

дуктов реакции симметрично относительно угла 90° . Такой характер углового распределения является важнейшим выводом статистической модели. Формула (3.159) была получена в [72, 73] и широко используется для анализа экспериментов по ядерным реакциям при малых энергиях.

ГЛАВА 4

ОПТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И ДИФРАКЦИОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ

§ 4.1. Оптическая модель при низких энергиях

Поглощение нуклонов и комплексный оптический потенциал. Как показано в гл. 3, узкие резонансы, наблюдаемые при малых энергиях падающих частиц в сечениях рассеяния и реакций в экспериментах с высоким разрешением, связаны с отдельными уровнями составной системы, образующейся на промежуточной стадии. Эти узкие резонансы хорошо описываются теорией Бора, основанной на концепции составного ядра, специфические свойства которого отражают многочастичность системы. Если ширина энергетического разрешения превосходит среднее расстояние между отдельными уровнями составной системы или же составная система образуется в области квазинепрерывного спектра, теория составного ядра предсказывает монотонный рост сечений с увеличением массового числа A и падение их с увеличением энергии падающих частиц. Однако эксперименты, выполненные с плохим разрешением, привели к установлению в сечениях так называемых *гигантских резонансов* с характерными ширинами порядка $1\text{--}2 \text{ МэВ}$. Такое расхождение с предсказаниями теории обусловлено тем, что модель составного ядра основана на допущении о сильном поглощении, которое в действительности из-за влияния принципа Паули значительно ослаблено. Этим и объясняется ограниченность модели составного ядра, поскольку в ней полностью пренебрегается эффектами одночастичного движения, которые при слабом поглощении оказываются существенными. Широкие резонансы в сечениях были объяснены на основе *оптической модели*, предложенной в [78].

В оптической модели взаимодействие нуклона с ядром описывается одночастичным комплексным потенциалом, т. е. задача многих тел сводится к одночастичной задаче. Вещественная часть *оптического потенциала* характеризует усредненный потенциал ядра. Мнимая часть оптического потенциала учитывает связь рассеиваемого нуклона с внутренними степенями свободы ядра мишени, проявляющуюся в поглощении и приводящую к затуханию одночастичного движения. Гигантские максимумы в сечениях обусловлены одночастичными резонан-

¹ Впервые узкие резонансы, связанные с отдельными уровнями составного ядра (ширины таких резонансов составляют доли эВ), были обнаружены еще перед войной Ферми и другими экспериментаторами при исследовании поглощения нейтронов [75]. Широкие резонансы в сечениях упругого рассеяния и поглощения нейтронов в экспериментах с плохим разрешением были обнаружены значительно позже Баршаллом и др. [76, 77].

сами в комплексной потенциальной яме и соответствуют состояниям модели оболочек в непрерывном спектре.

Нетрудно установить связь между коэффициентом поглощения ядерного вещества и мнимой частью оптического потенциала. Коэффициент поглощения Σ равен обратной величине длины свободного пробега Λ и определяется сечением двухнуклонного взаимодействия σ и плотностью нуклонов внутри ядра ρ_0 :

$$\Sigma \equiv 1/\Lambda = \rho_0 \sigma.$$

Уравнение непрерывности, связывающее одночастичную плотность и поток вероятности ρ и \mathbf{j} , при наличии поглощения записывается в виде

$$\partial\rho/\partial t + \operatorname{div} \mathbf{j} + v\Sigma\rho = 0, \quad (4.1)$$

где v — скорость нуклона. Это же уравнение можно получить из зависящего от времени уравнения Шредингера, описывающего движение выделенного нуклона в усредненном поле ядра мишени,

$$i\hbar \frac{\partial\psi}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2\mu} \Delta + V \right) \psi. \quad (4.2)$$

Взаимодействие, приводящее к более сложным состояниям системы, уменьшает вероятность одночастичного состояния ψ . Приближенно такой распад одночастичного состояния описывается мнимой частью оптического потенциала V . Замечая, что $\rho = \psi\psi^*$ и $\mathbf{j} = \frac{i\hbar}{2\mu} (\psi\nabla\psi^* - \psi^*\nabla\psi)$, с помощью (4.2) находим уравнение непрерывности

$$\partial\rho/\partial t + \operatorname{div} \mathbf{j} - 2 \operatorname{Im} V\rho = 0. \quad (4.3)$$

Сопоставляя (4.3) с (4.1), получаем соотношение

$$\operatorname{Im} V = (-1/2)\hbar v \Sigma. \quad (4.4)$$

Мнимая часть оптического потенциала отрицательна и в общем случае зависит от энергии падающего нуклона.

Если в качестве σ взять сечение взаимодействия двух свободных нуклонов, то при энергии $E \approx 10$ МэВ имеем $\sigma \approx 0,5 \cdot 10^{-24}$ см² и, следовательно,

$$\Lambda \approx 2 \cdot 10^{-14} \text{ см}, \quad (4.5)$$

что значительно меньше радиуса ядра R (даже для легких ядер $R \approx \approx 4 \cdot 10^{-13}$ см). При меньших энергиях падающих частиц длина свободного пробега будет еще меньше. Условие $\Lambda \ll R$ означает, что ядро является почти непрозрачным (черным) по отношению к падающему нуклону. (Абсолютно черное ядро соответствует предельному случаю $\operatorname{Im} V \rightarrow -\infty$.) Для черного ядра сечения рассеяния и поглощения σ_e и σ_r равны друг другу и определяются площадью геометрического сечения ядра:

$$\sigma_e = \sigma_r = \pi R^2.$$

Однако экспериментальные данные не подтверждают таких простых зависимостей, что указывает на ограниченность модели черного ядра.

В отличие от модели черного ядра в оптической модели предполагается, что мнимая часть оптического потенциала не очень велика, т. е. ядро является достаточно прозрачным. Уже простейший выбор оптического потенциала в форме комплексной прямоугольной ямы

$$V(r) = \begin{cases} -V_0 - iW_0, & r < R; \\ 0, & r > R, \end{cases} \quad (4.6)$$

предложенный в [78], позволил объяснить экспериментальные данные Баршалла и др. [76, 77] по упругому рассеянию и поглощению нейтронов при малых энергиях. На рис. 4.1 приведены наблюдаемые (рис. 4.1, а) [76] и вычисленные (рис. 4.1, б) [78] полные нейтронные сечения в зависимости от энергии падающего нейтрона E и массового числа ядер A (выбирались следующие значения параметров: $V_0 = 42$ МэВ, $W_0 = 2,1$ МэВ и $R = 1,45 \cdot 10^{-13} A^{1/3}$ см). Как видно из сопоставления рис. 4.1, а с рис. 4.1, б, расчеты с помощью оптического потенциала хорошо воспроизводят наблюдаемые при малых энергиях нейтронов максимумы в полных сечениях, отвечающие значениям массовых чисел $A \sim 11, 55$ и 155 .

При больших энергиях падающих нейтронов для мнимой части оптического потенциала необходимо выбирать большие значения. Так, для нейтронов с энергиями порядка 10 МэВ наилучшее согласие достигается при $W_0 \approx 5 \div 6$ МэВ. Учитывая, что $W_0 \ll V_0$, для длины свободного пробега на основе квазиклассической оценки находим

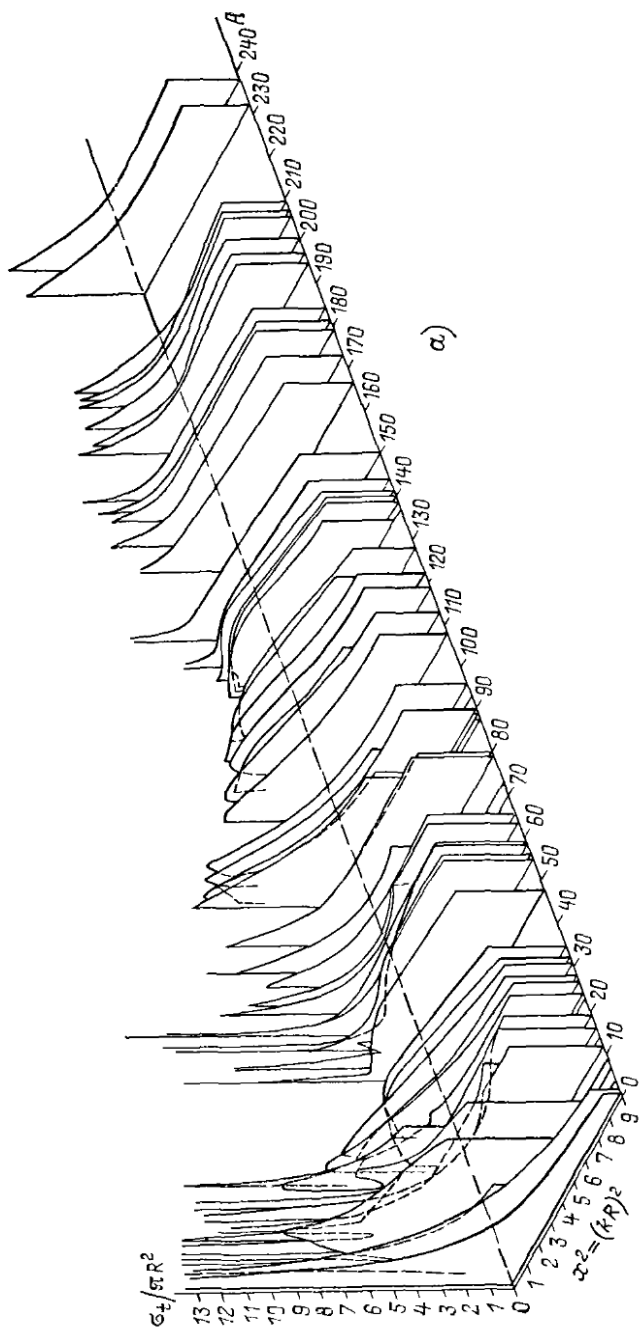
$$\Lambda = \frac{E}{W_0} \sqrt{1 + \frac{V_0}{E} \frac{1}{k}} \approx 1,2 \cdot 10^{-12} \text{ см.}$$

Сопоставляя это значение с (4.5), видим, что эффективное сечение взаимодействия со связанным в ядре нуклоном в 30 раз меньше сечения для свободных нуклонов. Такое уменьшение сечения для связанных нуклонов обусловлено влиянием принципа Паули, приводящего к ограничению числа допустимых конечных состояний, т. е. к уменьшению фазового объема.

Оптическая модель не учитывает резонансную зависимость сечений от энергии, связанную с квазидискретной структурой спектра составного ядра. В резонансной области оптическая модель дает картину взаимодействия, усредненную по интервалу энергий, содержащему большое число резонансов. При более высоких энергиях, отвечающих области квазинепрерывного спектра составного ядра, необходимость в такой процедуре усреднения отпадает. Оптическая модель хорошо описывает взаимодействие нуклонов с ядрами в широком интервале энергий от 0 до 100 МэВ¹.

Усреднение сечений по резонансам. При малых энергиях падающих частиц составное ядро характеризуется квазидискретным спектром, отдельным уровням которого отвечают узкие резонансы в сечениях. Если энергетический разброс пучка значительно больше, чем среднее

¹ Детальное обсуждение физического обоснования оптической модели содержится в обзорной работе И. С. Шапиро [79], а также в монографиях П. Э. Немировского [80] и Ходгсона [81].



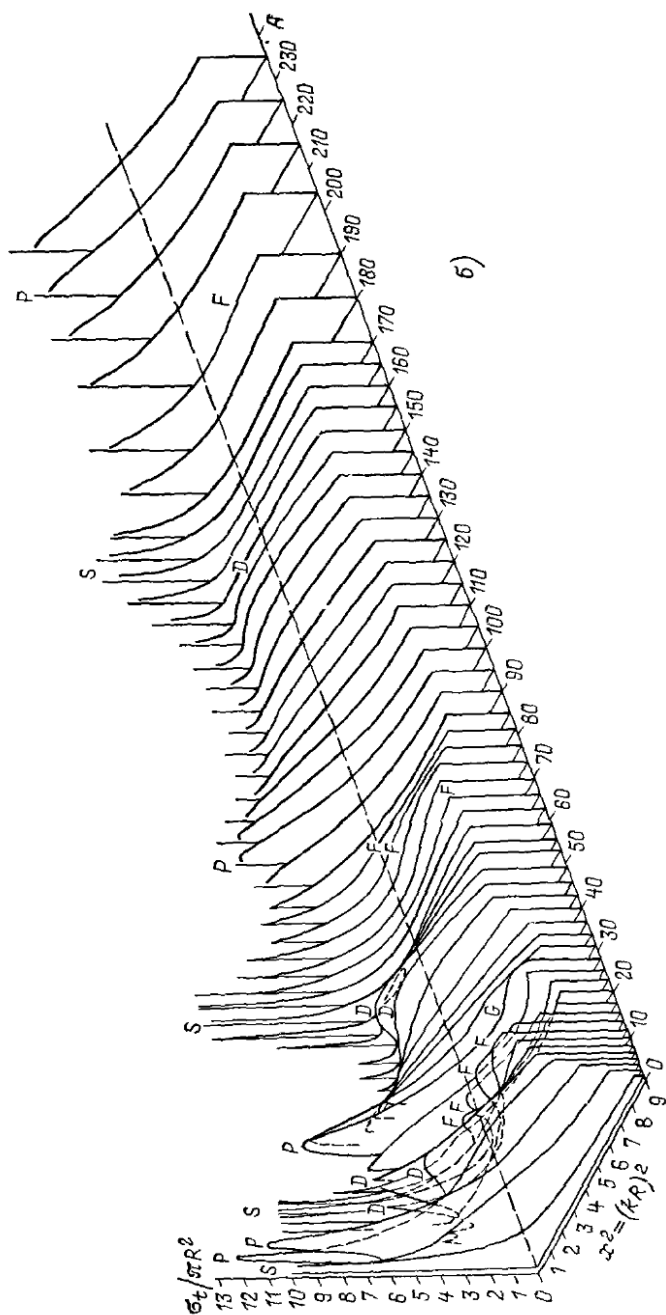


Рис. 4.1. Зависимость полных нейтронных сечений от энергии нейтрона E и массового числа ядер A

расстояние между уровнями, то наблюдаемые сечения плавно изменяются с изменением энергии и их можно описать с помощью оптической модели. Оптическая модель описывает сечения, усредненные по энергетическому интервалу, содержащему большое число резонансов, отвечающих отдельным уровням составного ядра [78].

Запишем асимптотическую волновую функцию, описывающую рассеяние частиц ядером:

$$\psi(r) \rightarrow \frac{i}{2kr} \sum_l (2l+1) \{ (-1)^l \exp(-ikr) - S_l \exp(ikr) \} P_l(\cos \vartheta) \quad (4.7)$$

(для простоты пренебрегаем спинами частицы и ядра). Парциальные сечения упругого рассеяния и реакций $\sigma_e^{(l)}$ и $\sigma_r^{(l)}$ непосредственно выражаются через диагональные матричные элементы S_l .

Эти матричные элементы S_l зависят от энергии падающей частицы и быстро изменяются, если энергия E проходит через резонансные значения. Резонансная зависимость от энергии S_l приводит к наличию резонансов в сечениях. При малых энергиях падающих частиц эти резонансы обнаруживаются в экспериментах с высоким энергетическим разрешением. Низкая разрешающая способность приводит к усреднению резонансной зависимости. При более высоких энергиях падающих частиц резонансы сближаются настолько плотно, что разрешить их становится трудно, и наблюдаются только сглаженные сечения. Отдельные резонансы характеризуют индивидуальные особенности ядер, в то же время можно ожидать, что усредненные зависимости являются более общими характеристиками ядерного вещества, и поэтому они плавно изменяются от ядра к ядру. Оптическая модель позволяет находить такие плавные усредненные характеристики.

Усредним резонансную S -функцию, входящую в (4.7), по энергетическому интервалу ΔE , содержащему большое число резонансов, отвечающих отдельным уровням составного ядра:

$$\bar{S}_l(E) = \frac{1}{\Delta E} \int_{E - \frac{1}{2} \Delta E}^{E + \frac{1}{2} \Delta E} dF S_l(E), \quad \Delta E \gg D \gg \Gamma. \quad (4.8)$$

Усредним также парциальные сечения упругого рассеяния $\sigma_e^{(l)}$ и реакций $\sigma_r^{(l)}$ и парциальное полное сечение $\sigma_t^{(l)}$:

$$\left. \begin{aligned} \overline{\sigma_e^{(l)}} &= \frac{\pi}{k^2} (2l+1) \overline{|1 - S_l|^2}; \\ \overline{\sigma_r^{(l)}} &= \frac{\pi}{k^2} (2l+1) (1 - \overline{|S_l|^2}); \\ \overline{\sigma_t^{(l)}} &= \overline{\sigma_e^{(l)}} + \overline{\sigma_r^{(l)}} = \frac{2\pi}{k^2} (2l+1) (1 - \text{Re} \overline{S_l}). \end{aligned} \right\} \quad (4.9)$$

Усредненное полное сечение $\overline{\sigma}_i^{(l)}$ зависит только от среднего значения матрицы рассеяния \overline{S}_l , в то время как средние сечения упругого рассеяния и реакций $\overline{\sigma}_e^{(l)}$ и $\overline{\sigma}_r^{(l)}$ зависят также от среднеквадратичного отклонения матрицы рассеяния:

$$|\overline{\delta S}_l|^2 \equiv |\overline{S}_l|^2 - |\overline{S}_l|^2.$$

Введем величину

$$\sigma_{il}^{(l)} \equiv \frac{\pi}{k^2} (2l+1) |\overline{\delta S}_l|^2, \quad (4.10)$$

которую обычно называют *флуктуационным сечением*, а также величину

$$\sigma_{se}^{(l)} \equiv \frac{\pi}{k^2} (2l+1) |1 - \overline{S}_l|^2, \quad (4.11)$$

называемую *сечением собственно упругого (shape elastic) рассеяния* [как будет показано далее, сечение $\sigma_{se}^{(l)}$ описывает процесс упругого рассеяния без образования составного ядра]. Тогда усредненные сечения $\overline{\sigma}_e^{(l)}$ и $\overline{\sigma}_r^{(l)}$ можно представить в виде

$$\left. \begin{aligned} \overline{\sigma}_e^{(l)} &= \sigma_{se}^{(l)} + \sigma_{il}^{(l)}; \\ \overline{\sigma}_r^{(l)} &= \frac{\pi}{k^2} (2l+1) (1 - |\overline{S}_l|^2) - \sigma_{il}^{(l)}. \end{aligned} \right\} \quad (4.12)$$

Сечение $\sigma_{il}^{(l)}$ заметно отличается от нуля при малых энергиях падающих частиц, с увеличением энергии падающих частиц $\sigma_{il}^{(l)}$ уменьшается и в области энергий, отвечающей квазинепрерывному спектру составного ядра, сечением $\sigma_{il}^{(l)}$ можно пренебречь.

Решая задачу о рассеянии с комплексным потенциалом V , можно рассчитать оптическую матрицу рассеяния S_l^0 , при помощи которой нетрудно найти сечение потенциального упругого рассеяния $\sigma_e^{0(l)}$, сечение поглощения $\sigma_a^{0(l)}$ и полное сечение $\sigma_t^{0(l)}$:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_e^{0(l)} &= \frac{\pi}{k^2} (2l+1) |1 - S_l^0|^2; \\ \sigma_a^{0(l)} &= \frac{\pi}{k^2} (2l+1) (1 - |S_l^0|^2); \\ \sigma_t^{0(l)} &= \sigma_e^{0(l)} + \sigma_a^{0(l)} = \frac{2\pi}{k^2} (2l+1) (1 - \text{Re } S_l^0). \end{aligned} \right\} \quad (4.13)$$

Очевидно, матрицу рассеяния S_l^0 , рассчитанную с помощью оптического потенциала, следует отождествить с *усредненной матрицей рассеяния* \overline{S}_l :

$$S_l^0 = \overline{S}_l. \quad (4.14)$$

Так как усредненное полное сечение выражается только через \overline{S}_l , то оптическая модель непосредственно позволяет рассчитать среднее значение полного сечения:

$$\sigma_l^{0(l)} = \overline{\sigma_l^{(l)}}. \quad (4.15)$$

Сечение упругого рассеяния σ_e^0 , рассчитываемое на основе оптической модели, совпадает с введенным ранее сечением σ_{se} :

$$\sigma_e^{0(l)} = \sigma_{se}^{(l)}. \quad (4.16)$$

Чтобы убедиться, что σ_e^0 действительно описывает упругое рассеяние без образования составного ядра, необходимо показать, что флуктуационное сечение σ_{fl} совпадает с усредненным значением сечения упругого рассеяния с образованием составного ядра σ_{ce} :

$$\sigma_{fl}^{(l)} = \overline{\sigma_{ce}^{(l)}}. \quad (4.17)$$

Поглощение в оптической модели соответствует всем неупругим процессам и процессу упругого рассеяния с образованием составного ядра, поэтому сечение поглощения σ_a^0 должно совпадать с усредненным сечением образования составного ядра $\overline{\sigma_c}$. В резонансной теории сечение образования составного ядра σ_c представляется в виде суммы сечения реакций σ_r и сечения упругого рассеяния, идущего с образованием составного ядра σ_{ce} :

$$\sigma_c = \sigma_r + \sigma_{ce}.$$

Используя (4.12), для усредненного значения сечения образования составного ядра, находим

$$\overline{\sigma_c^{(l)}} = \frac{\pi}{k^2} (2l+1) (1 - |\overline{S}_l|^2) - \sigma_{fl}^{(l)} + \overline{\sigma_{ce}^{(l)}}.$$

Видим, что действительно имеет место соотношение

$$\sigma_a^0 = \overline{\sigma_c}, \quad (4.18)$$

если выполняется условие (4.17).

При высоких энергиях падающих частиц, отвечающих области квазинепрерывного спектра составного ядра, сечение $\overline{\sigma_{ce}}$ обращается в нуль из-за наличия большого числа способов распада составной системы. Как уже отмечалось выше, сечение σ_{fl} в этой области энергий также обращается в нуль. При более низких энергиях падающих частиц, отвечающих области квазидискретного спектра составного ядра, σ_{fl} и $\overline{\sigma_{ce}}$ становятся отличными от нуля, однако между ними выполняется соотношение (4.17). Чтобы доказать справедливость равенства (4.17) в области малых энергий, воспользуемся резонансной теорией составного ядра и ограничимся для простоты предельным случаем хорошо разделенных резонансов ($\gamma \ll D$).

Согласно (2.127) матрица рассеяния в этом случае описывается выражением

$$S_l(E) \approx \exp 2i\zeta_l \left\{ 1 - \sum_{\lambda} \frac{i\gamma_n^{(\lambda)}}{E - E_{\lambda} + \frac{i}{2} \gamma^{(\lambda)}} \right\}, \quad \zeta_l \equiv -kR',$$

где при суммировании учитывается вклад отдельных уровней с фиксированным значением l . Предполагая, что в рассматриваемом интервале ΔE содержится достаточно большое число уровней, после усреднения находим

$$\bar{S}_l = \exp(-2ikR') \left\{ 1 - \pi \frac{\overline{\gamma_n^{(l)}}}{D_l} \right\}, \quad (4.19)$$

где $\gamma_n^{(l)}$ — среднее значение нейтронной ширины. Используя это значение усредненной матрицы рассеяния, для сечения поглощения находим

$$\sigma_a^{(l)} = \frac{2\pi^2}{k^2} (2l+1) \frac{\overline{\gamma_n^{(l)}}}{D_l}. \quad (4.20)$$

Теперь усредним по энергии выражение для сечения образования составного ядра (3.62), получим

$$\overline{\sigma_c^{(l)}} = \frac{2\pi^2}{k^2} (2l+1) \frac{\overline{\gamma_n^{(l)}}}{D_l}. \quad (4.21)$$

Сопоставляя (4.20) и (4.21), видим, что действительно соотношение (4.18) выполняется, а следовательно, выполняется и (4.17).

Усредненное сечение упругого рассеяния с образованием составного ядра $\overline{\sigma_{ce}}$ и усредненное сечение реакций $\overline{\sigma_r}$ описываются формулами

$$\overline{\sigma_{ce}^{(l)}} = \frac{2\pi^2}{k^2} (2l+1) \frac{(\overline{\gamma_n^{(l)}})^2}{\overline{\gamma^{(l)}} D_l};$$

$$\overline{\sigma_r^{(l)}} = \frac{2\pi^2}{k} (2l+1) \frac{\overline{\gamma_n^{(l)}} (\overline{\gamma^{(l)}} - \overline{\gamma_n^{(l)}})}{\overline{\gamma^{(l)}} D_l},$$

где $\overline{\gamma^{(l)}}$ — усредненное значение полной ширины.

Оптическая модель позволяет рассчитывать сечения $\sigma_e^0 = \sigma_{se}$ и $\sigma_a^0 = \overline{\sigma_c}$. В то же время на опыте непосредственно изменяются усредненные сечения $\overline{\sigma_e}$ и $\overline{\sigma_r}$. Согласно (4.11) и (4.12) имеют место соотношения

$$\left. \begin{aligned} \sigma_e^0 &= \overline{\sigma_e} - \overline{\sigma_{ce}}; \\ \sigma_a^0 &= \overline{\sigma_r} + \overline{\sigma_{ce}}; \end{aligned} \right\} \quad (4.22)$$

т. е. сечение собственного упругого рассеяния представляет собой разность между измеряемым усредненным сечением упругого рассеяния и усредненным сечением упругого рассеяния с образованием составного

го ядра, а сечение поглощения — сумму измеряемого усредненного сечения реакций и усредненного сечения упругого рассеяния с образованием составного ядра. Поэтому, если нельзя оценить сечение упругого рассеяния с образованием составного ядра, провести прямое сравнение между результатами оптической модели и экспериментом невозможно. Эта трудность отсутствует при достаточно больших энергиях падающих частиц, отвечающих области квазинепрерывного спектра составного ядра. В этом случае $|\delta S|^2 \rightarrow 0$ и $\bar{\sigma}_{ce} \rightarrow 0$, следовательно, результаты оптической модели непосредственно сопоставляются с данными эксперимента.

Отметим, что сечение собственно упругого рассеяния $\bar{\sigma}_{se}$, так же как и усредненное сечение образования составного ядра $\bar{\sigma}_c$, не зависит от полной ширины $\bar{\gamma}$, т. е. от свойств других каналов. Поэтому экспериментальное изучение нейтронных резонансов (γ_n и D) дает возможность непосредственно определить $\bar{\sigma}_c$, т. е. σ_a^0 .

Собственно упругое рассеяние. Различие между *собственно упругим рассеянием* и упругим рассеянием с образованием составного ядра наглядно проявляется при рассмотрении временного развития процесса. Падающий пучок частиц будем описывать волновым пакетом $\psi(t)$, ширина которого определяется энергетическим разбросом частиц. Пусть волновой пакет в момент времени $t = 0$ сталкивается с ядром, выберем форму пакета в виде

$$\psi(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dE' \psi_{E'} \exp\left(-\frac{i}{\hbar} E' t\right); \quad \psi_{E'} = \frac{\Delta}{(E-E')^2 + \frac{\Delta^2}{4}} \psi_0,$$

т. е.

$$\psi(t) = \psi_0 \exp\left(-\frac{i}{\hbar} Et - \frac{\Delta}{2\hbar} t\right), \quad (4.23)$$

где E — средняя энергия; Δ — ширина пакета (амплитуда пакета слабо изменяется в энергетическом интервале Δ). Время локализации пакета $\tau \sim \hbar/\Delta$. Путем выбора достаточно большого Δ величину τ можно сделать очень малой.

Временная зависимость рассеянного пакета определяется энергетической зависимостью матрицы рассеяния

$$\psi'(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dE' S_l(E') \psi_{E'} \exp\left(-\frac{i}{\hbar} E' t\right).$$

Выделим в матрице рассеяния флуктуационную часть

$$S_l = \bar{S}_l + \delta S_l. \quad (4.24)$$

Собственно упругое рассеяние определяется усредненным значением матрицы рассеяния \bar{S}_l . Поскольку \bar{S}_l одно и то же для всех энергий, входящих в пакет, то рассеянная волна, отвечающая первому слагаемому в (4.24), имеет ту же форму, что и падающая, т. е. испускается без задержки.

Флуктуационная часть матрицы рассеяния δS_l характеризуется резонансной зависимостью от энергии, поэтому временная зависимость рассеянной волны, связанной с δS_l , будет существенно отличной от падающей. Учитывая резонансную зависимость δS_l , для части рассеянного пакета, связанной с δS_l , находим

$$\psi'(t) \approx -\frac{\gamma_n^{(\lambda)}}{\hbar} \psi_{E'=E_\lambda} \exp\left(-\frac{i}{\hbar} E_\lambda t - \frac{\gamma^{(\lambda)}}{2\hbar} t\right). \quad (4.25)$$

Время задержки частицы в области взаимодействия определяется шириной резонанса $\gamma^{(\lambda)}$:

$$\tau^{(\lambda)} \approx \hbar/\gamma^{(\lambda)}.$$

Так как $\Delta \gg \gamma^{(\lambda)}$, то $\tau^{(\lambda)} \gg \hbar/\Delta$. Таким образом, рассеянная волна, связанная с δS_l , испускается по прошествии времени $\tau^{(\lambda)}$, характеризующего распад составного ядра, при этом интерференция с собственным упругим рассеянием отсутствует. В оптической модели упругое рассеяние с образованием составного ядра включается в поглощение. Оптическая модель описывает упругое рассеяние, связанное только с усредненной матрицей рассеяния \bar{S} .

Силовая функция. Как уже отмечалось выше, важнейшей отличительной особенностью экспериментов по рассеянию нейтронов малых энергий с плохим разрешением является обнаружение гиганстских резонансов в сечениях. Эти резонансы наблюдаются в сечениях поглощения и полных сечениях взаимодействия. Гигантские резонансы хорошо описываются с помощью оптической модели, которая позволяет рассчитывать усредненные по энергии диагональные элементы матрицы рассеяния.

Оптическая модель основана на введении комплексного потенциала, дающего одноканальное описание взаимодействия (рассматривается единственный канал упругого рассеяния, уход частиц из этого канала учитывается мнимой частью потенциала). Переходы между различными каналами в оптической модели не рассматриваются, поэтому определяемая на основе оптической модели матрица рассеяния является диагональной.

Согласно (4.21) усредненное сечение образования составного ядра $\bar{\sigma}_c$ выражается через отношение средней нейтронной ширины к среднему расстоянию между уровнями составного ядра:

$$\bar{\sigma}_c^{(l)} = \frac{2\pi^2}{k^2} (2l+1) \frac{\overline{\gamma_n^{(l)}}}{D_l}. \quad (4.26)$$

В оптической модели это сечение отождествляется с сечением поглощения $\sigma_a^{0(l)}$ и может быть выражено через коэффициент проницаемости, рассчитываемый с помощью усредненной матрицы рассеяния $T_l^0 = 1 - |S_l^0|^2$:

$$\sigma_a^{0(l)} = \frac{\pi}{k^2} (2l+1) T_l^0. \quad (4.27)$$

Сопоставляя (4.26) с (4.27), находим

$$2\pi\gamma_n^{(l)}/D_l = T_l^0. \quad (4.28)$$

Качественно правильную картину о поведении коэффициентов T_l^0 получим из упрощенного расчета с комплексным прямоугольным потенциалом (4.6). Запишем решение в области $0 < r \leq R$ для $l = 0$:

$$u_0(r) = C \sin(K + iK')r, \quad (4.29)$$

где

$$(K + iK')^2 = \frac{2\mu}{\hbar^2} (E + V_0 + iW_0).$$

Логарифмическая производная от (4.29) на границе $r = R$

$$f_l^0(E) = (K + iK')R \operatorname{ctg}(K + iK')R, \quad (4.30)$$

а производные в случае больших значений l можно найти с помощью рекуррентного соотношения

$$f_l^0(E) = \frac{(K + iK')^2 R^2}{l - f_{l-1}^0(E)} - l. \quad (4.31)$$

Коэффициент проницаемости $T_l^0(E)$ выражается через вещественную и мнимую части $f_l^0(E)$ согласно соотношению

$$T_l^0(E) = \frac{-4s_l \operatorname{Im} f_l^0}{(\operatorname{Re} f_l^0 - \Delta_l)^2 + (\operatorname{Im} f_l^0 - s_l)^2}. \quad (4.32)$$

Величина $T_l^0(E)$ как функция энергии испытывает осцилляции, период которых определяется из условия

$$KR \approx \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi,$$

где n — целое число ($W_0 \ll V_0$). Коэффициент проницаемости достигает максимальных значений вблизи одночастичных уровней энергии, величины которых порядка нескольких мегаэлектрон-вольт. При малых энергиях нейтрона ($E \ll V_0$) длина волны в ядре определяется глубиной потенциала V_0 , поэтому резонансы будут проявляться в зависимости от величины радиуса R , т. е. массового числа A :

$$\frac{\sqrt{2\mu V_0}}{\hbar} R = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi. \quad (4.33)$$

Рассмотрим подробнее поведение коэффициента проницаемости вблизи его максимума. Предполагая, что энергия падающего нейтрона достаточно мала ($kR \ll 1$), можно ограничиться рассмотрением случая $l = 0$. При $W_0 \ll V_0$ одночастичные уровни энергии E_p определяются из условия

$$f_0^0(E) \equiv KR \operatorname{ctg} KR = 0. \quad (4.34)$$

Если энергия E близка к резонансному значению E_p , то приближенно имеем

$$f_0^*(E) \approx \frac{df_0^*(E)}{dE} \bigg|_{\substack{E=E_p \\ W_0=0}} (E - E_p + iW_0); \quad \frac{df_0^*(E)}{dE} \bigg|_{\substack{E=E_p \\ W_0=0}} = -\frac{\mu R^2}{\hbar^2},$$

и, следовательно,

$$T_0^*(E) = 4 \frac{\hbar^2 k}{\mu R} \frac{W_0}{(E - E_p)^2 + W_0^2}. \quad (4.35)$$

Отсюда видно, что ширина максимума $T_0^*(E)$ непосредственно связана с мнимой частью потенциала. Обычно под *силовой функцией* подразумевают величину

$$\frac{\overline{V_n^I}}{D_I} \frac{1}{2s_I} = \frac{\overline{\theta_{In}^2}}{D_I}. \quad (4.36)$$

Используя (4.28) и (4.35), силовую функцию для s -волны получаем в виде

$$\frac{\overline{\theta_n^2}}{D} = \frac{\hbar^2}{\pi \mu R^2} \frac{W_0}{(E - E_p)^2 + W_0^2}, \quad (4.37)$$

т. е. силовая функция вблизи максимума имеет форму лоренцовой кривой. Формула (4.37) справедлива, если расстояние между одночастичными уровнями значительно больше W_0 .

Силовая функция позволяет наглядно выявить различие между одночастичным и многочастичным подходами при описании ядра [82]. Если бы оболочечная, или оптическая, модель полностью описывала ядро, то между нуклонами отсутствовала бы корреляция и все состояния ядра были бы одночастичными. В действительности из-за наличия остаточного взаимодействия между нуклонами (не учитываемого при одночастичном описании) истинные состояния ядра не являются одночастичными. Однако так как *одночастичные состояния* образуют полный набор, то любое истинное состояние можно разложить по одночастичным состояниям. Обозначим собственные радиальные функции для одночастичных состояний в определенном канале α так:

$$\varphi_p(r_\alpha) = u^{(p)}(r_\alpha)/r_\alpha,$$

тогда истинное состояние в том же канале $\varphi_{\lambda\alpha}(r_\alpha)$ можно представить в виде ряда

$$\varphi_{\lambda\alpha}(r_\alpha) = \sum_p c_{\alpha p}^\lambda \varphi_p(r_\alpha). \quad (4.38)$$

Используя это разложение и вводя амплитуду *одночастичной приведенной ширины*

$$\theta_{p\alpha} \equiv \sqrt{\frac{\hbar^2}{2\mu_\alpha R_\alpha}} u^{(p)}(R_\alpha),$$

находим

$$\theta_{\lambda\alpha} = \sum_p c_{\alpha p}^\lambda \theta_{p\alpha}. \quad (4.39)$$

Очевидно, состояние φ_p может иметь заметный вес только для таких состояний φ_λ , энергии которых E_λ достаточно близки к энергии состояния φ_p , т. е. к одночастичному уровню E_p . Это означает, что в сумме (4.39) по существу можно ограничиться учетом только одного слагаемого

$$\theta_{\lambda\alpha} \approx c_{\alpha p}^\lambda \theta_{p\alpha}$$

(такое соотношение справедливо только при E_λ , близких к E_p). Используя это приближенное равенство, находим связь между ширинами:

$$\gamma_{\lambda\alpha} \approx (c_{\alpha p}^\lambda)^2 \gamma_{p\alpha}. \quad (4.40)$$

Так как истинные состояния φ_λ образуют полный набор, то $\sum_\lambda (c_{\alpha p}^\lambda)^2 = 1$, и, следовательно,

$$\gamma_{p\alpha} = \sum_\lambda \gamma_{\lambda\alpha} \quad (4.41)$$

(суммирование распространяется по состояниям составного ядра, расположенным в окрестности одночастичного уровня E_p). Итак, ширина одночастичного состояния $\gamma_{p\alpha}$ распределяется по большому числу уровней истинных состояний, сумма ширин которых равна одночастичной ширине (рис. 4.2, на нем схематически представлены силовая функция и ширины истинных состояний). Ширина уровня, соответствующего истинному состоянию (т. е. состоянию составного ядра) $\gamma_{\lambda\alpha}$, значительно меньше ширины одночастичного состояния $\gamma_{p\alpha}$.

Согласно (4.37) ширина энергетического распределения силовой функции (т. е. одночастичная ширина) зависит от остаточного взаимодействия (последнее учитывается мнимой частью оптического потенциала). Если бы остаточное взаимодействие отсутствовало, то никакого распределения не было бы совсем; наоборот, если бы

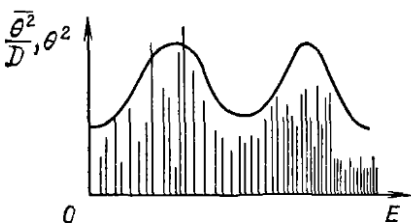


Рис. 4.2. Схематическая зависимость силовой функции от энергии и приведенные ширины для состояний составного ядра

взаимодействие было очень сильным, то одночастичное состояние распределилось бы по очень большому числу истинных состояний и одночастичная картина не имела бы места. На самом деле остаточное взаимодействие не настолько сильное, чтобы полностью сгладить одночастичную картину. Не смешивая различные одночастичные состояния, это взаимодействие тем не менее распределяет одночастичную ширину по состояниям составного ядра в энергетическом интервале, содержащем большее число таких состояний, однако малом по сравнению с расстоянием между соседними одночастичными уровнями [82]. Этим и объясняется, почему в экспериментах, выполняемых на пучках с большим разбросом по энергии, проявляются черты одночастичных состояний.

Экспериментальные данные хорошо согласуются с предсказаниями оптической модели. В области низких энергий, где резонансы (связанные с уровнями составного ядра) разделяются, силовую функцию можно найти путем измерения ширин отдельных резонансов и расстояний между ними и соответствующего усреднения указанных величин. При более высоких энергиях непосредственно измеряют полное сечение (3.102) и по коэффициенту при $1/k$ определяют силовую функцию.

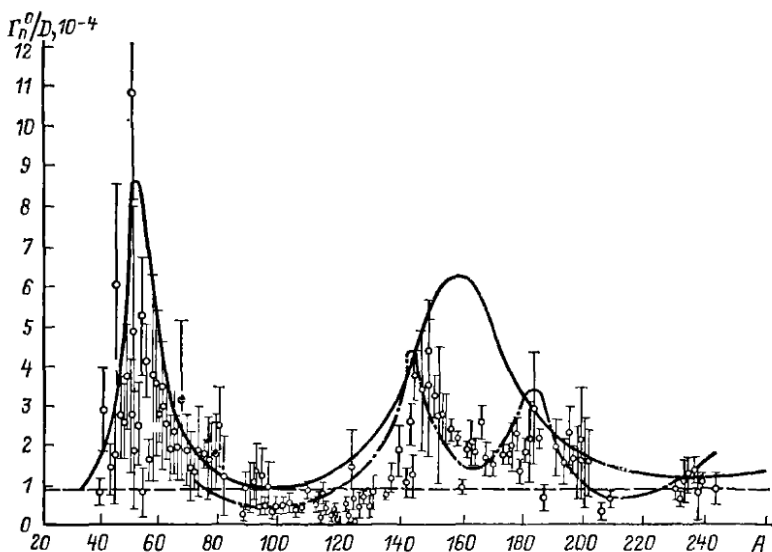


Рис. 4.3. Зависимость нейтронной силовой функции от массового числа A . Сплошная кривая соответствует сферическому потенциалу с размытым краем при следующих значениях параметров: $V=52$ МэВ, $W=3,1$ МэВ, $R=(1,15 \cdot A^{1/3} + 0,4) \cdot 10^{-13}$ см и $a=0,52 \cdot 10^{-13}$ см [83], штрих-пунктирная — сферическому потенциалу [84]

Резонансы, предсказываемые оптической моделью, наглядно проявляются в зависимости силовой функции от A при малых энергиях падающих нейтронов. Согласно (4.33) максимумы силовой функции соответствуют значениям массовых чисел $A = 11, 55$ и 155 . На рис. 4.3 приведена s -волновая силовая функция для нейтрона в зависимости от массового числа A . Сплошная кривая соответствует результатам расчетов на основе оптической модели для потенциала с размытым краем [83], пунктирная — модели черного ядра при $k = 1,58 \cdot 10^{13}$ см $^{-1}$. Положения наблюдаемых резонансов соответствуют (4.33), хотя рассчитанные значения силовой функции вблизи $A \approx 155$ значительно превышают наблюдаемые. Это расхождение обусловлено деформацией ядер в указанной области массовых чисел и связано с расщеплением резонанса на две компоненты, так как сферические ядра характеризуются двумя радиусами, соответственно приводящими к двум резонансам [84].

Из экспериментов по рассеянию нейтронов при малых энергиях можно также определить длину рассеяния R' и сравнить ее значение с рассчитанным на основе оптической модели. Для черного ядра R' совпадает с радиусом ядра R . На рис. 4.4 экспериментальные резуль-

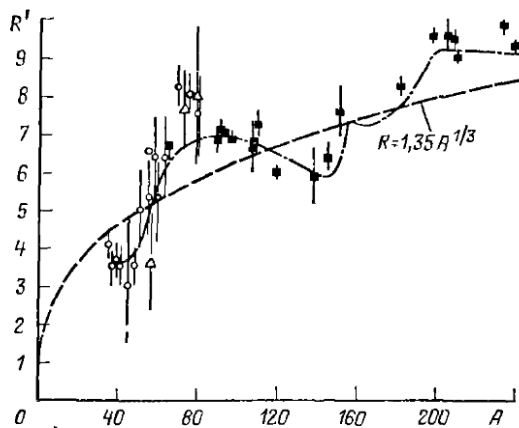


Рис. 4.4. Зависимость длины рассеяния R' для нейтронов от массового числа A . Штрихпунктирная кривая соответствует потенциалу с $V=42$ МэВ, $W=3,4$ МэВ, $R=1,35 \cdot A \cdot 10^{-13}$ см и $a=0,6 \cdot 10^{-13}$ см

таты сравниваются с рассчитанными на основе оптической модели [85].

Отклонение от линии $1,35 \cdot A^{1/3} \cdot 10^{-13}$ см свидетельствует о значительной роли эффекта прозрачности ядер.

Задачи

1. Найти среднее значение полного сечения для *фильтрованных нейтронов*, т. е. нейтронов, проходящих через фильтр из того же вещества, что и рассеиватель [86].

Предположим, что энергетическое распределение рассеиваемого пучка нейтронов $\mathcal{F}_0(E, E')$ характеризуется шириной Δ , которая значительно превышает среднее расстояние D между уровнями составного ядра $\Delta \gg D$. Выберем форму энергетического распределения пучка в виде

$$\mathcal{F}_0(E, E') = \frac{I_0}{\pi} \frac{\Delta}{(E - E')^2 + \Delta^2}, \quad (4.42)$$

где I_0 — полная интенсивность. Из-за резонансной зависимости от энергии полного сечения $\sigma_t(E)$ интенсивность фильтрованного пучка нейтронов $\mathcal{F}_\Phi(E, E')$ существенно изменяется в пределах интервала Δ :

$$\mathcal{F}_\Phi(E, E') = \mathcal{F}_0(E, E') \exp[-nb\sigma_t(E')], \quad (4.43)$$

где n — число ядер вещества в единице объема; b — толщина фильтра.

Средние значения полных сечений для нефильтрованных и фильтрованных нейтронов определяются соотношениями

$$\overline{\sigma_t(E)} = \int dE' \sigma_t(E') \mathcal{F}_0(E, E') / \int dE' \mathcal{F}_0(E, E'); \quad (4.44)$$

$$\overline{\sigma_t^\Phi(E)} = \int dE' \sigma_t(E') \mathcal{F}_\Phi(E, E') / \int dE' \mathcal{F}_\Phi(E, E'). \quad (4.45)$$

Разность между сечениями (4.44) и (4.45) отлична от нуля вследствие резонансной зависимости сечения $\sigma_t(E)$ от энергии. Естественно, эта разность содержит информацию о свойствах самих резонансов. Определим эту разность для тонких фильтров, когда для всех энергий в интервале усреднения Δ выполняется равенство

$$nb\sigma_t(E) \ll 1.$$

Раскладывая экспоненту в (4.43) в ряд, для разности сечений нефльтрованных и фильтрованных нейтронов получаем

$$\bar{\sigma}_t - \bar{\sigma}_t^\Phi = nb \{ \bar{\sigma}_t^2 - (\bar{\sigma}_t)^2 \}, \quad (4.46)$$

т. е. в этом случае разность полных сечений для нефльтрованных и фильтрованных нейтронов определяется квадратичной корреляционной функцией флуктуаций полного сечения.

Полное сечение σ_t выражается через матрицу столкновений согласно

$$\sigma_t = \frac{2\pi}{k^2} \sum_l \{ 2l+1 - (l+1) \operatorname{Re} S_l^{l+1/2} - l \operatorname{Re} S_l^{l-1/2} \}. \quad (4.47)$$

Предполагая, что уровни составного ядра с различными значениями момента и четности образуют независимые системы, можно независимо усреднять произведения элементов матрицы столкновений, относящиеся к различным парциальным состояниям:

$$\overline{S_l^i S_{l'}^{i'*}} = \overline{S_l^i} \overline{S_{l'}^{i'*}} \quad (l_j \neq l' \quad i'), \quad \overline{S_l^i S_l^{i'*}} \neq \overline{S_l^i} \overline{S_l^{i'*}}. \quad (4.48)$$

Рассматривая для простоты случай бесспиновых ядер, в результате непосредственного расчета получаем

$$\bar{\sigma}_t - \bar{\sigma}_t^\Phi = \frac{2\pi^2}{k^4} nb \sum_l \left\{ (l+1)^2 \left| \overline{\delta S_l^{l+\frac{1}{2}}} \right|^2 + l^2 \left| \overline{\delta S_l^{l-\frac{1}{2}}} \right|^2 \right\}, \quad (4.49)$$

где

$$\left| \overline{\delta S_l^i} \right|^2 \equiv \overline{|S_l^i|^2} - \left| \overline{S_l^i} \right|^2. \quad (4.50)$$

Следовательно, разность средних значений полных сечений для нефльтрованных и фильтрованных нейтронов определяется квадратичными корреляционными функциями для флуктуаций диагональных элементов матрицы столкновений так же, как и сечение упругого рассеяния с образованием составного ядра σ_{ce} . В преенебрежении спинами нейтронов (4.49) упрощается:

$$\bar{\sigma}_t - \bar{\sigma}_t^\Phi = \frac{2\pi^2}{k^4} nb \sum_l (2l+1)^2 \overline{|\delta S_l|^2}. \quad (4.51)$$

2. Найти среднее значение дифференциального сечения упругого рассеяния для фильтрованных нейтронов.

Определяя средние значения дифференциальных сечений упругого рассеяния для нефльтрованных и фильтрованных нейтронов по аналогии с (4.44) и (4.45), в случае тонких фильтров имеем

$$\overline{\sigma_e(\vartheta)} - \overline{\sigma_e^\Phi(\vartheta)} = nb \{ \overline{\sigma_e} \overline{\sigma_e(\vartheta)} - \overline{\sigma_e \sigma_e(\vartheta)} \}. \quad (4.52)$$

Ограничиваясь рассмотрением рассеяния бесспиновых частиц, с помощью соотношений (4.48) находим

$$\begin{aligned} \overline{\sigma_e(\vartheta)} - \overline{\sigma_e^\Phi(\vartheta)} &= \frac{\pi}{2k^4} nb \left\{ \sum_l (2l+1)^3 |\overline{\delta S_l}|^2 - \right. \\ &- \operatorname{Re} (\overline{|S_l|^2 S_l} - \overline{|S_l|^2 S_l}) |P_l^2(\cos \vartheta) + \sum_{l \neq l'} (2l+1)^2 (2l'+1) |\overline{\delta S_l}|^2 (1 - \operatorname{Re} \overline{S_l}) \times \\ &\left. \times P_l(\cos \vartheta) P_{l'}(\cos \vartheta) \right\}. \end{aligned} \quad (4.53)$$

Первое слагаемое в этом выражении симметрично относительно угла 90° , второе слагаемое убывает с ростом угла рассеяния и приводит к нарушению симметрии. Таким образом, разность дифференциальных сечений (4.53) несимметрична относительно угла 90° и имеет максимум для рассеяния вперед. Согласно (4.10) и (4.17) $|\overline{\delta S_l}|^2$ определяет сечение упругого рассеяния с образованием составного ядра, поэтому асимметрию в рассеянии можно рассматривать как следствие интерференции между собственно упругим рассеянием и рассеянием с образованием составного ядра [86].

§ 4.2. Комплексный оптический потенциал

Форма оптического потенциала. Оптическая модель сводит задачу о рассеянии нуклона на многочастичной системе — ядре к более простой задаче о рассеянии нуклона в поле *комплексного оптического потенциала*, который феноменологически подбирается таким образом, чтобы достигнуть наилучшего согласия с экспериментально измеряемыми величинами. Формально задача сводится к нахождению решения уравнения Шредингера с выбранным оптическим потенциалом $V(r)$:

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \Delta + V(r) - E \right\} \psi(r) = 0, \quad (4.54)$$

которое должно иметь определенную асимптотическую форму. В простейшем случае сферически симметричного ядра и в пренебрежении спинами оптический потенциал выбирается в виде

$$V(r) = -Vf(r) - iWg(r), \quad (4.55)$$

где параметры V и W характеризуют глубины вещественной и мнимой частей потенциала, а функции $f(r)$ и $g(r)$ — их радиальные зависимости¹.

Радиальная зависимость вещественной части оптического потенциала приближенно совпадает с радиальной зависимостью распределения плотности в ядре. Обычно функцию $f(r)$ выбирают в форме, предложенной Вудсом и Саксоном:

$$f(r) = \frac{1}{1 + \exp[(r-R)/a]}, \quad (4.56)$$

¹ В первых работах [78] использовался оптический потенциал в виде прямоугольной ямы, однако в дальнейшем оказалось, что хорошее согласие достигается только для потенциалов с размытым краем. Оптическая модель с плавно спадающим потенциалом была впервые рассмотрена для протонов Вудсом и Саксоном [87] и для нейтронов П. Э. Немировским [88].

где a — диффузность, характеризующая скорость спадания потенциала; R — радиус оптического потенциала. Диффузность оптического потенциала a приблизительно совпадает с диффузностью распределения заряда в ядре (около 0,6 фм), в то время как радиус R из-за конечности радиуса нуклон-нуклонного взаимодействия больше зарядового радиуса ядра примерно на 1 фм.

Иногда вместо потенциала Вудса—Саксона используют оптический потенциал с конечным радиусом. Например, в [89] использован потенциал, спадающий по кубической параболы:

$$f(r) = \begin{cases} 1, & r \leq R-d; \\ 1 + \frac{(r-R-2d)(r-R+d)^2}{4d^3}, & R-d \leq r \leq R+d; \\ 0, & r \geq R+d, \end{cases} \quad (4.57)$$

где d — скорость спадания потенциала. Из-за обращения потенциала в нуль при $r \geq R+d$ (вместо экспоненциального убывания в случае потенциала Вудса—Саксона) сильно упрощается процедура численного решения уравнения Шредингера.

Радиальную зависимость мнимой части оптического потенциала часто выбирают в таком же виде, как и для вещественной части:

$$g(r) = f(r) \quad (4.58)$$

(в этом случае говорят об *объемном поглощении*). Однако такой выбор приводит к завышенным значениям сечения σ_a^0 в случае тяжелых ядер. Чтобы устранить это расхождение, вводят *поверхностное поглощение*, т. е. предполагают, что мнимая часть оптического потенциала отлична от нуля только вблизи граничной поверхности ядра [90]. В случае поверхностного поглощения радиальную зависимость $g(r)$ обычно выбирают в виде гауссовой функции:

$$g(r) = \exp \left[-\frac{(r-R)^2}{b^2} \right], \quad (4.59)$$

где b — параметр, характеризующий ширину области поглощения. Итак, при объемном поглощении оптический потенциал (4.55) имеет четыре параметра, а при поверхностном поглощении — пять.

Иногда мнимую часть оптического потенциала выбирают в виде суммы объемного и поверхностного потенциалов, при этом, чтобы уменьшить число независимых параметров, радиальную зависимость поверхностного потенциала выбирают в виде производной от функции, характеризующей радиальную зависимость вещественной части потенциала. Таким образом, мнимую часть оптического потенциала в (4.55) полагают равной

$$Wg(r) \equiv W'f(r) + 4aW''df(r)/dr, \quad (4.60)$$

где W' и W'' — соответственно глубины объемного и поверхностного потенциалов. (Радиус мнимой части потенциалов R_I выбирают иногда отличным от радиуса вещественной части R .)

Для того чтобы можно было сравнивать с опытом результаты, получаемые при использовании определенного набора параметров оптического потенциала, необходимо рассчитать фазы рассеяния. Используя в (4.54) разложение по парциальным волнам, для радиальных функций u_l получаем систему уравнений

$$\frac{d^2 u_l}{dr^2} + \left\{ \frac{2\mu}{\hbar^2} (E - V(r)) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right\} u_l = 0. \quad (4.61)$$

Так как потенциал $V(r)$ комплексный, то решение уравнения (4.61) имеет вещественную и мнимую составляющие. Во внутренней области решение можно получить путем численного интегрирования уравнения (4.61). Начальные значения величин при малых r нетрудно найти путем разложения в ряд по степеням r . Затем последовательно проводится численное интегрирование до расстояний, на которых оптическим потенциалом можно пренебречь. Во внешней области решение выражается через матрицу S_l или же фазу рассеяния δ_l : $S_l = \exp(2i\delta_l)$. Из условий сшивки волновой функции и ее производных на границе матрица S_l , а следовательно, и фаза рассеяния δ_l непосредственно выражаются через значение логарифмической производной внутренней волновой функции. Поскольку потенциал $V(r)$ комплексный, то фазы рассеяния δ_l также комплексны:

$$\delta_l = \sigma'_l + i\delta''_l. \quad (4.62)$$

Взаимодействие проявляется только в состояниях $l < l_{\text{макс}}$, где $l_{\text{макс}} \sim kR$, и, следовательно, отличны от нуля только соответствующие фазы δ_l . Для нахождения этих фаз необходимо численно проинтегрировать систему уравнений (4.61) с $l \leq l_{\text{макс}}$. Заметим, что с увеличением энергии падающих частиц число фаз (а следовательно, и число уравнений, которые необходимо численно интегрировать) возрастает.

Если падающая частица заряжена, то при решении уравнения (4.61) надо учитывать кроме ядерного также и кулоновское взаимодействие. Расчеты показывают, что рассеяние не очень чувствительно к характеру распределения заряда в ядре. Поэтому обычно кулоновский потенциал выбирают таким же, как и для однородно заряженной сферы:

$$V_C(r) = \begin{cases} \frac{Ze^2}{2R} \left(3 - \frac{r^2}{R^2} \right), & r \leq R_C; \\ \frac{Ze^2}{r}, & r \geq R_C, \end{cases} \quad (4.63)$$

где R_C — кулоновский радиус; Z — заряд ядра.

Параметры оптического потенциала. Учет спин-орбитального взаимодействия. Параметры оптического потенциала подбирают так, чтобы наилучшим образом согласовывались расчетные и экспериментальные значения для дифференциального сечения упругого рассеяния $\sigma_e^0(\theta)$ и полного сечения поглощения σ_a^0 . Обычно метод наилучшего подбора сводится к тому, чтобы, задав определенные значения пара-

метров, рассчитать фазы рассеяния и сечения и сравнить их с экспериментальными. Затем, изменяя один или несколько параметров, расчеты повторяют. Конечная цель таких расчетов заключается в том, чтобы путем систематического изменения значений параметров добиться наилучшего согласия. Следует отметить, что из данных по рассеянию и сечениям поглощения однозначно определить значения параметров V и R невозможно (все результаты оказываются зависящими от VR^2).

Изменение оптического потенциала от ядра к ядру в основном определяется зависимостью радиуса R от массового числа A . Из анализа экспериментальных данных следует, что

$$R = r_0 A^{1/3}. \quad (4.64)$$

Параметр диффузности a , а также параметр b в случае поверхностного поглощения не зависят от A . Вследствие избытка нейтронов в ядрах оптические потенциалы для нейтронов и протонов несколько различаются. Глубина вещественной части потенциала различна для нейтронов и протонов и зависит от избытка нейтронов:

$$V = V_0 \pm (N - Z)V_1/A, \quad (4.65)$$

где знак плюс соответствует протонам, а минус — нейтронам. Это различие непосредственно связано с энергией симметрии; отношение V_1/V_0 — порядка 0,3. Значения V_1 , полученные из данных по рассеянию и энергиям связи ядер, хорошо согласуются между собой.

Если падающая частица имеет спин, то в оптическом потенциале необходимо учитывать также *спин-орбитальное взаимодействие*. Не трудно убедиться, что спин-орбитальный оптический потенциал должен быть поверхностным. Действительно, в той области, где плотность постоянна, единственным выделенным направлением является направление импульса частицы, а из вектора импульса и спина нельзя составить скалярную комбинацию. В то же время в поверхностной области имеется добавочный вектор градиента плотности. Спин-орбитальный оптический потенциал выбирают (так же как и одночастичный оболочечный потенциал) по аналогии с *томазовским спин-орбитальным потенциалом*:

$$V_s(r) = V_s r_{0s}^2 \frac{1}{r} \frac{df_s(r)}{dr} \mathbf{l} \mathbf{s}, \quad (4.66)$$

где \mathbf{l} и $\mathbf{s} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma}$ — орбитальный и спиновый моменты частицы соответственно; V_s — величина спин-орбитального потенциала ($V_s > 0$, иногда в спин-орбитальный потенциал включают мнимую добавку) и $f_s(r)$ — функция, описывающая радиальную зависимость вещественной части оптического потенциала, но с радиусом R_s , который иногда выбирается отличным от R : $R_s = r_{0s} A^{1/3}$. Множитель r_{0s}^2 введен в (4.66) из формальных соображений для придания V_s размерности энергии. С учетом спин-орбитального взаимодействия оптический по-

тенциал представляется в виде суммы центрального (4.55) и спин-орбитального потенциалов (4.66):

$$V(r) = -Vf(r) - iWg(r) + V_s r_0^2 \frac{1}{r} \frac{df_s(r)}{dr} \mathbf{1}s. \quad (4.67)$$

В широкой области энергий (вплоть до 100 МэВ) экспериментальные данные хорошо согласуются с допущением, что V_s — вещественная величина и $R_s = R$. Таким образом, по сравнению с центральным потенциалом (4.55) оптический потенциал с учетом спин-орбитального взаимодействия (4.67) описывается одним добавочным параметром. Наилучшее значение спин-орбитального потенциала

$$V_s = 17 \text{ МэВ } (r_{0s} = r_0). \quad (4.68)$$

Оптический потенциал с учетом спин-орбитального взаимодействия является нецентральной потенциалом, поэтому фазы рассеяния зависят не только от l , но и от значения полного момента j . Так как спин нуклона равен $1/2$, то при заданном значении l полный момент j может принимать два значения: $j = l - 1/2$ и $j = l + 1/2$. Поэтому для каждого значения l имеем две различные комплексные фазы рассеяния: $\delta_{l-1/2}$ и $\delta_{l+1/2}$. С учетом спин-орбитального взаимодействия амплитуда рассеяния является двухрядной матрицей:

$$f^0 | \vartheta \rangle - g^0(\vartheta) + h^0(\vartheta) \mathbf{n}\sigma, \quad (4.69)$$

где \mathbf{n} — единичный вектор нормали к плоскости рассеяния, а центральная и спиновая части амплитуды $g^0(\vartheta)$ и $h^0(\vartheta)$ выражаются через комплексные фазы рассеяния $\delta_{l-1/2}$ и $\delta_{l+1/2}$ согласно (1.170) и (1.171). Дифференциальное сечение упругого рассеяния $\sigma_e^0(\vartheta)$ для неполяризованных падающих частиц определяется суммой квадратов модулей амплитуд $g^0(\vartheta)$ и $h^0(\vartheta)$. Поляризация частиц при рассеянии $P^0(\vartheta)$, возникающая в результате спин-орбитального взаимодействия, описывается формулами (1.173). Приведем также явные выражения для полных сечений упругого рассеяния и поглощения:

$$\sigma_e^0 = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} \{ l [(1 - \exp(-2\delta_{l-1/2}''))^2 + 4 \sin^2 \delta_{l-1/2}' \exp(-2\delta_{l-1/2}'')] + \\ + (l+1) [(1 - \exp(-2\delta_{l+1/2}''))^2 + 4 \sin^2 \delta_{l+1/2}' \exp(-2\delta_{l+1/2}'')] \}; \quad (4.70)$$

$$\sigma_a^0 = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} \{ l (1 - \exp(-4\delta_{l-1/2}'')) + \\ + (l+1) (1 - \exp(-4\delta_{l+1/2}'')) \}. \quad (4.71)$$

Ее наименьшими проявлениями спин-орбитального взаимодействия нуклонов с ядрами являются возникновение поляризации нуклонов при рассеянии и увеличение относительной интенсивности при рассеянии на большие углы — порядка 90° .

Параметры оптического потенциала определяются на основе анализа экспериментальных данных по взаимодействию нейтронов и протонов с различными ядрами при различных энергиях. Обычно исполь-

зуются экспериментальные данные о величине и угловой зависимости дифференциального сечения упругого рассеяния $\sigma_e^0(\theta)$, величине и угловой зависимости поляризации $P^0(\theta)$ и полных сечениях реакции σ_a^0 . Вплоть до энергий порядка 50 МэВ экспериментальные данные хорошо согласуются с допущением о поверхностном поглощении, при больших энергиях падающих частиц лучшее согласие с экспериментом достигается для потенциала с объемным поглощением. При этом геометрические параметры потенциала (радиус R и диффузность a и b) оказываются не зависящими от энергии, в то же время динамические параметры (глубины вещественной и мнимой частей потенциала V и W) изменяются с изменением энергии.

Для потенциала с поверхностным поглощением наилучшие значения параметров радиуса и диффузности таковы:

$$\left. \begin{aligned} r_0 &= 1,25 \cdot 10^{-13} \text{ см}; \\ a &= 0,65 \cdot 10^{-13} \text{ см}; \\ \left\{ \begin{aligned} b &= 0,98 \cdot 10^{-13} \text{ см для нейтронов}; \\ &= 1,20 \cdot 10^{-13} \text{ см для протонов.} \end{aligned} \right. \end{aligned} \right\} \quad (4.72)$$

Глубина вещественной части оптического потенциала плавно уменьшается с увеличением энергии. Это уменьшение хорошо аппроксимируется формулой

$$V \approx 52,5 - 0,6E, \quad (4.73)$$

где V и E измеряются в мегаэлектрон-вольтах. Глубина мнимой части оптического потенциала, наоборот, монотонно увеличивается с ростом энергии падающих нуклонов. Такое увеличение можно объяснить, если учесть, что с ростом энергии падающих нуклонов уменьшается роль принципа Паули в ограничении числа возможных состояний сталкивающихся частиц (падающего и внутриядерного нуклонов). В случае поверхностного поглощения зависимость мнимой части потенциала от энергии описывается эмпирической формулой

$$W \approx 2,5 + 0,3E. \quad (4.73')$$

Если предположить, что поглощение является чисто объемным и $g(r) = f(r)$, то наилучшие значения параметра радиуса r_0 и диффузности a совпадают со значениями (4.72), а энергетические зависимости глубин вещественной и мнимой частей потенциала описываются приближенными формулами

$$\left. \begin{aligned} V &\approx 52 - 0,3E; \\ W &\approx 3,3 + 0,1E. \end{aligned} \right\} \quad (4.74)$$

Величина W растет с энергией от нескольких мегаэлектрон-вольт при самых низких энергиях примерно до 10 МэВ при энергии $E \approx 100$ МэВ. (Заметим, что значения V и W , так же как и энергетические зависимости этих величин, различаются для потенциалов с поверхностным и объемным поглощением.)

Вводимые таким образом комплексные оптические потенциалы описывают свойства ядер во всем интервале массовых чисел $A > 20$ и характеризуют усредненные оптические свойства ядерного вещества. Иногда для достижения хорошего согласования угловых зависимостей дифференциального сечения рассеяния и поляризации параметры потенциала подбирают наилучшим образом для каждого ядра отдельно. Однако такие индивидуальные оптические потенциалы не имеют глубокого физического смысла, хотя и параметризуют наилучшим образом наблюдаемые экспериментально значения для отдельных ядер.

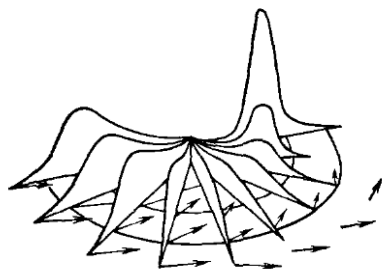


Рис. 4.5. Значения $\text{div } j$ для α -частиц с энергией 18 МэВ в зависимости от расстояния до центра ядра и направления по отношению к падающему пучку. Стрелками показано направление плотности потока вероятности j

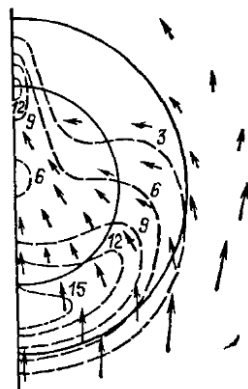
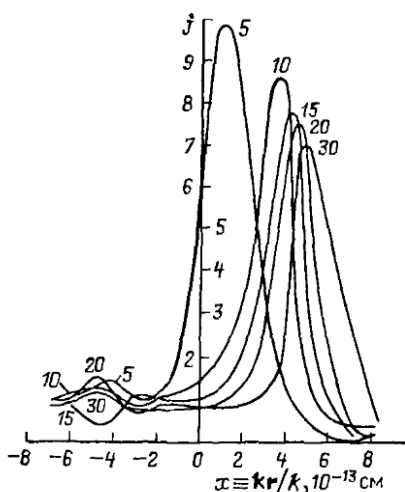


Рис. 4. 6. Пространственная картина поглощения α -частиц внутри ядра в плане. Штриховые линии соответствуют точкам с одинаковыми значениями $\text{div } j$; стрелки изображают величину и направление j

Пространственное распределение интенсивности поглощения частиц внутри ядра. В случае объемного поглощения мнимая часть потенциала достигает наибольшего значения в центральной части ядра и убывает с удалением от центра. Однако отсюда еще не следует, что поглощение нуклонов также сосредоточено в центральной части ядра. Это связано с тем, что поглощение частиц в данной точке определяется дивергенцией плотности потока, которая согласно (4.3) пропорциональна не только мнимой части потенциала $V(r)$, но и плотности частиц $|\psi(r)|^2$. На рис. 4.5 представлены значения дивергенции плотности потока в различных точках ядра, рассчитанные на основе оптической модели с объемным поглощением при рассеянии α -частиц с энергией 18 МэВ на ядрах Ag [91]. Высоты точек на диаграмме равны значениям $|\text{div } j|$, а стрелки изображают направление плотности тока j . В расчетах использован потенциал Вудса—Саксона. Внутренняя окружность на рис. 4.5 соответствует потенциалу, равному $0,9V$, внешняя — $0,1V$. Как видно из рис. 4.5, поглощение неравномерно распределено по ядру, хотя сам поглощающий потенциал мало изменяется в центральной части. Характерно наличие большого максимума поглощения в направлении падающего пучка вблизи края ядра, противоположно-

Рис. 4.7. Радиальное распределение плотности потока внутри ядра в зависимости от энергии нейтрона. Возле кривых указаны значения энергии нейтрона; использован потенциал Вудса-Саксона с параметрами $V=45$ МэВ, $W=8$ МэВ, $R=5,7 \cdot 10^{-13}$ см, $a=0,58 \cdot 10^{-13}$ см



го краю, обращенному к пучку падающих частиц. В этом максимуме поглощается около 15–20% всех поглощаемых ядром частиц. На рис. 4.6 пространственная картина поглощения показана в плане. Пунктирные линии изображают линии равных высот, т. е. линии, вдоль которых дивергенция плотности потока постоянна. Возникновение переднего максимума поглощения имеет простое физическое объяснение. Из-за преломляющего действия вещественной части потенциала ядро по отношению к падающим частицам действует как линза, фокус которой лежит на оси непосредственно на краю ядра. Наличием такого фокуса и объясняется максимум поглощения, поскольку в фокусе плотность частиц максимальна. На рис. 4.7 показано изменение пространственного распределения поглощения с изменением энергии падающей частицы.

Сопоставление результатов расчетов на основе оптической модели с экспериментальными данными. Несмотря на определенную неоднозначность в выборе параметров, введение оптического потенциала позволяет согласовать на основе единого описания огромное число экспериментальных данных по рассеянию и поглощению нейтронов и протонов почти на всех ядрах (за исключением самых легких) в широком интервале энергий. На рис. 4.8 и рис. 4.9 представлены полные сечения σ_t и σ_a для нейтронов с энергиями 14 и 26 МэВ в зависимости от массового числа A (кривые соответствуют расчетам по оптической модели с поверхностным поглощением). Как видно из рисунков, имеет место превосходное согласие между рассчитанными и эксперимен-

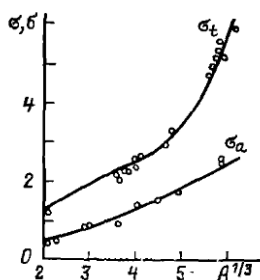
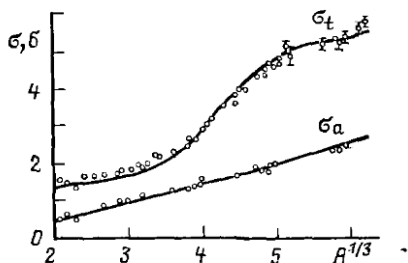


Рис. 4.8. Зависимость нейтронных сечений σ_t и σ_a от массового числа при энергии 14 МэВ

Рис. 4.9. Зависимость нейтронных сечений σ_t и σ_a от массового числа при энергии 26 МэВ

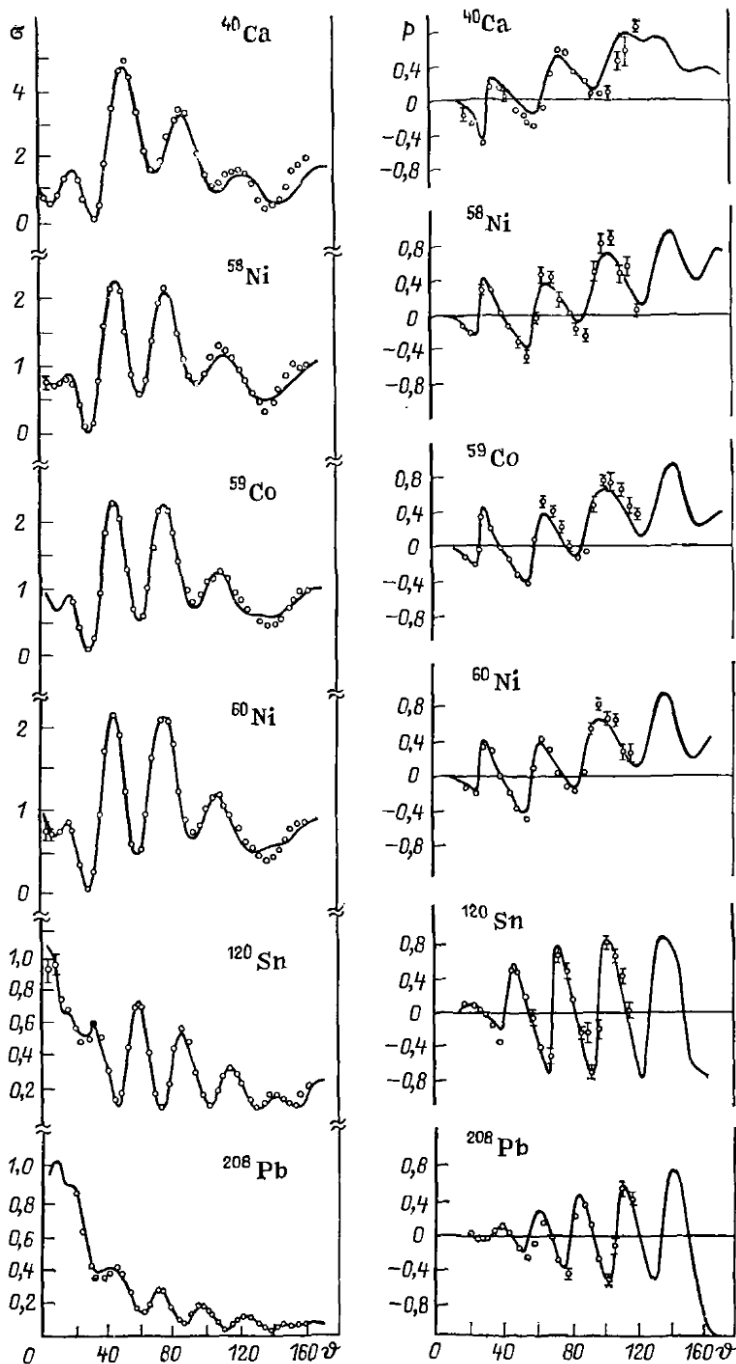


Рис. 4.10. Угловая зависимость дифференциальных сечений и поляризаций при рассеянии протонов на различных ядрах и экспериментальные данные

Таблица 4.1

^{40}Ca	^{58}Ni	^{59}Co	^{60}Ni	^{120}Sn	^{240}Pb
915 ± 38 941	1038 ± 32 1117	1169 ± 39 1162	1053 ± 51 1174	1638 ± 68 1604	1865 ± 98 1838

тальными значениями в интервале значений A от 8 до 200. На рис. 4.10 приведены экспериментальные угловые распределения и угловая зависимость поляризации при рассеянии протонов с энергией 30 МэВ на ядрах ^{40}Ca , ^{58}Ni , ^{59}Co , ^{60}Ni , ^{120}Sn и ^{240}Pb и кривые, рассчитанные на основе оптической модели [92]. В табл. 4.1 приведены экспериментальные и теоретические значения полных сечений поглощения протонов в миллибарнах (10^{-27} см²) с той же энергией и на тех же ядрах. В расчетах дифференциальных сечений, поляризаций и полных сечений поглощения использован комплексный оптический потенциал Вудса—Саксона (4.55)—(4.56) с объемным и поверхностным поглощением (4.60) с учетом спин-орбитального взаимодействия (4.66). Кулоновский потенциал выбирался для равномерно заряженной сферы (4.63) с радиусом, равным радиусу вещественной части оптического потенциала R . Предполагалось, что параметры диффузности одинаковы для всех частей потенциала и для всех ядер, а зависимости радиусов различных частей потенциала R , R_I и R_s от массового числа A описываются простым законом

$$R = r_0 A^{1/3} \text{ и т. д.}$$

Наилучшее согласие достигнуто при следующих значениях параметров: $r_0 = 1,20 \cdot 10^{-13}$ см; $r_{0I} = 1,25 \cdot 10^{-13}$ см; $r_{0s} = 1,10 \cdot 10^{-13}$ см; $a = 0,7 \cdot 10^{-13}$ см. Параметры глубины потенциалов подбирались путем наилучшего согласования с экспериментальными данными для каждого ядра в отдельности. Значения этих параметров в мегаэлектрон-вольтах приведены в табл. 4.2.

Если предположить, что поглощение происходит только на поверхности ($W' = 0$), то согласие результатов расчета с экспериментальными данными практически не нарушается. Предположение о чисто

Таблица 4.2

Параметр	^{40}Ca	^{58}Ni	^{59}Co	^{60}Ni	^{120}Sn	^{240}Pb
V	46,1	47,0	47,5	47,6	51,1	53,4
W'	0,40	3,4	2,8	2,8	1,2	4,0
W''	5,96	4,4	5,7	5,5	8,7	7,6
V_s	20,1	14,8	19,5	18,2	20,2	17,2

объемном характере поглощения ($W'' = 0$) приводит к значительному ухудшению согласия теории с экспериментом. Как видно из рис. 4.10, расчеты на основе оптической модели позволяют воспроизвести все основные угловые зависимости дифференциальных сечений и поляризации.

Оптическая модель позволяет описывать также рассеяние и поглощение на ядрах сложных частиц, как дейтроны, α -частицы и тяжелые ионы. Однако параметры оптических потенциалов, описывающих рассеяние сложных частиц, существенно отличаются от параметров оптического потенциала для нуклонов.

Вычисления, основанные на использовании комплексного оптического потенциала, эффективны, если энергия падающих частиц не очень велика. Действительно, для нахождения фаз рассеяния необходимо численное интегрирование дифференциальных уравнений для парциальных радиальных функций. А так как с увеличением энергии число парциальных составляющих, вносящих вклад в рассеяние, возрастает, а следовательно, возрастает и число уравнений, требующих численного решения, то проведение расчетов оказывается не эффективным. Однако если длина волны мала по сравнению с размерами области взаимодействия, применимым оказывается *дифракционное приближение*.

Задачи

1. Показать, что зависимость оптического потенциала от энергии можно учесть, если перейти к *нелокальному потенциалу*, параметры которого не зависят от энергии.

Переход от локального потенциала $V(\mathbf{r})$ к нелокальному потенциалу $V(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ означает, что в уравнении Шредингера, описывающем взаимодействие, проводится замена

$$V(\mathbf{r})\psi(\mathbf{r}) \rightarrow \int d\mathbf{r}' V(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\psi(\mathbf{r}') \quad (4.75)$$

т. е. при нелокальном взаимодействии энергия частицы в точке \mathbf{r} зависит не только от \mathbf{r} , но и от волновой функции во всем пространстве. Само уравнение Шредингера в случае нелокального взаимодействия является интегродифференциальным уравнением:

$$\left(\frac{\hbar^2}{2\mu} \Delta + E\right)\psi(\mathbf{r}) = \int d\mathbf{r}' V(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\psi(\mathbf{r}'). \quad (4.76)$$

Так как взаимодействие должно быть эрмитовым, то потенциал $V(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ симметричен относительно \mathbf{r} и \mathbf{r}' . Обычно нелокальный потенциал выбирают в сепаративном виде:

$$V(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = U\left(\frac{\mathbf{r} + \mathbf{r}'}{2}\right) H(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (4.77)$$

Если нелокальность не очень велика, то существенна область значений \mathbf{r}' вблизи точки \mathbf{r} . Поэтому функцию $H(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ удобно выбрать в виде нормированного гауссiana:

$$H(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = \frac{1}{\pi^{3/2} b^3} \exp\left\{-\frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')^2}{b^2}\right\}, \quad (4.78)$$

где b является мерой нелокальности потенциала. При $b \rightarrow 0$ функция (4.78) сводится к δ -функции, и мы переходим к локальному взаимодействию с потенциалом $U(\mathbf{r})$.

Введем безразмерную относительную координату ξ согласно

$$\mathbf{r} - \mathbf{r}' = b\xi,$$

тогда

$$\int d\mathbf{r}' V(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \psi(\mathbf{r}') = \int d\xi \frac{e^{-\xi^2}}{\pi^{3/2}} U\left(\mathbf{r} - \frac{b}{2} \xi\right) \psi(\mathbf{r} - b\xi).$$

Воспользовавшись операторной формой записи разложения в ряд, это выражение представим в виде

$$\int d\mathbf{r}' V(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \psi(\mathbf{r}') = \int d\xi \frac{e^{-\xi^2}}{\pi^{3/2}} \exp\left\{-b\xi\left(\nabla + \frac{1}{2} \nabla'\right)\right\} U(\mathbf{r}') \psi(\mathbf{r}) \Big|_{\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}}. \quad (4.79)$$

Выполнив формально интегрирование в (4.79), нелокальное уравнение Шредингера (4.76) перепишем в операторном виде:

$$\left(\frac{\hbar^2}{2\mu} \Delta + E\right) \psi(\mathbf{r}) = \exp\left\{\frac{b^2}{4}\left(\nabla - \frac{1}{2} \nabla'\right)^2\right\} U(\mathbf{r}') \psi(\mathbf{r}) \Big|_{\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}}. \quad (4.80)$$

Если потенциал $U(\mathbf{r}')$ слабо изменяется внутри ядра, то действием оператора ∇' можно пренебречь; это эквивалентно пренебрежению эффектами, обусловленными диффузным краем потенциала. В результате уравнение (4.80) примет вид

$$\left(\frac{\hbar^2}{2\mu} \Delta + E\right) \psi(\mathbf{r}) = U(\mathbf{r}) \exp\left(\frac{b^2}{4} \Delta\right) \psi(\mathbf{r}), \quad (4.81)$$

и его можно сравнить с уравнением для локального потенциала $V(\mathbf{r})$:

$$\left(\frac{\hbar^2}{2\mu} \Delta + E\right) \psi(\mathbf{r}) = V(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}). \quad (4.82)$$

Предполагая, что $V(\mathbf{r})$ также мало изменяется внутри ядра, и выражая в правой части (4.81) действие оператора Δ на функцию $\psi(\mathbf{r})$ с помощью (4.82), уравнение (4.81) запишем в виде

$$\left(\frac{\hbar^2}{2\mu} \Delta + E\right) \psi(\mathbf{r}) = U(\mathbf{r}) \exp\left\{-\frac{\mu b^2}{2\hbar^2} (E - V(\mathbf{r}))\right\} \psi(\mathbf{r}). \quad (4.83)$$

Сравнивая это уравнение с (4.82), нетрудно установить связь между эквивалентными локальным и нелокальным потенциалами $V(\mathbf{r})$ и $U(\mathbf{r})$ [93]:

$$V(\mathbf{r}) = U(\mathbf{r}) \exp\left\{-\frac{\mu b^2}{2\hbar^2} (E - V(\mathbf{r}))\right\}. \quad (4.84)$$

Это соотношение можно использовать для нахождения локального потенциала, приводящего к результатам, близким к результатам точного решения нелокального уравнения (4.76). В то время как нелокальный потенциал не зависит от энергии, соответствующий локальный потенциал согласно (4.84) оказывается зависящим от энергии.

2. Найти общий вид потенциала для тензорного спин-орбитального взаимодействия в случае рассеяния частицы со спином 1 на бесспиновом ядре.

Если рассеиваемая частица обладает спином 1/2, то возможна только векторная спин-орбитальная связь, когда потенциал взаимодействия зависит от скалярного произведения вектора спина \mathbf{s} и орбитального момента \mathbf{l} . Для рассеяния частиц с большими спинами наряду с векторной возможна также тензорная спин-орбитальная связь. Для нахождения возможных типов связи заметим, что потенциал должен быть инвариантным относительно вращения системы координат и относительно пространственных отражений, а также удовлетворять требованиям инвариантности по отношению к обращению времени.

Вследствие инвариантности взаимодействия относительно вращения системы координат потенциал в общем случае представим в виде суммы, отдельные слагаемые которой пропорциональны скалярным произведениям сферических

тензоров различного ранга $k = 0, 1, 2, \dots$. Один из тензоров S_{kq} ($q = -k, -k+1, \dots, k$) выражается через вектор спина \mathbf{s} , а второй R_{kq} — через радиус-вектор \mathbf{r} , вектор импульса \mathbf{p} и орбитальный момент \mathbf{l} . Случай произведения сферических тензоров ранга $k = 0$ соответствует центральному взаимодействию, случай скалярного произведения сферических тензоров ранга $k = 1$ — векторному спин-орбитальному взаимодействию, случай скалярного произведения сферических тензоров ранга $k = 2$ — тензорному взаимодействию. Для частиц со спином 1 возможны три типа тензорной связи [94]. Действительно, спиновый сферический тензор ранга 2 выражается через сферические компоненты вектора

спина s_μ ($s_0 = s_z, s_{\pm 1} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}}(s_x \pm is_y)$) согласно

$$S_{2q}(\mathbf{s}, \mathbf{s}) = \sum_{\mu\mu'} (1\mu 1\mu' | 2q) s_\mu s_{\mu'}, \quad (4.85)$$

Аналогично строятся сферические тензоры из векторов $\mathbf{n} = \mathbf{r}, \mathbf{p}$ и \mathbf{l} :

$$R_{2q}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \sum_{\mu\mu'} (1\mu 1\mu' | 2q) a_\mu b_{\mu'}; \quad (4.86)$$

В силу требования инвариантности взаимодействия относительно пространственных отражений и обращения времени в потенциал могут входить только сферические тензоры $R_{2q}(\mathbf{n}, \mathbf{n})$, $R_{2q}(\mathbf{p}, \mathbf{p})$ и $R_{2q}(\mathbf{l}, \mathbf{l})$. Скалярное произведение двух сферических тензоров второго ранга выражается через декартовы компоненты составляющих векторов:

$$\sum_q (-1)^q Q_{2q}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) Q_{2, -q}(\mathbf{a}', \mathbf{b}') = (\mathbf{a}\mathbf{a}')(\mathbf{b}\mathbf{b}') - \frac{1}{2} [\mathbf{a}\mathbf{b}][\mathbf{a}'\mathbf{b}'] - \frac{1}{3} (\mathbf{a}\mathbf{b})(\mathbf{a}'\mathbf{b}'). \quad (4.87)$$

Таким образом, возможными оказываются три типа тензорной связи:

$$\left. \begin{aligned} T_r &= \frac{(\mathbf{sr})^2}{r^2} - \frac{2}{3}; \\ T_p &= (\mathbf{sp})^2 - \frac{2}{3} p^2; \\ T_l &= (\mathbf{ls})^2 + \frac{1}{2} \mathbf{ls} - \frac{2}{3} l^2. \end{aligned} \right\} \quad (4.88)$$

Следовательно, для частицы со спином 1 тензорное спин-орбитальное взаимодействие описывается потенциалом вида

$$V_r = V_1(r) T_r + V_2(r) T_p + V_3(r) T_l, \quad (4.89)$$

где V_1, V_2 и V_3 — функции, зависящие только от относительного расстояния r .

§ 4.3. Дифракционное рассеяние нуклонов ядрами

Дифракционное приближение. Описание взаимодействия нуклонов с ядрами в рамках оптической модели существенно упрощается при больших энергиях, когда длина волны падающей частицы мала по сравнению с размерами ядра. В этом случае точное волновое описание можно заменить приближением геометрической оптики и вместо решения задачи о рассеянии нуклона в поле комплексного потенциала рассмотреть более простую задачу о дифракции нуклонной волны на ядре, которое феноменологически характеризуется определенными формой, размерами и оптическими свойствами (показателем преломления и коэффициентом поглощения). В принципе задание оптических свойств

ядра эквивалентно введению комплексного потенциала (показатель преломления связан с глубиной вещественной части потенциала, коэффициент поглощения — мнимой части), однако малость длины волны по сравнению с характерными размерами позволяет использовать приближенное описание, получившее название дифракционного приближения. Для того чтобы связать оптические параметры ядра (показатель преломления и коэффициент поглощения) с величинами, определяемыми из опытов по рассеянию нуклонов, необходимо решить задачу о дифракции нуклонной волны на ядре с заданными оптическими свойствами и геометрическими размерами. Решение такой задачи можно получить с помощью метода, основанного на аналогии с *оптическим принципом Гюйгенса*.

Рассмотрим суть дифракционного приближения на примере столкновения двух частиц, взаимодействие между которыми характеризуется конечным радиусом действия. Если длина волны относительного движения сталкивающихся частиц мала по сравнению с характерными размерами области, в которой проявляется взаимодействие, то взаимодействие между частицами носит дифракционный характер. Дифференциальное сечение рассеяния в этом случае характеризуется резко выраженным максимумом при малых углах, ширина которого определяется отношением длины волны к размерам области взаимодействия. Такой характер рассеяния совершенно не зависит от детальной природы взаимодействия, которое должно характеризоваться только конечным радиусом, и является прямым следствием волновой природы сталкивающихся частиц.

Обозначим волновое число относительного движения частиц k , а характеристический радиус области взаимодействия R , тогда условие применимости дифракционного описания запишем в виде

$$\lambda \ll R \text{ или } kR \gg 1. \quad (4.90)$$

При выполнении этого условия вклад в процесс рассеяния вносит большое число парциальных волн. Поэтому в выражении для амплитуды рассеяния

$$f(\vartheta) = \frac{i}{2k} \sum_l (2l+1) [1 - \exp(2i\delta_l)] P_l(\cos \vartheta) \quad (4.91)$$

можно перейти от суммирования по l к интегрированию по *прицельному параметру* b , определяемому квазиклассическим соотношением $b = l\lambda$.

Очевидно, переход от суммирования к интегрированию будет оправдан, если соседние слагаемые в (4.91) будут мало отличаться друг от друга, т. е.

$$|P_l(\cos \vartheta) - P_{l\pm 1}(\cos \vartheta)| \ll |P_l(\cos \vartheta)| \quad (4.92)$$

(предполагается, что фаза рассеяния — непрерывная функция прицельного параметра). При $l \gg 1$ для полиномов Лежандра имеет место асимптотическая формула

$$P_l(\cos \vartheta) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi \sin \vartheta}} \sin \left[\left(l + \frac{1}{2} \right) \vartheta + \frac{\pi}{4} \right]. \quad (4.93)$$

Подстановка (4.93) в (4.92) приводит к выводу, что для выполнения условия (4.92) необходимо, чтобы угол рассеяния был малым по сравнению с единицей ($\vartheta \ll 1$).

Нетрудно убедиться, что при $kR \gg 1$ малые углы рассеяния играют главную роль. Если рассеяние происходит в области малых углов ($\vartheta \ll 1$) и в сумме (4.91) эффективны большие значения l , то в (4.91) для полиномов Лежандра можно воспользоваться приближенным выражением

$$P_l(\cos \vartheta) \approx J_0(\vartheta l), \quad (4.94)$$

где $J_0(x)$ — функция Бесселя. В результате амплитуда рассеяния (4.91) записывается в виде интеграла

$$f(\vartheta) = ik \int_0^{\infty} db b [1 - \exp\{2i\delta(b)\}] J_0(\vartheta kb). \quad (4.95)$$

Так как фаза рассеяния $\delta(b)$ обращается в нуль, если прицельный параметр $b > R$, то интегрирование в (4.95) фактически проводится по конечной области. Функция Бесселя $J_0(\vartheta kb)$ при больших значениях своего аргумента быстро осциллирует, поэтому интеграл в (4.95) существенно отличен от нуля, только если $\vartheta kR \sim 1$. Следовательно, эффективными будут углы рассеяния $\vartheta \approx 1/kR \ll 1$. Таким образом, при выполнении условия (4.90) рассеяние происходит в области малых углов.

Амплитуду рассеяния (4.95) представим в виде двумерного интеграла

$$f(q) = \frac{ik}{2\pi} \int db \exp(iqb) \omega(b), \quad (4.96)$$

где \mathbf{b} — радиус-вектор, отсчитываемый от центра рассеивающей системы в плоскости, проходящей через центр и перпендикулярной волновому вектору падающей частицы \mathbf{k} , а $\mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$ — изменение волнового вектора при рассеянии ($q \approx \vartheta k$). Вместо фазы $\delta(b)$ в (4.96) введена величина

$$\omega(b) \equiv 1 - \exp[2i\delta(b)], \quad (4.97)$$

называемая *профилирующей функцией* и, так же как и фаза рассеяния $\delta(b)$, полностью описывающая рассеивающие свойства системы. Профилирующую функцию можно непосредственно выразить через оптические характеристики (*показатель преломления* и *коэффициент поглощения*) рассеивающего ядра. Так как амплитуда рассеяния полностью определена, если задана профилирующая функция, то взамен подбора оптических параметров рассеивающего ядра рассеяние можно параметризовать, задав феноменологическим путем саму профилирующую функцию. Такой подход лежит в основе оптической дифракционной модели.

Формулу для амплитуды (4.96) можно получить более наглядным способом, рассматривая движение частицы в плоскости, перпендикулярной начальному волновому вектору \mathbf{k} , с помощью *высокоэнергети-*

ческого приближения¹. Выберем начало системы координат в центре рассеивающего ядра и направим ось z вдоль направления \mathbf{k} . Падающим частицам соответствует волновая функция

$$\psi_0 = \exp(ikz), \quad (4.98)$$

которая на плоскости, проходящей через центр ядра и перпендикулярной волновому вектору падающей частицы \mathbf{k} , принимает постоянное значение, равное единице. Волновую функцию частицы при наличии рассеивающего ядра вблизи указанной плоскости ($z \ll kR^2$) в высокоэнергетическом приближении запишем в виде

$$\psi = S(b)\psi_0, \quad (4.99)$$

где

$$S(b) = \exp[2i\delta(b)] \quad (4.100)$$

[$\delta(b)$ — фаза рассеяния; b — прицельный параметр]. Вне области действия сил ($b > R$) волновая функция частицы имеет такое же значение, как и при отсутствии рассеивающего ядра.

Рассеяние при высоких энергиях происходит в основном на малые углы, поэтому изменение волнового вектора \mathbf{q} относительно мало ($q \ll k$) и вектор \mathbf{q} можно считать перпендикулярным волновому вектору \mathbf{k} . Разность между (4.99) и (4.98) представляет собой рассеянную волну:

$$\psi' = \{S(b) - 1\}\psi_0. \quad (4.101)$$

Амплитуда рассеяния с волновым вектором $\mathbf{k}' = \mathbf{k} - \mathbf{q}$ определяется соответствующей компонентой Фурье от (4.101):

$$f(q) = \frac{ik}{2\pi} \int db \exp(iqb) \{1 - S(b)\} \quad (4.102)$$

(коэффициент пропорциональности при этом находят сравнением с предельным случаем борновского приближения). Таким образом, получаем формулу (4.96), где

$$\omega(b) = 1 - S(b). \quad (4.103)$$

Выражение для амплитуды рассеяния (4.102) совпадает с оптической формулой, описывающей дифракцию Фраунгофера, и соответствует случаю, когда расстояние от источника света до рассеивающей системы D и от рассеивающей системы до детектора D' велики по сравнению с характерными размерами системы $D, D' \gg R$, и, кроме того, выполняется условие

$$kR \frac{R}{D} \ll 1. \quad (4.104)$$

¹ Если энергия рассеиваемых частиц настолько велика, что $|V| \ll E$, где V — рассеивающий потенциал, но $|V| \geq \frac{\hbar^2}{\mu R^2} kR$, то борновское приближение неприменимо (предполагается, что $kR \gg 1$). В этом случае можно пользоваться высокоэнергетическим приближением.

Интегральное сечение упругого рассеяния σ_e выражается через профилирующую функцию согласно

$$\sigma_e = \int db |\omega(b)|^2. \quad (4.105)$$

Используя функцию (4.99), нетрудно найти сечение поглощения частиц ядром σ_a . Плотность частиц в разных точках плоскости $z = 0$ равна $|S(b)|^2$. Очевидно, разность между единицей и $|S(b)|^2$ отвечает частицам, поглощаемым ядром. Ослабление пучка, происходящее из-за поглощения частиц ядром, определяется поэтому функцией $1 - |S(b)|^2$. Проинтегрировав функцию ослабления по сечению пучка, т. е. по плоскости $z = 0$, найдем сечение поглощения:

$$\sigma_a = \int dB \{1 - |S(b)|^2\}. \quad (4.106)$$

или

$$\sigma_a = \int db \{1 - |1 - \omega(b)|^2\}. \quad (4.107)$$

Воспользовавшись оптической теоремой, из (4.96) для полного сечения взаимодействия найдем

$$\sigma_t = 2 \int db \operatorname{Re} \omega(b). \quad (4.108)$$

В результате непосредственной проверки нетрудно убедиться, что это выражение действительно является суммой (4.105) и (4.107).

Дифракционный характер взаимодействия ярко проявляется при рассеянии нейтронов, протонов, α -частиц и других частиц с энергиями в несколько десятков мегаэлектрон-вольт на средних и тяжелых ядрах. В случае рассеяния нуклона на ядре R следует считать равным радиусу ядра: $R = r_0 A^{1/3}$ ($r_0 = 1,2 \cdot 10^{-13}$ см), поэтому

$$kR \approx (E/10)^{1/2} A^{1/3},$$

где E — энергия падающего нуклона в л. с. к., МэВ. Очевидно, условие применимости дифракционного описания (4.90) будет хорошо выполнено при энергиях нуклонов в несколько десятков мегаэлектрон-вольт и больше; D следует считать равным размерам макроскопического прибора (порядка нескольких сантиметров или больше). Легко видеть, что условие (4.104) при указанных энергиях нуклонов также выполняется, т. е. рассеяние нуклонов аналогично оптической дифракции Фраунгофера.

Дифракционное рассеяние нейтронов поглощающими ядрами. Рассмотрение дифракционных явлений особенно сильно упрощается в случае абсолютно поглощающего ядра. В этом случае дифракционные ядерные явления можно рассматривать по аналогии с дифракцией света при наличии черного тела, имеющего форму и размеры ядра. Ядро можно рассматривать как черное поглощающее тело, если длина свободного пробега частицы в ядерном веществе мала по сравнению с размерами ядра. Наиболее сильное поглощение нейтронов ядрами соответствует энергии, примерно равной 15 МэВ. Уменьшение коэффициента поглощения при меньших энергиях связано с влиянием принципа Паули, которому подчиняются нуклоны; уменьшение при больших энергиях обусловлено ослаблением нуклон-нуклонного взаимо-

действия с ростом энергии. Оценки показывают, что в области энергий падающих нейтронов от 10 до 100 МэВ ядро приближенно можно рассматривать как черное тело по отношению к нуклонной волне.

Остановимся подробнее на картине дифракции при рассеянии незаряженной точечной частицы поглощающим сферическим ядром. Наличие абсолютно черного ядра приводит к поглощению частиц, прицельные параметры которых $b < R$. Поэтому волновую функцию частицы при наличии поглощающего ядра можно записать в виде (4.99), где

$$S(b) = \begin{cases} 0, & b < R; \\ 1, & b > R. \end{cases} \quad (4.109)$$

Это означает, что при $b < R$ мнимая часть фазы рассеяния для абсолютно поглощающего ядра равна бесконечности, а при $b > R$ фаза равна нулю. Считаем, что во всех точках плоскости, не попадающих в область тени ядра, волновая функция частицы имеет такое же значение, как и при отсутствии ядра.

Таким образом, профилирующая функция для черного ядра принимает вид прямоугольной ступеньки:

$$\omega(b) = \begin{cases} 1, & b < R, \\ 0, & b > R. \end{cases} \quad (4.110)$$

Подставляя это выражение в (4.96), нетрудно найти амплитуду упругого рассеяния в случае черного ядра:

$$f\vartheta = iRJ_1(\vartheta kR)/\vartheta. \quad (4.111)$$

Дифференциальное сечение упругого рассеяния определяется квадратом модуля амплитуды:

$$\sigma(\vartheta) = R^2 J_1^2(\vartheta kR)/\vartheta^2. \quad (4.112)$$

В области малых углов рассеяния $\vartheta \ll 1/kR$ функцию Бесселя $J_1(\vartheta kR)$ можно заменить на $\frac{1}{2}\vartheta kR$ и поэтому

$$\sigma(\vartheta) \approx \frac{1}{4} k^2 R^4, \quad \vartheta \ll \frac{1}{kR}, \quad (4.113)$$

т. е. при очень малых углах дифференциальное сечение рассеяния стремится к постоянному пределу. Если углы ϑ удовлетворяют условию $\frac{1}{kR} \ll \vartheta \ll 1$, то, используя для функции Бесселя асимптотическое

выражение $J_1(x) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$, получаем

$$\sigma(\vartheta) \approx \frac{2}{\pi} \frac{R}{k} \frac{\sin^2\left(\vartheta kR - \frac{\pi}{4}\right)}{\vartheta^3}, \quad \frac{1}{kR} \ll \vartheta \ll 1. \quad (4.114)$$

Эффективное сечение в этой области углов быстро осциллирует с частотой kR , причем амплитуда колебаний убывает обратно пропорционально кубу угла рассеяния. Поэтому большие углы не играют существенной роли.

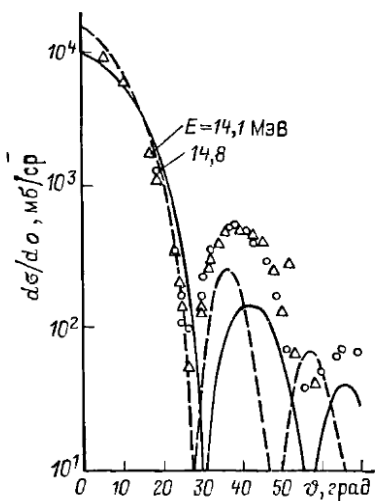


Рис. 4.11. Угловое распределение упруго-рассеянных нейтронов с энергией ~ 14 МэВ на ядре ^{208}Pb . Сплошная кривая — расчет по дифракционной формуле (4.112) при $R = 8,7 \cdot 10^{-13}$ см, штриховая кривая — при $R = 10 \cdot 10^{-13}$ см

венной роли и эффективными в интегральном сечении оказываются углы порядка $1/kR$.

Таким образом, дифракционное рассеяние нейтронов характеризуется резкой асимметрией, частицы рассеиваются преимущественно вперед. Эффективный угол рассеяния по порядку величины равен $1/kR$. При больших углах имеют место вторичные максимумы, отличающиеся, однако, значительно меньшей интенсивностью,

чем главный максимум (максимум сечения убывает обратно пропорционально кубу угла рассеяния). Отметим, что наличие дифракционного рассеяния является прямым следствием поглощения частиц. На рис. 4.11 представлены угловое распределение, вычисленное по (4.112) с $R = 8,7 \cdot 10^{-13}$ см и $10 \cdot 10^{-13}$ см, и экспериментальные точки при рассеянии нейтронов с $E \sim 14$ МэВ на ядре ^{208}Pb ¹.

Полное сечение рассеяния, так же как и сечение поглощения, в случае дифракции на черном ядре непосредственно равно площади геометрического сечения ядра:

$$\sigma_e = \sigma_a = \pi R^2. \quad (4.115)$$

Экспериментальные данные по взаимодействию нейтронов с ядрами действительно указывают на постоянство полных сечений упругого рассеяния и поглощения с изменением энергии нейтронов в энергетической области, в которой оправдана модель черного ядра.

Влияние прозрачности ядер на дифракционное рассеяние. С увеличением энергии падающей частицы длина свободного пробега в ядерном веществе может оказаться сравнимой с размерами ядра, в этом случае последнее уже нельзя считать абсолютно черным телом, а необходимо рассматривать как полупрозрачное тело. При взаимодействии нейтронов с легкими ядрами ($A \sim 40$) прозрачность ядер начинает сказываться для $E \gtrsim 50$ МэВ, а при взаимодействии с тяжелыми ядрами ($A \sim 240$) — для $E \gtrsim 100$ МэВ.

Полупрозрачное ядро характеризуется коэффициентом поглощения Σ , который в области больших энергий падающих частиц можно опре-

¹ Впервые на дифракционный механизм рассеяния нейтронов ядрами было указано Бете и Плачеком [95]. В предположении, что ядро является абсолютно поглощающим по отношению к нейтронной волне, они смогли объяснить наблюдаемую угловую зависимость при рассеянии нейтронов с энергией 14 МэВ на ядрах Рб.

делит как $\Sigma = \rho_0 \sigma$, где ρ_0 — плотность нуклонов в ядре; σ — среднее значение сечения рассеяния падающего нейтрона ядерными нуклонами:

$$\sigma = (Z\sigma_{np} + (A - Z)\sigma_{nn})/A.$$

Поскольку плотность нуклонов в ядре уменьшается от центра к периферии ядра, то коэффициент поглощения также будет зависеть от расстояния до центра ядра. Особенно существен учет изменения коэффициента поглощения в поверхностном слое ядра.

Так как длина волны падающей частицы предполагается малой по сравнению с размерами ядра, то прохождение нейтронов через ядро можно сравнивать с распространением волны в веществе с коэффициентом поглощения Σ . Направление распространения волны совпадает при этом с направлением движения частицы, которое можно считать прямолинейным. Путь, проходимый частицей в ядре, зависит от прицельного параметра и при $b < R$ равен $2s(b) = 2\sqrt{R^2 - b^2}$. По аналогии с оптической картиной профилирующую функцию $\omega(b)$ для полупрозрачного ядра с резким краем следует выбрать в виде

$$\omega(b) = \begin{cases} 1 - \exp(-\Sigma \sqrt{R^2 - b^2}), & b < R; \\ 0, & b > R \end{cases} \quad (4.116)$$

(экспонента характеризует отношение амплитуды нейтронной волны при выходе частицы из ядра к амплитуде падающей волны). Для ядра с диффузным краем коэффициент поглощения зависит от расстояния до центра ядра $\Sigma(r)$ и ослабление амплитуды волны, проходящей через ядро, определяется величиной

$$\int_b^\infty dr \frac{dz}{dr} \Sigma(r) = \int_b^\infty dr \sqrt{r^2 - b^2} \Sigma'(r) \quad (r^2 = b^2 + z^2);$$

профилирующая функция принимает вид

$$\omega(b) = \begin{cases} 1 - \exp\left[-\int_b^\infty dr \sqrt{r^2 - b^2} \Sigma'(r)\right], & b < R; \\ 0, & b > R. \end{cases} \quad (4.117)$$

Экспоненту нетрудно вычислить, задаваясь определенным распределением плотности нуклонов в ядре.

При рассмотрении рассеяния нейтронов полупрозрачными ядрами необходимо учитывать не только поглощение, но и преломление нуклонной волны в ядерном веществе¹. Поэтому ядерное вещество следует характеризовать комплексным коэффициентом поглощения $\tilde{\Sigma}$, веществ-

¹ Оптическая модель полупрозрачного ядра, описывающая рассеяние нейтронов в области высоких энергий, была предложена Фернбахом, Сербером и Тэйлором [96].

Венная часть которого равна Σ , а мнимую часть K можно связать с показателем преломления ν при помощи соотношения

$$K = 2(\nu - 1)k, \quad (4.118)$$

где k — волновой вектор падающей частицы:

$$\tilde{\Sigma} = \Sigma - iK. \quad (4.119)$$

Используя (4.96) и (4.116), получаем следующее выражение для амплитуды в случае рассеяния нейтронов полупрозрачными ядрами с резким краем:

$$f(\vartheta) = ik \int_0^R db b [1 - \exp(-\tilde{\Sigma} \sqrt{R^2 - b^2})] J_0(\vartheta kb). \quad (4.120)$$

Интеграл в (4.120) можно свести к сумме

$$f(\vartheta) = ikR^2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2^{\frac{n}{2}} \Gamma\left(1 + \frac{n}{2}\right)}{n!} \times \\ \times \left(\frac{R}{\vartheta k}\right)^{\frac{n}{2}} \tilde{\Sigma}^n \frac{J_{1+\frac{n}{2}}(\vartheta kR)}{\vartheta kR}.$$

В предельных случаях большого и малого поглощения амплитуда приближенно описывается формулами

$$f(\vartheta) = ik \left\{ \frac{RJ_1(\vartheta kR)}{\vartheta k} - \frac{J_0(\vartheta kR)}{\tilde{\Sigma}^2} \right\}, \quad \vartheta k \ll R |\tilde{\Sigma}|^2;$$

$$f(\vartheta) = ik \frac{R\tilde{\Sigma}}{\vartheta^2 k^2} \left\{ \frac{\sin \vartheta kR}{\vartheta kR} - \cos \vartheta kR \right\}, \quad \vartheta k \gg R |\tilde{\Sigma}|^2.$$

Учет диффузности границы ядра приводит к размытию края ступенчатобразной функции $\omega(b)$, определяющей амплитуду рассеяния. Можно показать, что главный максимум в угловом распределении дифракционного рассеяния не зависит от диффузности границы ядра, в то время как вторичная структура углового распределения (вне первого дифракционного максимума) существенно зависит от характера диффузности границы ядра.

Для ядра с резким краем нетрудно получить явные выражения для интегральных сечений упругого рассеяния σ_e и поглощения σ_a . Полное сечение упругого рассеяния на полупрозрачном ядре описывается формулой

$$\sigma_e = \pi R^2 \left\{ 1 + \frac{1 - (1 + 2\Sigma R) \exp(-2\Sigma R)}{2\Sigma^2 R^2} - \frac{4}{(K^2 + \Sigma^2)^2 R^2} \times \right. \\ \times [\Sigma^2 - K^2 + (2K\Sigma + (K^2 + \Sigma^2)KR) \exp(-\Sigma R) \sin KR - \\ \left. - (\Sigma^2 - K^2 + (K^2 + \Sigma^2)\Sigma R) \exp(-\Sigma R) \cos KR] \right\}. \quad (4.121)$$

Сечение поглощения зависит только от коэффициента поглощения и не зависит от показателя преломления:

$$\sigma_a = \pi R^2 \left\{ 1 - \frac{1 - (1 + 2\Sigma R) \exp(-2\Sigma R)}{2\Sigma^2 R^2} \right\}. \quad (4.122)$$

Полное сечение всех процессов σ_t определяется суммой (4.121) и (4.122) и описывается формулой

$$\begin{aligned} \sigma_t = 2\pi R^2 \left\{ 1 - \frac{2}{(K^2 + \Sigma^2)^2 R^2} [\Sigma^2 - K^2 + (2K\Sigma + (K^2 + \Sigma^2)KR) \times \right. \\ \left. \times \exp(-\Sigma R) \sin KR - (\Sigma^2 - K^2 + (K^2 + \Sigma^2)\Sigma R) \times \right. \\ \left. \times \exp(-\Sigma R) \cos KR \right\}. \quad (4.123) \end{aligned}$$

Поскольку граница ядра всегда размыта, формулы (4.121)—(4.123), выведенные в предположении резкости границы, можно использовать, если ширина диффузности мала по сравнению с радиусом ядра.

В реальных случаях преломление нуклонной волны в ядерном веществе велико ($KR \gg 1$). Поэтому $\operatorname{Re}\{1 - \omega(b)\} = \exp[-\Sigma s(b)] \cos Ks(b)$, входящая под знак интеграла, определяющего полное сечение σ_t , много раз меняет знак. Такие осциллирующие функции приводят к тому, что в результате интегрирования получается малая величина. Вследствие этого при большом преломлении $\operatorname{Re} \omega(b)$ оказывается близкой к единице и формула для полного сечения принимает вид

$$\sigma_t \approx 2\pi R^2, \quad KR \gg 1.$$

[Это выражение следует также из (4.123).] Распределение сечения между процессами упругого рассеяния и поглощения зависит от коэффициента поглощения. В предельном случае большого поглощения

$$\sigma_e \approx \sigma_a \approx \pi R^2, \quad \Sigma R \gg 1.$$

При малых Σ поглощение практически отсутствует и рассеяние оказывается ответственным за все сечение:

$$\sigma_e \approx 2\pi R^2, \quad \sigma_a \approx 0, \quad \Sigma R \ll 1.$$

На рис. 4.12 представлены сечения дифракционного рассеяния, поглощения и полное сечение, измеренные в единицах геометрического сечения ядра. Для показателя преломления выбрано значение $\nu = 1,16$. Сечение упругого рассеяния максимально при $R \approx 1,2\Lambda$.

Рассмотрение дифракции нейтронов, основанное на представлении о ядре как о сплошном теле с определенными опти-

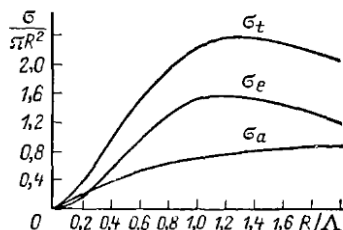


Рис. 4.12. Зависимость интегрального сечения дифракционного рассеяния σ_e , сечения поглощения σ_a и полного сечения σ_t от отношения радиуса ядра к длине свободного пробега нейтрона

ческими свойствами, может быть оправдано при больших энергиях лишь до тех пор, пока длина волны падающего нейтрона больше среднего расстояния между отдельными нуклонами в ядре. Расстояние между нуклонами в ядрах порядка $3 \cdot 10^{-13}$ см. Приравнивая длину волны нейтрона этой величине, получаем для предельной энергии около 200 МэВ. При таких и больших энергиях ядро становится прозрачным по отношению к падающим частицам и следует рассматривать рассеяние на отдельных нуклонах ядра.

Дифракционное рассеяние заряженных частиц ядрами. В случае рассеяния заряженных частиц (протонов или α -частиц) ядрами необходимо учитывать также взаимодействие падающей частицы с кулоновским полем ядра. Учет кулоновского взаимодействия приводит к усложнению дифракционной картины¹.

Выясним, какое влияние оказывает кулоновское поле ядра на дифракционное рассеяние заряженных частиц, длина волны которых мала по сравнению с размерами ядра. Будем считать, что ядро абсолютно черное и имеет резкую границу. Очевидно, для возможности поглощения частицы, энергия которой E превосходит высоту кулоновского барьера $B = Ze^2/R$, необходимо, чтобы кратчайшее расстояние r_0 между ядром и частицей, движущийся по определенной траектории в кулоновском поле, не превосходило радиуса ядра:

$$r_0 \leq R. \quad (4.124)$$

Величину r_0 можно связать с параметром столкновения b . Обозначая скорость частицы при наименьшем и бесконечном расстояниях от ядра соответственно v_0 и v , на основании закона сохранения момента имеем $r_0/b = v/v_0$. Так как отношение скоростей

$$v/v_0 = (1 - B/E)^{-1/2},$$

то $r_0 = b(1 - B/E)^{-1/2}$, при этом неравенство (4.124), выражающее условие поглощения частицы ядром с учетом кулоновского взаимодействия, принимает вид

$$b \leq R\sqrt{1 - B/E}, \quad E > B. \quad (4.125)$$

Если же параметр столкновения $b > R\sqrt{1 - B/E}$, то частица будет рассеиваться также, как и в чисто кулоновском поле точечного ядра. Поэтому с учетом влияния кулоновского поля ядра профилирующую функцию $\omega(b)$, описывающую дифракционные явления, следует считать равной:

$$\omega^z(b) = \begin{cases} 1, & b < R\sqrt{1 - B/E}; \\ 1 - \exp[2i\eta(b)], & b > R\sqrt{1 - B/E}, \end{cases} \quad (4.126)$$

где $\eta(b)$ — кулоновская фаза рассеяния, которая при $kR \gg 1$ описывается приближенным выражением

$$\eta(b) \approx \xi \ln kb, \quad \xi = Ze^2/hv.$$

¹ Теория дифракционного рассеяния заряженных частиц ядрами была развита А. И. Ахизером и И. Я. Померанчуком в предположении, что ядра являются абсолютно поглощающими и имеют резкую границу [97].

С ростом энергии E величина $\sqrt{1 - B/E}$ стремится к единице, поэтому при $E \gg B$ условие поглощения заряженных частиц совпадает с условием поглощения нейтронов. Высота кулоновского барьера для протонов B в случае легких ядер составляет примерно 5 МэВ и достигает для наиболее тяжелых ядер около 14 МэВ.

Используя (4.126), получаем следующее выражение для амплитуды упругого рассеяния заряженных точечных частиц поглощающим ядром:

$$f(\vartheta) = -ik \int_R^{\infty} db b \exp[2i\eta(b)] J_0(\vartheta kb). \quad (4.127)$$

Интегрируя по частям, представим это выражение в виде

$$f(\vartheta) = iR \left\{ \frac{J_1(\vartheta kR)}{\vartheta} + \frac{2i\xi}{\vartheta} \int_1^{\infty} dy y^{2i\xi} J_1(\vartheta kRy) \right\} (kR)^{2i\xi}, \quad (4.128)$$

при этом дифференциальное сечение рассеяния описывается формулой

$$\sigma(\vartheta) = R^2 \left| \frac{J_1(\vartheta kR)}{\vartheta} + \frac{2i\xi}{\vartheta} \int_1^{\infty} dy y^{2i\xi} J_1(\vartheta kRy) \right|^2. \quad (4.129)$$

Отметим, что при $R \rightarrow 0$ (4.129) переходит в сечение Резерфордского рассеяния точечным ядром.

В предельном случае $\xi \ll 1$ получаем приближенные формулы

$$f(\vartheta) = iR \left\{ \frac{J_1(\vartheta kR)}{\vartheta} + \frac{2i\xi}{kR} \frac{J_0(\vartheta kR)}{\vartheta^2} \right\}; \quad (4.130)$$

$$\sigma(\vartheta) = R^2 \frac{J_1^2(\vartheta kR)}{\vartheta^2} + \frac{4\xi^2}{k^2} \frac{J_0^2(\vartheta kR)}{\vartheta^4}. \quad (4.131)$$

Первое слагаемое в (4.131) описывает дифракционное рассеяние черным ядром, второе слагаемое — рассеяние в кулоновском поле. При $\xi \ll 1$ интерференция между обоими видами рассеяния отсутствует.

Из (4.130) следует, что при $\xi \ll 1$ и углах рассеяния $\vartheta \lesssim \sqrt{2\xi/kR}$ главную роль играет кулоновское рассеяние, а при углах $\vartheta > \sqrt{2\xi/kR}$ — дифракционное рассеяние. Величина $\sqrt{2\xi/kR}$ при $\xi \ll 1$ разграничивает области углов с разными законами рассеяния. При углах $\vartheta \sim \sim \sqrt{2\xi/kR}$ амплитуды кулоновского и дифракционного рассеяния совпадают по порядку величины.

Если $\xi \gg 1$, то, как следует из (4.129), кулоновское рассеяние играет главную роль при углах $\vartheta \lesssim 2\xi/kR$, при углах $\vartheta > 2\xi/kR$ главную роль играет дифракционное рассеяние. Амплитуды при $\vartheta \sim 2\xi/kR$ не совпадают, причем отношение амплитуд кулоновского и дифракционного рассеяния по порядку величины равно $\sqrt{\xi}$. Равенство амплитуд имеет место при $\vartheta \sim 4\xi^2/kR$, и лишь при больших углах амплитуда дифракционного рассеяния становится больше амплитуды кулоновского рассеяния. При $\vartheta \sim 2\xi/kR$ происходит резкое уменьшение сечения рассеяния по порядку величины в ξ раз.

Поляризация нуклонов при дифракционном рассеянии. До сих пор при рассмотрении дифракционных явлений нами не учитывались спины рассеиваемых частиц. Из-за наличия спинов возникает добавочное спин-орбитальное взаимодействие, приводящее к возникновению поляризации нуклонов при рассеянии на ядрах¹. Оптический потенциал, описывающий взаимодействие нуклона с ядром с учетом спин-орбитальной связи, представим в виде

$$V(\mathbf{r}) = V(r) \exp(i\alpha) + \gamma_s \frac{1}{r} \frac{dV(r)}{dr} \exp(i\alpha_s) (\mathbf{l}\sigma), \quad (4.132)$$

где α и α_s — фазы, характеризующие комплексность центрального и спин-орбитального взаимодействий; $V(r) \equiv \sqrt{V^2 + W^2} f(r)$; $\alpha \geq \pi$;

$\gamma_s \equiv \frac{V_s r_0^2}{2 \sqrt{V^2 + W^2}}$ (для простоты рассматриваем случай объемного поглощения и предполагаем, что спин ядра равен нулю). В условиях применимости дифракционного описания движение нуклона квазиклассично, поэтому для нахождения фаз рассеяния с учетом спин-орбитального взаимодействия можно воспользоваться квазиклассическим приближением, согласно которому

$$\delta_{l \pm \frac{1}{2}} = - \frac{1}{2\hbar v} \int_0^{\infty} dz V^{\pm} (\sqrt{b^2 + z^2}),$$

где $b = (l + 1/2)\lambda$ и

$$V^{\pm}(r) = V(r) \exp(i\alpha) \pm \gamma_s \frac{1}{r} \frac{dV(r)}{dr} \exp(i\alpha_s) \begin{cases} l; \\ l+1. \end{cases}$$

Мы воспользовались тем обстоятельством, что собственные значения оператора $(\mathbf{l}\sigma)$ в состояниях с определенными значениями полного момента равны:

$$\mathbf{l}\sigma = \begin{cases} l, & j = l + 1/2; \\ -(l+1), & j = l - 1/2. \end{cases}$$

Переходя в (1.170) и (1.171) от суммирования по l к интегрированию по прицельным параметрам b и используя асимптотические равенства

$$P_l(\cos \vartheta) \approx J_0(\vartheta kb) \quad \text{и} \quad \frac{\partial}{\partial \vartheta} P_l(\cos \vartheta) \approx -kb J_1(\vartheta kb),$$

справедливые в области применимости дифракционного описания $\vartheta \ll 1$ и $l \gg 1$, находим

$$\left. \begin{aligned} g(\vartheta) &\approx \frac{1}{2} k \int_0^{\infty} db b \{ 2 - \exp[2i\delta_+(b)] - \exp[2i\delta_-(b)] \} J_0(\vartheta kb); \\ h(\vartheta) &\approx \frac{1}{2} k \int_0^{\infty} db b \{ \exp[2i\delta_+(b)] - \exp[2i\delta_-(b)] \} J_1(\vartheta kb). \end{aligned} \right\} \quad (4.133)$$

¹ Возникновение поляризации нуклонов при рассеянии на ядрах было предсказано Э. Ферми [98].

Каждую парциальную фазу рассеяния удобно разбить на два слагаемых:

$$\delta_{\pm}(b) = \delta(b) \pm \delta_s(b), \quad (4.134)$$

где $\delta(b)$ — фаза, связанная с центральным взаимодействием; $\delta_s(b)$ — спин-орбитальная фаза. Легко убедиться, что при выборе потенциала взаимодействия в виде (4.132) между фазами $\delta_s(b)$ и $\delta(b)$ имеет место соотношение

$$\delta_s(b) = \gamma_s \exp[-i(\alpha - \alpha_s)] k \frac{d\delta(b)}{db}. \quad (4.135)$$

В явном виде поляризацию рассеянных нуклонов удастся найти, предположив, что спин-орбитальное взаимодействие мало и что второй член в потенциале (4.132) можно учитывать по теории возмущений. В этом случае между амплитудами $h(\vartheta)$ и $g(\vartheta)$ имеет место соотношение¹

$$h(\vartheta) = -i\gamma_s \exp[-i(\alpha - \alpha_s)] k^2 \vartheta g(\vartheta). \quad (4.136)$$

Действительно, если $\delta_s(b) \ll 1$, то

$$\left. \begin{aligned} g(\vartheta) &\approx ik \int_0^{\infty} db b \{1 - \exp[2i\delta(b)]\} J_0(\vartheta kb); \\ h(\vartheta) &\approx 2ik \int_0^{\infty} db b \delta_s(b) \exp[2i\delta(b)] J_1(\vartheta kb), \end{aligned} \right\} \quad (4.137)$$

Замечая далее, что $\delta(\infty) = 0$, и используя (4.135), находим

$$h(\vartheta) \approx \gamma_s \exp[-i(\alpha - \alpha_s)] k^2 \int_0^{\infty} db b \frac{d}{db} \{\exp[2i\delta(b)] - 1\} J_1(\vartheta kb).$$

Интегрируя это равенство по частям и сравнивая результат с (4.137), получаем соотношение (4.136).

Подставляя выражение (4.136) в (1.173), для поляризации нуклонов находим формулу Ферми

$$P = \frac{2\gamma_s k^2 \vartheta \sin \Delta}{1 + \gamma_s^2 k^4 \vartheta^2} \mathbf{n}, \quad \Delta \equiv \alpha_s - \alpha. \quad (4.138)$$

Следует отметить, что поляризация (4.138), так же как и соотношение (4.136), не зависит от детального характера центрального взаимодействия. Существенно, однако, что поляризация возникает только при наличии поглощения, когда мнимая часть потенциала отлична от нуля, т. е. $\alpha \neq \pi$ ($\alpha_s \approx 0$). Вводя угол наибольшей поляризации $\vartheta_m = 1/\gamma_s k^2$ и максимальную поляризацию $P_{\text{макс}} = \sin \Delta$, формулу (4.138) перепишем в виде

$$P = \frac{2\xi}{1 + \xi^2} P_{\text{макс}} \mathbf{n}, \quad \xi = \frac{\vartheta}{\vartheta_m}. \quad (4.139)$$

¹ Это соотношение было получено И. И. Левинтовым [99].

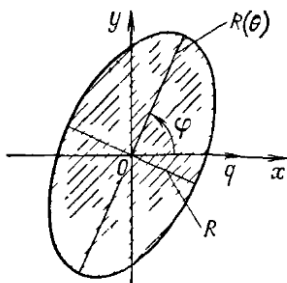


Рис. 4.13. Область поглощения в плоскости, перпендикулярной направлению импульса падающей частицы, для черного эллипсоидального ядра, направление оси симметрии которого определяется углами θ и φ ($\varepsilon = \sqrt{1 - R^2/R^2}$)

Экспериментальные измерения поляризации нуклонов при рассеянии на ядрах в широкой области энергий показали, что постоянная γ_s практически не зависит от энергии и одинакова для различных ядер.

Неупругое дифракционное рассеяние частиц на несферических ядрах. При рассеянии быстрых частиц на несферических ядрах кроме упругого рассеяния возможно также рассеяние, сопровождающееся возбуждением ядер. Ограничимся рассмотрением рассеяния быстрых нейтронов абсолютно черным ядром, имеющим форму эллипсоида вращения и равный нулю спин. В качестве волновых функций, описывающих вращение несферического ядра, можно взять сферические функции $Y_{IM}(\theta, \varphi)$, зависящие от углов, определяющих ориентацию оси симметрии ядра. Указанным функциям отвечают вращательные уровни энергии ядра

$$E_I = \hbar^2 I(I + 1) / 2\mathcal{I}, \quad (4.140)$$

где \mathcal{I} — момент инерции ядра относительно оси, перпендикулярной оси симметрии. Для четно-четных ядер такая модель удовлетворительно описывает возбужденные состояния при небольших энергиях возбуждения.

Если энергия падающего нейтрона достаточно велика, можно воспользоваться адиабатическим приближением и рассматривать рассеяние частицы на неподвижном ядре. Адиабатическое приближение применимо, если выполняется условие $kR \frac{\Delta E_I}{E} \ll 1$, где kR — отношение размеров ядра к длине волны частицы; ΔE_I — расстояние между соседними вращательными уровнями ядра; E — энергия частицы. Дифракционное рассеяние описывается амплитудой (4.96), в которой профилирующую функцию $\omega(\mathbf{b})$ следует считать (в случае абсолютно черного ядра) равной единице в области тени ядра на плоскости, перпендикулярной волновому вектору падающей частицы, и равной нулю вне этой области. Площадь тени зависит от взаимной ориентации волнового вектора падающей частицы и оси симметрии ядра. Если R — радиус наибольшего кругового сечения эллипсоида, \tilde{R} — половина оси симметрии, θ — угол между осью симметрии ядра и волновым вектором падающей частицы \mathbf{k} , то область тени ограничена эллипсом с полуосями R и $R(\theta) = R \sqrt{\frac{1 - \varepsilon^2 \cos^2 \theta}{1 - \varepsilon^2}}$, где ε — эксцентриситет эллипсоида (рис. 4.13). Очевидно, от ориентации оси симметрии ядра зависит и амплитуда дифракционного рассеяния:

$$f(\theta; \theta, \varphi) = \frac{ik}{2\pi} \int db \exp(i\mathbf{q}\mathbf{b}) \omega(\mathbf{b}; \theta, \varphi) = i \frac{R(\theta) J_1(\theta k R \zeta(\theta, \varphi))}{\theta \zeta(\theta, \varphi)}, \quad (4.141)$$

где $\xi(\theta, \varphi) = \sqrt{1 + \frac{\varepsilon^2}{1 - \varepsilon^2} \sin^2 \theta \cos^2 \varphi}$; φ — азимутальный угол между плоскостью рассеяния и плоскостью, проходящей через вектор k и направление оси симметрии ядра. Если деформация ядра мала, от (4.141) удобно разложить в ряд по степеням малого параметра — квадрата эксцентриситета ε^2 . В линейном приближении по ε^2 находим

$$f(\theta; \theta, \varphi) \approx iR \left\{ \frac{J_1(\vartheta kR)}{\vartheta} + \frac{\varepsilon^2}{4} kR [J_0(\vartheta kR) - \cos 2\varphi J_2(\vartheta kR)] \sin^2 \theta \right\}. \quad (4.142)$$

Амплитуда (4.141) описывает упругое и неупругое дифракционное рассеяние. Переходы с изменением состояния рассеивающего ядра описываются матричными элементами от (4.141) по соответствующим волновым функциям. Если до столкновения ядро находилось в основном состоянии ($I_0 = M_0 = 0$), то амплитуда упругого рассеяния определяется усредненным значением (4.141) по всем ориентациям оси симметрии ядра:

$$f_{00}(\vartheta) = \frac{i}{4\pi} \int d\vartheta \frac{R(\vartheta) J_1(\vartheta kR \xi(\vartheta, \varphi))}{\vartheta \xi(\vartheta, \varphi)}, \quad (4.143)$$

а амплитуда неупругого рассеяния, сопровождающегося возбуждением вращательного уровня определяется коэффициентом разложения (4.141) по сферическим функциям $Y_{IM}(\theta, \varphi)$, соответствующим вращательным состояниям ядра:

$$f_{IM}(\vartheta) = i \int d\vartheta Y_{IM}^*(\theta, \varphi) \frac{R(\vartheta) J_1(\vartheta kR \xi(\vartheta, \varphi))}{\vartheta \xi(\vartheta, \varphi)} Y_{00}(\theta, \varphi). \quad (4.144)$$

Дифференциальное сечение упругого рассеяния нейтрона несферическим ядром определяется квадратом модуля (4.143):

$$\sigma_e(\vartheta) = |f_{00}(\vartheta)|^2. \quad (4.145)$$

Используя формулу сложения для бесселевых функций, амплитуду упругого рассеяния можно свести к однократному интегралу

$$\begin{aligned} f_{00}(\vartheta) = \frac{i}{4} \vartheta^{-1} \int_0^\pi d\theta \sin \theta \left\{ (R(\theta) + R) J_0\left(\frac{1}{2} \vartheta k (R(\theta) - R)\right) \times \right. \\ \times J_1\left(\frac{1}{2} \vartheta k (R(\theta) + R)\right) - (R(\theta) - R) J_0\left(\frac{1}{2} \vartheta k (R(\theta) + R)\right) \times \\ \left. \times J_1\left(\frac{1}{2} \vartheta k (R(\theta) - R)\right) \right\}. \quad (4.146) \end{aligned}$$

Для малых деформаций ядра для амплитуды упругого рассеяния трудно получить следующую приближенную формулу:

$$f_{00}(\vartheta) \approx iR \left\{ \frac{J_1(\vartheta kR)}{\vartheta} + \frac{\varepsilon^2}{6} kR J_0(\vartheta kR) \right\}. \quad (4.147)$$

Как и при рассеянии на сферическом ядре, угловое распределение $\sigma_e(\vartheta)$ имеет ряд максимумов и минимумов, причем в минимумах сечение обращается в нуль.

Дифференциальное сечение рассеяния с возбуждением первого вращательного уровня несферического ядра определяется суммой квадратов модулей (4.144):

$$\sigma_I(\vartheta) = \sum_M |f_{IM}(\vartheta)|^2 \quad (4.148)$$

(суммирование проводится по всем допустимым значениям M при фиксированном значении I). Воспользовавшись свойством полноты системы сферических функций, нетрудно найти суммарное сечение рассеяния нейтрона с возбуждением различных вращательных уровней несферического ядра (в том числе и упругого рассеяния):

$$\sigma_s(\vartheta) \equiv \sum_I \sigma_I(\vartheta) = \frac{1}{4\pi} \int d\Omega \frac{R^2(\vartheta) J_1^2(\vartheta k R \zeta(\vartheta, \varphi))}{\vartheta^2 \zeta^2(\vartheta, \varphi)}. \quad (4.149)$$

В отличие от $\sigma_e(\vartheta)$ суммарное сечение рассеяния $\sigma_s(\vartheta)$ при наличии заметной деформации ядра не имеет максимумов и минимумов, а монотонно спадает с увеличением угла рассеяния ϑ .

В явном виде амплитуды неупругих переходов (4.144) можно рассчитать для случая малых деформаций ядра. Если в разложении амплитуды (4.144) ограничиться учетом только линейных членов по малому параметру ε^2 , то отличными от нуля будут амплитуды неупругих переходов, сопровождающихся возбуждением первого вращательного уровня ядра $I = 2$:

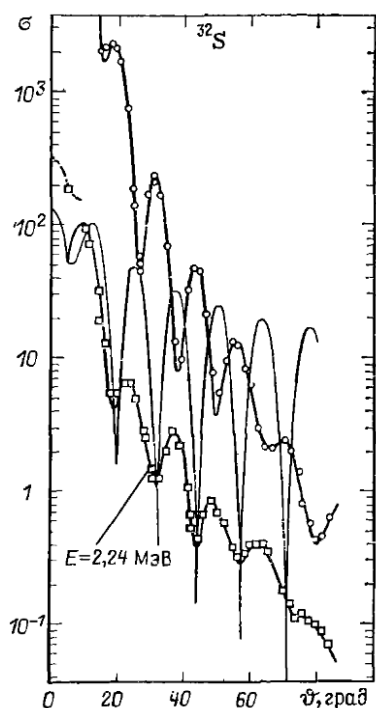
$$f_{20}(\vartheta) = \frac{i}{6\sqrt{5}} \varepsilon^2 k R^2 J_0(\vartheta k R);$$

$$f_{2,\pm 2}(\vartheta) = \frac{i}{6\sqrt{30}} \varepsilon^2 k R^2 J_2(\vartheta k R).$$

Используя эти выражения, для дифференциального сечения неупругого рассеяния нейтрона с возбуждением первого вращательного уровня несферического ядра получаем

$$\sigma_2(\vartheta) = \frac{\varepsilon^4}{180} (kR^2)^2 \{J_0^2(\vartheta kR) + 3J_2^2(\vartheta kR)\} \quad (4.150)$$

Рис. 4.14. Угловые зависимости для упругого (верхняя кривая) и неупругого (нижняя кривая) рассеяния α -частиц с энергией 43 МэВ на ядре ^{32}S



Сечение неупругого рассеяния с возбуждением следующего вращательного уровня ($J = 4$) будет отлично от нуля только при учете в разложении амплитуды (4.144) членов, пропорциональных ϵ^4 . Нетрудно убедиться, что при малых деформациях ядра $\sigma_I(\theta) \sim \epsilon^{2I}$.

Угловые распределения при неупругом рассеянии, так же как и при упругом рассеянии, имеют резко выраженную дифракционную структуру с рядом максимумов и минимумов. Положение максимумов и минимумов в угловом распределении зависит от конечного состояния ядра¹. На рис. 4.14 приведены экспериментальные угловые распределения и теоретические, рассчитанные на основе простой дифракционной модели для упругого рассеяния α -частиц с энергией 43 МэВ на ядре ^{32}S , а также для неупругого рассеяния с возбуждением уровня $E_2 = 2,24$ МэВ ядра ^{32}S (сечение для неупругого рассеяния увеличено в 10 раз).

Принтегрировав (4.149) по всем углам рассеяния, получаем полное суммарное сечение рассеяния:

$$\sigma_s = \frac{1}{2} \pi R^2 \left(1 + \frac{1}{\sqrt{1-\epsilon^2}} \frac{\arcsin \epsilon}{\epsilon} \right). \quad (4.151)$$

С помощью (4.107) нетрудно также вычислить полное сечение поглощения σ_a , которое совпадает с полным суммарным сечением рассеяния (4.151). Таким образом, для рассеяния нейтронов на абсолютно черном нефермическом ядре имеет место соотношение

$$\sigma_a = \sigma_s. \quad (4.152)$$

Задача

Вычислить сечение неупругого рассеяния частицы поглощающим ядром с возбуждением колебательного состояния ядра.

Рассмотрим деформированное ядро, поверхность которого описывается радиусом

$$R(\theta, \varphi) = R \left[1 + \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) \right],$$

где R — радиус равновеликой сферы; $\alpha_{\lambda\mu}$ — параметры деформации, характеризующие форму деформированного ядра. Пусть волновой вектор падающей частицы направлен вдоль оси z , тогда область тени ядра на плоскости, перпендикулярной направлению движения частицы, ограничивается эллипсом с радиусом

$$R\left(\frac{\pi}{2}, \varphi\right) = R \left[1 + \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}\left(\frac{\pi}{2}, \varphi\right) \right].$$

В дифракционном приближении амплитуда рассеяния частицы поглощающим ядром с указанной деформацией описывается выражением

$$f(\theta) = \frac{ik}{2\pi} \int db \exp(iqb) \left[1 - \theta \left(b - R\left(\frac{\pi}{2}, \varphi\right) \right) \right] \exp[2i\eta(b)], \quad (4.153)$$

где $\theta(x)$ — функция Хевисайда; $\eta(b)$ — кулоновская фаза рассеяния. Предполагая, что параметры деформации $\alpha_{\lambda\mu}$ малы, амплитуду (4.153) можно разложить в ряд по степеням $\alpha_{\lambda\mu}$. В результате разложения находим

$$f(\theta) = f_e(\theta) + \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} f_{\lambda\mu}(\theta), \quad (4.154)$$

¹ Возбуждение вращательных состояний при рассеянии нейтронов на нефермических ядрах впервые рассмотрено в [100—102].

где $f_e(\vartheta)$ — амплитуда упругого рассеяния частицы поглощающим ядром; $f_{\lambda\mu}(\vartheta)$ — амплитуда неупругого рассеяния с возбуждением однофононного колебательного состояния в ядре. Параметры $\alpha_{\lambda\mu}$ выражаются через операторы рождения и уничтожения поверхностных фононов в ядре $b_{\lambda\mu}^+$ и $b_{\lambda\mu}$:

$$\alpha_{\lambda\mu} = \frac{\beta_\lambda}{\sqrt{2\lambda+1}} [b_{\lambda\mu} + (-1)^\mu b_{\lambda, -\mu}^+],$$

причем β_λ связана с ядерными матричными элементами соотношением

$$\beta_\lambda = \sqrt{2\lambda+1} \langle I | \alpha_{\lambda\mu} | 0 \rangle.$$

Используя (4.153), находим

$$f_{\lambda\mu}(\vartheta) = i^{(1-\mu)} kR^2 Y_{\lambda\mu} \left(\frac{\pi}{2}, 0 \right) J_\mu(qR) \exp[2i\eta(R)], \quad (4.155)$$

где

$$Y_{\lambda\mu} \left(\frac{\pi}{2}, 0 \right) = \begin{cases} i^{\lambda+\mu} \sqrt{\frac{2\lambda+1}{4\pi}} \frac{\sqrt{(\lambda-\mu)! (\lambda+\mu)!}}{(\lambda-\mu)! (\lambda+\mu)!}, & \lambda - \text{четные}; \\ 0, & \lambda - \text{нечетные}. \end{cases}$$

Дифференциальное сечение неупругого рассеяния частицы с возбуждением в четно-четном ядре однофононного состояния со спином I определяется выражением

$$\sigma_I(\vartheta) = \frac{\beta_I^2}{2I+1} \sum_{M=-I}^I |f_{IM}(\vartheta)|^2.$$

Таким образом, получим

$$\sigma_I(\vartheta) = \frac{\beta_I^2}{2I+1} (kR^2)^2 \sum_{M=-I}^I \left| Y_{IM} \left(\frac{\pi}{2}, 0 \right) \right|^2 J_M^2(qR). \quad (4.156)$$

Для неупругого рассеяния с возбуждением состояния с четным значением момента в сечение вносят вклад функции Бесселя с четными индексами, а в случае неупругого рассеяния с возбуждением состояния с нечетным значением момента — функции Бессели с нечетными индексами. Так как с ростом аргумента функции Бесселя с четными и нечетными индексами осциллируют в противофазе друг с другом, то из (4.156) следует так называемое дифракционное правило фаз: сечения неупругого рассеяния с возбуждением нечетных значений I осциллируют в фазе с сечением упругого рассеяния, а сечения неупругого рассеяния с возбуждением четных I — в противофазе. Нетрудно убедиться также, что имеет место следующее правило отбора: сечение неупругого рассеяния обращается в нуль при нулевом угле рассеяния, если четность ядра в возбужденном состоянии противоположна четности основного состояния ядра.

Приведем явные выражения для сечений в случае возбуждения монопольных, квадрупольных и октупольных колебательных состояний ядра:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{0 \rightarrow 0}(\vartheta) &= \frac{\langle 0 | \alpha_0 | 0 \rangle^2}{4\pi} (kR^2)^2 J_0^2(qR); \\ \sigma_{0 \rightarrow 2}(\vartheta) &= \frac{\beta_2^2}{4\pi} (kR^2)^2 \left\{ \frac{1}{4} J_0^2(qR) + \frac{3}{4} J_2^2(qR) \right\}; \\ \sigma_{0 \rightarrow 3}(\vartheta) &= \frac{\beta_3^2}{4\pi} (kR^2)^2 \left\{ \frac{3}{8} J_1^2(qR) + \frac{5}{8} J_3^2(qR) \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (4.157)$$

Формула для сечения неупругого рассеяния с возбуждением квадрупольного колебательного состояния ($I = 2$) совпадает с (4.150), при этом ядерный матричный элемент связан с эксцентриситетом соотношением

$$\beta_2^2/4\pi = \varepsilon^4/45. \quad (4.158)$$

§ 4.4. Дифракционное взаимодействие дейтронов с ядрами

Дифракционные явления при взаимодействии сложных частиц с ядрами. Рассеяние дейтронов на ядрах при высоких энергиях (порядка нескольких десятков мегаэлектрон-вольт) характеризуется рядом особенностей. Дейтрон представляет собой слабосвязанную ядерную систему, состоящую из нейтрона и протона. Наличие внутренней структуры у частицы, рассеиваемой ядром, приводит к значительному усложнению дифракционной картины по сравнению с рассеянием нуклона из-за возникновения добавочных неупругих процессов. При взаимодействии дейтрона с ядром кроме упругого дифракционного рассеяния, вызываемого поглощением дейтронной волны, возможно также *дифракционное расщепление дейтрона*, сопровождающееся освобождением нейтрона и протона. Это расщепление происходит вне ядра при достаточно большом изменении импульса дейтрона, которое возникает в результате дифракции. Помимо дифракционных процессов рассеяния и расщепления и процесса полного поглощения, когда обе частицы, входящие в состав дейтрона, захватываются ядром, при взаимодействии дейтронов с ядрами возможны еще процессы неполного поглощения — срыв, когда только одна из частиц, первоначально входящих в состав дейтрона, захватывается ядром. Подтверждением дифракционного механизма взаимодействия дейтронов с ядрами может служить экспериментально наблюдаемый большой выход нейтронов и протонов при высоких энергиях падающих дейтронов, который и обусловлен *процессами срыва* и дифракционного расщепления¹.

Рассмотрим детальнее дифракционные явления при взаимодействии дейтрона с ядром, ограничившись простейшим случаем абсолютно поглощающего ядра. Амплитуду дифракционного рассеяния дейтрона на ядре нетрудно получить по аналогии с (4.102), при этом, однако, необходимо учитывать движение центра тяжести дейтрона и относительное движение нейтрона и протона в дейтроне. Так как дейтрон представляет собой слабосвязанную систему, в которой нейтрон и протон значительную часть времени проводят вне области действия ядерных сил, то можно считать, что отдельные частицы, входящие в состав дейтрона, испытывают дифракцию на ядре независимым образом. Поэтому для описания дифракционного взаимодействия дейтрона с ядром следует ввести два независимых дифракционных множителя

¹ Явление дифракционного расщепления при взаимодействии дейтронов с ядрами было предсказано А. И. Ахизером и автором [103—105]. Независимо на возможность дифракционного расщепления дейтрона указали Глаубер [106] и Е. Л. Фейнберг [107]. Экспериментально явление дифракционного расщепления обнаружено в [108]. На возможность процессов срыва при взаимодействии дейтронов с ядрами впервые указано в работе Сербера [109]. Последовательная теория дифракционного взаимодействия дейтронов с ядрами развита в [105, 110—113].

S_n и S_p соответственно для нейтрона и протона. Эти множители описывают поглощение, если прицельный параметр соответствующей частицы оказывается меньше радиуса ядра.

Обозначим волновую функцию движения центра тяжести дейтрона

$$\psi_0(\mathbf{r}_d) = \exp(ikz_d),$$

(здесь \mathbf{k} — волновой вектор падающего дейтрона; \mathbf{r}_d — радиус-вектор центра тяжести дейтрона), а волновую функцию относительного движения частиц в дейтроне (основное состояние дейтрона) обозначим $\varphi_0(\mathbf{r})$, где \mathbf{r} — относительное расстояние между нейтроном и протоном. Полная волновая функция дейтрона при наличии поглощающего ядра представляется в виде

$$\Psi = S_n S_p \varphi_0(\mathbf{r}) \psi_0(\mathbf{r}_d). \quad (4.159)$$

Такая запись означает, что фаза рассеяния дейтрона ядром выражается через сумму независимых фаз рассеяния нейтрона и протона.

Выделив из (4.159) падающую волну, получим рассеянную волну, которая описывает упругое и неупругое рассеяние дейтрона. По аналогии с (4.103) введем дейтронную профилирующую функцию

$$\omega_d \equiv 1 - S_n S_p, \quad (4.160)$$

которая определяет амплитуду рассеяния дейтрона. Дейтронная профилирующая функция ω_d непосредственно выражается через профилирующие функции ω_n и ω_p , определяющие амплитуды рассеяния нейтрона и протона:

$$\omega_d = \omega_n + \omega_p - \omega_n \omega_p. \quad (4.161)$$

Дейтронная профилирующая функция ω_d зависит от координат движения центра тяжести дейтрона и от относительных координат:

$$\omega_d \equiv \omega(\mathbf{b}, \mathbf{r}), \quad (4.162)$$

где \mathbf{b} — прицельный параметр центра тяжести дейтрона. Амплитуда дифракционного рассеяния дейтрона (в общем случае с изменением внутреннего состояния системы нейтрон — протон) описывается следующей формулой:

$$\mathcal{F}_{of}(\mathbf{q}) = \frac{ik}{2\pi} \int d\mathbf{b} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{b}) \int d\mathbf{r} \varphi_f^*(\mathbf{r}) \omega(\mathbf{b}, \mathbf{r}) \varphi_0(\mathbf{r}), \quad (4.163)$$

где $\varphi_f(\mathbf{r})$ — волновая функция относительного движения нейтрона и протона в конечном состоянии.

Упругое дифракционное рассеяние дейтронов. В случае упругого рассеяния в качестве волновой функции $\varphi_f(\mathbf{r})$ в (4.163) следует взять волновую функцию основного состояния дейтрона $\varphi_0(\mathbf{r})$, и, таким образом, для амплитуды упругого рассеяния имеем

$$\mathcal{F}_{oo}(\mathbf{q}) = \frac{ik}{2\pi} \int d\mathbf{b} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{b}) \int d\mathbf{r} \omega(\mathbf{b}, \mathbf{r}) \varphi_0^2(\mathbf{r}). \quad (4.164)$$

Используя (4.161), амплитуду упругого рассеяния (4.164) нетрудно выразить непосредственно через амплитуды рассеяния отдельных нуклонов на ядре и структурный форм-фактор дейтрона:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{00}(\mathbf{q}) = & [f_n(\mathbf{q}) + f_p(\mathbf{q})] s\left(\frac{\mathbf{q}}{2}\right) + \\ & + \frac{i}{2\pi k} \int d\mathbf{q}' f_n\left(\frac{\mathbf{q}}{2} + \mathbf{q}'\right) f_p\left(\frac{\mathbf{q}}{2} - \mathbf{q}'\right) s(\mathbf{q}'). \end{aligned} \quad (4.165)$$

где $s(\mathbf{q})$ — структурный форм-фактор дейтрона:

$$s(\mathbf{q}) = \int d\mathbf{r} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) \varphi_0^{\frac{1}{2}}(\mathbf{r}). \quad (4.166)$$

Согласно (4.165) амплитуда упругого рассеяния дейтрона на ядре представляется в виде суммы амплитуд рассеяния нейтрона и протона на ядре, домноженных на структурный форм-фактор дейтрона, и добавочной амплитуды, учитывающей эффект одновременного рассеяния нейтрона и протона на ядре.

В случае абсолютно черного ядра амплитуды рассеяния нейтрона и протона оказываются равными:

$$f(\mathbf{q}) = ikR \frac{J_1(qR)}{q}, \quad (4.167)$$

при этом выражение для амплитуды упругого рассеяния дейтрона можно привести к виду

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{00}(\mathbf{q}) = ikR \left\{ 2 \frac{J_1(qR)}{q} s\left(\frac{\mathbf{q}}{2}\right) - \frac{R}{2\pi} \int d\mathbf{q}' \frac{J_1\left(\left|\frac{\mathbf{q}}{2} + \mathbf{q}'\right|R\right)}{\left|\frac{\mathbf{q}}{2} + \mathbf{q}'\right|} \times \right. \\ \left. \times \frac{J_1\left(\left|\frac{\mathbf{q}}{2} - \mathbf{q}'\right|R\right)}{\left|\frac{\mathbf{q}}{2} - \mathbf{q}'\right|} s(\mathbf{q}') \right\}. \end{aligned} \quad (4.168)$$

В приближении нулевого радиуса действия ядерных сил волновая функция основного состояния дейтрона описывается формулой

$$\varphi_0(r) = \sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}} \frac{\exp(-\alpha r)}{r}, \quad (4.169)$$

где $\alpha = \sqrt{\epsilon_0 M/\hbar}$, ϵ_0 — энергия связи дейтрона. Пространственные размеры дейтрона характеризуются средним расстоянием между нейтроном и протоном — радиусом $R_d = 1/2\alpha$. Используя (4.169), нетрудно найти структурный форм-фактор дейтрона:

$$s(\mathbf{q}) = (2\alpha/q) \operatorname{arctg}(q/2\alpha). \quad (4.170)$$

Вследствие относительно больших размеров дейтрона структурный форм-фактор имеет резкий максимум в области малых переданных импульсов q . Поэтому часть амплитуды (4.168), соответствующая независимому рассеянию отдельных нуклонов, характеризуется резким

максимумом при малых углах рассеяния. Добавочная амплитуда в (4.168), учитывающая эффект одновременного рассеяния нейтрона и протона, убывает с ростом угла значительно медленнее. Так как амплитуды рассеяния отдельных нуклонов в случае абсолютно черного ядра чисто мнимые, то добавочная амплитуда, связанная с одновременным рассеянием нейтрона и протона, имеет противоположный знак по сравнению с амплитудой, отвечающей независимому рассеянию нейтрона и протона. Поэтому из-за интерференции амплитуда (4.168) при определенном значении передаваемого импульса будет обращаться в нуль. Этот интерференционный эффект приводит к возникновению добавочной дифракционной структуры в угловой зависимости дифференциального сечения упругого рассеяния дейтрона.

Используя (4.164), интегральное сечение упругого рассеяния дейтрона представим в виде

$$\sigma_e = \int db I^2(b), \quad (4.171)$$

где

$$I(b) \equiv \int dr \{ \omega_n + \omega_p - \omega_n \omega_p \} \varphi_0^2(r). \quad (4.172)$$

Функция $I(b)$ имеет характер ступеньчатообразной функции с размытым краем, размытость которого определяется пространственной структурой дейтрона. В случае рассеяния дейтрона черным ядром интегральное сечение нетрудно вычислить в предположении, что размеры дейтрона значительно меньше размеров ядра, т. е. $R_d \ll R$. Замечая, что функция $\varphi_0^2(r)$ резко убывает на расстояниях, больших радиуса дейтрона, при интегрировании в (4.172) можно пренебречь кривизной края тени ядра, т. е. в предельном случае ($R \gg R_d$) край ядра можно считать прямолинейным. При таком предположении выражение в фигурных скобках в (4.172) будет равно единице, если $b < R$; если же $b > R$, то это выражение равно нулю в прямолинейном слое толщиной $2(b - R)$ и равно единице вне этого слоя. Слой направлен перпендикулярно нормали к краю ядра $\mathbf{n} \parallel \mathbf{b}/b$. Таким образом, находим

$$I(b) = \begin{cases} 1, & b < R; \\ \int_{|\mathbf{nr}| > 2(b-R)} d\mathbf{r} \varphi_0^2(r), & b > R. \end{cases} \quad (4.173)$$

Если в качестве волновой функции основного состояния ядра дейтрона выбрать (4.169), то

$$\int_{|\mathbf{nr}| > 2(b-R)} d\mathbf{r} \varphi_0^2(r) = \int_1^\infty d\xi \frac{\exp[-4\alpha(b-R)\xi]}{\xi^2} \quad (b > R).$$

Подставляя выражение (4.173) в (4.171) и выполняя интегрирование (при этом в области $b > R$ следует воспользоваться заменой $db \rightarrow 2\pi R db$), получаем следующую приближенную формулу для интегрального сечения упругого дифракционного рассеяния дейтрона на черном ядре:

$$\sigma_e = \pi R^2 + \frac{2\pi}{3} (1 - \ln 2) R R_d, \quad R_d \ll R. \quad (4.174)$$

Первое слагаемое в выражении для сечения упругого рассеяния дейтрона (4.174) равно площади геометрического сечения ядра (так же как и при рассеянии точечных частиц), второе слагаемое в (4.174) связано с пространственной структурой дейтрона, наличие которой приводит к увеличению сечения упругого дифракционного рассеяния по сравнению с точечными частицами.

Дифракционное расщепление дейтронов. Если в качестве волновой функции конечного состояния в (4.163) выбрать волновую функцию относительного движения нейтрона и протона с положительной энергией, то амплитуда (4.163) будет описывать процесс дифракционного расщепления дейтрона. Итак, при дифракционном взаимодействии дейтрона с ядром помимо чисто упругого рассеяния аналогично дифракционному рассеянию точечных частиц имеет место неупругое рассеяние, приводящее к расщеплению дейтрона на нейтрон и протон.

В приближении нулевого радиуса действия ядерных сил относительное движение нейтрона и протона, освобождающихся в результате расщепления дейтрона, описывается волновой функцией

$$\varphi_{\mathbf{f}}(\mathbf{r}) = \exp(i\mathbf{f}\mathbf{r}) + a \frac{\exp(-i\mathbf{f}\mathbf{r})}{r}, \quad (4.175)$$

где \mathbf{f} — волновой вектор относительного движения частиц ($\epsilon = \hbar^2 f^2 / M$ — энергия относительного движения частиц, $\epsilon > 0$); $a = -1/(\alpha - i\mathbf{f})$ — длина рассеяния нейтрона протоном. (Предполагается, что взаимодействие между нейтроном и протоном имеет место только в S -состоянии, что оправдано при небольших энергиях относительного движения частиц.) Сумма плоской волны и сходящейся сферической волны в (4.175) соответствует образованию частиц в свободном состоянии в результате процесса. Путем непосредственной проверки легко убедиться, что волновые функции $\varphi_{\mathbf{f}}(\mathbf{r})$ ортогональны волновой функции основного состояния дейтрона $\varphi_0(\mathbf{r})$, т. е.

$$\int d\mathbf{r} \varphi_0(\mathbf{r}) \varphi_{\mathbf{f}}(\mathbf{r}) = 0. \quad (4.176)$$

Функция $\varphi_{\mathbf{f}}(\mathbf{r})$ и функция $\varphi_0(\mathbf{r})$, описывающая связанное состояние дейтрона, образуют полную систему ортонормированных функций, удовлетворяющих соотношению

$$\varphi_0(\mathbf{r}) \varphi_0(\mathbf{r}') + \int \frac{d\mathbf{f}}{(2\pi)^3} \varphi_{\mathbf{f}}^*(\mathbf{r}) \varphi_{\mathbf{f}}(\mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (4.177)$$

Используя (4.175), амплитуду дифракционного расщепления дейтрона на черном ядре представим в виде

$$\mathcal{F}_{0\mathbf{f}}(\mathbf{q}) = ikR \left\{ \frac{J_1(qR)}{q} \left[\Phi\left(\mathbf{f}, \frac{\mathbf{q}}{2}\right) + \Phi\left(\mathbf{f}, -\frac{\mathbf{q}}{2}\right) \right] - \frac{R}{2\pi} \int dq' \frac{J_1\left(\left|\frac{\mathbf{q}}{2} + \mathbf{q}'\right|R\right)}{\left|\frac{\mathbf{q}}{2} + \mathbf{q}'\right|} \frac{J_1\left(\left|\frac{\mathbf{q}}{2} - \mathbf{q}'\right|R\right)}{\left|\frac{\mathbf{q}}{2} - \mathbf{q}'\right|} \Phi(\mathbf{f}, \mathbf{q}') \right\}. \quad (4.178)$$

где

$$\Phi(\mathbf{f}, \mathbf{q}) \equiv \int d\mathbf{r} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) \varphi_{\mathbf{i}}^*(\mathbf{r}) \varphi_0(\mathbf{r}) = \\ = \sqrt{8\pi\alpha} \left(\frac{1}{\alpha^2 + (\mathbf{q} - \mathbf{f})^2} - \frac{f + i\alpha}{q(\alpha^2 + f^2)} \ln \frac{f - q + i\alpha}{f + q + i\alpha} \right). \quad (4.179)$$

Квадрат модуля амплитуды (4.178) определяет угловое и энергетическое распределения частиц, освобождающихся в результате дифракционного расщепления дейтрона:

$$d\sigma_d = |\mathcal{F}_{\text{от}}(\mathbf{q})|^2 \frac{df}{(2\pi)^3} d\omega. \quad (4.180)$$

Волновые векторы нейтрона и протона, освобождающихся при дифракционном расщеплении дейтрона, связаны с волновым вектором центра тяжести дейтрона \mathbf{k}' и волновым вектором относительного движения \mathbf{f} соотношениями

$$\mathbf{k}_n + \mathbf{k}_p = \mathbf{k}'; \quad \frac{1}{2}(\mathbf{k}_n - \mathbf{k}_p) = \mathbf{f}. \quad (4.181)$$

Если предположить, что размеры дейтрона значительно меньше размеров ядра, то распределение продуктов расщепления по углам и энергиям удается получить в явном виде:

$$d\sigma_d = \frac{1}{8\pi^2} \frac{R}{R_d} \left\{ \frac{1}{2P} \left(\frac{P - if_{\perp} \cos \varphi}{P + if_{\perp} \cos \varphi + \frac{i}{2} q} + \frac{P + if_{\perp} \cos \varphi}{P - if_{\perp} \cos \varphi + \frac{i}{2} q} \right) + \right. \\ \left. + \frac{2i}{q} + 4 \frac{\alpha - if}{q^2} \ln \frac{\alpha - if}{\alpha - if + \frac{i}{2} q} \right\}^2 + \\ + \left| \frac{1}{2P} \left(\frac{P + if_{\perp} \cos \varphi}{P - if_{\perp} \cos \varphi - \frac{i}{2} q} + \frac{P - if_{\perp} \cos \varphi}{P + if_{\perp} \cos \varphi - \frac{i}{2} q} \right) - \right. \\ \left. - \frac{2i}{q} + 4 \frac{\alpha - if}{q^2} \ln \frac{\alpha - if}{\alpha - if - \frac{i}{2} q} \right\}^2 \frac{df}{(\alpha^2 + f^2)^2} d\mathbf{q}, \quad (4.182)$$

где $P = \sqrt{\alpha^2 + f^2 - f_{\perp}^2 \cos^2 \varphi}$; φ — угол между вектором \mathbf{q} и проекцией вектора \mathbf{f} на плоскость, перпендикулярную волновому вектору падающего дейтрона.

При больших энергиях падающих дейтронов освобождающиеся частицы вылетают в узком конусе углов в направлении вперед с энергиями, примерно равными половине энергии падающего дейтрона. Распределение продуктов расщепления по энергиям в л. с. к. определяется распределением по проекциям относительного волнового вектора на

направление движения дейтрона f_z . Энергия нейтрона E_n согласно (4.181) связана с этой проекцией соотношением

$$\left(E_n - \frac{1}{2} E_d\right) / \sqrt{\epsilon_0 E_d} = f_z / \alpha \equiv \xi, \quad (4.183)$$

где E_d — энергия падающего дейтрона. Распределение продуктов расщепления по энергиям найдем, проинтегрировав дифференциальное сечение (4.182) по углам do и перпендикулярным составляющим волнового вектора относительного движения df_{\perp} . Таким образом, в предельном случае $R_d \ll R$ получим

$$\begin{aligned} W(\xi) = & \frac{\pi}{6} \frac{1}{\sqrt{1+\xi^2}} + \frac{11+3\xi^2}{18(1+\xi^2)^2} + \frac{1+9\xi^2}{9(1+\xi^2)^3} \ln \frac{4}{1+\xi^2} - \\ & - \frac{3-16\xi^2-3\xi^4}{9(1+\xi^2)^3} \xi \arctg \xi + \frac{1}{6} (1-2\xi^2) \left[(\arctg \xi)^2 - \frac{\pi^2}{4} \right] - \\ & - \xi \arctg \xi - \frac{1}{2}. \end{aligned} \quad (4.184)$$

На рис. 4.15 приведено энергетическое распределение частиц, образующих в результате дифракционного расщепления при энергии падающих дейтронов 100 МэВ. Распределение характеризуется острым максимумом при энергии освобождающейся частицы, равной половине энергии падающего дейтрона. Для сравнения штриховой кривой показано энергетическое распределение нейтронов, возникающих вследствие реакции срыва при той же энергии падающего дейтрона. Ширина энергетического распределения нейтронов, образующихся при дифракционном расщеплении дейтронов, несколько больше ширины распределения нейтронов, возникающих при срыве.

Угол вылета нейтрона или протона при дифракционном расщеплении дейтрона определяется составляющей волнового вектора частицы, перпендикулярной направлению движения падающего дейтрона. Используя (4.182), можно найти угловое распределение освобождающихся частиц. Если пренебречь взаимодействием нейтрона и протона в конечном состоянии, то угловое распределение описывается простой формулой

$$W(\vartheta) \sim (\vartheta^2 + \vartheta_0^2)^{-5/2}, \quad (4.185)$$

где ϑ — угол вылета частицы, а ϑ_0 определяется отношением энергии связи ϵ_0 к энергии падающего дейтрона E_d .

Для нахождения интегрального сечения дифракционного расщепления удобно воспользоваться общим выражением для амплитуды рассеяния дейтрона ядром (4.163). Возьмем квадрат модуля амплитуды (4.163) и просуммируем по всем конечным состояниям относительного движения

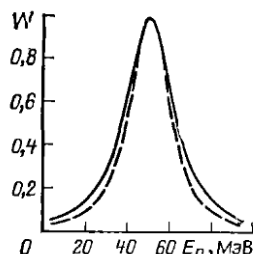


Рис. 4.15. Распределение по энергиям частиц, освобождающихся в результате дифракционного расщепления дейтронов при энергии 100 МэВ

системы нейтрон—протон. Используя условие полноты для функций относительного движения (4.177), нетрудно установить следующую общую формулу для интегрального сечения суммарного рассеяния (включающего упругое рассеяние и расщепление дейтрона):

$$\sigma_s \equiv \sigma_e + \sigma_d = \int db \int dr |\omega(\mathbf{b}, \mathbf{r})|^2 \varphi_0^2(r). \quad (4.186)$$

Это сечение описывает процессы рассеяния, при которых состояние рассеивающего ядра остается неизменным. Для абсолютно черного ядра $|\omega(\mathbf{b}, \mathbf{r})|^2 = \omega(\mathbf{b}, \mathbf{r})$, поэтому сечение σ_s можно представить в виде

$$\sigma_s = \int db I(b), \quad (4.187)$$

где $I(b)$ определяется выражением (4.172). Итак, разность между выражениями для σ_s и σ_e [σ_e описывается формулой (4.171)] будет непосредственно определять интегральное сечение дифракционного расщепления дейтрона:

$$\sigma_d \doteq \int db I(b) [1 - I(b)]. \quad (4.188)$$

В предположении, что размеры дейтрона значительно меньше размеров ядра, сечение дифракционного расщепления нетрудно найти в явном виде. Так как в предельном случае $R_d \ll R$ функция $I(b)$ равна единице при $b < R$, то интегрирование в (4.188) следует проводить только в области $b > R$. Замечая, что в этой области $I(b)$ описывается (4.173), в результате интегрирования находим следующую формулу для интегрального сечения дифракционного расщепления дейтрона:

$$\sigma_d = \frac{2\pi}{3} \left(\ln 2 - \frac{1}{4} \right) R R_d, \quad R_d \ll R. \quad (4.189)$$

Согласно (4.189) сечение дифракционного расщепления σ_d обращается в нуль, если $R_d \rightarrow 0$, т. е. дифракционное расщепление возможно только при наличии пространственной структуры у рассеиваемой частицы. Отметим, что в (4.189) не учтен эффект добавочного расщепления дейтрона, обусловленный кулоновским полем ядра.

Полное сечение взаимодействия дейтрона с ядром. Зная амплитуду упругого рассеяния, на основе оптической теоремы можно определить полное сечение взаимодействия дейтрона с ядром:

$$\sigma_t = (4\pi/k) \operatorname{Im} \mathcal{F}_{00}(0). \quad (4.190)$$

Это сечение описывает все процессы дифракционного взаимодействия дейтрона с ядром, в том числе и процессы с перераспределением частиц, т. е. процессы частичного или полного поглощения частиц ядром. Используя для амплитуды упругого рассеяния выражение (4.164), полное сечение взаимодействия дейтрона с ядром запишем в виде

$$\sigma_t = 2\operatorname{Re} \int db I(b). \quad (4.191)$$

В случае абсолютно черного ядра функция $I(b)$ вещественна, поэтому

$$\sigma_t = 2 \int db I(b). \quad (4.192)$$

опоставляя это выражение с (4.187), видим, что интегральное сечение суммарного рассеяния дейтрона (включающего упругое рассеяние и дифракционное расщепление) σ_s в случае абсолютного черного ядра равно половине полного сечения взаимодействия σ_t :

$$\sigma_s = \sigma_t/2. \quad (4.193)$$

Другая половина полного сечения взаимодействия дейтрона с ядром описывает процессы с поглощением (частичным или полным) частиц дейтрона ядром.

Действительно, используя волновую функцию дейтрона при наличии поглощающего ядра (4.159), сечение реакций можно записать в виде

$$\sigma_r = \int db \int dr \{1 - |S_n S_p|^2\} \varphi_0^2(r),$$

или

$$\sigma_r = \int db \int dr \{1 - |1 - \omega(\mathbf{b}, \mathbf{r})|^2\} \varphi_0^2(r) \quad (4.194)$$

Сечение реакций σ_r описывает все процессы, при которых состояние рассеивающего ядра изменяется: полное поглощение дейтрона ядром и захват ядром одной из частиц, первоначально входящих в состав дейтрона. Так как в случае абсолютно черного ядра $|\omega(\mathbf{b}, \mathbf{r})|^2 = \omega(\mathbf{b}, \mathbf{r})$, то, используя (4.192) и (4.194), нетрудно убедиться в справедливости соотношения

$$\sigma_r = \sigma_t/2. \quad (4.195)$$

Выбирая в качестве волновой функции основного состояния дейтрона (4.169), для полного сечения взаимодействия дейтрона с ядром (в случае абсолютно черного ядра) находим формулу

$$\sigma_t = 4\pi R^2 \left\{ 1 - \int_0^\infty d\xi \frac{p}{\xi} \arctg \frac{\xi}{p} \frac{J_1^2(\xi)}{\xi} \right\}, \quad p = \frac{R}{R_d} \quad (4.196)$$

(сечение σ_t , естественно, не учитывает кулоновское рассеяние дейтронов). Согласно (4.196) сечение взаимодействия дейтрона с ядром не равно сумме сечений взаимодействия отдельных частиц с ядром, а несколько меньше. Это связано с эффектом одновременного рассеяния нейтрона и протона, который нарушает аддитивность сечений. Формула (4.196) справедлива при любом соотношении между радиусами дейтрона и ядра. На рис. 4.16 представлена зависимость полного сечения σ_t от параметра $p = R/R_d$. Если радиус дейтрона значительно меньше радиуса ядра, то

$$\sigma_t = 2\pi R^2 + \pi R R_d, \quad R_d \ll R. \quad (4.197)$$

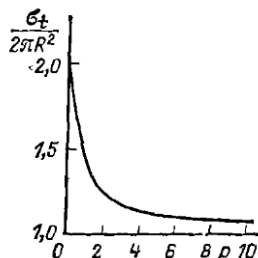


Рис. 4.16. Зависимость полного сечения σ_t от отношения радиуса ядра к радиусу дейтрона

Таким образом, в предельном случае $R_d \ll R$ полное сечение взаимодействия дейтрона с ядром σ_t превышает полное сечение взаимодействия точечной частицы $2\pi R^2$ на $\pi R R_d$. Эта добавка к сечению взаимодействия обусловлена конечными пространственными размерами дейтрона.

Реакция срыва. Рассмотрим на основе дифракционного подхода реакцию срыва, при которой одна из частиц, первоначально входящих в состав дейтрона, освобождается, а вторая захватывается ядром. Для определенности рассмотрим реакцию, в результате которой освобождается нейтрон, а протон поглощается ядром. Состояние нейтрона, освобождающегося вследствие реакции срыва, описывается плоской волной:

$$\psi_{\mathbf{k}_n}(\mathbf{r}_n) = \exp(i\mathbf{k}_n \mathbf{r}_n), \quad (4.198)$$

где \mathbf{k}_n — волновой вектор нейтрона. Если волновую функцию (4.159) разложить в интеграл по функциям (4.198), то коэффициенты такого разложения можно рассматривать как волновые функции протона, захватываемого ядром. Следовательно, амплитуда вероятности того, что нейтрон будет обладать волновым вектором \mathbf{k}_n , а протон будет находиться в точке \mathbf{r}_p , равна:

$$a(\mathbf{k}_n, \mathbf{r}_p) = \int d\mathbf{r}_n \exp(-i\mathbf{k}_n \mathbf{r}_n) S_n S_p \varphi_0(\mathbf{r}) \psi_0(\mathbf{r}_d). \quad (4.199)$$

Зная амплитуду (4.199), нетрудно вычислить сечение поглощения протона, если волновой вектор освобождающегося нейтрона лежит в интервале $d\mathbf{k}_n$. Действительно, плотность протонов в разных точках плоскости, перпендикулярной волновому вектору падающего дейтрона, равна:

$$|a(\mathbf{k}_n, \mathbf{b}_p)| = \left| S_p \int d\mathbf{r}_n \exp(-i\mathbf{k}_n \mathbf{r}_n) S_n \varphi_0(\mathbf{r}) \right|^2. \quad (4.200)$$

Если бы протоны не взаимодействовали с ядром, то эта плотность была бы равна:

$$|a_0(\mathbf{k}_n, \mathbf{b}_p)|^2 = \left| \int d\mathbf{r}_n \exp(-i\mathbf{k}_n \mathbf{r}_n) S_n \varphi_0(\mathbf{r}) \right|^2. \quad (4.201)$$

Уменьшение плотности протонов при наличии ядра связано с поглощением протонов. Проинтегрировав разность между (4.201) и (4.200) по всей плоскости $z = 0$, найдем сечение процесса срыва, в результате которого волновой вектор освобождающегося нейтрона оказывается в интервале $d\mathbf{k}_n$:

$$d\sigma_n = \int d\mathbf{b}_p \{1 - |S_p|^2\} \times \\ \times \left| \int d\mathbf{r}_n \exp(-i\mathbf{k}_n \mathbf{r}_n) S_n \varphi_0(\mathbf{r}) \right|^2 \frac{d\mathbf{k}_n}{(2\pi)^3}. \quad (4.202)$$

Чтобы найти угловое распределение освобождающихся нейтронов, выражение (4.202) следует проинтегрировать по продольным составляющим вектора $d\mathbf{k}_{nz}$. Для нахождения распределения нейтронов по энергиям, выражение (4.202) нужно проинтегрировать по перпендикулярным составляющим вектора $d\mathbf{k}_{n\perp}$.

Интегрируя (4.202) по всем составляющим dk_n , получаем полное сечение реакции срыва нейтрона σ_n :

$$\sigma_n = \int d\mathbf{b}_p \int d\mathbf{r}_n \{1 - |S_p|^2\} |S_n|^2 \varphi_0^2(r). \quad (4.203)$$

Для абсолютно черного ядра находим

$$\sigma_n = \pi R^2 \left\{ 1 - 2 \int d\xi \frac{\rho}{\xi} \arctg \frac{\xi}{\rho} \frac{J_1^2(\xi)}{\xi} \right\}, \quad \rho = \frac{R}{R_d}. \quad (4.204)$$

Если размеры ядра значительно превосходят размеры дейтрона ($\rho \gg 1$), то из (4.204) следует формула Сербера

$$\sigma_n = \frac{\pi}{2} R R_d, \quad R_d \ll R. \quad (4.205)$$

Считая, что радиус ядра R значительно превосходит радиус дейтрона R_d , нетрудно найти угловое и энергетическое распределение частиц, освобождающихся при срыве. В этом предельном случае ($\rho \gg 1$) край ядра можно считать прямолинейным. С точностью до несущественного фазового множителя амплитуда (4.199) равна:

$$a(\mathbf{k}_n, \mathbf{r}_p) = \frac{\sqrt{2\pi\alpha}}{P(k_{nx} - iP)} \exp(iP x_p), \quad x_p > 0,$$

где $P = \sqrt{\alpha^2 + k_{ny}^2 + k_{nz}^2}$ и ось x направлена по нормали к границе ядра. Дифференциальное сечение реакции срыва определяется выражением

$$d\sigma_n = \frac{\alpha R}{8\pi^2} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{(\alpha^2 + k_{nz}^2 + k_{n\perp}^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}} \frac{dk_n}{(\alpha^2 + k_n^2)}. \quad (4.206)$$

Выполняя в (4.206) интегрирование по dk_{nz} , находим угловое распределение частиц:

$$d\sigma_n = 2RR_d \left\{ 1 - \frac{1}{2\xi^3} [(1 + \xi^2) \arctg \xi - \xi] \right\} \frac{\xi}{(1 - \xi^2)^{3/2}} d\xi, \quad (4.207)$$

где $\xi = \vartheta/\vartheta_0$ — относительный угол вылета ($\vartheta_0 = \sqrt{\varepsilon_0/E_d}$). Частицы в основном движутся внутри конуса, ось которого совпадает с направлением первоначального пучка дейтрона, а угол раствора — величина порядка ϑ_0 . Для дейтронов с энергией $E_d = 100$ МэВ этот угол равен примерно 8° .

Распределение нейтронов по энергиям получим, проинтегрировав (4.206) по перпендикулярным составляющим вектора $d\mathbf{k}_{n\perp}$:

$$d\sigma_n = \frac{\pi}{4} R R_d \frac{d\xi}{(1 + \xi^2)^{3/2}}, \quad (4.208)$$

где безразмерная величина $\xi = k_{nz}/\alpha$ связана с энергией освобождающегося нейтрона E_n соотношением (4.183). Центром распределения (4.208) является значение энергии нейтрона, равное половине энергии падающего дейтрона. Ширина распределения $\Delta \approx 2\sqrt{(2^{2/3} - 1)\varepsilon_0 E_d}$. При энергии дейтронов $E_d = 100$ МэВ эта ширина составляет пример-

но 20 МэВ. Экспериментально наблюдаемые угловое и энергетическое распределения нейтронов, образующихся вследствие реакции срыва при больших энергиях падающих дейтронов, находятся в соответствии с результатами теории.

Поглощение дейтронов ядрами. Используя дифрагированную волновую функцию дейтрона при наличии поглощающего ядра (4.159), сечение поглощения дейтрона следует отождествить с сечением одновременного поглощения нейтрона и протона ядром. Это сечение описывается выражением

$$\sigma_a = \int db_n \int db_p \{1 - |S_n|^2\} \{1 - |S_p|^2\} \int dz \varphi_0^2(r). \quad (4.209)$$

Множители $\{1 - |S_n|^2\}$ и $\{1 - |S_p|^2\}$, входящие в (4.209), имеют простой физический смысл. Очевидно, эти множители следует рассматривать как коэффициенты прилипания к ядру соответственно нейтрона и протона. В случае абсолютно черного ядра сечение поглощения дейтрона ядром

$$\sigma_a = 2\pi R^2 \int_0^\infty d\xi \frac{p}{\xi} \arctg \frac{\xi}{p} \frac{J_1^2(\xi)}{\xi}, \quad p = \frac{R}{R_d}. \quad (4.210)$$

Вследствие конечных размеров дейтрона это сечение оказывается меньше площади геометрического сечения ядра. В предельном случае ($p \gg 1$) из (4.210) находим

$$\sigma_a = \pi R^2 - \frac{\pi}{2} R R_d, \quad R_d \ll R. \quad (4.211)$$

Действительно, сечение поглощения одной частицы ядром равно πR^2 , а так как сечение процесса, при котором одна частица дейтрона попадает в ядро, а другая проходит вне ядра, равно $(\pi/2) R R_d$, то сечение поглощения обеих частиц, т. е. сечение поглощения дейтрона, равно $\pi R^2 - (\pi/2) R R_d$. Путем непосредственной проверки нетрудно убедиться, что сумма сечений срыва σ_n и σ_p и сечения поглощения дейтрона σ_a равна сечению реакций σ_r (4.195), а сумма всех сечений (4.174), (4.189), (4.205) (которое следует учитывать дважды) и (4.211) действительно равна полному сечению (4.197).

Влияние диффузности границы ядра на сечение дифракционного расщепления. Приведенное рассмотрение процессов дифракционного взаимодействия дейтронов с ядрами нетрудно обобщить и учесть эффекты, связанные с полупрозрачностью ядер и диффузностью границы ядер. Интегральные сечения упругого рассеяния, дифракционного расщепления и поглощения дейтронов монотонно убывают с увеличением прозрачности, а сечения срыва нейтрона или протона возрастают с увеличением прозрачности. Диффузность границы ядер существенно сказывается на сечении дифракционного расщепления дейтронов. В отличие от сечений упругого рассеяния, срыва и поглощения сечение дифракционного расщепления дейтрона сильно уменьшается с увеличением размытости границ ядра. Зависимость сечения дифракционного расщепления дейтрона от диффузности границы ядер приводит

к оболочечному эффекту, проявляющемуся в немонотонной зависимости сечения дифракционного расщепления от массового числа ядер. Поскольку сечение дифракционного расщепления сильно уменьшается с увеличением диффузности, то вблизи магических значений A это сечение должно характеризоваться максимумами¹.

Выберем профилирующие функции для нейтрона ω_n и протона ω_p в виде

$$\omega(b) = \begin{cases} 1, & b < R - \frac{\Delta}{2}; \\ \frac{\left(R + \frac{\Delta}{2}\right)^2 - b^2}{2R\Delta}, & R - \frac{\Delta}{2} < b < R + \frac{\Delta}{2}; \\ 0, & b > R + \frac{\Delta}{2}. \end{cases} \quad (4.212)$$

Величина Δ характеризует размытость края ядра. Параболический закон спада функции ω с ростом b выбран с целью облегчения расчетов. Используя общие формулы, приведенные в предыдущих параграфах, нетрудно рассчитать зависимость сечения дифракционного расщепления σ_d от величины размытости края ядра Δ .

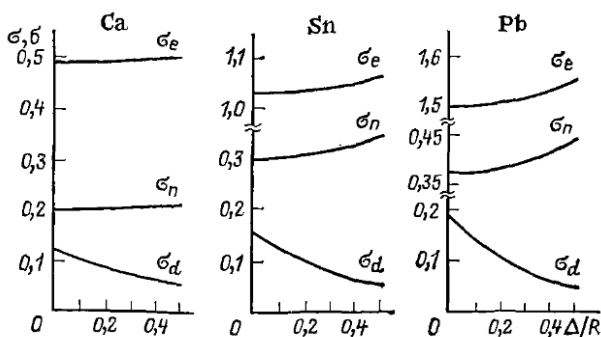


Рис. 4.17. Зависимость интегральных сечений упругого рассеяния σ_e , дифракционного расщепления σ_d и срыва σ_n от диффузности края ядра Δ/R

На рис. 4.17 представлены сечения дифракционного расщепления σ_d , упругого рассеяния σ_e и срыва σ_n , рассчитанные в зависимости от отношения размытости края Δ к радиусу ядра R для ядер Ca, Sn и Pb (радиусы ядер считались равными 3,60; 5,31 и 6,48 фм). В то время как сечение дифракционного расщепления σ_d при изменении отношения Δ/R от 0 до 0,5 уменьшается примерно в 4 раза, сечения упругого рассеяния σ_e и срыва σ_n практически не изменяются. Введенный параметр

¹ Предсказанная теоретически в [114] немонотонная зависимость сечений взаимодействия дейтронов с ядрами от массового числа A была обнаружена экспериментально [115, 116]. Сечения для различных дифракционных процессов с учетом размытости границ ядер без использования допущения о малости размеров дейтрона по сравнению с размерами ядер вычислены в [117].

размытости края ядра Δ можно связать с параметром диффузности, характеризующим распределение плотности нуклонов в ядре. Поэтому экспериментальное измерение сечения рассеяния дейтронов на различных ядрах в области энергий, отвечающих применению дифракционного описания, может служить источником получения непосредственной информации о распределении плотности нуклонов в ядрах.

З а д а ч и

1. Выразить полное сечение взаимодействия дейтрона с ядром через амплитуды рассеяния отдельных нуклонов и структурный форм-фактор дейтрона.

Из оптической теоремы (4.190) и формулы (4.164) для амплитуды упругого рассеяния дейтрона ядром непосредственно вытекает следующее общее соотношение между полным сечением взаимодействия дейтрона с ядром, амплитудами рассеяния отдельных нуклонов и структурным форм-фактором дейтрона:

$$\sigma_i^{(d)} = \sigma_i^{(n)} + \sigma_i^{(p)} + \frac{2}{k^2} \operatorname{Re} \int dq f_n(q) f_p(q) s(q), \quad (4.213)$$

где $\sigma_i^{(n)}$ и $\sigma_i^{(p)}$ — соответственно полные сечения взаимодействия нейтрона и протона с ядром:

$$\sigma_i^{(n)} = \frac{4\pi}{k} \operatorname{Im} f_n(0); \quad \sigma_i^{(p)} = \frac{4\pi}{k} \operatorname{Im} f_p(0).$$

Согласно (4.213) при взаимодействии дейтрона с ядром имеет место эффект затмения, вследствие которого полное сечение взаимодействия дейтрона с ядром отличается от суммы полных сечений взаимодействия отдельных частиц дейтрона с ядром. Если амплитуды взаимодействия отдельных частиц с ядром чисто мнимые, то добавка к сумме сечений в правой части (4.213) отрицательна, т. е. эффект затмения приводит к уменьшению дейтронного сечения по сравнению с суммой сечений для нейтрона и протона [118].

2. Показать, что интегральное сечение упругого дифракционного рассеяния дейтрона на черном ядре при $R \gg R_d$ описывается формулой (4.174) с точностью до членов порядка p^{-2} ($p \equiv R/R_d$).

Воспользуемся для интегрального сечения упругого рассеяния дейтрона общей формулой

$$\sigma_e = \int db I^2(b), \quad (4.214)$$

где

$$I(b) = \int dr \{ \omega_n + \omega_p - \omega_n \omega_p \} \Phi_0^2(r). \quad (4.215)$$

Если $p \gg 1$, то вклад в сечение (4.214), вносимый областью $b < R$, оказывается равным πR^2 с точностью до членов порядка p^{-2} . Действительно, при $b < R$ интегрирование в (4.215) в плоскости ρ , перпендикулярной волновому вектору падающего дейтрона, следует проводить по площади усеченных кругов, соприкасающихся по линии усечения. Волновую функцию основного состояния дейтрона выберем в виде (4.169). Замечая, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} dz \Phi_0^2(r) = \frac{\alpha}{\pi p} \int_0^{\infty} d\zeta \frac{\exp(-2\alpha p \sqrt{1+\zeta^2})}{1+\zeta^2},$$

и выполняя в (4.215) интегрирование по углу между вектором $\rho' = \rho/2$ и осью симметрии площади интегрирования, находим

$$I(b) = 1 - \int_0^{\infty} d\xi \frac{\exp[-4\alpha \sqrt{(R^2 - b^2)(1 + \xi^2)}]}{(1 + \xi^2)^{3/2}} + \\ + \frac{8\alpha}{\pi} \int_{\sqrt{R^2 - b^2}}^{R+b} d\rho' \arccos \frac{b^2 + \rho'^2 - R}{2b\rho'} \int_0^{\infty} d\xi \frac{\exp(-4\alpha\rho' \sqrt{1 + \xi^2})}{1 + \xi^2}. \quad (4.216)$$

Так как функция $\varphi_0(r)$ нормирована, то $I(b)$ не может быть больше единицы. Поскольку третье слагаемое в (4.216) является существенно положительным, то $I(b)$ должно быть больше суммы двух первых слагаемых в (4.216). Выражая второе слагаемое в (4.216) через функцию Бесселя

$$\int_0^{\infty} d\xi \frac{\exp(-\beta \sqrt{1 + \xi^2})}{(1 + \xi^2)^{3/2}} = \beta K_1(\beta) - \beta \int_{\beta}^{\infty} d\xi K_0(\xi),$$

запишем неравенство в виде

$$1 > I(b) > 1 - \beta K_1(\beta) - \beta \int_{\beta}^{\infty} d\xi K_0(\xi), \quad \beta = 4\alpha \sqrt{R^2 - b^2}.$$

Из этого неравенства следует, что вклад области $b < R$ в сечение упругого рассеяния σ'_e меньше πR^2 , но больше

$$\pi R^2 \left\{ 1 - \frac{1}{p^2} \int_0^{2p} d\beta \beta^2 \left[K_1(\beta) - \int_{\beta}^{\infty} d\xi K_0(\xi) \right] \right\}.$$

Устремляя верхний предел интегрирования по β до бесконечности, видим, что вклад области $b < R$ в интегральное сечение рассеяния с точностью до членов порядка p^{-2} равен площади геометрического сечения ядра

$$\sigma'_e = \pi R^2.$$

В области $b > R$ произведение $\omega_n \omega_p$ равно нулю, поэтому

$$I(b) = 2 \int_1^{\infty} dg \frac{2p}{g} \arctg \frac{g}{2p} J_1(g) J_0\left(\frac{gb}{R}\right), \quad b > R.$$

Так как

$$\frac{1}{a} \arctg a = \int_0^1 \frac{dy}{1 - a^2 y^2}; \quad \int_0^{\infty} dx \frac{J_0(ax) J_1(bx)}{x^2 + k^2} = \frac{1}{k} K_0(ak) I_1(bk),$$

то

$$I(b) = 4p \int_0^1 \frac{dy}{y} K_0\left(\frac{b}{R} \frac{2p}{y}\right) I_1\left(\frac{2p}{y}\right), \quad b > R.$$

Используя асимптотические выражения для функций $K_0(x)$ и $I_1(x)$ при $x \gg 1$, получаем

$$I(b) = \sqrt{\frac{R}{b}} \int_1^{\infty} d\xi \frac{\exp[-4\alpha(b-R)\xi]}{\xi^2}, \quad b > R, \quad (4.217)$$

и, следовательно, вклад в сечение, вносимый областью $b > R$, равен:

$$\sigma_e' = 2\pi R \int_R^{\infty} db \left| \int_1^{\infty} d\xi \frac{\exp[-4\alpha(b-R)\xi]}{\xi^2} \right|^2 = \frac{2\pi}{3} (1 - \ln 2) RR_d. \quad (4.218)$$

Таким образом, интегральное сечение упругого дифракционного рассеяния дейтрона на черном ядре с точностью до членов порядка p^{-2} описывается формулой

$$\sigma_e = \pi R^2 + \frac{2\pi}{3} (1 - \ln 2) RR_d, \quad R_d \ll R, \quad (4.219)$$

Заметим, что при интегрировании в (4.218) существенна только область значений b вблизи края ядра ($b - R \approx R_d \ll R$), поэтому множитель $\sqrt{R/b}$ в (4.217) можно опустить, поскольку учет его приводит только к поправкам в сечении порядка p^{-2} .

3. Вычислить дифференциальное сечение дифракционного расщепления дейтрона при $p \gg 1$ [112].

Запишем амплитуду дифракционного расщепления в виде

$$\mathcal{F}_{0f}(\mathbf{q}) = \frac{ik}{2\pi} \int d\mathbf{b} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{b}) I_f(\mathbf{b}), \quad (4.220)$$

где по аналогии с (4.172) введено обозначение

$$I_f(\mathbf{b}) = \int d\mathbf{r} \varphi_f^*(\mathbf{r}) \{\omega_n + \omega_p - \omega_n \omega_p\} \varphi_0(\mathbf{r}). \quad (4.221)$$

Предполагая, что радиус ядра R значительно больше радиуса дейтрона R_d , в (4.221), так же как и при вычислении (4.172), можно пренебречь кривизной края тени ядра. При этом выражение в фигурных скобках в (4.221) можно считать равным единице, если $b < R$, и интеграл (4.221) обращается в нуль вследствие ортогональности функций $\varphi_f(\mathbf{r})$ и $\varphi_0(\mathbf{r})$. Если $b > R$, то интегрирование в (4.221) следует выполнять по площади вне прямолинейного слоя толщиной $2(b - R)$, перпендикулярного нормали \mathbf{n} к краю ядра:

$$I_f(\mathbf{b}) = \int_{nr > 2(b-R)} d\mathbf{r} \varphi_f^*(\mathbf{r}) \varphi_0(\mathbf{r}). \quad (4.222)$$

Выберем ось x в направлении нормали, а ось y по касательной к краю тени ядра. Выполняя интегрирование в (4.222), получаем

$$I_f(b) = \frac{\sqrt{2\pi\alpha}}{\alpha^2 + f^2} \left\{ \frac{1}{P} [(P - if_x) \exp[-2(b-R)(P + if_x)] + (P + if_x) \exp[-2(b-R)(R - if_x)]] - 2 \int_1^{\infty} d\xi \frac{\exp[-2(\alpha - if)(b-R)\xi]}{\xi^2} \right\},$$

где $\dot{P} = \sqrt{\alpha^2 + f^2 - f_x^2}$. Поскольку в выбранной системе координат $I_{\mathbf{f}}(\mathbf{b})$ не зависит от составляющей вектора \mathbf{b} в направлении касательной к краю тени, то при соответствующем интегрировании в (4.220) получим δ -функцию

$$\mathcal{F}_{0\mathbf{f}}(\mathbf{q}) = ik \delta(q_y) \int_R^{\infty} db \exp(i q_x b) I_{\mathbf{f}}(b).$$

Дифференциальное сечение расщепления пропорционально квадрату модуля амплитуды $F_{0\mathbf{f}}(\mathbf{q})$. Замечая, что $(\delta(q_y))^2 \rightarrow R\delta(q_y)$, если за интервал изменения составляющей b вдоль касательной взять периметр ядра $2\pi R$, получаем

$$d\sigma_d = R \left| \int_R^{\infty} db \exp(i q_x b) I_{\mathbf{f}}(b) \right|^2 \delta(q_y) \frac{df}{(2\pi)^3} d\mathbf{q}. \quad (4.223)$$

Выбирая цилиндрическую систему координат $d\mathbf{q} = qdq d\psi$ (угол ψ отсчитывается от направления \mathbf{n}) и выполняя в (4.223) интегрирование по углу ψ с помощью δ -функции, находим

$$d\sigma_d = R \left\{ \left| \int_R^{\infty} db \exp(i qb) I_{\mathbf{f}}(b) \right|^2 + \left| \int_R^{\infty} db \exp(-iqb) I_{\mathbf{f}}(b) \right|^2 \right\} \frac{df}{(2\pi)^3} d\mathbf{q}. \quad (4.224)$$

Первое слагаемое в (4.224) соответствует параллельным ориентациям векторов \mathbf{q} и \mathbf{n} , второе слагаемое — антипараллельным ориентациям этих векторов. Введем угол φ между вектором \mathbf{q} и проекцией вектора \mathbf{f} на плоскость, перпендикулярную волновому вектору падающего дейтрона, тогда в первом слагаемом в (4.224) следует заменить f_x на $f_1 \cos \varphi$, а во втором слагаемом заменить $-f_x$ на $-f_1 \cos \varphi$. Выполнив затем в (4.224) интегрирование по db , найдем дифференциальное сечение дифракционного расщепления дейтрона в виде (4.182).

4. Найти распределение продуктов дифракционного расщепления дейтрона по относительным энергиям [112].

Проинтегрировав выражение (4.223) для дифференциального сечения по $p\mathbf{q}$, найдем распределение продуктов расщепления по относительным импульсам в с. ц. и. дейтрона:

$$d\sigma_d = \frac{R}{4\pi^2} \int_R^{\infty} db |I_{\mathbf{f}}(b)|^2 df. \quad (4.225)$$

Выполняя затем интегрирование по db , получаем

$$d\sigma_d = RR_d \Phi(f) df, \quad (4.226)$$

$$\Phi(f) = \frac{2}{\pi} \frac{\alpha^2}{(\alpha^2 + f^2)^2} \left\{ \frac{2P^4 - P^2 f_x^2 + f_x^4}{4P^3 (\alpha^2 + f^2)} - \operatorname{Re} \frac{1}{P} \int_1^{\infty} \frac{d\xi}{\xi^2} \left[\frac{P - i f_x}{(\alpha - i f) \xi + P + i f_x} + \frac{P + i f_x}{(\alpha - i f) \xi + P - i f_x} \right] + \int_1^{\infty} \frac{d\xi}{\xi^2} \int_1^{\infty} \frac{d\eta}{\eta^2} \frac{1}{(\alpha - i f) \xi + (\alpha + i f) \eta} \right\}. \quad (4.227)$$

Распределение по относительным энергиям найдем, проинтегрировав (4.226) по углам вектора \mathbf{f} . В результате для распределения продуктов расщепления дейтрона по относительным энергиям получим формулу

$$d\sigma_d = RR_d W(f) df, \quad (4.228)$$

$$W(f) = \frac{2\alpha f}{(\alpha^2 + f^2)^2} \left\{ 1 - \frac{\alpha}{f} \operatorname{arctg} \frac{f}{\alpha} + \frac{2}{3} (8 \ln 2 - 5) \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + f^2} \right\}. \quad (4.229)$$

На рис. 4.18 представлена зависимость сечения от отношения f/α . Максимум распределения соответствует $f \approx 0,6\alpha$, следовательно, средняя энергия относительного движения нейтрона и протона при дифракционном расщеплении дейтрона будет по порядку величины равна энергии связи дейтрона.

5. Найти распределение по импульсам ядер отдачи при дифракционном расщеплении дейтронов [112].

Распределение ядер отдачи по импульсам при дифракционном расщеплении дейтронов, очевидно, будет таким же, как и распределение по импульсам центра инерции системы нейтрон—протон, образующейся в результате расщепления. Распределение по импульсам центра инерции системы нейтрон—протон найдем, проинтегрировав (4.225) по вектору относительного движения нейтрона и протона:

$$d\sigma_d = RR_d H(\theta) d\theta, \quad \theta = q/2\alpha; \quad (4.230)$$

$$\begin{aligned}
 H(\theta) = & \frac{1}{\pi^3} \int d\mathbf{u} \left\{ \frac{1}{2\pi} \left| \int_0^\infty d\beta \exp(2i\theta\beta) \int_{|\mathbf{u}\mathbf{x}| > 2\beta} d\mathbf{x} \frac{\exp(-x)}{x} \exp(-i\mathbf{u}\mathbf{x}) \right|^2 - \right. \\
 & - \frac{1}{1+u^2} \operatorname{Re} \left(\int_0^\infty d\beta \exp(2i\theta\beta) \int_{|\mathbf{u}\mathbf{x}| > 2\beta} d\mathbf{x} \frac{\exp(-x)}{x} \exp(-i\mathbf{u}\mathbf{x}) \right) \times \\
 & \times \left(\int_0^\infty d\beta \exp(-2i\theta\beta) \int_0^\infty d\xi \frac{\exp[-2(1+i\mathbf{u})\beta\xi]}{\xi^2} \right) + \\
 & \left. + \frac{8\pi}{(1+u^2)^2} \left| \int_0^\infty d\beta \exp(2i\theta\beta) \int_1^\infty d\xi \frac{\exp[-2(1-i\mathbf{u})\beta\xi]}{\xi^2} \right|^2 \right\}. \quad (4.231)
 \end{aligned}$$

При вычислении $H(\theta)$ следует сначала проинтегрировать по направлениям вектора \mathbf{u} . (Это интегрирование можно провести так же, как и при нахождении распределения продуктов расщепления дейтрона по относительным энергиям, при этом третье слагаемое полностью сокращается с частью второго слагаемого.) В результате для распределения имеем следующее выражение:

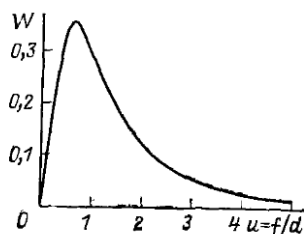


Рис. 4.18. Распределение продуктов дифракционного расщепления дейтрона по относительным импульсам

$$\begin{aligned}
 H(\theta) = & H_0(\theta) + \frac{8}{\pi} \int_0^\infty du \int_1^\infty \frac{d\xi}{\xi^2} \int_1^\infty \frac{d\eta}{\eta^2} \times \\
 & \times \operatorname{Re} \frac{u}{(u+i)(u-i)^2(u\xi - \theta - i\xi)(u\eta + \theta - i\eta)}, \quad (4.232)
 \end{aligned}$$

где $H_0(\theta)$ — распределение, полученное без учета взаимодействия нейтрона и протона в конечном состоянии:

$$H_0(\theta) = \frac{4}{\theta^2} \left(1 - \frac{2}{\theta} \operatorname{arctg} \frac{\theta}{2} \right). \quad (4.233)$$

Подынтегральная функция в (4.232) четна по u , поэтому можно распространить пределы интегрирования по u от $-\infty$ до ∞ , одновременно умножив интеграл на $1/2$. После этого интегрирование по u легко выполнить с помощью теории вычетов, выбрав контур интегрирования в нижней полуплоскости, где имеется всего лишь один простой полюс в точке $u = -i$. Выполнив затем интегрирование

по ξ и η , найдем следующую формулу для распределения по импульсам центра инерции системы нейтрон—протон после расщепления дейтрона:

$$H(\theta) = \frac{2}{\theta^2} \left\{ 1 - \frac{1}{\theta^2} \left(\ln \frac{4 + \theta^2}{4} \right)^2 + \left(\frac{2}{\theta} \operatorname{arctg} \frac{\theta}{2} \right)^2 \right\}. \quad (4.234)$$

Распределение $H(\theta)$ характеризуется максимумом при малых импульсах θ . При малых и больших значениях θ имеют место асимптотические формулы

$$H(\theta) = \frac{5}{24} - \frac{47}{1440} \theta^2 + \dots, \quad \theta \ll 1;$$

$$H(\theta) = \frac{2}{\theta^2} + \dots, \quad \theta \gg 1.$$

6. Вычислить сечение расщепления дейтрона поглощающим ядром с учетом кулоновского взаимодействия, предполагая, что $R \gg R_d$ [119].

В дифракционном приближении волновая функция дейтрона при наличии поглощающего ядра с учетом кулоновского взаимодействия представляется в виде

$$\Psi = S_n S_p^Z \varphi_0(r) \psi_0(r_d), \quad (4.235)$$

где $S_p^Z \equiv 1 - \omega^Z(b)$ определяется согласно (4.126). Запишем гождественное соотношение

$$S_n S_p^Z \equiv \{ S_n S_p + S_p^Z \exp[-2i\eta(R)] - S_p - \omega_n(S_p^Z \exp[-2i\eta(R)] - S_p) \} \exp[2i\eta(R)]. \quad (4.236)$$

Итак, первое слагаемое справа описывает дифракционное рассеяние дейтрона, второе — рассеяние, обусловленное взаимодействием протона с кулоновским полем ядра. Третье слагаемое соответствует одновременному учету дифракционного и кулоновского взаимодействий. Вследствие слабого перекрытия функций ω_n и S_p при $p \gg 1$ третье слагаемое значительно меньше предыдущих слагаемых, и им можно пренебречь. В результате амплитуда расщепления дейтрона представляется в виде суммы амплитуды дифракционного расщепления и добавочной амплитуды, учитывающей влияние кулоновского поля ядра:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{0f}^Z(\mathbf{q}) &= \left\{ \mathcal{F}_{0f}(\mathbf{q}) - \frac{2\xi k R}{q} \int_1^\infty dy \times \right. \\ &\times y^{2i\xi} J_1(qRy) \Phi\left(\mathbf{f}, -\frac{q}{2}\right) \left. \right\} \exp[2i\eta(R)]. \end{aligned} \quad (4.237)$$

Используя эту амплитуду, нетрудно вычислить интегральное сечение расщепления дейтрона σ_d^Z , которое представляется в виде суммы трех слагаемых:

$$\sigma_d^Z = \sigma_d + \sigma_c + \delta\sigma_{\text{интерф}}, \quad (4.238)$$

где σ_d — сечение дифракционного расщепления, определяемое прежними формулами; σ_c — сечение расщепления под действием кулоновского поля поглощающего ядра и $\delta\sigma_{\text{интерф}}$ — добавка к сечению, обусловленная интерференцией между кулоновским и дифракционным взаимодействиями. При $p \gg 1$ интерференционным слагаемым можно пренебречь по сравнению с σ_c (малость интерференционного слагаемого обусловлена практической независимостью дифракционного и кулоновского механизмов расщепления).

Сечение расщепления дейтрона под действием кулоновского поля поглощающего ядра описывается выражением

$$\sigma_c = \frac{\xi^2}{2\pi^3} \int \frac{d\mathbf{q}}{q^4} \int d\mathbf{f} \left| \Phi \left(\mathbf{f}, -\frac{\mathbf{q}}{2} \right) \right|^2 \times \\ \times \left| J_0(qR) + 2i \xi \int_1^\infty dy \frac{J_0(qRy)}{y} \exp 2i \xi \ln y \right|^2. \quad (4.239)$$

Выполняя интегрирование по $d\mathbf{f}$ и углу, определяющему направление плоского вектора \mathbf{q} , находим

$$\sigma_c = 8\pi \xi^2 \int_{q_0}^\infty \frac{dq}{q^3} \left\{ 1 - \left(\frac{4\alpha}{q} \operatorname{arctg} \frac{q}{4\alpha} \right)^2 \right\} \times \\ \times \left| J_0(qR) + 2i \xi \int_1^\infty dy \frac{J_0(qRy)}{y} \exp(2i \xi \ln y) \right|^2. \quad (4.240)$$

Выражение для σ_c при $q \rightarrow 0$ логарифмически расходится. Это связано с кулоновским характером взаимодействия, которое приводит к расходимости сечения упругого рассеяния при малых углах, т. е. при малых q . Так как при расщеплении дейтрона передаваемая энергия должна превосходить энергию связи ϵ_0 , то при вычислении интегрального сечения σ_c следует ограничиться передачами импульса, превосходящими $q_0 = \alpha^2/k$. В отличие от сечения дифракционного расщепления σ_d сечение кулоновского расщепления σ_c зависит от энергии падающего дейтрона. С ростом энергии сечение (4.240) уменьшается приблизительно пропорционально E^{-1} .

Хотя (4.240) получено при условии $R \gg R_d$, тем не менее, полагая $R = 0$, находим из (4.240) правильное выражение для сечения расщепления дейтрона в кулоновском поле точечного заряда:

$$\sigma_c = 8\pi \xi^2 \int_{q_0}^\infty \frac{dq}{q^3} \left\{ 1 - \left(\frac{4\alpha}{q} \operatorname{arctg} \frac{q}{4\alpha} \right)^2 \right\}. \quad (4.241)$$

Если кулоновский параметр мал ($\xi \ll 1$), то

$$\sigma_c = \frac{4\pi}{3} R_d^2 \xi^2 \int_{q_0 R}^\infty dx \frac{J_0^2(x)}{x}, \quad \xi \ll 1. \quad (4.242)$$

Вычисляя интеграл по частям, имеем

$$\int_{q_0 R}^\infty dx \frac{J_0^2(x)}{x} = J_0^2(q_0 R) \ln \frac{1}{q_0 R} + A,$$

где $A \approx \int_0^\infty dx \ln x J_0(x) J_1(x)$ по порядку величины равно единице. Таким образом, сечение расщепления быстрого дейтрона, обусловленного кулоновским полем, при $\xi \ll 1$ описывается приближенным выражением

$$\sigma_c \approx \frac{4\pi}{3} R_d^2 \xi^2 \ln \frac{kR_d^2}{R}, \quad \xi \ll 1. \quad (4.243)$$

Эта формула справедлива, если $kR_d \gg R/R_d$,

7. Выяснить, как влияет учет конечности радиуса ядра на энергетическое распределение нейтронов, образующихся в результате реакции срыва [110].

Распределение нейтронов по энергиям при произвольном значении p определяется выражением (4.202), проинтегрированным по перпендикулярным составляющим вектора dk_n :

$$d\sigma_n = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d k_{n\perp} \int d b_p \{1 - |S_p|^2\} \times \\ \times \left| \int d b_n \exp(-i k_{n\perp} b_n) S_n \int dz \exp(i k_{nz} z \varphi_0(r)) \right|^2 dk_{nz}. \quad (4.244)$$

Используя полноту функций $\exp(i k_{n\perp} b_n)$ и равенство

$$\int_{-\infty}^{\infty} dz \exp(i k_{nz} z) \varphi_0(r) = \sqrt{\frac{2\alpha}{\pi}} K_0(\rho \sqrt{\alpha^2 + k_{nz}^2}), \quad \rho = |b_n - b_p|,$$

имеем

$$d\sigma_n = \frac{\alpha}{\pi^3} \int d b_n \int d b_p \{1 - |S_p|^2\} |S_n|^2 K_0^2(\rho \sqrt{\alpha^2 + k_{nz}^2}) dk_{nz}. \quad (4.245)$$

Замечая, что для черного ядра $1 - |S_p|^2 = \omega_p$ и $|S_n|^2 = 1 - \omega_n$, и используя разложение

$$\omega(b) = \frac{1}{2\pi} \int d g \frac{R J_1(gR)}{g} \exp(i g b),$$

преобразуем сечение (4.245) к виду

$$d\sigma_n = 4\alpha R^2 \int_0^{\infty} d\xi \xi K_0^2(\xi) \int_0^{\infty} dz \frac{J_1^2(pz)}{z} \left\{ 1 - J_0 \left(\frac{2\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + k_{nz}^2}} \xi z \right) \right\} dk_{nz}. \quad (4.246)$$

Замечая далее, что

$$J_1^2(pz) = \frac{2}{\pi} \int_1^{\frac{\pi}{2}} dx J_2(2pz \sin x), \quad \int_0^{\infty} dz \frac{J_0(az) J_2(bz)}{z} = \frac{b^2 - a^2}{2b^2}, \quad a \leq b,$$

окончательно получаем

$$d\sigma_n = W(\xi) d\xi, \quad (4.247)$$

$$W(\xi) = \frac{4R^2 p^2}{\pi} \int_0^1 dy y \sqrt{1 - y^2} + \arcsin y K_0^2(\rho \sqrt{1 + \xi^2} y); \quad (4.248)$$

$$\xi = (E_n - E_d/2) / \sqrt{\varepsilon_0 E_d}.$$

Формула (4.247) и определяет распределение вылетающих нейтронов по энергиям при произвольном параметре $p = R/R_d$. В предельном случае ($p > 1$) эта формула переходит в (4.208).

§ 5.1. Реакции срыва (d, p) и (d, n)

Реакции под действием дейтронов. Ядерные реакции под действием дейтронов широко используются для изучения спектроскопических свойств и структуры ядер. Сечения реакций под действием дейтронов значительно больше сечений соответствующих реакций, вызываемых другими заряженными частицами. Особенности ядерных реакций, вызываемых дейтронами, обусловлены свойствами дейтрона: рыхлой структурой дейтрона, связанной с малостью его энергии связи, и асимметричным распределением электрического заряда в дейтроне.

Вследствие малости энергии связи дейтрона нейтрон и протон в дейтроне значительную часть времени проводят вне области действия ядерных сил. Поэтому при столкновении дейтрона с ядром образование составного ядра, при котором падающий дейтрон целиком поглощается ядром, не обязательно. Более вероятными оказываются процессы, при которых ядром поглощается только одна из частиц, первоначально входящих в состав дейтрона, вторая частица при этом непосредственно оказывается продуктом реакции. Такой процесс, при котором одна из частиц дейтрона поглощается ядром, а вторая освобождается, получил название *реакции срыва*, или стриппинга.

Механизм реакции срыва зависит от энергии падающего дейтрона. Если энергия падающего дейтрона меньше высоты кулоновского барьера, то благодаря кулоновским силам отталкивания, действующим на протон, в область действия ядерных сил ядра может попасть только нейтрон. В этом случае конечно ядро образуется в результате захвата нейтрона, а протон вылетает с избытком кинетической энергии, обусловленным как отдачей, полученной при развале дейтрона, так и кулоновским отталкиванием (*процесс Оппенгеймера и Филлипса* [121])¹. Из-за несовпадения центра тяжести и центра заряда в дейтроне в результате кулоновского взаимодействия возможно также *электрическое расщепление дейтрона*, при котором одновременно освобождают нейтрон и протон. Такое расщепление имеет место при любых энергиях падающих дейтронов, превышающих порог расщепления².

В области энергий, больших высоты кулоновского барьера (высота барьера, например, для ^{20}Ne равна 2,8 МэВ, для ^{40}Ca — 4,8 МэВ), реакция срыва обусловлена главным образом прямым взаимодействием одной из частиц дейтрона с ядром. Так как размеры дейтрона

¹ Теория реакции (d, p) на тяжелых ядрах дана в работах Е. М. Лифшица [122] и К. А. Тер-Мартirosяна [123].

² Теория *кулоновского расщепления дейтрона (d, np)* на тяжелых ядрах при энергии ниже высоты кулоновского барьера разработана Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшицем [124]. Кулоновское расщепление дейтрона при высоких энергиях рассмотрено Данковым [125], который определил сечение процесса, а также нашел угловое и энергетическое распределение продуктов, образующихся при расщеплении (см. также [126]). Релятивистские поправки при кулоновском расщеплении, а также *магнитное расщепление дейтрона*, сопровождающееся переходом системы из триплетного состояния в синглетное, рассмотрены в [127].

велички, то вторая частица при этом может вообще не попасть в область действия ядерных сил. Таким образом, захват одной из частиц дейтрона непосредственно сопровождается освобождением другой частицы. Угловое распределение освобождающихся частиц при таком прямом переходе характеризуется резко выраженной структурой, изучение которой позволяет найти спин и четность конечного состояния остаточного ядра, если известны спин и четность начального состояния исходного ядра¹.

Здесь рассмотрим реакцию срыва на основе теории возмущений, используя подход, примененный в [124] к реакции расщепления дейтрона в кулоновском поле на тяжелых ядрах. В дальнейшем для определенности будем говорить о реакции (d, p) , хотя полученные результаты будут применимы и к реакциям (d, n) , поскольку в случае легких ядер в области энергий дейтронов порядка 10 МэВ кулоновским взаимодействием можно пренебречь.

Изменение полной кинетической энергии системы при реакции срыва $A(d, p)B$ определяется соотношением:

$$Q = E_p - E_d = S_n - \epsilon_0 - E_B. \quad (5.1)$$

Наибольший интерес представляют реакции срыва, в результате которых образуется ядро в основном или слабозвужденном состоянии. Если ядро B образуется в основном состоянии $E_B = 0$, то Q реакции будет около 6 МэВ. Предположив, что состояние нуклонов, входящих в ядро A , при образовании ядра B не изменяется, поглощенному нейтрону можно приписать энергию

$$E_n = E_B - S_n = E_d - \epsilon_0 - E_p. \quad (5.2)$$

Эта энергия может быть отрицательной и положительной. Если $E_n > 0$, состояние виртуальное, т. е. ядро B нестабильно относительно распада с испусканием нейтрона.

Дифференциальное сечение реакции срыва. Для нахождения углового распределения частиц, образующихся в результате процесса срыва $A(d, p)B$, определим прежде всего амплитуду реакции. Обозначим волновую функцию, описывающую движение дейтрона (системы нейтрон—протон) в поле ядра A , $\Psi_{k_d A}(\mathbf{r}_n, \mathbf{r}_p, \zeta)$, где ζ — внутренние координаты

¹ Впервые на возможность получения спектроскопических данных о ядрах с помощью дейтронных реакций срыва было указано Батлером в [128], который затем предложил теорию реакции срыва для дейтронов средних энергий [129, 130], позволившую находить угловые распределения продуктов реакции. Результаты теории, несмотря на грубость сделанных предположений, оказались в хорошем соответствии с опытными данными. В дальнейшем были предложены другие выводы углового распределения для реакций срыва. В [131] для нахождения углового распределения в реакции срыва использовалось борновское приближение. Хотя применимость такого приближения в указанной области энергий мало правдана, результаты оказались очень близкими к результатам Батлера. Несколько позже было строго доказано [132], что борновское приближение приводит к тем же результатам, что и *батлеровская теория*. Последовательная теория реакции срыва на основе теории возмущений с учетом рассеяния дейтронной и протонной волн развита в работах [133—135]. Детальному изложению теории реакций срыва посвящены монографии [136] и [137], а также обзорная работа [138].

ядра A , а \mathbf{r}_n и \mathbf{r}_p — координаты нейтрона и протона, первоначально входящих в состав дейтрона (\mathbf{k}_d — волновой вектор движения центра тяжести падающего дейтрона). Волновую функцию конечного состояния остаточного ядра обозначим $\Phi_B(\mathbf{r}_n, \zeta)$, а волновую функцию освобожденного протона в состоянии с определенным волновым вектором \mathbf{k}_p , учитывающую рассеяние протона в поле ядра A , обозначим $\psi_{\mathbf{k}_p}(\mathbf{r}_p)$ (на бесконечности $\psi_{\mathbf{k}_p}$ имеет вид суммы плоской и сходящейся сферической волн). Тогда амплитуду реакции (d, p) запишем в виде

$$f(\mathbf{k}_d, A; \mathbf{k}_p, B) = -\frac{\mu_p}{2\pi\hbar^2} \int d\mathbf{r}_n d\mathbf{r}_p \times \\ \times d\zeta \psi_{\mathbf{k}_p}^*(\mathbf{r}_p) \Phi_B^*(\mathbf{r}_n, \zeta) V_{np} \Psi_{\mathbf{k}_d A}(\mathbf{r}_n, \mathbf{r}_p, \zeta), \quad (5.3)$$

где μ_p — приведенная масса протона и остаточного ядра B ; V_{np} — потенциал ядерного взаимодействия между нейтроном и протоном. Дифференциальное сечение реакции связано с амплитудой (5.3) соотношением

$$d\sigma = \frac{v_p}{v_d} |f(\mathbf{k}_d, A; \mathbf{k}_p, B)|^2 d\omega, \quad (5.4)$$

где v_d — скорость падающего дейтрона; v_p — скорость вылетающего протона.

Формула (5.3) определяет точное значение амплитуды реакции, для вычисления которого, однако, необходимо знание точной волновой функции всей системы $\Psi_{\mathbf{k}_d A}(\mathbf{r}_n, \mathbf{r}_p, \zeta)$. Приближенно амплитуду реакции вычислим, заменив точную функцию $\Psi_{\mathbf{k}_d A}$ в (5.3) падающей волной $\Psi_{\mathbf{k}_d A}^0$:

$$\Psi_{\mathbf{k}_d A}^0(\mathbf{r}_n, \mathbf{r}_p, \zeta) = \psi_{\mathbf{k}_d}(\mathbf{r}_d) \varphi_0(\mathbf{r}) \Phi_A(\zeta),$$

где $\Phi_A(\zeta)$ — начальная волновая функция исходного ядра A ; $\varphi_0(\mathbf{r})$ — волновая функция основного состояния дейтрона; $\psi_{\mathbf{k}_d}(\mathbf{r}_d)$ — волновая функция движения дейтрона как целого в поле ядра A , складывающаяся на бесконечности из падающей плоской волны с волновым вектором \mathbf{k}_d и рассеянной расходящейся сферической волны. При этом под $\psi_{\mathbf{k}_p}$ в (5.3) подразумевают волновую функцию, учитывающую рассеяние протона в поле остаточного ядра B . Эти два допущения лежат в основе *метода искаженных волн*, используемого для описания процессов срыва.

Итак, амплитуду реакции срыва будем описывать следующей приближенной формулой:

$$f(\mathbf{k}_d, A; \mathbf{k}_p, B) = -\frac{\mu_p}{2\pi\hbar^2} \int d\mathbf{r}_n \times \\ \times d\mathbf{r}_p \psi_{\mathbf{k}_p}^*(\mathbf{r}_p) \Phi_n^*(\mathbf{r}_n) V_{np} \varphi_0(\mathbf{r}) \psi_{\mathbf{k}_d}(\mathbf{r}_d), \quad (5.5)$$

где

$$\Phi_n(\mathbf{r}_n) = \int d\zeta \Phi_B(\mathbf{r}_n, \zeta) \Phi_A^*(\zeta). \quad (5.6)$$

Очевидно, эту функцию можно рассматривать как волновую функцию нейтрона в конечном состоянии. В случае реакции срыва на легких ядрах учет конечности массы ядра приводит к заметным поправкам, поэтому в (5.5) необходимо учитывать конечность массы ядра. Пусть векторы \mathbf{r}_n и \mathbf{r}_p определяют координаты нейтрона и протона относительно центра тяжести начального ядра A . Введем вектор $\mathbf{r}'_p = \mathbf{r}_p - M\mathbf{r}_n/m_B$, определяющий координаты протона относительно центра тяжести остаточного ядра B . Очевидно, в (5.5) при учете конечности массы ядра волновую функцию ψ_{k_p} , описывающую движение протона в поле остаточного ядра B , следует считать зависящей от \mathbf{r}'_p .

Вследствие короткодействующего характера ядерных сил в интеграле, входящем в (5.5), воспользуемся соотношением

$$V_{np}\varphi_0(\mathbf{r}) = -D\delta(\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_p), \quad (5.7)$$

где D — некоторая постоянная. Действительно, в предельном случае нулевого радиуса действия ядерных сил волновую функцию основного состояния дейтрона можно записать в виде

$$\varphi_0(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}} \frac{\exp(-\alpha r)}{r}.$$

Воспользовавшись уравнением Шредингера, описывающим относительное движение нейтрона и протона в дейтроне,

$$\left(-\frac{\hbar^2}{M}\Delta + V_{np} + \varepsilon_0\right)\varphi_0(\mathbf{r}) = 0, \quad \varepsilon_0 = \hbar^2\alpha^2/M,$$

получим соотношение (5.7), где

$$D = \frac{4\pi\hbar^2}{M} \sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}}. \quad (5.8)$$

Конечность радиуса действия ядерных сил можно учесть, если под D в (5.7) подразумевать значение интеграла

$$D = -\int d\mathbf{r} V_{np}\varphi_0(\mathbf{r}).$$

Используя соотношение (5.7), амплитуду реакции срыва с учетом конечности массы ядра представим в виде

$$f(\mathbf{k}_d, A; \mathbf{k}_p, B) = \frac{\mu_p}{2\pi\hbar^2} D \int d\mathbf{r} \psi_{k_p}^* \left(\frac{m_A}{m_B} \mathbf{r}\right) \hat{\psi}_n^*(\mathbf{r}) \psi_{k_d}(\mathbf{r}). \quad (5.9)$$

В этом интеграле главный вклад дает область интегрирования вне ядра ($r > R$, R — радиус ядра), поскольку в рассматриваемой области энергий ($E_d < 20$ МэВ) длина свободного пробега дейтрона и протона в ядерном веществе мала, и поэтому волновые функции ψ_{k_d} и ψ_{k_p} , описывающие свободные состояния дейтрона и протона, обращаются в нуль в области внутри ядра. Учет возможности проникновения дейтрона и протона внутрь ядра соответствует рассмотрению возможности осуществления процесса (d, p) с образованием составного ядра.

До сих пор мы явно не учитывали спины частиц и ядер, участвующих и реакции. При учете спинов в общем выражении для амплитуды (5.3) в качестве волновой функции начального состояния следует использовать

$$\Psi_{k_d A}^0 = \psi_{k_d}(\mathbf{r}_d) \chi_{1\mu_d} \Phi_0(\mathbf{r}) \Phi_{I_A M_A}(\xi),$$

где $\Phi_{I_A M_A}$ — полная волновая функция начального ядра в состоянии со спином I_A и проекцией спина M_A и $\chi_{1\mu_d}$ — спиновая волновая функция дейтрона, а в качестве волновой функции конечного состояния следует применять

$$\psi_{k_p}(\mathbf{r}_p) \chi_{\frac{1}{2}\mu_p} \Phi_{I_B M_B}(\mathbf{r}_n, \xi),$$

где $\Phi_{I_B M_B}$ — полная волновая функция остаточного ядра в состоянии со спином I_B и проекцией спина M_B ; $\chi_{\frac{1}{2}\mu_p}$ — спиновая функция

освобождающегося протона. Такой выбор начальной и конечной волновых функций соответствует пренебрежению эффектами спин-орбитального взаимодействия дейтрона с ядром A и протона с ядром B^1 . Очевидно, спин остаточного ядра I_B является суммой спина исходного ядра I_A , орбитального момента поглощаемого нейтрона l и спина нейтрона $1/2$.

Рассмотрим сначала простейший случай, когда спин начального ядра $I_A = 0$, а спин остаточного ядра $I_B = j$ — полному моменту поглощаемого нейтрона, который определяется векторной суммой орбитального момента и спина $\mathbf{j} = \mathbf{l} + 1/2$. Кроме того, предположим, что при переходе состояние нуклонов, входящих в состав ядра A , не изменяется, поэтому для описания конечного состояния остаточного ядра применима одночастичная модель. В этом случае волновую функцию остаточного ядра $\Phi_{I_B M_B}$ можно представить в виде произведения волновой функции начального ядра Φ_A на волновую функцию поглощаемого нейтрона $\Phi_{\alpha l j M}$:

$$\Phi_{I_B=j, M}(\mathbf{r}_n, \xi) = \Phi_A(\xi) \Phi_{\alpha l j M}(\mathbf{r}_n), \quad (5.10)$$

где

$$\Phi_{\alpha l j M}(\mathbf{r}_n) = R_{\alpha l j}(\mathbf{r}_n) \sum_{m\mu_n} \left(l m \frac{1}{2} \mu_n \middle| j M \right) Y_{lm}(\vartheta, \varphi) \chi_{\frac{1}{2}\mu_n} \quad (5.11)$$

(поглощаемый нейтрон характеризуется определенными значениями l и j ; α — другие квантовые числа, характеризующие одночастичное состояние); $R_{\alpha l j}(r)$ — радиальная волновая функция поглощаемого нейтрона, удовлетворяющая условию нормировки

$$\int_0^{\infty} dr r^2 R_{\alpha l j}^2(r) = 1.$$

¹ Влияние спин-орбитального взаимодействия на рассеяние дейтронной и протонной волн в поле ядра учтено в [139].

Во внешней области $r > R$ радиальная волновая функция нейтрона может быть найдена точно. Если энергия нейтрона отрицательна ($E_n = -\hbar^2 \kappa^2 / 2\mu_n$, $\kappa > 0$, μ_n — приведенная масса нейтрона), то радиальная волновая функция в области вне ядра имеет вид

$$R_{\alpha l j}(r) = C_{l j} k_l(\kappa r), \quad r > R,$$

где $k_l(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2x}} K_{l+\frac{1}{2}}(x)$ — сферическая функция Макдональда; $C_{l j}$ — нормировочная постоянная. Постоянную $C_{l j}$ можно выразить через амплитуду приведенной ширины $\theta_{l j}$, которая определяется значением радиальной волновой функции на поверхности ядра:

$$\theta_{\alpha l j}^2 \equiv \frac{\hbar^2 R}{2\mu_n} R_{\alpha l j}^2(R).$$

В случае виртуального состояния нейтрона ($E_n > 0$) приведенная ширина $\theta_{\alpha l j}^2$ пропорциональна нейтронной ширине $\gamma_{l j}$, характеризующей вероятность распада остаточного ядра B с испусканием нейтрона, уносящего орбитальный момент l и полный момент j . Выражая $C_{l j}$ через $\theta_{l j}$, окончательно получаем

$$R_{\alpha l j}(r) = \theta_{l j} \sqrt{\frac{2\mu_n}{\hbar^2 R} \frac{k_l(\kappa r)}{k_l(\kappa R)}}, \quad r > R. \quad (5.12)$$

Используя (5.10) и разложение спиновой функции дейтрона по спиновым функциям нейтрона и протона

$$\chi_{1\mu_1} = \sum_{\mu_n \mu_p} \left(\frac{1}{2} \mu_n \frac{1}{2} \mu_p \mid 1\mu_1 \right) \chi_{\frac{1}{2} \mu_n} \chi_{\frac{1}{2} \mu_p},$$

амплитуду реакции после выполнения интегрирования и суммирования по спиновым переменным запишем в виде

$$\begin{aligned} & f(\mathbf{k}_d, \mu_1, A; \mathbf{k}_p, \mu_p, B, M) = \\ & = \frac{\mu_p}{2\pi\hbar^2} D \sum_{m\mu_p} \left(\frac{1}{2} \mu_n \frac{1}{2} \mu_p \mid 1\mu_1 \right) \left(l m \frac{1}{2} \mu_n \mid j M \right) I_{\alpha l j}^m, \end{aligned} \quad (5.13)$$

где $I_{\alpha l j}^m$ определяется выражением

$$I_{\alpha l j}^m \equiv \int d\mathbf{r} \psi_{\mathbf{k}_p}^* \left(\frac{m_A}{m_B} \mathbf{r} \right) Y_{l m}^*(\vartheta, \varphi) R_{\alpha l j}(r) \psi_{\mathbf{k}_d}(\mathbf{r}). \quad (5.14)$$

Здесь $\psi_{\mathbf{k}_d}$ — волновая функция, описывающая движение дейтрона как целого в поле ядра A ; $\psi_{\mathbf{k}_p}$ — волновая функция, описывающая движение протона в поле ядра B . Радиальную волновую функцию нейтрона $R_{\alpha l j}(r)$ можно вычислить, если известен оболочечный потенциал. Обычно используется оболочечный потенциал с диффузным краем (потенциал Вудса—Саксона) с учетом спин-орбитального взаимодействия.

Сечение реакции (d, p) выражается через квадрат модуля амплитуды (5.13). При этом сечение необходимо усреднить по значениям проекции спина дейтрона в начальном состоянии и просуммировать по значениям проекций спинов протона и ядра в конечном состоянии. Суммирование легко выполнить, воспользовавшись свойствами ортогональности коэффициентов Клебша—Гордана. В результате получим следующее выражение для одночастичного дифференциального сечения реакции (d, p):

$$d\sigma(j) = \frac{2j+1}{2(2l+1)} \frac{\mu_p \mu_d}{(2\pi\hbar^2)^3} \frac{k_p}{k_d} D^2 \sum_m |I_{\alpha l j}^m|^2 d\omega, \quad (5.15)$$

где μ_d — приведенная масса дейтрона и начального ядра A . Одночастичное сечение (5.15) соответствует переходу, когда спин начального ядра равен нулю (причем в начальном ядре отсутствуют нейтроны на оболочке $\alpha l j$), а спин конечного ядра равен полному моменту поглощаемого нейтрона j .

Определим сечение реакции срыва (d, p), отказавшись от допущения, что спин начального ядра равен нулю и применима одночастичная оболочечная модель. В общем случае волновую функцию конечного ядра $\Phi_{I_B M_B}$ можно разложить по волновым функциям начального ядра $\Phi_{I_A M_A}$ и волновым функциям поглощаемого нейтрона $\varphi_{\alpha l j M}$ согласно

$$\Phi_{I_B M_B}(r_n, \xi) = \sum_{\alpha l j M M_A} \langle I_B M_B | \alpha_{\alpha l j M}^\dagger | I_A M_A \rangle \varphi_{\alpha l j M}(r_n) \Phi_{I_A M_A}(\xi), \quad (5.16)$$

где $\langle I_B M_B | \alpha_{\alpha l j M}^\dagger | I_A M_A \rangle$ — коэффициенты родства, представляющие собой матричные элементы операторов рождения частиц в соответствующих одночастичных состояниях. Операторы рождения $\alpha_{\alpha l j M}^\dagger$ являются тензорными операторами, поэтому матричные элементы от них выражаются через коэффициенты Клебша—Гордана и приведенные матричные элементы:

$$\langle I_B M_B | \alpha_{\alpha l j M}^\dagger | I_A M_A \rangle = \frac{1}{\sqrt{2I_B+1}} (I_A M_A j M | I_B M_B) \langle I_B || \alpha_{\alpha l j}^\dagger || I_A \rangle.$$

Обычно квадрат приведенного матричного элемента выражается через так называемый *спектроскопический множитель*:

$$S(\alpha l j I_A; I_B) \equiv \frac{\langle I_B || \alpha_{\alpha l j}^\dagger || I_A \rangle^2}{2I_B+1}, \quad (5.17)$$

который определяет вероятность заполнения одночастичного состояния с заданными значениями α, l и j [140]. Если для чистого одночастичного состояния спектроскопический множитель принимает значение, равное единице, то при смешивании конфигураций он характеризуется меньшими значениями.

Используя разложение (5.16), для амплитуды реакции срыва (d, p) в общем случае получим выражение

$$\begin{aligned}
 & f(k_d, \mu_1, M_A; k_p, \mu_p, M_B) = \\
 & = \frac{\mu_p}{2\pi\hbar^2} D \sum_{\substack{\alpha l j \\ \mu_n m M}} \left(\frac{1}{2} \mu_n \frac{1}{2} \mu_p |1\mu_1 \right) \times \\
 & \times \left(l m \frac{1}{2} \mu_n | j M \right) (I_A M_A j M | I_B M_B) \times \\
 & \times \sqrt{S(\alpha l j I_A; I_B)} I_{\alpha l j}^m. \quad (5.18)
 \end{aligned}$$

Соответственно дифференциальное сечение реакции срыва (d, p) описывается формулой

$$d\sigma = \frac{2I_B + 1}{2I_A + 1} \sum_{\alpha l j} \frac{1}{2j + 1} S(\alpha l j I_A; I_B) d\sigma(j). \quad (5.19)$$

Здесь I_A и I_B — спины начального состояния ядра A и конечного состояния ядра B ; l и j — орбитальный и полный моменты поглощаемого нейтрона; $S(\alpha l j I_A; I_B)$ — спектроскопический множитель; $d\sigma(j)$ — сечение для одночастичного перехода, определяемое согласно (5.15). Суммирование в (5.19) проводится по всем значениям l , которые удовлетворяют правилам отбора:

$$\left| |I_A - I_B| - \frac{1}{2} \right| \leq l \leq I_A + I_B + \frac{1}{2}. \quad (5.20)$$

Если четности начального состояния ядра A и конечного состояния ядра B одинаковы, то возможны только четные значения l ; если же четности начального и конечного состояний различны, то возможны только нечетные значения l . Формула (5.19) определяет угловое распределение протонов, образующихся в результате реакции срыва (d, p).

Спектроскопический множитель $S(\alpha l j I_A; I_B)$ равен 1, если состояние $\varphi_{\alpha l j M}$ ортогонально ко всем одночастичным состояниям в начальном ядре A ; в частности, $S(\alpha l j I_A; I_B) = 1$, если начальное ядро A содержит только заполненные оболочки и нейтрон захватывается на новую оболочку. Наоборот, если в результате захвата нейтрона образуется заполненная оболочка у конечного ядра B , то $S(\alpha l j I_A; I_B) = 2j + 1$.

Воспользовавшись перестановочными соотношениями для операторов рождения $a_{\alpha l j M}^\dagger$ и операторов поглощения $a_{\alpha l j M}$, нетрудно установить следующее правило сумм для спектроскопических множителей:

$$\begin{aligned}
 \sum_{I_B} (2I_B + 1) S(\alpha l j I_A; I_B) &= \sum_{I_B} \langle I_B \| a_{\alpha l j}^\dagger \| I_A \rangle^2 = \\
 &= (2I_A + 1) \langle I_A M_A | \sum_{\alpha l j M} a_{\alpha l j M} a_{\alpha l j M}^\dagger | I_A M_A \rangle = \\
 &= (2I_A + 1) (2j + 1 - N(j)), \quad (5.21)
 \end{aligned}$$

где $N(j)$ — число нейтронов на оболочке lj в начальном состоянии ядра A . Используя (5.21), можно получить правило сумм для сечений реакций срыва, которое не зависит от структуры состояния I_A , и поэтому его можно использовать для проверки непротиворечивости анализа экспериментальных данных.

Приближение плоских волн. Нахождение углового распределения протонов, образующихся при реакции срыва, сводится к вычислению интеграла (5.14). В явном виде этот интеграл удастся вычислить, если пренебречь рассеянием дейтронной и протонной волн в поле ядра, т. е. заменить волновые функции ψ_{k_d} и ψ_{k_p} в интеграле (5.14) плоскими волнами $\exp(i\mathbf{k}_d \mathbf{r})$ и $\exp\left(i \frac{m_A}{m_B} \mathbf{k}_p \mathbf{r}\right)$, причем интегрирование проводить только по области вне ядра $r \geq R$. Таким образом, I_{ij}^m приближенно можно представить в виде

$$I_{ij}^m = \int_{r \geq R} dr \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) R_{ij}(r) Y_{lm}^*(\vartheta, \varphi),$$

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}_d - \frac{m_A}{m_B} \mathbf{k}_p. \quad (5.22)$$

Итак, *приближением плоских волн* можно пользоваться только тогда, когда энергия падающего дейтрона E_d и энергия вылетающего протона E_p значительно больше высоты кулоновского барьера.

Используя разложение плоской волны по сферическим функциям

$$\exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) = 4\pi \sum_{lm} i^l j_l(kr) Y_{lm}^*(\vartheta_{\mathbf{k}}, \varphi_{\mathbf{k}}) Y_{lm}(\vartheta, \varphi),$$

а также свойство ортогональности сферических функций, находим

$$I_{ij}^m = 4\pi i^l \theta_{ij} \sqrt{\frac{2\mu_n}{\hbar^2 R}} \frac{R^2}{\chi^2 + k^2} \left\{ \frac{dj_l(kR)}{dR} - j_l(kR) \frac{d}{dR} \ln k_l(\chi R) \right\} \times$$

$$\times Y_{lm}^*(\vartheta_h, \varphi_h). \quad (5.23)$$

Подставляя полученное выражение для I_{ij}^m в (5.18) и выполняя суммирование по m , получаем следующее выражение для дифференциального сечения реакции срыва в приближении плоских волн:

$$d\sigma = \frac{2I_B + 1}{2I_A + 1} \frac{k_p}{k_d} \frac{4\alpha M R^3}{\hbar^2} \frac{\left(1 + \frac{M}{m_A}\right)^4}{\left(1 - \frac{M}{m_B}\right)^2 \left\{\alpha^2 - \left(\frac{k_d}{2} - k_p\right)^2\right\}^2} \times$$

$$\times \sum_{lj} S(lj) \theta_{ij}^2 \left(\frac{dj_l(kR)}{dR} - j_l(kR) \frac{d}{dR} \ln k_l(\chi R) \right)^2 d\omega;$$

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}_d - \frac{m_A}{m_B} \mathbf{k}_p. \quad (5.24)$$

при этом мы использовали соотношение $\kappa^2 + k^2 = 2 \frac{m_A}{m_B} \left\{ \alpha^2 + \left(\frac{k_d}{2} - k_p \right)^2 \right\}$, вытекающее из закона сохранения энергии, а также (5.8) для D . Формула (5.24) определяет угловое распределение протонов в с. ц. и.

Угловое распределение протонов, определяемое формулой (5.24), зависит от энергий падающего дейтрона E_d и испускаемого протона E_p , а также от орбитального момента l поглощаемого нейтрона. Для определенных начального состояния ядра A и конечного состояния ядра B допустимые значения l определяются правилами отбора:

$$I_A + 1 + 1/2 = I_B; \quad \Pi_A (-1)^l = \Pi_B.$$

Эти правила отбора ограничивают число слагаемых в (5.24) и часто приводят только к одному слагаемому, соответствующему определенному l .

Формула (5.24) содержит два множителя, зависящих от угла вылета протона ϑ (угла между векторами k_p и k_d).

1) *Дейтронный множитель* $\left\{ \alpha^2 + \left(\frac{k_d}{2} - k_p \right)^2 \right\}^{-2}$. Протон, имеющий первоначально средний импульс $k_d/2$, испускается с импульсом k_p . Разность $k_p - k_d/2$ определяет импульс относительного движения протона в дейтроне. Множитель $\left\{ \alpha^2 + \left(\frac{k_d}{2} - k_p \right)^2 \right\}^{-2}$ пропорционален вероятности данного значения относительного импульса в дейтроне. Этот множитель как функция угла ϑ между k_p и k_d имеет максимум в направлении вперед. Дейтронный множитель одинаков для переходов с различными l . Зависимость дейтронного множителя от угла ϑ представлена на рис. 5.1.

2) *Нейтронный множитель* $\left\{ \frac{dj_l(kR)}{dR} - j_l(kR) \frac{d}{dR} \ln k_l(kR) \right\}^2$. Нейтрон уходит из дейтрона с импульсом $k = k_d - \frac{m_A}{m_B} k_p$, этот импульс нейтрон передает ядру. Множитель $\left\{ \frac{dj_l(kR)}{dR} - j_l(kR) \frac{d}{dR} \ln k_l(kR) \right\}^2$ пропорционален вероятности того, что нейтрон с импульсом k , поглощаемый ядром, окажется в состоянии с орбитальным моментом l . Этот множитель, содержащий сферические функции Бесселя, является осциллирующей функцией угла ϑ , осцилляции уменьшаются с увеличением ϑ . Если $l = 0$, то нейтронный множитель имеет главный максимум в направлении вперед ($\vartheta = 0$). Для всех других значений l при $\vartheta = 0$ имеем минимум. Положение первого максимума при $l \neq 0$ можно найти из квазиклассического условия захвата нейтрона $kR \approx l$, где $k = \sqrt{(k_d - k_p)^2 + 4k_d k_p \sin^2 \frac{\vartheta}{2}}$. Чем больше момент l , тем больший импульс k необходим для нейтрона, чтобы он смог проникнуть в ядро на расстояние меньше R . С ростом l первичный максимум нейтронного множителя смещается в сторону больших углов ϑ и уменьшается по величине. Зависимость нейтронного множителя от угла для различных значений l также представлена на рис. 5.1.

На рис. 5.1 показана и характерная зависимость дифференциального сечения реакции срыва от угла θ для различных значений l . Если правила отбора допускают несколько различных значений l , то дифференциальное сечение будет представляться в виде суммы аддитивных слагаемых (без интерференции), соответствующих различным значениям l . Веса соответствующих слагаемых будут определяться спектроскопическими множителями $S(l_j)$.

Учет рассеяния дейтронной и протонной волн. Угловое распределение продуктов реакции срыва, определяемое формулой (5.24), впервые было найдено в [129]. Несмотря на большое число допущений, сделанных при выводе (5.24) [предположение о нулевом радиусе действия ядерных сил между нейтроном и протоном, замена точной волновой функции системы Ψ в выражении для амплитуды (5.3) приближенной функцией Ψ^0 , пренебрежение рассеянием дейтронной и протонной волн в поле ядра и пренебрежение возможностью проникновения дейтрона и протона в глубь ядра], угловое распределение, даваемое этой формулой, находится в хорошем согласии с экспериментальными данными для большого числа реакций (особенно в случае легких ядер).

На рис. 5.2 и рис. 5.3 приведены экспериментальные угловые распределения для реакций срыва $^{27}\text{Al}(d, p)^{28}\text{Al}$ и $^{28}\text{Si}(d, p)^{29}\text{Si}$ соответственно. Наблюдаемые угловые распределения и теоретические угловые распределения, определяемые формулой (5.24), хорошо совпадают в области малых углов. В области же больших углов может иметь место расхождение, обусловленное возможностью процессов с образованием составного ядра. При сравнении экспериментальных данных с формулой (5.24) приходится наилучшим образом подбирать параметр R , значение которого может несколько отличаться от обычно принимаемого значения радиуса ядра. (Хорошее согласие с опытом получается при выборе R несколько большим радиуса ядра.)

Однако в некоторых случаях на опыте наблюдаются значительные отклонения от предсказаний теории Батлера. Эти отклонения указывают на важность учета ядерного, а также кулоновского рассеяния частиц, участвующих в реакции срыва. Волновые функции дейтрона и протона с учетом кулоновского и ядерного рассеяния в области вне ядра выбираются в виде

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{k_d}(\mathbf{r}) &= \frac{4\pi}{k_d r} \sum_{lm} i^l \exp[i\eta_l(\xi_d)] \{F_l(\xi_d, r) - (1 - S_l^{(d)}) \times \\ &\quad \times u_l^{(+)}(\xi_d, r)\} Y_{lm}^*(\mathbf{n}_d) Y_{lm}(\mathbf{n}); \\ \Psi_{k_p}(\mathbf{r}) &= \frac{4\pi}{k_p r} \sum_{lm} i^l \exp[-i\eta_l(\xi_p)] \{F_l(\xi_p, r) - (1 - S_l^{(p)*}) \times \\ &\quad \times u_l^{(-)}(\xi_p, r)\} Y_{lm}^*(\mathbf{n}_p) Y_{lm}(\mathbf{n}), \end{aligned} \right\} (5.25)$$

где $u_l^{(\pm)} = (F_l \pm iG_l) \exp(\pm i\eta_l)$ (F_l и G_l — регулярная и иррегулярная радиальные кулоновские функции); η_l — кулоновская фаза рассеяния; ξ_d и ξ_p — кулоновские параметры для дейтрона и протона; амплитуды $S_l^{(d)}$ и $S_l^{(p)}$ описывают чисто ядерное рассеяние парциальных дейтронных и протонных волн. Используя функции (5.25), интеграл

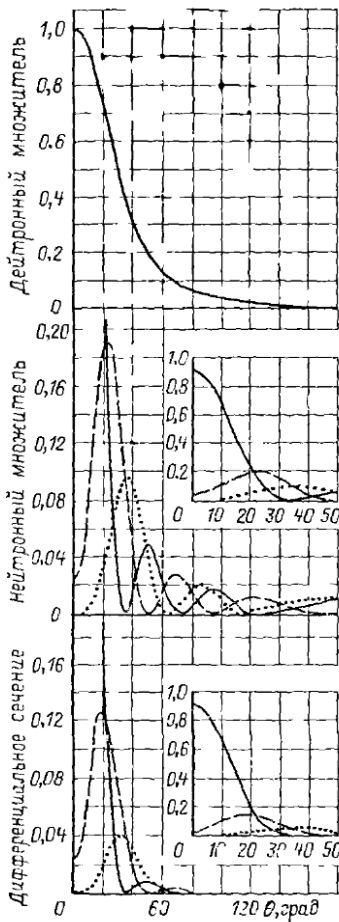


Рис. 5.1. Угловое распределение при реакции срыва. Сплошная кривая $l=0$, штриховая $l=1$, пунктирная $l=2$ ($Q=6,9$ МэВ, $E=10,8$ МэВ, $R=7 \cdot 10^{-13}$ см)

(5.14) в выражении для I_{ij}^m удастся вычислить только с помощью численного интегрирования. Обычно взаимодействия падающего дейтрона с начальным ядром и соответственно освобождающегося в результате реакции протона с конечным ядром описываются с помощью введения оптических потенциалов, параметры которых подбираются из согласования с данными по рассеянию при соответствующих энергиях. На основании этих потенциалов рассчитываются ядерные фазы рассеяния, входящие в $S_l^{(d)}$ и $S_l^{(p)}$. Для нахождения нейтронной функции $R_{ij}(r)$ вводится соответствующий оболочечный потенциал. Как показывают численные расчеты, вклад внутренней области ($r < R$) в (5.14)

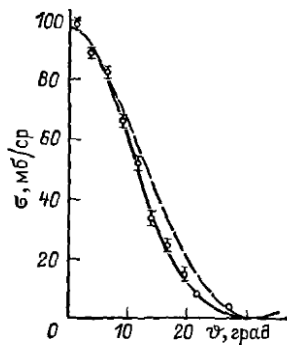


Рис. 5.2. Угловое распределение протонов в реакции $^{27}\text{Al}(d, p)^{26}\text{Al}$ ($E_d=8$ МэВ, $Q_0=5,49$ МэВ, $l=0$). Сплошная кривая — при $R=6,15 \times 10^{-13}$ см, штриховая — при $R=5,4 \cdot 10^{-13}$ см

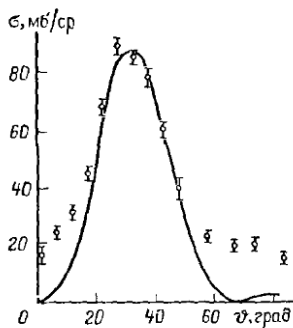


Рис. 5.3. Угловое распределение протонов в реакции $^{28}\text{Si}(d, p)^{29}\text{Si}$ ($E_d=8,18$ МэВ, $Q_1=4,97$ МэВ, $E_1=1,28$ МэВ, $l=2$). Сплошная кривая — $R=4,4 \cdot 10^{-13}$ см

не очень существен, поэтому результаты зависят в основном от поведения нейтронной функции во внешней области. Многочисленные расчеты, выполненные для различных реакций при различных энергиях, показали, что учет кулоновского и ядерного рассеяния дейтрона и протона может привести к заметным отклонениям от результатов упрощенного рассмотрения (5.24).

Кулоновское рассеяние дейтронной и протонной волн приводит к смещению максимумов углового распределения в сторону больших углов, уширению и уменьшению максимумов. Полное сечение при этом также уменьшается. В случае малых энергий падающих нейтронов кулоновские эффекты могут полностью изменить картину углового распределения. Если энергия дейтрона значительно превосходит высоту кулоновского барьера, то при этом кулоновские эффекты хотя и вносят заметное изменение в угловое распределение, однако не нарушают однозначности выбора l для поглощаемого нейтрона.

Ядерное рассеяние дейтронной и протонной волн влияет на характер углового распределения в направлении, противоположном влиянию кулоновского рассеяния. Вследствие ядерного рассеяния максимумы углового распределения смещаются в сторону меньших углов, а ширина максимумов уменьшается, при этом полное сечение уменьшается так же, как и при учете кулоновских эффектов.

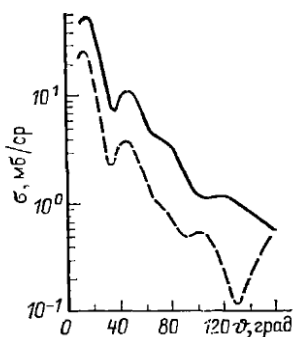
Изучение структуры ядер с помощью реакций срыва. Реакции срыва (d, p) и (d, n) на легких ядрах для дейтронов средних энергий (около 10 МэВ) являются важным средством изучения свойств ядер. Наибольший интерес представляют реакции срыва, приводящие к образованию остаточного ядра в основном или в слабовозбужденном состоянии.

Прохождение моноэнергетического пучка дейтронов через слой вещества A приводит к образованию среди продуктов реакции моноэнергетических групп протонов или нейтронов. Каждая такая группа соответствует определенному уровню остаточного ядра B . Измеряя Q реакции для различных групп протонов или нейтронов, можно определить уровни энергии E_B остаточного ядра B на основе соотношения (5.1).

Однако более важное значение в ядерной спектроскопии реакции срыва имеют в связи с характерным угловым распределением продуктов этих реакций. Изучение вида углового распределения протонов или нейтронов определенной группы позволяет сделать заключение о значениях спина и четности соответствующего состояния остаточного ядра.

Если спин и четность начального состояния ядра A известны, то для нахождения спина и четности конечного состояния ядра необходимо сравнить экспериментально наблюдаемое угловое распределение протонов с распределением, определяемым (5.24). Это сравнение позволяет найти возможные значения орбитального момента l нейтрона, поглощаемого ядром. Очень часто удовлетворительное согласие с опытом удается получить при одном определенном значении l . Первое указание о возможном значении l можно получить, исследуя экспериментальную кривую углового распределения при малых углах. Макси-

Рис. 5.4. Угловое распределение протонов в реакции $^{54}\text{Fe}(d, p)^{55}\text{Fe}$ с образованием конечного ядра в основном состоянии $p_{3/2}$ (сплошная кривая) и возбужденном (0,41 МэВ) состоянии $p_{1/2}$ (штриховая кривая), $E_d=10$ МэВ [141]



мум вперед указывает, что присутствует $l=0$, минимум вперед указывает, что $l=0$ отсутствует.

Если l найдено, то правила отбора определяют четность конечного состояния однозначно, а спин I_B определяют внутри допустимых значений, получаемых векторным сложением I_A , l и $1/2$. Для мишени удобно выбирать ядра A с равным нулю или малым значением спина, так как в этом случае число возможных значений I_B будет минимальным. Если $I_A=0$, то возможны только два значения I_B (при $l=0$ спин I_B определяется однозначно). Сопоставление углового распределения, рассчитываемого на основе (5.19) с учетом эффектов рассеяния дейтронной и протонной волн, с экспериментальным угловым распределением дает возможность непосредственно определить значения полного момента поглощаемого нейтрона j , поскольку дифференциальное сечение реакции с учетом эффектов рассеяния оказывается зависящим от j^2 . На рис. 5.4 показаны рассчитанные угловые распределения для реакции $^{54}\text{Fe}(d, p)^{55}\text{Fe}$ с образованием конечного ядра в состояниях $j=3/2$ и $j=1/2$. Орбитальный момент поглощаемого нейтрона в обоих случаях равен $l=1$. Как видно из рисунка, угловое распределение для $p_{1/2}$ -состояния имеет характерный провал в области углов около 120° , который отсутствует в случае $p_{3/2}$ -состояния.

Реакцию срыва можно также использовать для нахождения приведенных ширин уровней остаточного ядра по интенсивностям групп протонов, испускаемых при реакции. Действительно, определив по виду углового распределения возможные значения l , можно путем подбора соответствующего значения радиуса R совместить в области малых углов кривую углового распределения, определяемую (5.24), с экспериментально определяемой кривой. Тогда, зная из опыта абсолютную величину сечения в первом максимуме, можно на основе (5.24) вычислить приведенную ширину θ_{ij}^2 соответствующего уровня остаточного ядра. Однако абсолютная величина сечения существенным образом зависит от эффектов рассеяния дейтронной и протонной волн. Поэтому значения приведенных ширин, получаемые из данных по реакциям срыва согласно (5.24), оказываются в несколько раз меньше значений приведенных ширин, получаемых другими способами [например, из опытов по (p, p) -рассеянию и т. д.]. Правильные количественные значения приведенных ширин можно получить, только сравнивая экспериментальное угловое распределение с дифференциальным сечением, рассчитываемым согласно (5.19) с учетом рассеяния дейтронной и протонной волн.

¹ Этот эффект впервые описан в [141].

Если в конечном состоянии остаточного ядра поглощенный нейтрон может характеризоваться несколькими возможными значениями орбитального момента l , то подобным образом можно определить значения спектроскопических множителей $S(lj)$, соответствующие различным значениям l и j .

Поляризационные явления в реакциях срыва. Протоны или нейтроны, освобождающиеся в результате реакции дейтронного срыва, оказываются частично поляризованными в направлении, перпендикулярном плоскости, в которой лежат волновые векторы падающего дейтрона и освобождающейся частицы. Эта поляризация обусловлена взаимодействием падающего дейтрона и испускаемого протона или нейтрона с ядром¹. Измерение поляризации продуктов реакции дейтронного срыва дает дополнительные сведения о структуре остаточного ядра.

Для описания *поляризационных явлений при реакции срыва* введем матрицу плотности, элементы которой определяют спиновые состояния участвующих в реакции частиц. В случае реакции срыва $A(d, p)B$ матрицу плотности в начальном состоянии ρ записывают в виде прямого произведения матриц плотности $\rho^{(d)}$ и $\rho^{(A)}$, относящихся к дейтрону и начальному ядру:

$$\rho = \rho^{(d)}\rho^{(A)}. \quad (5.26)$$

Дейтронная матрица плотности является трехрядной: $\rho^{(d)} \equiv \rho_{\mu_1 \mu'_1}$ (μ_1 и μ'_1 — возможные значения проекции спина дейтрона). Матрица плотности для ядра A — $(2I_A + 1)$ -рядная: $\rho^{(A)} \equiv \rho_{M_A M'_A}$ (M_A и M'_A — возможные значения проекции спина ядра). Вместо задания элементов матриц плотности $\rho^{(d)}$ и $\rho^{(A)}$ можно разложить их соответственно по спин-тензорам $T_{\mu_1 \mu'_1}^{JM}$ ранга $J = 0, 1$ и 2 и $T_{M_A M'_A}^{LQ}$ ранга $L = 0, 1, \dots, 2I_A$ и задавать спиновое состояние системы набором коэффициентов в этом разложении:

$$\left. \begin{aligned} \rho_{\mu_1 \mu'_1} &= \frac{1}{3} \sum_{JM} \langle T^{JM+} \rangle T_{\mu_1 \mu'_1}^{JM}; \\ \rho_{M_A M'_A} &= \frac{1}{2I_A + 1} \sum_{LQ} \langle T^{LQ+} \rangle T_{M_A M'_A}^{LQ}. \end{aligned} \right\} \quad (5.27)$$

Матрицу плотности всей системы в начальном состоянии будем нормировать согласно условию $\text{Sp } \rho = 1$.

Матрица плотности системы в конечном состоянии (протон + остаточное ядро B) ρ' связана с начальной матрицей плотности ρ соотношением

$$\rho' = f\rho f^+, \quad (5.28)$$

где f — матрица реакции (в спиновом пространстве амплитуда реакции является матрицей). В пренебрежении спин-орбитальным взаимодействием матрица реакции f определяется соотношением (5.18). Ис-

¹ На возможность поляризации продуктов реакции срыва вследствие взаимодействия падающего дейтрона и освобождающейся частицы с ядром указано в [142, 143].

пользуя разложение (5.27), матрицу плотности конечного состояния представим в виде

$$\begin{aligned} \rho_{\mu_p \mu_B; \mu'_p \mu'_B} = & \frac{1}{3(2I_A + 1)} \sum_{IM, LQ} \langle T^{IM+} \rangle \times \\ & \times \langle T^{LQ+} \rangle \sum_{\mu_1 \mu'_1 M_A M'_A} \langle \mu_p \mu_B | f | \mu_1 M_A \rangle \times \\ & \times T^{IM}_{\mu_1 \mu'_1} T^{LQ}_{M_A M'_A} \langle \mu'_p \mu'_B | f | \mu'_1 M'_A \rangle^*. \end{aligned} \quad (5.29)$$

Просуммировав (5.29) по проекциям спина остаточного ядра, найдем матрицу плотности для протона, освобождающегося в результате реакции срыва:

$$\rho'_{\mu_p \mu'_p} = \sum_{M_B} \rho'_{\mu_p \mu'_p; \mu'_p \mu'_B}. \quad (5.30)$$

Шпур матрицы плотности (5.30) определяет угловое распределение протонов. При нормировке волновых функций ψ_{k_d} и ψ_{k_p} на единичную амплитуду в падающей волне дифференциальное сечение реакции

$$d\sigma/d\Omega = (v_p/v_d) \text{Sp } \rho', \quad (5.31)$$

где v_d и v_p — скорости дейтрона и протона. Для нахождения поляризации протонов, освобождающихся в результате реакции срыва, нужно матрицу плотности, нормированную на единицу, $\rho'/\text{Sp } \rho'$ разложить по спин-тензорам $T_{\mu_p \mu'_p}^{RT}$ ранга $R = 0$ и 1 :

$$\frac{\rho'_{\mu_p \mu'_p}}{\text{Sp } \rho'} = \frac{1}{2} \sum_{RT} \langle T^{RT+} \rangle T_{\mu_p \mu'_p}^{RT}. \quad (5.32)$$

Коэффициенты этого разложения $\langle T^{RT+} \rangle$ и будут определять спиновое состояние освобождающихся протонов. Учитывая условие ортонормировки спин-тензоров, для коэффициентов $\langle T^{RT+} \rangle$ получаем формулу

$$\langle T^{RT+} \rangle \text{Sp } \rho' = \sum_{\mu_p \mu'_p} \rho'_{\mu_p \mu'_p} T_{\mu_p \mu'_p}^{RT+}. \quad (5.33)$$

Если начальное ядро и дейтрон неполяризованы, то

$$\langle T^{IM+} \rangle = \delta_{I0} \delta_{M0}; \quad \langle T^{LQ+} \rangle = \delta_{L0} \delta_{Q0}. \quad (5.34)$$

Из условий симметрии при этом следует, что единственным направлением, вдоль которого возможна поляризация протона, является направление, перпендикулярное плоскости реакции, т. е. направление вектора $\mathbf{k}_d \times \mathbf{k}_p$. Выберем систему координат так, чтобы ось z была направлена вдоль вектора $\mathbf{k}_d \times \mathbf{k}_p$. В такой системе координат

$$\langle T^{11+} \rangle = \langle T^{1-1+} \rangle = 0, \quad \langle T^{10+} \rangle \neq 0.$$

Замечая, что $P_z = \langle T^{10+} \rangle$, подставляя (5.34) в (5.29) и выполняя в (5.33) суммирование по магнитным квантовым числам, окончательно получаем следующую формулу для поляризации протонов, образующихся в результате реакции срыва:

$$P_z^0 = \frac{1}{3} \sum_{ij} \frac{i(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4}}{l(l+1)} \frac{C_{ij}}{2l+1} \times \\ \times \sum_m m |I_{ij}^m|^2 / \sum_{ij} \frac{C_{ij}}{2l+1} \sum_m |I_{ij}^m|^2. \quad (5.35)$$

Если пренебречь рассеянием дейтронной и протонной волн в поле ядра, то $|I_{ij}^m|^2$ оказывается не зависящим от знака m , и, следовательно, поляризация обращается в нуль. Учет рассеяния дейтронной и протонной волн в поле ядра приводит к поляризации протонов, отличной от нуля. Экспериментальное определение знака поляризации протонов при реакции срыва в некоторых случаях позволяет однозначно определить спин остаточного ядра.

С помощью общей формулы (5.29) нетрудно найти угловое распределение и поляризацию продуктов реакции срыва под действием поляризованных дейтронов на произвольно ориентированных ядрах¹. Приведем формулу для углового распределения протонов, образующихся в результате реакции срыва под действием поляризованных дейтронов [144]:

$$d\sigma = (1 + 3\mathbf{P}_d \mathbf{P}_p^0) d\sigma^0, \quad (5.36)$$

где $d\sigma^0$ — дифференциальное сечение; \mathbf{P}_p^0 — вектор поляризации протонов в реакции для неполяризованных дейтронов. Согласно (5.36) угловое распределение протонов, образующихся в результате реакции срыва под действием поляризованных дейтронов, характеризуется азимутальной асимметрией. Сечение максимально, если векторы поляризации \mathbf{P}_p и \mathbf{P}_d параллельны, и минимально, если они противоположно направлены. Эту зависимость сечения от взаимной ориентации векторов поляризации легко понять, вспомнив механизм поляризации. Поляризация протонов при реакции срыва обусловлена рассеянием протонной и дейтронной волн и связана с различной вероятностью поглощения нейтрона для двух возможных ориентаций спина. Поскольку в дейтроне спины нейтрона и протона параллельны, то направление поляризации протонов будет отвечать ориентации спина нейтрона с большей вероятностью поглощения. Очевидно, выход реакции увеличится, если падающие дейтроны поляризованы, причем направление поляризации совпадает с направлением поляризации протонов при срыве. Изучение азимутальной асимметрии в угловом распределении протонов, образующихся в результате реакции срыва под действием поляризованных дей-

¹ Угловое распределение и поляризация продуктов реакции срыва под действием поляризованных дейтронов на произвольно ориентированных ядрах рассмотрены в [144]. Поляризационные явления при прямых процессах с учетом спин-орбитального взаимодействия рассмотрены в [145].

тронов, дает те же самые сведения о структуре ядра, что и определение поляризации протонов.

Поляризация протонов, образующихся в результате реакции срыва под действием поляризованных дейтронов, определяется выражением

$$\langle T_p^{1T+} \rangle = \{ \langle T_p^{10+} \rangle^0 (\delta_{T_0} + \sqrt{6(4-T^2)} \langle T_d^{2T+} \rangle) - \langle T_d^{1T+} \rangle \} \times \\ \times \{ 1 - 6 \langle T_p^{10+} \rangle^0 \langle T_d^{10+} \rangle \}^{-1}. \quad (5.37)$$

Заметим, что поляризация протонов зависит не только от поляризации падающих дейтронов, но и от их выстраивания, характеризуемого величиной $\langle T_d^{2T+} \rangle$.

Образование дейтронов при столкновении нуклонов с ядрами и другие прямые процессы с участием дейтронов. При столкновении дейтронов с ядрами кроме реакции прямого срыва (d, p) возможны также прямые процессы (d, p), связанные с обменом, — процесс прямого выбивания и реакция тяжелого срыва. В процессе прямого выбивания $A(d, p)B$ падающий дейтрон выбивает протон из исходного ядра A и сам захватывается остатком ядра, в результате чего образуется конечное ядро B . В реакции тяжелого срыва $A(d, p)B$ падающий дейтрон срывает из исходного ядра A (которое представляется в виде сстона и протона) тяжелый остов, при этом образуется конечное ядро B и освобождается протон. Угловое распределение протонов при тяжелом срыве характеризуется максимумом в направлении назад¹.

При столкновении дейтронов с ядрами возможны также процессы неупругого рассеяния: рассеяние дейтрона, сопровождающееся возбуждением ядра $A(d, d')A^*$, рассеяние, сопровождающееся расщеплением дейтрона $A(d, np)A$, и, наконец, рассеяние, при котором происходит возбуждение ядра и одновременно расщепляется дейтрон $A(d, np)A^*$. Подобно реакциям срыва эти процессы также в основном осуществляются без образования составного ядра². Угловое распределение при таких процессах неупругого рассеяния, как и при реакциях срыва, характеризуется сложной структурой, изучение которой позволяет сделать заключение о спине и четности конечного состояния ядра.

Механизм процессов неупругого рассеяния сходен с механизмом реакции срыва. Особенно просто процесс неупругого рассеяния можно описать, если предположить, что при столкновении дейтрона с ядром только одна из составных частей дейтрона (например, нейтрон) взаимодействует с ядром, а вторая (протон) находится вне области действия ядерных сил, при этом взаимодействие оказывается существенным только с поверхностью ядра. Передача энергии взаимодействующей частицей (нейтроном) ядру может происходить как без нарушения связи между нейтроном и протоном в дейтроне, так и с нарушением этой связи. В первом случае имеет место неупругое рассеяние дейтрона, сопро-

¹ Механизм тяжелого срыва впервые рассмотрен в [146]. Обменные эффекты в реакциях срыва изучались в [147].

² Интерференция между прямыми процессами и процессами с образованием составного ядра рассмотрена в [148].

возбуждением ядра, во втором — рассеяние сопровождается расщеплением дейтрона, при этом возможно также одновременное возбуждение ядра¹.

Процессом, обратным по отношению к реакции срыва, является так называемая *реакция пик-апа (захвата)*, при которой падающий на ядро протон вырывает из него нейтрон, в результате чего образуется дейтрон. Процесс захвата, так же как и реакция срыва, происходит вследствие прямого взаимодействия, при котором переход из начального состояния в конечное осуществляется без образования составного ядра. Используя принцип детального равновесия для обратных процессов, сечение реакции захвата можно связать с сечением реакции срыва. Так, для реакции $B(p, d)A$ сечение

$$d\sigma_{pd} = \frac{3(2I_A + 1)}{2(2I_B + 1)} \frac{k_d^2}{k_p^2} d\sigma_{dp}, \quad (5.38)$$

где $d\sigma_{dp}$ определяется согласно (5.19).

С помощью (5.38) можно определять спины и четности ядер, изучая угловое распределение дейтронов, образующихся в результате реакции захвата. Экспериментально реакции (p, d) и (n, d) в области средних энергий наблюдались на ряде ядер. Следует, однако, заметить, что использование реакции захвата для изучения свойств ядер связано с экспериментальными трудностями, обусловленными большим отрицательным значением Q для этих реакций.

Особенно вероятно образование дейтронов при столкновении с ядрами быстрых нуклонов (энергии около 100 МэВ). Резкая направленность вылета дейтронов вперед и их большие энергии свидетельствуют о том, что образующиеся дейтроны не являются продуктами испарения составного ядра. Можно указать на два способа возникновения дейтронов при столкновении быстрых нуклонов с ядрами, происходящих без образования составного ядра. Помимо процесса прямого захвата, при котором дейтрон образуется в результате непосредственного захвата налетающим нуклоном какого-либо нуклона ядра, возможен также косвенный захват. Падающий нуклон, сталкиваясь с каким-либо нуклоном ядра, теряет только часть своей энергии. Нуклон ядра, получивший эту энергию, может образовать дейтрон, захватив на своем пути другой нуклон ядра. При энергиях падающих нуклонов больше 300 МэВ косвенный захват играет более существенную роль по сравнению с прямым захватом.

Реакции срыва возможны не только при столкновении дейтронов с ядрами, но также и при столкновении с ядрами других легких ядер. Например, при столкновении с ядрами тритонов или ядер ${}^3\text{He}$ вследствие процесса срыва возможно образование дейтронов, которые будут характеризоваться угловым распределением, сходным с угловым распределением при реакциях (d, p) и (d, n) . Дифференциальные сечения (t, d) и $({}^3\text{He}, d)$ -реакций определяются формулами такого же типа, как и (5.19), однако вместо дейтронного множителя $\{\alpha^2 + (\frac{k_d}{2} -$

¹ Более детально процессы взаимодействия дейтронов с ядрами рассмотрены в обзоре [138].

— $k_{p,n})^2)^{-2}$ в эти формулы входит множитель, определяющий вероятность относительного импульса $\frac{2}{3} k_t - k_d$ в основном состоянии тритона или ^3He . Качественно этот множитель дает такую же зависимость от угла, как и дейтронный.

В сечение реакции срыва $A(t, d)B$, так же как и в сечении реакции срыва $A(d, p)B$, входят в качестве параметров спектроскопические множители $S(I_j)$. Одновременное изучение переходов $A \rightarrow B$, вызванных дейтронами и тритонами, позволяет исключить эти неопределенные параметры и тем самым проверить правильность теории.

Вследствие трудности практического получения пучков тритонов или ядер ^3He большее значение имеют обратные реакции (d, t) и $(d, ^3\text{He})$, вызванные дейтронами. Эти реакции также происходят без образования составного ядра. Нейтрон или протон бомбардируемого ядра захватывается дейтроном на лету, без проникновения дейтрона внутрь ядра. Угловое распределение продуктов этих реакций носит такой же характер, как и угловое распределение при реакциях захвата, вызванных протонами.

В заключение этого параграфа еще раз укажем на отличительные особенности прямых ядерных процессов по сравнению с процессами, осуществляющимися с образованием составного ядра. Во-первых, энергетический спектр продуктов прямой реакции не является испарительным: число частиц с энергиями, превышающими температуру соответствующего составного ядра, значительно больше числа частиц, даваемого максвелловским распределением. Во-вторых, угловое распределение продуктов прямой реакции в с. ц. и. сталкивающихся частиц характеризуется резкой направленностью вперед и обладает сложной структурой, которая определяется квантовыми характеристиками начального и конечного состояний системы. И, в-третьих, большая вероятность вылета сложных частиц (например, дейтронов, протонов и т. д.) в результате прямых ядерных реакций. Эти особенности прямых ядерных реакций получили объяснение в так называемой дисперсионной теории прямых ядерных реакций.

§ 5.2. Прямые процессы неупругого рассеяния и выбивания нуклонов

Приближение искаженных волн. Прямые процессы, протекающие без образования составного ядра, были обнаружены первоначально в ядерных реакциях с участием дейтронов. Вначале казалось, что сама возможность прямых процессов непосредственно связана с выделенностью дейтронов среди других ядерных частиц, а именно их рыхлостью, обусловленной малостью энергии связи дейтрона. Это обстоятельство существенным образом учитывалось в первоначальных схемах, предложенных для объяснения механизма прямого взаимодействия. Однако в дальнейшем выяснилось, что прямые процессы возможны и без участия слабосвязанных частиц. Более того, оказалось, что прямые ядерные процессы в такой же мере универсальны, как и процессы с образованием составного ядра. Было обнаружено, что при

столкновениях нуклонов с ядрами в области энергий порядка нескольких мегаэлектрон-вольт и выше во многих случаях осуществляются прямые ядерные переходы, не связанные с образованием составного ядра. Примерами таких прямых процессов являются *прямое неупругое рассеяние нуклонов ядрами, квазиупругое рассеяние нуклонов на ядрах, реакции выбивания* $(p, 2p)$, (p, pn) и др. Так же как и в случае дейтронных реакций срыва, при прямых процессах с участием нуклонов угловые распределения характеризуются резко выраженной структурой, которая зависит от характеристик начального и конечного состояний системы.

Обычно для описания прямых ядерных процессов с участием двух частиц в начальном и конечном состояниях используется *приближение искаженных волн*¹. Рассмотрим какой-либо бинарный ядерный процесс:



Амплитуда прямого перехода для такого процесса при $\alpha \neq \beta$ может быть записана в виде

$$f_{\alpha \rightarrow \beta} = -\frac{\mu_B}{2\pi\hbar^2} (\Psi_{k_B} \Phi_B, [V_B - U_B] \Psi_\alpha), \quad (5.39)$$

где Ψ_α — точная волновая функция системы; V_B — потенциал, описывающий истинное взаимодействие в выходном канале и являющийся суммой двухчастичных потенциалов, характеризующих взаимодействие вылетающей частицы b с отдельными нуклонами ядра B :

$$V_B = \sum_{i=1}^{A_B} V_{bi}; \quad (5.40)$$

U_B — *искажающий потенциал* (модельный потенциал, вводимый для упрощенного описания взаимодействия между частицей b и ядром B); Ψ_{k_B} — волновая функция относительного движения частицы b и ядра B (k_B — волновой вектор относительного движения), взаимодействие между которыми описывается потенциалом U_B (на бесконечности Ψ_{k_B} имеет вид суммы плоской и сходящейся сферической волн); Φ_B — волновая функция, описывающая внутреннее движение в выходном канале β и представляющаяся в виде произведения внутренних функций частицы b и ядра B :

$$\Phi_B = \Phi_b \Phi_B;$$

μ_B — приведенная масса частицы b и ядра B . Если $\alpha = \beta$, то к (5.39) необходимо прибавить амплитуду $f_{\alpha \rightarrow \alpha}^{(0)}$, характеризующую упругое рассеяние в поле искажающего потенциала U_B . Поэтому в общем случае *амплитуду прямого перехода* можно записать в виде

$$f_{\alpha \rightarrow \beta} = \delta_{\alpha\beta} f_{\alpha \rightarrow \alpha}^{(0)} - \frac{\mu_B}{2\pi\hbar^2} (\Psi_{k_B} \Phi_B, [V_B - U_B] \Psi_\alpha).$$

¹ Применение метода искаженных волн в теории прямых ядерных реакций детально рассмотрено в монографии [12].

Сущность приближения искаженных волн заключается в замене точной волновой функции Ψ_α в выражении для амплитуды (5.39) приближенной волновой функцией

$$\Psi_\alpha^0 = \psi_{k_\alpha} \varphi_\alpha, \quad (5.41)$$

где ψ_{k_α} — волновая функция относительного движения частицы a и ядра A (k_α — волновой вектор относительного движения), взаимодействие между которыми описывается потенциалом U_α (на бесконечности ψ_{k_α} представляется в виде суммы плоской и расходящейся сферической волн); φ_α — произведение волновых функций, описывающих внутреннее движение частицы во входном канале:

$$\varphi_\alpha = \varphi_a \varphi_A.$$

Таким образом, в приближении искаженных волн амплитуду перехода $\alpha \neq \beta$ для прямого процесса $a + A \rightarrow B + b$ запишем в виде

$$f_{\alpha \rightarrow \beta}(k_\alpha, k_\beta) = -\frac{\mu_\beta}{2\pi\hbar^2} (\psi_{k_\beta} \varphi_\beta, [V_\beta - U_\beta] \varphi_\alpha \psi_{k_\alpha}). \quad (5.42)$$

Несмотря на многочисленные попытки, строгое обоснование замены Ψ_α на Ψ_α^0 в (5.39) отсутствует, поэтому приближение искаженных волн можно рассматривать только как удобную аппроксимацию.

Вводя относительные координаты для входного и выходного каналов $\mathbf{r}_\alpha = \mathbf{r}_a - \mathbf{r}_A$ и $\mathbf{r}_\beta = \mathbf{r}_b - \mathbf{r}_B$, амплитуду перехода в приближении искаженных волн (5.42) перепишем в виде

$$\begin{aligned} f_{\alpha \rightarrow \beta}(k_\alpha, k_\beta) = \\ = -\frac{\mu_\beta}{2\pi\hbar^2} \int d\mathbf{r}_\alpha \int d\mathbf{r}_\beta \psi_{k_\beta}^*(\mathbf{r}_\beta) \mathcal{V}_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_\alpha, \mathbf{r}_\beta) \psi_{k_\alpha}(\mathbf{r}_\alpha), \end{aligned} \quad (5.43)$$

где $\mathcal{V}_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_\alpha, \mathbf{r}_\beta)$ — эффективный потенциал (нелокальный), который выражается через матричные элементы между внутренними состояниями сталкивающихся частиц от разности истинного и модельного потенциалов взаимодействия $V_\beta - U_\beta^1$:

$$\mathcal{V}_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_\alpha, \mathbf{r}_\beta) \equiv \langle \varphi_\beta | V_\beta - U_\beta | \varphi_\alpha \rangle. \quad (5.44)$$

Здесь внутренние функции $\varphi_\alpha = \varphi_a \varphi_A$ и $\varphi_\beta = \varphi_b \varphi_B$. Очевидно, вся информация об изменении внутренних состояний частицы и ядра содержится в (5.44). Для практических расчетов удобно эффективный потенциал (5.44) разложить по мультиполям, которые соответствуют передаче ядру определенных значений полного момента j , складываю-

¹ Амплитуда (5.43) описывает также реакцию дейтронного срыва (d, p). В этом случае $V_\beta = \sum_{i=1}^A V_{pi} + V_{np}$ (индексы p и n соответствуют протону и нейтрону, первоначально входящим в состав дейтрона). Предполагается, что $U_\beta = (\varphi_A, \sum_{i=1}^A V_{pi} \varphi_A)$ (вклад поглощаемого нейтрона в искажающий потенциал не учитывается). Таким образом, $\mathcal{V}_{\alpha\beta} = V_{np} \varphi_0$ и из (5.43) имеем (5.5).

щегося из орбитального момента l и спинового момента s . Выразив спины частиц a и b через s_a и s_b и ядерные спины через I_A и I_B , правила перехода запишем в виде

$$\mathbf{I}_B = \mathbf{I}_A + \mathbf{j}, \quad (5.45)$$

где

$$\mathbf{j} = \mathbf{l} + \mathbf{s}, \quad \mathbf{s} \equiv \mathbf{s}_a - \mathbf{s}_b.$$

Учитывая указанные правила векторного сложения, эффективный потенциал (5.44) представим в виде разложения:

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_\alpha, \mathbf{r}_\beta) = \sum_{lsj} (-i)^l (-1)^{s_b - m_b} (s_a m_a s_b - m_b | s m_a - m_b) \times \\ \times (l m s m_a - m_b | j M_B - M_A) (I_A M_A j M_B - M_A | I_B M_B) \mathcal{V}_{lsj}^m(\mathbf{r}_\alpha, \mathbf{r}_\beta), \end{aligned} \quad (5.46)$$

где $m = M_B - M_A + m_b - m_a$. (При вычислении отдельных слагаемых необходимо учитывать тождественность нуклонов.)

Дифференциальное сечение процесса в случае неполяризованных частиц и ядер определяется квадратом модуля амплитуды (5.43), усредненным по различным значениям проекций спинов в начальном состоянии и просуммированным по значениям проекций спинов в конечном состоянии. Используя (5.46), в результате суммирования находим следующее выражение для сечения:

$$d\sigma_{\alpha\beta} = \frac{\mu_\alpha \mu_\beta}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_\beta}{k_\alpha} \frac{2I_B + 1}{(2I_A + 1)(2s_a + 1)} \sum_{lsjm} \frac{1}{2l + 1} |I_{lsj}^m|^2 d\Omega \quad (5.47)$$

где введено обозначение

$$I_{lsj}^m = \int d\mathbf{r}_\alpha \int d\mathbf{r}_\beta \Psi_{k\beta}^*(\mathbf{r}_\beta) \mathcal{V}_{lsj}^m(\mathbf{r}_\alpha, \mathbf{r}_\beta) \Psi_{k\alpha}(\mathbf{r}_\alpha). \quad (5.48)$$

Мультиполи, соответствующие определенным значениям l , s и j , вносят независимый вклад в дифференциальное сечение процесса.

Неупругое рассеяние нуклонов ядрами. Применим теперь общие формулы приближения искаженных волн для описания прямого неупругого рассеяния нуклонов ядрами. Будем предполагать, что двухчастичное взаимодействие (5.40) локально, в этом случае относительные радиусы во входном и выходном каналах совпадают:

$$\mathbf{r}_\alpha = \mathbf{r}_\beta = \mathbf{r}.$$

При этом из-за ортогональности ядерных волновых функций φ_A и φ'_A искажающий потенциал U_β вообще выпадает из ядерного матричного элемента. В результате амплитуда перехода (5.43) представляется в виде однократного интеграла

$$f_{\alpha \rightarrow \alpha'}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = -\frac{\mu_\alpha}{2\pi\hbar^2} \int d\mathbf{r} \Psi_{k'}^*(\mathbf{r}) \mathcal{V}_{\alpha\alpha'}(\mathbf{r}) \Psi_k(\mathbf{r}), \quad (5.49)$$

а для эффективного потенциала имеет место разложение

$$\begin{aligned} \mathcal{V}'_{\alpha\alpha'}(\mathbf{r}) &\equiv \left\langle I'_A M'_A \frac{1}{2} m'_a | V_\alpha | I_A M_A \frac{1}{2} m_a \right\rangle = \\ &= \sum_{lsj} (-i)^l (-1)^{s_a - m'_a} \left(\frac{1}{2} m_a \frac{1}{2} - m'_a | s m_a - m'_a \right) \times \\ &\times (l m s m_a - m'_a | j M'_A - M_A) (I_A M_A j M'_A - M_A | I'_A M'_A) \times \\ &\times Y_{lm}^*(\vartheta, \varphi) \mathcal{V}'_{lsj}(r). \end{aligned} \quad (5.50)$$

Радиальный потенциал $\mathcal{V}'_{lsj}(r)$ зависит от детального характера взаимодействия рассеиваемого нуклона с отдельными нуклонами ядра:

$$V_\alpha = \sum_{i=1}^A V_{ai}, \quad (5.51)$$

а также от начального и конечного состояний рассеивающего ядра Φ_A и Φ'_A . Заметим, что искажающие потенциалы U_α и $U_{\alpha'}$ представляют собой усредненное значение (5.51) по соответствующим состояниям ядра. Очевидно, эти потенциалы должны соответствовать самосогласованному одночастичному потенциалу оболочечной модели в непрерывном спектре, т. е. потенциалу оптической модели. Формулы (5.49) и (5.50) позволяют рассчитать амплитуду неупругого перехода, если известны двухчастичные потенциалы (5.51). С помощью амплитуды нетрудно затем найти угловую зависимость дифференциального сечения неупругорассеянных нуклонов, а также угловую зависимость их поляризации.

Двухчастичные потенциалы, входящие в (5.51), соответствуют остаточному взаимодействию оболочечной модели, которое отличается от взаимодействия свободных нуклонов. Отдельный двухнуклонный потенциал V_{ai} зависит от относительного расстояния между нуклонами $\mathbf{r}_{ai} = \mathbf{r}_a - \mathbf{r}_i$ и операторов спина и изотопического спина взаимодействующих нуклонов. Обычно радиальные зависимости центрального и обменного взаимодействия предполагаются одинаковыми, т. е. двухнуклонный потенциал записывается в виде

$$\begin{aligned} V_{ai} &= - \{ V_{00} + V_{01} (\tau_a \tau_i) + V_{10} (\sigma_a \sigma_i) + \\ &+ V_{11} (\sigma_a \sigma_i) (\tau_a \tau_i) \} g(r_{ai}), \end{aligned} \quad (5.52)$$

где $g(r)$ — радиальный форм-фактор. При необменном рассеянии проекция изотопического спина рассеиваемого нуклона сохраняется, поэтому, например, при рассеянии протона

$$\tau_a \tau_i = \begin{cases} 1, & \text{если частица } i \text{ — протон,} \\ -1, & \text{если частица } i \text{ — нейтрон,} \end{cases}$$

и, следовательно, выражение (5.52) упрощается:

$$V_{ai} = - \{ V_0 + V_1 (\sigma_a \sigma_i) \} g(r_{ai}), \quad (5.53)$$

где $V_0 = V_{00} \pm V_{01}$ и $V_1 = V_{10} \pm V_{11}$. Воспользуемся разложением скалярного радиального форм-фактора $g(r_{ai})$ по мультиполям:

$$g(r_{ai}) = 4\pi \sum_{lm} g_l(r_a, r_i) Y_{lm}^*(\mathbf{n}_a) Y_{lm}(\mathbf{n}_i). \quad (5.54)$$

Введем тензорный оператор

$$T_{lj, m} \equiv \sum_{m' \mu} (lm' \ 1\mu | jm) i^l Y_{lm'}(\mathbf{n}) \sigma_{\mu},$$

где σ_{μ} — сферические компоненты оператора спина нуклона σ , тогда

$$(\sigma_a \sigma_i) g(r_{ai}) = 4\pi \sum_{ilm} g_l(r_a, r_i) (-1)^{l+m+1} T_{lj, m}(i) T_{lj, -m}(a). \quad (5.55)$$

Подставляя разложения (5.54) и (5.55) в (5.53) и определяя матричные элементы от потенциала V_a согласно (5.50), получаем следующие выражения для радиальных форм-факторов мультиполей при $s = 0$ и $s = 1$:

$$\mathcal{V}_{lj}(r) = -\frac{4\pi \sqrt{2}}{\sqrt{2l'_A+1}} V_0 \left\langle A' \left\| \sum_i g_l(r, r_i) i^l Y_l(\mathbf{n}_i) \right\| A \right\rangle \delta_{ij}; \quad (5.56)$$

$$\mathcal{V}_{lj}(r) = -\frac{4\pi \sqrt{2}}{\sqrt{2l'_A+1}} V_1 \left\langle A' \left\| \sum_i g_l(r, r_i) T_{lj}(i) \right\| A \right\rangle. \quad (5.57)$$

Сечение неупругого рассеяния описывается общей формулой

$$d\sigma_{\alpha\alpha'} = \frac{\mu^2}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k'}{k} \frac{2l'+1}{(2l+1)(2s_a+1)} \sum_{ism} \frac{1}{2l+1} |I_{ism}^m|^2 d\omega, \quad (5.58)$$

где

$$I_{ism}^m \equiv \int dr \Psi_k^*(\mathbf{r}) Y_{lm}^*(\mathbf{n}) \mathcal{V}_{ism}(r) \Psi_k(\mathbf{r}). \quad (5.59)$$

Матричные элементы (5.56) и (5.57) связывают начальное и конечное состояния ядра Φ_A и Φ'_A , различающиеся состоянием отдельных нуклонов. Для ядер, у которых нижайшие возбужденные уровни соответствуют одночастичным возбуждениям основного состояния, неупругое рассеяние сопровождается возбуждением одночастичного состояния¹. Однако для большинства ядер слабовозбужденные состояния представляют собой суперпозицию большого числа различных одночастичных возбуждений. В этом случае при когерентном вкладе переходов, отвечающих изменению состояния отдельных нуклонов, происходит коллективное усиление амплитуды неупругого рассеяния. Изучение неупругого рассеяния нуклонов на ядрах является важным ис-

¹ Прямое неупругое рассеяние протонов на ядрах с возбуждением одночастичных состояний впервые рассмотрено в [149].

точником получения сведений о характере остаточного взаимодействия между нуклонами в ядрах и о структуре ядерных состояний¹.

Формулами (5.58) и (5.59) описываются также процессы *прямого рассеяния нуклонов с перезарядкой*. В этом случае за переходы ответственна часть потенциала (5.52), зависящая от изотопических спинов взаимодействующих нуклонов. Представим скалярное произведение операторов изотопических спинов взаимодействующих нуклонов в виде

$$\tau_a \tau_i = \sum_{u=-1, 0, 1} (-1)^u \tau_a^{-u} \tau_i^u,$$

где $\tau^{\pm 1} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (\tau_x \pm \tau_y)$, $\tau^0 = \tau_z$. Припишем протону изоспиновое состояние с проекцией изотопического спина 1/2, а нейтрону — минус 1/2. Для процесса (p, n)

$$(\zeta_{-1/2}, \tau_a^{-1} \zeta_{1/2}) = \sqrt{2},$$

и в амплитуду для рассеяния с перезарядкой (5.49) войдет эффективный потенциал

$$\mathcal{V}_{\alpha\alpha'}^{(p)}(r) = \sqrt{2} \times \\ \times \left\langle A', \frac{1}{2} m_a \left| \sum_{i=1}^A \tau_i^{\pm 1} \{V_{01} + V_{11}(\sigma_a \sigma_i)\} g(r_{ai}) \right| A, \frac{1}{2} m_a \right\rangle. \quad (5.60)$$

Раскладывая эффективный потенциал по мультиполям, как в (5.50), получаем следующие выражения для радиальных форм-факторов при $s = 0$ и $s = 1$:

$$\mathcal{V}_{l0j}^{(p)}(r) = \frac{8\pi}{\sqrt{2I_A' + 1}} V_{01} \left\langle A' \left\| \sum_i \tau_i^{\pm 1} g_l(r, r_i) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times i^l Y_l(n_i) \right\| A \right\rangle \delta_{lj}; \quad (5.61)$$

$$\mathcal{V}_{11j}^{(p)}(r) = \frac{8\pi}{\sqrt{2I_A' + 1}} V_{11} \left\langle A' \left\| \sum_i \tau_i^{\pm 1} g_l(r, r_i) T_{11}(i) \right\| A \right\rangle. \quad (5.62)$$

Так же как и в случае прямого неупругого рассеяния, форм-факторы (5.61) и (5.62) являются матричными элементами от одночастичных операторов.

Для примера рассмотрим монополярный переход $l = j = 0$ и $s = 0$:

$$\mathcal{V}_{000}^{(p)}(r) = \frac{8\pi}{\sqrt{2I_A' + 1}} V_{01} \left\langle A' \left\| \sum_i \tau_i^{\pm 1} g_l(r, r_i) \right\| A \right\rangle. \quad (5.63)$$

¹ Для примера укажем на работу [150], в которой проведен анализ неупругого рассеяния протонов с энергией 18,8 МэВ на ядрах ⁹⁰Zr с возбуждением семнадцати уровней. На основе этого анализа определены спектроскопические характеристики возбужденных состояний, для описания остаточного взаимодействия введен юкавский потенциал с глубиной $V_0 \approx 200$ МэВ и радиусом около 1 фм.

Если вклад в (5.63) вносят только нуклоны, находящиеся на одной оболочке, то радиальный интеграл в (5.63) не зависит от i и его можно вынести за знак суммирования. В результате имеем

$$\mathcal{V}_{000}(r) = \frac{8\pi}{\sqrt{2I'_A+1}} V_{01} G_0(r) \langle A' \| 2T^{+1} \| A \rangle, \quad (5.64)$$

где $\mathbf{T} = \frac{1}{2} \sum_i \boldsymbol{\tau}_i$ — полный изотопический спин ядра; $G_0(r)$ — интеграл перекрытия радиальных функций. Приведенный матричный элемент в (5.64) выражается через проекцию изотопического спина начального ядра T_A :

$$\mathcal{V}_{000}(r) = -\frac{16\pi}{\sqrt{2I'_A+1}} V_{01} G_0(r) \sqrt{T_A}. \quad (5.65)$$

Полученный форм-фактор характеризует (p, n) -переход из состояния φ_A в состояние $\varphi_{A'}$, являющееся аналоговым по отношению к исходному. Форм-фактор зависит от глубины потенциала V_{01} и интеграла перекрытия радиальных функций $G_0(r)^1$.

При достаточно больших энергиях (больше или равных 100 МэВ) взаимодействие падающего нуклона с отдельными нуклонами ядра становится таким же, как и для свободных нуклонов. В этом случае для описания взаимодействия нуклона с ядром используется *импульсное приближение* [152], условие применимости которого сводится к требованию, чтобы энергия налетающего нуклона значительно превышала энергию связи отдельного нуклона в ядре. В импульсном приближении двухнуклонный потенциал в (5.51) выбирается в виде

$$V_{ai} = t_{ai}(\mathbf{q}, E) \delta(\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_i), \quad (5.66)$$

где $t_{ai}(\mathbf{q}, E)$ непосредственно выражается через амплитуду рассеяния нуклона на нуклоне $f_{ai}(\mathbf{q}, E)$:

$$t_{ai}(\mathbf{q}, E) = -\frac{2\pi\hbar^2}{\mu} f_{ai}(\mathbf{q}, E) \quad (5.67)$$

(E — энергия относительного движения; \mathbf{q} — передаваемый импульс при рассеянии; μ — приведенная масса сталкивающихся нуклонов). Представляя полный потенциал взаимодействия падающего нуклона с ядром в виде суммы (5.66), для амплитуды рассеяния нуклона на ядре получаем

$$f_{\alpha \rightarrow \alpha'}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \frac{\mu'}{\mu} \int d\mathbf{r} \psi_{\mathbf{k}'}^*(\mathbf{r}) \times \\ \times \left\langle \alpha' \left| \sum_{i=1}^A f_{ai}(\mathbf{q}, E) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \right| \alpha \right\rangle \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}), \quad (5.68)$$

¹ Более детально рассеяние с перезарядкой рассмотрено в [12]. Анализ данных по рассеянию протонов с перезарядкой показывает [151], это глубина $V_{01} \approx 20$ МэВ, т. е. на порядок меньше V_0 .

где μ' — приведенная масса падающего нуклона и рассеивающего ядра; f_{ai} — амплитуда взаимодействия рассеиваемого нуклона с отдельными нуклонами ядра, и суммирование в (5.68) проводим по всем нуклонам ядра. Выражение (5.68) обычно называют амплитудой рассеяния нуклона на ядре в *импульсном приближении с искаженными волнами*.

Если энергия падающего нуклона настолько велика, что можно пренебречь действием искажающего потенциала во входном и выходном каналах, формула (5.68) упрощается, при этом в (5.68) искаженные волновые функции $\psi_{\mathbf{k}}$ и $\psi_{\mathbf{k}'}$ можно заменить плоскими волнами, в результате чего получим

$$f_{\alpha \rightarrow \alpha'}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \frac{\mu'}{\mu} \int d\mathbf{r} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) \times \\ \times \left\langle \alpha' \left| \sum_{i=1}^A f_{ai}(\mathbf{q}, E) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \right| \alpha \right\rangle. \quad (5.69)$$

Это выражение называют амплитудой рассеяния нуклона на ядре в *импульсном приближении с плоскими волнами*.

Двухнуклонные амплитуды f_{ai} , входящие в (5.68) и (5.69), выбираются так, чтобы сечение рассеяния нуклона на отдельных нуклонах в их с. ц. и. определялось выражением $d\sigma_{ai} = |f_{ai}|^2 d\omega$. Если энергия падающего нуклона достаточно велика, то зависимостью амплитуды f_{ai} от энергии и импульса ядерного нуклона можно пренебречь. В общем случае при учете спиновых и изоспиновых степеней свободы взаимодействующих нуклонов двухнуклонную амплитуду следует выбрать в виде

$$f_{ai} = \sum_{tu} (-1)^u (A_t + \mathbf{B}_t \boldsymbol{\sigma}_i) \boldsymbol{\tau}_a^{t, -u} \boldsymbol{\tau}_i^{tu}. \quad (5.70)$$

Здесь $\boldsymbol{\sigma}$ и $\boldsymbol{\tau}$ — спиновые и изоспиновые матрицы ($\boldsymbol{\tau}^{tu}$ — сферический тензорный оператор в пространстве изотопического спина; t может принимать два значения: $t = 0$ и $t = 1$; при $t = 1$ проекция u принимает три значения: $u = 1, 0$ и -1). Комплексные коэффициенты A и B , входящие в амплитуду (5.70), являются матрицами в спиновом пространстве падающего нуклона и зависят от его энергии и передаваемого импульса \mathbf{q} . Считая рассеивающие нуклоны тождественными, амплитуду рассеяния (5.68) удобно непосредственно связать с матричными элементами операторов плотности ядра $\rho(\mathbf{r})$ и спиновой плотности ядра $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{r})$:

$$f_{\alpha \rightarrow \alpha'}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \frac{\mu'}{\mu} \sum_{tu} (-1)^u \times \\ \times \int d\mathbf{r} \psi_{\mathbf{k}'}^*(\mathbf{r}) \langle \alpha' | (A_t \rho^{tu}(\mathbf{r}) + \mathbf{B}_t \boldsymbol{\sigma}^{tu}(\mathbf{r})) \boldsymbol{\tau}^{t, -u} | \alpha \rangle \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}), \quad (5.71)$$

где

$$\rho^{tu}(\mathbf{r}) = \sum_i \boldsymbol{\tau}_i^{tu} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i); \quad (5.72)$$

$$\boldsymbol{\sigma}^{tu}(\mathbf{r}) = \sum_i \boldsymbol{\sigma}_i \boldsymbol{\tau}_i^{tu} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i). \quad (5.73)$$

С помощью (5.71) сечение какого-либо процесса взаимодействия нуклона с ядром непосредственно выражается через коэффициенты, характеризующие двухнуклонную амплитуду (5.70), и форм-факторы, связанные со структурой ядра [153—156].

При рассмотрении ядерных переходов в области дискретного спектра амплитуду (5.71) удобно разложить по мультиполям, ответственным за переходы с определенными правилами отбора. В этом случае структурные форм-факторы, входящие в сечение, непосредственно выражаются через квадраты модулей приведенных матричных элементов

от соответствующих мультипольных моментов ядра. С учетом изоспиновых степеней свободы нуклонов ядро может быть описано мультиполями шестнадцати типов заданной мультипольности. Каждому переходу определенной мультипольности соответствуют свои строго определенные правила отбора. Особенно просто мультипольное разложение проводится в случае применимости плосковолнового импульсного приближения при рассмотрении переходов в ядрах, связанных с небольшой передачей импульса рассеиваемого нуклона.

На рис. 5.5 представлены результаты расчетов [156] сечения неупругого

Рис. 5.5. Угловая зависимость сечения неупругого рассеяния протонов при $E=185$ МэВ на ядре ^{12}C с возбуждением $2^+ T=0$ (4,44 МэВ)-состояния

рассеяния протонов при энергии 185 МэВ на ядре ^{12}C с возбуждением $2^+ T=0$ (4,44 МэВ) состояния (использовалось импульсное приближение с искаженными волнами). Сплошная кривая на рисунке соответствует оболочечной модели с остаточным взаимодействием (волновая функция рассчитывалась в приближении хаотических фаз), штриховая — приближению независимых частиц. Как видно из рисунка, угловая зависимость дифференциального сечения и его абсолютная величина, рассчитанные на основе оболочечной модели с остаточным взаимодействием, хорошо согласуются с экспериментальными значениями. Расчеты с использованием плосковолнового импульсного приближения также приводят к правильной угловой зависимости сечения, однако к завышенным (примерно в полтора раза) значениям сечения.

Задачи

1. Разложить амплитуду рассеяния нуклона на ядре с малой передачей импульса по мультиполям, используя плосковолновое импульсное приближение (5.69).

Коэффициенты A и B , входящие в двухнуклонную амплитуду (5.70), запишем в виде

$$\left. \begin{aligned} A &= \alpha + i\gamma n_0, \\ B &= (\beta n_0 + i\gamma) n_+ + \delta n_- \sigma \cdot n_- + \epsilon n_+ \sigma \cdot n_+, \end{aligned} \right\} \quad (5.74)$$

где n , n_- и n_+ — три единичных взаимно ортогональных вектора:

$$n = (\mathbf{k} \times \mathbf{k}')/|\mathbf{k} \times \mathbf{k}'|; \quad n_- = (\mathbf{k} - \mathbf{k}')/|\mathbf{k} - \mathbf{k}'|; \quad n_+ = (\mathbf{k} + \mathbf{k}')/|\mathbf{k} + \mathbf{k}'|,$$

а $\alpha_0, \alpha_1, \dots$ непосредственно связаны с коэффициентами протон-протонной и нейтрон-протонной амплитуд:

$$\alpha_0 = \frac{1}{2} (\alpha_{pp} + \alpha_{pn}); \quad \alpha_1 = \frac{1}{2} (\alpha_{pp} - \alpha_{pn})$$

(двухнуклонная амплитуда записана в системе координат, связанной с центром инерции системы нуклон—ядро). Вместо ортов \mathbf{n}, \mathbf{n}_- и \mathbf{n}_+ введем сферические орты \mathbf{e}_λ :

$$\mathbf{e}_{\pm 1} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{n}_+ \pm i \mathbf{n}); \quad \mathbf{e}_0 = \mathbf{n}_- \quad (\mathbf{e}_\lambda^* \mathbf{e}_{\lambda'} = \delta_{\lambda\lambda'}), \quad (5.75)$$

тогда векторный коэффициент \mathbf{B} можно записать в виде

$$\mathbf{B} = \sum_{\lambda} (-1)^{\lambda} B_{-\lambda} \mathbf{e}_{\lambda}, \quad (5.76)$$

где сферические компоненты вектора \mathbf{B}

$$B_{\pm 1} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} [\varepsilon \mathbf{n}_+ \cdot \boldsymbol{\sigma} \pm i (\beta \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} + i \gamma)], \quad B_0 = \delta \mathbf{n}_- \cdot \boldsymbol{\sigma}. \quad (5.77)$$

Векторы \mathbf{e}_λ являются собственными функциями единичного момента и соответствуют значениям проекции момента $\lambda = 1, 0$ и -1 .

Воспользовавшись разложением плоской волны по сферическим функциям и определением сферических векторов (5.75), нетрудно получить следующие разложения:

$$\mathbf{e}_0 \exp(i \mathbf{q} \cdot \mathbf{r}) = -i \frac{\sqrt{4\pi}}{q} \sum_{lm} \sqrt{2l+1} \nabla j_l(qr) i^l Y_{lm}(\mathbf{n}_r) D_{0m}^{l*}(\mathbf{n}_-), \quad (5.78)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{\lambda} \exp(i \mathbf{q} \cdot \mathbf{r}) = & -\sqrt{2\pi} \sum_{lm} \sqrt{2l+1} i^l \times \\ & \times \left\{ \lambda j_l(qr) Y_{lm}(\mathbf{n}_r) + \frac{1}{q} \operatorname{rot} j_l(qr) Y_{lm}(\mathbf{n}_r) \right\} D_{\lambda m}^{l*}(\mathbf{n}_-), \end{aligned}$$

где $D_{mm'}^l(\mathbf{n}_-)$ — матрица конечных поворотов и Y_{lm} — векторная сферическая функция:

$$Y_{ljm}(\mathbf{n}_r) = \sum_{m'\lambda} (lm' \ 1\lambda | jm) i^l Y_{lm'}(\mathbf{n}_r) \mathbf{e}_{\lambda}. \quad (5.79)$$

Определим плотностный, продольный спиновый, электрический и магнитный мультипольные моменты следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{M}_{lm}(q) &= \int d\mathbf{r} j_l(qr) Y_{lm}(\mathbf{n}_r) \rho(\mathbf{r}); \\ \mathfrak{M}_{lm}(L; q) &= -\frac{i}{q} \int d\mathbf{r} \nabla j_l(qr) Y_{lm}(\mathbf{n}_r) \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{r}); \\ \mathfrak{M}_{lm}(E; q) &= \int d\mathbf{r} j_l(qr) Y_{lm}(\mathbf{n}_r) \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{r}); \\ \mathfrak{M}_{lm}(M; q) &= \frac{1}{q} \int d\mathbf{r} j_l(qr) Y_{lm}(\mathbf{n}_r) \operatorname{rot} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{r}) \end{aligned} \right\} \quad (5.80)$$

Подставляя (5.70) в (5.69) и используя (5.76)–(5.80), амплитуду рассеяния представим в виде

$$f_{\alpha \rightarrow \alpha'}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \sqrt{4\pi} \frac{\mu'}{\mu} \sum_{lm} i^l \sqrt{2l+1} \sum_{tu} (-1)^u \langle \alpha' | \left\{ [A^t \mathfrak{M}_{lm}^{tu}(q) + B_0^t \mathfrak{M}_{lm}^{tu}(L; q)] D_{0m}^{l*}(\mathbf{n}_-) + \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\lambda=\pm 1} B_{-\lambda}^t \times \right. \\ \left. \times [\lambda \mathfrak{M}_{lm}^{tu}(E; q) + \mathfrak{M}_{lm}^{tu}(M; q)] D_{\lambda m}^{l*}(\mathbf{n}_-) \right\} \tau^{t,-u} | \alpha \rangle. \quad (5.81)$$

Согласно (5.80) мультипольные моменты ядра описываются неприводимыми тензорными операторами ранга l и t соответственно в обычном и зарядовом пространствах. Величина t принимает два значения: $t = 0$ и 1 (при $t = 1$ проекция u принимает три значения: $u = 1, 0$ и -1), поэтому ядро с учетом зарядовых степеней свободы нуклонов характеризуется мультипольными моментами шестнадцати типов заданной мультипольности. При заданном l плотностный и электрический мультипольные моменты \mathfrak{M}_{lm} и \mathfrak{M}_{lm}^E характеризуются четностью $(-1)^l$, а продольный спиновый и магнитный мультипольные моменты \mathfrak{M}_{lm}^L и \mathfrak{M}_{lm}^M противоположной четностью $(-1)^{l+1}$. Четность непосредственно связана с законом преобразования мультипольного оператора при пространственном отражении.

Будем характеризовать начальное и конечное состояния системы наборами квантовых чисел:

$$\alpha = IMTN \frac{1}{2} \mu \frac{1}{2} \nu; \quad \alpha' = I'M'T'N' \frac{1}{2} \mu' \frac{1}{2} \nu',$$

где I — спин; M — проекция спина; T — изоспин; N — проекция изоспина ядра в начальном состоянии; μ и ν — проекции спина и изоспина падающего нуклона соответственно; штрихами обозначены величины после рассеяния. С помощью теоремы Вигнера—Экарта в матричных элементах операторов мультипольных моментов нетрудно выделить явную зависимость от магнитных квантовых чисел:

$$\langle I'M'T'N' | \mathfrak{M}_{lm}^{tu} | IMTN \rangle = \frac{(IMlm | I'M')}{\sqrt{2l+1}} \frac{(TNtu | T'N')}{\sqrt{2T'+1}} \times \\ \times \langle I'T' | \mathfrak{M}_l^t | IT \rangle, \quad (5.82)$$

где $\langle I'T' | \mathfrak{M}_l^t | IT \rangle$ — приведенный матричный элемент. Приведенные матричные элементы для прямого и обратного переходов связаны соотношением взаимности:

$$\langle I' T' | \mathfrak{M}_l^t | IT \rangle = (-1)^{I'-I+T'-T+l+t} \langle IT | \mathfrak{M}_l^t | I' T' \rangle.$$

В дальнейшем будем использовать следующие сокращенные обозначения для приведенных матричных элементов мультипольных операторов:

$$I_{ll}(q) = \sqrt{\frac{4\pi}{(2I'+1)(2T'+1)}} \langle I' T' | \mathfrak{M}_l^t | IT \rangle. \quad (5.83)$$

Используя (5.82) и замечая, что

$$\left\langle \frac{1}{2} \nu' | \tau^{tu} | \frac{1}{2} \nu \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{2} \nu tu | \frac{1}{2} \nu' \right) \left\langle \frac{1}{2} | \tau^t | \frac{1}{2} \right\rangle; \\ \left\langle \frac{1}{2} | \tau^t | \frac{1}{2} \right\rangle = \sqrt{2(2t+1)},$$

окончательно находим следующие выражение для мультипольного разложения амплитуды рассеяния [155]:

$$\begin{aligned}
 f_{\alpha \rightarrow \alpha'}(q) = & (-1)^{\nu - \nu'} \frac{\mu'}{\mu} \sum_t \sum_{lm} i^l \sqrt{(2l+1)(2t+1)} \times \\
 & \times (IM \, lm \mid I' \, M') (TNt \, \nu - \nu' \mid T' \, N') \left(\frac{1}{2} \nu t \, \nu' - \nu \mid \frac{1}{2} \nu' \right) \times \\
 & \times \left\{ [A_{\mu' \mu}^t I_{tt}(q) + B_{0, \mu' \mu}^t I_{tt}^L(q)] D_{0m}^{L*}(n_-) \right. \\
 & \left. + \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\lambda = \mp 1} B_{-\lambda, \mu' \mu}^t [\lambda J_{tt}^E(q) + I_{tt}^M(q)] D_{\lambda m}^{L*}(n_-) \right\}. \quad (5.84)
 \end{aligned}$$

Из вида (5.84) непосредственно следует, что для конкретных ядерных переходов имеют место следующие правила отбора по угловому моменту, четности и изоспину:

$$\begin{aligned}
 |I - I'| \leq l \leq I + I'; \quad \pi \cdot \pi_l = \pi'; \quad |T - T'| \leq t \leq T + T'; \\
 N + \nu = N' + \nu', \quad (5.85)
 \end{aligned}$$

где π и π' — четности начального и конечного состояний ядра; π_l — четность мультиполя. Последнее равенство выражает закон сохранения электрического заряда при рассеянии.

Усредняя квадрат модуля амплитуды перехода (5.84) по начальным спиновым состояниям рассеиваемого нуклона и ядра и суммируя по конечным спиновым состояниям, находим следующую формулу для сечения рассеяния нуклона ядром:

$$\begin{aligned}
 d\sigma = & \frac{2I' + 1}{2I + 1} \left(\frac{\mu'}{\mu} \right)^2 \frac{k'}{k} \sum_t \sum_{t'} \sqrt{(2t+1)(2t'+1)} \times \\
 & \times \left(\frac{1}{2} \nu t \, \nu' - \nu \mid \frac{1}{2} \nu' \right) \left(\frac{1}{2} \nu t' \, \nu' - \nu \mid \frac{1}{2} \nu' \right) (TNt \, \nu - \nu' \mid T' \, N') \times \\
 & \times (TNt' \, \nu - \nu' \mid T' \, N') \{ P_{tt'} I_{tt} I_{t't}^* + Q_{tt'} I_{tt}^L I_{t't}^{L*} + \\
 & + R_{tt'} [I_{tt}^E I_{t't}^{E*} + I_{tt}^M I_{t't}^{M*}] \} d\Omega, \quad (5.86)
 \end{aligned}$$

где введены обозначения

$$\left. \begin{aligned}
 P_{tt'} & \equiv \frac{1}{2} \text{Sp } A^t A^{t'+} = \alpha_t \alpha_{t'}^* + \gamma_t \gamma_{t'}^*; \\
 Q_{tt'} & \equiv \frac{1}{2} \text{Sp } B_0^t B_0^{t'+} = \delta_t \delta_{t'}^*; \\
 R_{tt'} & \equiv \frac{1}{2} \text{Sp } B_{\pm 1}^t B_{\pm 1}^{t'+} = \frac{1}{2} (\beta_t \beta_{t'}^* + \gamma_t \gamma_{t'}^* + \varepsilon_t \varepsilon_{t'}^*).
 \end{aligned} \right\} \quad (5.87)$$

Коэффициенты P , Q и R определяются двухнуклонным взаимодействием и зависят от энергии падающего нуклона и передаваемого импульса. Вся информация о структуре ядра, которую можно получить в результате изучения рассеяния нуклона ядром, содержится в приведенных матричных элементах мультипольных моментов.

Согласно (5.86) интерференция между переходами различной природы или же различной мультипольности отсутствует. При фиксированных значениях спина и изоспина в начальном (I и T) и конечном (I' и T') состояниях суммы в (5.86) содержат конечное число слагаемых, соответствующих правилам отбора

(5.85). При малых q наибольшей вероятностью характеризуются переходы с наименьшей мультипольностью. С увеличением q начинают проявляться переходы с большей мультипольностью. Если $qR \sim 1$, где R — радиус ядра, то аддитивные сечения с различными l становятся одного и того же порядка.

Общая формула (5.86) описывает рассеяние (упругое и неупругое) нуклонов ядрами и процессы перезарядки. При рассеянии нуклона ядром в (5.86) следует положить $\nu' = \nu$ (при этом для протона $\nu = 1/2$ и для нейтрона $\nu = -1/2$), в случае процесса перезарядки в (5.86), следует положить $\nu' = -\nu$.

2. Рассмотрим упругое рассеяние нуклонов на ядрах, воспользовавшись разложением амплитуды по мультиполям (5.84).

В случае упругого рассеяния нуклона на ядре спин, изотопический спин и четность ядра не изменяются ($I' = I$, $T' = T$ и $\pi' = \pi$). Нетрудно показать, что электрические переходы не дают вклада в упругое рассеяние. Действительно, вследствие сохранения четности для плотностных и электрических переходов мультипольность должна быть четной, а для продольных спиновых и магнитных переходов — нечетной. Однако из условия взаимности следует, что при упругом рассеянии четная мультипольность для электрических переходов запрещена. Поэтому вклад в упругое рассеяние могут давать только четные плотностные мультиполи и нечетные продольные спиновые и магнитные мультиполи. Используя (5.86), нетрудно получить общую формулу для сечения упругого рассеяния протона на ядре. Для бесспинового ядра ($I = I' = 0$) в силу правила сложения моментов возможны только плотностные монопольные переходы. Поэтому сечение упругого рассеяния протона на бесспиновом ядре определяется выражением

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\mu'}{\mu}\right)^2 \left\{ P_{00} |I_{00}|^2 + \frac{N^2}{T(T+1)} P_{11} |I_{01}|^2 + \frac{2N}{\sqrt{T(T+1)}} \operatorname{Re} P_{01} I_{00} I_{01}^* \right\}. \quad (5.88)$$

Согласно (5.80) форм-факторы I_{00} и I_{01} выражаются через плотности распределения нуклонов и изотопического заряда в ядре в основном состоянии:

$$I_{00}(q) = \int d\mathbf{r} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) \rho_0^0(\mathbf{r}); \quad I_{01}(q) = \frac{\sqrt{T(T+1)}}{N} \int d\mathbf{r} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) \rho_0^1(\mathbf{r}), \quad (5.89)$$

где $\rho_0^0(\mathbf{r})$ и $\rho_0^1(\mathbf{r})$ — средние значения соответствующих компонент оператора плотности $\rho^{lu}(\mathbf{r})$ в основном состоянии ядра. Заметим, что форм-факторы имею- дифракционную структуру с минимумами и максимумами. В предельном случае малых передаваемых импульсов ($q \rightarrow 0$) величины I_{00} и I_{01} сводятся к числу нуклонов A в ядре и к удвоенному значению полного изотопического спина ядра:

$$I_{00}(q) \approx A \left(1 - \frac{1}{6} q^2 \langle r^2 \rangle_A\right); \quad I_{01}(q) \approx 2 \sqrt{T(T+1)} \left(1 - \frac{1}{6} q^2 \langle r^2 \rangle_T\right), \quad (5.90)$$

где $\langle r^2 \rangle_A$ и $\langle r^2 \rangle_T$ — среднеквадратичные радиусы плотностей распределения соответственно нуклонов и изотопического заряда в основном состоянии ядра.

Зная $P_{ll'}$, определяемые характером двухнуклонного взаимодействия, по данным упругого рассеяния нуклонов на ядрах можно получать непосредственные сведения о распределении нуклонов и изотопического заряда в ядрах. Если изотопический спин ядра в основном состоянии равен нулю, то сечение упругого рассеяния нуклона на ядре зависит только от распределения нуклонной плотности:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\mu'}{\mu}\right)^2 P_{00} |I_{00}|^2. \quad (5.91)$$

Согласно (5.90) сечение рассеяния нуклона на ядре в области малых углов может во много раз превышать сечение рассеяния на отдельном нуклоне.

В случае рассеяния нуклонов на ядрах со спином, отличным от нуля, проявляется не только плотностное монополярное взаимодействие, но и плотностное взаимодействие высшей мультипольности, а также продольное спиновое и магнитное взаимодействие. При упругом рассеянии спин и четность ядра не изменяются, поэтому согласно правилам отбора возможны только четные плотностные мультипольные переходы $0 \leq l \leq 2I$ и нечетные продольные спиновые и магнитные мультипольные переходы $1 \leq l \leq 2I$.

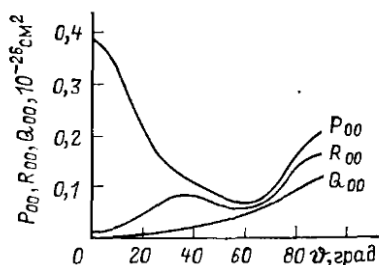


Рис. 5.6. Угловая зависимость скалярной P , векторной продольной Q и поперечной R частей нуклон-нуклонного взаимодействия для переходов без изменения изоспина

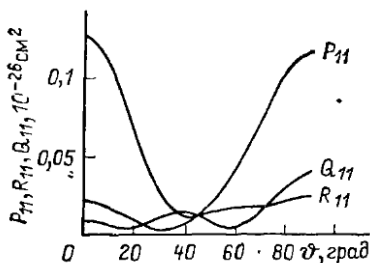


Рис. 5.7. То же (см. рис. 5.6) с изменением изоспина

Для плотностных переходов добавка за счет квадрупольного взаимодействия возникает только при $I > 1$. В предельном случае малых передаваемых импульсов величина $I_{20}(q)$ пропорциональна значению плотностного квадрупольного момента ядра Q^A :

$$I_{20}(q) = \frac{1}{6\sqrt{5}} \sqrt{\frac{(I+1)(2I+3)}{I(2I-1)}} q^2 Q^A, \quad (5.92)$$

где

$$Q^A = \sqrt{\frac{16\pi}{5}} \int d\tau r^2 Y_{20}(n_r) \rho_0^0(\tau).$$

В случае однородного распределения заряда в ядре $Q^A = A Q^Z / Z$, где Q^Z — электрический квадрупольный момент ядра. Вклад квадрупольного взаимодействия в сечение рассеяния наиболее существен в области минимума $I_{00}(q)$.

Если $I = 1/2$, то добавка к плотностному монополярному переходу возможна только за счет дипольных продольного спинового и магнитного переходов. В предельном случае малых передаваемых импульсов $I_{10}^L(q)$ и $I_{10}^M(q)$ выражаются через значение момента ядра, связанного со спинами нуклонов:

$$I_{10}^M(q) = -\sqrt{2} I_{10}^L(q); \quad I_{10}^L(q) = -2i \sqrt{\frac{I+1}{3I}} S_z, \quad (5.93)$$

где

$$S_z \equiv \left\langle IM=I \left| \frac{1}{2} \sum_i \sigma_{zi} \right| IM=I \right\rangle.$$

Относительный вклад плотностного, продольного спинового и магнитного взаимодействий в рассеяние под определенным углом зависит от угловой зависимости коэффициентов P , Q и R . На рис. 5.6 и 5.7 представлены угловые зависимости коэффициентов P , Q и R при энергии нуклона 185 МэВ, рассчитанные на основе экспериментальных данных по фазам рассеяния [155].

Если $l \geq 3/2$, то вклад в сечение рассеяния будут давать продольные спиновые и магнитные моменты высшей мультипольности. В области минимума $I_{10}^L(q)$ заметный вклад в продольную спиновую часть сечения может давать октупольный продольный спиновый момент $I_{30}^L(q)$, аналогично в области минимума $I_{10}^M(q)$ будет проявляться октупольный магнитный момент $I_{30}^M(q)$. Использование ориентированных ядер и поляризованных нуклонов позволяет получить добавочную информацию о свойствах основного состояния ядра.

3. Используя мультипольное разложение амплитуды (5.84), рассмотрим неупругое рассеяние нуклонов на ядрах.

Сечение неупругого рассеяния нуклона ядром, сопровождающегося переходом ядра из начального в некоторое возбужденное состояние с энергией в области дискретного спектра, определяется общей формулой (5.86), в которой следует положить $v = v'$. При этом вклад в неупругие переходы могут давать мультиполи $\mathfrak{M}_{lm}^{t0}(q)$, $\mathfrak{M}_{lm}^{t0}(L; q)$, $\mathfrak{M}_{lm}^{t0}(E; q)$ и $\mathfrak{M}_{lm}^{t0}(M; q)$, где $t = 0$ и 1 . Правила отбора при переходах непосредственно вытекают из свойств операторов мультипольных моментов. Мультиполи с $t = 0$ ответственные за переходы, при которых изотопический спин ядра не изменяется ($\Delta T = 0$). Мультиполи с $t = 1$ ответственны за переходы, при которых изотопический спин ядра или не изменяется ($\Delta T = 0$), но изоспин ядра должен быть отличным от нуля ($T \neq 0$), или изменяется на единицу ($\Delta T = \pm 1$).

В случае малых передаваемых импульсов для произвольного плотностного мультиполя имеем $\mathfrak{M}_l^t \sim q^l$. Поэтому, зная зависимость форм-фактора от q , можно определить мультипольность перехода, а следовательно, и спины начального или конечного состояний ядра. Если относительная четность начального и конечного состояний ядра совпадает с $(-1)^{I-I'}$, то наибольший вклад в рассеяние дает мультиполь с $l = |I - I'|$, при этом угловая зависимость определяется матричным элементом

$$I_{lt} \sim q^{|I-I'|}.$$

В частности, если $I' = I$, то главный вклад дает диполь. Так как при малых передаваемых импульсах

$$\mathfrak{M}_{00}^0(q) \approx \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \left(A - \frac{q^2}{6} \int d\mathbf{r} r^2 \rho^{00}(r) \right) \quad (5.94)$$

и за неупругий переход ответствен второй член разложения в (5.94), угловая зависимость будет определяться матричным элементом

$$I_{0t} \sim q^2.$$

Отметим, что к такой же угловой зависимости приводит и квадрупольный переход.

Если же относительная четность начального и конечного состояний ядра противоположна $(-1)^{I-I'}$, то наибольший вклад в рассеяние дает мультиполь $l = |I - I'| + 1$, и угловая зависимость определяется матричным элементом

$$I_{lt} \sim q^{|I-I'|+1}.$$

Заметим, что для плотности мультипольных переходов сечение неупругого рассеяния обращается в нуль при $q = 0$.

При электрических мультипольных переходах имеют место правила отбора

$$|I - I'| \leq l \leq I + I'; l \geq 1; \Delta\pi = (-1)^l.$$

Если относительная четность начального и конечного состояний совпадает с $(-1)^{I-I'}$, то главный вклад в рассеяние при малых q дает мультиполь с $l = |I - I'|$ при $I \neq I'$ и мультиполь с $l = 2$ при $I = I'$.

При продольных спиновых и магнитных переходах справедливы правила отбора

$$|I - I'| \leq l \leq I + I', l \geq 0 \text{ для } L; l \geq 1 \text{ для } M, \Delta\pi = (-1)^{l+1}.$$

Если относительная четность начального и конечного состояний ядра совпадает с $(-1)^{I-I'}$, то главный вклад в рассеяние дают мультиполи с $l = |I - I'| + 1$, угловая зависимость определяется матричным элементом

$$I_{ll}^{L, M} \sim q^{l I - I' - 1}.$$

Если $I = I' \neq 0$, то $I_{ll}^{L, M} \sim 1$; в этом случае сечение рассеяния оказывается отличным от нуля и при $q = 0$. Если относительная четность начального и конечного состояний ядра противоположна $(-1)^{I-I'}$, то главный вклад дают мультиполи с $l = |I - I'|$, угловая зависимость определяется матричным элементом

$$I_{ll}^{L, M} \sim q^{l I - I' - 1}, \quad I \neq I'.$$

При $I = I'$ допустимы значения $l = 0$ для I_{ll}^L и $l = 2$ для I_{ll}^M , при этом $I_{00}^L, I_{20}^M \sim q$.

Экспериментальные данные о возбуждении уровней легких ядер протонами с энергией 185 МэВ согласуются с указанными правилами.

Если спин ядра в начальном состоянии равен нулю ($I = 0$), то возможны только переходы с мультипольностью $l = I'$. При относительной четности начального и конечного состояний, совпадающей с $(-1)^{I'}$, допустимы только плотностный и электрический переходы (продольный спиновый и магнитный переходы запрещены). При относительной четности начального и конечного состояний, противоположной $(-1)^{I'}$, наоборот, допустимы продольный спиновый и магнитный переходы (плотностный и электрический переходы запрещены). Если же и $I' = 0$, то допустимыми оказываются только плотностный монополярный переход $0^+ \rightarrow 0^+$ и продольный спиновый переход $0^+ \rightarrow 0^-$.

Для вычисления приведенных матричных элементов мультипольных операторов необходимо знать ядерные волновые функции. В настоящее время такие расчеты можно проводить для различных ядерных моделей. При этом оказывается, что характер углового распределения и абсолютная величина сечения очень чувствительны к выбору модели. Поэтому сравнение рассчитанных значений с экспериментальными может быть важным источником определения природы ядерных состояний.

4. Рассмотреть рассеяние нуклонов на ядрах с перезарядкой.

Процесс перезарядки представляет собой рассеяние нуклона, сопровождающееся изменением проекции его изотопического спина. Вклад в перезарядку дают составляющие операторов мультипольных моментов с $t = 1$ и $u = \pm 1$, т. е. $\mathfrak{M}_{lm}^{1, \pm 1}(q)$, $\mathfrak{M}_{lm}^{1, \pm 1}(L, q)$, $\mathfrak{M}_{lm}^{1, \pm 1}(E; q)$ и $\mathfrak{M}_{lm}^{1, \pm 1}(M; q)$. Правила отбора при перезарядке определяются свойствами мультипольных операторов. Так как за перезарядку ответственны мультиполи с $t = 1$, то при перезарядке изотопический спин ядра либо не изменяется ($\Delta T = 0$, переход $0 \rightarrow 0$ запрещен), либо изменяется на единицу ($\Delta T = \pm 1$).

В силу тензорного характера мультипольных операторов матричные элементы составляющих $\mathfrak{M}_{lm}^{1, 0}$ и $\mathfrak{M}_{lm}^{1, \pm 1}$ связаны друг с другом соотношениями

$$\left. \begin{aligned} \langle TN | \mathfrak{M}_{lm}^{1, 0} | TN \rangle &= \mp \frac{\sqrt{2N}}{\sqrt{T(T+1) - N(N \pm 1)}} \langle TN \pm 1 | \mathfrak{M}_{lm}^{1, \pm 1} | TN \rangle; \\ \langle T-1, N | \mathfrak{M}_{lm}^{1, 0} | TN \rangle &= -\sqrt{\frac{2(T \pm N)}{T-1 \pm N}} \langle T-1, N \pm 1 | \mathfrak{M}_{lm}^{1, \pm 1} | TN \rangle; \\ \langle T+1, N | \mathfrak{M}_{lm}^{1, 0} | TN \rangle &= \sqrt{\frac{2(T+1 \pm N)}{T+2 \pm N}} \langle T+1, N \pm 1 | \mathfrak{M}_{lm}^{1, \pm 1} | TN \rangle. \end{aligned} \right\}$$

(Аналогичные соотношения имеют место для матричных элементов компонент мультипольных моментов \mathfrak{M}^L , \mathfrak{M}^E и \mathfrak{M}^M .) Поэтому правила отбора по спину и угловая зависимость при малых передаваемых импульсах матричных элементов, характеризующих перезарядку, такие же, как и при упругом рассеянии, если начальное и конечное состояния ядра соответствуют компонентам одного и того же изотопического мультиплета, и такие же, как в случае неупругого рассеяния, если начальное и конечное состояния ядра относятся к различным изотопическим мультиплетам.

Сечение процесса перезарядки определяется общей формулой (5.86), в которой следует положить $\nu' = -\nu$. Так, в случае (p, n) -перезарядки сечение описывается выражением

$$\frac{d\sigma_{pn}}{d\Omega} = 2 \frac{2I'+1}{2I+1} \left(\frac{\mu'}{\mu} \right)^2 \frac{k'}{k} (TN11 | T' N+1)^2 \times \\ \times \sum_I \{ P_{11} | I_{11} |^2 + Q_{11} | I_{11}^L |^2 + R_{11} (| I_{11}^E |^2 + | I_{11}^M |^2) \}. \quad (5.96)$$

Сечение (p, n) -перезарядки связано с (5.96) простым соотношением:

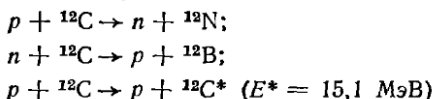
$$\frac{d\sigma_{np}}{d\Omega} = \frac{(TN1, -1 | T' N-1)^2}{(TN11 | T' N+1)^2} \frac{d\sigma_{pn}}{d\Omega}. \quad (5.97)$$

Нетрудно найти также связь между сечением возбуждения аналогового состояния и сечением перезарядки (5.96):

$$\frac{d\sigma_{pp'}}{d\Omega} = \frac{1}{2} \frac{(TN10 | T' N)^2}{(TN11 | T' N+1)^2} \frac{d\sigma_{pn}}{d\Omega}. \quad (5.98)$$

Конечным состояниям в (5.96)–(5.98) соответствуют компоненты $N+1$, $N-1$ и N изотопического мультиплета T' .

Для примера рассмотрим изотриплет ^{12}N , ^{12}B и $^{12}\text{C}^*$ ($E^* = 15,1$ МэВ), которому соответствуют значения $I = 1$, $\pi = 1$ и $T = 1$. (Отдельным компонентам триплета отвечают проекции изотопического спина $N = 1, -1, 0$.) Если рассмотреть процессы



(основное состояние ^{12}C характеризуется значениями $I = 0$, $\pi = 1$ и $T = 0$), то в силу (5.97) и (5.98) сечения указанных процессов будут связаны соотношением

$$d\sigma_{pn}/d\Omega = d\sigma_{np}/d\Omega = 2d\sigma_{pp'}/d\Omega.$$

Реакции выбивания нуклонов (нуклонами) из ядер. При больших энергиях рассеяние нуклонов ядрами может сопровождаться выбиванием вторичных нуклонов. Действительно, если энергия падающего нуклона достаточно велика, то при столкновении нуклона с ядром возможны большие изменения импульса. В отличие от столкновений с малым изменением импульса, когда рассеяние нуклона сопровождается возбуждением ядра как целого, при столкновениях с большими изменениями импульса рассеиваемый нуклон взаимодействует только с небольшим числом ядерных нуклонов. Так, при энергиях падающего нуклона около 200 МэВ и углах рассеяния порядка $\pi/2$ передаваемому нуклоном импульсу соответствует длина волны порядка 0,5 фм. Эта величина мала по сравнению со средним расстоянием между нуклонами в ядре (около 2 фм), поэтому неупругое взаимодействие

нуклона с ядром в этих условиях сводится к столкновениям с отдельными нуклонами ядра (из-за влияния принципа Паули столкновения с малыми передачами импульса запрещены). Каждое такое столкновение может сопровождаться при соответствующих передачах энергии выбиванием вторичного нуклона из ядра. Неупругое рассеяние нуклона на ядре, сопровождающееся выбиванием вторичных нуклонов, можно рассматривать как *квазиупругое рассеяние* падающего нуклона на отдельных нуклонах ядра. Обычно неупругое рассеяние нуклонов на ядрах с выбиванием вторичных нуклонов называют квазиупругим рассеянием.

Рассмотрим более детально процесс квазиупругого рассеяния на примере реакции ($p, 2p$). Обозначим импульс и энергию рассеиваемого нуклона до и после столкновения соответственно k, E и k', E' , а импульсы и энергии выбиваемого протона и ядра отдачи — соответственно k'', E'' и k_{A-1}, E_{A-1} . В л. с. к., в которой начальное ядро A покоится, законы сохранения импульса и энергии имеют следующий вид:

$$k = k' + k'' + k_{A-1}; \quad (5.99)$$

$$E = E' + E'' + E_{A-1} + E_{A-1}^* - Q, \quad (5.100)$$

где $Q = (m_A - m_{A-1} - M) c^2$ — тепловой эффект реакции ($-Q$ характеризует энергию отделения нуклона из внешней оболочки ядра A); E_{A-1}^* — энергия возбуждения остаточного ядра. В отличие от прямого процесса (p, d), который обычно осуществляется в результате захвата налетающим протоном нейтрона, находящегося на внешней оболочке, для процессов квазиупругого рассеяния ($p, 2p$) и (p, pn) возможно выбивание нуклона из внутренних оболочек исходного ядра.

В результате выбивания нуклона из внутренней оболочки остаточное ядро оказывается в возбужденном состоянии, при этом энергия возбуждения E_{A-1}^* равна разности между граничной энергией заполнения одночастичных состояний и энергией образующегося свободного одночастичного состояния. Согласно (5.100), измеряя при квазиупругом рассеянии энергию отделения выбиваемого нуклона $S = E - E' - E'' - E_{A-1}$, можно непосредственно определить энергии, отвечающие различным ядерным оболочкам:

$$S = |Q| + E_{A-1}^*. \quad (5.101)$$

Так, при квазиупругом рассеянии протонов с энергиями 180 МэВ на ядрах ^{12}C обнаруживается острый максимум при $S \approx 16$ МэВ, который соответствует выбиванию протонов из $1p_{3/2}$ оболочки, и широкий максимум при $S \approx 36$ МэВ (ширина около 10 МэВ), соответствующий выбиванию протонов из $1s$ оболочки¹. Дырки в спектре с отрицательной энергией (основному состоянию ядра приписывается нулевая энергия) ведут себя подобно частицам с положительной энергией. Учет оста-

¹ Квазиупругое рассеяние ($p, 2p$) с разрешением по энергиям группы протонов, соответствующих различным одночастичным состояниям, экспериментально исследовано в [157]. Изучению реакций ($p, 2p$) посвящены работы [158, 159].

точного взаимодействия приводит к уширению уровней. Так как с увеличением энергии возбуждения ширина уровней увеличивается, то и ширина распределения при выбивании нуклонов из внутренних оболочек также возрастает.

В выбранной л. с. к. начальное ядро покоится, поэтому до столкновения с налетающим нуклоном импульсы выбиваемого нуклона и ядра—остатка равны по величине и противоположно направлены. Так как при квазиупругом столкновении импульс ядра—остатка не изменяется, то импульс ядра отдачи отличается от импульса выбиваемого нуклона до столкновения только знаком. Поэтому, изучая распределение по импульсам ядер отдачи, можно непосредственно определить распределение нуклонов по импульсам для одночастичных состояний в начальном ядре.

Пренебрегая для простоты спинами нуклонов и ядер, амплитуду реакции ($p, 2p$) в плосковолновом импульсном приближении запишем в виде

$$f(\mathbf{k}; \mathbf{k}', \mathbf{k}'') = -\frac{\mu'}{2\pi\hbar^2} \int d\mathbf{r} \int d\mathbf{r}_1 \exp(-i\mathbf{k}'\mathbf{r} + i\mathbf{k}''\mathbf{r}_1) \times \\ \times t(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) \varphi(\mathbf{r}_1), \quad (5.102)$$

где μ' — приведенная масса рассеиваемого нуклона и ядра; $t(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1)$ — матрица, характеризующая двухчастичное взаимодействие падающего и выбиваемого нуклонов; $\varphi(\mathbf{r}_1)$ — волновая функция выбиваемого нуклона в начальном состоянии:

$$\varphi(\mathbf{r}) = \int d\xi \varphi_{A-1}^*(\xi) \varphi_A(\mathbf{r}, \xi).$$

Введя новую переменную интегрирования $\mathbf{r}' = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}$, амплитуду (5.102) представим в виде произведения:

$$f(\mathbf{k}; \mathbf{k}', \mathbf{k}'') = \frac{\mu'}{\mu} f(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \int d\mathbf{r}_1 \exp[i(\mathbf{k} - \mathbf{k}' - \mathbf{k}'')\mathbf{r}_1] \varphi(\mathbf{r}_1), \quad (5.103)$$

где $f(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$ — амплитуда взаимодействия двух нуклонов в их с. п. и.; μ — приведенная масса двух нуклонов. С помощью (5.103) сечение квазиупругого рассеяния ($p, 2p$) можно записать в факторизованном виде:

$$d\sigma_{p, 2p} = \left(\frac{\mu'}{\mu}\right)^2 \frac{k'}{k} \sigma(\mathbf{k} - \mathbf{k}') |g(\mathbf{k} - \mathbf{k}' - \mathbf{k}'')|^2 \frac{d\mathbf{k}'}{(2\pi)^3} d\omega'', \quad (5.104)$$

где $\sigma(\mathbf{q})$ — сечение двухнуклонного взаимодействия:

$$\sigma(\mathbf{q}) = |f(\mathbf{q})|^2,$$

а величина

$$|g(\mathbf{k} - \mathbf{k}' - \mathbf{k}'')|^2 = \left| \int d\mathbf{r} \exp[i(\mathbf{k} - \mathbf{k}' - \mathbf{k}'')\mathbf{r}] \varphi(\mathbf{r}) \right|^2$$

характеризует распределение ядер отдачи по импульсам, т. е. распределение по импульсам выбиваемого нуклона в начальном состоянии ядра.

Дифференциальное сечение процесса ($p, 2p$) зависит от углов вылета протонов и энергии рассеянного протона. Экспериментальные измерения удобно проводить в компланарных условиях, когда протоны

с равными энергиями фиксируются под углом ϑ слева и справа от направления падающего пучка. Угол $\vartheta = \pi/2$ соответствует столкновению падающего нуклона с ядерным нуклоном, импульс которого равен нулю. Поэтому зависимость измеряемого сечения от угла ϑ [называемого обычно функцией корреляции $\omega(\vartheta)$] свидетельствует о распределении внутриядерных нуклонов по импульсам.

Пусть выбиваемый нуклон первоначально находится в состоянии с определенными полным и орбитальным моментами $\varphi(\mathbf{r}) \equiv \varphi_{\alpha l j M}(\mathbf{r})$. Если $l = 0$, то множитель $g(\mathbf{k} - \mathbf{k}' - \mathbf{k}'')$ в сечении (5.104) характеризуется максимумом при $\vartheta = \pi/2$, поскольку углу $\vartheta = \pi/2$ соответствует минимальная передача импульса при столкновении нуклонов. Если $l \neq 0$, то в распределении возникают два максимума под углами ϑ , один из которых меньше, а другой больше $\pi/2$ (радиальная функция при $l \neq 0$ характеризуется минимумом при минимальной передаче импульса). Максимум под углом ϑ , меньше $\pi/2$, соответствует отрицательным передачам импульса, в этом случае выбиваемый нуклон движется в том же направлении, что и падающий. Максимум под большим углом соответствует первоначальному движению выбиваемого нуклона навстречу падающему. Так как двухнуклонное сечение рассеяния убывает с увеличением передаваемого импульса, то максимум в сечении (5.104) при меньших углах больше максимума в сечении при больших углах. На основе проведенного анализа нетрудно сделать вывод о характере информации, которую можно извлекать, изучая квазиупругое рассеяние нуклонов на ядрах. Очевидно, относительная величина максимумов в сечении связана с механизмом процесса ($p, 2p$), в то время как ширина корреляционной функции непосредственно связана со спектроскопической структурой ядра.

Нетрудно получить более общее выражение для сечения процесса ($p, 2p$), используя импульсное приближение с искаженными волнами, а также учитывая спины частиц. Очевидно, учет искажения волновых функций скажется на характере зависимости сечения от распределения внутриядерных нуклонов по импульсам. Сечение квазиупругого рассеяния ($p, 2p$) в импульсном приближении с учетом искажения волн (усредненное по проекциям спинов) имеет вид

$$d\sigma_{p, 2p} = \frac{1}{8\pi^3} \left(\frac{\mu'}{\mu} \right)^2 \frac{k'}{k} \frac{k'' E^2}{\hbar^2 c^2 \tilde{E}} \overline{\sigma(\mathbf{k} - \mathbf{k}')} \times \\ \times \frac{1}{2I_A + 1} \sum_{M_A, M_{A-1}} |g_{M_A, M_{A-1}}(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{k}'')|^2 dE' do' do'', \quad (5.105)$$

где

$$g_{M_A, M_{A-1}}(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{k}'') \equiv \int d\mathbf{r} \psi_{k'', \sigma}^*(\mathbf{r}) \psi_{k', \sigma'}^*(\mathbf{r}) \psi_k(\mathbf{r}) \times \\ \times \int d\xi \varphi_{M_{A-1}}^*(\xi) \varphi_{M_A}(\mathbf{r}, \xi),$$

при этом использована релятивистская кинематика для нуклонов;

$$E = c\sqrt{M^2 c^2 + \hbar^2 k^2}; E' = c\sqrt{M^2 c^2 + \hbar^2 k'^2}; \tilde{E} = \\ = c\sqrt{M^2 c^2 + \hbar^2 (\mathbf{k} - \mathbf{k}' - \mathbf{k}'')^2}.$$

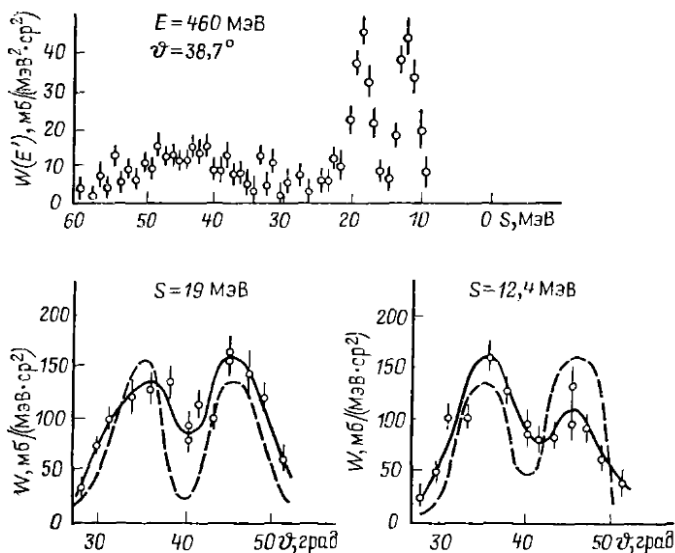


Рис. 5.8. Энергетический спектр и угловая корреляционная функция для реакции $^{16}\text{O}(p, 2p)^{15}\text{N}$. Штриховые кривые соответствуют расчетам на основе импульсного приближения с искаженными волнами

На рис. 5.8 представлены энергетический спектр протонов и угловая корреляционная функция для реакции $^{16}\text{O}(p, 2p)^{15}\text{N}$. В настоящее время выполнено большое число работ, в которых квазиупругое рассеяние протонов использовано для получения спектроскопической информации о внутренних оболочках в ядрах, а также сведений об остаточном взаимодействии между нуклонами в ядрах.

§ 5.3. Ядерные реакции с участием трех частиц

Двухчастичные и трехчастичные ядерные процессы. *Ядерные реакции с участием трех частиц* — проблема, занимающая особое место в нерелятивистской ядерной физике. Эта проблема непосредственно связана с решением некоторых принципиальных вопросов структуры и динамики систем сильно взаимодействующих частиц. Подобно обычным бинарным процессам, ядерные реакции с участием трех частиц существенным образом зависят от характера взаимодействия между частицами, однако определяющую роль при этом играет трехчастичная динамика. В настоящее время существуют точные формулировки трехчастичных задач, основанные на микроскопическом описании в рамках нерелятивистской квантовой механики, и разработаны различные методы решения таких задач¹. В то же время существующая

¹ Точные интегральные уравнения для системы трех частиц сформулированы Л. Д. Фаддеевым [160]. Детальному рассмотрению проблемы трех частиц посвящен обзор [161]. Особенности ядерных реакций с участием трех частиц рассмотрены в [162].

теория ядерных реакций носит в основном феноменологический характер и покоится на различных модельных допущениях, не имеющих микроскопического обоснования.

Несовершенство существующей теории ядерных реакций в значительной мере определяется многочастичным характером последних. Обычно ядерные реакции трактуются в эффективной двухчастичной схеме, в которой вводятся феноменологические потенциалы со свободными параметрами, подбираемыми так, чтобы воспроизводились экспериментальные результаты. При этом многочастичный характер ядерных реакций учитывается в лучшем случае введением связи между различными двухчастичными каналами. Тем не менее теория успешно применяется для описания упругого и неупругого рассеяния и реакций выбивания и срыва.

Система трех взаимодействующих частиц представляет собой простейшую систему, в которой кроме процесса упругого рассеяния возможны также *процессы перераспределения и развала*. Можно надеяться, что применение точных трехчастичных методов для описания ядерных процессов может привести к существенному усовершенствованию теории ядерных реакций и к значительно большему пониманию ядерной динамики. В отличие от обычно используемых подходов в теории ядерных реакций трехчастичное приближение сразу приводит к эффективным потенциалам в терминах первоначальных взаимодействий. А поскольку при этом последовательно учитываются трехчастичная динамика и связь между каналами, то трехчастичное приближение представляет собой хорошую основу для изучения не только механизма прямых процессов, но и ядерных резонансных явлений.

Двухчастичные процессы отличаются от всех других многочастичных процессов своей исключительной выделенностью. Двухчастичная задача путем перехода в с. ц. и. всегда может быть сведена к одночастичной задаче о движении частицы в поле некоторого потенциала. В случае конечного радиуса действия сил асимптотическая фаза рассеяния определяет поведение волновой функции во всем пространстве (за исключением конечной области взаимодействия), при этом все наблюдаемые характеристики процесса непосредственно выражаются через фазы. *Трехчастичные процессы*, так же как и любые процессы с участием большего числа частиц, такими особенностями не обладают. Принципиальное различие между трехчастичными процессами и процессами с участием четырех или большего числа частиц нет. Есть только количественные различия. Поскольку трехчастичные процессы являются простейшими в ряду многочастичных процессов, то изучение их может быть положено в основу при построении нерелятивистской теории многочастичных систем. Другими словами, в рамках нерелятивистской квантовой механики решение трехчастичной задачи является ключом к решению многочастичной задачи.

Особенности энергетического спектра трехчастичных систем. Ядерные реакции с образованием трех частиц в выходном канале существенным образом отличаются от бинарных ядерных реакций, для которых число частиц во входном и выходном каналах одинаково и равно двум. Для выявления этого отличия рассмотрим две простейшие

системы, состоящие из двух и трех частиц соответственно. Естественно, указанные системы различаются уже числом независимых переменных, необходимых для их описания. Вследствие трансляционной инвариантности удобно использовать с. ц. и., в которой для описания

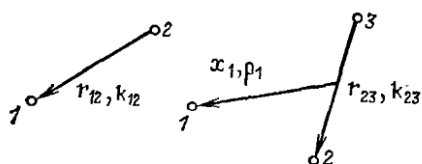


Рис. 5.9. Относительные координаты и импульсы в системах двух и трех частиц

двухчастичной системы достаточно ввести один вектор относительного расстояния или импульса, а для трехчастичной системы — два вектора относительных координат или импульсов (рис. 5.9):

$$\begin{aligned} r_{12} &= r_1 - r_2; \quad x_1 = r_1 - \frac{m_2 r_2 + m_3 r_3}{m_2 + m_3}; \quad r_{23} = r_2 - r_3; \\ k_{12} &= \frac{m_2 k_1 - m_1 k_2}{m_1 + m_2}; \quad p_1 = \frac{(m_2 + m_3) k_1 - m_1 (k_2 + k_3)}{m_1 + m_2 + m_3}; \quad k_{23} = \\ &= \frac{m_3 k_2 - m_2 k_3}{m_2 + m_3}. \end{aligned}$$

Однако это различие чисто качественное и не является важным. Существенное различие указанных систем проявляется в их энергетических спектрах (рис. 5.10).

В двухчастичной системе энергетический спектр очень прост. Он состоит из двух резко различимых частей: дискретных уровней, отвечающих связанным состояниям системы, и непрерывного участка спектра, соответствующего состояниям рассеяния. Напротив, в трехчастичной системе энергетический спектр значительно сложнее. Он состоит из:

а) дискретных уровней, отвечающих связанным состояниям трехчастичной системы;

б) непрерывных последовательностей уровней, отвечающих рассеянию какой-либо частицы на связанном состоянии двух других частиц (каждая из таких последовательностей начинается при энергии, определяемой энергией связи двухчастичной подсистемы);

в) непрерывного участка спектра, соответствующего состояниям рассеяния трех частиц (этот участок спектра начинается при энергиях выше порога трехчастичного развала $E = 0$).

Важнейшей особенностью энергетического спектра трехчастичной системы является его вырожденность, одной и той же полной энергии E могут соответствовать физически различные состояния системы. С этой особенностью непосредственно связано то обстоятельство, что уравнение Липпмана—Швингера неприменимо для описания трехчастичной системы. Действительно, в случае системы, состоящей из двух частиц, связанные состояния соответствуют решениям однородного

уравнения $\psi = G_0 V \psi$ (G_0 — функция Грина системы при отсутствии взаимодействия), при этом неоднородное уравнение Липпмана—Швингера

$$\psi = \varphi + G_0 V \psi \quad (5.106)$$

в области положительных энергий допускает однозначное решение, определяющее состояния рассеяния. Для системы, состоящей из трех или большего числа частиц, кроме связанных состояний всей системы

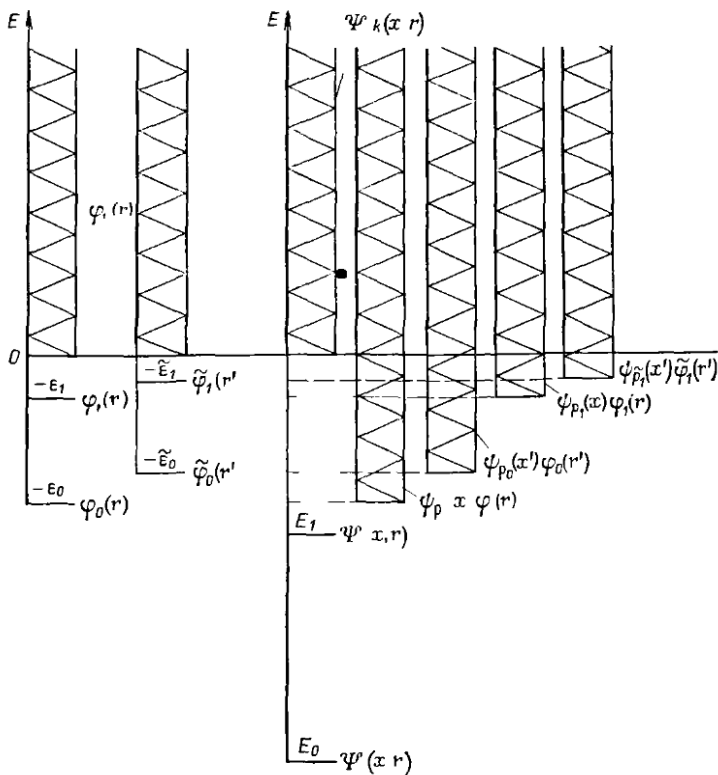


Рис. 5.10. Энергетические спектры систем двух и трех частиц

возможны связанные состояния для подсистем, состоящих из меньшего числа частиц, поэтому из-за вырожденности энергетического спектра решения неоднородного уравнения Липпмана—Швингера оказываются неоднозначными.

Для описания рассеяния в системе, состоящей из трех частиц, волновую функцию обычно разбивают на три составляющие: $\Psi = \Psi^{(1)} + \Psi^{(2)} + \Psi^{(3)}$, которые удовлетворяют уравнениям Фаддеева:

$$\begin{pmatrix} \Psi^{(1)} \\ \Psi^{(2)} \\ \Psi^{(3)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + G_0(z) \begin{pmatrix} 0 & t_{23}(z) & t_{23}(z) \\ t_{31}(z) & 0 & t_{31}(z) \\ t_{12}(z) & t_{12}(z) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi^{(1)} \\ \Psi^{(2)} \\ \Psi^{(3)} \end{pmatrix}, \quad (5.107)$$

где $z = E + i0$; t — двухчастичные матрицы перехода [$G_0(z)$ — трехчастичная функция Грина при отсутствии взаимодействия]. Система интегральных уравнений (5.107) эквивалентна уравнению Шредингера с однозначно заданными граничными условиями.

Детальная структура энергетического спектра трехчастичной системы существенно зависит от характера двухчастичного взаимодействия (рис. 5.11). Отличительным свойством спектра трехчастичной системы является то, что число трехчастичных уровней уменьшается с ростом константы связи двухчастичного взаимодействия, если послед-

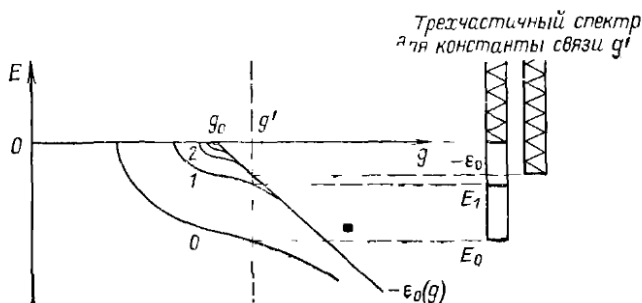


Рис. 5.11. Схематическая зависимость числа уровней трехчастичной системы от константы двухчастичного взаимодействия

няя превосходит значение, отвечающее появлению первого связанного состояния двухчастичной системы [при этом значении число трехчастичных уровней оказывается равным бесконечности (эффект Ефимова [163])].

Зависимость свойств системы, состоящей из нескольких взаимодействующих частиц, от константы связи двухчастичного взаимодействия приводит к интересной альтернативе: в отличие от обычного квантовомеханического описания, в котором рассматривается эволюция системы со временем, оказывается возможным описание, основанное на законе эволюции в зависимости от изменения константы связи двухчастичного взаимодействия [164].

Невозможность выделения области взаимодействия в конфигурационном пространстве для трехчастичных систем. В отличие от двухчастичных систем, для которых в случае сил конечного радиуса взаимодействие проявляется только в ограниченной области конфигурационного пространства, для трехчастичных систем нельзя выделить область взаимодействия в конфигурационном пространстве, границы которой не зависели бы от энергии относительного движения частиц. Рассмотрим для этого подробнее особенности рассеяния в системах двух и трех частиц. В простейшем случае столкновения двух элементарных частиц имеется единственный канал упругого рассеяния, при этом волновая функция вне области взаимодействия представляется в виде падающей плоской и расходящейся сферической волн. Если хотя бы одна из сталкивающихся частиц — сложная, то кроме канала упругого рассеяния существуют и другие каналы неупругих процессов. Для би-

нарных процессов волновая функция в выходных каналах, отвечающих неупругому рассеянию или же реакциям, имеет вид расходящихся сферических волн. Особенностью бинарных процессов является то, что число открытых каналов ограничено (это определяется дискретным характером энергетического спектра рассеиваемых частиц) и взаимодействие проявляется в ограниченной области конфигурационного пространства. Бинарные процессы описываются с помощью \mathcal{R} -матрицы, которая полностью определяется поведением системы в области взаимодействия. Если же в конечном состоянии образуются три частицы, то описание процесса усложняется.

Рассмотрим рассеяние в системе трех элементарных частиц. Пусть частица 1 рассеивается на двух других частицах 2 и 3, находящихся в связанном состоянии. Если энергия падающей частицы превосходит энергию связи рассеивающей системы, то кроме бинарных процессов упругого рассеяния и перерассеяния возможен также процесс развала, в результате которого все три частицы оказываются свободными. Асимптотику волновой функции в этом случае представим в виде

$$\left. \begin{aligned} \Psi(x, r) \Big|_{\substack{x \rightarrow \infty \\ r = \text{const}}} &\rightarrow \left\{ \exp(i p_0 x) + f(p_0, p'_0) \frac{\exp(i p_0 x)}{x} \right\} \Phi_0(r); \\ \Big|_{\substack{\tilde{x} \rightarrow \infty \\ \tilde{r} = \text{const}}} &\rightarrow \tilde{f}(p_0, \tilde{p}_0) \frac{\exp(i \tilde{p}_0 \tilde{x})}{x} \tilde{\Phi}_0(\tilde{r}); \\ \Big|_{\substack{x, r \rightarrow \infty \\ x/r = \text{const}}} &\rightarrow \mathcal{F}(p_0; p, k) \left(\frac{\mu^2 E}{2\pi^2 \hbar^2 m} \right)^{\frac{3}{4}} \times \\ &\times \frac{\exp \left[i \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2} \left(x^2 + \frac{\mu}{m} r^2 \right)} \right]}{\left(x^2 + \frac{\mu}{m} r^2 \right)^{5/4}}, \end{aligned} \right\} \quad (5.108)$$

где f , \tilde{f} и \mathcal{F} — амплитуды упругого рассеяния, перерассеяния и развала соответственно;

$$E = \frac{\hbar^2 p_0^2}{2m} \rightarrow \varepsilon_0 = \frac{\hbar^2 \tilde{p}_0^2}{2\tilde{m}} \rightarrow \tilde{\varepsilon}_0 = \frac{\hbar^2 p^2}{2m} + \frac{\hbar^2 k^2}{2\mu};$$

$$m \equiv \mu_1 = \frac{m_1(m_2 + m_3)}{m_1 + m_2 + m_3}; \quad \mu \equiv \mu_{23} = \frac{m_2 m_3}{m_2 + m_3}.$$

Координатная зависимость волновой функции, отвечающей трехчастичному развалу, определяется асимптотикой функции Грина для системы трех невзаимодействующих частиц. Так как вне пределов области действия сил все три частицы движутся с фиксированными скоростями, то треугольник, образованный концами их радиусов-векторов, должен увеличиваться с изменением времени без изменений формы.

Поэтому в области свободного движения имеем $\mathbf{r} = \beta \mathbf{x}$ ($x \rightarrow \infty$), где $\beta = \frac{m}{\mu} \frac{k}{p}$. Из вида асимптотики (5.108) непосредственно следует, что для процесса с образованием трех частиц в конечном состоянии (в отличие от бинарных процессов) нельзя выделить область конфигурационного пространства, в которой существенно взаимодействие. Действительно, пусть взаимодействие частиц 2 и 3 характеризуется конечным радиусом R , а взаимодействие частицы 1 и связанного состояния системы частиц 2 и 3 — радиусом X . Тогда волновая функция, описывающая трехчастичный развал, будет принимать свой асимптотический вид только при выполнении условий $x \geq X$, R/β или $r \geq \beta X$, R . А так как β зависит от относительных импульсов p и k , то всегда можно указать такие импульсы, при которых взаимодействие проявляется во всем неограниченном пространстве. Поэтому для процессов с образованием трех частиц в конечном состоянии в отличие от бинарных процессов нельзя сформулировать \mathfrak{R} -матричную теорию.

Другой характерной особенностью процессов с образованием трех частиц в конечном состоянии является то, что при фиксированном значении полной энергии E имеется бесконечное число таких состояний (отвечающих различным возможностям перераспределения энергии по подсистемам). Это непосредственно следует из того факта, что волновую функцию трехчастичного развала можно представить в виде разложения по состояниям непрерывного спектра рассеивающей системы

$$\Psi(\mathbf{x}, \mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{k}} a_{\mathbf{p}\mathbf{k}} \psi_{\mathbf{p}}(\mathbf{x}) \varphi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}), \quad (5.109)$$

где область допустимых значений \mathbf{p} и \mathbf{k} определяется из условия $E = \text{const.}$ (Уровень энергии E характеризуется бесконечным вырождением.)

Наглядным примером, на котором удобно проиллюстрировать указанные особенности трехчастичных процессов, может служить дифракционное расщепление дейтрона на черном ядре. Заметим, что дифракционное расщепление дейтрона на черном ядре — один из немногочисленных примеров трехчастичной задачи, допускающий точное решение. Амплитуда дифракционного развала дейтрона на черном ядре описывается выражением (4.178), а сечение — (4.189). Расщепление дейтрона непосредственно обусловлено дифракцией нейтронной и протонной волн, при этом, так же как и при оптической дифракции Фраунгофера, существенно поведение дифрагированных волн во всем неограниченном пространстве. В волновой функции непрерывного спектра (4.175) добавка к плоской волне описывает эффект взаимодействия. Это взаимодействие проявляется при малых значениях относительного импульса k . Тем не менее учет взаимодействия между нейтроном и протоном в конечном состоянии очень существен, так как в противном случае нарушается ортогональность состояний φ_0 и $\varphi_{\mathbf{k}}$. В частности, сечение (4.189) существенным образом зависит от учета взаимодействия в конечном состоянии.

Зависимость трехчастичной задачи от внеэнергетического поведения двухчастичной амплитуды. Невозможность выделения области взаимодействия влечет за собой и другую характерную особенность трехчастичных систем: их свойства существенным образом зависят от внеэнергетического поведения двухчастичного взаимодействия. Действительно, в силу законов сохранения в двухчастичном рассеянии взаимодействие проявляется только на энергетической поверхности, при этом амплитуда рассеяния непосредственно выражается через фазы рассеяния, описывающие асимптотическое поведение двухчастичной волновой функции. В трехчастичном рассеянии взаимодействие между частицами проявляется и вне энергетической поверхности; импульсы и энергии двух взаимодействующих частиц в промежуточном состоянии из-за присутствия третьей частицы не связаны обычными соотношениями. Поэтому в динамические уравнения трехчастичной задачи входят двухчастичные амплитуды вне энергетической поверхности. Внеэнергетическое поведение двухчастичной амплитуды определяется не только асимптотикой двухчастичного состояния рассеяния, но и зависимостью волновой функции в координатном пространстве на малых расстояниях. Поэтому трехчастичная задача оказывается значительно чувствительнее к деталям взаимодействия между частицами по сравнению с двухчастичной задачей.

Если взаимодействие между двумя частицами описывается потенциалом, то внеэнергетическую зависимость двухчастичной амплитуды можно получить из уравнения Шредингера. Поэтому для нахождения *внеэнергетической двухчастичной амплитуды* в принципе достаточно данных двухчастичной задачи. Действительно, обратная задача рассеяния (т. е. восстановление двухчастичного потенциала по данным рассеяния) имеет однозначное решение, если задана энергетическая зависимость фазы рассеяния во всей области положительных энергий и если заданы (при наличии в системе связанных состояний) собственные значения энергии и нормировочные постоянные волновых функций связанных состояний. В случае конечного радиуса действия сил нормировочные постоянные выражаются через функцию Йоста, которая однозначно определяется через фазу рассеяния и энергии связанных состояний. Однако из-за недостаточности и ограниченности данных о двухчастичном взаимодействии нуклонов рассмотрение трехчастичной задачи является важным добавочным источником информации о взаимодействии нуклонов.

При изучении ядерных процессов с образованием трех частиц в конечном состоянии эффективным оказывается метод граничных условий, который основан на введении \mathfrak{R} -матрицы, описывающей взаимодействие отдельных частиц с ядром (при учете единственного канала во взаимодействии частицы с ядром, достаточно ввести \mathfrak{R} -функцию). \mathfrak{R} -матрица описывает энергетическую зависимость взаимодействия между частицей и ядром, параметризуя это взаимодействие. Соответствующая такому взаимодействию внеэнергетическая двухчастичная амплитуда определяется выражением (2.155). Подчеркнем, что граничные условия задаются для двухчастичной задачи, в то время как решение трехчастичной задачи определяется интегральными уравнениями (5.107).

Запишем систему интегральных уравнений (5.107) в импульсном представлении. В результате перехода в с. ц. и. зависимости от суммарного импульса системы полностью исключаются из рассмотрения:

$$\left. \begin{aligned}
 \Psi^{(1)}(\mathbf{p}_1, \mathbf{k}_{23}) &= \Phi(\mathbf{p}_1, \mathbf{k}_{23}) + \left(z - \frac{\hbar^2 k_{23}^2}{2\mu_{23}} - \frac{\hbar^2 p_1^2}{2\mu_1} \right)^{-1} \int \frac{d\mathbf{k}'_{23}}{(2\pi)^3} \times \\
 &\times \left\langle \mathbf{k}_{23} \left| t_{23} \left(z - \frac{\hbar^2 p_1^2}{2\mu_1} \right) \right| \mathbf{k}'_{23} \right\rangle \{ \Psi^{(2)}(\mathbf{p}'_2, \mathbf{k}'_{31}) + \Psi^{(3)}(\mathbf{p}'_3, \mathbf{k}'_{12}) \}; \\
 \Psi^{(2)}(\mathbf{p}_2, \mathbf{k}_{31}) &= \left(z - \frac{\hbar^2 k_{31}^2}{2\mu_{31}} - \frac{\hbar^2 p_2^2}{2\mu_2} \right)^{-1} \int \frac{d\mathbf{k}'_{31}}{(2\pi)^3} \times \\
 &\times \left\langle \mathbf{k}_{31} \left| t_{31} \left(z - \frac{\hbar^2 p_2^2}{2\mu_2} \right) \right| \mathbf{k}'_{31} \right\rangle \{ \Psi^{(3)}(\mathbf{p}'_3, \mathbf{k}'_{12}) + \Psi^{(1)}(\mathbf{p}'_1, \mathbf{k}'_{23}) \}; \\
 \Psi^{(3)}(\mathbf{p}_3, \mathbf{k}_{12}) &= \left(z - \frac{\hbar^2 k_{12}^2}{2\mu_{12}} - \frac{\hbar^2 p_3^2}{2\mu_3} \right)^{-1} \int \frac{d\mathbf{k}'_{12}}{(2\pi)^3} \times \\
 &\times \left\langle \mathbf{k}_{12} \left| t_{12} \left(z - \frac{\hbar^2 p_3^2}{2\mu_3} \right) \right| \mathbf{k}'_{12} \right\rangle \{ \Psi^{(1)}(\mathbf{p}'_1, \mathbf{k}'_{23}) + \Psi^{(2)}(\mathbf{p}'_2, \mathbf{k}'_{31}) \}; \\
 z &= \frac{\hbar^2 p_1^0{}^2}{2\mu_1} - \frac{\hbar^2 \kappa_{23}^2}{2\mu_{23}} + i0.
 \end{aligned} \right\} \quad (5.110)$$

Величины $\mathbf{p}'_2, \mathbf{k}'_{31}$ и $\mathbf{p}'_3, \mathbf{k}'_{12}$ под знаком интеграла в первом уравнении следует выразить через \mathbf{p}_1 и \mathbf{k}'_{23} и т. д. В случае рассеяния частицы на двух других частицах, находящихся в связанном состоянии, функция $\Phi(\mathbf{p}_1, \mathbf{k}_{23})$ определяется выражением

$$\Phi(\mathbf{p}_1, \mathbf{k}_{23}) = (2\pi)^3 \delta(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_1^0) \varphi_{\kappa_{23}}(\mathbf{k}_{23}), \quad (5.111)$$

где $\varphi_{\kappa_{23}}(\mathbf{k}_{23})$ -волновая функция связанного состояния двух частиц с энергией связи $\epsilon_0 = \hbar^2 \kappa_{23}^2 / 2\mu_{23}$; \mathbf{p}_1^0 — импульс относительного движения системы в начальном состоянии.

Амплитуда рассеяния, сопровождающегося расщеплением рассеивающей системы, непосредственно выражается через полную волновую функцию системы $\Psi = \Psi^{(1)} + \Psi^{(2)} + \Psi^{(3)}$ согласно

$$\bar{\mathcal{F}}(\mathbf{p}_1^0; \mathbf{p}_1; \mathbf{k}_{23}) = -\frac{\mu_1}{2\pi\hbar^2} \left(z - \frac{\hbar^2 p_1^2}{2\mu_1} - \frac{\hbar^2 k_{23}^2}{2\mu_{23}} \right) \Psi(\mathbf{p}_1, \mathbf{k}_{23}). \quad (5.112)$$

Соответствующее сечение расщепления определяется выражением

$$d\sigma_{\mathbf{p}_1^0; \mathbf{p}_1, \mathbf{k}_{23}} = \frac{p_1}{p_1^0} |\bar{\mathcal{F}}(\mathbf{p}_1^0; \mathbf{p}_1, \mathbf{k}_{23})|^2 \frac{d\mathbf{k}_{23}}{(2\pi)^3} d\omega_1. \quad (5.113)$$

Если все три частицы одинаковы и имеют равные нулю спин и изотопический спин, то полная волновая функция системы должна быть симметричной относительно перестановки любой пары частиц. В этом случае все три составляющие, входящие в полную волновую функцию системы, выражаются через одну функцию $\psi(\mathbf{p}, \mathbf{k})$. Поэтому полную волновую функцию можно представить в виде

$$\Psi = \psi(\mathbf{p}_1, \mathbf{k}_{23}) + \psi(\mathbf{p}_2, \mathbf{k}_{31}) + \psi(\mathbf{p}_3, \mathbf{k}_{12}). \quad (5.114)$$

Вместо системы уравнений (5.110) получим одно интегральное уравнение для функции $\psi(\mathbf{p}, \mathbf{k})$:

$$\psi(\mathbf{p}, \mathbf{k}) = \varphi(\mathbf{p}, \mathbf{k}) + \left(z_p - \frac{\hbar^2 k^2}{m} \right)^{-1} \int \frac{d\mathbf{p}'}{(2\pi)^3} \left\{ \langle \mathbf{k} | t(z_p) | \frac{\mathbf{p}}{2} + \mathbf{p}' \rangle + \langle \mathbf{k} | t(z_p) | -\frac{\mathbf{p}}{2} - \mathbf{p}' \rangle \right\} \psi\left(\mathbf{p}', \mathbf{p} + \frac{\mathbf{p}'}{2}\right), \quad (5.115)$$

где m — масса отдельной частицы;

$$z_p \equiv \frac{3}{4} \frac{\hbar^2 (p_0^2 - p^2)}{m} - \frac{\hbar^2 \kappa^2}{m} + i0; \quad \varphi(\mathbf{p}, \mathbf{k}) = (2\pi)^3 \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}_0) \varphi_{\kappa}(\mathbf{k}). \quad (5.116)$$

Заметим, что импульсы для начального и конечного состояний матричных элементов $\langle \mathbf{k} | t(z_p) | \mathbf{k}' \rangle$ в (5.115) находятся вне энергетической поверхности, т. е. $\hbar^2 k^2/m \neq \hbar^2 k'^2/m \neq z_p$.

Приближенные модели для трехчастичных процессов. В силу указанных особенностей процессов с участием трех частиц точное решение трехчастичной задачи сопряжено с большими трудностями. Хотя схема уравнений Фаддеева позволяет в принципе строго сформулировать задачу, тем не менее неопределенность наших сведений о двухчастичном взаимодействии и, что более важно, отсутствие строгих аналитических методов решения существенно ограничивают возможности использования такой схемы. По этой причине на практике при рассмотрении трехчастичных проблем приходится пользоваться приближенными моделями, в которых концентрируется внимание только на определенных выделенных свойствах трехчастичного процесса, или же использовать приближенные методы решения точной формулировки задачи. При рассмотрении процессов с участием трех частиц широко используются следующие приближенные модели.

Модель Мигдала—Ватсона предложена для объяснения структуры трехчастичных спектров на основе простого механизма, учитывающего взаимодействие в конечном состоянии [165, 166]. Предполагается, что процесс дейтронного развала происходит в два этапа. В выходном канале образуются сначала отдельная частица и промежуточная система из двух частиц. На втором этапе промежуточная система распадается на две частицы (рис. 5.12). Для реализации указанного механизма необходимо, чтобы двухчастичное взаимодействие способствовало образованию промежуточного состояния. В случае системы $n-p$ это условие выполняется благодаря наличию виртуального состояния 1S_0 . При малых энергиях освобождающихся частиц при развале дейтрона форма спектра определяется виртуальным уровнем 1S_0 :

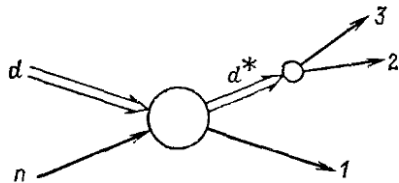


Рис. 5.12. Диаграмма, соответствующая модели Мигдала—Ватсона

$$\mathcal{F}(\mathbf{p}_0; \mathbf{p}, \mathbf{k})^2 \sim |f_{nd}(\mathbf{p}_0, \mathbf{p})|^2 |f_{1S_0}(\mathbf{k})|^2, \quad |f_{1S_0}(\mathbf{k})|^2 = \frac{1}{\alpha_0'^2 + k^2} \times \left(\varepsilon_0' = \frac{\hbar^2 \alpha_0'^2}{M} \approx 70 \text{ КэВ} \right). \quad (5.117)$$

Первый множитель $|f_{nd}|^2$ слабо изменяется при малых значениях относительной энергии $\hbar^2 k^2/M$, так что форма спектра полностью определяется вторым множителем $|f_{1S_0}(\mathbf{k})|^2$. Модель хорошо объясняет спектры процессов дейтронного развала в соответствующей кинематической области.

Модель спектатора описывает структуру трехчастичных спектров в кинематической области, отвечающей квазиупругому рассеянию частиц. В основе механизма квазиупругого рассеяния лежит допущение о том, что падающая частица рассеивается только на одном из двух нуклонов дейтрона, в то время как второму нуклону импульс не передается (этот нуклон выступает как зритель-спектатор). Из-за незначительной энергии связи дейтрона эта модель уже при низких энергиях дает хорошее объяснение энергетических спектров. Количественное описание квазиупругого рассеяния учитывает распределение импульсов нуклона в дейтроне (или квазидейтроне) согласно диаграмме на рис. 5.13: p_0 , p_1 , p_2 и p_3 — импульсы входящих и выходящих частиц в л. с. к. Из законов сохранения энергии и импульса следует $E'_2 = -\epsilon_0 - \frac{p_3^2}{2M}$ и $p'_2 = -p_3$. Процесс протекает в два этапа. Сначала происходит виртуальный распад покоящегося

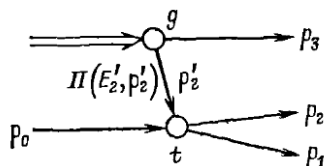


Рис. 5.13. Диаграмма, описывающая квазиупругое рассеяние

дейтрона, описываемый вершинной частью $g(p_3)$, а затем налетающая частица рассеивается на одной из двух частиц дейтрона (этот процесс описывается двухчастичной матрицей рассеяния $\langle p_1, p_2 | t(E - \frac{3p_3^2}{4M}) | -p_3, p_0 \rangle$). Замечая, что пропагатор $\Pi(E'_2, p'_2)$ выражается через импульс спектатора p_3 : $\Pi(E'_2, p'_2) = -(\epsilon_0 + \frac{p_3^2}{M})$, находим

$$\mathcal{F}(p_0; p_1, p_2, p_3) \sim \langle p_1, p_2 | t(E - \frac{3p_3^2}{4M}) | -p_3, p_0 \rangle \Phi_0(p_3), \quad (5.118)$$

где $\Phi_0(p_3) = -g(p_3) \cdot (\epsilon_0 + \frac{p_3^2}{M})$ — волновая функция дейтрона. Из выражения для $\Phi(p_3)$ видно, что матричный элемент имеет максимум при $E_3 = 0$, т. е. когда частица 3 (спектатор) остается в покое. При этом предполагается, что $g(p_3)$ в этой области изменяется не слишком сильно. Процессы квазиупругого рассеяния являются важнейшим средством исследования корреляции между нуклонами в ядрах [159].

Интерполяционная модель основывается на прагматическом использовании метода гиперсферических функций в сочетании с вариационным принципом. Она предназначена для описания связанных состояний и двухкластерных состояний непрерывного спектра трехчастичной системы [167, 168]. Волновая функция представляется в виде двух частей, одна из которых описывает структуру системы на малых относительных расстояниях между частицами, а вторая — состояние кластеров и их относительное движение:

$$\Psi = \sum_{\lambda} c_{\lambda} \psi_{\lambda}(\rho) + \sum_{\kappa} \Phi_{\kappa}(\rho) P_{\kappa}(\rho), \quad (5.119)$$

где ρ — глобальный радиус; $\psi_{\lambda}(\rho)$ — собственные функции усеченного гамильтониана, отвечающие связанным состояниям и представляемые через небольшое число нижайших гиперсферических функций; $P_{\kappa}(\rho)$ — функции, описывающие при больших ρ движение кластеров с относительным импульсом ρ , а также внутренние состояния кластеров (с ростом ρ эти функции могут и не убывать). Функции $P_{\kappa}(\rho)$ строятся таким образом, чтобы они были ортогональны $\psi_{\lambda}(\rho)$ [$P_{\kappa}(\rho)$ — не содержат гармоник, входящих в $\psi_{\lambda}(\rho)$]. Из вариационного принципа для коэффициентов c_{λ} и функций $\Phi_{\kappa}(\rho)$ следует система интегродифферен-

циальных уравнений. Детально была рассмотрена трехнуклонная система [168]. При расчетах учитывались только основные гармоники. Нуклон-нуклонное взаимодействие описывалось потенциалами прямоугольной формы. Волновая функция основного состояния дейтрона также выбиралась в виде, соответствующем прямоугольному потенциалу. Для $p + d$ учитывалось кулоновское взаимодействие. Были рассчитаны волновая функция связанного состояния трех нуклонов с учетом кластеризации на дейтрон и нуклон, а также волновая функция непрерывного спектра, отвечающая определенному значению асимптотического импульса относительного движения p . [На рис. 5.14 представлены зависимости коэффициента c_p от относительного импульса p и функции $\Phi(p)$ от глобального радиуса ρ .] Учет кластеризации в основном состоянии улучшает согласие вычисленных форм-факторов для распределений электрического заряда и маг-

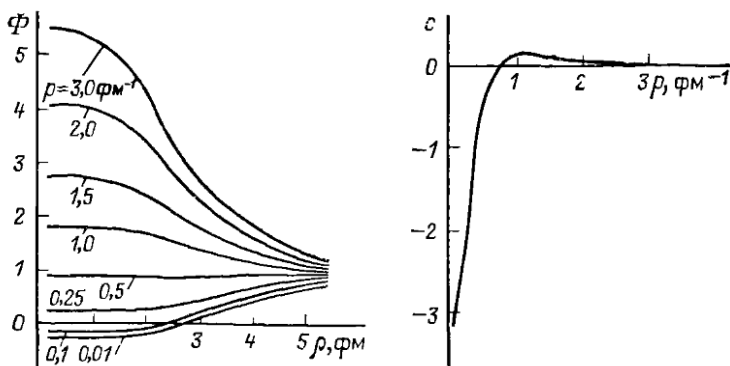


Рис. 5.14. Зависимость коэффициента c_p от относительного импульса p и функции Φ_p от глобального радиуса ρ в интерполяционной модели

нитного момента и среднеквадратичных радиусов ядер ^3H и ^3He с экспериментальными значениями; кроме того, в нужную сторону изменяет энергии связи этих ядер и кулоновскую энергию ^3He , хотя полного согласия при этом не достигается. Расчеты сечений двухчастичного электрорасщепления ядер ^3H и ^3He с учетом взаимодействия в конечном состоянии на основе интерполяционной модели указывают на существенную зависимость сечений процессов $^3\text{H}(e, e'n)^2\text{H}$ и $^3\text{He}(e, e'p)^2\text{H}$ от этого взаимодействия, особенно при расщеплении ядра ^3H . В частности, удалось получить хорошее согласие с данными эксперимента, на совпадение по двухчастичному электрорасщеплению трехнуклонных ядер.

Приближенные методы решения точной трехчастичной задачи. После выделения движения центра масс трехчастичная волновая функция зависит от шести переменных. Эта функция определяется системой интегральных уравнений, которые существенно упрощаются в предельных случаях малых и высоких энергий. Здесь надо вспомнить, как решается более простая двухчастичная задача в подобных случаях.

В двухчастичной задаче при низких энергиях обычно используется разложение по парциальным составляющим, при этом в силу короткодействующего характера ядерных сил достаточно ограничиться учетом небольшого числа таких составляющих. Если потенциал задан, то численным решением соответствующих дифференциальных уравнений для радиальных функций нетрудно найти фазы рассеяния. При высоких энергиях вклад вносит большое число парциальных составляющих и численное решение уравнений оказывается неэффективным. Однако если длина волны мала по сравнению с размерами области взаимодействия, то применимо дифракционное описание.

Аналогичным образом в трехчастичной задаче при низких энергиях также проводится разложение по парциальным составляющим. Чаще всего разложение проводится по квантовым числам полного орбитального момента и его проекции

L и M , орбитального момента выделенной пары l и момента третьей частицы относительно пары λ [161]. В результате получаем бесконечную систему связанных интегральных уравнений для парциальных волновых функций, зависящих от двух независимых переменных (при фиксированном значении L допускается бесконечно много комбинаций l и λ). В наиболее интересном случае короткодействующих потенциалов в уравнениях можно ограничиться только низшими значениями орбитальных моментов и система становится конечной. В подавляющем числе работ по развалу $n-d$ ограничиваются значениями $L = l - \lambda = 0$. Однако даже при этом решение двумерного интегрального уравнения на вычислительных машинах представляет сложную задачу. Наибольшие успехи при расчете развала $n-d$ достигнуты с использованием сепарабельных потенциалов. В этом случае задача сводится к решению одномерных интегральных уравнений, число которых определяется рангом сепарабельного потенциала. При расчете сечений для рассеяния получается хорошее согласие с экспериментом даже при учете только нулевых моментов для парного взаимодействия. Однако при расчетах поляризации необходимо учитывать тензорные силы и более высокие значения l .

При высоких энергиях уравнения трехчастичной задачи существенно упрощаются, если воспользоваться эйкональным приближением. Получаемое таким путем приближенное трехчастичное уравнение допускает точное решение, которое можно получить в явном виде. В случае развала в системе $n-d$ для амплитуды получим выражение, в точности совпадающее с дифракционной формулой (4.163), если под величинами ω_n и ω_p подразумевать профилирующие функции, определяемые через двухчастичные амплитуды. Более детально многочастичные дифракционные процессы рассмотрим ниже.

Задачи

1. Построить антисимметричную волновую функцию для системы трех нуклонов.

Полная волновая функция системы трех нуклонов должна быть антисимметричной относительно перестановки пространственных, спиновых и изоспиновых координат любой пары нуклонов. В случае центральных сил ядерное взаимодействие между нуклонами (i и j) характеризуется потенциалом

$$V_{ij} = \sum_{\nu=1}^4 V^{(\nu)}(r_{ij}) P_{ij}^{(\nu)}(\sigma, \tau), \quad (5.120)$$

где $P_{ij}^{(\nu)}(\sigma, \tau)$ — оператор проектирования в ν -спин-изоспиновое состояние. Значения $\nu = 1, 2, 3$ и 4 обозначают соответственно триплет-синглетное ts , триплет-триплетное tt , синглет-триплетное st и синглет-синглетное ss спин-изоспиновые состояния двух нуклонов.

В системе трех нуклонов, взаимодействие между которыми описывается (5.120), полный спин системы S , полный изотопический спин T и их проекции M_S и M_T являются сохраняющимися величинами. Полный спин и полный изотопический спин системы трех нуклонов S и T могут принимать два значения: $1/2$ и $3/2$. Построим для системы трех нуклонов спиновые и изоспиновые функции с различной симметрией. Обозначим перестановку двух нуклонов i и j как (ij) . Введем для системы трех нуклонов следующие перестановочные операторы [169]:

$$\left. \begin{aligned} T^s &= (12) + (23) + (31); \quad T' = \frac{\sqrt{3}}{2} [(23) - (31)]; \\ T'' &= -(12) + \frac{1}{2} [(23) + (31)]. \end{aligned} \right\} \quad (5.121)$$

Применяя операторы (5.121) к функции, симметричной относительно координат частиц 1 и 2, получаем три функции, первая из которых полностью симметрична по координатам 1, 2 и 3, а две другие преобразуются при перестановках координат

наб по двумерному неприводимому представлению группы перестановок S_3 . С помощью перестановочных операторов (5.121) нетрудно построить спиновые и изоспиновые волновые функции различной симметрии для системы трех нуклонов. Спиновые волновые функции для состояний $S = 1/2$ и $S = 3/2$ (проекция полного спина M_s выбирается равной $1/2$) определяются выражениями

$$S = \frac{1}{2}, \begin{cases} \chi' = \sqrt{\frac{2}{3}} T' \alpha(1) \alpha(2) \beta(3); \\ \chi'' = \sqrt{\frac{2}{3}} T'' \alpha(1) \alpha(2) \beta(3); \end{cases} \quad (5.122)$$

$$S = 3/2, \chi^s = (1/\sqrt{3}) T^s \alpha(1) \alpha(2) \beta(3), \quad (5.123)$$

где α и β — спиновые волновые функции отдельных нуклонов, отвечающие проекциям спина, равным $1/2$ и $-1/2$ соответственно. Множители в (5.122) и (5.123) выбраны так, чтобы функции были нормированы на единицу. Заметим, что функция χ' соответствует синглетному спиновому состоянию пары нуклонов 1 и 2, а функция χ'' — триплетному состоянию той же пары нуклонов. Аналогичным образом определяются изоспиновые функции ξ', ξ'' и ξ^s .

Для состояния $S = 1/2$ и $T = 1/2$ в объединенном пространстве обычного и изотопического спинов можно построить четыре различные спин-изоспиновые функции:

$$S = \frac{1}{2}, T = \frac{1}{2}, \begin{cases} \xi^s = \frac{1}{\sqrt{2}} (\chi' \xi' + \chi'' \xi''); \\ \xi^a = \frac{1}{\sqrt{2}} (\chi' \xi' - \chi'' \xi''); \\ \xi' = \frac{1}{\sqrt{2}} (\chi' \xi'' + \chi'' \xi'); \\ \xi'' = \frac{1}{\sqrt{2}} (\chi' \xi'' - \chi'' \xi'). \end{cases} \quad (5.124)$$

Здесь ξ^s — симметричная и ξ^a — антисимметричная функции относительно перестановок спиновых и изоспиновых координат любой пары нуклонов; ξ' — антисимметричная и ξ'' — симметричная функции относительно перестановки спиновых и изоспиновых координат нуклонов 1 и 2. Функции (5.124) образуют систему ортогональных собственных функций, нормированных на единицу. Для состояний $S = 1/2, T = 3/2$ и $S = 3/2, T = 1/2$ можно построить по две различные спин-изоспиновые функции:

$$S = \frac{1}{2}, T = \frac{3}{2}, \begin{cases} \chi' \xi^s; \\ \chi'' \xi^s; \end{cases} \quad (5.125)$$

$$S = \frac{3}{2}, T = \frac{1}{2}, \begin{cases} \chi^s \xi'; \\ \chi^s \xi''; \end{cases} \quad (5.126)$$

Для состояния $S = 3/2$ и $T = 3/2$ спин-изоспиновая функция полностью симметрична относительно перестановок спиновых и изоспиновых координат нуклонов:

$$S = 3/2, T = 3/2, \chi^s \xi^s. \quad (5.127)$$

Используя введенные спин-изоспиновые функции, полную волновую функцию системы трех нуклонов Ψ^{ST} в зависимости от значений S и T можно представить в виде

$$\left. \begin{aligned} \Psi^2 \frac{1}{2} \frac{1}{2} &= \Psi^a \xi^s - \Psi^s \xi^a + \Psi' \xi'' - \Psi'' \xi'; \\ \Psi^2 \frac{1}{2} \frac{3}{2} &= \Psi' \chi^s \zeta'' - \Psi'' \chi^s \zeta'; \\ \Psi^2 \frac{3}{2} \frac{1}{2} &= \Psi' \chi'' \zeta^s - \Psi'' \chi' \zeta^s; \\ \Psi^2 \frac{3}{2} \frac{3}{2} &= \Psi^a \chi^s \zeta^s. \end{aligned} \right\} \quad (5.128)$$

Здесь Ψ^s и Ψ^a — симметричная и антисимметричная пространственные функции; функции Ψ' и Ψ'' при перестановке пространственных координат преобразуются подобно χ' и χ'' . Пространственные функции можно выбирать либо в координатном, либо в импульсном пространстве.

2. Получить интегральные уравнения для системы трех нуклонов с учетом спиновой зависимости взаимодействия между ними [170].

Уравнения Фаддсева обобщаются на случай системы трех нуклонов с учетом спиновой зависимости взаимодействия между ними. Для этого в уравнениях (5.110), описывающих произвольную систему трех частиц, необходимо учесть операторный характер двухчастичной t -матрицы в спин-изоспиновом пространстве нуклонов и учесть зависимость волновой функции системы от спиновых и изоспиновых переменных. При этом вследствие тождественности нуклонов система уравнений (5.110) сводится к одному уравнению:

$$\begin{aligned} \Psi(\mathbf{p}, \mathbf{k}) &= \Phi(\mathbf{p}, \mathbf{k}) + \left(z_p - \frac{\hbar^2 k^2}{M} \right)^{-1} \times \\ &\times \int \frac{d\mathbf{p}'}{(2\pi)^3} \left\{ \left\langle \mathbf{k} | t_{23}(z_p) | -\frac{\mathbf{p}}{2} + \mathbf{p}' \right\rangle \Psi^{(2)}\left(\mathbf{p}, -\mathbf{p} - \frac{\mathbf{p}'}{2}\right) + \right. \\ &\left. + \left\langle \mathbf{k} | t_{23}(z_p) | -\frac{\mathbf{p}}{2} - \mathbf{p}' \right\rangle \Psi^{(3)}\left(\mathbf{p}', \mathbf{p} + \frac{\mathbf{p}'}{2}\right) \right\}, \end{aligned} \quad (5.129)$$

где функции $\Psi^{(2)}$ и $\Psi^{(3)}$ отличаются от функции $\Psi = \Psi^{(1)}$ циклической перестановкой пространственных, спиновых и изоспиновых координат нуклонов ($z_p = Z - \frac{3\hbar^2 p^2}{4M}$; M — масса нуклона). В случае центрального взаимодействия (5.120) двухнуклонную t -матрицу, входящую в (5.129), можно представить в виде

$$\langle \mathbf{k} | t_{ij}(z) | \mathbf{k}' \rangle = \sum_{\nu=1}^4 \langle \mathbf{k} | t^{(\nu)}(z) | \mathbf{k}' \rangle P_{ij}^{(\nu)}(\sigma, \tau), \quad (5.130)$$

где $t^{(\nu)}(z)$ — собственное значение t -матрицы в определенном спин-изоспиновом состоянии ν . Проектируя уравнение (5.129) на возможные спин-изоспиновые состояния системы трех нуклонов, можно получить систему интегральных уравнений для пространственных функций Ψ^s, Ψ^a, Ψ' и Ψ'' .

Вместо функций Ψ^s, Ψ^a, Ψ' и Ψ'' , преобразующихся при перестановке любой пары частиц по неприводимым представлениям группы перестановок S_3 , удобно перейти к функциям $\Psi_\nu(\mathbf{p}_k, \mathbf{k}_{ij})$, соответствующим определенным спин-изоспиновым состояниям $\nu = 1, 2, 3$ и 4 пары частиц ij . Функции $\Psi_\nu(\mathbf{p}_k, \mathbf{k}_{ij})$ при $\nu = 1$ и 3 являются четными, а при $\nu = 2$ и 4 — нечетными относительно перестановки частиц i и j ($\mathbf{k}_{ij} \rightarrow \mathbf{k}_{ji} = -\mathbf{k}_{ij}$):

$$\Psi_\nu(\mathbf{p}, -\mathbf{k}) = (-1)^{\nu+1} \Psi_\nu(\mathbf{p}, \mathbf{k}).$$

При $S = 1/2$, $T = 1/2$ пространственные функции Ψ^s , Ψ^a , Ψ' и Ψ'' выражаются через четыре функции ψ_ν с $\nu = 1, 2, 3$ и 4 ; при $S = 1/2$, $T = 3/2$ пространственные функции Ψ' и Ψ'' выражаются через функции ψ_2 и ψ_3 ; при $S = 3/2$, $T = 1/2$ пространственные функции Ψ' и Ψ'' выражаются через функции ψ_1 и ψ_2 ; наконец, при $S = 3/2$, $T = 3/2$ пространственная функция Ψ^a выражается через функцию ψ_2 :

$$S = \frac{1}{2}, T = \frac{1}{2}, \begin{cases} \sqrt{2} \Psi^s = T^s (\psi_1 + \psi_3); \\ \sqrt{2} \Psi^a = T^s (\psi_2 + \psi_4); \\ \sqrt{2} \Psi' = T' (\psi_1 - \psi_3) + T'' (\psi_2 - \psi_4); \\ \sqrt{2} \Psi'' = T'' (\psi_1 - \psi_3) - T' (\psi_2 - \psi_4); \end{cases}$$

$$S = \frac{1}{2}, T = \frac{3}{2}, \begin{cases} \Psi' = -T' \psi_3 + T'' \psi_2; \\ \Psi'' = -T'' \psi_3 - T' \psi_2; \end{cases}$$

$$S = \frac{3}{2}, T = \frac{1}{2}, \begin{cases} \Psi' = T' \psi_1 + T'' \psi_2; \\ \Psi'' = T'' \psi_1 - T' \psi_2; \end{cases}$$

$$S = \frac{3}{2}, T = \frac{3}{2}, \Psi^a = T^s \psi_2.$$

Для сокращения записи использовалось обозначение

$$\psi_\nu \equiv \psi_\nu(\mathbf{p}_3, \mathbf{k}_{12}), \nu = 1, 2, 3 \text{ и } 4.$$

Системы функций ψ_ν различаются для различных спин-изоспиновых состояний системы трех нуклонов, т. е. для различных значений S и T .

Систему интегральных уравнений для функций $\psi_\nu(\mathbf{p}, \mathbf{k})$ при произвольных значениях спина и изоспина системы трех нуклонов можно представить в виде

$$\begin{aligned} \psi_\nu(\mathbf{p}, \mathbf{k}) = & \varphi_\nu(\mathbf{p}, \mathbf{k}) + \left(z_p - \frac{\hbar^2 k^2}{M} \right)^{-1} \sum_{\nu'=1}^4 \int \frac{d\mathbf{p}'}{(2\pi)^3} \times \\ & \times \left\{ \left\langle \mathbf{k} \mid t^{(\nu)}(z_p) \mid -\frac{\mathbf{p}}{2} + \mathbf{p}' \right\rangle + (-1)^{\nu+1} \left\langle \mathbf{k} \mid t^{(\nu)}(z_p) \mid -\frac{\mathbf{p}}{2} - \mathbf{p} \right\rangle \right\} \times \\ & \times c_{\nu\nu'} \psi_{\nu'}\left(\mathbf{p}', \mathbf{p} + \frac{\mathbf{p}'}{2}\right), \end{aligned} \quad (5.131)$$

где матрицы $c_{\nu\nu'}^{(ST)}$ для различных спин-изоспиновых состояний системы трех нуклонов определяются выражениями [161]

$$c_{\nu\nu'}^{(ST)} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} & 3 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -1 & -\sqrt{3} & -3 \\ 3 & -\sqrt{3} & 1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & -3 & \sqrt{3} & -1 \end{pmatrix};$$

$$c_{\nu\nu'}^{(ST)} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\sqrt{3} & 0 \\ 0 & -\sqrt{3} & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$c_{\nu\nu'} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & -\sqrt{3} & 0 & 0 \\ -\sqrt{3} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$c_{\nu\nu'} \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = -\delta_{\nu 2} \delta_{\nu' 2}.$$

При рассмотрении связанных состояний системы трех нуклонов свободный член в (5.131) следует считать равным нулю. Отметим, что интегральное уравнение для системы трех одинаковых бесспиновых частиц (5.115) совпадает с (5.131), если в последнем положить $c_{\nu\nu'} = \delta_{\nu 1} \delta_{\nu' 1}$.

При выводе (5.131) не учитывалось кулоновское взаимодействие, поэтому (5.131) пригодно только для описания системы, состоящей из трех нейтронов или же из двух нейтронов и одного протона. В системе, состоящей из двух нейтронов и протона, возможны связанное состояние (тритон) и рассеяние нейтрона на двух других частицах в связанном состоянии. В последнем случае свободный член в (5.131) следует выбрать в виде

$$\varphi_{\nu}(\mathbf{p}, \mathbf{k}) = (2\pi)^3 \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}_0) \varphi(\mathbf{k}) \delta_{\nu 1},$$

где $\varphi(\mathbf{k})$ — волновая функция основного состояния дейтрона. Так как два нейтрона не образуют связанной системы, то при трех нейтронах можно рассматривать только задачу о связанном состоянии.

§ 5.4. Дисперсионная теория прямых ядерных реакций

Аналитичность амплитуд и фейнмановские диаграммы. Как уже отмечалось выше, батлеровский подход при описании реакций срыва (d, p) и захвата (p, d) фактически основан на использовании теории возмущений. Батлеровская теория позволяет находить положение максимума в угловом распределении продуктов реакции в зависимости от орбитального момента нуклона, поглощаемого ядром в реакции срыва или передаваемого ядром налетающей частице в случае реакции захвата. На этом основано практическое использование реакций срыва и захвата в ядерной спектроскопии для нахождения характеристик различных состояний ядер. В то же время батлеровская теория не описывает другие особенности процессов срыва и захвата, такие, как зависимость угловых распределений продуктов реакций от энергии налетающей частицы, величину отношения интенсивностей в максимумах углового распределения, абсолютные значения сечений. Причину применимости батлеровского подхода к описанию прямых процессов, а также условия, при выполнении которых такое описание оказывается справедливым, удалось выяснить значительно позже на основе так называемой *дисперсионной теории прямых ядерных реакций*. Дисперсионный подход был заимствован из теории элементарных частиц и перенесен для описания прямых ядерных процессов¹.

В дисперсионной теории амплитуда какого-либо прямого процесса выражается через амплитуду более простых процессов (распад, рас-

¹ Дисперсионная теория прямых ядерных реакций была разработана И. С. Шапиро [171]. Детальному изложению дисперсионной теории прямых ядерных реакций посвящена монография [10].

сеяние и т. д.), при этом нуклоны и другие сложные частицы, реально существующие в свободном состоянии (в том числе и ядра), входят в формализм теории совершенно равноправно. В основе дисперсионного подхода лежит допущение о том, что амплитуды прямых процессов являются аналитическими функциями кинематических переменных. Аппарат дисперсионной теории позволяет исследовать положение и характер особенностей амплитуд прямых реакций и определяет их поведение вблизи физически выделенных точек.

Рассмотрим для определенности прямую ядерную реакцию бинарного типа



В дисперсионной теории для описания любого процесса вводится амплитуда f , которая предполагается аналитической функцией независимых кинематических переменных; в случае реакции (5.132) в качестве независимых переменных можно выбрать квадрат передаваемого импульса $q^2 = (p_a - p_b)^2$ и суммарную кинетическую энергию сталкивающихся частиц в их с. ц. и. $E = E_a + E_A$. Дифференциальное сечение реакции (5.132) выражается через амплитуду f согласно

$$d\sigma = \frac{\mu}{\mu'} \frac{p_b}{p_a} |f(q^2, E)|^2 d\omega, \quad (5.133)$$

где μ и μ' — приведенные массы во входном и выходном каналах.

Итак, в дисперсионной теории амплитуда $f(q^2, E)$ для реакции (5.132) — аналитическая функция переменных q^2 и E . Напомним, что функция $f(z)$, зависящая от комплексной переменной z , называется аналитической в некоторой области z , если она в этой области однозначна и дифференцируема любое число раз. Аналитичность функции означает, что если функция задана в каком-либо конечном интервале изменения переменной z , то она может быть однозначно продолжена на всю область аналитичности. Поэтому из аналитичности амплитуды $f(q^2, E)$ следует, что если амплитуда задана в каком-либо конечном интервале изменения переменных q^2 и E , то ее можно аналитически продолжить и вне этого интервала на любые значения переменных q^2 и E , лежащие в области аналитичности. Амплитуда реакции f зависит не только от q^2 и E , но и от масс участвующих в реакции частиц. Так как квадраты масс m_a^2 , m_A^2 , m_b^2 и m_B^2 вместе с величинами q^2 и E образуют в случае процесса (5.132) полную систему инвариантов и эти инварианты физически равноправны, то амплитуда f должна быть не только аналитической функцией q^2 и E , но и аналитической функцией масс участвующих в реакции частиц. (Это становится сразу очевидным, если в качестве независимых кинематических переменных выбрать s и t , а затем s , t и квадраты масс выразить через скалярные производные импульсов участвующих в реакции частиц.) Поэтому различные реакции (5.132) для частиц любых масс (однако характеризуемых одними и теми же другими квантовыми числами, например спинами, электрическими зарядами, барионными числами и т. д.) описываются единой амплитудой.

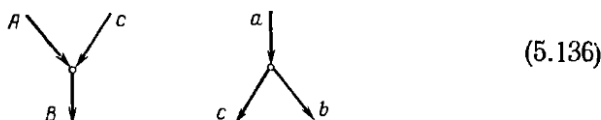
Отсюда сразу следует вывод о возможности использования *фeyнмановских диаграмм* для описания ядерных реакций. Пусть масса частицы a такова, что реально возможен *распад*

$$a \rightarrow b + c, \quad (5.134)$$

где c — некоторая частица, а массы ядер A и B таковы, что реально возможен *синтез*

$$A + c \rightarrow B. \quad (5.135)$$

Распад (5.134) и синтез (5.135) изображаются простейшими диаграммами, содержащими вершину и три отрезка со свободными концами:

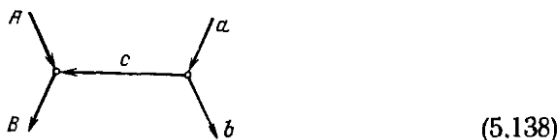


На диаграммах отрезкам линий со свободными концами соответствуют реально существующие частицы, характеризуемые определенной энергией и импульсом, например E_a и \mathbf{p}_a ($E_a^2 = m_a^2 c^4 + \mathbf{p}_a^2 c^2$) и т. д. Направление линии соответствует направлению протекания процесса во времени. Вершине, характеризующей распад или синтез, сопоставлена определенная амплитуда вероятности g , называемая *вершинной частью*. Энергии и импульсы частиц, линии которых пересекаются в одной вершине, связаны законами сохранения.

Очевидно, распад (5.134) и синтез (5.135) возможны, если выполняются условия для масс

$$m_a > m_b + m_c; \quad m_A + m_c < m_B. \quad (5.137)$$

Совокупность распада (5.134) и синтеза (5.135), приводящих к реакции (5.132), можно изобразить диаграммой, содержащей одну внутреннюю линию:

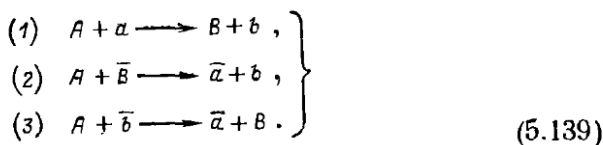


Амплитуда реакции (5.132), отвечающая этой диаграмме, заведомо отлична от нуля, если выполняются условия (5.137). Из единственности аналитического продолжения следует, что и в области значений масс, не удовлетворяющих условиям (5.137), амплитуде реакции (5.132) можно сопоставлять диаграмму (5.138), рассматривая распад и синтез как виртуальные процессы. Другими словами, вследствие аналитических свойств амплитуды диаграммой (5.138) можно пользоваться для описания реакции (5.132) и в том случае, когда реальные рас-

пад и синтез невозможны. Внутренней линии на диаграмме (5.138) сопоставляется виртуальная частица, энергия и импульс которой не связаны кинематическим соотношением, т. е. $E_c^2 \neq m_c^2 c^4 + p_c^2 c^2$. Так как число нуклонов сохраняется, появление виртуальной частицы должно сопровождаться исчезновением одной из начальных частиц. Виртуальная частица, возникшая при распаде в одной вершине, исчезает при синтезе в другой. Исчезновение виртуальной частицы сопровождается появлением одной из конечных частиц.

Основываясь на указанных правилах, для реакции (5.132) можно нарисовать и другие более сложные диаграммы. Каждой из таких диаграмм можно поставить в соответствие определенную амплитуду, при этом полная амплитуда реакции (5.132) представляется в виде суммы амплитуд, отвечающих отдельным диаграммам. Так как важнейшей отличительной чертой прямых процессов является передача энергии и импульса только небольшому числу степеней свободы, то обычно предполагают, что основной вклад в суммарную амплитуду прямого процесса вносят диаграммы с небольшим числом внутренних линий. Очевидно амплитуды, отвечающие различным диаграммам, будут различным образом зависеть от q^2 и E , в частности, особенности амплитуд, отвечающих различным диаграммам, будут разными. Основная задача дисперсионной теории прямых процессов заключается в вычислении амплитуд, отвечающих простейшим фейнмановским диаграммам. Практическое решение этой задачи обычно сводится к отысканию особенностей амплитуд, отвечающих простейшим диаграммам.

Перекрестная симметрия. Амплитуды бинарных реакций характеризуются определенной симметрией, которая является следствием того, что законы сохранения наряду с основной реакцией всегда допускают две другие реакции, отличающиеся перестановкой частиц и заменой их античастицами в начальном и конечном состояниях. Совокупность трех таких реакций запишем в виде



Переход от одной реакции в (5.139) к другой соответствует перенесению символа частицы из одной стороны формулы в другую с одновременной заменой частицы античастицей [черточки над символами в (5.139) означают античастицы]. Очевидно, кроме реакций (5.139) допустимы также обратные реакции, однако не будем их рассматривать. О трех процессах (5.139) часто говорят как о трех перекрестных (или кросс-) каналах одной обобщенной реакции.

Амплитуды бинарных реакций зависят от двух независимых кинематических переменных, в качестве которых удобно выбрать какие-либо две величины из набора инвариантов s , t и u . Напомним, как выражаются инвариантные величины s , t и u через энергии и импульсы

сталкивающихся частиц для основного процесса (первого канала) в (5.139):

$$\left. \begin{aligned} s &= 2(m_a + m_A)E; & E &\equiv E_a + E_A; \\ t &= -q^2 - 2\frac{m_a - m_b}{m_a + m_A}[(m_a - m_b)E + m_B Q]; & q &\equiv p_a - p_b; \\ u &= -P^2 - 2\frac{m_A - m_b}{m_a + m_A}[(m_A - m_b)E + m_B Q]; & P &\equiv p_a + p_b. \end{aligned} \right\} (5.140)$$

Согласно (5.140) инвариант s в первом основном канале имеет простой физический смысл, с точностью до множителя он совпадает с полной кинетической энергией сталкивающихся частиц в их с. ц. и. Во втором

канале аналогичную роль играет инвариант t , который выражается через энергии сталкивающихся частиц A и \bar{B} в с. ц. и., а в третьем канале — инвариант u (выражается через энергии частиц A и \bar{b}). В связи с этим каналы 1, 2 и 3 обычно называют s -, t - и u -каналами. Формально для перехода к t -каналу в (5.140) нужно провести замену $s \rightleftharpoons t$ и $a \rightleftharpoons B$, аналогично для перехода к u -каналу — замену $s \rightleftharpoons u$ и $a \rightleftharpoons b$.

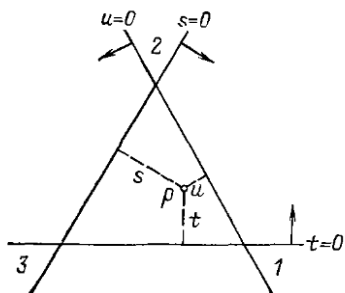


Рис. 5.15. Треугольные координаты на плоскости

значения которой для различных каналов берутся в различных областях изменения переменных (*перекрестная симметрия* или *кросс-инвариантность* амплитуды).

Для наглядного изображения областей изменения переменных s , t и u используют *треугольные координаты на плоскости* [172]. В качестве координатных осей выбирают три прямые, которые лежат на одной плоскости и образуют в пересечении равносторонний треугольник. Координаты s , t и u отсчитывают по направлениям, перпендикулярным этим трем прямым, при этом положительными выбираются направления внутри треугольника (рис. 5.15). Таким образом, каждой точке плоскости отвечают значения s , t и u , изображаемые (с соответствующими знаками) длинами перпендикуляров, опущенных на три оси. Первому каналу, или s -каналу, отвечают физически допустимые значения инвариантных координат $s > 0$ и $t, u < 0$. Второму каналу или t -каналу, соответствуют физически допустимые значения $t > 0$ и $s, u < 0$, и третьему каналу, или u -каналу, соответствуют физически допустимые значения $u > 0$ и $s, t < 0$. Соответствующие области 1—3 приведены на рис. 5.15.

Полусное приближение. Простейшие диаграммы, отвечающие бинарным процессам, содержат одну внутреннюю линию. Нетрудно убедиться, что для какого-либо процесса $a + A \rightarrow B + b$ можно на-

рисовать пять простейших диаграмм (рис. 5.16), различающихся промежуточными состояниями:

Первая диаграмма соответствует распаду частицы a ($a \rightarrow b + c$) с последующим синтезом ядра B ($A + c \rightarrow B$). Промежуточное состояние характеризуется наличием ядра A и частиц b и c . Вторая диаграмма описывает распад ядра A ($A \rightarrow B + c$) с последующим синтезом частицы b ($a + c \rightarrow b$). Промежуточное состояние системы характеризуется наличием ядра B и частиц a и c . Третья диаграмма описывает распад частицы a ($a \rightarrow B + c$) с последующим синтезом частицы b ($A + c \rightarrow b$). Промежуточное состояние характеризуется наличием ядер A и B и частицы c . Четвертая диаграмма описывает распад ядра A ($A \rightarrow b + c$) с последующим синтезом ядра B ($a + c \rightarrow B$). Промежуточное состояние характеризуется наличием трех частиц: a , b и c . Пятая диаграмма описывает переход, при котором сначала происходит синтез виртуальной частицы c ($A + a \rightarrow c$), а затем виртуальная частица распадается ($c \rightarrow B + b$). В этом случае в промежуточном состоянии системы имеется только одна частица c .

Приведем примеры реакции, которые отвечают отдельным диаграммам, изображенным на рис. 5.16. Так, диаграмма 1 описывает реакцию дейтронного срыва (d, p), диаграмма 2 — реакцию захвата (p, d), диаграмма 3 — реакцию обменного срыва, диаграмма 4 — реакцию тяжелого захвата и диаграмма 5 — рассеяние нейтрона на протоне в триплетном состоянии.

Диаграммам с одной внутренней линией отвечают амплитуды, имеющие полюсные особенности, поэтому такие диаграммы обычно называются *полосными*. Покажем прежде всего, что диаграмме 5 отвечает амплитуда, имеющая полюсную особенность. Для этого воспользуемся условием унитарности для S -матрицы

$$S + S = 1. \quad (5.141)$$

Введя оператор перехода на энергетической поверхности

$$S = 1 + T, \quad T_{\beta\alpha} = -i (2\pi)^4 t_{\beta\alpha} \delta(E_\alpha - E_\beta) \delta(\mathbf{p}_\alpha - \mathbf{p}_\beta),$$

условие унитарности (5.141) перепишем в виде

$$t_{\beta\alpha} - t_{\alpha\beta}^* = -i (2\pi)^4 \sum_{\gamma} t_{\gamma\beta}^* t_{\gamma\alpha} \delta(E_\alpha - E_\gamma) \delta(\mathbf{p}_\alpha - \mathbf{p}_\gamma), \quad (5.142)$$

где в правой части суммирование проводится по всем промежуточным состояниям γ . Амплитуда реакции f выражается через матричный эле-

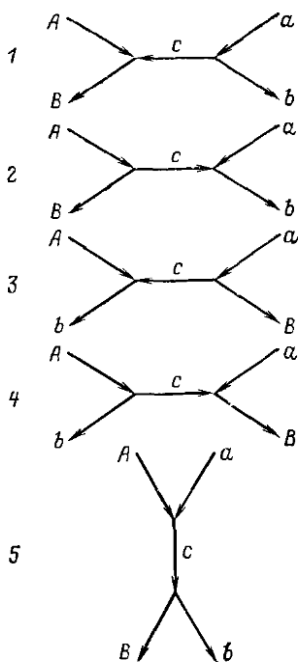


Рис. 5.16. Полосные диаграммы

мент оператора перехода на энергетической поверхности t согласно соотношению

$$f_{\alpha \rightarrow \beta} = -\frac{t_{\beta\alpha}}{2\pi\hbar^2} t_{\beta\alpha}. \quad (5.143)$$

Для процесса (5.132), описываемого диаграммой 5, промежуточные состояния характеризуются наличием одной частицы. Поэтому суммирование в (5.142) по γ сводится к интегрированию по импульсам промежуточной частицы:

$$\sum_{\gamma} \dots \rightarrow \frac{1}{(2\pi)^3} \int d p_c \dots = \frac{2m_c}{(2\pi)^3} \int dE_c d p_c \delta(2m_c E_c - p_c^2) \dots$$

Выполняя в (5.142) суммирование по промежуточным состояниям, получаем

$$t_{\beta\alpha}(r) - t_{\alpha\beta}^*(r) = -i4\pi m_c \delta(r) g_{\beta}^* g_{\alpha}, \quad (5.144)$$

где введены обозначения $g_{\alpha} \equiv t_{\gamma\alpha}(0)$; $g_{\beta} \equiv t_{\gamma\beta}(0)$ и

$$r \equiv 2m_c E_c - p_c^2. \quad (5.145)$$

В правую часть (5.144) входят матричные элементы t -оператора для переходов $\alpha \rightarrow \gamma$ и $\beta \rightarrow \gamma$ при $r = 0$, т. е. для реальных процессов распада и синтеза (g_{α} и g_{β} в этом случае константы). Соотношение (5.144) определяет значение антиэрмитовой части матричного элемента t -оператора для перехода $\alpha \rightarrow \beta$ в зависимости от r , которое выражается через энергию и импульсы сталкивающихся или же разлетающихся частиц.

Зная антиэрмитовую часть t -матрицы, с помощью дисперсионного соотношения (принципа причинности) нетрудно найти саму t -матрицу в зависимости от параметра r :

$$t_{\beta\alpha}(r) = \frac{1}{2\pi i} \int_0^{\infty} dr' \frac{t_{\beta\alpha}(r') - t_{\alpha\beta}^*(r')}{r' - r - i0}. \quad (5.146)$$

Используя (5.144), получаем

$$t_{\beta\alpha}(r) = 2m_c g_{\alpha} g_{\beta}^* / (r + i0). \quad (5.147)$$

Таким образом, диаграмма 5 отвечает амплитуде, имеющей полюсную особенность по переменной r . Для того чтобы найти явную зависимость амплитуды от кинематических переменных, необходимо r выразить через эти переменные (например, через q^2 и E или же через s и t).

Нетрудно убедиться, что остальным диаграммам на рис. 5.16 также соответствуют амплитуды, содержащие полюсную особенность по переменной r . Действительно, направление протекания процесса во времени определяется направлениями линий на диаграмме, соответствующих входящим и выходящим частицам (античастицам на диаграмме соответствуют линии с противоположным направлением), поэтому диаграммы можно поворачивать на плоскости как угодно. Рассмотрим

рим совокупность перекрестных процессов (5.139), которым для определенности поставим в соответствие следующие диаграммы:

$$(5.148)$$

Воспользовавшись сформулированными правилами, диаграмму для процесса $A + \bar{b} \rightarrow \bar{a} + B$ можно тождественно преобразовать:

$$(5.149)$$

Таким образом, согласно приведенному ранее доказательству амплитуда реакции $A + \bar{b} \rightarrow \bar{a} + B$ имеет полюсную особенность, а следовательно, в силу перекрестной симметрии и амплитуда реакции $A + a \rightarrow B + b$ также будет иметь полюсную особенность по переменной r . Выражая r через кинематические переменные (с помощью законов сохранения, выполняющихся для каждой вершины диаграммы), получаем в амплитудах, соответствующих различным диаграммам на рис. 5.16, полюсные особенности по различным физическим переменным.

Итак, мы показали, что для любого прямого процесса с передачей одной частицы (эта частица может быть сложной) амплитуда имеет полюс. Обычно механизм прямого процесса с передачей одной частицы называют полюсным, а соответствующее приближение — *полюсным приближением*.

В случае реакции дейтронного срыва (описываемой диаграммой 1 на рис. 5.16) воспользуемся законами сохранения в правой вершине

$$E_c = E_a - E_b - \epsilon_{bc}^a; \quad \mathbf{p}_c = \mathbf{p}_a - \mathbf{p}_b,$$

где $\epsilon_{bc}^a \equiv (m_b + m_c - m_a)c^2$ (ϵ_{bc}^a — энергия связи дейтрона). Подставляя E_c и \mathbf{p}_c в (5.145), для r в нерелятивистском приближении находим

$$r = t - t_0; \quad t_0 \equiv 2m_c \epsilon_{bc}^a > 0. \quad (5.150)$$

Таким образом, амплитуда реакции срыва имеет полюсную особенность по переменной t . Полюсное значение t_0 лежит в нефизической области ($t_0 > 0$), поэтому амплитуда реакции срыва $f_{a,p} \sim 1/(t - t_0)$ достигает максимального значения на границе физической области, т. е. при $t = 0$. Так как малым значениям $|t|$ соответствуют малые значения квадрата передаваемого импульса \mathbf{q}^2 , то отсюда следует, что амплитуда реакции срыва будет максимальной при малых углах.

Чем меньше масса виртуальной частицы m_c и меньше энергия связи в правой вершине ϵ_{bc}^a , тем ближе к физической области находится полюсное значение t_0 . В случае дейтронного срыва полюс t_0 находится вблизи границы физической области ($t = 0$), поскольку масса виртуальной частицы принимает минимальное значение, равное массе нуклона, а энергия связи дейтрона мала по шкале ядерных энергий. Близостью полюса t_0 к физической области и объясняется успех батлеровской теории, которая соответствует учету только полюсных диаграмм при вычислении амплитуды реакции¹ (для этого необходимо, чтобы ближайšie особенности, отвечающие другим диаграммам, находились значительно дальше от границы физической области, чем полюс).

В случае реакции захвата (p, d), описываемой диаграммой 2 на рис. 5.16, аналогичным образом имеем

$$r = t - t_0; t_0 \equiv 2m_c \epsilon_{ac}^b > 0. \quad (5.151)$$

Следовательно, амплитуда реакции захвата, так же как и амплитуда реакции срыва, характеризуется полюсной особенностью по переменной t , причем полюс t_0 находится вблизи границы физической области. Поэтому амплитуда максимальна в области малых углов и хорошо оправдано полюсное приближение.

Диаграммы 3 и 4 на рис. 5.16 соответствуют реакциям обменного срыва и тяжелого захвата; r в этом случае выражается через переменную u :

$$r = u - u_0, \quad (5.152)$$

где $u_0 \equiv 2m_c \epsilon_{bc}^a$ или $2m_c \epsilon_{bc}^A$ соответственно для обменного срыва или тяжелого захвата. Амплитуда реакции имеет полюс по переменной u при u_0 , который находится вне физической области. Поэтому амплитуда максимальна на границе физической области, т. е. при $u = 0$. Так как минимальное значение $|u|$ соответствует малым значениям $\mathbf{P} = \mathbf{p}_a + \mathbf{p}_b$, то максимум амплитуды соответствует большим углам разлета (угловое распределение характеризуется максимумом в направлении назад). Заметим, однако, что анизотропия в угловом распределении проявляется только при малых энергиях E , поскольку в соотношении для u (5.140) энергия входит с большим коэффициентом ($m_A - m_b$).

Диаграмме 5 на рис. 5.16 соответствует амплитуда, имеющая полюс по переменной s , поскольку

$$r = s - s_0; s_0 \equiv -2m_c \epsilon_{aA}^c. \quad (5.153)$$

Угловое распределение в этом случае изотропно. Если $\epsilon_{aA}^c > 0$, то амплитуда максимальна при $s = 0$, т. е. при малых энергиях. Примером физического процесса, описываемого такой амплитудой, может служить рассеяние нейтрона на протоне в триплетном состоянии при малых энергиях (ϵ_{aA}^c в этом случае представляет собой энергию связи дейтрона).

¹ На соответствие батлеровского приближения полюсной диаграмме впервые указал Амадо [173].

Выражение для амплитуды (5.147), отвечающей полюсным диаграммам, изображенным на рис. 5.16, получено из соотношений унитарности и принципа причинности. Формально точно такое же выражение можно получить на основе нижайшего приближения теории возмущений. В теории возмущений амплитуды $t_{\gamma\alpha}(0)$ и $t_{\gamma\beta}(0)$, сопоставляемые с отдельными вершинами на диаграмме (вершинные части), представляют собой вещественные константы и предполагаются малыми. Поэтому в теории возмущений диаграммы с большим числом вершин вносят меньший вклад в суммарную амплитуду. В дисперсионной теории, однако, вершинные части не предполагаются малыми.

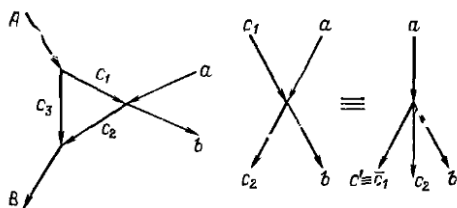


Рис. 5.17. Треугольная диаграмма

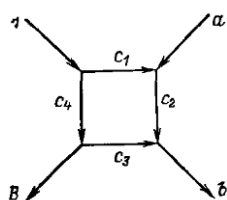


Рис. 5.18. Четырехугольная диаграмма

Диаграммы, используемые в дисперсионной теории соответствуют суммам бесконечного числа диаграмм теории возмущений. Например, амплитуда, отвечающая полюсным диаграммам дисперсионной теории, сопоставляется с полюсной частью амплитуды, соответствующей сумме бесконечного числа диаграмм теории возмущений (проводящих кроме полюсной и к другим особенностям). По своей структуре *полюсная часть* полной амплитуды совпадает с амплитудой для простейшей полюсной диаграммы теории возмущений (поскольку она, кроме полюса, никаких других особенностей не имеет), но с другими константами (учитывающими перенормировку постоянных взаимодействия и массы полюсной частицы). Такое соответствие между амплитудами дисперсионной теории и амплитудами теории возмущений объясняет, почему применение теории возмущений для расчета амплитуды прямого процесса может приводить к правильным (по характеру функциональной зависимости) результатам. Для этого необходимо, чтобы область рассматриваемых значений кинематических переменных лежала вблизи особенности (например, полюса) амплитуды.

Треугольная диаграмма. Наряду с простейшим механизмом прямых реакций, сводящимся к передаче одной частицы, возможны более сложные механизмы с передачей двух и большего числа частиц. При этом ядерные реакции описываются диаграммами, отличающимися от полюсных наличием большего числа вершин, а значит, и большего числа внутренних линий. Простейшими из таких диаграмм являются так называемые треугольная и четырехугольная диаграммы, изображенные соответственно на рис. 5.17 и рис. 5.18.

Треугольная диаграмма характеризуется наличием трех вершин и трех внутренних линий. В отличие от полюсной диаграммы треуголь-

ная диаграмма содержит новый элемент — *четырёхлучевую вершинную часть*, отвечающую распаду одной из частиц на три. Так, в треугольной диаграмме правая вершина соответствует распаду частицы a на три частицы: $b, c' = \bar{c}_1$ и c_2 (две последние из которых виртуальные). Четырёхлучевую вершинную часть можно рассматривать также как амплитуду, описывающую переход двух частиц a и c_1 в две частицы b и c_2 . Поэтому четырёхлучевая вершинная часть зависит от двух инвариантов (например, энергий частиц a и c_1), а также квадрата передаваемого импульса q_{ab}^2) в отличие от трёхлучевой вершинной части, зависящей в общем случае от квадрата передаваемого импульса.

Четырёхугольная диаграмма содержит четыре вершины и четыре внутренние линии, отвечающие четырем виртуальным частицам. Можно нарисовать также более сложные диаграммы с большим числом вершин и внутренних линий, однако для теории прямых ядерных реакций они не представляют большого практического интереса.

Основная задача дисперсионной теории заключается в нахождении особенностей амплитуд, отвечающих простейшим диаграммам. Для решения этой задачи обычно учитывают, что аналитические свойства амплитуд дисперсионной теории, отвечающих учету промежуточных состояний с определенным числом частиц, совпадают с аналитическими свойствами амплитуд теории возмущений. Поэтому для выяснения аналитических свойств амплитуд обычно используется формализм *фейнмановской теории возмущений*. Согласно этой теории амплитуду процесса с участием n виртуальных частиц записывают в виде интеграла:

$$f_{\alpha \rightarrow \beta} = G \int \frac{dE_1 d\mathbf{p}_1 dE_2 d\mathbf{p}_2 \dots dE_l d\mathbf{p}_l}{(p_1^2 - 2m_1 E_1 - i0)(p_2^2 - 2m_2 E_2 - i0) \dots (p_n^2 - 2m_n E_n - i0)}, \quad (5.154)$$

где G — некоторая константа, выражающаяся через произведение амплитуд виртуальных процессов, отвечающих вершинам диаграммы; m_i, E_i, \mathbf{p}_i ($i = 1, 2, \dots, n$) — массы, кинетические энергии и импульсы виртуальных частиц; l — число независимых 4-импульсов виртуальных частиц. Если число вершин в диаграмме равно m и в каждой вершине выполняются законы сохранения, то на n 4-импульсов виртуальных частиц накладывается $m - 1$ связей (одна из связей обеспечивает сохранение энергии и импульса всей системы в целом). Поэтому $l = n - m + 1$.

Для полюсных диаграмм $m = 2, n = 1$ и $l = 0$. Из (5.154) сразу следует выражение для амплитуды (5.147), содержащее полюсную особенность. Для треугольной диаграммы $m = 3, n = 3$ и $l = 1$. Для четырёхугольной диаграммы $m = 4, n = 4$ и $l = 1$. В общем случае для диаграмм, у которых число внутренних линий совпадает с числом вершин, $l = 1$, такие диаграммы называются *одноконтурными*. Амплитуда одноконтурной диаграммы определяется интегралом

$$f_{\alpha \rightarrow \beta} = G \int \frac{dE_1 d\mathbf{p}_1}{(p_1^2 - 2m_1 E_1 - i0)(p_2^2 - 2m_2 E_2 - i0) \dots (p_n^2 - 2m_n E_n - i0)} \quad (n \geq 2). \quad (5.155)$$

Энергии и импульсы виртуальных частиц 2, 3, ..., n в (5.155) выражаются через E_1 и \mathbf{p}_1 , а также энергии и импульсы реальных частиц. Так как в выражения (5.154) и (5.155) входят только инвариантные относительно преобразований системы отсчета величины $\mathbf{p}_i^2 - 2m_i E_i$ и $dE d\mathbf{p}$, то сами амплитуды (5.154) и (5.155) являются инвариантными величинами и, следовательно, могут зависеть только от кинематических инвариантов s , t и u .

В случае треугольной диаграммы амплитуда определяется выражением

$$f_{\alpha \rightarrow \beta} = G \int \frac{dE_1 d\mathbf{p}_1}{(\mathbf{p}_1^2 - 2m_1 E_1 - i0) (\mathbf{p}_2^2 - 2m_2 E_2 - i0) (\mathbf{p}_3^2 - 2m_3 E_3 - i0)}. \quad (5.156)$$

Для вычисления интеграла воспользуемся тождеством

$$\frac{1}{r_1 r_2 r_3} = 2 \int_0^1 d\alpha_1 \int_0^1 d\alpha_2 \int_0^1 d\alpha_3 \frac{\delta(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 - 1)}{(\alpha_1 r_1 + \alpha_2 r_2 + \alpha_3 r_3)^3}.$$

Выразив энергии E_2 и E_3 и импульсы \mathbf{p}_2 и \mathbf{p}_3 через энергию и импульс виртуальной частицы 1, а также энергии и импульсы реальных частиц, перепишем амплитуду (5.156) в виде

$$f_{\alpha \rightarrow \beta} = 2G \int_0^1 d\alpha_1 \int_0^1 d\alpha_2 \int_0^1 d\alpha_3 \int dE_1 d\mathbf{p}_1 \frac{\delta(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 - 1)}{(\mathbf{p}_1^2 + A\mathbf{p}_1 + BE_1 + C - i0)^3}, \quad (5.157)$$

где A , B и C определяются равенствами

$$\begin{aligned} A &= 2\alpha_2 \mathbf{q} - \alpha_3 \mathbf{p}_A; & B &= 2(\alpha_1 m_1 + \alpha_2 m_2 - \alpha_3 m_3); \\ C &= \alpha_2 \mathbf{q}^2 + \alpha_3 \mathbf{p}^2 - 2\alpha_2 m_2 [Q' + E_a - E_b] + 2m_3 \varepsilon_{13}^A \\ &(\mathbf{q} = \mathbf{p}_a - \mathbf{p}_b, \varepsilon_{13}^A = (m_1 + m_3 - m_A)c^2, Q' = (m_a - m_b + \\ &\quad + m_1 - m_2)c^2). \end{aligned}$$

Воспользовавшись соотношением

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dE}{(BE + R - i0)^3} = \frac{i\pi}{R^2} \delta(B)$$

и выполнив интегрирование по трехмерному импульсу $d\mathbf{p}_1$ (а также по $d\alpha_2$ и $d\alpha_3$ за счет δ -функций), амплитуду (5.157) представим в виде однократного интеграла

$$f_{\alpha \rightarrow \beta} = G' \int \frac{d\alpha_1}{(a\alpha_1^2 + b\alpha_1 + c - i0)^{1/2}}.$$

Величины a , b и c выражаются через массы частиц. Выполняя оставшееся интегрирование, окончательно находим следующее выражение для амплитуды, отвечающей треугольной диаграмме:

$$f_{\alpha \rightarrow \beta} = \frac{c}{\sqrt{z}} \ln \frac{1 + \sqrt{z}}{1 - \sqrt{z}}, \quad (5.158)$$

где введены обозначения

$$\left. \begin{aligned} z &\equiv 1 + (t - t_\Delta)/(t_\Delta - t_1); \quad t_1 \equiv -2(m_a - m_b)Q; \\ t_\Delta &\equiv 2m_1 m_2 \left(\sqrt{\frac{e_{13}^A}{\mu_{13}}} + \sqrt{\frac{e_{23}^B}{\mu_{23}}} \right)^2 - \\ &\quad - 2(m_a - m_b)Q' > 0; \\ c &= -\frac{i}{4\pi} \frac{m_1 m_2 m_3}{\sqrt{m_A m_B}} \frac{g_A g_B g}{\sqrt{t_\Delta - t_1}}, \end{aligned} \right\} \quad (5.159)$$

а g_A , g_B и g' — соответственно амплитуды виртуального распада ядра A , синтеза ядра B и реакции $a + c_1 \rightarrow b + c_2$ [при вычислении (5.158) амплитуды виртуальных процессов полагались постоянными].

Амплитуда (5.158) имеет особенность по переменной z при $z = 1$. Согласно (5.159) это означает, что t_Δ является особой точкой амплитуды по переменной t (при $t = t_\Delta$ амплитуда, соответствующая треугольной диаграмме, обращается в бесконечность). Точка $z = 1$, и, следовательно, $t = t_\Delta$ является точкой ветвления. Величина t_Δ вещественна и положительна, т. е. t_Δ находится в нефизической области значений t . Величина t_Δ тем больше, чем больше массы виртуальных частиц и энергии связи в вершинах диаграммы. Заметим, что точка $z = 0$ и, следовательно, $t = t_1$ не является особенностью амплитуды. Путем непосредственной проверки нетрудно убедиться, что амплитуда (5.158) при $z = 0$ принимает конечное значение. Амплитуда (5.158) — аналитическая функция на комплексной плоскости t с разрезом вдоль вещественной оси от точки t_Δ до $+\infty$.

Вдали от особенности t_Δ амплитуда (5.158) убывает с увеличением $t - t_\Delta$ значительно медленнее полюсной амплитуды, а именно

$$f_\Delta(t) \sim 1/\sqrt{t - t_\Delta}; \quad (t - t_\Delta)/(t_\Delta - t_1) \gg 1,$$

в то время как полюсная амплитуда изменяется как

$$f_0(t) \sim 1/(t - t_0).$$

Это означает, что учет в амплитуде треугольных диаграмм с далеко расположенными особенностями практически приводит к изотропному угловому распределению, в то же время такой учет существенным образом сказывается на абсолютной величине сечений. Отношение амплитуд, отвечающих треугольной и полюсной диаграммам, зависит от удаленности особенностей t_Δ и t_0 от границы физической области. Поэтому определение положения особенностей, отвечающих различным диаграммам, является решающим для установления механизма рассматриваемого процесса.

В табл. 5.1 приведены значения полюсов t_0 и треугольных особенностей t_Δ , а также граничные значения t_m для прямых реакций (d, n), (α, t) и (${}^3\text{He}, \alpha$) на различных ядрах, (t , МэВ, а. е. м.).

Как видно из таблицы, в случае дейтронных реакций срыва t_Δ примерно в несколько десятков раз больше t_0 . Это обусловлено тем, что из-за малости энергии связи дейтрона полюс t_0 располагается очень близко к физической области.

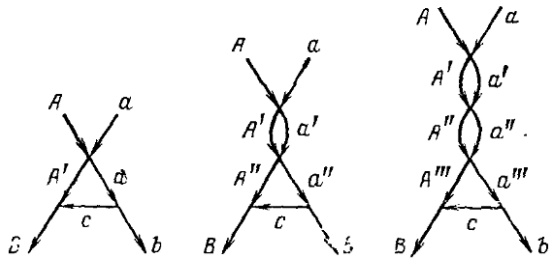
Таблица 5.1

Ядра	(d, n)			(α, t)			³ He, α		
	t_0	t_{Δ}	t_m	t_0	t_{Δ}	t_m	t_0	t_{Δ}	t_m
¹⁰ B	4,47	138	-12,9	39,6	173	0	41,1	53,3	0
¹² C	4,47	225	0	39,6	260	-24,9	41,1	232	0
¹⁴ N	4,47	141	-10,2	39,6	176	0	41,1	97,8	0
¹⁶ O	4,47	162	0	39,6	197	0	41,1	193	0

В то же время в случае реакций срыва для частиц, отличных от дейтрона, треугольная особенность располагается не очень далеко от полюсной. Поэтому при рассмотрении реакций, отличных от дейтронного срыва и захвата, необходимо наряду с полюсной диаграммой учитывать также более сложную треугольную диаграмму. Отметим, что обычно существует не одна, а несколько треугольных диаграмм с близко расположенными особенностями. При наличии большого числа родственных диаграмм дисперсионная теория оказывается практически мало пригодной для нахождения амплитуд ядерных реакций. В этом смысле метод искаженных волн более универсален, поскольку он учитывает вклад не только полюсной, треугольных или четырехугольных диаграмм, но и взаимодействие во входном и выходном каналах реакции [174].

Взаимодействие в начальном и конечном состояниях. Дисперсионный подход, основанный на введении диаграмм, позволяет последовательно учесть взаимодействие между частицами в начальном и

Рис. 5.19. Диаграммы, отвечающие учету взаимодействия между частицами в начальном состоянии



конечном состояниях. Рассмотрим амплитуду прямого процесса $a + A \rightarrow B + b$, отвечающего полюсной диаграмме (рис. 5.16). Учет взаимодействия в начальном состоянии соответствуют диаграммы, изображенные на рис. 5.19. На этих диаграммах учитывается виртуальный процесс рассеяния частицы a ядром A , который может повторяться неограниченное число раз. В случае однократного рассеяния, характеризуемого первой из диаграмм на рис. 5.19, соответствующая амплитуда рассеяния имеет особенность по переменной s при $s = 0$.

таким же особенностям приводят и остальные диаграммы, изображенные на рис. 5.19.

Аналогичная ситуация имеет место и при учете взаимодействия в конечном состоянии. Соответствующие диаграммы изображены на рис. 5.20. Если реакция пороговая ($Q < 0$), то особенности по s будут при $s = 0$, а если $Q > 0$, то при $s = -Q$. Так как различным диаграммам на рис. 5.19 и 5.20 соответствуют одинаковые особенности, то при

нахождении амплитуды необходимо учитывать вклад бесконечного ряда диаграмм. Эту задачу можно решить, воспользовавшись условием унитарности S -матрицы и дисперсионным соотношением для амплитуды по энергии.

Ограничимся для простоты учетом взаимодействия в конечном состоянии (одновременный учет взаимодействия в начальном состоянии не изменяет существенно результаты, однако приводит к значительному усложнению формул), соответствующие диаграммы изображены на рис. 5.20. Промежуточные состояния для таких диаграмм характеризуются наличием частицы b и ядра B , т. е. являются

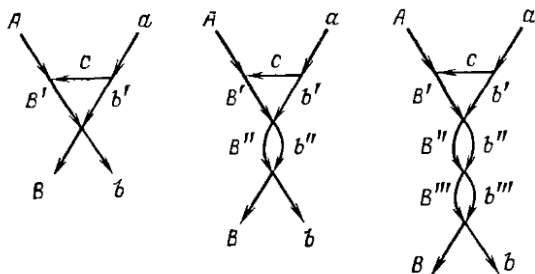


Рис. 5.20. Диаграммы, отвечающие учету взаимодействия между частицами в конечном состоянии

двухчастичными. Согласно соотношению унитарности (5.142) антиэрмитовую часть матрицы перехода, отвечающую учету двухчастичных промежуточных состояний, запишем в виде

$$t_{\beta\alpha} - t_{\alpha\beta}^* = -i (2\pi)^4 \sum_{\beta'} t_{\beta', \beta}^* t_{\beta', \alpha} \delta(E_\alpha - E_{\beta'}) \delta(p_\alpha - p_{\beta'}), \quad (5.160)$$

где суммирование по промежуточным состояниям β' (мы воспользовались для промежуточных состояний символом β' вместо γ , чтобы подчеркнуть тождественность промежуточных и конечных частиц) означает интегрирование по промежуточным импульсам:

$$\sum_{\beta'} \dots \rightarrow \int \frac{d^3 p_{\beta'}}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 p_{B'}}{(2\pi)^3} \dots$$

(полагаем $\hbar = 1$). Замечая, что $dp_{b'} = \mu_{\beta b} dp_b \cdot do'$, и выполняя в (5.160) интегрирование за счет δ -функций, получаем

$$t_{\beta\alpha} - t_{\alpha\beta}^* = -i \frac{\mu_{\beta b} p_b}{4\pi^2} \int do' t_{\beta', \beta}^* t_{\beta', \alpha}, \quad (5.161)$$

где $p_b^2 = 2\mu_{\beta} (E + Q)$; E — кинетическая энергия частиц во входном канале. Выразим в (5.161) матричный элемент $t_{\beta', \beta}$ через амплитуду рассеяния частицы b на ядре B :

$$f_{\beta \rightarrow \beta'} = -\frac{\mu_{\beta}}{2\pi} t_{\beta', \beta},$$

тогда

$$t_{\beta\alpha} - t_{\alpha\beta}^* = i \frac{p_b}{2\pi} \int do' f_{\beta \rightarrow \beta'}^* t_{\beta', \alpha}. \quad (5.162)$$

Если $Q < 0$, то правая часть (5.162) обращается в нуль при $E = -Q$ из-за множителя p_b и равна нулю при $E < -Q$, так как реакция $\alpha \rightarrow \beta'$ запрещена законом сохранения энергии. Амплитуда реакции — аналитическая функция в комплексной плоскости E с разрезом вдоль вещественной оси от 0 до $+\infty$. Используя дисперсионное соотношение для амплитуды реакции по энергии, получаем

$$t_{\beta\alpha}(q^2, E) = t_{\beta\alpha}^0(q^2, E) + \frac{1}{4\pi^2} \int_0^\infty dE' \int d\omega' \frac{p_b' f_{\beta \rightarrow \beta'}^*(q_b'^2, E') t_{\beta' \alpha}(q'^2, E')}{E' - E - i0}, \quad (5.163)$$

где $t^0(q^2, E)$ — амплитуда, отвечающая учету одночастичных промежуточных состояний, т. е. полюсная часть амплитуды; $q' = p_\alpha - p_b$; $q_b = p_b - p_b'$. Если $Q > 0$, то нижний предел интегрирования по энергии в (5.163) следует заменить на $-Q$. Полученное соотношение (5.163) можно рассматривать как интегральное уравнение для нахождения амплитуды реакции с учетом взаимодействия между частицами в конечном состоянии. Это уравнение называют уравнением Омнеса—Мухелишвили, в теории прямых ядерных реакций оно было использовано в [171]. Решение уравнения (5.163) можно представить в виде суммы ряда последовательных итераций, отдельные члены которого

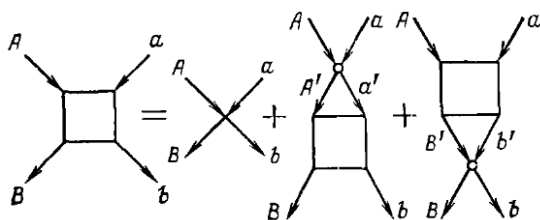


Рис. 5.21. Графическое изображение интегрального уравнения для амплитуды процесса

соответствуют диаграммам, изображенным на рис. 5.20. Точное решение интегрального уравнения соответствует учету бесконечного числа диаграмм. Интегральное уравнение (5.163) изображено графически на рис. 5.21, где крестиком обозначен свободный член, кружком — амплитуда рассеяния и прямоугольником — амплитуда процесса.

Для нахождения решения уравнения (5.163) воспользуемся разложением по парциальным составляющим:

$$t(q'^2, E) = \sum_l (2l+1) t_l(E) P_l(z');$$

$$f(q_b^2, E) = \sum_l (2l+1) f_l(E) P_l(z_b),$$

где z' — косинус угла между p_α и p_b' ; z_b — косинус угла между p_b и p_b' . В результате из (5.163) для парциальной амплитуды процесса $t_l(E)$ находим уравнение

$$t_l(E) = t_l^0(E) + \frac{1}{\pi} \int_0^\infty dE' \frac{u_l^*(E') t_l(E')}{E' - E - i0}, \quad (5.164)$$

где

$$u_l(E) = p f_l(E) = \exp[i\delta_l(E)] \sin \delta_l(E). \quad (5.165)$$

Здесь $\delta_l(E)$ — фаза рассеяния в состоянии с определенным орбитальным моментом.

Введем две функции $\Phi_l^+(E)$ и $\Phi_l^-(E)$:

$$\Phi_l^\pm(E) \equiv \frac{1}{2\pi i} \int_0^\infty dE' \frac{u_l^*(E') t_l(E')}{E' - E \mp i0}, \quad (5.166)$$

связанные соотношением

$$\Phi_l^+(E) - \Phi_l^-(E) = u_l^*(E) t_l(E). \quad (5.167)$$

Используя определение (5.166), интегральное уравнение (5.164) запишем в виде

$$t_l(E) = t_l^0(E) + 2i \Phi_l^+(E). \quad (5.168)$$

Подставляя это соотношение в (5.167), находим

$$\Phi_l^+(E) (1 - 2i u_l^*(E)) - \Phi_l^-(E) = u_l^*(E) t_l^0(E). \quad (5.169)$$

Введем обозначение

$$1 - 2i u_l^*(E) \equiv \rho_l^-(E) / \rho_l^+(E), \quad (5.170)$$

тогда

$$\frac{\Phi_l^+(E)}{\rho_l^+(E)} - \frac{\Phi_l^-(E)}{\rho_l^-(E)} = \frac{u_l^*(E) t_l^0(E)}{\rho_l^-(E)},$$

и, следовательно,

$$\Phi_l^\pm(E) = \frac{\rho_l^\pm(E)}{2\pi i} \int_0^\infty dE' \frac{u_l^*(E') t_l^0(E')}{\rho_l^\mp(E') (E' - E \mp i0)}. \quad (5.171)$$

Прологарифмировав соотношение (5.170) и воспользовавшись (5.165), найдем

$$\ln \rho_l^+(E) - \ln \rho_l^-(E) = 2i\delta_l(E),$$

откуда сразу следует

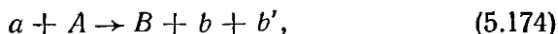
$$\ln \rho_l^\pm(E) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty dE' \frac{\delta_l^*(E')}{E' - E \mp i0}. \quad (5.172)$$

Подставляя (5.171) в (5.168), окончательно решение интегрального уравнения (5.164) получаем в виде

$$t_l(E) = t_l^0(E) + \frac{\rho_l^+(E)}{\pi} \int_0^\infty dE' \frac{\exp[-i\delta_l^*(E')] \sin \delta_l^*(E') t_l^0(E')}{\rho_l^-(E') (E' - E - i0)}. \quad (5.173)$$

Фаза $\delta_l(E)$ описывает ядерное и кулоновское взаимодействия между частицами. Таким образом, удалось получить амплитуду прямого процесса $a + A \rightarrow B + b$, полностью учитывающую взаимодействие между частицами в конечном состоянии. Аналогичным путем можно провести учет взаимодействия между частицами и в начальном состоянии.

Реакции выбивания. Диаграммный подход используется также для описания реакций выбивания, т. е. реакций, в которых число конечных частиц больше двух. Простейшая диаграмма, которую можно сопоставить процессам выбивания с образованием трех частиц в конечном состоянии



изображена на рис. 5.22. Так как амплитуды процессов с образованием трех частиц в конечном состоянии зависят от большего числа независимых переменных (по сравнению с амплитудами бинарных процессов), то анализ вкладов отдельных диаграмм в амплитуду оказывается очень сложным.

Во-первых, вклад различных диаграмм в амплитуду процесса (5.174) зависит не только от масс участвующих в реакции частиц, но и от энергий вылетающих частиц, поэтому в различных областях энергетического спектра продуктов реакции могут проявляться различные диаграммы. Во-вторых, положение особенностей зависит от кинематических инвариантов, поэтому особенности треугольных диаграмм могут располагаться ближе к физической области, чем полюсные особенности. Вследствие этого для выявления механизма реакции необходимо изучать зависимость дифференциального сечения от нескольких переменных (так как измерения угловой корреляции между частицами или энергетического распределения одной из них недостаточно для установления механизма процесса).

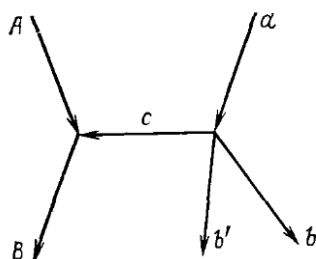


Рис. 5.22. Полюсная диаграмма для реакции выбивания

В некоторых случаях для установления полюсного механизма в реакции выбивания можно использовать так называемый *критерий Треймана—Янга* [175]. Если спин виртуальной частицы c равен нулю, то в системе покоя налетающей частицы a амплитуда реакции должна не изменяться при вращении плоскости $(p_b, p_{b'})$ вокруг направления импульса частицы c : $p_c = p_b + p_{b'} = p_A - p_B$. Это обусловлено азимутальной симметрией, которая должна иметь место в реакции $a + c \rightarrow b + b'$ при нулевом спине частицы c . Поэтому сечение процесса (5.174) факторизуется и может быть выражено через сечение виртуальной реакции, которой отвечает правая вершина на диаграмме [амплитуда процесса (5.174) при этом оказывается зависящей от трех переменных вместо пяти в общем случае]. При нерелятивистских энергиях критерий Треймана—Янга оказывается справедливым в некоторых случаях и для частиц со спином [176]¹.

Наиболее успешно диаграммный подход используется для описания трехнуклонных систем, при этом учитываются не только полюсная и треугольная диаграммы, но и более сложные. С помощью *суммиро-*

1 Вопросы идентификации механизмов прямых ядерных реакций при высоких энергиях детально рассмотрены в обзоре [177].

вания бесконечного ряда диаграмм оказалось возможным получить точные интегральные уравнения для системы трех нуклонов [178]. Тем не менее во многих случаях при рассмотрении трехнуклонных систем оказывается достаточным учет полюсной и треугольной диаграмм. Например, в случае развала в системе $n + d$ учет полюсной и треугольной диаграмм приводит к качественно правильному описанию, хотя количественное согласие при малых энергиях и отсутствует ($E \leq 10$ МэВ). При высоких энергиях ($E > 100$ МэВ) указанные диаграммы приводят к хорошему количественному описанию развала $n + d$. Однако в случае трехчастичных реакций на тяжелых ядрах указанные диаграммы не дают количественного описания даже при очень высоких энергиях, если не учитывать взаимодействия в начальном и конечном состояниях. Причина неудовлетворительного описания с помощью простейших диаграмм для малонуклонных и многонуклонных систем различна. Для малонуклонных систем при малых энергиях существенно перерасеяние на одних и тех же нуклонах, причем параметром является величина отношения a/R (a — амплитуда рассеяния; R — расстояние между нуклонами). С увеличением энергии a уменьшается и рассеяние происходит преимущественно на малые углы, поэтому вероятность последующего рассеяния в малонуклонной системе сильно уменьшается. Эти аргументы теряют свою силу для тяжелых ядер, когда даже при рассеянии строго вперед частица встречает много других нуклонов. Поэтому в таких ядрах при малых энергиях существенно как перерасеяние на одном и том же нуклоне, так и рассеяние на остальных нуклонах, встречающихся на пути рассеиваемой частицы. При высоких энергиях ($E > 100$ МэВ) только второй эффект играет роль, что и учитывается в дифракционной теории многократного рассеяния.

З а д а ч и

1. Рассмотреть свойства вершинных функций, описывающих процессы двухчастичного распада $a \rightarrow b + c$ и синтеза $b + c \rightarrow a$ [179].

Для бесспиновых частиц вершинные функции, сопоставляемые вершинам с тремя концами на фейнмановских диаграммах, являются скалярными функциями от кинематических инвариантов

$$t_{a \rightarrow b+c} = g. \quad (5.175)$$

Для частиц со спинами вершинные функции имеют более сложную структуру, так как они зависят от проекций спинов частиц. Основываясь на требованиях ковариантности, вершинную функцию для процесса распада запишем в виде

$$t_{a \rightarrow b+c} = t_{\mu_b \mu_c; \mu_a} = \sqrt{4\pi} \times \\ \times \sum_{lsm\mu} g_{ls} (j_b \mu_b j_c \mu_c | s \mu) (lms\mu | j_a \mu_a) Y_{lm}(n_{bc}), \quad (5.176)$$

где j_a, j_b, j_c и μ_a, μ_b, μ_c — полные моменты и их проекции для отдельных частиц; n_{bc} — единичный вектор в направлении относительного импульса между частицами b и c ; g_{ls} — форм-факторы, зависящие от инвариантных комбинаций энергий и импульсов частиц a, b и c . Аналогично определяется вершинная функция для процесса синтеза.

В случае реального распада или синтеза, когда все три частицы a, b и c свободны (находятся на энергетической поверхности), g_{ls} являются константа-

ми. [Со гласно (1.32) число независимых кинематических переменных, от которых может зависеть амплитуда процесса, при $n=1$ равна нулю.] Если же одна из частиц является виртуальной (например, частица c), то вершинные функции зависят от одной переменной, в качестве которой можно выбрать $r_c \equiv 2m_c E_c - p_c^2$ или квадрат передаваемого импульса $q^2 = (p_a - p_b)^2$ (в системе покоя частицы a переменная t непосредственно выражается через квадрат передаваемого импульса q^2 : $t = -\frac{m_c}{\mu_{bc}} q^2$, где μ_{bc} — приведенная масса частиц b и c). В общем случае, когда все три частицы виртуальны (находятся вне энергетической поверхности), форм-факторы g_{ls} зависят от трех независимых кинематических переменных, в качестве которых удобно использовать r_a, r_b и r_c .

Вершинные функции $t_{a \rightarrow b+c}$ и $t_{b+c \rightarrow a}$ выражаются через вычет амплитуды упругого рассеяния частиц b и c по их энергии относительно движения E в точке, отвечающей энергии связанного состояния частиц b и c [$E = -\varepsilon_{bc}^a$, где $\varepsilon_{bc}^a \equiv (m_b + m_c - m_a) c^2$ — энергия связи частицы a]:

$$\text{Res} \langle q' | t(E) | q \rangle \Big|_{E = -\varepsilon_{bc}^a} = \sum_{\mu_a} t_{a \rightarrow b+c}^*(q') t_{b+c \rightarrow a}(q). \quad (5.177)$$

Используя для $t(E)$ операторное уравнение

$$t(E) = V + V \frac{1}{E - H + i0} V,$$

где H — полный гамильтониан; V — потенциал взаимодействия между частицами b и c , для вершинных функций получаем

$$t_{a \rightarrow b+c}(q) = - \left(\varepsilon_{bc}^a + \frac{q^2}{2\mu_{bc}} \right) \int d\mathbf{r} \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}) I(\mathbf{r}), \quad (5.178)$$

где $I(\mathbf{r})$ — интеграл перекрытия внутренних волновых функций частиц a, b и c :

$$I(\mathbf{r}_{bc}) \equiv I_{\mu_b \mu_c; \mu_a}(\mathbf{r}_{bc}) = \int d\zeta_b d\zeta_c \Phi_{\mu_b}^*(\zeta_b) \Phi_{\mu_c}^*(\zeta_c) \Phi_{\mu_a}(\zeta_b, \zeta_c, \mathbf{r}_{bc}) \quad (5.179)$$

(интегрирование по внутренним координатам включает и суммирование по спиновым переменным). Интеграл перекрытия перепишем в виде

$$I(\mathbf{r}) = \sum_{lsm\mu} i^l I_{ls}(\mathbf{r}) (j_b \mu_b j_c \mu_c | sm) (lmsm | j_a \mu_a) Y_{lm}(n), \quad (5.180)$$

где $\mathbf{n} = \mathbf{r}_{bc}/r_{bc}$. Используя (5.176) и (5.178), для форм-факторов получаем

$$g_{lc}(q^2) = -\sqrt{4\pi} \left(\varepsilon_{bc}^a + \frac{q^2}{2\mu_{bc}} \right) \int_0^\infty dr r^2 j_l(qr) I_{ls}(r). \quad (5.181)$$

Таким образом, форм-факторы g_{ls} зависят только от одной переменной q^2 , которая связана с r_b и r_c соотношением

$$q^2 = -2\mu_{bc} \left(\varepsilon_{bc}^a + \frac{r_b}{2m_b} - \frac{r_c}{2m_c} \right). \quad (5.182)$$

Согласно определению (5.177) частица a оказывается на энергетической поверхности, поэтому $r_a = 0$.

Вершинным функциям, описывающим отделение или присоединение нуклона к ядру, соответствуют в одночастичной модели оболочек интегралы перекрытия, сводящиеся к оболочечным волновым функциям нуклона. В кластерной модели, в которой волновая функция ядра представляется в виде произведения внутренних волновых функций кластеров на волновую функцию их относительного движения, интеграл перекрытия для распада ядра на кластеры совпадает с волновой функцией относительного движения кластеров.

2. Методом суммирования диаграмм вывести интегральное уравнение для амплитуды трехчастичного развала $n + d \rightarrow n + n + p$ в предположении, что между частицами действуют парные силы нулевого радиуса действия [178]. (Для простоты нуклоны следует считать тождественными и пренебрегать их спинами.)

Полной амплитуде реакции трехчастичного развала можно сопоставить бесконечный ряд диаграмм лестничного типа, изображенных на рис. 5.23. На этих диаграммах двойная линия описывает распространение дейтрона, одинарные линии описывают распространение нуклонов, точка (вершина с тремя концами) соответствует амплитуде распада дейтрона на нуклоны и кружок (вершина с четырьмя концами) — амплитуде рассеяния двух нуклонов. Овал изображает полную амплитуду реакции трехчастичного развала. На изображенных диаграммах

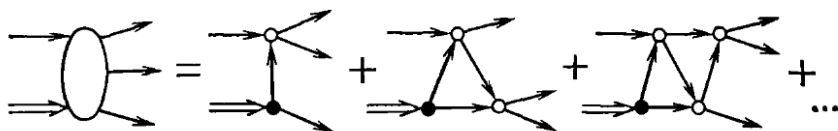


Рис. 5.23. Последовательность диаграмм, описывающих процесс трехчастичного развала $n + d \rightarrow n + n + p$

все линии распространения имеют одно направление, так как в нерелятивистском случае частицы не могут рождаться или поглощаться (число нуклонов в промежуточных состояниях сохраняется). Бесконечный ряд диаграмм формально можно просуммировать и получить диаграммное интегральное уравнение, изображенное на рис. 5.24. Нетрудно убедиться, что путем последовательных итераций из этого уравнения можно восстановить всю совокупность диаграмм, изображенных на рис. 5.23.

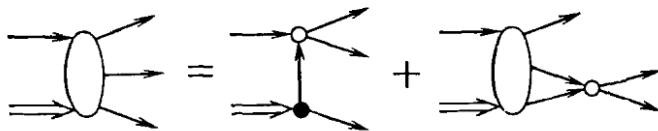


Рис. 5.24. Графическое изображение трехчастичного интегрального уравнения

Вклад от каждой диаграммы в амплитуду процесса определяется произведением величин, сопоставляемых отдельным элементам диаграмм. Внутренним нуклонным линиям сопоставляются функции распространения $(E - p^2/2M + i0)^{-1}$, где E — кинетическая энергия; p — импульс виртуального нуклона, определяемые из законов сохранения в вершинах. Кружку сопоставляется величина

$$(-4\pi/M) a(k, k'; E),$$

где $a(k, k'; E)$ — амплитуда рассеяния двух нуклонов вне энергетической поверхности (k и k' — импульсы относительного движения частиц до и после рассеяния; E — энергия их относительного движения, $k \neq k' \neq \sqrt{ME}$). В приближении нулевого радиуса действия сил амплитуда a не зависит от импульсов k и k' :

$$a = -1/(\alpha + i\sqrt{ME}), \quad (5.183)$$

где α определяется энергией связи дейтрона $\epsilon_0 = \alpha^2/M$. Точечная вершина (характеризующая распад дейтрона) определяется вычетом полюсной части амплитуды двухчастичного рассеяния при $E = -\epsilon_0$:

$$g_k^2 = -\frac{4\pi}{M} \lim_{E \rightarrow -\epsilon_0} \{(E + \epsilon_0) a(k, k; E)\} \quad (5.184)$$

(k — относительный импульс частиц, образующихся при распаде дейтрона). В случае нулевого радиуса действия сил $g = \sqrt{8\pi\alpha}/M$. При наличии в диаграмме замкнутого контура проводится интегрирование по энергии и импульсу одной из промежуточных частиц.

Обозначим импульс падающего нейтрона в с. ц. и. p_0 , тогда импульс дейтрона будет равен $-p_0$ [энергии нейтрона и дейтрона соответственно будут равны $p_0^2/2M$ и $(p_0^2/4M) - \epsilon_0$]. Конечный импульс вылетающего нуклона обозначим

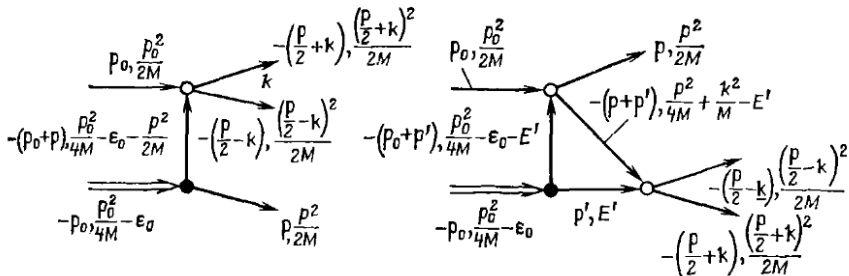


Рис. 5.25. Импульсы и энергии частиц в начальном и конечном состояниях при трехчастичном развале $n+d \rightarrow n+n+p$

p , а относительный импульс разлетающейся пары нуклонов — k (импульс движения центра инерции этой пары равен $-p$, рис. 5.25). Тогда вклад полюсной диаграммы в амплитуду трехчастичного развала определяется выражением

$$\mathcal{F}_1(p_0; p, k) = -\frac{M}{3\pi} \frac{\sqrt{8\pi\alpha}}{M} \times \frac{1}{\frac{p_0^2}{4M} - \epsilon_0 - \frac{p^2}{2M} - \frac{(p_0+p)^2}{2M}} \frac{4\pi}{M} \frac{1}{\alpha + ik}. \quad (5.185)$$

Вклад следующей диаграммы, содержащей замкнутый контур, определяется интегралом вида

$$\mathcal{F}_2(p_0; p, k) = -\frac{M}{3\pi} \frac{\sqrt{8\pi\alpha}}{M} \left(\frac{4\pi}{M}\right)^2 \frac{1}{\alpha + ik} \int \frac{dE'}{2\pi i} \times \int \frac{dp'}{(2\pi)^3} \frac{1}{\alpha + i \sqrt{\frac{3}{4}(p_0^2 - p'^2) - \alpha^2}} \frac{1}{E' - \frac{p'^2}{2M} + i0} \times \frac{1}{\frac{p_0^2}{4M} - \epsilon_0 - E' - \frac{(p_0+p')^2}{2M} + i0} \frac{1}{\frac{p^2}{4M} + \frac{k^2}{M} - E' - \frac{(p+p')^2}{2M} + i0}.$$

Выполняя интегрирование по энергии, которое сводится к вычислению вычета подынтегрального выражения в точке $E' = p'^2/2M$, находим

$$\mathcal{F}_2(p_0; p, k) = \frac{4\pi}{M} \frac{1}{\alpha + ik} \int \frac{dp'}{(2\pi)^3} \times \frac{\mathcal{F}_1(p_0; p', k')}{\frac{p^2}{4M} + \frac{k^2}{M} - \frac{p'^2}{2M} - \frac{(p+p')^2}{2M} + i0}, \quad (5.186)$$

где $\mathcal{F}_1(p_0; p', k')$ — полюсная амплитуда $\left[k'^2 = \frac{3}{4}(p_0^2 - p'^2) - \alpha^2 \right]$. Нетрудно убедиться, что вклад от интегрального члена в диаграммном уравнении (см. рис. 5.24), получим, заменив в подынтегральном выражении (5.186) полюсную амплитуду значением точной амплитуды на энергетической поверхности. Таким образом, интегральное уравнение для амплитуды трехчастичного развала в случае сил нулевого радиуса действия можно записать в виде

$$\mathcal{F}(p_0; p, k) = -\frac{4\pi}{M} \frac{1}{\alpha + ik} \left\{ \sqrt{\frac{8\alpha}{9\pi}} \frac{1}{\frac{p_0^2}{4M} - \varepsilon_0 - \frac{p^2}{2M} - \frac{(p_0 + p)^2}{2M}} - \int \frac{dp'}{(2\pi)^3} \frac{\mathcal{F}(p_0; p', k')}{\frac{p^2}{4M} + \frac{k^2}{M} - \frac{p'^2}{2M} - \frac{(p + p')^2}{2M} + i0} \right\}. \quad (5.187)$$

Вследствие тождественности частиц кроме диаграмм на рис. 5.23 необходимо учитывать также диаграммы, отличающиеся перестановками частиц в конечном состоянии. Интегральное уравнение (5.187) совпадает с уравнением, впервые полученным К. А. Тер-Мартirosяном и Г. В. Скорняковым в [181].

Отказавшись от допущения о нулевом радиусе действия сил, аналогичным путем нетрудно найти интегральное уравнение [182]

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\left(p_0; p, k, \varepsilon = \frac{k^2}{M}\right) &= \frac{4}{3} g \frac{p_0}{2} + p \times \\ &\times \frac{a\left(p_0 + \frac{p}{2}, k; \frac{k^2}{M}\right)}{\frac{p_0^2}{4M} - \varepsilon_0 - \frac{p^2}{2M} - \frac{(p_0 + p)^2}{2M}} - \frac{4\pi}{M} \int \frac{dp'}{(2\pi)^3} a\left(\frac{p}{2} + p', k; \frac{k^2}{M}\right) \times \\ &\times \frac{\mathcal{F}\left(p_0; p', p + \frac{p'}{2}, \varepsilon' = \frac{k'^2}{M}\right)}{\frac{p^2}{4M} + \frac{k^2}{M} - \frac{p'^2}{2M} - \frac{(p - p')^2}{2M} - i0}. \end{aligned} \quad (5.188)$$

Это уравнение соответствует точному решению задачи трех частиц в предположении, что существенными являются двухчастичные силы конечного радиуса.

ГЛАВА 6

МНОГОКРАТНОЕ ДИФРАКЦИОННОЕ РАССЕЯНИЕ

§ 6.1. Дифракционные ядерные реакции при высоких энергиях

Введение. Как уже обсуждалось в гл. 4, взаимодействие между частицами при достаточно высоких энергиях носит дифракционный характер. Отличительной особенностью такого взаимодействия является то, что упругое рассеяние непосредственно связано с поглощением частиц. Дифракционные явления имеют место, если длина волны относительного движения сталкивающихся частиц мала по сравнению с

характерными размерами области, в которой проявляется взаимодействие. Дифракционный характер взаимодействия проявляется при рассеянии нейтронов и протонов на средних и тяжелых ядрах, начиная с энергий порядка десятка мегаэлектрон-вольт. При таких энергиях длина свободного пробега нуклона в ядерном веществе мала по сравнению с размерами ядра и ядро можно рассматривать как черное поглощающее тело. В этом случае дифракционные ядерные явления можно описывать по аналогии с оптической дифракцией.

С увеличением энергии рассеиваемых нуклонов длина свободного пробега в ядерном веществе возрастает и, если она становится сравнимой с размерами ядра, последнее необходимо рассматривать как оптически полупрозрачное тело. При достаточно высоких энергиях падающих нуклонов, когда длина свободного пробега в ядерном веществе становится значительно больше размеров ядра, модель черного или полупрозрачного ядра оказывается неприменимой. Так как в этом случае длина волны падающего нуклона значительно меньше радиуса нуклон-нуклонного взаимодействия, то рассеяние на ядре можно рассматривать как *многократное дифракционное рассеяние* на отдельных нуклонах. Дифракционный подход позволяет выразить амплитуду взаимодействия нуклона с ядром через амплитуды рассеяния на отдельных нуклонах и форм-факторы, зависящие от структуры ядра. В отличие от импульсного приближения при дифракционном подходе последовательно учитываются эффекты многократного рассеяния. Поскольку при многократном рассеянии существенную роль играет интерференция, процессы взаимодействия оказываются очень чувствительными к пространственной структуре ядер. *Общая теория дифракционных ядерных процессов* при высших энергиях *с участием сложных частиц* была развита автором в [183] и независимо Р. Глаубером в [184]. В настоящее время дифракционная теория широко используется для анализа экспериментальных данных по рассеянию нуклонов (а также других сильно взаимодействующих частиц) при высоких энергиях на ядрах и извлечения из этих данных сведений о структуре ядер и ядерном взаимодействии¹.

Высокоэнергетическое приближение. Рассмотрим вначале простейшую задачу о столкновении двух частиц, взаимодействие между которыми характеризуется потенциалом $V(x)$, Оператор перехода t , описывающий рассеяние, определяется уравнением Липпмана-Швингера

$$t = V + Vg_0t, \quad (6.1)$$

где g_0 — функция Грина.

$$g_0(E) = (E - H_0 + i0)^{-1}; \quad (6.2)$$

$H_0 = \hbar^2 \hat{k}^2 / 2\mu$ — невозмущенный гамильтониан ($\hat{\hbar k}$ — оператор импульса; μ — приведенная масса;) E — энергия системы.

Обозначим импульс относительного движения частиц до и после рассеяния $\hbar k$ и $\hbar k'$ ($E = \hbar^2 k^2 / 2\mu = \hbar^2 k'^2 / 2\mu$). Амплитуда упругого рас-

¹ Детальному изложению дифракционной теории ядерных реакций при высоких энергиях и ее приложениям посвящены обзорные работы [185—189].

сеяния непосредственно определяется матричным элементом оператора перехода:

$$f(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \langle \mathbf{k}' | t | \mathbf{k} \rangle. \quad (6.3)$$

Если энергия падающей частицы достаточно велика, так что длина волны $\lambda = k^{-1}$ мала по сравнению с характерными размерами области взаимодействия R ($kR \gg 1$), то амплитуда двухчастичного рассеяния (6.3) характеризуется резко выраженным максимумом при малых углах рассеяния, т. е. при малых углах между векторами \mathbf{k} и \mathbf{k}' . Наличие указанного максимума в амплитуде рассеяния означает, что при рассеянии частиц с большими энергиями существенны только малые изменения импульса. Поэтому для описания рассеяния таких частиц хорошо применимым оказывается так называемое *высокоэнергетическое (эйкональное) приближение*, при использовании которого учитываются только промежуточные состояния, отвечающие значениям импульса, близким к начальному.

Представим невозмущенный гамильтониан H_0 в следующем виде:

$$H_0 = \frac{\hbar^2}{2\mu} (\widehat{\mathbf{k}} + \mathbf{k})(\widehat{\mathbf{k}} - \mathbf{k}) + \frac{\hbar^2 k^2}{2\mu} \equiv \frac{\hbar^2}{\mu} \mathbf{k}(\widehat{\mathbf{k}} - \mathbf{k}) + \frac{\hbar^2 k^2}{2\mu} + \frac{\hbar^2}{2\mu} (\widehat{\mathbf{k}} - \mathbf{k})^2. \quad (6.4)$$

Высокоэнергетическое приближение заключается в пренебрежении последним слагаемым в (6.4), т. е. в замене невозмущенного гамильтониана приближенным эйкональным гамильтонианом [190]:

$$\widetilde{H}_0 = \frac{\hbar^2}{\mu} \mathbf{k}(\widehat{\mathbf{k}} - \mathbf{k}) + \frac{\hbar^2 k^2}{2\mu}. \quad (6.5)$$

Такая замена оправдана только при дифракционном характере рассеяния, когда существенны только малые изменения импульса. В высокоэнергетическом приближении вместо закона сохранения энергии имеет место закон сохранения проекции импульса на направление начального импульса $\mathbf{k} : \mathbf{k}\mathbf{k}' = \text{const}$. Замена гамильтониана системы H_0 , зависящего от квадрата оператора импульса $\widehat{\mathbf{k}}$, эйкональным гамильтонианом \widetilde{H}_0 , линейным относительно импульса $\widehat{\mathbf{k}}$, существенно упрощает задачу о рассеянии. Зависимость эйконального гамильтониана \widetilde{H}_0 только от составляющей импульса вдоль направления первоначального импульса \mathbf{k} означает, что в высокоэнергетическом приближении полностью пренебрегается движением в поперечных направлениях.

Заменив невозмущенный гамильтониан H_0 в выражении для функции Грина (6.2) на эйкональный гамильтониан \widetilde{H}_0 , определим эйкональную функцию Грина \widetilde{g}_0 :

$$\widetilde{g}_0(E) = (E - \widetilde{H}_0 + i0)^{-1}. \quad (6.6)$$

В импульсном представлении функции g_0 и \tilde{g}_0 мало отличаются друг от друга внутри небольшого телесного угла вокруг направления \mathbf{k} (рис. 6.1). При достаточно больших энергиях падающей частицы эта область углов представляет наибольший интерес, так как амплитуда рассеяния при больших энергиях именно в этой области существенно отлична от нуля.

В координатном представлении эйкональная функция Грина имеет вид

$$\begin{aligned} \langle x' | \tilde{g}_0(E) | x \rangle = \\ = -i \frac{\mu}{\hbar^2 k} \exp[-ik(z-z')] \times \\ \times \theta(z'-z) \delta(\mathbf{b}-\mathbf{b}'), \end{aligned} \quad (6.7)$$

где $\theta(z)$ — функция Хэвисайда.

Наличие функции $\delta(\mathbf{b}-\mathbf{b}')$ в эйкональной функции Грина \tilde{g}_0 (\mathbf{b} и \mathbf{b}' — составляющие векторов \mathbf{x} и \mathbf{x}' в плоскости, перпендикулярной вектору \mathbf{k}) непосредственно связано с пренебрежением поперечным движением частицы.

Путем подстановки функции \tilde{g}_0 вместо g_0 интегральное уравнение (6.1) можно свести к обыкновенному дифференциальному уравнению первого порядка. Нетрудно найти решение этого уравнения:

$$\begin{aligned} \langle x' | t | x \rangle = -i \frac{\hbar^2 k}{\mu} \exp[-ik(z-z')] \frac{d}{dz'} \left\{ \theta(z'-z) \frac{d}{dz} \times \right. \\ \left. \times \exp \left[-i \frac{\mu}{\hbar^2 k} \int_z^{z'} dz'' V(\mathbf{b}, z'') \right] \right\} \delta(\mathbf{b}-\mathbf{b}'). \end{aligned} \quad (6.8)$$

Матричный элемент от (6.8) при $k_z = k'_z = k$ (на энергетической поверхности) принимает вид

$$\langle \mathbf{b}' | t | \mathbf{b} \rangle \equiv \langle k'_z = k, \mathbf{b}' | t | \mathbf{b}, k_z = k \rangle = -i \frac{\hbar^2 k}{\mu} \omega(\mathbf{b}) \delta(\mathbf{b}-\mathbf{b}'), \quad (6.9)$$

где $\omega(\mathbf{b})$ — профилирующая функция¹:

$$\omega(\mathbf{b}) = 1 - \exp[2i\delta(\mathbf{b})]; \quad 2\delta(\mathbf{b}) \equiv -\frac{\mu}{\hbar^2 k} \int_{-\infty}^{\infty} dz V(\mathbf{b}, z). \quad (6.10)$$

Используя (6.9), для амплитуды упругого рассеяния в высокоэнергетическом приближении получаем хорошо известное выражение

$$f(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \frac{ik}{2\pi} \int d\mathbf{b} \exp[i(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \cdot \mathbf{b}] \omega(\mathbf{b}). \quad (6.11)$$

¹ Профилирующую функцию ω во многих работах обозначают буквой Γ : $\omega(\mathbf{b}) = \Gamma(\mathbf{b})$.

Согласно (6.11) амплитуда рассеяния зависит только от изменения импульса при рассеянии $\mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$:

$$f(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = f(\mathbf{q}).$$

Величины $f(\mathbf{q})$ и $\omega(\mathbf{b})$ связаны между собой двумерным преобразованием Фурье:

$$\omega(\mathbf{b}) = \frac{1}{2\pi i k} \int d\mathbf{q} \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{b}) f(\mathbf{q}). \quad (6.12)$$

Функция $\omega(\mathbf{b})$ полностью определяет рассеивающие свойства системы. Согласно определению (6.10) профилирующая функция $\omega(\mathbf{b})$ отлична от нуля только при b , меньших радиуса области взаимодействия R . При $b > R$ функция $\omega(\mathbf{b})$ обращается в нуль. Напомним, что условие применимости дифракционного описания сводится к требованию $kR \gg 1$. В случае рассеяния нуклона на тяжелом ядре R можно считать равным радиусу ядра $R = r_0 A^{1/3}$, где $r_0 = 1,2 \cdot 10^{-13}$ см и A — массовое число (радиусом нуклона можно пренебречь по сравнению с радиусом ядра). Поэтому условие применимости дифракционного описания будет выполненным при энергиях нуклонов порядка десятка мегаэлектрон-вольт или больше. В случае рассеяния двух нуклонов R следует считать равным радиусу действия ядерных сил. Нетрудно проверить, что дифракционное описание будет справедливо при энергиях нуклонов порядка нескольких сотен мегаэлектрон-вольт и выше.

Рассеяние на системе связанных частиц. Перейдем к рассмотрению рассеяния частицы высокой энергии на системе, состоящей из нескольких связанных частиц. Обозначим энергию взаимодействия падающей частицы с отдельными частицами рассеивающей системы через V , а внутренний гамильтониан рассеивающей системы — через H' . Оператор перехода T , описывающий рассеяние частицы на сложной системе, будет определяться уравнением

$$T = V + VG'T. \quad (6.13)$$

Здесь G' — функция Грина, описывающая относительное движение частицы и рассеивающей системы, а также внутреннее движение в рассеивающей системе. Обозначим функцию Грина, описывающую внутреннее движение в рассеивающей системе g' , тогда функцию G' можно представить в виде

$$G'(E) = -\frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} dE' g_0(E-E') g'(E'), \quad (6.14)$$

где функция g_0 определяется согласно (6.2). В высокоэнергетическом приближении g_0 в (6.14) следует заменить на \tilde{g}_0 .

В простейшем случае, когда рассеивающая система состоит из двух частиц, внутренний гамильтониан H' имеет вид

$$H' = -\hbar^2 \Delta / 2\mu + \mathcal{V}(r), \quad (6.15)$$

где $\mathcal{Q}^{\circ}(r)$ — потенциал, описывающий взаимодействие рассеивающих частиц; r — относительное расстояние между частицами; μ — приведенная масса. В более сложных системах, число частиц в которых больше двух, внутренний гамильтониан (6.15) представляется в виде суммы кинетических энергий относительного движения частиц и потенциальной энергии взаимодействия, обычно представляемой в виде суммы двухчастичных потенциалов (для таких сложных систем под r следует подразумевать совокупность относительных координат частиц r_1, r_2 и т. д., в качестве которых часто используют координаты Якоби). Предположим, что для гамильтониана (6.15) известен спектр собственных значений E_f (состоящий в общем случае из ряда дискретных уровней и непрерывной части) и известны собственные функции $\varphi_f(r)$. Тогда внутреннюю функцию Грина g' можно представить в виде

$$\langle r' | g'(E) | r \rangle = \sum_f \frac{\varphi_f^*(r') \varphi_f(r)}{E - E_f + i0}, \quad (6.16)$$

где сумма по f означает суммирование по дискретным уровням и интегрирование по непрерывной части спектра.

Если пренебречь движением частиц в рассеивающей системе, то спектр собственных значений (6.15) вырождается в единственное значение $E_f = 0$. Используя полноту системы собственных функций $\varphi_f(r)$, из (6.16) находим

$$\langle r' | g'(E) | r \rangle = \frac{1}{E + i0} \delta(r - r'). \quad (6.17)$$

Для наглядности функция Грина в (6.16) и (6.17) записана в координатном представлении. Из (6.16) и (6.17) нетрудно перейти в любое другое представление.

Подставляя (6.17) в (6.14) и заменяя g_0 на \tilde{g}_0 , находим

$$\tilde{G}'(E) \equiv \tilde{G}_0(E) = \tilde{g}_0(E). \quad (6.18)$$

Очевидно, это соотношение справедливо и при рассеянии частицы на более сложных системах (состоящих из трех и большего числа частиц), если только не учитывать движение частиц в рассеивающей системе. Соотношение (6.18) лежит в основе дифракционного приближения.

В случае двухчастичных сил взаимодействие V представляется в виде суммы потенциалов, описывающих взаимодействие падающей частицы с отдельными частицами рассеивающей системы:

$$V = \sum_{i=1}^A V_i(x - x_i). \quad (6.19)$$

(Вектор x характеризует относительное расстояние между падающей частицей и центром масс рассеивающей системы, радиус-векторы отдельных частиц x_i в системе центра масс выражаются через внутренние координаты.) Подставляя (6.18) вместо G' в (6.13) и используя (6.19), нетрудно найти выражение для оператора перехода в дифракционном

приближении. В частности, на энергетической поверхности (при $k_z = k'_z = k$) имеем

$$\langle \mathbf{b}', \mathbf{r}' | T | \mathbf{r}, \mathbf{b} \rangle = -i \frac{\hbar^2 k}{\mu} \omega_{(A)}(\mathbf{b}, \mathbf{r}) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta(\mathbf{b} - \mathbf{b}'), \quad (6.20)$$

где $\omega_{(A)}(\mathbf{b}, \mathbf{r})$ — полная профилирующая функция для рассеивающей системы из A частиц, выражающаяся через профилирующие функции отдельных частиц $\omega_i(\mathbf{b} - \mathbf{b}_i)$:

$$\omega_{(A)}(\mathbf{b}, \mathbf{r}) = 1 - \prod_{i=1}^A \{1 - \omega_i(\mathbf{b} - \mathbf{b}_i)\} \quad (6.21)$$

(\mathbf{r} — совокупность координат, характеризующих внутренние степени свободы рассеивающей системы). Используя (6.20), для амплитуды рассеяния частицы на ядре (системе, состоящей из A связанных частиц) получаем:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{0f}(\mathbf{q}) &= \frac{ik}{2\pi} \int d\mathbf{b} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{b}) (\Phi_f, \omega_{(A)}(\mathbf{b}) \Phi_0) = \\ &= \frac{ik}{2\pi} \int d\mathbf{b} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{b}) \int d\tau \Phi_f^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A) \times \\ &\times \left\{ 1 - \prod_{i=1}^A (1 - \omega_i(\mathbf{b} - \mathbf{b}_i)) \right\} \Phi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A), \end{aligned} \quad (6.22)$$

где Φ_0 и Φ_f — внутренние волновые функции рассеивающей системы до и после столкновения (интегрирование проводится по внутренним координатам рассеивающей системы). Так как ω_i , через которые выражается профилирующая функция $\omega_{(A)}$, определяют амплитуды рассеяния на отдельных частицах, то соотношения (6.21) и (6.22) устанавливают общую связь между амплитудой рассеяния частицы на сложной системе и амплитудами рассеяния на отдельных частицах. Соотношение (6.22) является основным в теории многократного дифракционного рассеяния¹.

Используя для профилирующих функций отдельных частиц соотношение (6.10), полную профилирующую функцию $\omega_{(A)}(\mathbf{b})$ можно выразить через фазы рассеяния на отдельных частицах:

$$\omega_{(A)}(\mathbf{b}) = 1 - \exp \left[2i \sum_{i=1}^A \delta_i(\mathbf{b} - \mathbf{b}_i) \right]. \quad (6.23)$$

Следовательно, в дифракционном приближении полная фаза рассеяния при прохождении частицы через ядро с фиксированным прицельным параметром \mathbf{b} выражается через сумму фаз рассеяния на отдельных нуклонах, при этом фазы предполагаются такими же, как и для свободных нуклонов. Такая аддитивность фаз имеет место в случае не-

¹ Дифракционный подход при описании ядерных процессов, основанный на использовании соотношения (6.22), в литературе получил название метода Глаубера—Ситенко.

перекрывающихся двухчастичных потенциалов. Подставляя (6.23) в (6.22), амплитуду рассеяния на системе связанных частиц запишем в виде

$$\mathcal{F}_{of}(\mathbf{q}) = \frac{ik}{2\pi} \int d\mathbf{b} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{b}) \int d\tau \Phi_f^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A) \times \\ \times \left\{ 1 - \exp \left[2i \sum_{i=1}^A \delta_i (\mathbf{b} - \mathbf{b}_i) \right] \right\} \Phi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A). \quad (6.24)$$

В (6.24), так же как и в (6.22), интегрирование проводится по внутренним координатам рассеивающего ядра. Обычно удобнее интегрировать по координатам нуклонов ядра. Выбирая координаты отдельных нуклонов в с. ц. и. ядра, выражение для амплитуды (6.24) перепишем в виде

$$\mathcal{F}_{of}(\mathbf{q}) = \frac{ik}{2\pi} \int d\mathbf{b} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{b}) \int \prod_{i=1}^A (d\mathbf{r}_i) \delta \left(\frac{1}{A} \sum_{i=1}^A \mathbf{r}_i \right) \Phi_f^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A) \times \\ \times \left\{ 1 - \exp \left[2i \sum_{i=1}^A \delta_i (\mathbf{b} - \mathbf{b}_i) \right] \right\} \Phi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A). \quad (6.25)$$

При выводе (6.22) и (6.24) использовано допущение об адиабатичности движения ядра. Такое допущение оправдано при высоких энергиях, когда падающая частица проходит через область ядра за такое малое время, что изменением положений отдельных нуклонов за это время можно пренебречь. Амплитуда, соответствующая рассеянию на неподвижных нуклонах, затем усредняется по начальному и конечному состояниям ядра. Допущение об адиабатичности непосредственно связано с суммированием по промежуточным состояниям при получении (6.18), которое оказалось возможным в результате пренебрежения энергиями возбуждения промежуточных состояний по сравнению с энергией падающей частицы.

Выражения для амплитуды (6.22) и (6.24) получены в эйкональном приближении, которое соответствует допущению о движении рассеиваемой частицы по прямолинейной траектории. При получении (6.22) и (6.24) направление прямолинейной траектории выбиралось вдоль направления начального импульса частицы \mathbf{k} . Выбор прямолинейной траектории вдоль направления, среднего между направлениями начального и конечного импульсов:

$$\mathbf{k}_0 = (\mathbf{k} + \mathbf{k}')/2, \quad (6.26)$$

обеспечивает инвариантность амплитуды перехода (6.22) или (6.24) относительно обращения времени и позволяет расширить область применимости дифракционного приближения в сторону больших углов. В этом случае под q в (6.22) и (6.24) следует подразумевать $q = \approx 2k \sin \theta/2$.

Итак, основное соотношение дифракционного подхода, применяемого для описания рассеяния высокоэнергетических частиц сложными

ядрами, (6.22) или (6.24) основано на использовании допущений об эйконалности движения рассеиваемой частицы, об адиабатичности движения ядра и аддитивности фаз, описывающих рассеяние частицы на отдельных нуклонах ядра. Рассмотрение поправок, связанных с отклонениями от указанных допущений, показывает, что имеет место эффект взаимной компенсации, и поэтому результирующие поправки к (6.22) или (6.24) в области применимости дифракционного приближения чрезвычайно малы.

Взаимная компенсация эффектов многократного рассеяния. Правую часть выражения (6.21) тождественно можно представить в виде суммы, которая в случае рассеяния на системе A частиц содержит A слагаемых:

$$\begin{aligned} \omega_{(A)} = & \sum_i \omega_i - \sum_{i>j} \omega_i \omega_j + \sum_{i>j>k} \omega_i \omega_j \omega_k - \dots + \\ & + (-1)^{A-1} \omega_A \omega_{A-1} \dots \omega_2 \omega_1. \end{aligned} \quad (6.27)$$

Отдельные слагаемые в правой части (6.27) имеют простой физический смысл. Первое слагаемое описывает независимое рассеяние на отдельных частицах, второе слагаемое учитывает эффекты, связанные с двукратным рассеянием, третье слагаемое — с трехкратным и т. д.¹ Заметим, что угловая зависимость частей амплитуды (6.22), отвечающих эффектам рассеяния различной кратности, различна (с повышением кратности рассеяния соответствующая часть амплитуды спадает с ростом угла более медленно). Поэтому в направлении вперед и прилегающей области углов существенно рассеяние, связанное с однократными столкновениями, затем следует область углов, где рассеяние связано с двукратными столкновениями, затем область углов трехкратного рассеяния и т. д.

Согласно (6.27) при дифракционном рассеянии на системе, состоящей из A частиц, проявляются эффекты многократного рассеяния включительно до A -го порядка. Это не означает, однако, то при дифракционном описании пренебрегается эффектами выше A -го порядка по взаимодействию V_i . Действительно, в дифракционном приближении амплитуды, описывающие рассеяние на отдельных частицах, находятся без использования допущения о малости взаимодействия V_i . Эти амплитуды характеризуются резкой направленностью вперед, и поэтому в случае рассеяния на системе A частиц возможно только многократное рассеяние до A -го порядка. Это означает, что имеет место *взаимная компенсация эффектов многократного взаимодействия* с различными частицами. Покажем это для рассеяния частицы на системе двух связанных частиц.

¹ Этот ряд, однако, не содержит эффектов, связанных с перерассеянием, т. е. повторным рассеянием на одном и том же нуклоне. Вследствие резкого падения двухнуклонной амплитуды с увеличением угла рассеяния такие эффекты при высоких энергиях пренебрежимо малы.

Согласно (6.22) амплитуда упругого рассеяния на системе, состоящей из двух частиц, в дифракционном приближении определяется выражением

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{00}(\mathbf{q}) = & [f_1(\mathbf{q}) + f_2(\mathbf{q})] s\left(\frac{\mathbf{q}}{2}\right) + \frac{i}{2\pi k} \int d\mathbf{q}' f_1\left(\frac{\mathbf{q}}{2} + \mathbf{q}'\right) \times \\ & \times f_2\left(\frac{\mathbf{q}}{2} - \mathbf{q}'\right) s(\mathbf{q}'), \end{aligned} \quad (6.28)$$

где

$$s(\mathbf{q}) = \int d\mathbf{r} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) \varphi_0^2(\mathbf{r}). \quad (6.29)$$

Последнее слагаемое в (6.28) описывает эффект двойного рассеяния.

Определим теперь амплитуду рассеяния на системе двух связанных частиц, используя метод многократного рассеяния [191]. Так как в рассматриваемом случае $V = V_1 + V_2$, то полный оператор перехода представим в виде суммы:

$$T = T_1 + T_2. \quad (6.30)$$

Из (6.13) нетрудно получить следующую систему уравнений для нахождения T_1 и T_2 :

$$T_1 = t_1(1 + G'T_2); \quad T_2 = t_2(1 + G'T_1), \quad (6.31)$$

где t_1 и t_2 — операторы перехода, описывающие рассеяние на отдельных частицах. Решая систему (6.31) методом итераций, операторы T_1 и T_2 представим в виде бесконечных рядов:

$$\left. \begin{aligned} T_1 = & t_1 + t_1 G' t_2 + t_1 G' t_2 G' t_1 + \dots; \\ T_2 = & t_2 + t_2 G' t_1 + t_2 G' t_1 G' t_2 + \dots \end{aligned} \right\} \quad (6.32)$$

Воспользуемся далее высокоэнергетическим приближением и заменим функцию G' в (6.32) на эйкональную функцию Грина \tilde{G}_0 . Так как

$$\langle \mathbf{k}' | \tilde{G}_0(E) | \mathbf{k} \rangle = -\mu \left\{ P \frac{1}{k(k' - k)} + i \frac{\pi}{k} \delta(k'_z - k) \right\} \delta(\mathbf{k}_\perp - \mathbf{k}'_\perp), \quad (6.33)$$

то в разложениях (6.32) учитываются промежуточные состояния, лежащие на энергетической поверхности и вне ее. Амплитуда упругого рассеяния определяется матричным элементом полного оператора перехода T при $k_z = k'_z = k$ и, очевидно, должна совпадать с (6.28). Выделяя в членах второго порядка энергетическую и внеэнергетическую части и сопоставляя получаемое выражение для амплитуды упругого рассеяния с (6.28), нетрудно видеть, что в дифракционном приближении внеэнергетический вклад в двойное рассеяние полностью компенсируется вкладом эффектов взаимодействия более высокого порядка:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\pi} \int d^3 q' \frac{1}{k q'} f_1\left(\frac{\mathbf{q}}{2} + \mathbf{q}'\right) f_2\left(\frac{\mathbf{q}}{2} - \mathbf{q}'\right) s(\mathbf{q}') = \\ & = \mu \int d\mathbf{r} \varphi_0^2(\mathbf{r}) \langle \mathbf{k}' | t_1 \tilde{G}_0 t_2 \tilde{G}_0 t_1 + t_2 \tilde{G}_0 t_1 \tilde{G}_0 t_2 + \dots | \mathbf{k} \rangle. \end{aligned} \quad (6.34)$$

В случае рассеяния частицы на системе трех связанных частиц амплитуда упругого рассеяния в дифракционном приближении определяется выражением

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{00}(\mathbf{q}) = & 3f(\mathbf{q})s\left(-\frac{2}{3}\mathbf{q}, 0\right) + \frac{3i}{2\pi k} \int d\mathbf{q}' f(\mathbf{q}-\mathbf{q}')f(\mathbf{q}') \times \\ & \times s\left(\frac{\mathbf{q}}{3}-\mathbf{q}', \frac{1}{2}(\mathbf{q}'-\mathbf{q})\right) - \frac{1}{4\pi^2 k^2} \int d\mathbf{q}' \int d\mathbf{q}'' f(\mathbf{q}-\mathbf{q}'-\mathbf{q}'') \times \\ & \times f(\mathbf{q}')f(\mathbf{q}'')s\left(\frac{\mathbf{q}}{3}-\mathbf{q}', \frac{1}{2}(\mathbf{q}-\mathbf{q}')-\mathbf{q}''\right), \end{aligned} \quad (6.35)$$

где

$$s(\mathbf{q}, \mathbf{p}) = \int d\mathbf{x} \int d\mathbf{r} \exp[-i(\mathbf{q}\mathbf{x} + \mathbf{p}\mathbf{r})] \varphi_0^2(\mathbf{x}, \mathbf{r}). \quad (6.36)$$

(для простоты рассмотрен случай рассеяния на системе трех одинаковых частиц). Внеэнергетический вклад в двойное и тройное рассеяние в (6.35) компенсируется вкладом эффектов взаимодействия более высоких порядков.

Для нахождения поправок к дифракционному приближению следует учесть различие между функциями Грина (6.14) и (6.18):

$$\Delta G' \equiv G' - \tilde{G}_0 = G'(\tilde{G}_0^{-1} - G'^{-1})\tilde{G}_0. \quad (6.37)$$

Считая поправку $\Delta G'$ к (6.18) малой, приближенно положим

$$\Delta G' \approx \tilde{G}_0 N \tilde{G}_0; \quad N = (\hbar^2/2\mu)(\hat{\mathbf{k}} - \mathbf{k})^2 + H' - E_0. \quad (6.38)$$

Используя уравнение (6.13) и (6.38), найдем следующую формулу для поправки к оператору перехода [192]:

$$\Delta T = V\tilde{G}_0 N \tilde{G}_0 T. \quad (6.39)$$

В области применимости дифракционного приближения $qR < 1$ относительная поправка к амплитуде рассеяния равна по порядку величины $1/kR$.

Учет движения центра инерции ядра. Формулы (6.22) и (6.24) определяют амплитуду перехода при взаимодействии нуклона с ядром в с. ц. и. Аналогичными формулами описывается амплитуда перехода и в л. с. к., однако в этом случае необходимо учитывать отдачу ядра при рассеянии. В л. с. к. волновые функции начального и конечного состояний ядра следует выбрать в виде

$$\left. \begin{aligned} \Psi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A) &= \exp(i\mathbf{K}\mathbf{R})\Phi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A); \\ \Psi_f(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A) &= \exp(i\mathbf{K}'\mathbf{R})\Phi_f(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A), \end{aligned} \right\} \quad (6.40)$$

где \mathbf{K} и \mathbf{K}' — импульсы ядра до и после рассеяния; $\mathbf{R} = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^A \mathbf{r}_i$ — радиус-вектор, определяющий положение центра инерции ядра; Φ_0 и Φ_f — волновые функции, описывающие внутренние состояния ядра.

Амплитуда перехода в л. с. к. определяется выражением

$$\mathcal{F}_{0f}^L(\mathbf{q}) = \frac{ik}{2\pi} \int d\mathbf{b} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{b}) \int \prod_{i=1}^A (d\mathbf{r}_i) \Psi_f^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A) \times \\ \times \left\{ 1 - \prod_{i=1}^A (1 - \omega_i(\mathbf{b} - \mathbf{b}_i)) \right\} \Psi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A). \quad (6.41)$$

Здесь в отличие от (6.22) интегрирование проводится как по внутренним координатам, так и по координатам центра инерции ядра. Выполняя в (6.41) интегрирование по координатам центра инерции ядра, получаем

$$\mathcal{F}_{0f}^L(\mathbf{q}) = (2\pi)^3 \delta(\mathbf{q} + \mathbf{K} - \mathbf{K}') \mathcal{F}_{0f}(\mathbf{q}), \quad (6.42)$$

где амплитуда $\mathcal{F}_{0f}(\mathbf{q})$ определяется прежними выражениями (6.22) или (6.24). Наличие в (6.42) δ -функции выражает закон сохранения импульса всей системы при переходе.

При вычислении амплитуды перехода $\mathcal{F}_{0f}(\mathbf{q})$ с помощью формул (6.22) и (6.24) необходимо использовать трансляционно-инвариантные волновые функции, описывающие внутреннее движение в ядре. Однако обычно используемые волновые функции оболочечной модели не обладают такими трансляционными свойствами. Волновые функции оболочечной модели учитывают движение центра инерции ядер, поэтому последнее необходимо исключить при вычислении амплитуды перехода с помощью (6.22) или (6.24). Такое исключение можно приближенно провести в случае упругого рассеяния. Для этого рассмотрим оболочечную модель с осцилляторным потенциалом. Для такой модели нетрудно найти трансляционно-инвариантные волновые функции, поскольку движение центра инерции и внутреннее движение ядра разделяются. Антисимметризованную волновую функцию основного состояния в случае оболочечной модели с осцилляторным потенциалом запишем в виде

$$\Psi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A) = \chi_0(\mathbf{R}) \Phi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A), \quad (6.43)$$

где Φ_0 — волновая функция, описывающая внутреннее движение; χ_0 — волновая функция, описывающая движение центра инерции ядра;

$$\chi_0(\mathbf{R}) = \left(\frac{A\alpha^2}{\pi} \right)^{\frac{3}{4}} \exp\left(-\frac{A}{2} \alpha^2 \mathbf{R}^2 \right), \quad (6.44)$$

(α — параметр осцилляторного потенциала). Формальная подстановка (6.43) в (6.41) приводит к соотношению

$$\mathcal{F}_{00}^L(\mathbf{q}) = \exp\left(-\frac{q^2}{4A\alpha^2} \right) \mathcal{F}_{\nu_0}(\mathbf{q}), \quad (6.45)$$

где $\mathcal{F}_{00}(\mathbf{q})$ — амплитуда рассеяния с трансляционно-инвариантными внутренними волновыми функциями. Обращая это соотношение, получаем

$$\mathcal{F}_{00}(\mathbf{q}) = \frac{ik}{2\pi} \exp\left(\frac{q^2}{4A\alpha^2}\right) \int d\mathbf{b} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{b}) \times \\ \times \int \prod_{i=1}^A (d\mathbf{r}_i) \left\{ 1 - \prod_{i=1}^A (1 - \omega_i(\mathbf{b} - \mathbf{b}_i)) \right\} |\Psi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A)|^2, \quad (6.46)$$

где интегрирование в правой части производится по координатам всех нуклонов.

Формула (6.46) определяет амплитуду рассеяния нуклона на ядре в системе центра инерции непосредственно через волновые функции оболочечной модели. Множитель $\exp\left(\frac{q^2}{4A\alpha^2}\right)$ описывает эффект отдачи при рассеянии. В отличие от (6.25) в (6.46) под знаком интеграла отсутствует δ -функция, хотя интегрирование проводится по координатам всех нуклонов (при этом под знаком интеграла вместо трансляционно-инвариантных внутренних волновых функций Φ стоят полные волновые функции оболочечной модели Ψ). Формула (6.46) строго справедлива только для оболочечной модели с осцилляторным потенциалом, однако приближенно ею можно пользоваться и в случае других оболочечных потенциалов (для которых движения центра инерции и внутренних степеней свободы ядра не разделяются). Приближенная формула (6.46) хорошо описывает упругое рассеяние нуклонов на легких ядрах. В случае тяжелых ядер эффект отдачи при рассеянии очень мал и им можно пренебречь.

Амплитуда упругого рассеяния и оптический предел. Приведем явное выражение для амплитуды упругого рассеяния в предположении, что между нуклонами в ядре отсутствует корреляция. В этом случае квадрат модуля волновой функции Ψ_0 , входящий в (6.46), представим в виде произведения плотностей для отдельных нуклонов:

$$|\Psi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A)|^2 = \prod_{i=1}^A \rho^1(\mathbf{r}_i), \quad (6.47)$$

и амплитуда упругого рассеяния на ядре (сложной системы, состоящей из одинаковых частиц — нуклонов) принимает вид

$$\mathcal{F}_{00}(\mathbf{q}) = \frac{ik}{2\pi} \exp\left(\frac{q^2}{4A\alpha^2}\right) \int d\mathbf{b} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{b}) \times \\ \times \left\{ 1 - \left[1 - \frac{1}{2\pi i k} \int d\mathbf{q}' \exp(-i\mathbf{q}'\mathbf{b}) f_L(\mathbf{q}') s(\mathbf{q}') \right]^A \right\}, \quad (6.48)$$

где $s(\mathbf{q})$ — форм-фактор, связанный с однонуклонной плотностью:

$$s(\mathbf{q}) = \int d\mathbf{r} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) \rho^1(\mathbf{r}). \quad (6.49)$$

Отметим, что использование модели независимых частиц (6.47) эквивалентно пренебрежению переходами в промежуточные возбужденные состояния. В общем случае амплитуда упругого рассеяния $\mathcal{F}_{00}(\mathbf{q})$

оказывается зависящей от корреляционных функций, характеризующих распределение плотности в сложной системе.

Для тяжелых ядер, когда число рассеивающих нуклонов достаточно велико ($A \gg 1$), амплитуду (6.48) приближенно можно представить в виде (*оптический предел*)

$$F_{00}(\mathbf{q}) = \frac{ik}{2\pi} \int d\mathbf{b} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{b}) \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{i}{\hbar v} \int_{-\infty}^{\infty} dz \mathcal{V}(\mathbf{b}, z) \right] \right\}, \quad (6.50)$$

где $\mathcal{V}(\mathbf{b}, z)$ — оптический потенциал, определяемый соотношением

$$-\frac{1}{\hbar v} \mathcal{V}(\mathbf{b}, z) = \frac{A}{4\pi^2 k} \int d\mathbf{q} \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}) f_L(\mathbf{q}) s(\mathbf{q}) \quad (6.51)$$

(интегрирование в правой части (6.51) производится по трехмерному волновому вектору \mathbf{q}). Нами опущен в правой части (6.50) экспоненциальный множитель $\exp\left(\frac{q^2}{4A\alpha^2}\right)$, который при больших A близок к единице.

Замечая, что $v = \hbar k c^2 / E$, выражение для оптического потенциала представим в виде

$$\mathcal{V}(\mathbf{b}, z) = -\frac{\hbar^2 c^2}{4\pi^2 E} A \int d\mathbf{q} \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}) f_L(\mathbf{q}) s(\mathbf{q}). \quad (6.52)$$

В нерелятивистском пределе формула несколько упрощается:

$$\mathcal{V}(\mathbf{b}, z) = -\frac{\hbar^2}{4\pi^2 M} A \int d\mathbf{q} \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}) f_L(\mathbf{q}) s(\mathbf{q}), \quad (6.53)$$

где M — масса падающей частицы.

В случае тяжелых ядер нуклонная плотность внутри ядра почти постоянна и $s(\mathbf{q})$ характеризуется дельтаобразным максимумом при малых q . Поэтому в (6.53) можно вынести за знак интеграла амплитуду $f_L(q)$ при $q = 0$, тогда для оптического потенциала получим приближенное выражение

$$\mathcal{V}(\mathbf{r}) = -\frac{2\pi\hbar^2}{M} f_L(0) \rho(\mathbf{r}), \quad \rho(\mathbf{r}) = A\rho^1(\mathbf{r}), \quad (6.54)$$

где $\rho(\mathbf{r})$ — распределение плотности нуклонов внутри ядра. Согласно нашему выводу все величины в (6.54) относятся к л.с.к. Так как отношение $f_L(0)/k$ — релятивистски-инвариантная величина, то в (6.54) нетрудно перейти к с.ц.и. сталкивающихся частиц. В этом случае

$$\mathcal{V}(\mathbf{r}) = -\frac{2\pi\hbar^2}{M} \frac{k}{\tilde{k}} f(0) \rho(\mathbf{r}), \quad \tilde{k} = \frac{\mu}{M} k, \quad (6.55)$$

где \tilde{k} — волновое число относительного движения сталкивающихся частиц, и, следовательно,

$$\mathcal{V}(\mathbf{r}) = -\frac{2\pi\hbar^2}{\mu} f(0) \rho(\mathbf{r}) \quad (6.56)$$

[μ — приведенная масса рассеиваемой и рассеивающей частиц, $f(0)$ — амплитуда рассеяния в с.ц. и. сталкивающихся частиц, зависящая от \tilde{k}].

Используя (6.56), амплитуду рассеяния (6.50) запишем в виде

$$\mathcal{F}_{00}(\mathbf{q}) = \frac{ik}{2\pi} \int db \exp(iqb) \left\{ 1 - \exp \left[i \frac{4\pi}{k} f(0) T(b) \right] \right\}, \quad (6.57)$$

где $T(b)$ — функция толщины:

$$T(b) = \int_{-\infty}^{\infty} dz \rho(b, z), \quad (6.58)$$

т. е. интеграл от плотности вдоль прямолинейной траектории рассеиваемой частицы, характеризуемой прицельным параметром b .

Предполагая плотность нуклонов внутри ядра постоянной, находим

$$T(b) = 2\rho_0 \begin{cases} \sqrt{R^2 - b^2}, & b < R; \\ 0, & b > R, \end{cases} \quad (6.59)$$

где ρ_0 — плотность нуклонов внутри ядра. И, таким образом,

$$\mathcal{F}_{00}(\mathbf{q}) = ik \int_0^R db b J_0(qb) \{ 1 - \exp(-\tilde{\Sigma} \sqrt{R^2 - b^2}) \}, \quad (6.60)$$

где

$$-\tilde{\Sigma} = i \frac{8\pi\rho_0}{k} f(0). \quad (6.61)$$

Так как амплитуда $f(0)$ пропорциональна волновому числу k , то $\tilde{\Sigma}$ имеет смысл комплексного коэффициента поглощения (безразмерная величина $\kappa \equiv \Sigma R$, где $\Sigma = \text{Re } \tilde{\Sigma}$, характеризует отношение радиуса ядра к длине свободного пробега нуклона в ядерном веществе). Используя (6.60), с помощью оптической теоремы для полного сечения взаимодействия нуклона с ядром находим

$$\sigma_t = 2\pi R^2 \{ 1 - 2 \text{Re} [1 - (1 + \tilde{\kappa}) e^{-\tilde{\kappa}}] \tilde{\kappa}^{-2} \}. \quad (6.62)$$

Эта формула совпадает с (4.123). В случае сильного поглощения ($\kappa \gg 1$) амплитуда упругого рассеяния нуклона ядром (6.60) принимает вид

$$\mathcal{F}_{00}(\mathbf{q}) = ikR \left\{ \frac{J_1(qR)}{q} + O(\kappa^{-2}) \right\}, \quad (6.63)$$

при этом сечения упругого рассеяния и поглощения нуклона ядром σ_e и σ_a оказываются приближенно равными друг другу (различие между ними порядка κ^{-2}).

Дифракционное рассмотрение нетрудно обобщить так, чтобы учесть спин-орбитальное взаимодействие при рассеянии. Двухнуклонную

амплитуду рассеяния с учетом спин-орбитального взаимодействия запишем в виде

$$f(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = g(q) + h(q)\mathbf{n}\sigma, \quad (6.64)$$

где \mathbf{n} — единичный вектор, перпендикулярный плоскости рассеяния:

$$\mathbf{n} = (\mathbf{k} \times \mathbf{k}')/|\mathbf{k} \times \mathbf{k}'|, \quad (6.65)$$

σ — спиновая матрица рассеиваемого нуклона. Подставляя (6.64) в (6.52) и учитывая под знаком интеграла при спиновой амплитуде h изменение нуклонной плотности с изменением r , находим

$$\mathcal{V}(\mathbf{r}) = -\frac{2\pi\hbar^2}{\mu} \left\{ g(0) - \frac{i}{k} h'(0) \sigma(\mathbf{k} \times \nabla) \right\} \rho(\mathbf{r}). \quad (6.66)$$

В случае сферически-симметричного распределения плотности

$$\nabla \rho(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{r}}{r} \frac{d}{dr} \rho(r),$$

и для оптического потенциала получим следующее выражение [184]:

$$\mathcal{V}(\mathbf{r}) = -\frac{2\pi\hbar^2}{\mu} \left\{ g(0) \rho(r) + \frac{i}{k} h'(0) \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \rho(r) \mathbf{I} \sigma \right\}. \quad (6.67)$$

Интересно отметить, что спин-орбитальная часть оптического потенциала имеет характер томасовского взаимодействия.

Неупругое рассеяние. Наряду с упругим рассеянием при взаимодействии высокоэнергетических нуклонов с ядрами возможно неупругое рассеяние, сопровождающееся переходом ядра в одно из возбужденных состояний. Рассеянные нуклоны, соответствующие возбужденно различным уровням конечного ядра, могут быть разделены, если разрешающая способность регистрирующего устройства достаточно велика. В этом случае в энергетическом спектре рассеянных частиц наряду с максимумом упругого рассеяния наблюдается ряд максимумов, отвечающих различным возбужденным состояниям ядра. Однако если разрешение невелико (погрешность в определении энергии рассеиваемой частицы превосходит энергию возбуждения нижайших уровней), то процессы упругого и неупругого рассеяния не разделяются. В этом случае можно измерить только суммарное сечение рассеяния, учитывающее переходы в любое конечное состояние ядра:

$$\sigma_s(\mathbf{q}) = \sum_f |\mathcal{F}_{of}(\mathbf{q})|^2. \quad (6.68)$$

Учитывая полноту волновых функций конечного ядра, это сечение, так же как и сечение упругого рассеяния $\sigma_e(\mathbf{q})$, можно выразить только через волновую функцию основного состояния ядра.

Обычно неупругое рассеяние с возбуждением различных уровней конечного ядра называют *некогерентным рассеянием* (соответственно упругое рассеяние называют *когерентным*). Такое название связано с тем, что в случае упругого рассеяния сечение пропорционально квадрату числа рассеивающих нуклонов (отдельные нуклоны рассеивают когерентным образом), в то время как суммарное сечение неупругих процессов пропорционально числу рассеивающих нуклонов

(рассеяние на отдельных нуклонах в этом случае является некогерентным). Иногда некогерентное рассеяние называют квазиупругим рассеянием. Дифференциальное сечение некогерентного рассеяния найдем, вычитая из (6.68) сечение упругого рассеяния:

$$\sigma_{in}(\mathbf{q}) = \sum_f |\mathcal{F}_{of}(\mathbf{q})|^2 - |\mathcal{F}_{00}(\mathbf{q})|^2. \quad (6.69)$$

Подставляя амплитуды $\mathcal{F}_{of}(\mathbf{q})$ и $\mathcal{F}_{00}(\mathbf{q})$ в явном виде (6.22) и используя полноту волновых функций, получаем

$$\begin{aligned} \sigma_{in}(\mathbf{q}) = & \frac{k^2}{4\pi^2} \int d\mathbf{b} \int d\mathbf{b}' \exp[i\mathbf{q}(\mathbf{b} - \mathbf{b}')] \times \\ & \times \left\{ \left(\Psi_0, \prod_{i=1}^A (1 - \omega(\mathbf{b}' - \mathbf{b}_i))^* \prod_{j=1}^A (1 - \omega(\mathbf{b} - \mathbf{b}_j)) \Psi_0 \right) - \right. \\ & \left. - \left(\Psi_0, \prod_{i=1}^A (1 - \omega(\mathbf{b}' - \mathbf{b}_i)) \Psi_0 \right)^* \left(\Psi_0, \prod_{j=1}^A (1 - \omega(\mathbf{b} - \mathbf{b}_j)) \Psi_0 \right) \right\}. \quad (6.70) \end{aligned}$$

Дальнейшие упрощения в полученном выражении (так же как и в сечении упругого рассеяния) возможны, если пренебречь корреляцией между нуклонами в рассеивающем ядре [193]. Предполагая также, что радиус двухнуклонного взаимодействия значительно меньше размеров ядра, нетрудно найти для сечения $\sigma_{in}(\mathbf{q})$ следующее приближенное выражение в области углов вне дифракционного максимума упругого рассеяния ($qR > 1$):

$$\begin{aligned} \sigma_{in}(\mathbf{q}) = & \frac{k^2}{4\pi^2} \int d\tilde{\mathbf{b}} \int d\tilde{\mathbf{b}}' \exp[i\mathbf{q}\tilde{\mathbf{b}} - \sigma T(\tilde{\mathbf{b}}')] \times \\ & \times \left\{ \exp \left[\frac{T(\tilde{\mathbf{b}}')}{k^2} \int d\mathbf{q} e^{-i\mathbf{q}\tilde{\mathbf{b}}} |f(\mathbf{q})|^2 \right] - 1 \right\}, \quad (6.71) \end{aligned}$$

где $\sigma \equiv \frac{4\pi}{k} \text{Im} f(0)$ — полное сечение нуклон-нуклонного взаимодействия, а векторы $\tilde{\mathbf{b}}$ и $\tilde{\mathbf{b}}'$ связаны с векторами \mathbf{b} и \mathbf{b}' соотношениями $\tilde{\mathbf{b}} = \mathbf{b} - \mathbf{b}'$ и $\tilde{\mathbf{b}}' = \frac{1}{2}(\mathbf{b} + \mathbf{b}')$. Разлагая далее подынтегральное выражение (6.71) в ряд по степеням $|f(\mathbf{q})|^2$, получаем разложение по числу *внутриядерных столкновений*:

$$\sigma_{in}(\mathbf{q}) = N_1 |f(\mathbf{q})|^2 + \frac{N_2}{k^2 \sigma} \int d\mathbf{q}' |f(\mathbf{q} - \mathbf{q}')|^2 |f(\mathbf{q}')|^2 + \dots, \quad (6.72)$$

где коэффициенты N_n определяются соотношением

$$N_n = \frac{1}{n! \sigma} \int d\mathbf{b} \exp[-\sigma T(\mathbf{b})] [\sigma T(\mathbf{b})]^n. \quad (6.73)$$

Первый член в разложении (6.72) соответствует квазиупругому рассеянию на отдельных нуклонах внутри ядра, второй член — квазиупругому рассеянию в результате взаимодействия с двумя внутриядерными нуклонами и т. д. Члены разложения (6.72) характери-

зуются различной зависимостью от угла рассеяния. С увеличением кратности столкновений спад с ростом угла ослабляется. Поэтому существуют области углов, где доминирует однократное, двухкратное трехкратное и т. д. *квазиупругое рассеяние*.

Если вкладом многократного квазиупругого рассеяния пренебречь, то *эффективное число нуклонов*, ответственных за квазиупругое рассеяние на ядре с массовым числом A , равно:

$$N_1 = \int d\mathbf{b} \exp[-\sigma T(\mathbf{b})] T(\mathbf{b}). \quad (6.74)$$

Эффективное число N_1 обычно значительно меньше полного числа нуклонов A . Это связано с тем, что ядро практически поглощает все частицы, попадающие внутрь его, за исключением тех, которые пролетают вблизи ядерной поверхности. Поэтому за квазиупругое рассеяние в основном ответственны периферийные нуклоны ядра. Согласно (6.74) эффективное число нуклонов сильно зависит от характера размытости границы ядра [подынтегральное выражение в (6.74) имеет максимум в области размытости ядерной границы]. Поэтому изучение квазиупругого рассеяния является важнейшим источником получения сведений о свойствах ядерной поверхности.

Интегральные сечения дифракционных процессов. Дифракционное описание, основанное на введении дифракционного оператора перехода (6.20), позволяет определить интегральные сечения различных процессов, имеющих место при взаимодействии высокоэнергетической частицы со сложной системой [183].

Полное сечение взаимодействия определяется мнимой частью амплитуды упругого рассеяния на нулевой угол:

$$\sigma_t = \frac{4\pi}{k} \operatorname{Im} \bar{\mathcal{F}}_{00}(0). \quad (6.75)$$

Используя формулу (6.22), получаем следующее выражение:

$$\sigma_t = 2 \int d\mathbf{b} \int d\tau \left\{ 1 - \operatorname{Re} \exp \left[2i \sum_{i=1}^A \delta_i (\mathbf{b} - \mathbf{b}_i) \right] \right\} |\Phi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A)|^2. \quad (6.76)$$

Полное сечение взаимодействия частицы со сложной системой не равно сумме сечений взаимодействия частицы с отдельными частями системы. Это связано с эффектами многократного рассеяния, которые нарушают аддитивность сечений.

С помощью (6.22) нетрудно получить общие формулы для интегральных сечений рассеяния и поглощения. Интегральное сечение упругого рассеяния определяется выражением

$$\sigma_e = \int d\mathbf{b} \left| \int d\tau \left\{ 1 - \exp \left[2i \sum_{i=1}^A \delta_i (\mathbf{b} - \mathbf{b}_i) \right] \right\} \right| |\Phi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A)|^2. \quad (6.77)$$

Воспользовавшись полнотой волновых функций, описывающих внутреннее движение в рассеивающей системе, для интегрального сечения полного рассеяния найдем следующее выражение:

$$\sigma_s = \int db \int d\tau \left| 1 - \exp \left[2i \sum_{i=1}^A \delta_i(\mathbf{b} - \mathbf{b}_i) \right] \right|^2 |\Phi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A)|^2. \quad (6.78)$$

Это сечение описывает процессы, при которых число частиц в рассеивающей системе остается неизменным: упругое рассеяние, рассеяние частицы с возбуждением рассеивающей системы и рассеяние, сопровождающееся частичным или полным распадом рассеивающей системы.

Интегральное сечение различных реакций под действием падающей частицы определяется выражением

$$\sigma_r = \int db \int d\tau \left\{ 1 - \exp \left[-4 \operatorname{Im} \sum_{i=1}^A \delta_i(\mathbf{b} - \mathbf{b}_i) \right] \right\} |\Phi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A)|^2 \quad (6.79)$$

Сечение реакций описывает все процессы, при которых число частиц в рассеивающей системе изменяется: поглощение падающей частицы рассеивающей системой и захват падающей частицей одной или нескольких частиц из рассеивающей системы. Сечение реакции захвата, при которой падающая частица захватывает нуклон из рассеивающей системы, описывается выражением

$$\begin{aligned} \sigma_j &= \int db \int d\tau \{ 1 - \exp [-4 \operatorname{Im} \delta_j(\mathbf{b} - \mathbf{b}_j)] \} \times \\ &\times \exp \left[-4 \operatorname{Im} \sum_{i \neq j} \delta_i(\mathbf{b} - \mathbf{b}_i) \right] |\Phi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A)|^2. \end{aligned} \quad (6.80)$$

Так как $\exp [-4 \operatorname{Im} \delta_j(\mathbf{b} - \mathbf{b}_j)] \leq 1$, то сечение σ_j всегда меньше полного сечения реакций σ_r .

Полученные результаты применимы не только к рассеянию частицы на системе связанных частиц, но и к рассеянию сложной системы взаимодействующих частиц на рассеивающем центре (частице, состояние которой не изменяется). Формулы (6.77) и (6.78) описывают упругое и неупругое рассеяние сложной частицы, а (6.79) — сечение реакций. В частности, (6.80) определяет сечение реакции срыва, при которой одна из частиц, первоначально входящая в падающую систему, захватывается рассеивающей системой.

Задачи

1. Учесть влияние кулоновского поля на дифракционное рассеяние протона ядром [188].

Представим полную фазу рассеяния протона ядром $\delta(\mathbf{b})$ в виде суммы

$$\delta(\mathbf{b}) = \delta_{(A)}(\mathbf{b}) + \delta^Z(\mathbf{b}), \quad (6.81)$$

где $\delta_{(A)}(\mathbf{b})$ — ядерная фаза рассеяния

$$\exp [2i \delta_{(A)}(\mathbf{b})] = \int d\tau \exp \left[2i \sum_{i=1}^A \delta_i(\mathbf{b} - \mathbf{b}_i) \right] |\Phi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A)|^2, \quad (6.82)$$

а $\delta^Z(\mathbf{b})$ — дополнительная фаза рассеяния, связанная с усредненным кулоновским полем ядра

$$V^Z(r) = Ze^2 \int d\mathbf{r}' \frac{\tilde{\rho}(r')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \quad (6.83)$$

$\tilde{\rho}(r')$ — плотность распределения заряда в ядре]. Однако при вычислении кулоновской фазы $\delta^Z(\mathbf{b})$ нельзя непосредственно использовать асимптотическое выражение

$$2\delta^Z(\mathbf{b}) = -\frac{1}{\hbar v} \int_{-\infty}^{\infty} dz V^Z(\mathbf{b}, z), \quad (6.84)$$

так как оно из-за дальнедействующего характера кулоновского поля (6.83) расходится. Для устранения этой трудности введем заэкранированный кулоновский потенциал

$$V^Z(r) = Ze^2 \int d\mathbf{r}' \frac{\tilde{\rho}(r')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \exp\left[-\frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}{a}\right] \quad (6.85)$$

и выберем радиус экранировки a достаточно большим ($a > R$). В этом случае фаза $\delta^Z(\mathbf{b})$, определяемая соотношением (6.84), оказывается конечной, при этом окончательные результаты (сечение рассеяния) не зависят от a . Подставляя (6.85) в выражение для фазы (6.84) и выполняя интегрирование, находим

$$\delta^Z(\mathbf{b}) = -\xi \int d\mathbf{r}' \tilde{\rho}(r') K_0\left(\frac{|\mathbf{b}-\mathbf{b}'|}{a}\right). \quad (6.86)$$

Считая радиус экранировки достаточно большим ($a \gg b$), можно воспользоваться асимптотическим выражением для модифицированной функции Бесселя

$$K_0\left(\frac{|\mathbf{b}-\mathbf{b}'|}{a}\right) \approx \ln \frac{2}{\gamma} \frac{a}{|\mathbf{b}-\mathbf{b}'|},$$

где γ — постоянная Эйлера. В результате имеем

$$\delta^Z(\mathbf{b}) = \delta_0 + \delta_\rho(\mathbf{b}), \quad (6.87)$$

где

$$\delta_0 = -\xi \ln(2ak/\gamma); \quad \delta_\rho(\mathbf{b}) = \xi \int d\mathbf{r}' \tilde{\rho}(r') \ln(k|\mathbf{b}-\mathbf{b}'|). \quad (6.88)$$

Следовательно, экранировка проявляется в возникновении добавочного постоянного фазового сдвига δ_0 .

Вводя функцию толщины для распределения заряда

$$t(\mathbf{b}) = \int_{-\infty}^{\infty} dz \tilde{\rho}(\mathbf{b}, z)$$

и выполняя интегрирование по азимутальному углу, окончательно получаем следующее выражение для кулоновской фазы:

$$\delta_\rho(\mathbf{b}) = 2\pi\xi \left\{ \ln kb \int_0^b db' b' t(\mathbf{b}') + \int_b^\infty db' b' t(\mathbf{b}') \ln kb' \right\}. \quad (6.89)$$

В частности, для точечного заряда из (6.89) находим

$$\delta_\rho^0(\mathbf{b}) = \xi \ln kb,$$

и, следовательно, для амплитуды рассеяния получим выражение

$$\mathcal{F}_{00}^Z(\mathbf{q}) = f_0(\mathbf{q}) \exp(2i\delta_0), \quad f_0(\mathbf{q}) \equiv -\frac{2\xi k}{q^2} \exp\left[-2i\xi\left(\ln\frac{q}{2k} - \eta\right)\right], \quad (6.90)$$

где $\eta = \arg \Gamma(1 + i\xi)$.

При вычислении полной амплитуды рассеяния (с учетом ядерного и кулоновского взаимодействий) удобно выделить из нее кулоновскую амплитуду для точечного заряда

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{00}(\mathbf{q}) = & \left\{ f_0(\mathbf{q}) + ik \int_0^\infty db b J_0(qb) [\exp\{2i\delta_p^0(\mathbf{b})\} - \right. \\ & \left. - \exp\{2i(\delta_{(A)}(\mathbf{b}) + \delta_p(\mathbf{b}))\}] \right\} \exp(2i\delta_0) \end{aligned} \quad (6.91)$$

(при этом подынтегральное выражение во втором слагаемом быстро сходится при значениях прицельного параметра b , больших радиуса ядра R). Согласно (6.91) экранировка проявляется только в появлении в выражении для амплитуды фазового множителя, поэтому сечение рассеяния оказывается не зависящим от экранировки. Выражением (6.91) можно пользоваться при углах рассеяния $\vartheta \gg (1/ak)$. Учет кулоновского взаимодействия существует для тяжелых ядер. При высоких энергиях вещественная часть нуклон-нуклонной амплитуды отрицательна, т. е. взаимодействие соответствует силам отталкивания. Поэтому интерференция между ядерной и кулоновской частями амплитуды конструктивна, что и проявляется в частичном заполнении дифракционных минимумов в результате учета кулоновского взаимодействия.

2. Найти общее выражение для амплитуды упругого рассеяния с учетом корреляции между нуклонами в ядре [194].

Используя разложение полной профилирующей функции (6.27) и учитывая тождественность нуклонов, амплитуду перехода (6.25) представим в виде суммы

$$\mathcal{F}_{of}(\mathbf{q}) = \frac{ik}{2\pi} \int d\mathbf{b} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{b}) \sum_{n=1}^A (-1)^{n-1} \frac{A!}{(A-n)! n!} \Gamma_{f0}^n(\mathbf{b}), \quad (6.92)$$

отдельные слагаемые которой соответствуют различной кратности рассеяния:

$$\begin{aligned} \Gamma_{f0}^1(\mathbf{b}) &= \int d\mathbf{r}_1 \omega(\mathbf{b} - \mathbf{b}_1) \rho_{f0}^1(\mathbf{r}_1); \\ \Gamma_{f0}^n(\mathbf{b}) &= \int \prod_{i=1}^n (d\mathbf{r}_i \omega(\mathbf{b} - \mathbf{b}_i)) \rho_{f0}^n(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_n), \end{aligned} \quad (6.93)$$

где $\rho^1(\mathbf{r})$, ..., $\rho^n(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_n)$ — одно-, ..., n -частичные плотности;

$$\left. \begin{aligned} \rho_{f0}^1(\mathbf{r}) &= \frac{1}{A} \sum_{i=1}^A \int \prod_{m=1}^A (d\mathbf{r}'_m) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'_i) \rho_{f0}^A(\mathbf{r}'_1, \dots, \mathbf{r}'_A); \\ \rho_{f0}^n(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_n) &= \frac{(A-n)! n!}{A!} \sum_{i < j < \dots < l} \int \prod_{m=1}^A (d\mathbf{r}'_m) \times \\ & \times \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}'_i) \delta(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}'_j) \dots \delta(\mathbf{r}_n - \mathbf{r}'_l) \rho_{f0}^A(\mathbf{r}'_1, \dots, \mathbf{r}'_A); \\ \rho_{f0}^A(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_A) &= \Psi_f^*(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_A) \Psi_0(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_A). \end{aligned} \right\} \quad (6.94)$$

В случае упругого рассеяния в амплитуду (6.92) входит A -нуклонная плотность $\rho_{00}^A(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_A)$, которую можно выразить через корреляционные функции [195]:

$$\rho_{00}^A(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_A) = \prod_{i=1}^A \rho_0^1(\mathbf{r}_i) \cdot \sum_{i < j} C_0^2(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) \prod_{l \neq i, j} \rho_0^1(\mathbf{r}_l) + \sum_{i < j < k} C_0^3(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \mathbf{r}_k) \prod_{l \neq i, j, k} \rho_0^1(\mathbf{r}_l) \cdot \dots + C_0^A(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_A), \quad (6.95)$$

где $C_0^2(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j)$ — парная корреляционная функция; $C_0^3(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \mathbf{r}_k)$ — тройная корреляционная функция и т. д.:

$$\begin{aligned} C_0^2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &\equiv \rho_{00}^2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) - \rho_0^1(\mathbf{r}_1) \rho_0^1(\mathbf{r}_2); \\ C_0^3(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3) &\equiv \rho_{00}^3(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3) - \rho_0^1(\mathbf{r}_1) \rho_0^1(\mathbf{r}_2) \rho_0^1(\mathbf{r}_3) - \\ &- \rho_0^1(\mathbf{r}_1) C_0^2(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3) - \rho_0^1(\mathbf{r}_2) C_0^2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_3) - \rho_0^1(\mathbf{r}_3) C_0^2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2). \end{aligned}$$

Корреляционные функции $C_0^n(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_n)$ удовлетворяют соотношениям

$$\int d\mathbf{r}_i C_0^n(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_n) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Подставляя разложение (6.95) в выражение для амплитуды упругого рассеяния (6.92), получаем

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{00}(\mathbf{q}) &= \frac{ik}{2\pi} \int d\mathbf{b} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{b}) \left\{ 1 - [1 - \Gamma_{00}^1(\mathbf{b})]^A - \right. \\ &- \left. \sum_{n=2}^A (-1)^n \frac{A!}{(A-n)! n!} G_0^n(\mathbf{b}) [1 - \Gamma_{00}^1(\mathbf{b})]^{A-n} \right\}, \quad (6.96) \end{aligned}$$

где

$$G_0^n(\mathbf{b}) \equiv \int \prod_{i=1}^n (d\mathbf{r}_i \omega(\mathbf{b} - \mathbf{b}_i)) C_0^n(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_n). \quad (6.97)$$

Сумма в фигурных скобках (6.96) описывает эффект корреляции между нуклонами. Слагаемые с ростом порядка корреляции n очень быстро убывают. Поэтому в большинстве случаев можно ограничиться учетом только парных корреляций.

3. Выразить оптический потенциал через коэффициент рассеяния нуклонной волны на случайных флуктуациях плотности ядерного вещества [196].

В предположении однородности распределения ядерного вещества внутри ядра мнимую часть оптического потенциала можно найти, рассмотрев рассеяние нуклонной волны на случайных флуктуациях плотности:

$$W \equiv -\text{Im} \mathcal{V} = \frac{1}{\pi M^2} \int d\mathbf{k}' |f(\mathbf{q})|^2 \langle \delta\rho^2 \rangle_{\mathbf{q}\omega}, \quad (6.98)$$

где $\omega = E - E'$; $\mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$ (E' и \mathbf{k}' — энергия и импульс нуклона после рассеяния, $\hbar = 1$); $\langle \delta\rho^2 \rangle_{\mathbf{q}\omega}$ — спектральное распределение флуктуаций плотности ядерного вещества. Вещественная часть оптического потенциала $V \equiv -\text{Re} \mathcal{V}$ определяется по мнимой части (6.98) с помощью соотношения Крамерса—Кроннга

$$V \equiv V(E) = \frac{2E}{\pi} \int_0^\infty dE' \frac{W(E')}{E'^2 - E^2}. \quad (6.99)$$

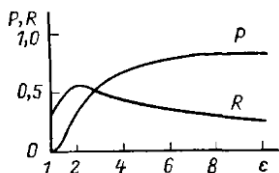


Рис. 6.2. Зависимость коэффициентов P и R от энергии падающего нуклона

Формулы (6.98) и (6.99) позволяют учесть влияние на оптический потенциал как принципа Паули, которому подчиняются нуклоны в ядре, так и взаимодействия между ними. Рассматривая ядро как вырожденный ферми-газ при нулевой температуре, находим

$$W = \frac{4\pi\varphi_0}{M} \operatorname{Im} f(0) P(\varepsilon); \quad (6.100)$$

$$V = \frac{4\pi\varphi_0}{M} \operatorname{Re} f(0) R(\varepsilon), \quad (6.101)$$

где

$$P(\varepsilon) = \begin{cases} 1 - \frac{7}{5\varepsilon} + 2(2-\varepsilon)^{5/2}/5\varepsilon, & \varepsilon < 2; \\ 1 - \frac{7}{5\varepsilon}, & \varepsilon > 2 \end{cases} \quad (6.102)$$

(ε — отношение энергии падающего нуклона E к граничной энергии Ферми F_F) и

$$R(\varepsilon) = \frac{1}{\pi} \left\{ \ln \frac{\varepsilon+1}{\varepsilon-1} + \frac{7}{5\varepsilon} \ln(\varepsilon^2-1) + \frac{2}{5\varepsilon} \left[(2+\varepsilon)^{5/2} \ln \frac{\sqrt{2+\varepsilon}+1}{\sqrt{2+\varepsilon}-1} - 8\sqrt{2} \ln \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} - 4\varepsilon^2 \right] \right\} + \frac{4}{5\pi\varepsilon} \begin{cases} \frac{1}{2}(2-\varepsilon)^{5/2} \ln \frac{1+\sqrt{2-\varepsilon}}{1-\sqrt{2-\varepsilon}}, & \varepsilon < 2; \\ (\varepsilon-2)^{5/2} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon-2}}, & \varepsilon > 2. \end{cases} \quad (6.103)$$

На рис. 6.2 представлена зависимость коэффициентов P и R от энергии падающего нуклона $\varepsilon = E/E_F$.

§ 6.2. Рассеяние высокоэнергетических нуклонов на ядрах

Параметризация двухнуклонного взаимодействия при высоких энергиях. Экспериментальные данные по рассеянию нуклонов на нуклонах при высоких энергиях (порядка нескольких сот мегаэлектронвольт и выше) показывают, что взаимодействие между нуклонами при таких энергиях носит дифракционный характер. Угловое распределение упругого рассеяния характеризуется острым максимумом в направлении вперед, ширина которого определяется радиусом действия ядерных сил. Помимо упругого рассеяния нуклонов в указанной об-

ласти энергий имеет место также неупругое рассеяние, сопровождающееся образованием π -мезонов. Полные сечения упругого и неупругого рассеяния в хорошем приближении оказываются равными друг другу и слабо изменяются с изменением энергии.

Характер угловой зависимости упругого рассеяния нуклонов на нуклонах при высоких энергиях хорошо воспроизводится выбором амплитуды в виде гауссовой функции от передаваемого импульса:

$$f(\mathbf{q}) = \frac{k\sigma}{4\pi} (i + \gamma) \exp\left(-\frac{\beta^2}{2} \mathbf{q}^2\right), \quad (6.104)$$

где \mathbf{k} — импульс падающего нуклона; σ — полное сечение нуклон-нуклонного взаимодействия; γ — отношение вещественной части к мнимой для амплитуды упругого рассеяния на нулевой угол. Амплитуде (6.104) соответствует профилирующая функция

$$\omega(\mathbf{b}) = \frac{\sigma(1-i\gamma)}{4\pi\beta^2} \exp\left(-\frac{b^2}{2\beta^2}\right). \quad (6.105)$$

Параметры β , γ и σ определяются из эксперимента. Эти параметры различаются для разных зарядовых состояний и несколько изменяются с энергией. В случае рассеяния протонов на протоне и на нейтроне при энергии $E = 1$ ГэВ параметры соответственно равны¹:

$$\sigma = \begin{cases} 47,5 \text{ мб;} \\ 40,4 \text{ мб;} \end{cases} \beta^2 = 5,45 \left(\frac{\text{ГэВ}}{c}\right)^{-2}; \quad \gamma = \begin{cases} (-0,05 \pm 0,10); \\ (-0,50 \pm 0,15). \end{cases} \quad (6.106)$$

Часто различие между нейтронами и протонами не учитывается и используются следующие усредненные значения параметров:

$$\sigma = 44 \text{ мб;} \beta^2 = 5,45 \left(\frac{\text{ГэВ}}{c}\right)^{-2}; \quad \gamma = -0,275. \quad (6.107)$$

При меньших энергиях (порядка нескольких сот мегаэлектрон-вольт) для описания наблюдаемых угловых зависимостей при упругом рассеянии протонов необходимо учитывать различие в угловой зависимости вещественной и мнимой частей амплитуды:

$$f(\mathbf{q}) = \frac{k\sigma}{4\pi} \left\{ i \exp\left(-\frac{\beta^2}{2} \mathbf{q}^2\right) + \gamma \exp\left(-\frac{\beta'^2}{2} \mathbf{q}^2\right) \right\}, \quad (6.108)$$

а также необходимо учитывать спиновую часть амплитуды. (При энергиях порядка 1 ГэВ и выше спиновой частью амплитуды можно пренебречь.) В случае рассеяния протонов на протонах и нейтронах при

¹ Приведенные значения параметров получены в [197] на основе анализа экспериментальных данных [198—200]. Детальное обсуждение зависимости параметров от энергии содержится в [194] (см. также [201]). Набор значений усредненных параметров при энергиях от 1 до 26,5 ГэВ приведен в [202].

энергии $E = 185$ МэВ угловая зависимость скалярной части амплитуды согласуется с (6.108) при следующих значениях параметров [203]:

$$\sigma = \begin{cases} 25,0 \text{ мб;} \\ 47,7 \text{ мб;} \end{cases} \beta^2 = \begin{cases} 13,6 \left(\frac{\text{ГэВ}}{c} \right)^{-2}; \\ 17,9 \left(\frac{\text{ГэВ}}{c} \right)^{-2}; \end{cases} \beta'^2 = \begin{cases} 24,2 \left(\frac{\text{ГэВ}}{c} \right)^{-2}; \\ 25,0 \left(\frac{\text{ГэВ}}{c} \right)^{-2}; \end{cases} \gamma = \begin{cases} 1,22; \\ 0,84. \end{cases} \quad (6.109)$$

Рассеяние π -мезонов и других адронов на нуклонах при высоких энергиях также списывается амплитудой вида (6.104). В случае рассеяния π -мезонов на нуклонах при энергии $E \approx 3,5$ ГэВ согласие с экспериментальными данными достигается при следующих значениях параметров [204]:

$$\sigma = \begin{cases} 28,1 \text{ мб;} \\ 31,5 \text{ мб;} \end{cases} \beta^2 = \begin{cases} 6,64 \left(\frac{\text{ГэВ}}{c} \right)^{-2}; \\ 7,34 \left(\frac{\text{ГэВ}}{c} \right)^{-2}; \end{cases} \gamma = \begin{cases} -0,286; \\ -0,187. \end{cases} \quad (6.110)$$

Заметим, что амплитуду (6.104), так же как и (6.108), в настоящее время нельзя обосновать теоретически из-за отсутствия последовательной теории сильно взаимодействующих частиц.

Используя для двухнуклонных амплитуд параметризацию (6.104) [или (6.108)] и определенные модельные допущения о структуре ядра, с помощью теории многократного рассеяния нетрудно рассчитать угловые распределения при упругом рассеянии высокоэнергетических нуклонов на ядрах. Как уже отмечалось выше, эти распределения характеризуются наличием ряда дифракционных максимумов и минимумов, структура которых может быть полностью объяснена в терминах интерференции между однократным, двукратным и т. д. рассеяниями падающих частиц на отдельных нуклонах ядра.

Рассеяние нуклонов на дейтроне. Рассмотрим прежде всего рассеяние нуклонов при высоких энергиях на простейшем ядре — дейтроне. Согласно (6.28) амплитуда упругого рассеяния нуклона на дейтроне представляется в виде суммы амплитуд рассеяния падающего нуклона на нейтроне и протоне, домноженной на форм-фактор, связанный с внутренней структурой дейтрона, и добавочной амплитуды, учитывающей эффект двойного рассеяния падающего нуклона на нейтроне и протоне. Используя (6.28) и оптическую теорему (6.75), для полного сечения взаимодействия нуклона с дейтроном нетрудно получить следующее выражение:

$$\sigma_t = \sigma_n + \sigma_p + \frac{2}{k^2} \text{Re} \int d q f_n(q) f_p(-q) s_0(q), \quad (6.111)$$

где σ_n и σ_p — полные сечения взаимодействия падающей частицы со свободными нейтроном и протоном соответственно. Если амплитуды f_n и f_p чисто мнимые, то добавка в полном сечении (6.111), связанная с двукратным рассеянием, является отрицательной. Предполагая, что размеры дейтрона значительно превосходят радиус области взаимодействия падающей частицы с отдельным нуклоном дейтрона, в (6.111)

из-под знака интеграла можно вынести амплитуды в точке $q = 0$ и, таким образом, получить приближенную формулу Глаубера:

$$\sigma_t = \sigma_n + \sigma_p - \frac{1}{4\pi} \left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle \sigma_n \sigma_p. \quad (6.112)$$

На основе (6.111) и (6.112) из экспериментальных данных по взаимодействию частиц высоких энергий с дейтронами обычно определяют сечения взаимодействия частиц с нейтроном [205].

Используя представление (6.104) для нуклон-нуклонной амплитуды и выбирая волновую функцию основного состояния дейтрона в виде гауссовской функции, амплитуду (6.28) нетрудно найти в явном виде [206]. На рис. 6.3 представлена зависимость от квадрата передаваемого импульса частей амплитуды (6.28), связанных с однократным (сплошная кривая) и двукратным (штриховая) рассеянием, в предположении, что $f_n = f_p$ и $\gamma = 0$. При $q = 0$ часть амплитуды, связанная с двукратным рассеянием, значительно меньше части амплитуды, связанной с однократным рассеянием. Однако вследствие медленного убывания с ростом q амплитуда двукратного рассеяния при больших q оказывается значительно больше амплитуды однократного рассеяния. В случае чисто мнимых амплитуд f_n и f_p части амплитуды (6.28), связанные с однократным и двукратным рассеянием, имеют противоположный знак, поэтому при определенном значении передаваемого импульса ($q \approx 0,6$ ГэВ/с) амплитуда (6.28) в силу интерференции обращается в нуль. Так как в действительности амплитуды f_n и f_p имеют небольшие вещественные части, то сечение рассеяния на дейтроне не должно обращаться в нуль, однако должно иметь четко выраженный интерференционный минимум.

На рис. 6.4 представлены угловая зависимость сечения рассеяния протона на дейтроне при энергии $E = 1$ ГэВ (штриховая кривая), рас-

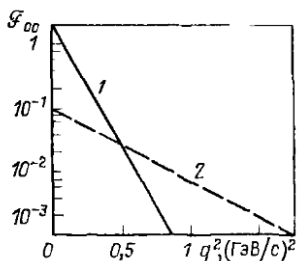


Рис. 6.3. Вклад однократного (сплошная кривая) и двукратного (штриховая кривая) рассеяния в амплитуду упругого рассеяния протона на дейтроне

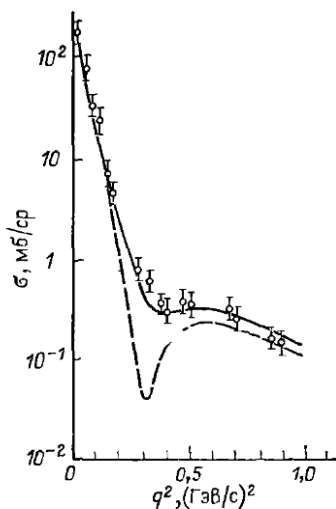


Рис. 6.4. Зависимость дифференциального сечения упругого рассеяния протонов на дейтроне при энергии 1 ГэВ от квадрата переданного импульса q^2 (штриховая кривая соответствует учету в основном состоянии дейтрона только S -волны, сплошная кривая — учету примеси D -волны с весом $p_D = 6,7\%$)

считанная на основе (6.28), и экспериментальная угловая зависимость [207]. Рассчитанные и экспериментальные значения сечения хорошо согласуются в широкой области углов, за исключением области интерференционного минимума. Это расхождение связано с тем, что в области интерференционного минимума существенную роль играет несферичность дейтрона, обусловленная нецентральной характеристикой ядерного взаимодействия. Учет несферичности дейтрона позволяет полностью объяснить указанное расхождение [208].

Волновая функция основного состояния дейтрона с учетом нецентральности ядерного взаимодействия между нейтроном и протоном имеет вид

$$\varphi_{\mu}(r) = \frac{1}{\sqrt{4\pi'}} \frac{1}{r} \left[u(r) + \frac{1}{\sqrt{8}} S_{12} w(r) \right] \chi_{1\mu}, \quad (6.113)$$

где u и w — радиальные функции для S - и D -состояний; S_{12} — нецентральный спиновый оператор:

$$S_{12} = 3 \frac{(\sigma_1 r)(\sigma_2 r)}{r^2} - \sigma_1 \sigma_2;$$

$\chi_{1\mu}$ — спиновая волновая функция дейтрона, отвечающая состоянию с проекцией спина μ . Профилирующую функцию для дейтрона ω_d запишем в виде

$$\omega_d = \omega_n + \omega_p - \omega_n \omega_p, \quad (6.114)$$

причем спиновыми зависимостями ω_n и ω_p пренебрежем¹. Тем не менее из-за наличия D -волны в основном состоянии дейтрона амплитуда упругого рассеяния имеет составляющие, не диагональные по магнитному квантовому числу, μ , т. е. при упругом рассеянии возможны переходы с изменением проекции спина дейтрона. Используя (6.113) и (6.114), нетрудно найти составляющие амплитуды для различных переходов. Составляющие амплитуды оказываются отличными от нуля только для переходов, отвечающих правилам отбора $\Delta\mu = 0, \pm 2$.

¹ При высоких энергиях падающих нуклонов (около 1 ГэВ) учет спиновой зависимости профилирующих функций ω_n и ω_p оказывается несущественным, поскольку спиновая часть амплитуды пропорциональна синусу угла рассеяния ϑ , и в области применимости дифракционного приближения ($\vartheta \ll 1$) ею можно пренебречь. Наглядным подтверждением независимости амплитуды упругого рассеяния адрона на дейтроне от спина падающего адрона является сходство угловых распределений при упругом рассеянии на дейтронах нуклонов и π -мезонов. Отметим, что попытки объяснения отсутствия дифракционного минимума в угловом распределении при рассеянии протонов на дейтроне с помощью учета спиновой зависимости профилирующих функций ω_n и ω_p без учета D -волны в основном состоянии дейтрона оказались безуспешными.

Выбрав в качестве оси квантования нормаль к плоскости рассеяния, получим:

$$\left. \begin{aligned}
 \mathcal{F}_{0 \rightarrow 0}(\mathbf{q}) &= (f_n(\mathbf{q}) + f_p(\mathbf{q})) \left(s_0\left(\frac{q}{2}\right) - s_2\left(\frac{q}{2}\right) \right) + \\
 &+ \frac{i}{2\pi k} \int d\mathbf{q}' f_n\left(\frac{\mathbf{q}}{2} + \mathbf{q}'\right) f_p\left(\frac{\mathbf{q}}{2} - \mathbf{q}'\right) \left(s_0(q') + \frac{1}{2} s_2(q') \right); \\
 \mathcal{F}_{1 \rightarrow 1}(\mathbf{q}) &= (f_n(\mathbf{q}) + f_p(\mathbf{q})) \left(s_0\left(\frac{q}{2}\right) + \frac{1}{2} s_2\left(\frac{q}{2}\right) \right) + \\
 &+ \frac{i}{2\pi k} \int d\mathbf{q}' f_n\left(\frac{\mathbf{q}}{2} + \mathbf{q}'\right) f_p\left(\frac{\mathbf{q}}{2} - \mathbf{q}'\right) \left(s_0(q') - \frac{1}{4} s_2(q') \right); \\
 \mathcal{F}_{1 \rightarrow -1}(\mathbf{q}) &= -\frac{3}{2} (f_n(\mathbf{q}) + f_p(\mathbf{q})) s_2\left(\frac{q}{2}\right) - \frac{3i}{8\pi k} \times \\
 &\times \int d\mathbf{q}' f_n\left(\frac{\mathbf{q}}{2} + \mathbf{q}'\right) f_p\left(\frac{\mathbf{q}}{2} - \mathbf{q}'\right) s_2(q'),
 \end{aligned} \right\} \quad (6.115)$$

где введены центральный и квадрупольный форм-факторы дейтрона:

$$\begin{aligned}
 s_0(q) &= \int_0^{\infty} dr j_0(qr) [u^2(r) + w^2(r)]; \\
 s_2(q) &= \sqrt{2} \int_0^{\infty} dr j_2(qr) \left[u(r) - \frac{1}{\sqrt{8}} w(r) \right] w(r).
 \end{aligned}$$

Для неполяризованных частиц дифференциальное сечение упругого рассеяния определяется выражением

$$\sigma_e(\vartheta) = \frac{1}{3} \sum_{\mu\mu'} |\mathcal{F}_{\mu \rightarrow \mu'}(\mathbf{q})|^2. \quad (6.116)$$

При переходах $\Delta\mu = 0$ (рассеяние без поворота спина дейтрона) вклад D -волны в сечение очень мал и им вообще можно пренебречь. Эти переходы определяют характерную угловую зависимость сечения упругого рассеяния на дейтроне: острый дифракционный максимум при малых углах, связанный с однократным рассеянием, и более пологое спадание сечения в области больших углов, обусловленное двойным рассеянием. В промежуточной области, где однократное и двукратное рассеяние вносят одинаковый вклад, часть сечения (6.116), отвечающая переходам $\Delta\mu = 0$, характеризуется минимумом. Однако этот минимум экспериментально не наблюдается, так как в этой области существенными оказываются переходы с $\Delta\mu \neq 0$, т. е. рассеяние с поворотом спина дейтрона. На рис. 6.4 представлена рассчитанная зависимость дифференциального сечения упругого рассеяния протонов на дейтроне с учетом в основном состоянии дейтрона только S -волны (штриховая кривая) и с учетом примеси D -волны с весом $p_D = 6,7\%$ (сплошная кривая). Сечение в области интерференционного минимума очень чувствительно к весу D -волны в основном состоянии

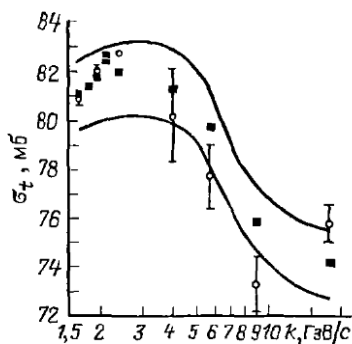


Рис. 6.5. Зависимость полного сечения взаимодействия нейтрона с дейтроном от импульса падающего нейтрона

дейтрона. Поэтому, располагая достаточно точными значениями однонуклонных амплитуд, из данных по рассеянию нуклонов и π -мезонов на дейтроне оказалось возможным определить вес D -волны в основном состоянии дейтрона с высокой точностью (наилучшее согласие достигается при $p_D = 6,7\%$).

Заметим, что полное сечение взаимодействия нуклона с дейтроном σ_t и суммарное сечение рассеяния $\sigma_s(\vartheta)$ нечувствительны к примеси D -волны в основном состоянии дейтрона. Действительно, согласно (6.111) полное сечение σ_t представляется в виде суммы двух слагаемых, учитывающих вклады однократного и двукратного рассеяния. При энергии падающих нуклонов $E = 1$ ГэВ вклад однократного рассеяния составляет около 96%, в то время как на двукратное рассеяние приходится только 4%. А так как однократное рассеяние нечувствительно к весу D -волны, то полное сечение также оказывается нечувствительным к нему. Аналогичная ситуация имеет место и для суммарного сечения рассеяния $\sigma_s(\vartheta)$.

На рис. 6.5 для иллюстрации точности расчетов, основанных на использовании теории многократного рассеяния, приведено сравнение рассчитанной (темные квадратики) зависимости полного сечения взаимодействия нейтрона с дейтроном от энергии падающего нейтрона с экспериментальными данными (светлые точки), нижняя и верхняя кривые на рисунке ограничивают допустимые значения рассчитанного сечения, если учитывать неопределенности в значениях используемых параметров [202].

Рассеяние нуклонов на ядрах. Рассмотрим рассеяние нуклонов высоких энергий на легких ядрах. В пренебрежении корреляцией между нуклонами в ядре амплитуда упругого рассеяния нуклона высокой энергии на ядре определяется общей формулой (6.48). Используя для нуклон-нуклонной амплитуды представление (6.104) и выбирая распределение однонуклонной плотности в гауссовой форме

$$\rho^1(\mathbf{r}) = \left(\frac{\alpha^2}{\pi}\right)^{3/2} \exp(-\alpha^2 r^2), \quad (6.117)$$

амплитуду упругого рассеяния нуклона высокой энергии на ядре можно найти в явном виде [209]:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{00}(\mathbf{q}) = & \exp\left(-\frac{q^2}{4A\alpha^2}\right) f(0) \sum_{n=1}^A \frac{(-1)^{n-1}}{n} \frac{A!}{(A-n)! n!} \times \\ & \times \left(\frac{\alpha^2(1-i\gamma)\sigma}{2\pi(1+2\alpha^2\beta^2)}\right)^{n-1} \exp\left(-\frac{1+2\alpha^2\beta^2}{4\alpha^2} \frac{q^2}{n}\right). \end{aligned} \quad (6.118)$$

Отдельные слагаемые в сумме (6.118) соответствуют рассеянию с различной кратностью столкновений налетающего нуклона с нуклонами внутри ядра. Слагаемые, отвечающие более высоким степеням σ (т. е. более высоким кратностям столкновений), убывают с ростом q более медленно. При малых углах рассеяния основной вклад вносят столкновения низкой кратности, при больших углах рассеяния — столкновения высокой кратности. Если пренебречь вещественной частью однонуклонной амплитуды, то слагаемые в сумме (6.118) последовательно изменяют знак. Поэтому в результате интерференции между отдельными слагаемыми (6.118) в угловой зависимости сечения

$$\sigma_e(\theta) = |\mathcal{F}_{00}(q)|^2 \quad (6.119)$$

наблюдается дифракционная структура: при $q = 0$ имеет место острый максимум, связанный с однократным рассеянием, первый минимум возникает в результате интерференции однократного и двукратного рассеяния, второй минимум — в результате интерференции двукратного и трехкратного рассеяния и т. д.

На основе развитой дифракционной теории из данных экспериментов по упругому рассеянию нуклонов высоких энергий на ядрах можно получить информацию о структуре ядер, если известна амплитуда рассеяния нуклона при соответствующей энергии на свободном нуклоне. В ряде работ были проведены расчеты угловых распределений при рассеянии протонов с энергией $E = 1$ ГэВ на ядрах ${}^4\text{He}$, ${}^{12}\text{C}$, ${}^{16}\text{O}$ и др. [197, 209]. Результаты расчетов оказались возможным хорошо согласовать с экспериментальными данными [210]. Указанное согласование позволило с наибольшей точностью определить вещественные части однонуклонных амплитуд [188].

На рис. 6.6 представлены дифференциальное сечение упругого рассеяния протонов с энергией 1 ГэВ на ядре ${}^4\text{He}$, рассчитанное в [197], и экспериментальные данные [210]. Кривая 1 соответствует учету только однократного рассеяния, кривая 2 — учету однократного и двукратного рассеяния и т. д. В дальнейшем более точные экспериментальные измерения, проведенные в Сакле [211] и Гатчине [194], показали, что дифракционный минимум в действительности так резко не проявляется (рис. 6.7). Заполнение дифракционного минимума обусловлено процессами с образованием изобары в промежуточных состояниях. В то же время при более высоких энергиях ($E = 24$ ГэВ) дифракционный минимум в угловом распределении наблюдается очень четко [194].

Изучение углового распределения при упругом рассеянии протонов на ядрах является важнейшим источником получения информации о распределении плотности внутри ядер (в отличие от рассеяния высокоэнергетических электронов, которое зависит от распределения заряда в ядрах). Детальное сопоставление экспериментальных данных по упругому рассеянию протонов на ядрах с результатами расчетов на основе дифракционной теории было проведено в Гатчине [194], результаты которого представлены на рис. 6.8. Распределение нуклонной плотности хорошо описывается фермиевской функцией.

На рис. 6.9 представлена зависимость среднеквадратичного радиуса \tilde{r} , диффузности границы a и плотности в центре ядра ρ_0 от массового числа ядер A . Как следует из рисунка, средняя плотность в центральной части ядер почти постоянная и равна $\rho_0 = (0,173 \pm \pm 0,004)$ фм $^{-3}$, параметр диффузности также почти одинаков для всех ядер: $a \approx 0,58$ фм. Параметр толщины $t \equiv \sqrt{\frac{15}{16} \langle r^2 \rangle - \langle r \rangle^2}$ также почти одинаков для всех ядер: $t \approx 0,77$ фм. Анализируя экспе-

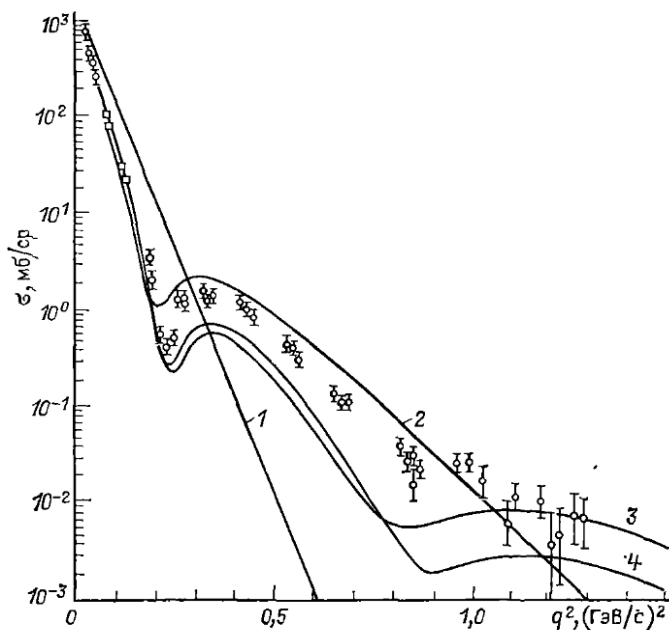


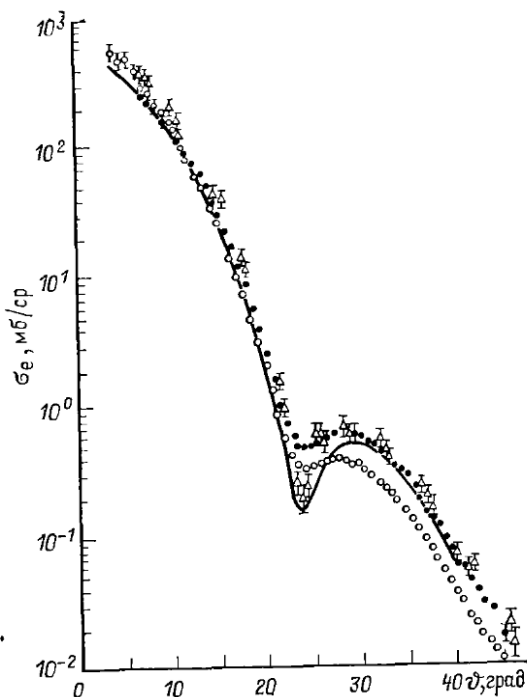
Рис. 6.6. Зависимость дифференциального сечения упругого рассеяния протонов с энергией 1 ГэВ на ядре ${}^4\text{He}$ от квадрата переданного импульса q^2

риментальные данные по рассеянию протонов на ядрах и сопоставляя эти данные с результатами по рассеянию электронов на ядрах, можно сделать вывод, что распределение плотности нуклонов в ядрах практически не отличается от распределения заряда.

Наряду с упругим рассеянием при столкновениях высокоэнергетических нуклонов с ядрами возможно также неупругое рассеяние, в частности неупругое рассеяние с возбуждением уровней коллективной природы (вибрационных и вращательных). Влияние деформации ядра ${}^{12}\text{C}$ на упругое и неупругое [с переходом ядра в возбужденные состояния коллективной природы 2^+ (4,43 МэВ), 0^+ (7,65 МэВ) и 3^- (9,64 МэВ)] рассеяние протонов при энергии $E = 1$ ГэВ рассмотрено в [212—214].

На рис. 6.10 представлены дифференциальные сечения упругого (верхняя кривая) и неупругого (нижняя кривая) рассеяния протонов

Рис. 6.7. Угловая зависимость дифференциального сечения при упругом рассеянии протонов на ядре ${}^4\text{He}$: Δ — результаты эксперимента, полученные в Брукхейвене; \circ — то же в Сакле; \bullet — то же в Гатчинге



с энергией 1 ГэВ с возбуждением уровня 2^+ (4,43 МэВ) ядра ${}^{12}\text{C}$ [214]. Наилучшее согласие рассчитанного углового распределения упруго рассеянных протонов с экспериментальными результатами достигается при параметре деформации $\beta = 1,35$. Найденное значение β затем использовали при расчете дифференциального сечения неупругого рассеяния.

Информацию о структуре ядер можно получить также, изучая суммарное сечение (6.69) неупругого рассеяния нуклонов ядрами.

Поскольку при столкновении нуклона высокой энергии с ядром последнему передается только небольшая часть энергии, то при вычислении сечения можно воспользоваться условием полноты конечных

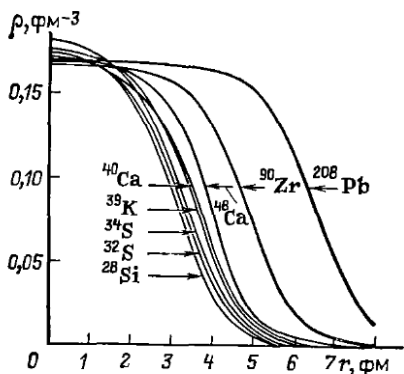


Рис. 6.8. Распределение плотности нуклонов в ядрах из данных по упругому рассеянию протонов при энергии 1 ГэВ

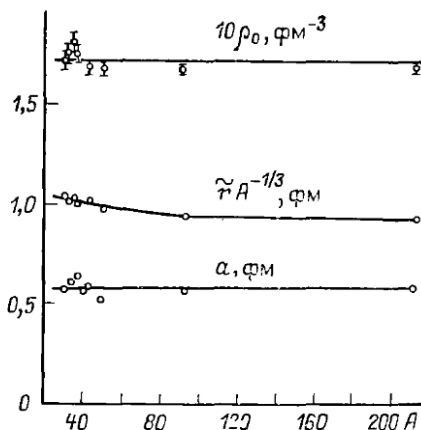


Рис. 6.9. Зависимость среднеквадратичного радиуса, диффузности a и плотности в центральной части ядра ρ_0 от массового числа ядер A

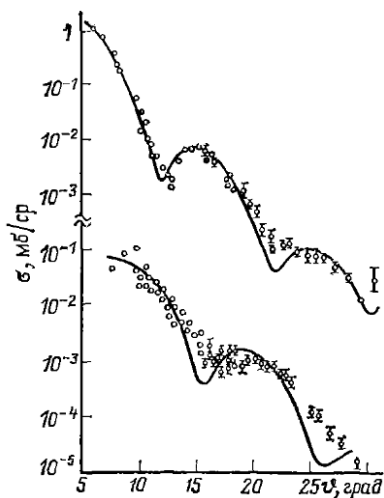


Рис. 6.10. Дифференциальное сечение упругого и неупругого рассеяния протонов с энергией 1 ГэВ на ядре ^{12}C

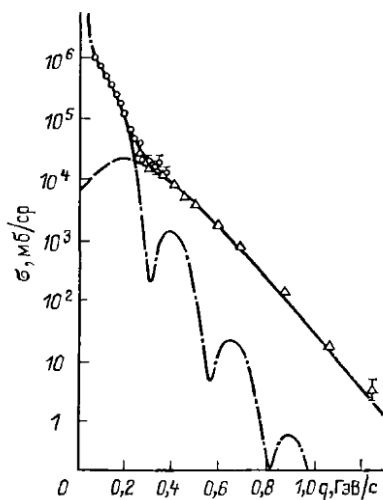


Рис. 6.11. Зависимость суммарного сечения рассеяния протонов от переданного импульса. Штрихпунктирная линия соответствует упругому рассеянию, штриховая — неупругому рассеянию

ядерных состояний. В результате полное сечение неупругого рассеяния будет определяться только волновой функцией основного состояния ядра (6.70). Используя (6.70), в σ_{in} можно выделить в явном виде вклады столкновений различной кратности, при этом в угловом распределении выделяются области, в которых преобладает рассеяние той или иной кратности. Сравнивая теоретические и экспериментальные результаты, можно получить данные о распределении плотности в ядрах (радиусе ядер, толщине диффузного слоя, коэффициенте поглощения ядерного вещества и т. п.).

На рис. 6.11 представлены суммарное сечение неупругого рассеяния протонов с энергией $E \approx 20$ ГэВ на ядре ^{12}C , рассчитанное на основе дифракционной теории [188], а также результаты эксперимента.

Приведенные примеры хорошего согласия результатов расчетов, основанных на представлении о дифракционном характере процессов взаимодействия нуклонов и ядер, с экспериментальными данными свидетельствуют о широких возможностях использования дифракционных ядерных процессов для изучения структуры ядер и природы нуклон-нуклонных взаимодействий¹.

¹ Обобщение теории многократного дифракционного рассеяния на случай неупругих реакций с перераспределением частиц в сталкивающихся системах проведено в [215]. На основе дифракционного подхода рассмотрены процессы захвата (p, d) и ($p, p'n$), возникающие при столкновении нуклонов высоких энергий с ядрами. Выполнены численные расчеты углового распределения в реакции $^4\text{He} (p, d) ^3\text{He}$ и проведено сравнение с экспериментальными данными [216]. Детальному рассмотрению неупругих процессов при столкновении сильно взаимодействующих частиц с ядрами при высоких энергиях, в частности процессов с образованием внутриядерных каскадов, посвящена монография [217].

Эффекты многократного рассеяния и импульсное приближение. Для описания взаимодействия нуклонов высоких энергий с ядрами часто используется также импульсное приближение, область применимости которого перекрывается с областью применимости дифракционного приближения. Представляют интерес проведение сопоставления между указанными приближениями и выяснение основного различия между ними [203].

В дифракционном приближении амплитуда рассеяния нуклона на системе A связанных частиц определяется общей формулой (6.22), в которой полную профилирующую функцию $\omega_{(A)}(\mathbf{b})$ следует брать в виде (6.21). Если полностью пренебречь эффектами многократного рассеяния, т. е. в правой части (6.27) оставить только первую сумму, то для амплитуды получим следующее выражение:

$$\mathcal{F}_{of}(\mathbf{q}) \approx \frac{ik}{2\pi} \int d\mathbf{b} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{b}) \left(\Phi_f, \sum_{i=1}^A \omega_i(\mathbf{b}-\mathbf{b}_i) \Phi_0 \right). \quad (6.120)$$

Эта амплитуда соответствует плосковолновому импульсному приближению. В плосковолновом импульсном приближении рассеяние на отдельных частицах рассматривается независимо, при этом полностью пренебрегается влиянием остальных частиц на рассеяние.

В более совершенном варианте импульсного приближения при изучении рассеяния на отдельной частице учет влияния остальных сводится к введению искажения волновых функций рассеиваемой частицы. Амплитуду рассеяния, соответствующую импульсному приближению с учетом искажения волновых функций рассеиваемой частицы, можно получить из (6.22) следующим образом. Запишем профилирующую функцию (6.21) в виде

$$\begin{aligned} \omega_{(A)} = \sum_{i=1}^A \omega_i \prod_{j=1}^{i-1} (1-\omega_j) &= \omega_A \prod_{j=1}^{A-1} (1-\omega_j) + \omega_{A-1} \prod_{j=1}^{A-2} (1-\omega_j) + \dots \\ &\dots + \omega_2 (1-\omega_1) + \omega_1. \end{aligned} \quad (6.121)$$

Рассмотрим рассеяние на последней A -той частице и учтем влияние всех остальных частиц [первое слагаемое в сумме (6.121)] в предположении, что между частицами в рассеивающей системе отсутствует корреляция. Рассмотрим одночастичный переход в системе, связанный с изменением состояния A -той частицы, и будем считать, что состояние остальных частиц не изменяется. В этом случае влияние остальных частиц на рассеяние будет характеризоваться множителем в амплитуде, который с учетом тождественности частиц и нормировки одночастичных волновых функций представим в виде

$$\left(\Phi_0, \prod_{j=1}^{A-1} (1-\omega_j) \Phi_0 \right) = \left(1 - \frac{1}{2\pi ik} \int d\mathbf{q}' \exp(i\mathbf{q}'\mathbf{b}) f(\mathbf{q}') s(\mathbf{q}') \right)^{A-1}. \quad (6.122)$$

Считая, что $A \gg 1$, правую часть (6.122) можно представить в виде экспоненты

$$\left(\Phi_0, \prod_{j=1}^{A-1} (1 - \omega_j) \Phi_0 \right) \approx \exp [2i \delta(\mathbf{b})], \quad 2\delta(\mathbf{b}) = -\frac{\mu}{\hbar^2 k} \int_{-\infty}^{\infty} dz \mathcal{V}(\mathbf{b}, z), \quad (6.123)$$

где $\mathcal{V}(\mathbf{b}, z)$ — оптический потенциал, определяемый (6.51). Если предположить, что последующие слагаемые в (6.121) вносят такой же вклад, как и первое слагаемое, в амплитуду рассеяния, то

$$\mathcal{F}_{of}(\mathbf{q}) \approx \frac{ik}{2\pi} \int d\mathbf{b} \exp [iq\mathbf{b} + 2i\delta(\mathbf{b})] \left(\Phi_f, \sum_{i=1}^A \omega_i(\mathbf{b} - \mathbf{b}_i) \Phi_0 \right). \quad (6.124)$$

Это выражение в точности соответствует амплитуде рассеяния в импульсном приближении с учетом искажения волн. Действительно, в высокоэнергетическом приближении нетрудно убедиться, что

$$\exp [iq\mathbf{b} + 2i\delta(\mathbf{b})] \approx \psi_{\mathbf{k}^*}^*(\mathbf{r}) \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}), \quad (6.125)$$

где $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ — волновая функция рассеиваемой частицы с определенным импульсом \mathbf{k} в поле оптического потенциала, создаваемого всеми частицами рассеивающей системы, за исключением выделенной частицы.

Вывод (6.124) основан на допущении, что все слагаемые в (6.121) вносят одинаковый вклад в амплитуду. На самом деле структура отдельных слагаемых в (6.121) существенно зависит от номера выделенной частицы i . Поэтому выражение (6.124), так же как и (6.120), является недостаточно точным для амплитуды рассеяния (6.22). Найдем более точное выражение для амплитуды рассеяния, последовательно учитывающее эффекты многократного рассеяния при одночастичных переходах. Для этого запишем профилирующую функцию $\omega_{(A)}$ в виде, симметризованном относительно всех рассеивающих частиц:

$$\omega_{(A)} = \sum_i \omega_i \left\{ 1 - \frac{1}{2!} \sum_{j \neq i} \omega_j + \frac{1}{3!} \sum_{j \neq k \neq i} \omega_j \omega_k - \dots + \frac{(-1)^{A-1}}{A!} \sum_{i \neq k \neq \dots \neq i} \omega_j \omega_k \dots \omega_n \right\}. \quad (6.126)$$

Простым переобозначением отдельные слагаемые в (6.126) можно свести друг к другу. Если $i = A$, то путем непосредственной проверки легко убедиться, что выражение в фигурных скобках в (6.126) можно записать в виде $\int_0^1 dx \prod_{j=1}^{A-1} (1 - x\omega_j)$. Поэтому в общем случае имеем

$$\omega_{(A)} = \sum_i \omega_i \int_0^1 dx \prod_{j=1}^{A-1} (1 - x\omega_j). \quad (6.127)$$

Пренебрегая корреляцией между рассеивающими частицами и считая $A \gg 1$, получаем

$$\left(\Phi_0, \int_0^1 dx \prod_{j=1}^{A-1} (1 - x\omega_j) \Phi_0 \right) \approx \exp [i\delta(b)] \frac{\sin \delta(b)}{\delta(b)}. \quad (6.128)$$

Таким образом, амплитуду рассеяния (6.22) приближенно можно представить в виде

$$\mathcal{F}_{of}(\mathbf{q}) \approx \frac{ik}{2\pi} \int db \exp [iqb + i\delta(b)] \frac{\sin \delta(b)}{\delta(b)} \left(\Phi_f, \sum_{i=1}^A \omega_i (\mathbf{b} - \mathbf{b}_i) \Phi_0 \right) \quad (6.129)$$

Формула (6.129) в отличие от формул импульсного приближения (6.120) и (6.124) последовательно учитывает эффекты многократного рассеяния при одночастичных переходах.

Для иллюстрации применения развитого подхода и для количественной оценки эффектов многократного рассеяния рассмотрим упругое рассеяние протонов на ядре углерода ^{12}C при энергиях 185 МэВ и 1 ГэВ, для которых имеются экспериментальные данные. При расчете дифференциального сечения рассеяния в плосковолновом импульсном приближении воспользуемся формулой (6.120), в импульсном приближении с учетом искажения волн формулой (6.124) и в дифракционном приближении — формулой (6.129). Нуклон-нуклонную амплитуду выберем в виде (6.104) или (6.108), а значения параметров — соответственно (6.106) и (6.109). Для описания основного состояния ^{12}C используем осцилляторную оболочечную функцию с параметром $\alpha = 0,609 \text{ фм}^{-1}$.

Результаты численных расчетов для энергий 185 МэВ и 1 ГэВ приведены соответственно на рис. 6.12 и 6.13. Кривые 1 изображают дифференциальное сечение рассеяния, рассчитанное в плосковолновом импульсном приближении на основе (6.120), кривые 2 — дифференциальное сечение рассеяния, рассчитанное в импульсном приближении с учетом искажения волн на основе (6.124), кривые 3 — дифференциальное сечение рассеяния, рассчитанное в дифракционном приближении на основе (6.129). На рис. 6.13 приведено также (кривая 4) дифференциальное сечение рассеяния, рассчитанное на основе точной формулы дифракционного приближения (6.22). Точками изображены результаты эксперимента [210] и [218].

Как видно из приведенных рисунков, в наилучшем согласии с экспериментальными данными находятся расчеты на основе дифракционного приближения. [Результаты расчета на основе приближенной дифракционной формулы (6.129) и точной дифракционной формулы (6.22) практически не различаются.]. Сечения, полученные при расчете на основе формул импульсного приближения, существенно отличаются от результатов дифракционного приближения. В то время как плосковолновое импульсное приближение дает завышенное значение сечения при малых углах рассеяния, импульсное приближение с учетом искажения волн приводит к заниженным значениям сечения в области малых углов. Таким образом, если дифракционное приближение позволяет

получать правильное значение сечения рассеяния при малых углах без введения каких-либо подгоночных параметров, то использование импульсных приближений приводит к значениям, сильно отличающимся по абсолютной величине. Заметим, что различие между указанными приближениями значительно больше при энергии 1 ГэВ.

Рассмотренные примеры показывают, что процессы упругого и неупругого рассеяния нуклонов высоких энергий на ядрах хорошо описываются на основе дифракционного подхода, учитывающего эффек-

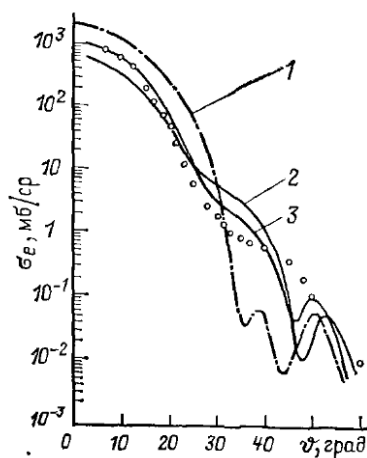


Рис. 6.12. Дифференциальное сечение упругого рассеяния протонов с энергией 185 МэВ на ядре ^{12}C

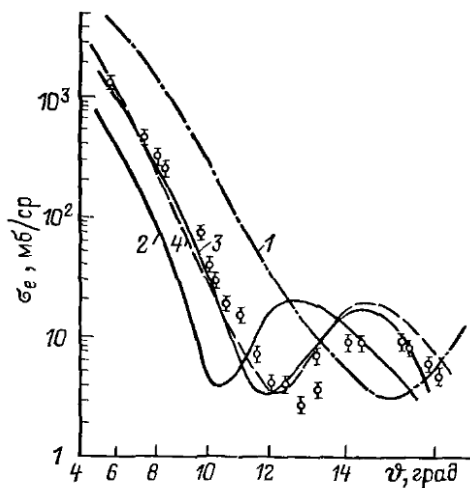


Рис. 6.13. Дифференциальное сечение упругого рассеяния протонов с энергией 1 ГэВ на ядре ^{12}C

ты многократного рассеяния. В рамках дифракционной теории получили удовлетворительное объяснение многочисленные эксперименты, в которых изучалось взаимодействие при высоких энергиях не только нуклонов, но и π -мезонов и других сильно взаимодействующих частиц с ядрами. Установление дифракционного характера ядерного взаимодействия при высоких энергиях позволяет использовать указанные процессы для изучения структуры ядер. Учет дифракционного характера взаимодействия при высоких энергиях позволяет также из данных по взаимодействию адронов высоких энергий с ядрами получать сведения о характере адрон-нуклонного взаимодействия.

Задачи

1. Определить полное сечение взаимодействия высокоэнергетического нейтрона с ядром.

Используя для амплитуды упругого рассеяния высокоэнергетического нейтрона выражение (6.48) (справедливое в пренебрежении корреляцией между ну-

клонами в ядре) и представление (6.104) для нуклон-нуклонной амплитуды, с помощью оптической теоремы получаем

$$\sigma_t = 4\pi \operatorname{Re} \int_0^\infty db b \left\{ 1 - \left(1 - \frac{(1-i\gamma)\sigma}{4\pi} \int_0^\infty dq q J_0(qb) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \exp\left(-\frac{\beta^2}{2} q^2\right) s(q) \right)^A \right\}, \quad (6.130)$$

где

$$s(q) = \int dr \exp(iqr) \rho^1(r).$$

Если распределение однонуклонной плотности выбрать в виде гауссовой функции (6.117), то для полного сечения получим простую формулу

$$\sigma_t = \sigma \operatorname{Re} (1-i\gamma) \sum_{n=1}^A \frac{(-1)^{n-1}}{n} \frac{A!}{(A-n)! n!} \left(\frac{\alpha^2 (1-i\gamma)\sigma}{2\pi(1+2\alpha^2\beta^2)} \right)^{n-1}. \quad (6.131)$$

Распределение (6.117) хорошо применимо для ядра с заполненной s -оболочкой ${}^4\text{He}$. Для легких ядер, содержащих s - и p -оболочки, распределение однонуклонной плотности хорошо описывается более сложным выражением

$$\rho^1(r) = \frac{4}{A} \left(\frac{\alpha^2}{\pi} \right)^{3/2} \left[1 + \left(\frac{A}{6} - \frac{2}{3} \right) \alpha^2 r^2 \right] \exp(-\alpha^2 r^2). \quad (6.132)$$

Для тяжелых ядер применимо распределение Вудса—Саксона

$$\rho^1(r) = c / \left[1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right) \right], \quad (6.133)$$

где c — нормировочная константа ($\int dr \rho^1(r) = 1$). В табл. 6.1 приведены численные значения полных сечений согласно (6.130) и экспериментальные значения при импульсах падающих нейтронов $p = 1,65$ и $2,4$ ГэВ/с [202].

2. Используя дифракционное приближение, записать амплитуду взаимодействия двух ядер при высоких энергиях.

Таблица 6.1

Ядра	$p=1,65$ ГэВ/с		$p=2,4$ ГэВ/с	
	Теория	Эксперимент	Теория	Эксперимент
Be	293	290 ± 9	294	312 ± 9
C	357	358 ± 7	358	371 ± 8
Al	693	704 ± 18	693	741 ± 25
Fe	1202	1181 ± 31	1201	1121 ± 37
Ni	1265	1266 ± 21	1263	1265 ± 24
Cu	1326	1331 ± 28	1324	1325 ± 33
Zn	1357	1431 ± 37	1355	1379 ± 40
Ag	1918	1974 ± 50	1914	1904 ± 58
Sn	2107	2119 ± 55	2102	2082 ± 63
Pb	3110	3091 ± 77	3102	3134 ± 96
Bi	3126	3182 ± 92	3118	2985 ± 114
U	3446	3440 ± 72	3437	3454 ± 102

Обобщая (6.22), амплитуду взаимодействия двух ядер в дифракционном приближении запишем в виде

$$\mathcal{F}_{of}(\mathbf{q}) = \frac{ik}{2\pi} \int d\mathbf{b} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{b}) (\Phi_f(A_1) \Phi_f(A_2), \omega_{(A_1 A_2)}(\mathbf{b}) \Phi_0(A_1) \Phi_0(A_2)); \quad (6.134)$$

$$\omega_{(A_1 A_2)}(\mathbf{b}) = 1 - \prod_{i=1}^{A_1} \prod_{j=1}^{A_2} \{1 - \omega_{ij}(\mathbf{b})\}, \quad (6.135)$$

где \mathbf{b} — прицельное расстояние между центрами инерции сталкивающихся ядер, а отдельные профилирующие функции

$$\omega_{ij}(\mathbf{b}) \equiv \omega(\mathbf{b} - \mathbf{b}_i - \mathbf{b}_j)$$

выражаются через амплитуды нуклон-нуклонного рассеяния. $\Phi_0(A_1)$ и $\Phi_0(A_2)$ — внутренние волновые функции ядер до столкновения; $\Phi_f(A_1)$ и $\Phi_f(A_2)$ — внутренние волновые функции ядер после столкновения [интегрирование в (6.134) проводится по внутренним координатам сталкивающихся ядер].

В случае упругого рассеяния амплитуду можно выразить через оболочечные волновые функции ядер, при этом учет эффекта отдачи при столкновении сводится к появлению перед интегралом в выражении для амплитуды множителя

$$\exp\left\{\frac{q^2}{4A_1\alpha_1^2} + \frac{q^2}{4A_2\alpha_2^2}\right\},$$

где A_1 и A_2 — массовые числа сталкивающихся ядер. Таким образом, амплитуда упругого рассеяния описывается выражением

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{00}(\mathbf{q}) &= \frac{ik}{2\pi} \exp\left[\frac{1}{4}\left(\frac{1}{A_1\alpha_1^2} + \frac{1}{A_2\alpha_2^2}\right)q^2\right] \times \\ &\times \int d\mathbf{b} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{b}) \int \prod_{i=1}^{A_1} (d\mathbf{r}_i) \int \prod_{j=1}^{A_2} (d\mathbf{r}'_j) \Psi_f^*(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_{A_1}) \times \\ &\times \Psi_f^*(\mathbf{r}'_1, \dots, \mathbf{r}'_{A_2}) \left\{1 - \prod_{i=1}^{A_1} \prod_{j=1}^{A_2} (1 - \omega(\mathbf{b} - \mathbf{b}_i - \mathbf{b}'_j))\right\} \times \\ &\times \Psi_0(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_{A_1}) \Psi_0(\mathbf{r}'_1, \dots, \mathbf{r}'_{A_2}), \end{aligned} \quad (6.136)$$

где интегрирование проводится по координатам всех нуклонов сталкивающихся ядер.

3. Используя модель многократного рассеяния, рассмотрим дифракционное взаимодействие дейтрона с ядром и провести сопоставление с результатами для модели непрозрачного ядра.

В отличие от модели непрозрачного ядра в теории многократного рассеяния наряду с процессами когерентного рассеяния, при которых состояние рассеивающего ядра не изменяется (в том числе и в промежуточных состояниях), учитываются процессы когерентного рассеяния с виртуальным возбуждением, а также некогерентные процессы, приводящие к изменению состояния рассеивающего ядра. При взаимодействии дейтрона с ядром амплитуда перехода в соответствии с (6.134) описывается выражением

$$\mathcal{F}_{00:ff}(\mathbf{q}) = \frac{ik}{2\pi} \int d\mathbf{b} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{b}) (\Phi_f \Phi_f, \omega_{(dA)}(\mathbf{b}, \rho, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_A) \Phi_0 \Phi_0), \quad (6.137)$$

где $\omega_{(dA)}$ — профилирующая функция для дейтрона:

$$\begin{aligned} \omega_{(dA)}(\mathbf{b}, \rho) &= \omega_{(nA)}\left(\mathbf{b} + \frac{1}{2}\rho\right) + \omega_{(pA)}\left(\mathbf{b} - \frac{1}{2}\rho\right) - \\ &- \omega_{(nA)}\left(\mathbf{b} - \frac{1}{2}\rho\right) \omega_{(pA)}\left(\mathbf{b} - \frac{1}{2}\rho\right) \end{aligned} \quad (6.138)$$

(b — прицельный параметр центра инерции дейтрона; ρ — составляющая относительного радиус-вектора \mathbf{r} в плоскости, перпендикулярной импульсу падающего дейтрона \mathbf{k}); Φ_0 и Φ_f — внутренние волновые функции дейтрона до и после столкновения; Φ_0 и Φ_f — волновые функции ядра в начальном и конечном состояниях.

Рассмотрим сначала упругое рассеяние дейтрона. Воспользовавшись условием полноты для внутренних волновых функций ядра, матричный элемент от профилирующей функции дейтрона запишем

$$\begin{aligned} & (\Phi_0, \omega_{(dA)} \Phi_0) = (\Phi_0, \omega_{(nA)} \Phi_0) + (\Phi_0, \omega_{(pA)} \Phi_0) - \\ & - (\Phi_0, \omega_{(nA)} \Phi_0) (\Phi_0, \omega_{(pA)} \Phi_0) - \sum_{f \neq 0} (\Phi_0, \omega_{(nA)} \Phi_f) (\Phi_f, \omega_{(pA)} \Phi_0). \end{aligned} \quad (6.139)$$

В результате амплитуду упругого рассеяния дейтрона можно представить в виде

$$\mathcal{F}_{00;00}(\mathbf{q}) = \mathcal{F}_0(\mathbf{q}) + \mathcal{F}'(\mathbf{q}), \quad (6.140)$$

где

$$\mathcal{F}_0(\mathbf{q}) = 2f(\mathbf{q}) s_0\left(\frac{\mathbf{q}}{2}\right) + \frac{i}{2\pi k} \int d\mathbf{q}' f\left(\frac{\mathbf{q}}{2} + \mathbf{q}'\right) f\left(\frac{\mathbf{q}}{2} - \mathbf{q}'\right) s_0(\mathbf{q}'); \quad (6.141)$$

$$\mathcal{F}'(\mathbf{q}) = \frac{i}{2\pi k} \int d\mathbf{q}' \sum_{f \neq 0} f_{of}\left(\frac{\mathbf{q}}{2} + \mathbf{q}'\right) f_{fo}\left(\frac{\mathbf{q}}{2} - \mathbf{q}'\right) s_0(\mathbf{q}') \quad (6.142)$$

[$s_0(\mathbf{q})$ — упругий форм-фактор дейтрона]. Амплитуда $\mathcal{F}_0(\mathbf{q})$ описывает упругое рассеяние в предположении, что промежуточное состояние ядра при двойном рассеянии является основным состоянием. Амплитуда $\mathcal{F}'(\mathbf{q})$ описывает вклад промежуточных состояний, отличных от основного, т. е. при рассеянии первого нуклона (входящего в состав дейтрона) ядро переходит в возбужденное состояние, а затем при рассеянии второго нуклона ядро снова переходит в основное состояние.

Используя оптическую теорему, полное сечение взаимодействия дейтрона с ядром запишем в виде

$$\sigma_t = \sigma_t^p + \sigma_t', \quad (6.143)$$

где

$$\sigma_t^p = \frac{4\pi}{k} \text{Im } \mathcal{F}_0(0); \quad \sigma_t' = \frac{4\pi}{k} \text{Im } \mathcal{F}'(0). \quad (6.144)$$

Рассмотрим вначале первое слагаемое

$$\sigma_t^p = 2\sigma_t^{(nA)} + \delta\sigma_t^p, \quad (6.145)$$

где

$$\delta\sigma_t^p = \frac{2}{k^2} \text{Re} \int d\mathbf{q}' f(\mathbf{q}') f(-\mathbf{q}') s_0(\mathbf{q}').$$

Предполагая, что амплитуда $f(\mathbf{q})$ чисто мнима, выражение под знаком интеграла выразим непосредственно через дифференциальное сечение рассеяния нуклона на ядре:

$$\delta\sigma_t^p = -\frac{2}{k^2} \int d\mathbf{q} \sigma_e(\mathbf{q}) s_0(\mathbf{q}). \quad (6.146)$$

В отличие от (4.213) в этом выражении под знаком интеграла сечение $\sigma_e(\mathbf{q})$ убывает с ростом q быстрее, чем дейтронный форм-фактор $s_0(\mathbf{q})$. Поэтому приближенно (6.146) можно оценить, вынося $s_0(\mathbf{q}) \approx s_0(0)$ за знак интеграла. В результате получим

$$\sigma_t^p \approx 2(\sigma_t^{(nA)} - \sigma_e^{(nA)}) = 2\sigma_a^{(nA)}, \quad (6.147)$$

где $\sigma_a^{(hA)}$ — сечение поглощения нуклона ядром:

$$\sigma_a^{(hA)} = \int db \{1 - \exp[\sigma T(b)]\}. \quad (6.148)$$

Более точно $\delta\sigma_0^q$ можно вычислить в предельном случае сильного поглощения. Используя для амплитуды взаимодействия нуклона с ядром выражение (6.63), получаем:

$$\sigma_i^0 = 4\pi R^2 \left\{ 1 - \int_0^\infty d\xi \frac{J_1^2(\xi)}{\xi} s_0\left(\frac{\xi}{p}\right) + 0(\kappa^{-2}) \right\}, \quad p = \frac{R}{R_d}, \quad (6.149)$$

что находится в соответствии с (4.196). Если размеры ядра значительно превосходят размеры дейтрона ($R \gg R_d$), то

$$\sigma_i^0 = 2\pi R^2 + \pi R R_d. \quad (6.150)$$

Оценим вклад в полное сечение взаимодействия дейтрона с ядром переходов в промежуточные состояния, отличающиеся от основного состояния ядра. Полагая $\gamma = 0$ в (6.142), можно записать

$$\sum_{f \neq 0} f_{of}(q) f_{f0}(q) = -\sigma_{in}(q),$$

где $\sigma_{in}(q)$ — дифференциальное сечение некогерентного рассеяния нуклона ядром. Используя (6.144), находим

$$\sigma_i^0 \approx -\frac{2}{k^2} \int dq \sigma_{in}(q) s_0(q) \approx -2\sigma_{in}^{(hA)}. \quad (6.151)$$

В предельном случае сильного поглощения вклад некогерентного рассеяния в полное сечение взаимодействия нуклона с ядром пренебрежимо мал: $\sigma_{in}^{(hA)} = \pi R^2 \kappa^{-2}$. Следовательно, полное сечение взаимодействия дейтрона с ядром оказывается нечувствительным к эффектам виртуального возбуждения ядра, возможного при последовательном двойном рассеянии отдельных нуклонов дейтрона. В силу своего некогерентного характера амплитуда $\mathcal{F}'(q)$ не влияет существенно на дифракционный пик амплитуды $\mathcal{F}_0(q)$, ответственный за интегральное сечение упругого рассеяния σ_0^0 , а также полное сечение σ^0 . Поэтому при вычислении σ_0^0 и σ^0 модель непрозрачного ядра является хорошим приближением [необходимо только как можно точнее вычислить амплитуду $\mathcal{F}_0(q)$].

Амплитуда *когерентного расщепления дейтрона* (расщепления, при котором рассеивающее ядро остается в основном состоянии) описывается формулой

$$\mathcal{F}_{00; of}(q) = \frac{ik}{2\pi} \int db \exp(iqb) (\Phi_0 \Phi_f, \omega_{(dA)}(b, \rho) \Phi_0 \Phi_0). \quad (6.152)$$

Поступая аналогичным образом, как и в случае *когерентного упругого рассеяния*, амплитуду (6.152) можно записать

$$\mathcal{F}_{00; of}(q) = \mathcal{F}_0(q, f) + \mathcal{F}'(q, f), \quad (6.153)$$

где $\mathcal{F}_0(q, f)$ — амплитуда расщепления дейтрона, если состояние ядра остается неизменным в промежуточном состоянии, и $\mathcal{F}'(q, f)$ — добавочная амплитуда, учитывающая виртуальное возбуждение ядра при последовательном двойном рассеянии отдельных нуклонов дейтрона:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_0(q, f) = & f(q) \left\{ \Phi\left(f, \frac{q}{2}\right) + \Phi\left(f, -\frac{q}{2}\right) \right\} + \\ & + \frac{i}{2\pi k} \int dq' f\left(\frac{q}{2} + q'\right) f\left(\frac{q}{2} - q'\right) \Phi(f, q'); \end{aligned} \quad (6.154)$$

$$\mathcal{F}'(q, f) = \frac{i}{2\pi k} \int dq' \sum_{f \neq 0} f_{of}\left(\frac{q}{2} + q'\right) f_{f0}\left(\frac{q}{2} - q'\right) \Phi(f, q'). \quad (6.155)$$

Здесь $\Phi(\mathbf{f}, \mathbf{q})$ — неупругий форм-фактор дейтрона. Используя (6.153), сечение когерентного расщепления дейтрона запишем в виде

$$\sigma_d = \sigma_d^0 + \sigma_d', \quad (6.156)$$

где

$$\sigma_d^0 = \frac{1}{k^2} \int d\mathbf{q} \int \frac{d\mathbf{f}}{(2\pi)^3} |\mathcal{F}_0(\mathbf{q}, \mathbf{f})|^2; \quad (6.157)$$

$$\sigma_d' = \frac{1}{k^2} \int d\mathbf{q} \int \frac{d\mathbf{f}}{(2\pi)^3} \left\{ 2\text{Re} \mathcal{F}_0^*(\mathbf{q}, \mathbf{f}) \mathcal{F}'(\mathbf{q}, \mathbf{f}) + |\mathcal{F}'(\mathbf{q}, \mathbf{f})|^2 \right\}. \quad (6.158)$$

В предельном случае сильного поглощения воспользуемся для амплитуды нуклон-ядерного взаимодействия выражением (6.63), в результате получим

$$\begin{aligned} \sigma_d^0 &= R^2 \int d\mathbf{q} \int \frac{d\mathbf{f}}{(2\pi)^3} \left| \frac{J_1(qR)}{q} \left\{ \Phi\left(\mathbf{f}, \frac{\mathbf{q}}{2}\right) + \Phi\left(\mathbf{f}, -\frac{\mathbf{q}}{2}\right) \right\} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{R}{2\pi} \int d\mathbf{q}' \frac{J_1\left(\left|\frac{\mathbf{q}}{2} + \mathbf{q}'\right|R\right)}{\left|\frac{\mathbf{q}}{2} + \mathbf{q}'\right|} \frac{J_1\left(\left|\frac{\mathbf{q}}{2} - \mathbf{q}'\right|R\right)}{\left|\frac{\mathbf{q}}{2} - \mathbf{q}'\right|} \Phi(\mathbf{f}, \mathbf{q}') \right|^2. \quad (6.159) \end{aligned}$$

Выберем волновую функцию основного состояния дейтрона φ_0 и волновую функцию системы нейтрон—протон в непрерывном спектре $\varphi_{\mathbf{f}}$ в виде

$$\varphi_0(r) = \sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}} \frac{\exp(-\alpha r)}{r} \quad \text{и} \quad \varphi_{\mathbf{f}}(r) = \exp(i\mathbf{f}r) - \frac{1}{\alpha - i\mathbf{f}} \frac{\exp(-i\mathbf{f}r)}{r}.$$

Предполагая, что размеры ядра значительно превышают размеры дейтрона ($R \gg R_d$), для интегрального сечения когерентного дифракционного расщепления дейтрона получим формулу (4.189):

$$\sigma_d^0 = \frac{2\pi}{3} \left(\ln 2 - \frac{1}{4} \right) R R_d. \quad (6.160)$$

Согласно (6.160) в предельном случае сильного поглощения проинтегрированное сечение когерентного дифракционного расщепления дейтрона увеличивается с ростом массового числа A пропорционально $A^{1/3}$ (с уменьшением поглощения рост сечения когерентного дифракционного расщепления с увеличением A уменьшается). В то же время полное сечение взаимодействия дейтрона с ядром увеличивается с ростом A пропорционально $A^{2/3}$. Следовательно, относительный вклад когерентного дифракционного расщепления в полное сечение взаимодействия дейтрона с ядром уменьшается с ростом массового числа ядра A . Учет виртуального возбуждения ядра при дифракционном расщеплении приводит при сильном поглощении к небольшой добавке к (6.160):

$$\sigma_d' = \sigma_d^0 (\kappa^{-2}). \quad (6.161)$$

Можно показать, что и в общем случае добавка к сечению когерентного дифракционного расщепления дейтрона, связанная с виртуальным возбуждением ядра, мала. Для этого вычислим суммарное сечение когерентного дифракционного расщепления дейтрона (6.156), воспользовавшись для амплитуды расщепления выражением (6.153) и допущением (6.104). Выбирая для упрощения выкладок расщепление однонуклонной плотности и внутреннюю волновую функцию дейтрона в виде гауссовых функций

$$\rho^1(r) = \left(\frac{\alpha^2}{\pi} \right)^{3/2} \exp(-\alpha^2 r^2) \quad \text{и} \quad \varphi_0^2(r) = \left(\frac{1}{\pi R_d^2} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{r^2}{R_d^2}\right),$$

получаем [219]

$$\begin{aligned} \sigma_d = & \frac{\pi}{\alpha^2} (1 + 2\alpha^2 \beta^2) \sum_{\substack{n=1 \\ l \leq m \leq n}}^A \sum_{\substack{n'=1 \\ l' \leq m' \leq n'}}^A \frac{A!}{(A-n)!(n-m)!(m-l)!l} \times \\ & \times \frac{A!}{(A-n')!(n'-m')!(m'-l')!l'} (-1)^{n+l+n'+l'} \Gamma^{n+l} \Gamma^{*n'+l'} \times \\ & \times \left(\frac{2\alpha^2 \beta^2}{1+2\alpha^2 \beta^2} \right)^{n+n'} \left(\frac{1+2\alpha^2 \beta^2}{2(1+\alpha^2 \beta^2)} \right)^{l+l'} \times \\ & \times \left\{ \frac{1}{(a+a')N + aa' \left(\frac{c}{a} - \frac{c'}{a'} \right)^2 P - \frac{2aa'N}{A(1+2\alpha^2 \beta^2)}} - \right. \\ & \left. - \frac{1}{P \left[m(1+b'P) + m'(1+bP) - \frac{2mm'P}{A(1+2\alpha^2 \beta^2)} \right]} \right\}, \end{aligned} \quad (6.162)$$

где

$$\begin{aligned} a = & \frac{n+(n+l)\alpha^2 \beta^2}{1+\alpha^2 \beta^2}; \quad b = \frac{l+(n+l)\alpha^2 \beta^2}{\alpha^2 \beta^2}; \quad c = n+l-2m; \\ m = & a \left(b + \frac{1}{P} \right) - c^2; \quad N = 1 + \left(\frac{ab-c^2}{a} - \frac{a'b'-c'^2}{a'} \right) P; \\ P = & \frac{1}{4} \frac{\alpha^2 R_d^2}{1+2\alpha^2 \beta^2}; \quad \Gamma = \frac{(1-i\gamma)\sigma}{4\pi\beta^2} \end{aligned} \quad (6.163)$$

(при этом использовано условие полноты волновых функций для системы нейтрон—протон, так как энергия возбуждения системы мала по сравнению с энергией падающего дейтрона). При вычислении σ_d^0 следует воспользоваться для амплитуды взаимодействия нуклона с ядром выражением (6.118). Заметим, что это выражение в отличие от (6.63) хорошо описывает амплитуду и вдали от главного

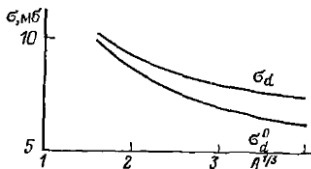


Рис. 6.14. Зависимость сечения когерентного дифракционного расщепления дейтрона σ_d от массового числа ядра (σ_d^0 — сечение расщепления в пренебрежении процессами виртуального возбуждения ядра)

дифракционного максимума. Численные вычисления [219] показывают, что при заданных значениях параметров (6.106) σ_d и σ_d^0 медленно уменьшаются с ростом A и очень мало отличаются друг от друга (рис. 6.14). Следовательно, процессами виртуального возбуждения ядра при когерентном дифракционном расщеплении дейтрона вообще можно пренебречь. Так как сечение когерентного расщепления мало по сравнению с полным сечением взаимодействия дейтрона с ядром и виртуальное расщепление при достаточно высоких энергиях падающего дейтрона мало вероятно, то при вычислении сечений для других процессов можно воспользоваться моделью жесткого дейтрона, в которой пренебрегается внутренней структурой последнего,

Рассмотрим некогерентные процессы при взаимодействии дейтрона с ядром. Дифференциальное сечение полного рассеяния дейтрона ядром представим в виде суммы

$$\sigma_s(\mathbf{q}) = \sigma_e(\mathbf{q}) + \sigma_d(\mathbf{q}) + \tilde{\sigma}_e(\mathbf{q}) + \tilde{\sigma}_d(\mathbf{q}), \quad (6.164)$$

где σ_e — сечение упругого рассеяния; σ_d — сечение когерентного расщепления; $\tilde{\sigma}_e$ — сечение некогерентного рассеяния дейтрона; $\tilde{\sigma}_d$ — сечение некогерентного расщепления дейтрона ядром:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_e(\mathbf{q}) &= |\mathcal{F}_{00; 00}(\mathbf{q})|^2; \quad \tilde{\sigma}_e(\mathbf{q}) = \sum_{f \neq 0} |\mathcal{F}_{00; f0}(\mathbf{q})|^2; \\ \sigma_d(\mathbf{q}) &= \int \frac{df}{(2\pi)^3} |\mathcal{F}_{00; 0f}(\mathbf{q})|^2; \quad \tilde{\sigma}_d(\mathbf{q}) = \sum_{f \neq 0} \int \frac{df}{(2\pi)^3} |\mathcal{F}_{00; ff}(\mathbf{q})|^2. \end{aligned} \right\} \quad (6.165)$$

Кроме того, сечение полного рассеяния дейтрона ядром можно представить в виде

$$\sigma_s(\mathbf{q}) = \sum_f \left\{ |\mathcal{F}_{0f}(\mathbf{q})|^2 + \int \frac{df}{(2\pi)^3} |\mathcal{F}_{0f}(\mathbf{q}, \mathbf{f})|^2 \right\}. \quad (6.166)$$

Воспользовавшись условием полноты волновых функций для системы нейтрон—протон и ядра, в (6.166) можно выполнить суммирование в явном виде. Таким образом, вычисляя отдельно σ_s , σ_e , σ_d и $\tilde{\sigma}_e$, нетрудно найти сечение некогерентного расщепления дейтрона $\tilde{\sigma}_d$.

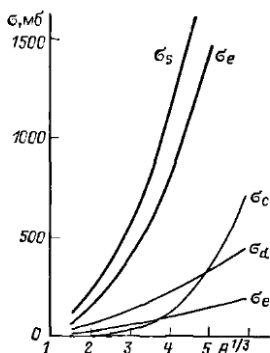
Интегральное сечение полного рассеяния определяется интегралом от (6.166) по полному телесному углу:

$$\sigma_s = \frac{1}{k^2} \int d\mathbf{q} \sigma_s(\mathbf{q}). \quad (6.167)$$

Разность между полным сечением σ_t и σ_s определяет сечение реакций под действием дейтронов:

$$\sigma_r = \sigma_t - \sigma_s. \quad (6.168)$$

Рис. 6.15. Зависимость интегральных сечений σ_s , σ_e , $\tilde{\sigma}_e$, σ_d и σ_c от массового числа ядра A



Для тяжелых ядер сечения σ_r и σ_s примерно равны друг другу:

$$\sigma_r \approx \sigma_s \approx \frac{1}{2} \sigma_t. \quad (6.169)$$

На рис. 6.15 представлена зависимость интегральных сечений σ_s , σ_e , σ_d , $\tilde{\sigma}_e$ и $\tilde{\sigma}_d$ от массового числа ядра. Сечение полного рассеяния σ_s практически равно половине полного сечения взаимодействия σ_t . Сечение некогерентного рассеяния $\tilde{\sigma}_e$ рассчитано в приближении жесткого дейтрона (пренебрегается эффектами виртуального возбуждения дейтрона при рассеянии). Амплитуда некогерентного рассеяния при этом имеет вид

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\mathcal{F}}_{00; f0}(\mathbf{q}) &= \frac{ik}{2\pi} \int d\mathbf{b} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{b}) \left(\Phi_f, \left\{ 1 - \prod_{i=1}^A (1 - \bar{\omega}(\mathbf{b} - \mathbf{b}_i)) \right\} \Phi_0 \right), \quad (6.170) \\ \bar{\omega}(\mathbf{b} - \mathbf{b}_i) &\equiv \int d\mathbf{r} \omega \left(\mathbf{b} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\rho} - \mathbf{b}_i \right) \varphi_0^2(r), \end{aligned} \right\}$$

где $\bar{\omega}(\mathbf{b} - \mathbf{b}_i)$ — профилирующая функция, описывающая рассеяние дейтрона на одном из нуклонов ядра. В случае тяжелых ядер

$$\tilde{\sigma}_e = \sigma'_e - \sigma'_e - \int d\mathbf{b} \{1 - \exp[-\tau(\mathbf{b})]\}, \quad (6.171)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_e &= 2 \operatorname{Re} \int d\mathbf{b} \{1 - \exp[-\zeta(\mathbf{b})]\}; \\ \sigma'_e &= \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^2} \exp\left(\frac{q^2}{2A\alpha^2}\right) \left| \int d\mathbf{b} \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{b}) \{1 - \exp[-\zeta(\mathbf{b})]\} \right|^2; \\ \zeta(\mathbf{b}) &= \int d\mathbf{r}_i \bar{\omega}(\mathbf{b} - \mathbf{b}_i) \rho(\mathbf{r}_i); \\ \tau(\mathbf{b}) &= \int d\mathbf{r}_i \{2 \operatorname{Re} \bar{\omega}(\mathbf{b} - \mathbf{b}_i) - [\bar{\omega}(\mathbf{b} - \mathbf{b}_i)]^2\} \rho(\mathbf{r}_i). \end{aligned} \right\} \quad (6.172)$$

Приближение жесткого дейтрона хорошо применимо также для расчета сечений σ_e и σ_t (даже в случае $A = 4$ отличие от точных значений составляет всего 2%).

Согласно результатам расчетов (см. рис. 6.15) сечение некогерентного расщепления дейтрона $\tilde{\sigma}_d$ быстро увеличивается с ростом A . Сечение $\tilde{\sigma}_d$ в несколько раз превосходит сечение некогерентного рассеяния $\tilde{\sigma}_e$, которое в свою очередь оказывается значительно больше сечения когерентного расщепления дейтрона σ_d . Таким образом, для тяжелых ядер некогерентное расщепление дейтрона (которым полностью пренебрегается в модели непрозрачного ядра) является основным эффектом наряду с упругим рассеянием и различными реакциями. На рис. 6.15 представлена также теоретическая зависимость сечения расщепления дейтрона кулоновским полем σ_c^z от массового числа ядра A [119]. Согласно рис. 6.15 для тяжелых ядер сечения некогерентного дифракционного расщепления дейтрона и кулоновского расщепления $\tilde{\sigma}_d$ и σ_c^z одинаковы по порядку величины.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ситенко А. Г., Тартаковский В. К. Лекции по теории ядра. М.: Атомиздат, 1972, 352 с.
2. Ситенко А. Г. Теория рассеяния. Киев: Вища школа, 1975, 256 с.
3. Беге Г., Моррисон Ф. Элементарная теория ядра: Пер. с англ. М.: Изд-во иностр. лит., 1958, 356 с.
4. Ахнезер А. И., Померанчук И. Я. Некоторые вопросы теории ядра. М.: Гостехтеориздат, 1950, 416 с.
5. Блатт Дж., Вайскопф В. Теоретическая ядерная физика: Пер. с англ. М.: Изд-во иностр. лит., 1954, 660 с.
6. Ландау Л. Д., Смородинский Я. А. Лекции по теории атомного ядра. М.: Гостехтеориздат, 1955, 140 с.
7. Давыдов А. С. Теория атомного ядра. М.: Физматгиз, 1958, 612 с.
8. Престон М. Физика ядра: Пер. с англ. М.: Мир, 1964, 576 с.
9. Балдин А. М., Гольданский В. И., Максименко В. М., Розенталь И. Л. Кинематика ядерных реакций. М.: Атомиздат, 1968, 456 с.
10. Шапиро И. С. Теория прямых ядерных реакций. М.: Атомиздат, 1963, 92 с.
11. Kikuchi K., Kawai M. Nuclear Matter and Nuclear Reactions. Amsterdam: North—Holland, 1968, 334 p.
12. Austern N. Direct Nuclear Reaction Theories. N. Y.: Wiley—Interscience, 1970, 390 p.
13. Mahaux C., Weidenmüller H. A. Shell—Model Approach to Nuclear Reactions. Amsterdam: North—Holland, 1969, 348 p.
14. McCarthy I. E. Nuclear Reactions. Oxford: Pergamon Press, 1970, 328 p.
15. Uberall H. Electron Scattering from Complex Nuclei. N. Y.: Academic Press, 1971, 869 p.
16. Dalitz R. H. — Philos. Mag., 1953, vol. 44, p. 1068—1080.
17. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Релятивистская квантовая теория. 4.1. М.: Наука, 1968, 480 с.
18. Wheeler J. A. — Phys. Rev., 1937, vol. 52, p. 1107—1122.
19. Heisenberg W. — Z. Phys., 1943, Bd 120, S. 513—538; 673—702.
20. Wigner E. P. — Göttingen Nachrichten, 1932, Bd 31, S. 546.
21. Bodansky D. e. a. — Phys. Rev. Lett., 1966, vol. 17, p. 589—592.
22. Blatt J. M., Biedenharn L. C. — Rev. Mod. Phys., 1952, vol. 24, p. 258—272.
23. Huby R. — Proc. Roy. Soc. A, 1954, vol. 67, p. 1103—1105.
24. Yang C. N. — Phys. Rev., 1948, vol. 74, p. 764—772.
25. Эдмонд А. Угловые моменты в квантовой механике. В кн.: Деформация атомных ядер. Пер. с англ. М.: Изд-во иностр. лит., 1959, с. 305—351.
26. Simon A., Welton T. — Phys. Rev., 1953, vol. 90, p. 1036—1043.
27. Schwinger J. — Phys. Rev., 1946, vol. 69, p. 681—682.
28. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. 4-е изд. М.: Наука, 1974, 752 с.
29. Wolfenstein L. — Ann. Rev. Nucl. Sci., 1956, vol. 6, p. 43—76.
30. Jacob M., Wick G. C. — Ann. Phys., 1959, vol. 7, p. 404—428.

31. Feshbach H., Peaslee D. C., Weisskopf V. F. — Phys. Rev., 1947, vol. 71, p. 145—158.
32. Feshbach H., Weisskopf V. F. — Phys. Rev., 1949, vol. 76, p. 1550—1560.
33. Kapur P. L., Peierls R. E. — Proc. Roy. Soc. A, 1938, vol. 166, p. 277—295.
34. Wigner E. P. — Phys. Rev., 1946, v. 70, p. 15—33; 606—618.
35. Айзенбуд Л., Вигнер Е. Структура ядра: Пер. с англ. М.: Изд-во иностр. лит., 1959. 178 с.
36. Лейн А., Томас Р. Теория ядерных реакций при низких энергиях: Пер. с англ. М.: Изд-во иностр. лит., 1960, 474 с.
37. Wigner E. P. — Phys. Rev., 1948, vol. 73, p. 1002—1009.
38. Базь А. И. — Журн. эксперим. и теорет. физ., 1957, т. 33, с. 923—928.
39. Breit G. — Phys. Rev., 1957, vol. 107, p. 1612—1615.
40. Breit G., Wigner E. P. — Phys. Rev., 1936, vol. 49, p. 519—531; 642—643.
41. Wigner E. P., Eisenbud L. — Phys. Rev., 1947, vol. 72, p. 29—41.
42. Bloch C. — Nucl. Phys., 1957, vol. 4, p. 503—528.
43. Thomas R. G. — Phys. Rev., 1955, vol. 97, p. 224—237.
44. Ситенко А. Г., Нечев П. Н., Петров Н. М. — Укр. физ. журнал, 1979, т. 24, с. 1729—1736.
45. Ефимов В. Н., Шульц Г. — ЭЧАЯ, 1976, вып. 7, с. 875—915.
46. Марченко В. А. — Докл. АН СССР, 1955, т. 104, с. 695—698.
47. Агранович З. С., Марченко В. А. Обратная задача теории рассеяния. Харьков: Изд-во Харьковск. ун-та, 1960, 264 с.
48. Bohr N. — Nature, 1936, vol. 137, p. 344.
49. Бор Н., Калькар Ф. — Успехи физ. наук, 1938, т. 20, с. 317—340.
50. Bethe H., Placzek G. — Phys. Rev., 1937, vol. 51, p. 450—484.
51. Siegert A. — Phys. Rev., 1939, vol. 56, p. 750—752.
52. Breit G. — Phys. Rev., 1946, vol. 69, p. 472—491.
53. Ахиезер А. И., Померанчук И. Я. — Журн. эксперим. и теорет. физ., 1948, т. 18, с. 603—608.
54. Henkel R. L., Varschall H. H. — Phys. Rev., 1950, v. 80, p. 145—149.
55. Лукьянов А. А. Структура нейтронных сечений. М.: Атомиздат, 1978, 191 с.
56. Porter C. F., Thomas R. G. — Phys. Rev., 1956, vol., 104, p. 483—491.
57. Wigner E. P. — Proc. Conf. Appl. Math. in Toronto, 1959. Univ. Toronto Press, 1959, p. 174.
58. Ericson T. — Advances Phys., 1960, vol. 9, p. 425—511.
59. Ericson T. — Ann. Phys., 1963, vol. 23, p. 390—414.
60. Фейнберг Е. Л. — В кн.: Труды проблемного симпозиума по физике ядра. Т. 2, М.: 1967, с. 389—411.
61. Schiffer J. P. — Rev. Mod. Phys., 1964, vol. 36, p. 1065—1070.
62. Любошиц В. Л., Подгорецкий М. И. — Журн. эксперим. и теорет. физ., 1976, т. 24, с. 214—226.
63. Brink D. M., Stephen R. O. — Phys. Lett., 1963, vol. 5, p. 77—79.
64. Ericson T., Mayer-Kuckuk T. — Ann. Rev. Nucl. Sci., 1966, vol. 16, p. 183—206.
65. Френкель Я. И. Изв. АН СССР. Сер. физ. 1936, № 1, 2, с. 233—248.
66. Ландау Л. Д. — Журн. эксперим. и теорет. физ., 1937, т. 7, с. 819—824.
67. Weisskopf V. F. — Phys. Rev., 1937, vol. 52, p. 295—303.
68. Бете Г. Физика ядра. Ч. 2: Пер. с англ. М.—Л.: Гостехиздат, 1948.
69. Tsukada K., Tanaka S., Maruyama M., Tomita Y. — Nucl. Phys., 1966, vol. 78, p. 369—384.
70. Бор О., Мотгельсон Б. Структура атомного ядра. Т. 1: Пер. с англ. М.: Мир, 1971, 456 с.
71. Katz L., Penfold A. — Phys. Rev., 1951, vol. 81, p. 815—819.
72. Wolfenstein L. — Phys. Rev., 1951, vol. 82, p. 690—696.
73. Hauser W., Feshbach H. — Phys. Rev., 1952, vol. 87, p. 366—373.
74. Ericson T., Strutinski V. — Nucl. Phys., 1959, vol. 9, p. 689—690.

75. Fermi E. e. a. — Proc. Roy. Soc. A, 1934, vol. 146, p. 483—500; 1935, vol. 149, p. 522—558.
76. Barschall H. H. — Phys. Rev., 1952, vol. 86, p. 431—432.
77. Walt M., Barschall H. H. — Phys. Rev., 1954, vol. 93, p. 1062—1068.
78. Feshbach H., Porter C. E., Weisskopf V. F. — Phys. Rev., 1953, vol. 90, p. 166—167; vol. 96, p. 448—464.
79. Шапиро И. С. — Успехи физ. наук, 1961, т. 75, с. 61—100.
80. Немировский П. Э. Современные модели атомного ядра. М.: Атомиздат, 1960, 304 с.
81. Ходгсон П. Е. Оптическая модель упругого рассеяния: Пер. с англ. М.: Атомиздат, 1966, 231 с.
82. Lane A. M., Thomas R. G., Wigner E. P. — Phys. Rev., 1955, vol. 98, p. 693—701.
83. Harvey J. A. — In: Proc. of the Internat. Conf. Nucl. Structure (Kingston, Toronto), 1960, p. 659—675.
84. Chase D. M., Willets L., Edmonds A. R. — Phys. Rev., 1958, vol. 110, p. 1080—1092.
85. Sefh K. K., Hugher D. J., Zimmerman R. L., Garth R. C. — Phys. Rev., 1958, vol. 110, p. 692—700.
86. Зарецкий Д. Ф., Сироткин В. К., Урин М. Г. — Ядерная физика, 1975, т. 22, с. 709—719.
87. Woods R. D., Saxon D. S. — Phys. Rev., 1954, vol. 95, p. 577—578.
88. Немировский П. Э. — Докл. АН СССР, 1955, т. 101, с. 257—258.
89. Lukanov A. V., Orlov Yu. V., Turovtsev V. V. — Nucl. Phys., 1958, vol. 8, p. 325—337.
90. Bjorklund F. E., Fernbach S. — Phys. Rev., 1958, vol. 109, p. 1295—1298.
91. McCarthy I. E. — Nucl. Phys., 1959, vol. 10, p. 583—589; vol. 11, p. 574—583.
92. Greenlees G. W., Pyle G. J. — Phys. Rev., 1966, vol. 149, p. 836—843.
93. Perey F. G., Buck B. — Nucl. Phys., 1962, vol. 32, p. 353—380.
94. Satchler G. R. — Nucl. Phys., 1960, vol. 21, p. 116—127.
95. Bethe H., Placzek G. — Phys. Rev., 1940, vol. 57, p. 1075—1076.
96. Fernbach S., Serber R., Taylor T. B. — Phys. Rev., 1949, vol. 75, p. 1352—1355.
97. Akhiezer A. I., Pomernanchuk I. Ya. — J. Phys. (USSR), 1945, vol. 9, p. 471—476.
98. Fermi E. — Nuovo cimento, 1954, vol. 11, p. 407—411.
99. Левинтов И. И. — Докл. АН СССР, 1956, т. 107, с. 240—243.
100. Дроздов С. И. — Журн. эксперим. и теорет. физ., 1955, т. 28, с. 734—738.
101. Иноппи Е. В. — Журн. эксперим. и теорет. физ., 1956, т. 31, с. 901—902.
102. Blair J. S. — Phys. Rev., 1959, vol. 115, p. 928—938.
103. Ахиезер А. И., Ситенко А. Г. — Уч. зап. Харьковск. ун-та, 1955, т. 64, с. 9—12.
104. Ахиезер А. И., Ситенко А. Г. — Журн. эксперим. и теорет. физ., 1957, т. 32, с. 794—805.
105. Akhiezer A. I., Sitenko A. G. — Phys. Rev., 1957, vol. 106, p. 1236—1246.
106. Glauber R. J. — Phys. Rev., 1955, vol. 99, p. 630—632.
107. Фейнберг Е. Л. — Журн. эксперим. и теорет. физ., 1955, т. 29, с. 115—120.
108. Udo F. — Rev. Mod. Phys., 1965, vol. 37, p. 365—368.
109. Serber R. — Phys. Rev., 1947, vol. 72, p. 1008—1016.
110. Ахиезер А. И., Ситенко А. Г. — Журн. эксперим. и теорет. физ., 1957, т. 33, с. 1040—1042.
111. Sitenko A. G. — Nucl. Phys., 1959, vol. 9, p. 412—419.
112. Sitenko A. G., Tartakovsky V. K. — Nucl. Phys., 1959, vol. 13, p. 420—434.
113. Ахиезер А. И., Ситенко А. Г. — Укр. физ. ж., 1958, т. 3, с. 16—34.

114. Ситенко А. Г., Тартаковский В. К. — Укр. физ. ж., 1961, т. 6, с. 12—19.
115. Nemets O. F., Sokolov M. V., Struzhko B. S. — Congr. Internat. Phys. Nucl., Paris, 1964. vol. 2, p. 961—963.
116. Fink C. L., Cohen B. L., van der Weerd J. C., Petty R. J. — Phys. Rev., 1969, vol. 185, p. 1568—1576.
117. Ситенко А. Г., Полозов А. Д., Евланов И. В. — Ядерная физика, 1974, т. 20, с. 1155—1161.
118. Glauber R. J. — Phys. Rev., 1955, vol. 100, p. 242—248.
119. Ситенко А. Г., Полозов А. Д., Евлаиов М. В. — Укр. физ. 1974, т. 19, с. 1778—1789.
120. Ситенко А. Г., Бережной Ю. А. — Журн. эксперим. и теор. физ., 1958, т. 35, с. 1289—1291.
121. Oppenheimer J. R., Phillips M. — Phys. Rev., 1935, vol. 48, p. 500—502.
122. Лифшиц Е. М. — Журн. экспер. и теорет. физ., 1938, т. 8, с. 930—944.
123. Тер-Мартirosян К. А. — Журн. экспер. и теорет. физ., 1955, т. 29, с. 713—729.
124. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. — Журн. эксперим. и теорет. физ., 1948, т. 18, с. 750—758.
125. Dancoff S. M. — Phys. Rev., 1947, vol. 72, p. 1017—1022.
126. Mullin C. J., Gutf E. — Phys. Rev., 1949, vol. 82, p. 141—155.
127. Розенцвейг Л. Н., Ситенко А. Г. — Журн. эксперим. и теорет. физ., 1956, т. 30, с. 427—428.
128. Butler S. T. — Phys. Rev., 1950, vol. 80, p. 1095—1096.
129. Butler S. T. — Proc. Roy. Soc. A, 1951, vol. 208, p. 559—579.
130. Butler S. T. — Phys. Rev., 1952, vol. 106, p. 272—286.
131. Bhatia A. B., Huang K., Huby R., Newns H. C. — Philos. Mag., 1952, vol. 43, p. 485—509.
132. Daitch P., French J. — Phys. Rev., 1952, vol. 87, p. 900—901.
133. Тобостан W. — Phys. Rev., 1954, vol. 94, p. 1655—1663.
134. Тобостан W., Kalos M. H. — Phys. Rev., 1955, vol. 97, p. 132—136.
135. Ситенко А. Г. — Журн. эксперим. и теорет. физ., 1956, т. 31, с. 636—641.
136. Батлер С. Ядерные реакции срыва: Пер. с англ. М.: Изд-во иностр. лит., 1960, 173 с.
137. Tobocman W. Theory of Direct Nuclear Reactions. Oxford: Univ. Press, 1961, 160 p.
138. Ситенко А. Г. — Успехи физ. наук, 1959, т. 67, с. 377—444.
139. Satchler G. R. — Nucl. Phys., 1964, vol. 55, p. 1—33.
140. Macfarlane M. H., French J. B. — Rev. Mod. Phys., 1960, vol. 32, p. 567—691.
141. Lee L. L., Schiffer J. P. — Phys. Rev. B, 1964, vol. 136, p. 405—409.
142. Newns H. — Proc. Phys. Soc., 1953, vol. 66, p. 477—483.
143. Newns H., Refai M. — Proc. Phys. Soc., 1958, vol. 71, p. 627—632.
144. Высоцкий Г. Л., Ситенко А. Г. — Журн. эксперим. и теорет. физ., 1959, т. 36, с. 1143—1153.
145. Ситенко А. Г., Харченко В. Ф. — Укр. физ. ж., 1962, т. 7, с. 1149—1159.
146. Modansky L., Owen G. E. — Phys. Rev., 1955, vol. 99, p. 1608—1609.
147. Неудачин В. Г. — Журн. экспер. и теорет. физ., 1958, т. 35, с. 1165—1170.
148. Ситенко А. Г. — Укр. физ. ж., 1957, т. 2, с. 3—13.
149. Levinson C. A., Valerjee M. K. — App. Phys., 1957, vol. 2, p. 471—498; p. 499—524; 1958, vol. 3, p. 67—90.
150. Johnson M. B., Owen L. W., Satchler G. R. — Phys. Rev., 1966, vol. 142, p. 748—757.
151. Satchler G. R. — Nucl. Phys. A. 1967, vol. 95, p. 1—37.
152. Kerman A. K., McManus H., Thaler R. M. — Ann. Phys., 1959, vol. 8, p. 551—635.

153. **Найброн Р. М., МсМанус Н.** — *Phys. Rev., B*, 1964, vol. 136, p. 1730—1740; 1965, vol. 140, p. 638—647.
154. **Найброн Р. М.** — *Nucl. Phys. A*, 1969, vol. 124, p. 662—672.
155. **Ситенко А. Г., Доценко И. С., Фурса А. Д.** — *Укр. физ. ж.*, 1971, т. 16, с. 555—573.
156. **Ситенко А. Г., Фурса А. Д., Доценко И. С.** — *Укр. физ. ж.*, 1971, т. 16, с. 881—893.
157. **Турен Н., Hillman P., Maris Th. A. J.** — *Nucl. Phys.*, 1958, vol. 7, p. 10—23.
158. **McCarthy I. E.** — *Rev. Mod. Phys.*, 1965, vol. 37, p. 388—392.
159. **Jacob G., Maris Th. A. J.** — *Rev. Mod. Phys.*, 1966, vol. 38, p. 121—142.
160. **Фаддеев Л. Д.** — *Журн. эксперим. и теорет. физ.*, 1960, т. 39, с. 1459—1467.
161. **Ситенко А. Г., Харченко В. Ф.** — *Успехи физ. наук*, 1971, т. 103, с. 469—527.
162. **Sitenko A. G.** — In: *Few Body Systems and Nuclear Forces*. Berlin: Springer-Verlag, 1978, p. 210—235.
163. **Ефимов В.** — *Ядерная физика*, 1970, т. 12, с. 1080—1091.
164. **Киржниц Д. А., Такибаев Н. Ж.** — *Ядерная физика*, 1977, т. 25, с. 700—710.
165. **Мигдал А. Б.** — *Журн. эксперим. и теорет. физ.*, 1955, т. 28, с. 3—9.
166. **Watson K. M.** — *Phys. Rev.*, 1952, vol. 88, p. 1163—1171.
167. **Базь А. И., Схиртладзе В. С., Шитикова К. В.** — *Ядерная физика*, 1977, т. 25, с. 281—287.
168. **Тартаковский В. К., Козловский И. В., Фурса А. Д.** — *Ядерная физика*, 1976, т. 23, с. 727—734.
169. **Верде М.** — В кн.: *Строение атомного ядра*: Пер. с англ. М.: Изд-во иностр. лит., 1959, с. 169—206.
170. **Sitenko A. G., Kharchenko V. F.** — *Nucl. Phys.*, 1963, vol. 49, p. 15—28.
171. **Шапиро И. С.** — *Журн. эксперим. и теорет. физ.*, 1961, т. 41, с. 1616—1627; 1962, т. 43, с. 1968—1082.
172. **Mandelstam S.** — *Phys. Rev.*, 1958, vol. 112, p. 1344—1360.
173. **Amado R. D.** — *Phys. Rev.*, 1959, vol. 2, p. 399—401.
174. **Кадменский С. Г.** — *Ядерная физика*, 1967, т. 5, с. 759—765; 1967, т. 6, с. 982—987.
175. **Treiman S. B., Yang C. N.** — *Phys. Rev. Lett.*, 1962, vol. 8, p. 140—141.
176. **Shapiro I. S., Kolybasov V. M.** — *Nucl. Phys.*, 1965, vol. 61, p. 353—372.
177. **Шапиро И. С.** — *Успехи физ. наук*, 1967, т. 92, с. 549—582.
178. **Комаров В. В., Попова А. М.** — *Журн. эксперим. и теорет. физ.*, 1963, т. 45, с. 214—227.
179. **Блохинцев Л. Д., Долинский Э. И.** — *Ядерная физика*, 1967, т. 5, с. 797—809.
180. **Vilenky S. M., Lapidus L. I., Pusikov L. D., Ryndin R. M.** — *Nucl. Phys.*, 1958, vol. 7, p. 646—654.
181. **Скорняков Г. В., Тер-Мартиросян К. А.** — *Журн. эксперим. и теорет. физ.*, 1956, т. 31, с. 775—790.
182. **Комаров В. В., Попова А. М.** — *Журн. эксперим. и теорет. физ.*, 1964, т. 46, с. 2112—2125.
183. **Ситенко А. Г.** — *Укр. физ. ж.*, 1959, т. 4, с. 152—163.
184. **Glauber R. J.** — In: *Lectures in Theoretical Physics/ Ed. W. E. Brittin and L. G. Dunham. V. I. N. Y.: Interscience Publishers*, 1959, p. 315—414.
185. **Ситенко А. Г.** — *Вестник АН УССР*, 1971, вып. 12, с. 9—24.
186. **Ситенко А. Г.** — *ЭЧАЯ*, 1973, вып. 4, с. 546—584.
187. **Sitenko A. G.** — *Fortschr. Phys.*, 1974, Bd 22, S. 453—479.
188. **Глаубер Р.** — *Успехи физ. наук*, 1971, т. 103, с. 641—674.
189. **Joachain C. J., Quigg C.** — *Rev. Mod. Phys.*, 1974, vol. 46, p. 279—324.
190. **Osborn T. A.** — *Ann. Phys.*, 1970, vol. 58, p. 417—453.
191. **Watson K. M.** — *Phys. Rev.*, 1953, vol. 89, p. 575—587; 1957, v. 105, p. 1388—1398.

192. Sugar R. L., Blankenbecler R. — Phys. Rev., 1969, vol. 183, p. 1387—1396.
193. Glauber R. J. — In: High Energy Physics and Nuclear Structure/ Ed. G. Alexander, Amsterdam, North-Holland, 1967, p. 311—338.
194. Alkhozov G. D., Belostotsky S. L., Vorobyov A. A. — Phys. Rep., C, 1978, vol. 42, p. 89—144.
195. Foldy L. L., Wolecka J. D. — Ann. Phys., 1969, vol. 54, p. 447—504.
196. Ситенко А. Г. — Журн. эксперим. и теорет. физ., 1962, т. 43, с. 319—326.
197. Bassel R. H., Wilkin C. — Phys. Rev., 1968, vol. 174, p. 1179—1199.
198. Bugg D. V. e. a. — Phys. Rev., 1966, vol. 146, p. 980—992.
199. Duffon L. M. C. e. a. — Phys. Lett., B, 1967, vol. 25, p. 245—248.
200. Friedes J. L. e. a. — Phys. Rev. Lett., 1965, vol. 15, p. 38—41.
201. Igo G. J. — Rev. Mod. Phys., 1978, vol. 50, p. 523—560.
202. Franco V. — Phys. Rev. C, 1972, vol. 6, p. 748—757.
203. Ситенко А. Г., Доценко И. С. — Ядерная физика, 1973, т. 17, с. 67—74.
204. Hsiung H. C. e. a. — Phys. Rev. Lett., 1968, vol. 21, p. 187—191.
205. Glauber R. — Phys. Rev., 1955, vol. 100, p. 242—248.
206. Ситенко А. Г. — Журн. эксперим. и теорет. физ., 1959, т. 36, с. 1419—1422.
207. Bennett G. W. e. a. — Phys. Rev. Lett., 1967, vol. 19, p. 387—390.
208. Franco V., Glauber R. J. — Phys. Rev. Lett., 1968, v. 22, p. 370—374.
209. Cysz W., Lesniak L. — Phys. Lett. B, 1967, vol. 24, p. 227—229.
210. Palevsky H. e. a. — Phys. Rev. Lett., 1967, vol. 18, p. 1200—1204.
211. Baker S. D. e. a. — Phys. Rev. Lett., 1974, vol. 32, p. 839—842.
212. Starodubsky V. E., Domchenkov O. A. — Phys. Lett. B, 1972, vol. 42, p. 319—321.
213. Доценко И. С., Фурса А. Д. — Ядерная физика, 1973, т. 17, с. 783—785.
214. Бережной Ю. А., Созник А. П. — Ядерная физика, 1974, т. 19, с. 813—819.
215. Ситенко А. Г., Горячий В. В., Пересыпкин В. В. — Препринт ИТФ-79-110Р, Киев: 1979, 32 с.
216. Bauer T., Bounard A., Catz H. e. a. — Phys. Lett. B, 1977, vol. 67, p. 265—267.
217. Барашенков В. С., Тонеев В. Д. Взаимодействие высокоэнергетических частиц и атомных ядер с ядрами. М.: Атомиздат, 1972, 648 с.
218. Johansson A., Svanberg V., Hodgson P. E. — Arkiv Fus., 1961, vol. 19, p. 541—579.
219. Tekou A. — Preprint ICTR/72/29, Trieste, 1972. — 31 p.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Амплитуда 20, 39
— вне энергетической поверхности 89
— на полуэнергетической поверхности 87
— на энергетической поверхности 87
— прямого перехода 240
— — процесса 241
— рассеяния 20
— — нуклона на дейтроне 325
— — частицы на сложном ядре 304
— реакции 20
— — срыва 223
- Батлеровская теория реакции срыва 221
Вероятность распада составного ядра 98
Вершина 278
Вершинная часть 278
Взаимная компенсация эффектов многократного рассеяния 306
Взаимодействие в начальном и конечном состояниях 289
Внешняя область взаимодействия 17
Влеэнергетическая двухчастичная амплитуда 267
Внутренняя область взаимодействия 17
— функция канала 17
Внутриядерные столкновения 314
Вторичные ядерные реакции 145
Входное состояние 100
Входной канал 6
Высокоэнергетическое приближение 182, 300
Выходной канал 6
Гигантские резонансы 151
Двухнуклонная амплитуда при высоких энергиях 320
Дейтрон 199
Дейтронные реакции 220
Дейтронный множитель 229
Детальное равновесие 31
Диаграммный подход при описании ядерных реакций 278, 293
Диаграммы Фейнмана 278
Дисперсионная теория прямых ядерных реакций 276
— формула 65
— — Вигнера—Айзенбуда 77
— — Капура—Пайерса 73
Дифракционное взаимодействие дейтронов с ядрами 199
— неупругое рассеяние нейтронов на ядрах 194
— приближение 178
— — рассеяние дейтронов 200
— — — заряженных частиц 189
— — — нейтронов 186
— — — нуклонов 180
— — — сложных частиц 199
— — — расщепление дейтрона 199
— — — легких ядер 331
Дифракционные явления 199
- Дифракционные ядерные процессы 316
Дифференциальная поляризация 42
Дифференциальное сечение процесса 25
— — — рассеяния 25
Диффузность границы ядра 210
— оптического потенциала 169
Длина свободного пробега нуклона в ядерном веществе 98
Допущения Бора 136
Изучение структуры дифракционного рассеяния 322
— — — — — яд p с помощью реакций срыва 232
Импульсное приближение 246
— — с искаженными волнами 247
— — — плоскими волнами 247
Инвариантная амплитуда 279
Инвариантные переменные 14
Интегральные сечения процесса 25
— — упругого рассеяния 25
Интерференция между однократным и двукратным рассеянием 323
— — процессами многократного рассеяния 327
— — — прямыми процессами и процессами с образованием составного ядра 237
Интерполяционная модель 270
Искажающий потенциал 240
Искаженные волны 240
Канал реакции 6
Каналовая функция 17
— энергия 7
Каналовый момент количества движения 18
— радиус 17
— спин 21
Квазиупругое рассеяние 315
— — нуклонов на ядрах 240
Квазидискретные уровни энергии 102
Квазидискретный спектр составного ядра 103
Квазинупрерывный спектр составного ядра 103
Когерентное рассеяние 313
— — дейтронов на ядрах 336
— — расщепление дейтронов на ядрах 338
— — упругое рассеяние дейтронов на ядрах 336
Коллективное усиление амплитуды неупругого рассеяния 244
Комплексный коэффициент поглощения 187
— оптический потенциал 168
Координаты Якоби 262
Корреляционная функция 130
Коэффициент поглощения ядерного вещества 152
— — проницаемости 137
Критерий Треймана—Янга 293
Логарифмическая производная от волновой функции на поверхности области взаимодействия 60

Магнитное расщепление дейтрона 220
Матрица плотности 46
— столкновений 16
— — в случае нецентрального взаимодействия (при наличии спинов у частиц) 31
— — — — центрального взаимодействия 16
Метод Глаубера—Ситенко 304
Многократное дифракционное рассеяние 299
Модель Мигдала—Ватсона 269
— спектатора 270
Мультипольные моменты ядра 249

Нейтронная ширина 123
Нейтронный множитель 229
Некогерентное рассеяние 313
— — дейтронов на ядрах 341
— — нуклонов на ядрах 313
— расщепление дейтронов на ядрах 341
Нелокальный оптический потенциал 178
Непрямое рассеяние 100
Неупругое рассеяние 5
— — дейтронов ядрами 237
— — нуклонов ядрами 242
Нерезонансная теория ядерных реакций 137

Обменный срыв 237
Образование дейтронов при столкновении нуклонов с ядрами 237
— составного ядра 97
Одночастичная приведенная ширина 163
Одночастичные переходы 244
— состояния 163
Одноуровневая дисперсионная формула 67, 79
Оператор граничных условий 82
— плотности 247
— спиновой плотности 247
Оптическая модель 151
Оптический потенциал 151
— предел 311
— принцип Гюйгенса 181
Относительная поляризация 43

Параметризация матрицы столкновений 36
Парциальная амплитуда 20
— ширина уровня 78
Парциальное сечение реакции 26
— — упругого рассеяния 26
— состояния 18
Перекрестная симметрия 282
Перекрестные реакции 281
Переменные Мандельстама 15
Плотность уровней энергии 143
Поверхностное поглощение 169
Показатель преломления 182
Полная ширина уровня 80
Полное сечение 26
Полудетальное равновесие 30
Полупрозрачное ядро 187

Полусиная диаграмма 281
— часть амплитуды 285
Полусное приближение 283
Поляризаационные явления при реакции срыва 234
Поляризация 42
Порог реакции 8
Потенциал Вудса—Саксона 169
Потенциальное рассеяние 62
Правило сумм для спектроскопических множителей 227
Предравновесный распад 99
Представление спиральностей 50
Приближение искаженных волн 240
— нулевого радиуса действия ядерных сил 223
— плоских волн 228
Приведенная ширина уровня 65
Прицельный параметр 181
Прозрачность ядер 186
Провидаемость 60
Профилирующая функция 182
Процесс захвата 238
— Опенгеймера—Филлипса 220
— прямого выбивания 237
— срыва 199
Процессы перераспределения и развала 261
Прямое неупругое рассеяние нуклонов ядрами 240
— рассеяние нуклонов с перезарядкой 245
Прямые ядерные реакции 96

Радиационная ширина 123
Радиационный захват нейтронов ядрами 122
Разложение амплитуды по мультиполям 244
— — по парциальным составляющим 245
Распад 276
— составного ядра 97, 141
Распадающиеся состояния 142
Распределение Портера и Томаса 127
Рассеяние высокоэнергетических нуклонов на ядрах 320
— на системе связанных частиц 302
— нуклонов на дейтроне 322
Расщепление дейтрона в кулоновском поле ядра 240
Реакции под действием нейтронов 122
— выбивания 240
— захвата 238
— с образованием составного ядра 96
Реакция срыва 208
— — на тяжелых ядрах 240
— — под действием поляризаационных дейтронов 236
— тяжелого срыва 237
Резонансная матрица 73
— функция 64

Резонансное рассеяние 69
Резонансные значения энергии 67
— ядерные реакции 107

Связь между амплитудой рассеяния на сложной системе и амплитудами на отдельных частицах 304

— — — и матрицей столкновений 77
— сечением образования составного ядра и вероятностью распада 83
Сдвиг резонансного значения энергии 67
Сечение 24

— дейтронного срыва 208
— дифракционного рассеяния дейтрона 202
— — расщепления дейтрона 206
— кулоновского расщепления дейтрона 218
— некогерентного рассеяния 313
— неупругого рассеяния 313
— образования составного ядра 97
— одночастичного перехода 227
— поглощения дейтрона 210
— реакции под действием поляризованных дейтронов 236
— срыва 225, 227
— реакций 25
— собственно упругого рассеяния 157
— суммарного рассеяния 206
— упругого рассеяния 25

Силовая функция 163
Симметричность матрицы столкновений 35
Синтез 278

Собственно упругое рассеяние 160
Собственные значения энергии 63

Составное ядро 97
Спектральное распределение флуктуаций плотности ядерного вещества 319

Спектроскопический множитель 226
Спин-орбитальное взаимодействие 171

Спиральная амплитуда реакции 53
Спиральность 51

Средние сечения 128
Статистическая модель распада составного ядра 142

— — — ядерных реакций 148

Структурный форм-фактор дейтрона 201

Суммирование бесконечного ряда диаграмм 294

Теория дифракционных ядерных процессов с участием сложных частиц 299

— прямых ядерных реакций 220
— матрицы 64, 73

— резонансных реакций 107
— составного ядра 96

171
Тепловой эффект реакции 7

Томассовский спин-орбитальный потенциал
Треугольная диаграмма 285

Треугольные координаты на плоскости 282
Трехчастичные процессы 261

Угловое распределение продуктов реакции 40

— — — рассеянных частиц 40

Унитарность матрицы столкновений 24
Упругое рассеяние 5

— — — медленных нейтронов 123
— — — нуклонов на ядрах при высоких энергиях 321

— — — дейтронов на ядрах при высоких энергиях 337

Уравнения движения для трех нуклонов с учетом их спинов 274

— Тер-Мартirosяна и Скорнякова 298
— Фаддеева 263

Условие взаимности 29
Усредненная матрица рассеяния 157

Усредненные сечения 128
Учет движения центра инерции ядер при рассеянии нуклонов 306

— конечности радиуса действия ядерных сил в амплитуде прямого процесса 223

— рассеяния дейтронной и протонной воли 230

Фейнмановская теория возмущений 286
Фейнмановские диаграммы 278

Фильтрованные нейтроны 166
Флуктуации нейтронных ширн 126

— резонансных параметров 131
— сечений 132

Флуктуационное сечение 132
Формула Ахизера и Гомеранчука 190

— Батлсра 230
— Блатта и Биденхарна 40

— Брейта—Вигнера 80
— Глаубера 320

— Ландау и Лифшица 238
— Сербера 209

— толщинны 312
Характерное ядерное время 96

Черное ядро 152
Четырехлучевая вершинная часть 286

Четырехугольная диаграмма 286
Ширина резонанса 67

— — — уровня 68
Эйконалиное приближение 300

Электрическое расщепление дейтрона 220
Эллипс Далица 11

Энергетический спектр составного ядра 100
Энергия канала 7

Энтродия остаточного ядра 142
Эффект Ефимова 264

— затмения 212
— отдачи ядра при рассеянии 310

— отталкивания уровней 128
Эффективное число нуклонов 315

Ядерная температура 142
Ядерные реакции 5

— — — под действием дейтронов 220
— — — нейтронов 122

— — — с участием трех частиц 260

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Глава 1. Общее описание ядерных реакций	5
§ 1.1. Кинематика и законы сохранения	5
§ 1.2. Матрица столкновений (центральное взаимодействие):	16
§ 1.3. Матрица столкновений при наличии спинов у частиц (нецентральное взаимодействие)	31
§ 1.4. Поляризационные явления в ядерных реакциях	42
Глава 2. \mathcal{R}-матричная теория ядерных реакций	57
§ 2.1. Условия на волновую функцию на границе области взаимодействия и матрица столкновений	57
§ 2.2. \mathcal{R} -функция	63
§ 2.3. \mathcal{R} -матрица	73
§ 2.4. Описание взаимодействия между частицами с помощью задания \mathcal{R} -функции	85
Глава 3. Реакции с образованием составного ядра	96
§ 3.1. Составное ядро	96
§ 3.2. Резонансные ядерные процессы	107
§ 3.3. Резонансное взаимодействие нейтронов с ядрами	122
§ 3.4. Средние сечения и флуктуации сечений	128
§ 3.5. Ядерные реакции с образованием составного ядра в непрерывном спектре	136
Глава 4. Оптическая модель и дифракционные явления	151
§ 4.1. Оптическая модель при низких энергиях	151
§ 4.2. Комплексный оптический потенциал	168
§ 4.3. Дифракционное рассеяние нуклонов ядрами	180
§ 4.4. Дифракционное взаимодействие дейтронов с ядрами	199
Глава 5. Прямые ядерные реакции	220
§ 5.1. Реакции срыва (d, p) и (d, n)	220
§ 5.2. Прямые процессы неупругого рассеяния и выбивания нуклонов	239
§ 5.3. Ядерные реакции с участием трех частиц	260
§ 5.4. Дисперсионная теория прямых ядерных реакций	276
Глава 6. Многократное дифракционное рассеяние	298
§ 6.1. Дифракционные ядерные реакции при высоких энергиях	298
§ 6.2. Рассеяние высокоэнергетических нуклонов на ядрах	320
Список литературы	343
Предметный указатель	349

Алексей Григорьевич Ситенко

ТЕОРИЯ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ

Редактор Л. В. Белова
Технический редактор Л. Ф. Шкилевич
Корректор З. Б. Драиовская
ИБ № 577

Сдано в набор 17.12.82. Подписано в печать 21.03.83. Т-07059.
Формат 60×90^{1/16}. Бумага типографская № 1. Гарнитура литературная. Печать высокая
Усл. печ. л. 22,0. Усл. кр.-отт. 22,0. Уч.-изд. л. 26,27. Тираж 2700 экз. Заказ 1335.
Цена 1 р. 10 к.

Энергоатомиздат, И13114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10.

Московская типография № 4 Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательства, полиграфии и книжной торговли
129041, Москва, Б. Переяславская ул., д. 46.