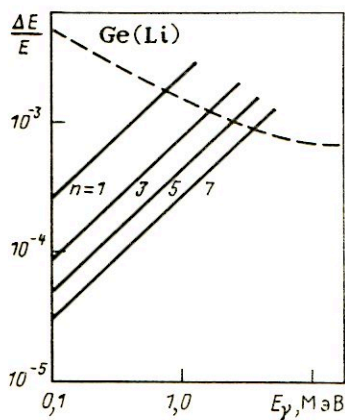
Светосила спектрометров с двумя плоскими кристаллами

$$L = \Phi_d \omega \Gamma^2 \epsilon \xi \exp(-\mu t). \quad (5.24)$$

Для малых энергий $\Gamma \approx 1/2$ и L мало отличается от светосилы однокристалльных спектрометров. В области больших энергий, где отражательная способность падает как E^{-2} , светосила становится малой. При $E_\gamma \approx 1 \div 2$ МэВ $L \approx 10^{-11}$. Спектрометры с двумя плоскими кристаллами используют до энергии $E_\gamma = 5 \div 6$ МэВ.

5.5. Области применения кристалл-дифракционных спектрометров

Кристалл-дифракционные спектрометры используются при энергии фотонов от 20 кэВ до 6 МэВ. Относительное энергетическое разрешение $\Delta E/E$ таких спектрометров обратно пропорционально Θ_B и при $\omega = \text{const}$ линейно растет с увеличением энергии. На рис. 5.8 приведена зависимость $\Delta E/E$ для спектрометра с изогнутым кристаллом кварца при отражении различных порядков от плоскости (110) и для спектрометра с Ge(Li)-детектором объемом 40 см³. При энергиях $E_\gamma \leq 1$ МэВ кристалл-дифракционные спектрометры имеют лучшее разрешение и могут успешно использоваться для исследования тонкой структуры сложных спек-



тров. Дальнейшее улучшение энергетического разрешения достигают выбором более совершенных кристаллов. Например, минимальная ширина на спектрометре с двумя плоскими кристаллами получена для кварца и кальцита 1,4'' и 1'', а для кремния и германия 0,10'' и 0,08'' соответственно. Отношение пик-подложка значительно больше в кри-

Рис. 5.8. Сравнение энергетического разрешения кристалл-дифракционного спектрометра с изогнутым кристаллом кварца (сплошная кривая) и спектрометра с Ge(Li)-детектором объемом 40 см³ (штриховая кривая)

сталл-дифракционных спектрометрах КДС, чем в спектрометрах с Ge (Li), так как у последних в низкофоновой части имеется комптоновское распределение от каждой линии.

Точность определения энергии в кристалл-дифракционном спектрометре может быть доведена до $10^{-2}-10^{-3}$ от ширины линии, т. е. до значений менее 10^{-6} . Например, наблюдался сдвиг $(0,112 \pm 0,011)$ эВ между K_{α} -рентгеновским излучением ^{131}Cs и ^{132}Cs , возникающим при электронном захвате. С помощью кристалл-дифракционных спектрометров наиболее точно устанавливается связь абсолютных шкал длин волн λ и энергии E_{γ} . Однако светосила кристалл-дифракционных спектрометров при $E_{\gamma} \approx 1$ МэВ в 10^3-10^4 раз ниже, чем в спектрометрах с Ge (Li)-детекторами.

Светосила может быть увеличена за счет использования кристаллов с большей отражательной способностью (например, кремния или германия), а также за счет увеличения размеров кристаллов и источников в пределах допустимого ухудшения энергетического разрешения.

К общим недостаткам кристалл-дифракционных спектрометров можно отнести: низкую светосилу ($10^{-10}-10^{-12}$); получение сведений лишь об энергии γ -излучения (интенсивность определяется с большой погрешностью); сложность конструкции и дороговизну.

Достоинствами метода являются: возможность абсолютных измерений энергии γ -квантов; высокая точность определения энергии (примерно на порядок выше, чем при измерении энергии конверсионных электронов на магнитных спектрометрах); высокое энергетическое разрешение.

Глава 6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГИИ И ИДЕНТИФИКАЦИИ ЧАСТИЦ ПО ИХ ПОГЛОЩЕНИЮ В ВЕЩЕСТВЕ

6.1. Определение энергии и идентификации заряженных частиц по удельным ионизационным потерям

Характер поглощения частиц в веществе зависит от вида частиц и их энергии. Измерив какой-либо параметр, характеризующий поглощение исследуемых частиц в веществе, можно, таким образом, идентифицировать частицы или определить их энергию. В качестве такого параметра могут быть выбраны удельные ионизационные потери, длина трека, пробег или слой половинного ослабления частиц, полный коэффициент поглощения и др.

Под удельными ионизационными потерями (их называют также ионизирующей способностью частиц или тормозной способностью веще-

ства) понимают среднее количество энергии, расходуемой частицей на возбуждение и ионизацию атомов и молекул вещества при прохождении единицы пути в этом веществе. Удельные ионизационные потери можно определить по формуле Бете—Блоха

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{ион}} = \frac{4\pi e^4 z^2}{m v^2} NZ \left[\ln \frac{2mv^2}{I(1-\beta^2)} + \dots \right], \quad (6.1)$$

где E — кинетическая энергия частиц; z — заряд частиц (в единицах элементарного); m — масса электрона; v — скорость частиц; N — среднее число атомов в единице объема вещества; Z — заряд ядер вещества; I — средний потенциал ионизации; $\beta = v/c$.

Из формулы видно, что удельные ионизационные потери пропорциональны плотности вещества

$$\frac{dE}{dx} \sim NZ = \frac{N_A}{A} \rho Z,$$

и зависят от свойств частиц. Для нерелятивистских частиц $dE/dx \sim \sim z^2 M/(Mv^2)$, где M — масса частицы. Для частиц одинаковых энергий $dE/dx \sim z^2 M$, и потери сложным образом (рис. 6.1) зависят от энергии частиц.

Из рис. 6.1 видно, что если известна природа частиц, то в диапазоне энергий, где зависимость dE/dx от энергии существенна, по dE/dx можно определить их энергию. Этот диапазон простирается от $(2-3) Mc^2$ до энергий, при которых кривая выходит на плато за счет экранирования поля частицы на больших расстояниях электронами вещества (эффект плотности). Рабочий диапазон наиболее широк в газообразных средах, в которых эффект экранирования наступает при больших энергиях.

Для определения dE/dx измеряют средние потери энергии в тонком слое поглотителя d :

$$\bar{\Theta} = \int_0^d \left(-\frac{dE}{dx}\right) dx = \left| \frac{dE}{dx} \right| d.$$

Очевидно, что спектрометрические возможности методики будут определяться флюктуацией этих потерь. В случае тонкого слоя ($\bar{\Theta} \ll 0,1E$) распределение потерь $p(\Theta)$ относительно среднего значения $\bar{\Theta}$ дается распределением Ландау (рис. 6.2). Оно несимметрично относительно среднего значения $\bar{\Theta}$ и имеет удлиненный хвост в сторону больших потерь, так что $\bar{\Theta} > \Theta_B$ (где Θ_B — наиболее вероятные потери).

Относительные флюктуации потерь, определяющие энергетическое разрешение $\Delta\Theta/\Theta_B$, составляют обычно 20 — 25 %.

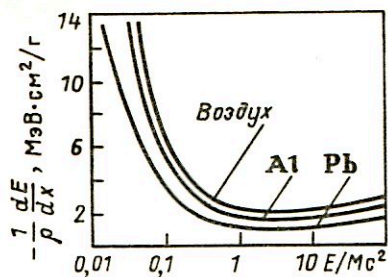


Рис. 6.1. Зависимость удельных ионизационных потерь от энергии

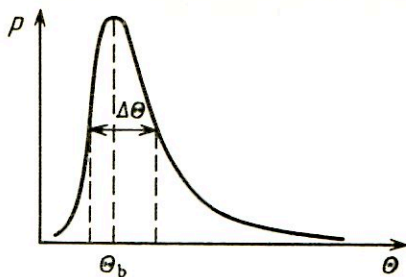


Рис. 6.2. Распределение потерь энергии для тонкого поглотителя

При увеличении толщины d распределение $p(\Theta)$ приближается к нормальному. При этом уменьшается относительная ширина распределения, а следовательно, и улучшается энергетическое разрешение.

Кривая Ландау характеризует флуктуации ионизационных потерь. Энергетическое разрешение характеризуется флуктуациями ионизационного эффекта, которые могут существенно отличаться в тонких слоях из-за ухода δ -электронов из поглотителя без полной потери энергии в нем.

Детекторы, с помощью которых измеряют потери dE/dx (ΔE -детекторы), в комплекте с детекторами полного поглощения (E -детекторами) можно использовать для идентификации частиц. Энергия, теряемая в ΔE -детекторах при $E < 2Mc^2$, пропорциональна Mz^2/E (где z — заряд частицы), а в E -детекторах — пропорциональна E . Следовательно, произведение этих потерь пропорционально Mz^2 и не зависит от энергии частицы, что и позволяет определить массу или заряд частицы.

В качестве ΔE -детекторов могут использоваться трековые детекторы (пузырьковые, искровые камеры, ядерные эмульсии), пропорциональные счетчики, пролетные ППД. Относительное энергетическое разрешение пролетных ППД около 20 %.

6.2. Определение энергии частиц по пробегу или длине следа

Методы определения энергии частиц по пробегу или длине следа в веществе иногда называют абсорбционными. Различают истинную длину следа частицы R_H — путь частицы в веществе до ее полной остановки (например, в камере Вильсона или на фотозэмульсии) и длину пробега (или пробег) частицы R — максимальное значение проекции истинного следа на направление первоначального движения (рис. 6.3).

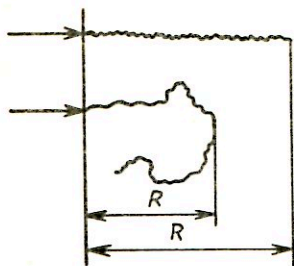


Рис. 6.3. Истинная длина следа и длина пробега частицы в веществе

Если учитывать только ионизационные потери энергии, то длину следа частицы в веществе можно выразить через удельные ионизационные потери dE/dx , определяемые формулой Бете–Блоха. Для частицы с энергией E_0 она будет флюктуировать около среднего значения

$$\overline{R_{\text{и}}} = - \int_{E_0}^0 dE / (dE/dx). \quad (6.2)$$

Для заданного типа частиц можно вычислить зависимость E_0 от $R_{\text{и}}$ по приведенной формуле и с ее помощью определять E_0 по измеренному значению $R_{\text{и}}$.

Если роль упругого рассеяния невелика (как, например, для тяжелых заряженных частиц с энергией меньше нескольких десятков мегаэлектрон-вольт), то путь частицы в веществе близок к прямолинейному и связь между средним значением пробега \bar{R} и энергией частицы может быть выражена этой же формулой.

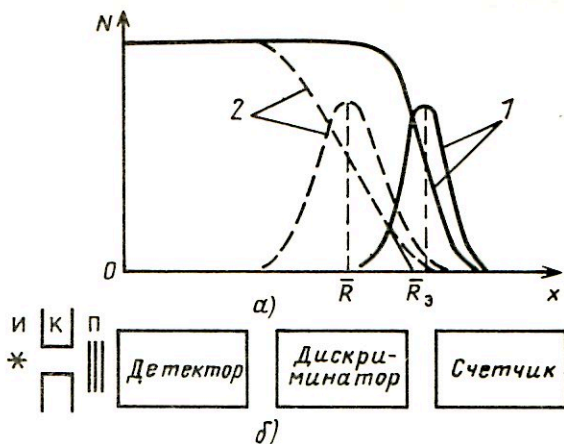
Экспериментально истинную длину следа частицы $R_{\text{и}}$ обычно определяют с помощью трековых детекторов — камер Вильсона, пузырьковых и искровых камер, ядерных фотоэмульсий, диэлектрических веществ и др. Измерения с трековыми детекторами обладают рядом специфических преимуществ. Например, при использовании ядерных эмульсий возможна длительная экспозиция (до нескольких лет), что позволяет исследовать долгоживущие нуклиды с периодом полураспада $10^{16} - 10^{18}$ лет. Помещая трековые детекторы в магнитное поле, можно дополнительно измерять заряд и массу частицы и таким образом идентифицировать ее. Можно также обеспечить весьма малое поглощение в источнике, равномерно распределив радионуклид по толщине эмульсии.

Пробеги частиц обычно измеряют с помощью газовых ионизационных камер или методом пропускания (полного поглощения). Измерение относительных пробегов тяжелых заряженных частиц в газовых ионизационных камерах впервые было выполнено Резерфордом в 1930 г.

В настоящее время широко используют импульсные ионизационные камеры с сеткой, на которых снимают интегральные или дифферен-

Рис. 6.4. Измерение пробегов методом пропускания:

a — кривые пропускания (1 — без учета рассеяния; 2 — с учетом рассеяния; N — число частиц; x — толщина поглотителя; R_3 и \bar{R} — экстраполированный и средний пробег соответственно); *б* — схема эксперимента (*И* — источник; *К* — коллиматор; *П* — поглотитель)



циальные спектры пробегов α -частиц. Используют также дифференциальные ионизационные камеры, состоящие из двух включенных навстречу друг другу камер малой глубины с общим центральным электродом [1].

В методе пропускания (полного поглощения) строят зависимость числа частиц N , прошедших поглотитель, от толщины x этого поглотителя (рис. 6.4). В предположении, что частицы тормозятся только за счет ионизационных потерь, и при отсутствии флуктуаций интегральная кривая пропускания имела бы вид равномерного распределения с $x_{\max} = \bar{R}$. С учетом флуктуаций спад кривой будет плавным и средний пробег \bar{R} можно определить либо по точке перегиба кривой пропускания, либо по положению пика в распределении, получаемом после дифференцирования интегрального распределения (кривые 1 на рис. 6.4, *a*). Дифференциальное распределение пробегов в этом случае достаточно хорошо аппроксимируется распределением Гаусса

$$p(R) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left[-\frac{(R - \bar{R})^2}{2\sigma^2} \right]. \quad (6.3)$$

Однако пробег \bar{R} , определенный по кривой пропускания, снятой экспериментально (кривые 2 на рис. 6.4, *a*), даже для тяжелых заряженных частиц имеет существенно меньшее значение и дополнительные флуктуации, связанные с многократным рассеянием и сравнимые с флуктуациями, связанными с ионизационными потерями.

Для экспериментального получения кривой пропускания между коллимированным пучком моноэнергетических частиц и детектором (рис. 6.4, *б*) ставят поглотитель из тонких фольг (из алюминия, слюды, целлофана или других материалов) и измеряют скорость счета при разных толщинах поглотителя вплоть до таких, при которых скорость счета определяется лишь фоном. Полная толщина поглотителя

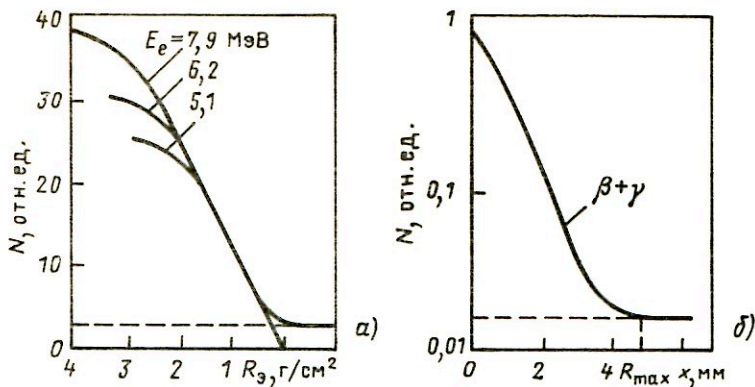


Рис. 6.5. Кривые ослабления (поглощения) в алюминии:

а — для моноэнергетических электронов (кривые нормированы к экстраполированному пробегу); *б* — для β -частиц с непрерывным спектром

складывается из толщины фольги, слоя воздуха между источником и детектором, толщины защитного покрытия источника и толщины входного окна детектора.

На практике иногда удобнее измерять экстраполированный пробег R_3 — значение пробега в точке пересечения прямой, соответствующей линейной экстраполяции кривой поглощения, с осью пробегов. Такая экстраполяция оправдана идентичностью конечных участков кривых поглощения.

Особенности взаимодействия электронов с веществом (большие потери энергии и рассеяние на большие углы при одном столкновении) приводят к значительной дисперсии в значениях их пробегов. Так что пробег, определенный по формуле (6.2), может в несколько раз превышать экспериментальное значение.

Число электронов, прошедших через слой вещества, является монотонно убывающей функцией толщины этого слоя. Ее обычно называют функцией ослабления. Функция ослабления существенно различна для моноэнергетических электронов (рис. 6.5, *а*) и для β -частиц с непрерывным спектром (рис. 6.5, *б*).

Функция ослабления для моноэнергетических электронов имеет вначале медленно спадающий участок, затем прямолинейный участок и "хвост", постепенно сливающийся с фоном. Определение границы кривой ослабления затруднено, и наиболее воспроизводимой характеристикой кривых является экстраполированный пробег R_3 . Конечные участки функций ослабления для различных энергий электронов имеют одинаковую форму, что оправдывает методику экстраполяции.

Функция ослабления для β -частиц с непрерывным спектром имеет вначале экспоненциальный спад $I = I_0 \exp(-\mu d)$. Затем она асимпто-

тически приближается к уровню фона, который обычно определяется γ -компонентой источника. Простая экстраполяция, как для моноэнергетических электронов, для такой кривой не может быть использована, и кривую обычно строят в полулогарифмическом масштабе. Далее находят максимальный пробег R_{\max} по точке касания кривой поглощения с линией фона.

Чаще всего для определения энергии частицы по измеренному пробегу пользуются относительными методами, сравнивая эти пробеги с пробегами частиц известной энергии, пробеги в различных материалах с пробегами в воздухе, используя имеющиеся таблицы и полуэмпирические соотношения.

Так, для определения энергии α -частиц по пробегу в воздухе пользуются соотношением

$$\bar{R}_\alpha^B [\text{см}] = 0,318 E_\alpha^{3/2} [\text{МэВ}] \quad \text{при } E_\alpha < 10 \text{ МэВ.}$$

Для нахождения энергии протонов по пробегу в воздухе пользуются соотношением

$$\bar{R}_p^B [\text{м}] = (E_p/9,3)^{1,8} \quad \text{при } 10 \text{ МэВ} < E_p < 200 \text{ МэВ.}$$

Граничную энергию β -частиц с непрерывным спектром можно вычислить по максимальному пробегу R_{\max} , используя формулу Фламмерфельда

$$E_\beta^{\max} [\text{МэВ}] = 1,92 \sqrt{R_{\max}^2 + 0,22 R_{\max}},$$

$$0 < R_{\max} < 1,6 \text{ г/см}^2$$

или Физера

$$R_{\max} [\text{г/см}^2] = 0,543 E_\beta^{\max} - 0,160 \quad \text{при } E_\beta^{\max} > 0,8 \text{ МэВ.}$$

Для определения энергии моноэнергетических электронов по экстраполированному пробегу R_3 пользуются соотношением

$$R_3 [\text{г/см}^2] = 0,526 E_e [\text{МэВ}] - 0,94 \quad \text{при } E_e > 0,6 \text{ МэВ.}$$

Погрешности методов определения энергии частицы по длине следа или пробегу обусловлены флуктуациями длины следа и пробегов. Эти флуктуации связаны со статистическим характером потерь энергии и изменением траектории частиц при упругом рассеянии на ядрах. Упругое кулоновское взаимодействие частиц с ядрами растет с увеличением атомного номера Z ядер среды. Поэтому, например, для свинца флуктуации пробегов тяжелых заряженных частиц в 1,5 раза больше, чем для воздуха.

Относительные флуктуации длин пробегов в средах с малыми атомными номерами для тяжелых заряженных частиц составляют 0,5–2%.

Если связь между энергией и пробегом известна достаточно хорошо, то точность определения энергии может быть в несколько раз лучше.

В отличие от тяжелых заряженных частиц электрон в одном соударении может потерять значительную часть своей энергии и рассеяться на большие углы. При больших энергиях становятся существенными потери на тормозное излучение. Эти особенности взаимодействия электронов с веществом приводят к значительной дисперсии в значении их пробегов. Погрешность определения максимальной энергии методом пропускания для простого β -спектра составляет около 5%.

При нахождении длины следа частицы с помощью трековых детекторов возможны дополнительные флюктуации, связанные, например, с движением газа или жидкости, с изменением плотности среды в них во время работы, с деформацией ядерной эмульсии при проявлении и др. Так, флюктуации пробега в пузырьковых камерах для протонов высоких энергий составляют около 2%. Дополнительные флюктуации, связанные с изменением плотности среды, — около 3%. Флюктуации пробега в ядерных эмульсиях около 2% для протонов с энергией 1 МэВ и около 1% для протонов с энергией 100 МэВ. Энергии частиц в искровых камерах определяют с погрешностью 1–2%. Метод ядерных эмульсий имеет относительное энергетическое разрешение для α -частиц с энергией 5 МэВ около 3%.

6.3. Измерение энергии рентгеновских и γ -квантов по функции пропускания. Метод критического поглощения

Параллельный пучок моноэнергетических γ -квантов при прохождении через слой вещества толщиной x ослабляется по экспоненциальному закону $I = I_0 \exp(-\mu x)$, где μ — полный коэффициент поглощения. Отношение

$$T(x) = I/I_0 = \exp(-\mu x) \quad (6.4)$$

называют функцией пропускания. В полулогарифмических координатах функция пропускания является прямой с тангенсом угла наклона, равным коэффициенту μ . Коэффициент полного поглощения μ зависит от энергии, и зависимость $\mu(E)$ обычно известна достаточно хорошо (с погрешностью 1–2%). Таким образом, измерив функцию пропускания, можно определить μ , а по графику $\mu(E)$ и энергию γ -квантов E .

Основная трудность оценки энергии γ -квантов по функции пропускания связана с регистрацией детектором не только первичных квантов, прошедших через слой поглотителя, но и квантов, рассеянных в поглотителе и окружающих экспериментальную установку материалах. Для уменьшения вклада вторичного излучения эксперимент необходимо проводить в условиях хорошей геометрии: пучок γ -квантов, выходящих из источника, должен быть достаточно узким (ме-

нее 1°), апертура детектора — малой. Для этого используют систему коллиматоров из тяжелых веществ.

Функция $\mu(E)$ для большинства веществ имеет плавный минимум (например, в алюминии при $E_\gamma \approx 20$ МэВ, в углероде при $E_\gamma \approx 50$ МэВ), поэтому поглотитель необходимо выбирать таким образом, чтобы $\mu(E)$ для исследуемого диапазона энергий находилась на склонах кривой, где $dE/d\mu$ достаточно велика. Очевидно, что точность оценки энергии E_γ , не превышает точности, с которой известна зависимость $\mu(E)$.

Для измерения энергии γ - или рентгеновского излучения в области $E < 100$ кэВ можно использовать метод критического поглощения. В этой области имеются скачки коэффициента поглощения, соответствующие энергии ионизации оболочек K , L и т.д. Коэффициент поглощения при таких энергиях изменяется в несколько раз. Наибольшие скачки происходят для края K -полос (например, для края K -полосы алюминия в 13 раз). К тому же три края L -полос соседних элементов обычно сливаются, поэтому чаще всего в этом методе используют края K -полос. Последовательно измеряя в хорошей геометрии поглощение квантов двумя соседними элементами, находят пару элементов, для которых коэффициент поглощения легкого элемента существенно больше, чем тяжелого. Тогда энергия квантов будет лежать между краями K -полос этих элементов.

Глава 7. МЕТОДЫ СПЕКТРОМЕТРИИ НЕЙТРОНОВ

7.1. Метод времени пролета

Так как нейтроны непосредственно не производят ионизации*, то прямое измерение их энергии затруднено. Единственным способом такого прямого определения энергии является метод времени пролета. Во всех остальных случаях энергию нейтронов можно определить, анализируя вторичные продукты ядерных реакций с участием нейтронов. Так, в реакции упругого рассеяния измеряется энергия рассеянного заряженного ядра, а энергия нейтрона восстанавливается из кинематических соображений. В методе активационных интегралов измеряется активность, наведенная нейтронами в образцах известного состава, а энергетический спектр нейтронов восстанавливается путем решения обратной задачи по известным энергетическим зависимостям сечения активации.

* Поскольку нейтроны имеют магнитный момент, то, в принципе, они производят ионизацию. Однако сечение соответствующей реакции на много порядков меньше сечения ядерных взаимодействий нейтронов, в итоге приводящих к ионизации. Поэтому непосредственной ионизацией нейтронами можно пренебречь.

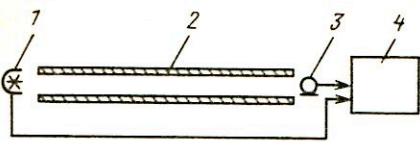


Рис. 7.1. Блок-схема времяпролетного спектрометра:

1 — импульсный источник; 2 — пролетная база (откачанная цилиндрическая трубка длиной l); 3 — детектор нейтронов; 4 — временной анализатор

Принципиальная схема спектрометра нейтронов по времени пролета представлена на рис. 7.1. Источник нейтронов формирует короткий нейтронный импульс, при этом нейтроны попадают в пролетную базу, и одновременно формируется стартовый импульс для временного анализатора. Через некоторое время, зависящее от энергии, нейтрон достигает детектора и с некоторой вероятностью регистрируется им. При этом во временной анализатор засылается импульс, называемый стоповым. Временной анализатор измеряет длительность временного интервала t между стартовым и стоповым импульсами. Далее энергия нейтрона может быть определена по формуле

$$E = ml^2 / (2t^2), \quad (7.1)$$

так как обычно приходится иметь дело с нейтронами нерелятивистских энергий.

Если импульсный источник действует периодически, то таким способом можно измерить спектр времен пролета $f(t)$ [$f(t_i)\Delta t_i$ — число отсчетов в i -м канале временного анализатора, Δt_i — ширина канала]. По известному спектру $f(t)$ легко восстановить энергетический спектр $\varphi(E)$, а именно из соотношения

$$f(t) |dt| = \varphi(E) |dE| \quad (7.2)$$

немедленно получаем

$$\varphi(E) = f(t) \left| \frac{dt}{dE} \right| = f \left(\sqrt{\frac{ml^2}{2E}} \right) \sqrt{\frac{ml^2}{2^3}} E^{-3/2}. \quad (7.3)$$

Период следования стартовых импульсов должен быть настолько большим, чтобы нейтроны с наименьшей интересующей исследователя энергией (т.е. наибольшим временем пролета) регистрировались детектором до начала следующего стартового импульса. В противном случае будет зарегистрирован интервал между последним стартовым импульсом и моментом регистрации, отличающийся от истинного интервала на неизвестное целое число периодов (такие нейтроны называются рециклическими). От них частично можно избавиться, применяя специальные фильтры.

Рассмотрим факторы, влияющие на энергетическое разрешение спектрометров по времени пролета. Наибольший вклад в значение разре-

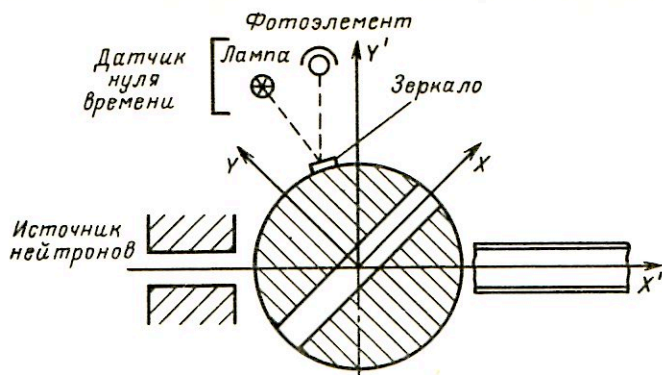


Рис. 7.2. Схема прерывателя

шения вносит конечная длительность нейтронного импульса. Она же определяет форму линии спектрометра. Длительность нейтронного импульса и форма линии целиком определяются конструкцией импульсного источника нейтронов.

При измерении спектров тепловых и промежуточных нейтронов часто используют источник с механическим прерыванием пучка. Такой прерыватель (механический селектор) представляет собой цилиндр (ротор), изготовленный из материала с большим сечением поглощения нейтронов. Он вращается вокруг оси, перпендикулярной оси пролетной базы (рис. 7.2). В цилиндре имеется поперечная щель. В момент совмещения оси щели с осью пролетной базы нейтроны попадают в пролетную базу и далее регистрируются детектором.

Найдем форму линии нейтронного спектрометра с механическим прерывателем. Выберем систему координат X', Y' с центром, расположенным на оси цилиндра, так, что ось X' совпадает с осью пролетной базы (рис. 7.2). Пусть цилиндр с радиусом R вращается по часовой стрелке с угловой скоростью ω и в момент $t = 0$ ось щели совпадает с осью пролетной базы. Ширина щели равна h . Рассмотрим движение произвольного нейтрона в направлении оси X' . Его траектория описывается уравнениями

$$X' = v(t - \tau); \quad Y' = u, \quad (7.4)$$

где τ — момент достижения нейтроном начала координат. Величину τ можно считать равномерно распределенной случайной величиной в пределах $[-h/(2R\omega), h/(2R\omega)]$. Величина u также является равномерно распределенной случайной величиной в пределах $(-h/2, h/2)$.

Перейдем в систему координат X, Y , связанную с цилиндром. Очевидно,

$$\left. \begin{aligned} X &= X' \cos \omega t - Y' \sin \omega t; \\ Y &= X' \sin \omega t + Y' \cos \omega t. \end{aligned} \right\} \quad (7.5)$$

На практике всегда щель выбирается узкой, т.е. $h \ll R$, поэтому нас будут интересовать малые значения времен вблизи нуля, когда щель открыта, т.е. будем предполагать, что $\omega t \ll 1$. Разложим выражение (7.5) в ряд по малому параметру ωt , ограничиваясь линейными членами, и подставим в него значения X' и Y' из (7.4). В результате имеем

$$X = v(t - \tau); \quad Y = v(t - \tau) \omega t + u. \quad (7.6)$$

Отметим, что слагаемое $Y' \sin \omega t \approx u \omega t$ имеет второй порядок малости и поэтому опущено. Исключим из приведенных выражений время t и получим уравнение траектории нейтрона в системе отсчета, связанной с цилиндром:

$$Y = (\omega/v) X^2 + \omega \tau X + u. \quad (7.7)$$

Для того чтобы нейтрон прошел сквозь щель, его траектория не должна пересекать границ щели. Существует минимальная скорость нейтрона, способного пролететь сквозь щель. Его траектория изображена на рис. 7.3 (кривая 1). Пользуясь рисунком, легко вычислить минимальную скорость, которая равна

$$v_{\min} = \omega R^2/h. \quad (7.8)$$

Для упрощения записи целесообразно ввести безразмерные переменные

$$x = \frac{X}{R}; \quad y = \frac{Y}{h}; \quad \beta = \frac{v_{\min}}{v} = \frac{\omega R^2}{hv}; \quad \xi = \frac{\omega R \tau}{h}; \quad \eta = \frac{u}{h}. \quad (7.9)$$

В новых переменных уравнение траектории (7.7) принимает вид

$$y = y(x) = \beta x^2 + \xi x + \eta. \quad (7.10)$$

Условие прохождения нейтрона сквозь щель сводится к тому, что при $-1 < x < 1$ величина y должна удовлетворять неравенству $-1/2 < y < 1/2$. Нам необходимо установить интервал значений η (при фиксированных β и ξ), при которых соблюдается указанное неравенство. Поскольку случайная величина η распределена равномерно на отрезке $[-1/2, 1/2]$ единичной длины, то длина этого интервала будет представлять собой долю прошедших сквозь щель нейтронов как функцию ξ , т.е. форму линии.

При рассмотрении следует выделить два случая:

а) минимум траектории может располагаться только внутри щели (кривая 2 на рис. 7.3);

б) минимум траектории может располагаться как внутри, так и снаружи щели (кривая 3 на рис. 7.3).

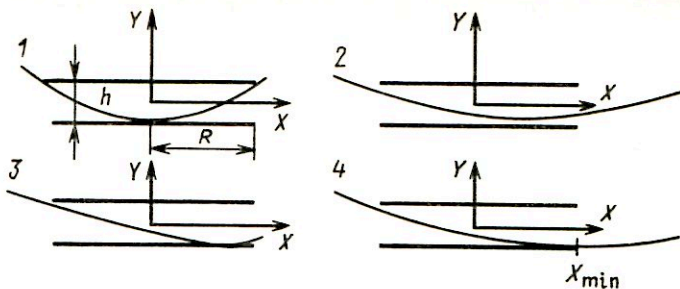


Рис. 7.3. Траектории частиц, пролетающих сквозь прерыватель

Границу между этими случаями определяют кривая 4 на рис. 7.3 и симметричная ей относительно от Y кривая. Легко сосчитать, что граница соответствует значению $\beta = 1/4$ или $v = 4v_{\min}$.

Рассмотрим случай а): ($1 \geq \beta \geq \frac{1}{4}$, $v_{\min} \leq v \leq 4v_{\min}$). Чтобы траектория не пересекала границ щели, необходимо выполнение следующих условий:

$$y(-1) < 1/2; \quad y(1) < 1/2; \quad y(x_{\min}) > -1/2, \quad (7.11)$$

где x_{\min} — точка, в которой достигается минимум параболы, $x_{\min} = -\xi/(2\beta)$. Конкретизируя приведенные неравенства с помощью уравнения (7.10), получаем систему неравенств, которым должны удовлетворять параметры ξ , η , β , при которых нейтрон проходит сквозь щель:

$$\left. \begin{aligned} \eta &< \xi - \beta + 1/2; \\ \eta &< -\xi - \beta + 1/2; \\ \eta &> \xi^2/4\beta - 1/2. \end{aligned} \right\} \quad (7.12)$$

На рис. 7.4, а изображена область значений ξ , η , удовлетворяющая этой системе неравенств. Неравенства удовлетворены, если ξ лежит в пределах, правый из которых определяется из уравнения

$$\xi^2/4\beta - 1/2 = -\xi - \beta + 1/2$$

или

$$\xi_1 = 2(\sqrt{\beta} - \beta),$$

а левый предел равен

$$\xi_2 = -2(\sqrt{\beta} - \beta).$$

Из приведенных выражений можно найти долю нейтронов, прошедших сквозь щель $f(\xi)$. Она равна разности верхней и нижней кривой

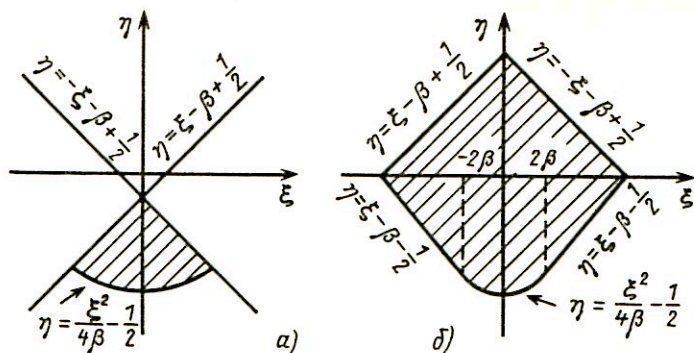


Рис. 7.4. Области пропускания частиц

на рис. 7.4, а при фиксированном ξ :

$$\left. \begin{aligned}
 f(\xi) &= |\xi| - \beta + \frac{1}{2} - \left(\frac{\xi^2}{4\beta} - \frac{1}{2} \right) = 1 - \left(\frac{|\xi|}{2\sqrt{\beta}} + \sqrt{\beta} \right)^2, \\
 |\xi| &< 2(\sqrt{\beta} - \beta); \\
 f(\xi) &= 0, \quad |\xi| \geq 2(\sqrt{\beta} - \beta).
 \end{aligned} \right\} \quad (7.13)$$

Теперь рассмотрим случай б) : $(0 < \beta \leq \frac{1}{4}, \nu > 4\nu_{\min})$, считая, что минимум кривой расположен при $x > 0$ (при этом $\xi < 0$). Случай $x < 0$ дает симметричный результат. Сначала предположим, что минимум расположен внутри щели. Тогда производная кривой при $x = 1$ положительна, т.е. $2\beta + \xi > 0, 0 > \xi > -2\beta$. Здесь справедливо рассмотрение, относящееся к случаю а), и поэтому при $|\xi| < 2\beta$

$$f(\xi) = 1 - \left(\frac{|\xi|}{2\sqrt{\beta}} + \sqrt{\beta} \right)^2 \quad (7.14a)$$

(учтен случай $x < 0$).

Если минимум расположен снаружи (справа) от щели, то должны быть выполнены следующие неравенства:

$$y(-1) < \frac{1}{2}; \quad y(1) > -\frac{1}{2}; \quad y'(1) = 0$$

или

$$\eta < \xi - \beta + 1/2; \quad \eta > -\xi - \beta - 1/2; \quad \xi < -2\beta.$$

Неравенства образуют непустое множество, если $\xi > \xi_0$, где ξ_0 находится из уравнения $\xi - \beta + 1/2 = -\xi - \beta - 1/2$, т.е. $\xi_0 = -1/2$.

Когда минимум расположен слева от щели, система неравенств имеет вид $\eta < -\xi - \beta + 1/2$; $\eta > \xi - \beta - 1/2$ при $2\beta < \xi < 1/2$.

Обе системы

$$\eta < -|\xi| - \beta + 1/2; \quad \eta > |\xi| - \beta - 1/2$$

объединяются при $2\beta < |\xi| < 1/2$. Область значений параметров, при которых нейтрон пролетает сквозь щель, показана на рис. 7.4, б.

Таким образом, доля прошедших сквозь щель нейтронов в данном случае равна

$$f(\xi) = (-|\xi| - \beta + 1/2) - (|\xi| - \beta - 1/2) = 1 - 2|\xi| \quad (7.146)$$

при $2\beta < |\xi| < 1/2$. При $|\xi| \geq 1/2$ $f(\xi) = 0$.

Возвращаясь к исходным переменным, получаем окончательные выражения для формы линии:

$$\text{при } v < v_{\min} \quad f(\tau) = 0;$$

$$\text{при } v_{\min} < v < 4v_{\min}$$

$$f(\tau) = \begin{cases} 1 - \frac{\omega v}{4h} \left(\frac{2R}{v} + |\tau| \right)^2, & |\tau| \leq 2 \left(\sqrt{\frac{h}{\omega v}} - \frac{R}{v} \right); \\ 0, & |\tau| > 2 \left(\sqrt{\frac{h}{\omega v}} - \frac{R}{v} \right); \end{cases}$$

$$\text{при } v > 4v_{\min}$$

$$f(\tau) = \begin{cases} 1 - \frac{\omega v}{4h} \left(\frac{2R}{v} + |\tau|^2 \right)^2, & |\tau| < \frac{2R}{v}; \\ 1 - \frac{\omega R}{h} |\tau|, & \frac{2R}{v} < |\tau| < \frac{h}{2\omega R}; \\ 0, & |\tau| > \frac{h}{2\omega R}. \end{cases} \quad (7.15)$$

Примеры формы линии изображены на рис. 7.5. При $v > 4v_{\min}$ длительность нейтронного импульса не зависит от v и равна $h/(\omega R)$, при $v < 4v_{\min}$ длительность импульса составляет $4(\sqrt{4/\omega v} - R/v)$. Отметим, что при $v \rightarrow \infty$ импульс имеет треугольную форму и совпадает с зависимостью от времени ширины просвета щели, наблюдаемого вдоль оси X' (пунктир на рис. 7.5).

Если проинтегрировать выражения (7.15) по времени, то получится так называемая **функция пропускания** J , представляющая собой полное число нейтронов, вышедших из щели за один импульс (оборот

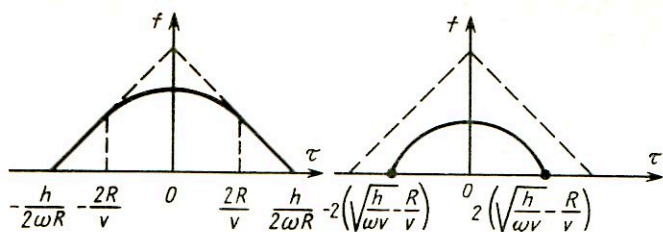


Рис. 7.5. Форма линии времяпролетного спектрометра

цилиндра). В результате получим

$$J(\nu) = \begin{cases} 0, & \nu < \nu_{\min}; \\ \frac{8}{3} \frac{\nu_{\min}^2}{\nu^2} - 8 \frac{\nu_{\min}}{\nu} + \frac{16}{3} \sqrt{\frac{\nu_{\min}}{\nu}}, & \nu_{\min} < \nu < 4\nu_{\min}; \\ 1 - \frac{8}{3} \frac{\nu_{\min}^2}{\nu^2}, & \nu > 4\nu_{\min}. \end{cases}$$

Это выражение целесообразно представить как функцию времени пролета базы длиной l . После подстановки $\nu = l/t$ имеем

$$J(t) = \begin{cases} 0, & t > \frac{l}{\nu_{\min}}; \\ \frac{8}{3} \frac{\nu_{\min}^2}{l^2} t^2 - 8 \frac{\nu_{\min}}{l} t + \frac{16}{3} \sqrt{\frac{\nu_{\min}}{l}} t, & \frac{l}{\nu_{\min}} > t > \frac{l}{4\nu_{\min}}; \\ 1 - \frac{8}{3} \frac{\nu_{\min}^2}{l^2} t^2, & t < \frac{l}{4\nu_{\min}}. \end{cases} \quad (7.16)$$

График этой функции в виде зависимости от безразмерного параметра $\Theta = \nu_{\min} t/l$ приведен на рис. 7.6.

При количественном анализе временных спектров необходимо делать поправку на эту функцию, а именно — истинный временной спектр $\Phi_0(t)$ связан с наблюдаемым $\Phi(t)$ соотношением

$$\Phi_0(t) = \Phi(t)/J(t). \quad (7.17)$$

Обратимся к вопросу о выборе длины пролетной базы l . Поскольку длительность нейтронного импульса не зависит от длины базы [см.

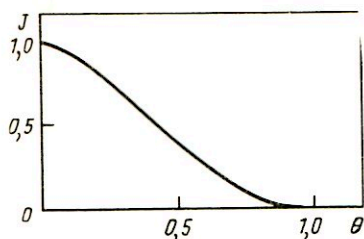


Рис. 7.6. Функция пропускания времяпролетного спектрометра

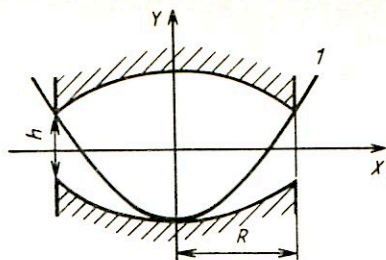


Рис. 7.7. Траектория частицы в бочкообразной щели

(7.15)], то для улучшения относительного временного (и, следовательно, энергетического) разрешения желательно базу выбирать как можно длиннее. Однако существует ограничение сверху на длину базы, связанное с тем, что нейтроны со скоростью v_{\min} должны пролететь базу за время, меньшее по сравнению с периодом следования импульсов, который равен половине периода вращения ротора, т.е. должно выполняться неравенство

$$l/v_{\min} < \pi/\omega. \quad (7.18)$$

Подставляя сюда выражение для v_{\min} из формулы (7.8), получаем ограничение на длину пролетной базы в виде неравенства

$$l < \pi R^2/h. \quad (7.19)$$

Существует еще одна причина, по которой нельзя беспредельно увеличивать пролетную базу. Дело в том, что пучок нейтронов на выходе из щели является не плоскопараллельным, как предполагалось при расчетах, а расходящимся. Расходимость пучка в вертикальном направлении, как легко видеть, равна h/R , и вертикальный размер пятна, равный hl/R , обычно достаточно велик и превышает размеры детектора нейтронов. В горизонтальном направлении расходимость еще больше. Поэтому скорость счета нейтронов падает пропорционально $1/l^2$ *

Рассмотрим времяпролетный спектрометр тепловых нейтронов. Пусть $\omega = 500 \text{ с}^{-1}$ ($f = \frac{\omega}{2\pi} = 79 \text{ об/с}$), $R = 10 \text{ см}$, $h = 0,2 \text{ см}$. Тогда

* Расходимость пучка влияет и на форму линии, которая "размазывается" вследствие такого влияния на временной интервал порядка h_0^2/lv , где h_0 — поперечный диаметр детектора. Однако этот эффект обычно мал и им пренебрегают.

$v_{\min} = 2,5 \cdot 10^3$ м/с. Этой скорости соответствует энергия нейтрона порядка 0,03 эВ. Максимальная пролетная база, соответствующая ей, равна 15,7 м. Ширина импульса составляет $\Delta t = 4 \cdot 10^{-5}$ с. Время пролета для скорости $v = 4v_{\min}$ составляет $1,57 \cdot 10^{-3}$ с (при $l = 15,7$ м), и временное разрешение составляет приблизительно 2,5%*. Если для поглощения нейтронов используется кадмий, то с помощью такого спектрометра можно измерять спектры нейтронов с энергиями до 0,4 эВ.

При измерении спектров промежуточных нейтронов типичные скорости вращения ротора составляют около 500 об/с. При радиусе ротора 5–10 см ширина щели составляет доли миллиметра. Длительность импульса достигает долей микросекунды. Поскольку материалы, избирательно поглощающие нейтроны промежуточных энергий, отсутствуют, то для изготовления ротора в данном случае используют материал с большим полным сечением (например, уран).

Наличие скорости v_{\min} ограничивает снизу диапазон регистрируемых энергий нейтронов. Границу скорости можно уменьшить, если использовать не плоскую, а бочкообразную щель (рис. 7.7). Профиль щели легко определить из геометрических соображений, представленных на этом рисунке. Кривая l описывает траекторию, соответствующую желаемой граничной скорости v'_{\min} . Ее уравнение в безразмерных переменных имеет вид $y = \beta x^2 - \beta + 1/2$, где $\beta = v_{\min}/v'_{\min} > 1$, $v_{\min} = \omega R^2/h$. Уравнение нижнего профиля щели можно записать следующим образом:

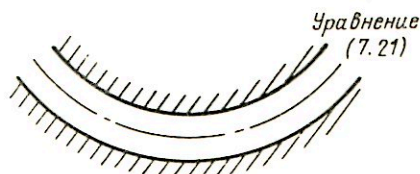
$$y = (\beta - 1)x^2 - \beta + 1/2. \quad (7.20)$$

Уравнение верхнего профиля имеет тот же вид при обращении знака координат.

Следует иметь в виду, что уменьшение граничной скорости должно сопровождаться уменьшением длины пролетной базы [см. формулу (7.16)], что приводит к ухудшению относительного временного разрешения. Граничную скорость можно также понизить, уменьшая скорость вращения ротора, но, как следует из формул (7.15), при этом увеличивается длительность импульса, т.е. ухудшается временное разрешение.

Механический селектор описанной выше конструкции выполняет функции дискриминатора энергий нейтронов. Он пропускает нейтроны с любыми энергиями, превышающими $mv_{\min}^2/2$. Можно сконструировать селектор, выделяющий нейтроны из заданного диапазона энер-

* На самом деле разрешение несколько лучше, так как для его определения нужно брать не полную ширину импульса, а ширину на половине высоты.



гий (монокроматор нейтронов). Для этого используют искривленную щель. Ее конфигурацию определяют из следующих соображений.

Допустим, что необходимо выделять нейтроны из некоторого диапазона скоростей со средней скоростью v_0 . Траектория нейтрона с такой скоростью, проходящая через ось ротора в системе отсчета, связанной с ротором, описывается уравнением в параметрической форме

$$\left. \begin{aligned} r &= v_0 t, \quad \varphi = \omega t \quad \text{при } t > 0; \\ r &= v_0 |t|, \quad \varphi = \omega t + \pi \quad \text{при } t < 0. \end{aligned} \right\} \quad (7.21)$$

(По-прежнему совмещаем начало отсчета времени с моментом прохождения нейтроном оси ротора.) Из соображений симметрии можно ограничиться рассмотрением времен $t > 0$. Пусть ротор имеет изогнутую щель шириной h , ось которой совпадает с кривой (7.21) (рис. 7.8). Как легко видеть из приведенного рисунка, уравнение верхнего края щели в параметрической форме задается в виде

$$r = \sqrt{v_0^2 t^2 + \frac{h^2}{4}}, \quad \varphi = \arctg \frac{h}{2v_0 t} + \omega t \quad (7.22)$$

и соответственно, для нижнего края

$$r = \sqrt{v_0^2 t^2 + \frac{h^2}{4}}, \quad \varphi = -\arctg \frac{h}{2v_0 t} + \omega t. \quad (7.23)$$

Отметим, что если изменение угла φ за время пролета ротора мало, то кривые, удовлетворяющие (7.21) – (7.23), можно заменить дугами окружностей, с центром в некоторой точке O (рис. 7.8). Например, уравнение окружности, проходящей через ось ротора в полярных координатах, имеет вид $r = 2\rho \sin \varphi$ и при малых φ $r = 2\rho\varphi$, что совпадает с уравнением (7.21), если $2\rho = v_0/\omega$.

Траектория движения произвольной частицы в системе отсчета, связанной с ротором, описывается уравнением

$$r = \sqrt{v^2 (t - \tau) + u^2}, \quad \varphi = \arctg \frac{u}{v(t - \tau)} + \omega t \quad (t > \tau). \quad (7.24)$$

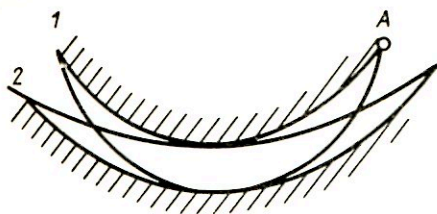


Рис. 7.9. Траектории частиц в изогнутой щели

Определим граничные скорости нейтронов, пропускаемых таким селектором. Нейтронам с нижней граничной скоростью v_H соответствует траектория 1 на рис. 7.9. В уравнении (7.24) ей соответствуют параметры $\tau = 0$, $u = -h/2$. Скорость v_H находят из условия пересечения этой траектории с верхним краем щели с точки A . Эта точка соответствует в уравнении (7.22) некоторому значению параметра $t = t_0$ и имеет координаты

$$R = \sqrt{(v_0 t_0)^2 + h^2/4}, \quad (7.25)$$

где R — расстояние от точка A до начала координат. Та же точка принадлежит траектории 1, и ей в уравнении (7.24) соответствует значение параметра $t = t_H$ и аналогично

$$R = \sqrt{v_H^2 t_H^2 + h^2/4}. \quad (7.26)$$

В точке пересечения значения углов φ в уравнениях верхнего края щели и траектории равны

$$\arctg \frac{h}{2v_0 t_0} + \omega t_0 = -\arctg \frac{h}{2v_H t_H} + \omega t_H. \quad (7.27)$$

Решая систему трех уравнений (7.25) — (7.27) относительно неизвестных v_H , t_0 , t_H , находим нижнюю граничную скорость. На практике величина h выбирается малой, т.е. $h/R \ll 1$, $h/(v_0 t_0) \ll 1$, $h/(v_H t_H) \ll 1$, и поэтому в приведенных уравнениях можно ограничиться линейными членами разложения в ряд Тейлора, что дает

$$R = v_0 t_0; \quad R = v_H t_H; \quad \frac{h}{2v_0 t_0} + \omega t_0 = -\frac{h}{2v_H t_H} + \omega t_H.$$

Отсюда легко найти нижнюю граничную скорость

$$v_H = \omega R^2 v_0 / (\omega R^2 + h v_0). \quad (7.28)$$

Аналогично находят верхнюю граничную скорость, которой соответствует траектория 2 на рис. 7.9:

$$v_B = \omega R^2 v_0 / (\omega R^2 - h v_0). \quad (7.29)$$

Если ввести относительные отклонения, то приведенные формулы принимают более компактный вид:

$$\frac{v_H - v_0}{v_0} = - \frac{1}{\omega R^2 / (h v_0) + 1} ; \quad \frac{v_B - v_0}{v_0} = \frac{1}{\omega R^2 / (h v_0) - 1} . \quad (7.30)$$

Если (при малых φ) щель имеет форму окружности радиусом ρ , то

$$\frac{v_H - v_0}{v_0} = - \frac{1}{1 + R^2 / (2 \rho h)} ; \quad \frac{v_B - v_0}{v_0} = \frac{1}{R^2 / (2 \rho h) - 1} . \quad (7.31)$$

Поскольку уравнение оси щели можно записать как $r = (v_0 / \omega) \varphi$ ($\varphi > 0$) [см. уравнение (7.21)], видно, что если при заданной форме щели необходимо изменить v_0 , то нужно соответствующим образом менять ω . В частности, для уменьшения v_0 можно уменьшать ω . Однако, как и в случае с прямолинейной щелью, уменьшение ведет к ухудшению разрешения.

Кроме монохроматоров описанного типа существуют монохроматоры с продольным расположением оси ротора и винтовой щелью (рис. 7.10). Пусть такой ротор имеет радиус R , длину l , а уравнение оси щели записывается в виде $r = R$, $\varphi = 2\pi x/s$ (x — расстояние вдоль оси ротора, s — шаг винта). При вращении ротора с угловой скоростью ω в направлении, противоположном направлению закрученности спирали, точка щели, соответствующая фиксированному углу между вертикалью и перпендикуляром, восстановленным из оси ротора в эту точку (рис. 7.10), будет перемещаться вдоль оси x со скоростью

$$v = 2\pi\omega s = ns$$

(n — круговая скорость ротора).

Если в подходящий момент в щель попал нейтрон, имеющий такую же скорость, направленную вдоль оси ротора, то он, двигаясь синхронно со щелью, сможет пройти сквозь нее. Нейтроны с заметно различающимися скоростями будут поглощены стенками ротора. Диапазон скоростей нейтронов, способных пройти сквозь такой ротор, определяется длиной ротора и шириной щели h . Для частицы, движущейся со скоростью v синхронно с вращением к моменту вылета из ротора, он повернется на угол $\varphi = 2\pi l n / v$. Частица со скоростью $v + \Delta v$ способна пролететь сквозь щель, если угол поворота ротора для нее будет отличаться от приведенного выше не более чем на h/R , т.е.

$$2\pi l n \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{v + \Delta v} \right) \leq \frac{h}{R} . \quad (7.32)$$

Полагая $h/R \ll 1$, что всегда имеет место, очевидно, получаем, что

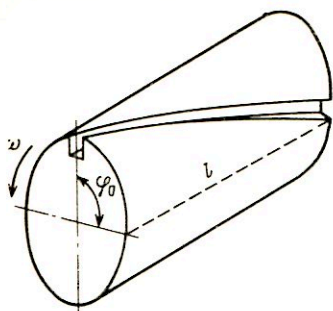


Рис. 7.10. Винтообразный селектор $\varphi_0 = 2\pi l/s$

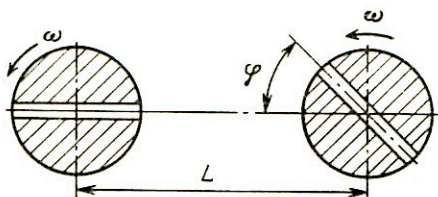


Рис. 7.11. Селектор с двумя роторами

$\Delta v/v \ll 1$, и тогда

$$\Delta v \leq \frac{h}{R 2 \pi l n} v^2. \quad (7.33)$$

Таким образом, описанный монохроматор пропускает нейтроны со скоростями в диапазоне

$$v \pm h v^2 / (2 \pi l n R^2). \quad (7.34)$$

Существует еще один тип монохроматора. Он состоит из двух роторов с осями вращения, перпендикулярными направлению движения нейтронов с поперечными щелями (рис. 7.11). Плоскость щели второго ротора составляет угол φ с плоскостью щели первого ротора. Этот угол определяет скорость селектируемых нейтронов. Если расстояние между осями роторов равно L и скорость вращения роторов одинакова и равна ω , то для выделяемой скорости можно записать

$$v = L \omega / \varphi. \quad (7.35)$$

Это соотношение следует непосредственно из того факта, что для селектирования нейтрона нужно, чтобы к моменту прихода нейтрона ко второму ротору ($t = L/v$) щель ротора заняла горизонтальное положение ($t = \varphi/\omega$).

Временная форма импульса нейтронов, выпущенных первым ротором, наблюдаемая на оси второго ротора, описывается выражением (7.15) с заменой аргумента τ на $(t - L/v)$, т.е. она имеет вид $f(t - L/v)$. Кривая пропускания второго ротора описывается тем же выражением с заменой аргумента на $(t - \omega/\varphi)$, т.е. имеет вид $f(t - \omega/\varphi)$. Полное число нейтронов, пропущенных через монохроматор, равно

$$g(v) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t - L/v) f(t - \omega/\varphi) dt. \quad (7.36)$$

Мы не приводим результата интегрирования в силу его громоздкости

и предоставляем читателю возможность вычислить (7.36) самостоятельно.

Максимум функции $g(\nu)$ достигается при $\nu = L\varphi/\omega$, а диапазон пропускаемых скоростей удовлетворяет соотношению

$$|\nu - L\varphi/\omega| < h\nu\varphi/\omega^2 R \quad \text{при } \nu > 4\nu_{\min}. \quad (7.37)$$

7.2. Корреляционный метод измерения временных спектров нейтронов

Временной спектр можно представить себе как отклик спектрометра на мгновенный импульс нейтронов. Это означает, что если на входе пролетной базы форма импульса имеет вид $N\delta(t - t_0)$, где N — число нейтронов в импульсе, $\delta(t - t_0)$ — δ -функция Дирака, то среднее число нейтронов, зарегистрированных детектором за единицу времени (скорость счета), в конце пролетной базы равно $N\Phi(t - t_0)$, где $\Phi(t)$ — временной спектр. Допустим теперь, что источник нейтронов не импульсный, а имеет интенсивность, меняющуюся во времени по закону $Z(t)$. Эту функцию можно представить как суперпозицию импульсных источников

$$Z(t) = \int \delta(t - s)Z(s) ds \quad (7.38)$$

и поскольку каждому импульсному источнику $\delta(t - s)$ соответствует отклик $\Phi(t - s)$, то скорость счета детектора как функция времени имеет вид

$$u(t) = \int_0^t \Phi(t - s)Z(s) ds. \quad (7.39)$$

Верхний предел выбран исходя из условия $\Phi(t) = 0$ при $t \leq 0$.

Далее предположим, что $Z(t)$ есть стационарный случайный процесс с некоррелированными значениями (белый шум). Это означает, что среднее значение процесса $\overline{Z(t)}$ от времени не зависит и является константой $\overline{Z(t)} = a$, а корреляционная функция, определяемая как

$$B_{ZZ}(t, t - \tau) = B_{ZZ}(\tau) = \overline{(Z(t) - a)(Z(t - \tau) - a)} \quad (7.40)$$

является δ -функцией

$$B_{ZZ}(t, t - \tau) = \sigma^2 \delta(\tau) \quad (7.41)$$

(кроме того, она не зависит от t). В приведенном выражении σ^2 — дисперсия случайного процесса. Отсюда легко получить выражение

$$R_{ZZ} = \overline{Z(t)Z(t - \tau)} = \sigma^2 \delta(\tau) + a^2. \quad (7.42)$$

Вычислим среднее значение произведения $u(t)Z(t - \tau)$:

$$\begin{aligned}
\overline{u(t)Z(t-\tau)} &= \int_{-\infty}^t \Phi(t-s) \overline{Z(z)Z(t-\tau)} ds = \int_{-\infty}^t \Phi(t-s) R_{ZZ}(s-t+\tau) ds = \\
&= \sigma^2 \int_{-\infty}^t \Phi(t-s) \delta(s-t+\tau) ds + \\
&+ a^2 \int_{-\infty}^t \Phi(t-s) ds = \sigma^2 \Phi(\tau) + a^2 \epsilon.
\end{aligned} \tag{7.43}$$

Если выбрать достаточно большое время наблюдения $t \rightarrow \infty$, то интеграл во втором слагаемом будет представлять собой полное число зарегистрированных в конце пролетной базы нейтронов, приходящееся за один испущенный нейтрон. Иначе эту величину можно понимать как отношение числа зарегистрированных нейтронов к числу нейтронов на входе пролетной базы. При отсутствии потерь, связанных с расходимостью пучка и при 100%-ной эффективности регистрации, это отношение равно единице. В любом случае число нейтронов в конце пролетной базы может быть определено экспериментально.

Таким образом, если бы удалось иметь источник нейтронов, интенсивность которого меняется по случайному закону, и измерить среднее значение произведения $u(t)Z(t-\tau)$, то можно было бы определить временной спектр. Этот метод называется **корреляционным методом**. Сразу видны два преимущества такого способа измерения временных спектров. Во-первых, более эффективное использование источника нейтронов. Действительно, в обычном методе времени пролета источник действует только в течение короткого времени впуска нейтронов в пролетную базу. Скважность здесь равна отношению длительности нейтронного импульса к периоду следования. В корреляционном методе эффективность использования нейтронного источника гораздо выше. Как будет показано ниже, скважность здесь равна примерно 0,5. Во-вторых, в этом методе эффективно подавляется некоррелированный фон, так как при фиксированном фоне вследствие большой скважности количество зарегистрированных нейтронов гораздо больше, чем в обычном методе времени пролета.

Чтобы реализовать корреляционный метод измерения временных спектров, нужно решить две проблемы:

1) создание источника нейтронов со случайным законом изменения интенсивности во времени;

2) разработка способа измерения функции $\overline{u(t)Z(t-\tau)}$.

Что касается источника, то им мог бы быть стационарный источник. При этом впуск нейтронов в пролетную базу регулируется задвижкой, управляемой генератором непрерывного белого шума. Однако такой источник трудно реализовать технически и эксплуатировать.

Поскольку временной спектр измеряется в дискретном времени, т.е. в моменты $t_i = i\Delta$, где Δ — ширина канала временного анализатора, то и случайный сигнал от генератора можно реализовать в виде дискретной последовательности. С целью упрощения технической реализации сигнала имеет всего два значения — 0 (источник закрыт) и 1 (источник открыт). Эти значения сохраняются в течение времени Δ , после чего новое значение разыгрывается с вероятностью $1/2$ независимо от текущего. Таким образом, интенсивность нейтронов на входе пролетной базы представляет собой последовательность нулей и единиц, сменяющихся случайным образом, умноженную на значение стационарного потока нейтронов J . Среднее значение потока нейтронов на входе трубы равно $a = J/2$, дисперсия $\sigma^2 = J^2/4$. Без ограничения общности можно положить $J = 1$, так как эта величина определяет лишь масштаб.

Генератором такой последовательности может быть любой физический генератор шума, однако для облегчения отладки аппаратуры и контроля пользуются искусственными, так называемыми псевдослучайными, последовательностями, которые можно воспроизводить многократно в неизменном порядке. Они формируются с помощью специальных алгоритмов на ЭВМ либо электронных схем (сдвиговых регистров с обратными связями).

Среднее значение функции оценивается для дискретных моментов $\tau = k\Delta$ ($k = 1, 2$). Функция $Z(t)$ также задана для дискретных моментов времени $Z(i\Delta) = Z_i$, где Z_i — элементы псевдослучайной последовательности. Функция $u(t)$ определяется экспериментально в дискретном наборе точек $u(i\Delta) = u_i = \nu_i/\Delta$, где ν_i — число нейтронов, зарегистрированных в интервале времени $(i\Delta, (i+1)\Delta)$. После этого среднее значение произведения оценивают по формуле

$$R_k = \overline{u(i\Delta)Z((i-k)\Delta)} \approx \frac{1}{N} \sum_{i=k+1}^N Z_i u_{i-k} = \frac{1}{\Delta N} \sum_{i=k+1}^N Z_i \nu_{i-k}, \quad (7.44)$$

где N — общее число членов последовательности, равное T/Δ , T — время измерения. Во всех существующих алгоритмах получения псевдослучайных последовательностей объем последовательности ограничен в том смысле, что начиная с некоторого номера n члены последовательности циклически повторяются в том же порядке, что и вначале. Число N желательно выбирать кратным n . В этом случае суммирование в формуле (7.44) можно производить до числа n , понимая под ν_i число отсчетов, просуммированное по всем циклам:

$$R_k = \frac{1}{hns} \sum_{i=k+1}^n Z_i \nu_{i-k} \quad (7.45)$$

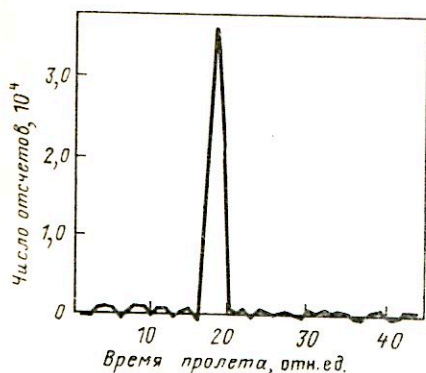


Рис. 7.12. Нейтронный спектр, снятый корреляционным методом

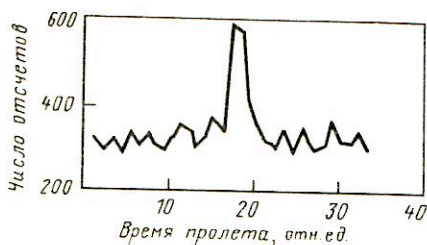


Рис. 7.13. Нейтронный спектр, снятый обычным методом

(s — число циклов). Константа ϵ в формуле (7.43) определяется выражением

$$\epsilon = \frac{\sum_{i=1}^n \nu_i}{ns} . \quad (7.46)$$

После этого временной спектр находим по формуле

$$\Phi(\tau) |_{\tau=k\Delta} = 4R_k - \epsilon . \quad (7.47)$$

Отметим, что в исходной формуле (7.43) подразумевается статистическое усреднение, а в формуле (7.44) выполнено усреднение по времени. Равенство этих средних друг другу следует из того, что процессы $Z(t)$ и $u(t)$ являются эргодическими, т.е. единственная реализация полностью воспроизводит все свойства процесса. Корреляционный метод эффективен лишь в присутствии большого некоррелированного фона. При малом фоне он уступает обычному методу времени пролета. На рис. 7.12 приведен образец спектра моноэнергетических нейтронов, снятый корреляционным методом, на рис. 7.13 — тот же спектр, снятый обычным методом. Видно, что корреляционный метод существенно подавляет фон.

7.3. Интегральные методы определения нейтронных спектров [26]

Интегральные методы определения нейтронных спектров основаны на измерении выходов ядерных реакций с участием нейтронов. Такими реакциями могут быть радиационный захват с последующим β -распадом, (n, p) - и (n, α) -реакции, реакции деления и т.д. Образцы нескольких различных веществ, содержащих ядра, испытывающие

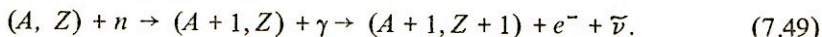
эти реакции, помещаются в поток нейтронов, спектр которых исследуется. Масса вещества должна быть достаточно малой, чтобы не искажать этот поток. После измерения осуществляется численный анализ данных с целью восстановления нейтронного спектра.

Пусть облучается n различных мишеней. Если масса j -го образца равна m_j , то число ядер в нем равно $(m_j/A_j)N_0$, где A_j — атомный номер вещества; N_0 — число Авогадро. Далее, пусть $\sigma_j(E)$ — известная зависимость сечения ядерной реакции от энергии нейтронов E на ядрах j -го вещества. Тогда число актов реакции за единицу времени равно:

$$a_j = \frac{m_j}{A_j} N_0 \int_0^{\infty} \sigma_j(E) \Phi(E) dE, \quad (7.48)$$

где $\Phi(E)dE$ — поток нейтронов с энергией в интервале $(E, E+dE)$. Определяя экспериментально число актов реакции, регистрируя продукты этой реакции, можно узнать a_j и иметь дело с системой уравнений (7.48), где неизвестной является функция $\Phi(E)$. Методы решения таких систем и проблемы, возникающие при этом, обсуждаются в гл. 9.

Наиболее распространенным типом ядерной реакции, используемой для исследования нейтронных спектров, является (n, γ) -реакция с последующим β -распадом



Метод, использующий эту реакцию, называется активационным методом. Число испущенных β -частиц равно числу актов (n, γ) -реакции. Удобство реакции (7.49) состоит в том, что время жизни ядра $(A+1, Z)$ по отношению к β -распаду велико (от нескольких минут до нескольких суток), поэтому подсчет числа испущенных β -частиц можно производить, удалив мишень из нейтронного потока.

Используют два основных типа мишеней: резонансные и пороговые индикаторы. Резонансные индикаторы характеризуются тем, что энергетическая зависимость сечения (n, γ) -реакции $\sigma(E)$ имеет ярко выраженный резонансный характер, т.е. сечение аномально велико вблизи некоторой энергии $E_{\text{рез}}$ и мало при других энергиях, т.е.

$$\sigma(E) = \sigma_0(E) + \sigma_1(E). \quad (7.50)$$

Здесь $\sigma_1(E)$ отлично от нуля лишь в узком интервале $(E_{\text{рез}} - \Gamma, E_{\text{рез}} + \Gamma)$, где Γ — ширина резонанса и $\sigma_1(E_{\text{рез}}) \gg \sigma_0(E)$ для всех E . В том случае

$$a_j \approx (m_j/A_j) N_0 \sigma_1(E_{\text{рез}}) \Phi(E_{\text{рез}}) 2\Gamma, \quad (7.51)$$

т.е. имеется возможность непосредственно измерять значение нейтронного спектра при $E = E_{\text{рез}}$.

Таблица 7.1. Пороговые и резонансные индикаторы

Резонансные индикаторы		Пороговые индикаторы		
Изотоп	$E_{рез}$, эВ	Изотоп	$E_{пор}$, МэВ	Тип реакции
^{115}In	1,46	^{103}Rh	0,04	(n, n')
^{197}Au	4,91	^{115}In	0,34	(n, n')
^{186}W	18,84	^{58}Ni	0,4	(n, p)
^{59}Co	132,0	^{31}P	0,72	(n, p)
^{55}Mn	337	^{32}S	0,95	(n, p)
^{63}Cu	557	^{27}Al	1,89	(n, p)
^{23}Na	2950	^{28}Si	3,2	(n, p)

Пороговые индикаторы имеют сечения, отличные от нуля начиная с некоторого значения E , после которого сечение сильно возрастает, а затем остается примерно постоянным.

В табл. 7.1 приведены некоторые широко используемые пороговые и резонансные индикаторы.

7.4. Метод ядер отдачи

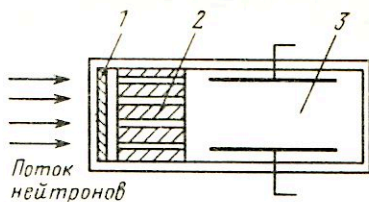
В этом методе используется упругое рассеяние нейтронов. Из кинематических соображений можно легко получить, что если нейтрон с энергией E упруго рассеивается на ядре с атомным номером A , то кинетическая энергия ядра отдачи равна

$$E_A = E_n \frac{4A}{(1+A)^2} \cos^2 \varphi, \quad (7.52)$$

где φ — угол, под которым движется ядро отдачи, по отношению к направлению движения нейтрона. Таким образом, измеряя энергию E_A ядра отдачи, которое является ионизирующей частицей, и угол φ , можно определить энергию нейтрона. Для увеличения точности желательно, чтобы энергия ядра отдачи была как можно больше. Для этого мишень, на которой происходит рассеяние нейтронов, должна состоять из легких ядер, например, водорода.

Если направление движения нейтронов известно, то угол можно зафиксировать. Для этого мишень небольшого размера помещается в пучок нейтронов, а детектор протонов отдачи ставится под углом φ по отношению к пучку при наблюдении из точки мишени. Тогда измеренную энергию протона можно сразу пересчитывать в энергию исходного нейтрона. Если измеренный таким способом спектр протонов отда-

Рис. 7.14. Спектрометр нейтронов с дюзами



чи равен $\Phi_p(E_p)$, то соответствующий спектр нейтронов

$$\Phi_n(E_n) = C \Phi_p(E_n \cos^2 \varphi) / \sigma_e(E_n), \quad (7.53)$$

где C — константа, зависящая от условий измерения; $\sigma_e(E_n)$ — сечение упругого рассеяния. Следует понимать, разумеется, что этот спектр несколько отличается от истинного спектра вследствие конечного энергетического разрешения детектора протонов отдачи и конечного угла раствора $\Delta\varphi$, под которым наблюдается детектор протонов из точки, где расположена мишень. Разрешение, связанное с конечным углом $\Delta\varphi$, равно

$$\Delta E_p = \left| \frac{dE_p}{d\varphi} \right| \Delta\varphi = 2E_n \sin 2\varphi \Delta\varphi. \quad (7.54)$$

Из выражения (7.54) следует, что угол φ должен быть как можно меньшим, т.е. желательно регистрировать лобовые столкновения. То же самое требует условие максимального увеличения амплитуды. Такую ситуацию можно реализовать с помощью устройства, изображенного на рис. 7.14. Рассеяние протонов происходит в радиаторе 1. Угол $\varphi = 0$ выделяется дюзами 2. Протоны отдачи регистрируются ионизационной камерой 3.

Если угол вылета протона отдачи относительно падающего нейтрона зафиксировать нельзя, то следует пользоваться интегральными методами. При упругом столкновении нейтроны рассеиваются в случайном направлении, передавая протону отдачи случайную энергию. Пусть $p(E_p, E_n)$ — плотность вероятности того, что при рассеянии нейтрона с энергией E_n возникает протон отдачи с энергией E_p . Тогда, очевидно, спектр протонов отдачи имеет вид

$$\Phi_p(E_p) = C \int_{E_p}^{\infty} p(E_p, E_n) \sigma_e(E_n) \Phi(E_n) dE_n, \quad (7.55)$$

где C — константа, зависящая от условий экспериментов; $\sigma_e(E_n)$ — сечение упругого рассеяния; $\Phi(E_n)$ — спектр нейтронов. Определяя экспериментально спектр $\Phi_p(E_p)$ и решая уравнение (7.55), можно найти спектр нейтронов. Методы решения уравнений, подобных (7.55), изложены в гл. 9.

Для решения уравнения (7.55) необходимо знать функцию $p(E_p, E_n)$. Известно, что в системе центра инерции (с.ц.и.) угловое распределение рассеянных нейтронов является изотропным, т.е. вероятность рассеяться в телесный угол $d\Omega = \sin \Theta' d\Theta' d\psi'$ пропорциональна этому углу. Отсюда следует, что плотность вероятности рассеяния нейтрона на угол Θ' в с.ц.и. равна

$$p(\Theta') = (1/2) \sin \Theta'$$

(по углу ψ' взят интеграл). Далее из кинематических соображений легко получить соотношение между углом Θ' рассеяния нейтрона в с.ц.и. и углом φ вылета протона отдачи в лабораторной системе:

$$\Theta' = \pi - 2\varphi.$$

Используя равенство (7.52) и соотношение

$$p(E_p, E_n) dE_p = p(\Theta') d\Theta',$$

легко убедиться, что

$$p(E_p, E_n) = 1/E_n, \quad (7.56)$$

т.е. распределение протонов отдачи по энергии является равномерным в интервале $(0, E_n)$. Если полученное выражение подставить в уравнение (7.55) и проинтегрировать по E_p , то получим

$$\Phi(E_n) = \frac{E_n}{\sigma(E_n)} \left| \frac{d\Phi_p(E_p)}{dE_p} \right|_{E_p=E_n}. \quad (7.57)$$

Таким образом, спектр нейтронов можно определить, измеряя спектр энергий протонов отдачи и дифференцируя его. Этот метод является, однако, весьма грубым, так как в действительности функция $p(E_p, E_n)$ имеет более сложный вид по сравнению с выражением (7.56).

Наиболее распространенным методом определения спектра энергий протонов отдачи является использование сцинтилляционного спектрометра на основе органического кристалла. Органический кристалл выбирается из стремления иметь наиболее легкое вещество-мишень для нейтронов. В таком случае искажение функции $p(E_p, E_n)$ по сравнению с (7.56) происходит за счет следующих эффектов:

1. Конечное разрешение сцинтилляционного спектрометра по энергии. Из-за этого вместо резкого края в наблюдаемой функции $p(E_p, E_n)$ при $E_p = E_n$ имеем плавное спадающий край.
2. Рассеяние нейтронов происходит не только на ядрах водорода, но и других ядрах, входящих в состав сцинтиллятора, например ядрах углерода. При рассеянии на ядрах с атомным номером A распределение энергий ядер отдачи также будет равномерным в интервале $(0, 4AE_n/(1+A)^2)$. Спектр энергий ядер отдачи кроме протонной будет содержать и энергии других ядер, неотличимые от энергий протонов.

В этом случае вместо уравнения (7.55) будем иметь уравнение

$$\Phi_S(E_S) = \sum_{i=1}^N \beta_i \int_{E_S}^{\infty} \frac{(A_i + 1)^2}{4A_i E_n} \sigma_i(E_n) \Phi(E_n) dE_n, \quad (7.58)$$

где i — индекс, соответствующий определенному типу ядер ($i = 1, \dots, N$); β_i — доля таких ядер в веществе сцинтиллятора. Если в этой сумме ограничиться одним слагаемым, соответствующим протонам, то естественно возникнет систематическая ошибка.

3. Протоны (ядра) отдачи имеют заметную длину пробега и при небольших размерах сцинтиллятора могут покидать его пределы, оставив в нем лишь часть своей энергии. В результате доля малых значений E_p в функции $p(E_p E_n)$ возрастет.

4. При больших размерах сцинтиллятора велика вероятность того, что рассеянный нейтрон вновь испытает столкновение и потеряет дополнительную энергию. Вторичное рассеяние происходит практически одновременно с первым, и регистрируется сумма энергий ядер отдачи после всех столкновений. Этот эффект приводит к увеличению доли больших энергий в спектре.

В реальном кристалле действуют все факторы, поэтому наблюдаемая функция $p(E_p E_n)$ имеет сложный вид. Ее нужно либо точно рассчитывать, либо определять экспериментально.

7.5. Метод кристаллического монохроматора

Рассмотрим процесс упругого рассеяния нейтрона на отдельном ядре. Как известно, волновая функция рассеянной частицы имеет вид расходящейся волны

$$\psi \sim \frac{f(\Theta)}{r} \exp(ikr), \quad (7.59)$$

где $f(\Theta)$ — амплитуда рассеяния, являющаяся функцией угла Θ между направлениями падающей и рассеянной частиц, зависящая от особенностей взаимодействия нейтрона с ядром; k — модуль волнового вектора нейтрона. Сечение упругого рассеяния в этом случае равно

$$\sigma = 2\pi \int_0^{\pi} |f(\Theta)|^2 \sin \Theta d\Theta. \quad (7.60)$$

Далее будем рассматривать нейтроны малых энергий, у которых длина волны де Бройля гораздо больше размеров ядра r_0 (иначе говоря, $kr_0 \ll 1$). Для них рассеяние является изотропным, т.е.

$$f(\Theta) = f_0 = \text{const}; \quad (7.61)$$

$$\sigma = 4\pi f_0^2. \quad (7.62)$$

Изучим теперь рассеяние нейтронов совокупностью ядер, расположенных в одной плоскости. Сложение амплитуд рассеяния, т.е. усиление эффекта рассеяния по сравнению с суммой сечений рассеяния на отдельных ядрах, будет происходить, если разность фаз волн, рассеянных различными ядрами, равна нулю или кратна 2π , или разность хода нулевая или кратна длине волны. Нулевая разность хода безусловно имеет место при зеркальном отражении, т.е. когда наблюдают рассеянный нейтрон под углом к плоскости, равным углу падения. При этом складываются амплитуды от всех ядер, расположенных в данной плоскости*. Легко видеть, что взаимное расположение ядер на плоскости здесь не играет роли, и можно абстрагироваться от их расположения, просто рассматривая зеркально отражающую плоскость.

Далее рассмотрим рассеяние несколькими плоскостями одновременно. Условие сложения амплитуд рассеяния с одинаковыми знаками здесь также сводится к тому, чтобы разность хода волн, отраженных от разных плоскостей, составляла целое число волн. Процесс отражения нейтронов аналогичен процессу отражения γ -квантов, и поэтому можно воспользоваться формулой (5.1) (см. также рис. 5.1).

Напомним связь между длиной волны де Бройля частицы массой m и ее энергией

$$\lambda = h/p = h/\sqrt{2mE},$$

где p — импульс, h — постоянная Планка, или

$$E = \frac{1}{2m} \left(\frac{h}{\lambda} \right)^2. \quad (7.63)$$

Подставляя сюда выражение (5.1), получаем

$$E = \frac{h^2}{8md^2} \frac{n^2}{\sin^2 \Theta}. \quad (7.63a)$$

Формула (7.63a) является основой для определения нейтронных спектров. Измеряя угловое распределение рассеянных нейтронов $\Phi_{\Theta}(\Theta)$, спектр энергий определяют путем пересчета по формуле**

$$\Phi_E(E) = \Phi_{\Theta}(\Theta) \frac{1}{|dE/d\Theta|}, \quad (7.64)$$

где в правую часть следует подставить значение угла, найденное из вы-

*В других направлениях усиление также возможно, но в нем участвует гораздо меньшее число ядер, и поэтому суммарная амплитуда рассеяния гораздо меньше, чем при зеркальном отражении.

**Индексы обозначают, к какой физической величине относится данное распределение.

ражения (7.63). Выкладки дают следующий результат:

$$\Phi_E(E) = \Phi_\Theta \left(\arcsin \sqrt{\frac{8md^2E}{h^2n^2}} \frac{1}{\sqrt{\frac{h^2n^2}{4md^2} - 2E}} \frac{1}{\sqrt{E}} \right). \quad (7.65)$$

Диапазон энергий нейтронов, доступный для анализа описанным методом, ограничен физическими пределами. Со стороны малых энергий (больших длин волн) ограничение связано с условием Вульфа-Брэгга. При $\lambda/2d > 1$ это условие не выполняется ни для каких углов и отражения не будет. При типичных постоянных решетки $d \sim 10^{-8}$ см отражение отсутствует при $E \leq 10^{-4}$ эВ. Со стороны больших энергий ограничение обусловлено включением неупругого рассеяния, которое происходит при энергиях, больших нескольких сот килоэлектрон-вольт.

Энергетическое разрешение кристаллических нейтронных спектрометров зависит от следующих процессов:

1) Как известно из физики волновых процессов, ширина дифракционного максимума $\Delta\Theta$ определяется количеством плоскостей N , от которых происходит отражение, а именно $\Delta\Theta/\Theta \sim 1/N$. Количество плоскостей зависит от сечения когерентного рассеяния и составляет приблизительно 10^4 . Следовательно, предельно достижимое разрешение кристаллического спектрометра нейтронов составляет примерно 10^{-4} .

2) Тепловые колебания решетки также нарушают когерентность рассеяния. Они вносят неопределенность в импульс рассеянного нейтрона, примерно равную импульсу фонона (кванта колебаний решетки), что, в свою очередь, приводит к уширению брэгговского угла рассеяния.

Очевидны следующие соотношения:

$$\Delta p/p \approx \Delta\lambda/\lambda = \Delta \sin \Theta / \sin \Theta = \Delta\Theta / \text{tg } \Theta,$$

поскольку $\Delta p = p_\Phi = \frac{\hbar\omega_\Phi}{c}$ (p_Φ и ω_Φ – импульс и частота фонона соответственно), то

$$\Delta\Theta = \frac{\hbar\omega_\Phi}{cp} \text{tg } \Theta = \frac{\hbar\omega_\Phi}{c} \frac{1}{\sqrt{2mE}} \text{tg } \Theta. \quad (7.66)$$

Далее это выражение должно быть усреднено по спектру фононов.

3) Разрешение ухудшается из-за наличия несовершенств структуры кристаллической решетки (междоузельные атомы, вакансии, примесные атомы, дислокации и т.д.). Вследствие их случайного расположения рассеяние нейтронов на этих факторах приводит к нарушению ко-