

§ 7.1. Партоны и  $aA$ -взаимодействие

Наблюдаемая на опыте прозрачность ядра для релятивистских частиц, образованных в  $aA$ -соударениях, может пролить свет на пространственно-временную структуру адронов во время взаимодействия. Вывод о прозрачности ядра для релятивистских частиц основан на многих экспериментальных фактах, которые обсуждались в гл. 5.

Прозрачность ядра хорошо соответствует партонной (или мультипериферической) картине сильных взаимодействий адронов (см. гл. 2 и 3). В партонной модели адрон представляется совокупностью (гребенкой) точечных партонов (см. рис. 2.4); время образования такой флуктуации (или пробег в продольном направлении)

$$\Delta z = c\Delta t \approx p_a / \langle m_{\perp}^2 \rangle, \quad (7.1)$$

где  $p_a$  — импульс адрона;  $m_{\perp}$  — «поперечная» масса партона (см. также гл. 5). Из (7.1) следует, что при  $p_a \gg \langle m_{\perp} \rangle$  такая флуктуация начинает развиваться на значительном расстоянии от мишени. Если медленный партон упруго рассеялся на адроне-мишени, покоящемся в  $L$ -системе, то, чтобы партонная флуктуация трансформировалась в рассеянный вторичный адрон, потребуется такое же время, как и время образования партонной гребенки с медленными партонами ( $p_q \sim \langle m_{\perp} \rangle$ ,  $p_q$  — импульс партона). Следовательно, для образования вторичного адрона с импульсом  $p_c$  требуется время

$$\tau \approx p_c / \langle m_{\perp}^2 \rangle. \quad (7.2)$$

В применении к процессу  $A$ -взаимодействия простые оценки (7.1) и (7.2) приводят к важному результату: чтобы образовавшийся внутри ядра адрон с импульсом  $p_c$  провзаимодействовал с внутриядерным нуклоном, необходимо образование новой партонной флуктуации. Медленные партоны с импульсом  $p_q \sim \langle m_{\perp} \rangle$  в такой флуктуации могут появиться лишь через время  $\tau \approx p_c / \langle m_{\perp}^2 \rangle$ .

Поскольку только медленные партоны взаимодействуют с нуклонами ядра, то у быстрого адрона «не хватит» пространства — времени для развития своей партонной флуктуации с образованием медленных партонов. Это произойдет лишь в том случае, если продольное расстояние  $\Delta z$ , необходимое для развития флуктуации, превышает средний размер ядра  $R$ :

$$\Delta z \approx p_c / \langle m_{\perp}^2 \rangle \gtrsim R. \quad (7.3)$$

Таким образом, вторичные адроны с продольными импульсами

$$p_c \gtrsim R \langle m_{\perp}^2 \rangle \quad (7.4)$$

не взаимодействуют внутри ядра. Для таких адронов ядро прозрачно.

факта являются следствием флуктуации когерентного взаимодействия со сгустками ядерного (или адронного) вещества. Хотя часто эти эффекты интерпретируются на языке фейнмановских диаграмм, в основном физический смысл подобных построений сводится к следующим допущениям.

1. В процессе взаимодействия происходит когерентное взаимодействие с несколькими нуклонами ядра\*, что, в частности, может быть связано с флуктуациями плотности ядерной материи (см., например, [153, 154], а также раннюю работу [155]).

2. Появление быстрых частиц связано с взаимодействием партонов (элементов) на виртуальной стадии. Например, в гидродинамической картине элементы переднего фронта ускоряются за счет взаимодействия с более медленными частями фронта, поэтому, например, энергия элементов (частиц), входящих в простую волну, будет существенно превышать кинематический предел  $E_{\pi}$  фрагментации отдельного

нуклона на пионы  $E_{\pi} \sim 0,15E_N \approx \frac{m_{\pi}}{m_p} E_N$ ,  $E_N$  — энергия нуклона до взаимодействия. Грубые оценки показывают, что такие частицы уносят энергию  $\sim 0,5E_N$  (см., например, [154, 156]).

3. Возможно, наложение обоих эффектов — флуктуации ядерной плотности и ускорения на виртуальной стадии.

Сейчас нельзя сделать окончательных выводов о природе кумулятивных эффектов. Прежде всего нужны экспериментальные (в том числе и интегральные) данные при более высоких энергиях. Однако и в дальнейшем, по-видимому, останется неопределенность в частично феноменологической интерпретации этого эффекта. Дело в том, что, когда идет речь об относительно редких эффектах (флуктуациях), нужны дополнительные допущения, необязательные при оценке средних величин. И, наконец, последнее замечание. Из общих соображений ядерный скейлинг, описывающий поведение быстрых нуклонов в запрещенной области, связан в большей степени с особенностями ядерного вещества, чем кумулятивный эффект. Последний относится к свойствам спектров вторичных пионов (вновь образованных частиц) и поэтому связан, скорее, с адронной стадией взаимодействия. С другой стороны, отметим, что  $A$ -зависимость, казалось бы, различных явлений (образование частиц с большими  $p$ , кумулятивный эффект, ядерный скейлинг и т. д.) имеет одинаковый характер. Вероятно, все они являются аналогами глубоконеупругих процессов и описываются одинаковыми математическими (а, возможно, и физическими) моделями флуктуаций. Все же нельзя полностью исключить, что физическая природа обоих обсуждаемых эффектов несколько различна в том смысле, что ядерный скейлинг обуславливается, в основном, флуктуациями ядерного вещества, а кумулятивный эффект — адронного.

\* В работе [200] приводятся доводы в пользу того, что появление кумулятивных протонов (ядерный скейлинг) обусловлено малонуклонными (в основном парными) корреляциями в ядре.

Этот результат, полученный в работе [157], объясняет совпадение формы спектров вторичных релятивистских адронов ( $N_s$ ), образованных на ядре и на свободном нуклоне:

$$\frac{E_c}{\sigma_{in}(aA)} \frac{d^3 \sigma(aA)}{d^3 p_c} \approx \frac{E_c d^3 \sigma(aA)}{\sigma_{in}(aN) d^3 p_c}, \quad (7.5)$$

или  $R_A \approx 1$  при  $p_c \gtrsim R \langle m_{\perp}^2 \rangle$ . В переменных быстроты соотношение (7.5) должно выполняться при

$$y_c \gtrsim \ln(2R \langle m_{\perp}^2 \rangle / \mu_{\perp}),$$

где  $\mu_{\perp}$  — поперечная масса частицы  $c$ . Подчеркнем, что в основу вывода формулы (7.5) положены принципы партонной модели (см. гл. 2) и не привлекались дополнительные гипотезы. Результат (7.5) есть следствие физической ситуации, подобной процессам тормозного излучения и дифракционного расщепления дейтона (см. гл. 5), а именно: вторичный адрон в партонной модели не взаимодействует до тех пор, пока не сформирует свое собственное поле (партонную флуктуацию, содержащую медленные партоны). Для формирования такого поля требуется время. Если оно превышает время пролета через ядро, то адрон восстанавливает способность к взаимодействию уже вне ядра и поэтому не поглощается ядерной материей.

Из развитой выше картины  $aA$ -взаимодействия следует еще одно предсказание, оправдывающееся на опыте. Если импульс налетающего адрона  $p_a \leq R \langle m_{\perp}^2 \rangle$ , то вторичные адроны, образованные в  $aN$ -соударении с внутриядерным нуклоном, могут испытывать вторичные соударения в ядре. Это должно приводить к возрастанию возбуждения ядра и к увеличению множественности вторичных медленных частиц (серых и черных следов). Однако если

$$p_a \gg R \langle m_{\perp}^2 \rangle, \quad (7.6)$$

то вторичные адроны с импульсами  $p_c \gtrsim R \langle m_{\perp}^2 \rangle$  уже практически не взаимодействуют с нуклонами ядра. Вторичные взаимодействия в ядре могут испытывать лишь адроны с импульсами  $p_c \leq R \langle m_{\perp}^2 \rangle$ . Средняя множественность таких адронов и их суммарная энергия не зависят от первичной энергии, поэтому энерговыделение в ядре и множественность  $N_h$  вторичных адронов в сравнительно «мягкой» части спектра не зависят от энергии  $E_a$ . Это явление, получившее название предельной фрагментации ядра [158], наблюдается на опыте (см. гл. 5).

### § 7.2. Двухфазная одномерная модель партон-адронных каскадов (ПАК)

Уравнение одномерных партон-адронных внутриядерных каскадов. Для получения более детальных предсказаний партонной модели необходимо развить в рамках этого подхода количественные методы. Одним из наиболее простых и наглядных построений является двухфазная модель партон-адронного каскада в ядерной материи, предложенная в работах [159, 160]. Поскольку средние поперечные импульсы

вторичных частиц ограничены и малы по сравнению с продольными, мы будем пренебрегать поперечным движением партонов и адронов.

Рассмотрим взаимодействие быстро первичного адрона  $a$  со сферическим ядром (рис. 7.1). Пусть адрон  $a$  испытал неупругое соударение с нуклоном ядра в точке с продольной координатой  $z$ . Партоны, составлявшие первичный адрон, после взаимодействия самого медленного из них с ядерным нуклоном начинают переходить в адроны (механизм этого перехода неизвестен, но его конкретная форма не существенна для дальнейших рассуждений). Согласно основной гипотезе партонной модели, партон с импульсом  $k$  превратится в адрон за время

$$\tau \approx k / \langle m_{\perp}^2 \rangle. \quad (7.7)$$

Подобное превращение можно понять следующим образом: партон с импульсом  $k$ , образовавшийся в результате развала на партоны первичного адрона, за время  $\sim \tau$  в соответствии с (7.7) образует собственную партонную гребенку, содержащую медленный партон с импульсом  $\sim \langle m_{\perp}^2 \rangle$ . Поэтому такой партон можно рассматривать как адрон, способный взаимодействовать с нуклонами ядра. Время взаимодействия медленного партона с нуклоном ядра  $\Delta\tau_{вз} \sim 1 / \langle m_{\perp}^2 \rangle$ , где  $\langle m_{\perp}^2 \rangle \approx 1 \div 2$  ГэВ [см. (7.48)]. Средний свободный пробег адрона в ядерном веществе  $l \approx (\rho \sigma_{in})^{-1}$ , где сечение неупругого адрон-нуклонного взаимодействия  $\sigma_{in} \sim m_{\pi}^{-2}$  ( $m_{\pi}$  — масса пиона);  $\rho = 3A / (4\pi R^3) \sim m_{\pi}^{-3} / 4$  — плотность нуклонов в ядре. Таким образом,  $l \sim 4m_{\pi}^{-1}$ , что значительно превышает свободный пробег медленного партона в ядерном веществе ( $c\Delta\tau_{вз} \sim 1 / \langle m_{\perp}^2 \rangle$ ). Время взаимодействия медленного партона с нуклоном ядра также мало по сравнению со временем существования всей партонной флуктуации адрона. Эти обстоятельства позволяют в первом приближении считать, что переходы партонов в адроны и адронов в партоны происходят «ступенчатым» образом. Именно такая пространственно-временная картина взаимодействия и отражена на рис. 7.1.

Обозначим  $F(y; u, z)$  инклюзивный спектр по быстротам  $y$  тех партонов, которые образовались в точке с продольной координатой  $z$  и распространились до точки с продольной координатой  $u$ .

В рамках основных предположений партонной модели (см. гл. 2) спектр партонов по быстротам совпадает со спектром быстрот вторичных адронов (в основном, пионов), образовавшихся в результате адрон-адронного соударения, поэтому быстрота партонов

$$y = \ln(2p_{cz} / \langle m_{\pi\perp} \rangle). \quad (7.8)$$

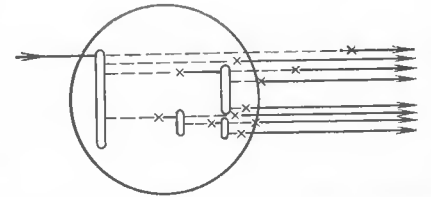


Рис. 7.1. Партон-адронный каскад в ядре:

адроны — сплошные линии, партоны — штриховые линии; овальные блоки — превращение адронов в партоны в результате их взаимодействия с нуклонами ядра; крестики — превращение партонов в адроны



Партоны с быстротой  $y$ , образованные в точке  $z$ , свободно распространяются в ядерной материи вплоть до точки с координатой

$$u = z + de^y, \quad (7.9)$$

где  $de^y = \tau_y$  — время жизни партона с быстротой  $y$ . Поскольку  $\tau = k/\langle m_{\perp}^2 \rangle$ , то параметр  $d \approx \langle m_{\perp} \rangle / 2 \langle m_{\perp}^2 \rangle \sim (0,07 \div 0,15) m_N^{-1}$ , если  $\langle m_{\perp} \rangle \sim 0,3$  ГэВ ( $m_N$  — масса нуклона).

Из соотношения (7.9) следует, что спектр

$$F(y; u, z) = \Theta(\tau_y - u + z) f(y, z), \quad (7.10)$$

где  $f(y; z)$  — спектр партонов в момент их образования,

$$\Theta(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x < 0. \end{cases} \quad (7.11)$$

Функция  $\Theta$  в формуле (7.10) отражает то, что через время  $\tau_y = de^y = (u - z)$  партон с быстротой  $y$  превращается в адрон и выбывает из партонного спектра.

Для функции  $f(y; z)$  можно написать кинетическое уравнение баланса числа адронов и партонов:

$$f(y; z) = \delta(z) P(Y, y) + \lambda(z) \int_y^Y dy_1 P(y_1, y) H(y_2; z). \quad (7.12)$$

В формуле (7.12)  $P(y_1, y)$  — инклюзивный спектр партонов в адроне с быстротой  $y_1$ ;  $H(y_2; z)$  — инклюзивный спектр адронов, образовавшийся в точке с координатой  $z$ ;  $Y$  — быстрота первичного адрона  $\lambda(z) = \sigma_{in} \rho(z)$ ;  $\sigma_{in}$  — сечение неупругого  $aN$ -взаимодействия;  $\rho(z)$  — плотность ядерного (бесструктурного) вещества. Первое слагаемое в формуле (7.12) отвечает партонам, образовавшимся в первом соударении первичного адрона  $a$  с ядерным нуклоном. Для простоты принимается, что оно произошло в точке на передней «стенке» ядра с координатой  $z = 0$ . В дальнейшем следует провести усреднение по положению точки первого взаимодействия внутри ядра.

Второе слагаемое в формуле (7.12) соответствует переходу адронов, образованных внутри ядра, в партоны с быстротами  $y < y_1 < Y$ . Множитель  $\lambda(z)$  учитывает плотность вероятности адрон-нуклонного соударения внутри ядра в интервале продольных расстояний от  $z$  до  $z + dz$ .

Изменение числа адронов  $H(y, u)$  с быстротой  $y$  в точке  $u$  определяется адронами, поглотившимися в данной точке, а также партонами, превратившимися в адроны в этой же точке:

$$\frac{\partial H(y, u)}{\partial u} = -\lambda(u) H(y; u) - \int_0^u dz \frac{\partial}{\partial u} F(y; u, z). \quad (7.13)$$

Подставляя в это выражение формулы (7.10) и (7.12), получаем кинетическое уравнение для спектра адронов в точке с координатой  $u$  [159, 160]:

$$H(y; u) = P(Y, y) \Theta(u - \tau_y) \exp \left[ - \int_{\tau_y}^u \lambda(t) dt \right] + \int_0^{u - \tau_y} d\tau \lambda(\tau) \exp \left[ - \int_{\tau + \tau_y}^u \lambda(t) dt \right] \int_y^Y dy_1 P(y_1, y) H(y_1; \tau), \quad (7.14)$$

напомним, что  $\tau_y = de^y$ . Первое слагаемое правой части (7.14) отвечает адронам, образованным в первом соударении налетающего адрона  $a$  с ядерным нуклоном (в точке с условной координатой  $z = 0$ ) и достигшим точки ядра с координатой  $u$ . Второе слагаемое учитывает вклад в спектр адронов  $H(y; u)$  в точке  $u$  от последующих адрон-нуклонных соударений. Отметим, что параметр  $d$ , определяющий время жизни партонной флуктуации, не является постоянной величиной и испытывает статистические флуктуации. Предполагается, что эти флуктуации влияют на основные черты процесса несущественно.

**Решение уравнения одномерного ПАК.** Как показано в работе [161], упрощающее, но оправданное предположение о ступенчатом во времени развитии ПАК (см. выше) позволяет построить решение кинетического уравнения (7.14). С этой целью рассмотрим область изменения переменных  $y$  и  $u$ , разделив ее на участки линиями  $u = n\tau_y$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ), и найдем функцию  $H(y, u)$  отдельно для каждой из областей:

$$\begin{aligned} 0 < u < \tau_y, \quad \tau_y < u < 2\tau_y, \\ 2\tau_y < u < 3\tau_y \text{ и т. д.} \end{aligned} \quad (7.15)$$

Здесь предполагается, что первое соударение налетающего адрона с внутриядерным нуклоном происходит в точке с координатой  $u = 0$ . Обозначим решения для функции  $H(y; u)$  в указанных областях  $H^{(n)}(y; u)$ . В области, соответствующей значению  $n = 1$  ( $0 < u < \tau_y$ ) и области быстрой  $y > \ln(u/d)$ , функция  $H^{(1)}(y; u) \equiv 0$ . Этот результат — следствие того обстоятельства, что за время  $t < \tau_y$  партоны, образовавшиеся в первом соударении, не взаимодействуют с нуклонами ядра.

Перейдем теперь в область  $n = 2$  ( $\tau_y < u < 2\tau_y$ ), соответствующую интервалу быстрой  $\ln[u/(2d)] < y < \ln(u/d)$ . В этой области партоны начнут превращаться в адроны. Спектр быстрой этих адронов должен совпадать со спектром адронов  $P(Y, y)$ , образованных в элементарном акте. Спектр  $P(Y, y)$  совпадает со спектром партонов, на которые распался адрон с быстротой  $Y$  (см. гл. 2). Поскольку в области  $n = 2$  появляются адроны, необходимо принять во внимание их способность взаимодействовать с нуклонами ядра. В результате адроны превращаются в партоны и, следовательно, выбывают из спектра

$H^{(2)}(y; u)$ . После сделанных пояснений нетрудно из (7.14) получить выражение

$$H^{(2)}(y, u) = P(Y, y) \exp \left[ - \int_{\tau_y}^u \lambda(t) dt \right], \quad (7.16)$$

где экспоненциальный множитель учитывает выбывание адронов из спектра за счет взаимодействий с ядерными нуклонами. В области  $n = 3$  вклад в адронный спектр будут давать адроны, образованные в первом и втором соударениях с ядерными нуклонами. Учитывая процессы взаимного превращения партонов и адронов для этого случая, находим

$$H^{(3)}(y; u) = P(Y, y) \exp \left[ - \int_{\tau_y}^u \lambda(t) dt \right] + \int_y^{\ln(u/d - e^y)} dy_1 \int_{de^{y_1}}^{u - \tau_y} d\tau \lambda(\tau) P(y_1, y) \times \exp \left[ - \int_{\tau + \tau_y}^u \lambda(t) dt \right] H^{(2)}(y_1, \tau) \Theta(\tau - de^{y_1}) \Theta(2de^{y_1} - \tau). \quad (7.17)$$

Продолжая процесс построения решения уравнения (7.14) по тому же принципу, получаем для спектра адронов решение:

$$H^{(n)}(y; u) = P(Y, y) \exp \left[ - \int_{\tau_y}^u \lambda(t) dt \right] + \int_y^{\ln(u/d - e^y)} dy_1 \int_{de^{y_1}}^{u - \tau_y} d\tau \lambda(\tau) P(y_1, y) \exp \left[ - \int_{\tau + \tau_y}^u \lambda(t) dt \right] \times \{ H^{(2)}(y_1; \tau) \Theta(\tau - de^{y_1}) \Theta(2de^{y_1} - \tau) + H^{(3)}(y_1; \tau) \Theta(\tau - 2e^{y_1}) \Theta(3de^{y_1} - \tau) + \dots + H^{(n-1)}(y_1; \tau) \Theta[\tau - (n-2)de^{y_1}] \Theta[(n-1)de^{y_1} - \tau] \}. \quad (7.18)$$

Решения (7.16)—(7.18) позволяют найти функцию  $H(y; u)$  в любой области переменных  $y, u$ , если заданы спектр адронов  $P(Y, y)$  в элементарном акте и плотность ядерного вещества  $\rho(z)$ .

Спектр вторичных адронов, наблюдаемый на опыте, отвечает адронам, находящимся вне ядра. Пусть на расстояниях  $u > L$  плотность  $\rho$  резко уменьшается. Тогда на расстояниях  $u > L + \tau_y$  спектр вторичных адронов соответствует наблюдаемому спектру.

Форма спектра вторичных адронов по быстротам при  $u > L + \tau_y$  устанавливается на основе решения (7.16)—(7.18) кинетического уравнения (7.14):

$$\frac{dN}{dy}(y; L) = P(Y, y), \quad \ln(L/d) \leq y \leq Y; \quad (7.19)$$

$$\frac{dN}{dy}(y; L) = H(y, L) + \int_y^{\ln(L/d)} dy_1 \int_{de^{y_1}}^L du \lambda(u) H(y_1; u) P(y_1, y), \quad y < \ln \frac{L}{d}. \quad (7.20)$$

Здесь предполагается, что энергия первичного адрона велика, т. е.  $Y > \ln(L/d)$ , так что существует область быстрот, где спектр адронов, образованных в ядре, совпадает со спектром, образованным в  $aN$ -столкновении. В формуле (7.20) второе слагаемое соответствует вкладу в адронный спектр от партонов, которые превращаются в адроны вне ядра. Функции  $H(y; L)$ ,  $H(y_1; u)$  находятся на основе решений (7.16)—(7.18).

**Учет сферической формы ядра.** В предыдущем разделе было развито и решено одномерное уравнение ПАК в ядре. Полученные результаты можно обобщить для сферического ядра и оценить точность одномерного приближения. Для этого заметим, что каждый отдельный одномерный ПАК развивается на длине

$$L = 2\sqrt{R^2 - b^2}, \quad (7.21)$$

где  $R$  — радиус ядра;  $b$  — прицельный параметр налетающего адрона. Очевидно, что распределение  $dN(y, L)/dy$  определяет спектр вторичных адронов по быстротам при фиксированном прицельном параметре  $b$ . Для получения распределения по быстротам адронов, образованных на ядре, следует провести интегрирование по допустимым значениям  $b$ .

Выпишем конечный результат для спектра быстрот вторичных адронов, образованных на ядре радиусом  $R$ , с учетом усреднения по местоположению точки первого взаимодействия в объеме ядра:

$$\frac{dN}{dy}(y; R) = \left[ \int_0^R d^2 b \int_0^{\sqrt{R^2 - b^2}} ds \lambda(s) \exp(-\lambda s) \right]^{-1} \times \int_0^R d^2 b \int_0^{2\sqrt{R^2 - b^2}} ds \frac{dN}{dy}(y, L=s) \lambda(s) \exp[-\lambda(2\sqrt{R^2 - b^2} - s)]. \quad (7.22)$$

Во втором множителе  $dN(y; L=s)/dy$  — спектр вторичных адронов, сформированный на произвольном расстоянии  $s + \tau_y$  от точки первого соударения начального адрона с внутриядерным нуклоном, причем ПАК развивался на продольном расстоянии  $s$  внутри ядра и на расстоянии  $\tau_y$  вне ядра. Этот спектр определяется формулами (7.19)

и (7.20), где сделана замена  $L \rightarrow s$ . Далее,  $\lambda \exp[-\lambda(2\sqrt{R^2 - b^2} - s)] ds$  есть вероятность того, что первичный адрон достигнет без взаимодействия точки ядра с продольной координатой  $2\sqrt{R^2 - b^2} - s$  и поперечной координатой  $b$ , но дальше взаимодействует в интервале продольных координат от  $2\sqrt{R^2 - b^2} - s$  до  $2\sqrt{R^2 - b^2} - s + ds$ . Для того чтобы учесть всевозможные точки первичного взаимодействия и значения прицельных параметров, производится интегрирование по  $ds$  и  $d^2b$ . Первый множитель в формуле (7.22) обеспечивает правильную нормировку спектра и равен полному сечению неупругого  $aA$ -взаимодействия с учетом прозрачности ядра в предположении о непрерывном распределении ядерного вещества (оптическая модель).

В силу аксиальной симметрии задачи формулу (7.22) можно переписать в виде

$$\frac{dN}{dy}(y; R) = \left[ \int_0^1 \delta d\delta \int_0^{2R\delta} ds \lambda \exp(-\lambda s) \right]^{-1} \times \\ \times \int_0^1 \delta d\delta \int_0^{2R\delta} ds \lambda \exp[-\lambda(2R\delta - s)] \frac{dN}{dy}(y; L = s), \quad (7.23)$$

где  $\delta = \sqrt{1 - b^2/R^2}$ .

Оценим по порядку возможную погрешность, возникающую из-за упрощающего предположения об одномерности ПАК. Погрешность возникает из-за ошибки в определении длины развития ПАК. Относительная погрешность в определении этой длины в области малых углов вылета вторичных адронов

$$\Delta \langle L \rangle / \langle L \rangle \approx p_{\perp} / p_{\parallel}, \quad (7.24)$$

где  $p_{\parallel}$  — продольный импульс вторичного адрона. Если  $p_{\perp} \leq 1 \div 2 \langle p_{\perp} \rangle \approx 0,35 \div 0,7$  ГэВ/с, а  $p_{\parallel} \geq 30$  ГэВ/с, то относительная погрешность в определении длины развития ПАК составит

$$\Delta \langle L \rangle / \langle L \rangle \leq 0,01 \div 0,02. \quad (7.25)$$

В уравнении (7.23) от продольных расстояний более всего зависит фактор поглощения адронов внутри ядра:

$$\exp(-\lambda s) \quad (\lambda = \rho \sigma \sim m_{\pi}).$$

Поэтому относительная погрешность из-за предположения об одномерности ПАК не превышает

$$\left| \frac{\Delta[\exp(-\lambda s)]}{\exp(-\lambda s)} \right| \leq \lambda R \frac{\Delta \langle L \rangle}{\langle L \rangle} \sim (1 \div 2) 10^{-2} A^{1/3}. \quad (7.26)$$

Радиус ядра  $R \simeq m_{\pi}^{-1} A^{1/3}$ . Для самых тяжелых ядер относительная погрешность (7.26) не превышает 10—12%.

### § 7.3. Качественный анализ решения уравнений ПАК

Для качественного анализа полученных решений уравнения ПАК упростим задачу, предположив, что плотность ядерной материи постоянна внутри сферы радиусом  $R$ :

$$\lambda(r) = \begin{cases} \lambda = \text{const}, & 0 \leq r \leq R; \\ 0, & r > R. \end{cases} \quad (7.27)$$

Ограничимся рассмотрением области больших быстрых первичного адрона\*:

$$Y > \ln(2R/d). \quad (7.28)$$

Введем для спектров адронов в различных областях быстрых в одномерном случае для плоского слоя ядерной материи шириной  $L$  обозначение

$$dN^{(\nu)}(y; L)/dy = dN(y, L)/dy. \quad (7.29)$$

Если выполнено неравенство

$$y > \ln(L/d), \quad \text{то } \nu = 1. \quad (7.30)$$

Если

$$\ln \frac{2R}{\nu d} \leq y \leq \ln \frac{2R}{(\nu-1)d}, \quad (7.31)$$

то  $\nu > 1$  ( $\nu = 2, 3, \dots$ ).

Для сферического ядра аналогично:

$$dN(y; R)/dy = dN^{(\nu)}(y; R)/dy; \quad (7.32)$$

$$y > \ln(2R/d), \quad \nu = 1; \quad (7.33)$$

$$\ln \frac{2R}{\nu b} \leq y \leq \ln \frac{2R}{(\nu-1)d}, \quad \nu > 1. \quad (7.34)$$

Функции  $dN(y; L)/dy$  входят под знак интеграла (7.23), определяющего спектр вторичных адронов на сферическом ядре. Функции  $dN^{(\nu)}(y; R)/dy$  совпадают со спектрами адронов на сферическом ядре в указанных выше интервалах быстрых (7.33), (7.34). Целочисленный параметр  $\nu$  равен максимальному числу соударений первичного и вторичных адронов с нуклонами ядра, которые дают вклад в данную область  $y$ . Из формулы (7.19) и определений (7.32), (7.33) сразу следует, что в области быстрых  $y > \ln(2R/d)$  спектр вторичных адронов, образованных на ядре, совпадает со спектром адронов, образованных на свободном нуклоне:

$$dN^{(1)}(y; R)/dy = P(Y, y). \quad (7.35)$$

Этот результат предсказывался ранее из качественных соображений (см. § 7.1).

\* В случае, когда удовлетворяется неравенство, обратное (7.28), в формулах для  $N^{(n)}(y_1; u)$  верхний предел интегрирования по  $y_1$  следует заменить на  $\min[Y, \ln(x/d - ey)]$ . Возникающие при этом формулы весьма громоздки.

Для области быстрой, соответствующей  $\nu = 2$ :

$$\frac{dN^{(2)}}{dy}(y; R) = \left[ \int_0^1 \delta d \delta \int_0^{2R\delta} ds \lambda \exp(-\lambda s) \right]^{-1} \times \\ \times \int_0^1 \delta d \delta \int_0^{2R\delta} ds \lambda \exp[-\lambda(2R\delta - s)] \left[ \frac{dN}{dy}(y, L=s) \Theta(\tau_y - s) + \right. \\ \left. + \frac{dN^{(2)}}{dy}(y; L=s) \Theta(\tau_y - s) \Theta(s - \tau_y) \right], \quad (7.36)$$

где  $dN^{(2)}(y, L=s)/dy$ , находим из уравнения (7.20), используя решения (7.16), (7.18). Вклад в спектр в области  $\nu = 2$ , как видно из (7.36), дают первое и второе соударения адронов с нуклонами ядра.

Опуская длинные вычисления (подробнее см. [161]), выпишем формулы для спектра  $dN^{(2)}(y; R)/dy$  вблизи значений быстрой на краях интервала области  $\nu = 2$ , предполагая, что распределение плотности ядерной материи задается условием (7.27).

Слева от значения  $y = \ln(2R/d)$  имеем

$$\frac{dN^{(2)}}{dy}(y; R) \approx P(Y, y) [1 - 2/(2R\lambda)^2]^{-1} \times \\ \times [1 - 2/(2R\lambda)^2 - (1 - \tau_y/2R)(2R\lambda^2)/3]. \quad (7.37)$$

Справа от значения  $y = \ln(R/d)$  при условии  $(2R\lambda)^{-1} \simeq (2A^{1/3})^{-1} \ll 1$ , которое выполняется даже для не очень тяжелых ядер, находим:

$$\frac{dN^{(2)}}{dy}(y; R) \approx P(Y, y) (\tau_y/2R)^2 + \\ + \langle P \cdot P \rangle [\ln 2 - 3/8 + 3/4(1 - \tau_y/R)], \quad (7.38)$$

где  $\langle P \cdot P \rangle$  — среднее значение для  $P(Y, y_1) P(y_1, y)$  в области  $y \leq y_1 \leq \ln(2R/d)$  слабо зависит от  $y_1$ , а область интегрирования по  $y_1$  не превышает  $\Delta y \approx \ln 2$ .

Из формул (7.37) и (7.38) следует, что спектр  $dN/dy(y; R)$  имеет минимум в интервале:

$$\ln(R/d) \leq y \leq \ln(2R/d), \quad (7.39)$$

если  $2P(Y, y) \leq 3\langle P \cdot P \rangle$ .

В работе [159] показано, что для описания наблюдаемых спектров по быстрой вторичных адронов в  $aN$ -соударениях можно использовать параметризацию:

$$P(Y, y) = C [1 - \exp(-\alpha y)] \{1 - \exp[\alpha(y - Y)]\}. \quad (7.40)$$

Из закона сохранения энергии следует:

$$\int_0^Y dy P(Y, y) \exp(y) = \exp(Y), \quad (7.41)$$

откуда находим

$$\alpha = (C - 1)^{-1}. \quad (7.42)$$

Наблюдаемые спектры адронов (пионов) аппроксимируются выражением (7.40) при  $C \approx 2$  [159]. При таком значении параметра  $C$  условие  $2P(Y, y) \leq 3\langle P \cdot P \rangle$  выполняется.

Таким образом, модель ПАК предсказывает появление минимума в спектре быстрой в области (7.39) из-за влияния законов сохранения энергии-импульса. В области больших быстрой  $y \gg \ln(2R/d)$  спектры вторичных адронов, образованных на ядре и на свободном нуклоне, совпадают. В мягкой части спектра при  $y \leq \ln(R/d)$  адронов в  $aA$ -столкновениях образуется больше, и они уносят большую энергию, чем адроны, образованные на свободном нуклоне. Поэтому в спектре адронов, образованных на ядре, должна существовать область, где число вторичных частиц меньше, чем в спектре, сформированном в  $aN$ -столкновениях.

Предсказываемый моделью одномерного ПАК минимум в спектре быстрой вторичных адронов, образующихся в адрон-ядерных взаимодействиях, по-видимому, не противоречит экспериментальным данным (см. рис. 7.2), хотя этот важный для модели вопрос далек от окончательного решения (см. также рис. 5.4)\*.

В заключение подчеркнем, что модель ПАК существенно отличается от простейшей каскадной модели взаимодействия адронов с ядрами, подробно описанной в монографии (см. также § 6.2) [92]. В простейшей каскадной модели при взаимодействии адронов с ядерными нуклонами образуются вторичные адроны, способные испытать взаимодействия, в среднем, на длине свободного пробега адронов в ядерном веществе. Это обстоятельство приводит к сильному размножению адронов в ядерной материи и, следовательно, к сильной зависимости множественности вторичных адронов и коэффициента неупругости от  $A$ .

В модели ПАК физическая картина внутриядерного каскада иная: в процессах соударения с нуклонами ядра участвуют не сами адроны, а их составляющие — медленные партоны. Чтобы произошли вторичные взаимодействия, необходимо образование вторичными адронами своего партонного поля (гребенки). Это обстоятельство снижает эффективность взаимодействия адронов с ядрами. Таким образом, хотя и существует аналогия между моделью ПАК в ядре и обычной каскадной моделью, их физическое различие весьма существенно.

#### § 7.4. Сравнение модели ПАК с опытом

**Спектры быстрой вторичных частиц на ядрах и размеры партонного облака кварка.** Детальное сравнение модели одномерного ПАК с данными опыта требует проведения численных расчетов, которые выпол-

\* Измеренная на опыте зависимость  $R_A(\eta)$  (см. рис. 5.4) противоречит изложенной здесь модели ПАК в ее простейшей форме. В рамках аддитивной кварковой модели (см. § 8.6). Однако в ядре могут развиваться кварк-партонные каскады, вызванные любым из структурных кварков первичного адрона. Такой подход снимает указанное выше противоречие (см. работу Н. Н. Николаева, А. Я. Остапчука и В. Р. Золлера «Inelastic particle — nucleus interaction at high energies», Ref. TH. 2541 — CERN, 1978).

нены в работах [159, 160]. На рис. 7.2 представлены результаты этих расчетов для отношения

$$R_A(y) = (dN(y; R)/dy)/(dN_n(y)/dy) \quad (7.43)$$

как функции быстроты  $y$  и экспериментальные данные для  $R_A(\eta)$  (см. § 5.1) для взаимодействия на ядрах фотоэмульсии при энергии первичных протонов  $E_p = 200$  ГэВ. В (7.43)  $dN_n(y)/dy$  — спектр быстрот вторичных адронов, образованных на свободном нуклоне. Это

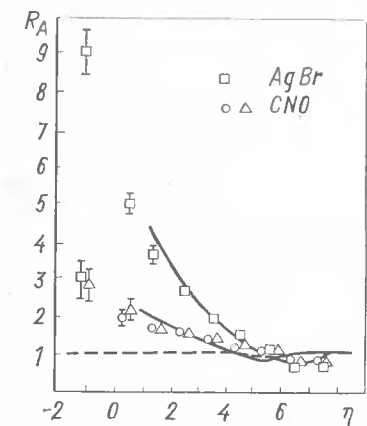
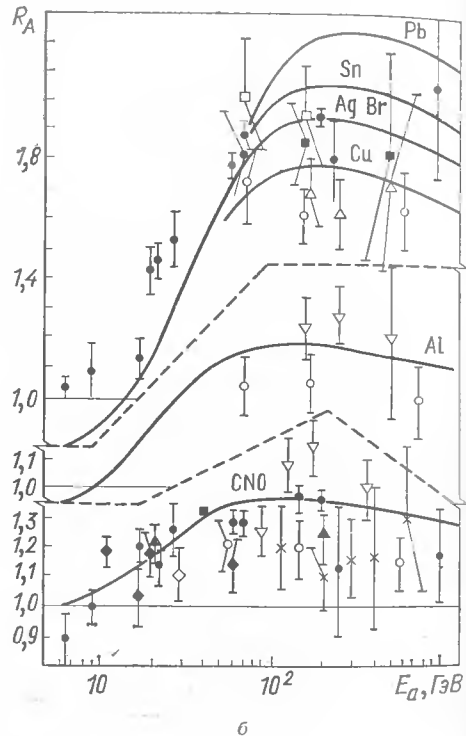


Рис. 7.2. Сравнение с расчетами по модели ПАК экспериментальных данных:

$a$  — об отношении  $R_A(\eta)$  в  $pA$ -соударении при  $E_p=200$  ГэВ;  $b$  — об отношении  $R_A(E_a)$  для различных ядер:  $\bullet$  — легкие ядра (CNO);  $\circ$  — эмульсии;  $\square$  — полиэтилен;  $\triangle$  — Ne;  $\nabla$  — C



сравнение не вполне однозначно, так как быстрота  $y$ , строго говоря, не совпадает с псевдобыстротой  $\eta$ . Однако согласие с опытом можно признать удовлетворительным, имея в виду простоту рассматриваемой модели ПАК и малое число подгоночных параметров  $\sigma_{in}$ ,  $C$  и  $\langle m_{\perp}^2 \rangle$ .

Заметим, что параметры  $\sigma_{in}$  и  $C$  определяются из данных об элементарном акте взаимодействия со свободным нуклоном и в этом смысле не являются дополнительными при рассмотрении  $aA$ -взаимодействий. Параметр  $\langle m_{\perp}^2 \rangle$ , напротив, очень важен. Согласовать данные опыта с расчетом удается лишь в том случае, когда

$$\langle m_{\perp}^2 \rangle \approx 2 \text{ ГэВ}^2. \quad (7.44)$$

При этом параметр

$$d \approx 0,07/m_N, \quad (7.45)$$

( $m_N$  — масса нуклона). Существенно уменьшить значение  $\langle m_{\perp}^2 \rangle$  нельзя, не вступая в противоречие с данными опыта. Подчеркнем, что значение  $\langle m_{\perp}^2 \rangle$  (7.44) согласуется с результатом, полученным в работе [162] при анализе процессов образования адронов с большими поперечными импульсами.

При рассмотрении партонной пространственно-временной картины взаимодействия адронов было установлено (см. гл. 2), что средний квадрат радиуса распределения медленных партонов в поперечном направлении

$$\langle b^2 \rangle \sim n_q / \langle m_{\perp}^2 \rangle = \ln(s/s_0) / \langle m_{\perp}^2 \rangle, \quad (7.46)$$

где  $n_q$  — число партонов в гребенке.

С другой стороны, из данных об упругом рассеянии адронов, интерпретируемых как следствие обмена помероном, следует, что квадрат реджевского радиуса взаимодействия адронов

$$\lambda_p \approx 2\alpha'_p(0, \ln(s/s_0)). \quad (7.47)$$

Приравнявая величины (7.46) и (7.47), находим

$$\langle m_{\perp}^2 \rangle \sim [2\alpha'_p(0)]^{-1} \approx 1,5 \div 2 \text{ ГэВ}^2, \quad (7.48)$$

так как  $\alpha'_p(0) \approx 0,25 \div 0,36 \text{ ГэВ}^{-2}$  (см. табл. 3.1). Оценка (7.48) находится в согласии со значением  $\langle m_{\perp}^2 \rangle$ , использованным в модели ПАК.

Если партонная гребенка испускается валентным\* кварком адрона, то размер кварка вместе с его партонным полем в поперечном направлении определяется соотношением (7.46). Размер адрона (нуклона, мезона) определяется его электромагнитным форм-фактором и составляет:

$$\langle r_a^2 \rangle \sim (2/m_p)^2, \quad (7.49)$$

$m_p$  — масса  $p$ -мезона.

Сравнивая величины (7.46) и (7.47), заключаем, что партонные гребенки, испускаемые валентными кварками во время взаимодействия, не перекрываются в поперечном направлении вплоть до энергий  $E_a \sim 10^7 \text{ ГэВ}$  в  $L$ -системе ( $s \sim 2 \cdot 10^7 \text{ ГэВ}^2$ ,  $s_0 = 2 \text{ ГэВ}^2$ ). Это обстоятельство — еще один аргумент в пользу независимого участия валентных кварков в сильных взаимодействиях при больших энергиях и служит обоснованием аддитивной кварковой модели (см. § 8.6).

Полученный выше результат свидетельствует о большом значении среднеквадратичного поперечного импульса партонов в партонной гребенке  $\langle k_{\perp}^2 \rangle \sim 1 \div 1,5 \text{ ГэВ}^2$  сравнительно со средним импульсом вторичных пионов  $\langle p_{\perp}^2 \rangle \sim 0,35 \div 0,40 \text{ (ГэВ}/c)^2$ . Отметим, что здесь нет противоречия, поскольку переход партонов в адроны совершается вследствие испускания партон-антипартоновых (кварк-антикварковых) пар. При этом поперечный импульс партона делится между этими парами. Процесс испускания пар продолжается до тех пор,

\* Валентными (или структурными) кварками принято называть набор из трех кварков (для барионов) или из кварка и антикварка (для мезонов), который обеспечивает описание статических свойств наблюдаемых адронов (см. гл. 1).



пока они не займут область пространства  $\sim 2/m_p$  (размер адрона) в поперечном направлении, что соответствует началу процесса образования мезонов и резонансов. В результате распада резонансов поперечный импульс вторичных пионов еще больше уменьшится. Например, при распаде  $\rho$ -мезона  $\langle p_{\perp} \rangle \sim m_p/2$ , что близко к наблюдаемому значению.

Отметим далее, что модель одномерного ПАК в той форме, как она сформулирована выше, нельзя применять к медленным вторичным частицам с импульсами  $p_c \leq 1$  ГэВ. В этом случае существенны отдача нуклонов и взаимодействие частиц в конечном состоя-

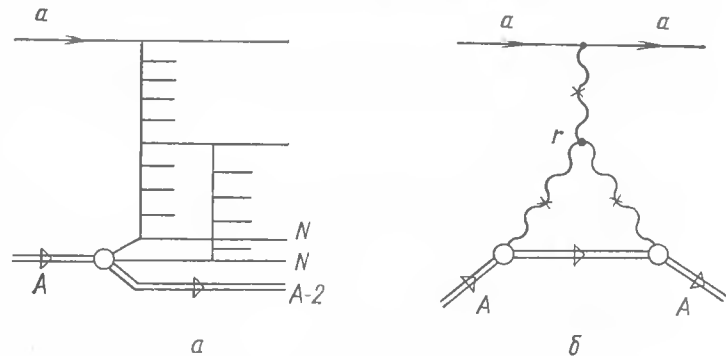


Рис. 7.3. Диаграммы двукратного взаимодействия, соответствующие модели ПАК: а — образование двух гребенок из одной; б — квадратированная диаграмма, содержащая трехмерную вершину и отражающая вклад в сечение от процесса, изображенного слева

нии. Медленных частиц довольно много ( $R_A(y) \gg 1$  при  $p_c \leq 1$  ГэВ), поэтому эффект вторичных взаимодействий может быть существенным.

Укажем еще одно важное обстоятельство. В рамках метода комплексных моментов модель ПАК соответствует учету «усиленных» ветвлений. Например, двукратное неупругое перерасеяние в этой модели представляется диаграммами рис. 7.3. Диаграмма, представленная на рис. 7.3, б, соответствует возведенной по модулю в квадрат амплитуде диаграммы рис. 7.3 и содержит трехреджеонную вершину  $r$  (кресты на рис. 7.3, б означают, что реджеон разрезан, т. е. берется мнимая часть его пропагатора). Как известно (см. § 4.6), константа, соответствующая трехреджеонной вершине, мала. Однако при взаимодействии с ядром имеется усиление в  $A^{1/3}$  раз вклада диаграмм с переходом одного реджеона в несколько. Такой результат следует из рассмотрения процесса соударения адрона с ядром в антилабораторной системе [157, 158]. В этой системе покоится адрон  $a$ , а каждый из нуклонов ядра имеет энергию  $E_N = E_A/A$ ,  $E_A$  — полная энергия ядра.

Нуклоны ядра расположены на расстоянии  $\Delta z_N \sim \frac{m_N}{E_N} \frac{1}{m_\pi}$  друг от друга в продольном направлении (вдоль направления импульса

ядра). Каждый из нуклонов испускает гребенку партонов. Согласно принципу неопределенности, партон с продольным импульсом  $k_{\parallel}$  будет локализован в области с продольными размерами  $\Delta z_q \sim k_{\parallel}^{-1}$ . Если  $\Delta z_q \gg \Delta z_N$ , то части партонных облаков соседних нуклонов, содержащие партоны с продольными импульсами  $k_{\parallel} \lesssim \frac{m_\pi}{m_N} E_N$ , пере-

кроятся в продольном направлении. Это означает, что партоны с небольшими относительными импульсами будут сильно взаимодействовать друг с другом. Это взаимодействие приводит к образованию из двух гребенок одной, содержащей сравнительно медленные партоны с  $k_{\parallel} \lesssim m_\pi E_N / m_N$ . С уменьшением  $k_{\parallel}$  перекроются в продольном направлении партонные гребенки всех нуклонов ядра в трубке с поперечными размерами  $m_\pi^{-1}$  (если  $m_\pi^{-1} \gg \sqrt{2\alpha'_p \ln(E_N/m_N)}$  — поперечный размер партонной флуктуации нуклона; это неравенство нарушается только при очень высоких энергиях). Размер ядра в продольном направлении в антилабораторной системе

$$\Delta z_A \sim R m_N / E_N \approx m_N A^{1/3} / (m_\pi E_N).$$

Поэтому при  $k_{\parallel} \lesssim m_\pi E_N / (m_N A^{1/3})$  начнется слияние партонных гребенок в трубке с объемом  $\Delta V \sim m_N A^{1/3} / (m_\pi^3 E_N)$ . Следовательно, с покоящимся адроном  $a$  будут одновременно взаимодействовать  $\sim A^{1/3}$  ядерных нуклонов, образовавших гребенку, содержащую медленные партоны с продольными импульсами:  $k_{\parallel} \lesssim m_\pi E_N / (m_N A^{1/3})$ .

**Коэффициент неупругости и предельная фрагментация ядра.** В рамках модели ПАК возможны лишь полуколичественные оценки коэффициента неупругости  $K$ . Тем не менее интересно проследить предсказания ПАК для зависимости этого параметра от первичной энергии и числа нуклонов в ядре. Для этого выделим часть спектра быстрот ( $y_1 < y < Y$ ), отвечающую образованию в среднем одной быстрой частицы:

$$\int_{y_1}^Y \frac{dN}{dy}(y, R) dy = 1. \quad (7.50)$$

Доля энергии, приходящаяся на эту условную частицу (которую можно назвать лидирующей), составляет

$$\epsilon = \int_{y_1}^Y dy \exp(y - Y) \frac{dN}{dy}(y, R). \quad (7.51)$$

Величина

$$\kappa = 1 - \epsilon \quad (7.52)$$

по смыслу близка коэффициенту неупругости  $K$ .

На рис. 7.4 приведены зависимости  $\kappa$  от  $A$  при различных значениях первичной энергии  $E_a = 20 \div 400$  ГэВ [159, 160, 163]. При  $E_a \geq 400$  ГэВ  $\kappa \approx 0,5$  и не зависит от  $A$ . Этот результат отражает то, что лидирующая частица образуется из самых быстрых партонов, которые не взаимодействуют с адронами ядра. При малых энергиях

$E_a$  в тяжелых ядрах эти партоны успевают, еще находясь внутри ядра, испустить свою гребенку, содержащую медленные партоны, что приводит к вторичным взаимодействиям и, следовательно, к диссипации энергии лидирующей частицы.

Рассмотрим теперь вопрос о предельной фрагментации ядра (см. § 7.1) В рамках модели ПАК в качестве меры возбуждения ядра примем число вторичных неупругих взаимодействий  $N_{int}$  внутри ядра. Условно можно считать  $N_{int} \sim N_h$  (см. ниже). Ограничимся областью быстрот  $y \gtrsim 2$  [159, 160, 163], так как взаимодействие бо-

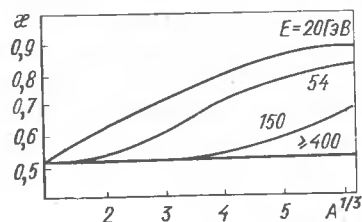


Рис. 7.4. Зависимость коэффициента от  $A$  в модели ПАК [159, 160]

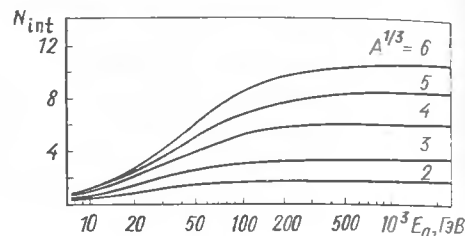


Рис. 7.5. Число неупругих вторичных взаимодействий в ядре  $N_{int}$  в модели ПАК в зависимости от энергии и  $A$

лее медленных вторичных адронов (с импульсами  $p_c \lesssim 1$  ГэВ/с) с нуклонами ядра вряд ли можно описать в рамках партонной модели. Величина  $N_{int}$  оценивается по формуле

$$N_{int} = \int_{y_{min}}^y dy \int dx \lambda(x) H(y; x), \quad (7.53)$$

где интеграл по  $x$  берется по средней хорде ядра вдоль падающего пучка. Поскольку средний продольный размер ядра  $R_{||} \sim A^{1/3} m_{\pi}^{-1}$ , то следует ожидать, что  $N_{int} \sim A^{1/3}$ . На рис. 7.5 [159, 163] представлена рассчитанная зависимость  $N_{int}$  от первичной энергии для различных ядер ( $A^{1/3} = 2 \div 6$ ).

Из приведенных результатов видно, что с ростом  $E_a$  число вторичных взаимодействий в ядре стремится к постоянному значению и определяется размерами ядра (значением  $A^{1/3}$ ). Однако выход на асимптотический режим осуществляется медленно и достигается примерно при энергиях  $E_a \gtrsim 100 \div 150$  ГэВ. На опыте (см. гл. 5) числа  $\langle N_h \rangle$  и  $\langle N_g \rangle$ , а также спектры серых частиц в фотоэмульсиях перестают зависеть от энергии уже при  $E_a \approx 10 \div 20$  ГэВ. Это явление «ранней» предельной фрагментации ядра пока не нашло в рамках рассматриваемой модели убедительного теоретического объяснения.

Существует еще одна проблема, связанная с образованием на ядрах вторичных частиц, вылетающих в  $L$ -системе в заднюю полусферу (см. § 6.7). На опыте оказывается, что начиная с энергий  $E_a \sim A^{1/3} \text{ ГэВ} \lesssim 10$  ГэВ, выход кумулятивных частиц перестает зависеть от

первичной энергии (см. гл. 6). Ядерный скейлинг для кумулятивных адронов также наступает неожиданно рано. Отмеченные выше особенности предельной фрагментации ядра, безусловно, заслуживают дальнейшей теоретической разработки и тщательных экспериментальных исследований.

**Множественность вторичных частиц.** Величиной, удобной для сравнения предсказаний модели ПАК с данными опыта, является отношение  $R_A$ . На рис. 7.2, б, заимствованном из работы [159], проведено сравнение предсказаний модели ПАК с данными различных, в том числе фотоэмульсионных, экспериментов, проведенных на ускорителях и в космических лучах. Модель ПАК неплохо описывает зависимость множественности  $\langle N \rangle$  от первичной энергии  $E_a$  и от числа нуклонов в ядре. В модели ПАК, как указывалось выше, совпадение спектров быстрот адронов, образованных в  $aA$ - и  $aN$ -соударениях, должно осуществляться при энергиях вторичных адронов  $E_c \gtrsim \langle m_{\perp}^2 \rangle R$  или в области быстрот  $y_{c\perp} \gtrsim \ln(2 \langle m_{\perp}^2 \rangle R / \langle m_{c\perp} \rangle)$ ,  $\langle m_{c\perp} \rangle$  — среднее значение поперечной массы вторичного адрона [159–161, 163]. Поскольку указанное характерное значение быстроты не зависит от энергии, а максимально возможное значение быстроты вторичного адрона  $(y_c)_{max} \approx \ln(2E_a / \langle m_{c\perp} \rangle)$  растет с энергией, то следует ожидать, что с ростом энергии зависимость  $R_A$  от  $A$  будет ослабевать. Этот вывод характерен для модели ПАК и, как видно из рис. 7.2, б, он подтверждается численными расчетами.

В гл. 8 будет рассмотрена альтернативная модель адрон-ядерного соударения, основанная на методе многократных упругих и неупругих перерассеяний адрона (и его составляющих) на различных нуклонах ядра. Эта альтернативная модель предсказывает достаточно сильную зависимость множественности от  $A$  в области высоких энергий  $R_A \sim A^{1/3}$  (см. гл. 8). К сожалению, энергии современных ускорителей ( $E_p \leq 400$  ГэВ) не позволяют установить, какой механизм преобладает. Действительно, в модели ПАК интервал быстрот, где следует ожидать совпадения спектров в  $pA$ - и  $pN$ -соударениях, составляет

$$\Delta y \approx \ln \frac{E_p}{\langle m_{\perp}^2 \rangle R} \sim \frac{\ln E_p}{14 A^{1/3}}. \quad (7.54)$$

В альтернативной модели (гл. 8)

$$\Delta y \approx \ln 2 + \ln(m_N / \langle m_{\perp} \rangle) \approx 2. \quad (7.55)$$

При энергии  $E_p = 400$  ГэВ и  $A^{1/3} \approx 3 \div 5$  логарифм в формуле (7.54) имеет примерно то же значение, что и в формуле (7.55):  $\ln[E_p / 14 A^{1/3}] \approx 2$ . Лишь при энергиях  $E_p \gtrsim 10^4$  ГэВ ширина интервала (7.54) превысит ширину интервала (7.55) более чем в два раза.

Нельзя исключить, что с ростом энергии при взаимодействии с ядрами роль будут играть оба указанных механизма (более подробно см. гл. 8).

В работе [160] была предпринята попытка в рамках ПАК сконструировать модель  $aA$ -взаимодействия с учетом одновременного испускания нескольких гребенок, медленные партоны которых взаи-

модействуют с различными нуклонами ядра. Результаты этих расчетов не очень сильно отличаются от обсуждавшихся выше.

Ниже (см. гл. 8) будет показано, что в рамках модели многократных упругих и неупругих перерассеяний лидирующего адрона в ядре удастся описать многие эффекты, наблюдаемые в  $aA$ -взаимодействиях при энергиях современных ускорителей, без привлечения механизма слияния партонных гребенок. По-видимому, лишь переход к существенно более высоким энергиям ( $\approx 10^4 \div 10^5$  ГэВ в  $L$ -системе) позволит более четко установить механизмы, ответственные за  $aA$ -взаимодействия.

### § 7.5. Образование адронов с большими поперечными импульсами

В последние годы интенсивно изучалось явление образования адронов с большими  $p_{c\perp} \gtrsim 1,5 \div 2$  ГэВ/с (см., например, обзоры [162, 164]). Было обнаружено, что в этой области  $p_{c\perp}$ -распределение инклюзивных адронов  $c$  в реакции



по  $p_{c\perp}$  убывает по степенному закону:

$$E_c d^3\sigma/d^3p_c = (p_{c\perp})^{-n} \Phi(x_\perp, \theta_c^*), \quad (7.57)$$

где  $x_\perp = 2p_{c\perp}/\sqrt{s}$ ,  $\theta_c^*$  — угол вылета частицы  $c$  в  $\Pi$ -системе. Переменная  $\theta_c^*$  связана с псевдобыстротой частицы  $c$ :  $\eta_c^* = -\ln \operatorname{tg}(\theta_c^*/2)$ . При  $p_{c\perp} \gg m_c$  ( $m_c$  — масса частицы  $c$ )  $\eta_c^* \approx y_c^*$  — быстрота адрона  $c$  в  $\Pi$ -системе.

Примечательно, что результат (7.57) свидетельствует о проявлении своеобразных скейлинговых свойств: после исключения степенной зависимости от  $p_{c\perp}$  спектры при больших  $p_{c\perp}$  зависят только от безразмерных переменных  $x_\perp$  и  $\eta_c^*$ . На опыте установлено [162, 164], что показатель степени  $n \approx 8 \div 10$ , а функция  $\Phi(x_\perp, \theta_c^*)$  при  $\theta_c^* \approx 90^\circ$  падает с ростом  $x_\perp$  ( $0 \leq x_\perp \leq 1$ ) как  $\exp(-bx_\perp)$ , где  $b \approx 13 \div 16$  в области  $0,1 \leq x_\perp \leq 0,35$ . Хорошую параметризацию экспериментальных данных дает формула:

$$E_c d^3\sigma/d^3p_c = C (p_{c\perp}^2 + m_0^2)^{-n} (1 - x_R)^\beta, \quad (7.58)$$

$$x_R = 2p_c^*/\sqrt{s},$$

где  $C$  — нормировочный множитель; параметр  $m_0 \approx 1$  ГэВ;  $n = 8 \div 9$ ;  $\beta = 4 \div 5$  в зависимости от сорта частицы  $c$ ,  $p_c^*$  — модуль импульса адрона  $c$  в  $\Pi$ -системе.

Степенное поведение сечений (7.58) по  $p_{c\perp}$  и скейлинговый режим по переменной  $x_\perp$  (или  $x_R$ ) объясняются в рамках партонной модели (см. [162, 164]) как результат соударения двух «энергичных» партонных, принадлежащих адронам  $a$  и  $b$  (рис. 7.6). На рис. 7.6 два партона  $1$  и  $2$  с 4-импульсами  $k_1$  и  $k_2$  из флуктуаций  $\Pi_a$  и  $\Pi_b$  адронов  $a$  и  $b$  взаимодействуют друг с другом с дифференциальным сечением  $d^2\sigma_{12}/d^2k'_{1\perp}$ , рассеиваясь на большие углы. Вторичные «быстрые» партоны  $1'$  и  $2'$  с 4-импульсами  $k'_1$  и  $k'_2$  превращаются в адроны, среди которых име-

ются адроны  $c$  и  $d$  со сравнительно большими поперечными импульсами  $p_{c\perp} \lesssim k'_{1\perp}$  и  $p_{d\perp} \lesssim k'_{2\perp}$ . Партоны из групп  $\Pi_a$  и  $\Pi_b$  превращаются во вторичные адроны, вылетающие в передний и задний конусы в  $\Pi$ -системе реакции. Партоны  $1$  и  $2$  могут быть кварками, кварком и антикварком, глюоном и кварком или двумя глюонами.

Инвариантное дифференциальное сечение образования адрона  $c$  с большим  $p_{c\perp}$  определяется не только сечением рассеяния партонных  $1$  и  $2$ , но и вероятностями их обнаружения внутри адронов  $a$  и  $b$ . Пренебрежем для простоты поперечными импульсами партонных  $1$  и

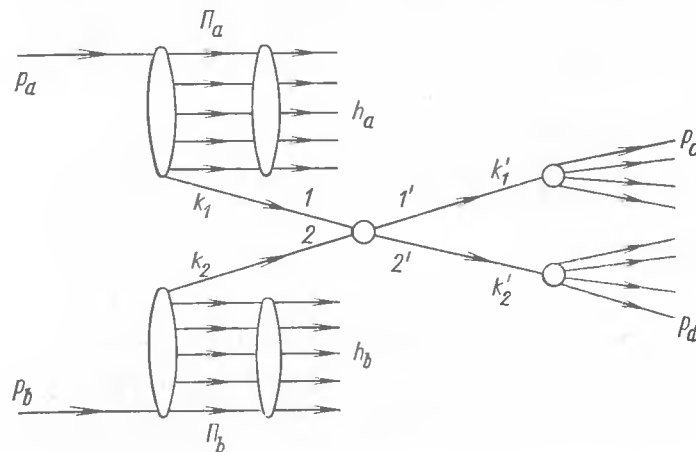


Рис. 7.6. Образование адронов с большими  $p_\perp$  в партонной модели

2. Вероятность обнаружить партон  $1$ , переносящий долю продольного импульса адрона  $a$ , заключенную в интервале от  $x_1$  до  $x_1 + dx_1$  ( $x_1 = 2 |k_{1z}|/\sqrt{s}$ ),  $dw_a(x_1) = F_a(x_1) dx_1/x_1$ . Соответственно вероятность обнаружения партона  $2$  в адроне  $b$  с  $x_2$  в интервале от  $x_2$  до  $x_2 + dx_2$  ( $x_2 = 2 |k_{2z}|/\sqrt{s}$ ) есть  $dw_b(x_2) = F_b(x_2) dx_2/x_2$ . Функции  $F(x_i) \rightarrow \text{const}$  при  $x_i \rightarrow 0$  и  $F(x_i) \sim (1 - x_i)^3$  при  $x_i \rightarrow 1$ , если адроны  $a$  и  $b$  — нуклоны (см. гл. 2). Кроме указанных факторов дифференциальное сечение процесса (7.56) определяется также вероятностью превращения партона  $1'$  в адроны с образованием адрона  $c$  с 4-импульсом  $p_c$ . Если пренебречь поперечным импульсом адрона  $c$  относительно направления импульса  $k'_1$  партона  $1'$ , то плотность вероятности образования адрона  $c$  с долей импульса партона  $1'$ , равной  $r_c = p_c^*/|k'_1|$ , в  $\Pi$ -системе реакции зависит только от  $r_c$ . Вероятность обнаружить адрон  $c$  с долей импульса в интервале от  $r_c$  до  $r_c + dr_c$ :  $dw(r_c) = w(r_c) dr_c$ . Сечение процесса (7.56) можно получить, перемножив все указанные факторы и произведя интегрирование по  $k'_{1\perp}$ ,  $x_1$ ,  $x_2$  и  $r_c$ . Инвариантное дифференциальное сечение процесса (7.56) можно выписать, если учесть, что в области больших углов вылета  $\theta_c^*$  энергичного адрона с  $p_{c\perp} \gg p_{c\perp}^*$  (ось  $z$  направлена вдоль импульса  $p_a$ ) и что углы вылета партона  $1'$  и адрона  $c$  в ука-

занных выше предположениях почти совпадают. Тогда можно перейти от интегрирования по  $\mathbf{k}'_{1\perp}$  к интегрированию по  $\mathbf{p}_{c\perp}$ :  $d^2k'_{1\perp} \approx d^2p_{c\perp}/r_c^2$  ( $\mathbf{p}_{c\perp} \approx r_c \mathbf{k}'_{1\perp}$ ) и ввести интегрирование по (псевдо) быстро-го адрона  $c$ :  $\delta(\eta'_i - \eta_c^*) d\eta_c^*$ . Поскольку  $d\eta_c^* d^2p_{c\perp} \approx d^3p_c/E_c$ , то

$$\frac{E_c d^3\sigma}{d^3p_c} = \int dx_1 dx_2 dr_c \delta(\eta'_i - \eta_c^*) (d^2\sigma_{12}/d^2k'_{1\perp}) \times [F_a(x_1) F_b(x_2)/x_1 x_2] \omega(r_c)/r_c^2, \quad (7.59)$$

где дифференциальное сечение рассеяния партонов  $d^2\sigma_{12}/d^2k'_{1\perp}$  берется при значении  $k'_{1\perp} = p_{c\perp}/r_c$ . Интегрирование в (7.59) ведется в пределах, определяемых законами сохранения энергии импульса в партон-партоном соударении:

$$\left. \begin{aligned} k_{10} + k_{20} &= k'_{10} + k'_{20} = (x_1 + x_2) \sqrt{s}/2; \\ k_{1z} + k_{2z} &= k'_{1z} + k'_{2z} = (x_1 - x_2) \sqrt{s}/2; \\ k'_{1\perp} + k'_{2\perp} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (7.60)$$

при ограничениях  $x_1, x_2, r_c \leq 1$  и условии

$$\left. \begin{aligned} \eta'_i &= \eta_c^*; \\ \eta'_i &= \ln[(x_1/x_{c1})(r_c + \sqrt{r_c^2 - x_{c\perp}^2(x_1 x_2)})]. \end{aligned} \right\} \quad (7.61)$$

В формуле (7.59) в случае  $NN$ -соударения функции  $F(x_i)$  определяются на основе результатов изучения глубокоэластичного лептон-нуклонного взаимодействия. В тех же процессах можно измерить и функцию  $\omega(r_c)$ .

Таким образом, согласно формуле (7.59), изучая  $NN$ -соударения, можно получить ценные сведения о дифференциальном сечении рассеяния партонов  $d^2\sigma_{12}/d^2k'_{1\perp}$ .

Если взаимодействие точечных партонов обусловлено обменом скалярными частицами, то константа  $\lambda$  взаимодействия партона с этой частицей имеет размерность массы. Тогда из соображений размерности  $d^2\sigma_{12}/d^2k'_{1\perp} \sim \lambda^4 (k'_{1\perp})^{-8} \sim r_c^8/p_{c\perp}^8$ . Если осуществляется обмен векторной частицей, то константа взаимодействия безразмерна и  $d^2\sigma_{12}/d^2k'_{1\perp} \sim (k'_{1\perp})^{-4} r_c^4/p_{c\perp}^4$ .

Под знаком интеграла в выражении (7.57) от  $p_{c\perp}$  зависит только  $d^2\sigma_{12}/d^2k'_{1\perp}$ ; остальные множители зависят только от переменных интегрирования, кроме  $\delta$ -функции, которая содержит также зависимости от  $x_{c\perp}$  и  $\theta_c^*$ . В результате возникает зависимость вида (7.57).

Таким образом, зависимость инвариантного дифференциального сечения (7.57), (7.58) от  $p_{c\perp}$  обусловлена поведением дифференциального сечения рассеяния партонов как функции  $p_{c\perp}$ . Опыт свидетельствует о том, что  $E_c d^3\sigma/d^3p_c \sim (p_{c\perp})^{-8}$ . Это означает, что взаимодействие партонов осуществляется через обмен скалярной частицей. Правда, существуют указания на то, что показатель степени падения спектра по  $p_{c\perp}$  зависит от  $x_{c\perp}$  и с уменьшением  $x_{c\perp}$  падает по  $n \sim 4 \div 5$  (см., например, [162]) для  $\pi^-$ -мезонов. По-видимому, при  $E_p \lesssim 400$  ГэВ имеет место несколько различных механизмов партоного взаимодействия.

Заметим также, что быстрое падение функции  $\Phi(x_{c\perp}, \theta_c^*)$  [см. (7.57)] с ростом  $x_{c\perp}$  понятно в рамках партоновой модели: оно обеспечивается быстрым убыванием функций  $F_{ab}(x_{1,2}) \sim (1 - x_{1,2})^3$  при  $x_{1,2} \rightarrow 1$  (см. гл. 2), а также убыванием функции  $\omega(r_c)$  при  $r_c \rightarrow 1$  (в силу законов сохранения  $\omega(r_c) \rightarrow 0$  при  $r_c \rightarrow 1$ ).

Детальное исследование процессов глубокоэластичного взаимодействия и процессов образования адронов с большими  $p_{c\perp}$  открывает заманчивые возможности для выяснения следующих характеристик партоновой структуры адронов: 1) функций распределения партонов (кварков) по продольным импульсам; 2) функций  $\omega(r_c)$ , характеризующих переход партонов в адроны; 3) сечений взаимодействия партонов друг с другом. Распределение партонов в адроне по поперечным импульсам можно найти, изучая, например, процесс

$$a + b \rightarrow l^+ + l^- + \text{адроны} \quad (7.62)$$

в области больших эффективных масс лептонной пары  $l^+l^-$  ( $l = \mu, e$ ), где отсутствуют резонансы с каналами распада на  $l^+l^-$ . Процесс (7.62) осуществляется по схеме:

$$q_a(q_b) + \bar{q}_b(\bar{q}_a) \rightarrow \gamma^* \rightarrow l^+ + l^-,$$

где  $q, \bar{q}$  — кварк и антикварк, принадлежащие разным адронам,  $\gamma^*$  — виртуальный  $\gamma$ -квант. Ясно, что распределение дилептонов  $l^+l^-$  по поперечным импульсам определяется спектром поперечных импульсов кварков и антикварков.

Современные данные (см. [162, 164]) об образовании пар адронов с большими поперечными импульсами в  $pN$ -соударениях позволяют оценить средний поперечный импульс партонов в нуклоне. Сталкивающиеся партонны 1 и 2 (см. рис. 7.6) имеют импульсы  $\mathbf{k}_1$  и  $\mathbf{k}_2$ , направления которых не совпадают с направлениями импульсов адронов  $\mathbf{p}_a$  и  $\mathbf{p}_b$  из-за того, что партонны обладают конечными поперечными импульсами. Поэтому векторы импульсов вторичных партонов 1' и 2' не лежат в одной плоскости с осью соударения  $z$ , направленной вдоль  $\mathbf{p}_a^*$  (некомпланарность), а угол  $\varphi$  между поперечными компонентами  $\mathbf{k}'_{1\perp}$  и  $\mathbf{k}'_{2\perp}$  не равен  $180^\circ$ .

Если ось  $x$  направлена вдоль  $\mathbf{k}'_{1\perp}$ , то  $k'_{2y} = k'_{1y} + k_{2y}$ , и разность  $\Delta\varphi = |180^\circ - \varphi|$  определяется формулой:

$$\operatorname{tg} |\Delta\varphi| = |k_{1y} + k_{2y}|/k'_{1\perp}. \quad (7.63)$$

Поскольку распределения партонов в различных адронах по поперечным импульсам статистически независимы друг от друга, то имеет место соотношение

$$\langle |k_{1y} + k_{2y}|^2 \rangle = \langle k_{1y}^2 \rangle + \langle k_{2y}^2 \rangle = \langle k_{1\perp}^2 \rangle, \quad (7.64)$$

где  $k_{1\perp}^2$  — среднеквадратичный поперечный импульс партонов в адроне  $\langle k_{1\perp}^2 \rangle = \langle k_{2\perp}^2 \rangle$ . Усреднение соотношения (7.64) приводит к результату:

$$\operatorname{tg}^2(\Delta\varphi) \approx \langle k_{1\perp}^2 \rangle / \langle k_{2\perp}^2 \rangle. \quad (7.65)$$

Следует дополнительно учесть два слагаемых, обусловленные уширением распределения по  $\varphi$  из-за поперечных относительно направлений  $k'_1$  и  $k'_2$  компонент импульсов  $p_{\perp}$  вторичных адронов  $c$  и  $d$ , которые испускаются партонами  $1'$  и  $2'$  (см. рис. 7.6). Полагая, что компоненты указанных поперечных импульсов, перпендикулярные плоскости реакции, в среднем равны  $\sqrt{\langle p_{\perp}^2 \rangle / 2}$ , находим

$$\langle \text{tg}^2(\Delta\varphi) \rangle \simeq \langle k_{\perp}^2 \rangle / \langle k_{\perp}^2 \rangle + 1/2 \langle p_{\perp}^2 \rangle (1/p_{c\perp}^2 + 1/p_{d\perp}^2). \quad (7.66)$$

Анализ экспериментальных данных о распределении двух инклюзивных адронов  $c$  и  $d$  (пионов) (с  $p_{c\perp} \approx 2,5$  ГэВ/с,  $p_{d\perp} > 1,4$  ГэВ/с) проведен в обзоре [164].

Экспериментальные значения  $\text{tg}^2(\Delta\varphi) \approx 0,22 \div 0,33$ . Если положить  $\langle p_{\perp}^2 \rangle \approx 0,12$  (ГэВ/с) $^2$  и  $k'_{\perp} \approx 1,2 p_{c\perp}$ , то из формулы (7.66) вытекает, что [162, 163]

$$\langle k_{\perp}^2 \rangle \approx 1,5 \div 2 \text{ (ГэВ/с)}^2. \quad (7.67)$$

Столь большое значение среднего поперечного импульса партонов свидетельствует о малом поперечном размере партонной флуктуации адрона по сравнению с его размерами:  $(k_{\perp}^2)^{-1} \ll r_N^2/3$ . Это обстоятельство еще раз свидетельствует в пользу аддитивной кварковой модели адрона и не противоречит представлению о том, что партоны испускаются кварками, образующими неперекрывающиеся в поперечном направлении партонные флуктуации.

Подчеркнем, что успехи кварковой партонной модели носят, в основном, качественный характер: пока — это только возможные контуры количественной теории сильных взаимодействий.

В частности, трудно понять зависимость от  $A$  инвариантных дифференциальных сечений образования адронов с большими  $p_{c\perp}$  на ядрах (см. гл. 5). В рамках партонной модели при больших значениях  $p_{c\perp}$  следовало бы ожидать линейной зависимости:  $E_a d\sigma(aA)/d^3p_c \sim A$ , поскольку эти адроны возникают от энергичных партонов, для которых ядро прозрачно. Возможно, что наблюдаемая при  $p_{c\perp} \gtrsim 3$  ГэВ/с зависимость вида  $A^{1,1-1,2}$  обусловлена взаимодействием партонов с близкими быстротами из различных гребенок, испущенных налетающим адроном и поглощающихся на различных нуклонах ядра [165]. Не исключено также, что наблюдаемый эффект сильной зависимости от  $A$  есть результат многократного взаимодействия адрона в ядре, см. также § 6.7.

### § 7.6. Сопоставление партонной и гидродинамической моделей $aA$ -взаимодействия

Партонная модель основана на теоретико-полевых идеях, в то время как гидродинамическая модель является примером классического подхода к процессам множественного образования. Интересно сопоставить предсказания, следующие из таких принципиально разных подходов. В табл. 7.1 приведены основные результаты этих моде-

Величина	Гидродинамическая модель $a=1/3$	Модель ПАК
$\langle N \rangle (E_a)$	$\sim (E_a/m_N)^{1/4}$	$\gtrsim \ln(E_a/m_N)$
$\langle N \rangle (A)$	$A^{0,15 \div 0,20}$	$\sim A^{1/3} (y \lesssim \ln(2R/d))$ $\sim \text{const} (y \gtrsim \ln(2R/d))$
$\frac{dN}{dy}$	$\sim \exp\left[-\frac{(y^* + y_0)^2}{2L}\right] / \sqrt{L}$	$\sim \text{const} (y \gtrsim \ln(2R/d))$
$\langle p_{\perp} \rangle$	$\sim E_a^{1/15}$	$\sim \text{const}$ (гипотеза)
Ширина плато	$\sqrt{L} \sim 0,5 \left[ \ln\left(\frac{E_a}{m_N A}\right) \right]^{1/2}$	$\sim \ln \frac{E_a d}{m_N R}$
Характеристические массы	$m_N, \sqrt{2m_N E_a v}$	$m_N, \sqrt{\langle m_{\perp}^2 \rangle}$

лей для множественных процессов в  $NA$ -соударении. Отметим, что при  $v < v_R$  величина

$$y_0 = \text{Arth} [\text{th}(3(v-1)/2(v+1)) - \text{Arth}((v-1)/(v+1))].$$

Если для партонной модели существует прямая связь с квантовой теорией поля, использующей язык фейнмановских диаграмм (см. гл. 3 и 4), то связь гидродинамической модели с теорией поля не столь прозрачна. Весьма интересен и важен вопрос об обратной связи, а именно: не указывает ли гидродинамический подход направление, в котором следует «деформировать» современные теоретико-полевые подходы. Хотя бы частичное экспериментальное доказательство справедливости гидродинамической модели свидетельствовало бы о необходимости существенного пересмотра теоретико-полевых моделей.

При анализе физических свойств обеих направлений теории нужно различать два аспекта: пространственно-временной и кинетический. Пространственно-временная протяженность области взаимодействия адронов в  $L$ -системе определяется в партонной модели временем существования самых быстрых партонов  $t_q \sim p_a / \langle m_q^2 \rangle$ ; их пробег в продольном направлении  $l \sim t_q \sim p_a / \langle m_q^2 \rangle$  и растет с ростом энергии. Образование вторичных адронов в результате взаимодействия происходит на расстояниях  $l \lesssim p_a / \langle m_q^2 \rangle$ . С другой стороны, область локализации быстрых партонов в продольном направлении  $\Delta z_q \sim 1/p_q$ , где  $p_q$  — продольный импульс партона. В результате размер быстрого адрона определяется областью локализации медленных партонов:  $\Delta z_q (p_q \sim m_q) \sim m_q^{-1}$  и не зависит от системы отсчета. Время взаимодействия медленных партонов  $\tau_{вз} \sim m_{\perp}^{-1}$  и совпадает по порядку величины с их временем существования в виде свободных частиц.

В гидродинамической модели сталкивающиеся адроны имеют лоренц-сжатые продольные размеры  $\Delta z_a \sim r_a m_a / p_a$ , где  $r_a$  — размер адрона в системе покоя ( $r_N \sim m_{\pi}^{-1}$ ). Однако образующаяся в резуль-



тате взаимодействия адронная жидкость не сразу превращается в физические адроны. Это происходит лишь после того, как плотность адронной жидкости в  $\Pi$ -системе уменьшится до значения плотности нормальных адронов ( $\rho \sim m_f^4$ ),  $m_f$  — характеристическая масса последней стадии гидродинамического разлета. Обычно полагают  $m_f \sim m_\pi$ . В  $\Pi$ -системе продольный размер области, занятой адронной жидкостью перед ее распадом на реальные частицы, имеет величину  $\Delta z^* = r_a \gamma^*$ , где  $\gamma^*$  — лоренц-фактор  $\Pi$ -системы:  $\Delta z^* \approx r_a \sqrt{E_a/2M}$  ( $M$  — масса мишени). Этот размер в  $L$ -системе увеличивается с ростом энергии примерно так же, как и в партонной модели. При соударении с ядром распад трубки на реальные адроны происходит в основном уже вне области первичного ядра. В этом есть сходство конечных стадий взаимодействия с ядром в партонной и гидродинамической моделях.

Ограниченность  $\langle p_\perp \rangle$  в партонной модели постулируется (хотя и может быть доказана в теории с простейшим лагранжианом взаимодействия  $\mathcal{L}_{\text{int}} = \lambda \varphi^3/3!$ ). В гидродинамической модели ограниченность  $\langle p_\perp \rangle$  следует из квазиодномерности движения.

До сих пор, когда мы говорили о гидродинамической модели, мы полагали  $a \neq 1$  (например,  $a = 1/3$ ) и рассматривали квазиодномерное приближение. Последнее тем более справедливо, чем больше  $a$ .

В кинетическом аспекте гидродинамическая теория опирается на существование локального равновесия во всем 4-объеме виртуальной фазы. Однако в пространстве быстрых при  $a < 1$  равновесие не устанавливается, и при  $s \rightarrow \infty$  становится существенной трехмерная стадия (рост  $\langle p_\perp \rangle$ ). Статистическое равновесие в пространстве быстрых успевает установиться лишь при  $a \rightarrow 1$ . В этом случае так же, как и в партонной (мультипериферической) модели, движение почти одномерное в том смысле, что  $\langle p_\perp(s) \rangle = \text{const}$ , а  $\langle N(s) \rangle \sim \ln s$ . В рамках однолестничной партонной (мультипериферической) модели равновесие в пространстве быстрых успевает установиться ( $dN/dy = \text{const}$ ).

Одномерность разлета и почти равновесное состояние в пространстве быстрых в гидродинамике — причина близости выводов, которые следуют из анализа обоих направлений. В одномерном и однолестничном вариантах партонной (мультипериферической) модели состояние  $i$ -й частицы (при упорядочении частиц по возрастанию их быстрых) будет характеризоваться исключительно быстротой  $y_i$  и соответственно скоростями соседних частиц ( $y_{i-1}, y_{i+1}$ ). Следовательно,

$$y_i = \varphi(y_{i-1}, y_{i+1}). \quad (7.68)$$

Из аддитивности скорости и отсутствия выделенности частиц вдали от кинематических пределов вытекает, что

$$\varphi(y_{i-1}, y_{i+1}) = (y_{i-1} + y_{i+1})/2. \quad (7.69)$$

Отсюда и следуют основные выводы простейших вариантов партонной (мультипериферической) модели:  $\langle N \rangle \sim \ln s$  и  $dN/dy = \text{const}$ .

В гидродинамической теории при  $a < 1$  разлет имеет лишь квазиодномерный характер. Строго говоря, состояние данного элемента адронной жидкости определяется всеми элементами, в том числе и самым быстрым. Однако влияние отдаленных элементов (дальнодействующие корреляции) относительно невелико и уменьшается с ростом  $a$ .

Вследствие гидродинамического разлета влияние начального состояния, которое характеризуется параметром  $p_a$ , существенно уменьшается. Поэтому различие между выводами классического и квантового подходов качественно невелико, и требуются достаточно прецизионные измерения, чтобы сделать выбор между ними.

Отметим, что макроскопический (гидродинамический) и микроскопический (полево́й) подходы в значительной степени отличаются лишь языками. Были предприняты успешные попытки установить эквивалентность обоих языков. Так, в работе [166] была продемонстрирована возможность приведения гидродинамической теории с обычными начальными условиями к нелинейному лагранжиану. В работе [167] гидродинамическая теория с лоренц-инвариантными начальными условиями [100] сопоставляется с линейным лагранжианом, учитывающим невылетание кварков с помощью «мешка» (bag), заключающего область пространства, в котором кварки находятся в связанном состоянии.

## Глава 8. МОДЕЛЬ МНОГОКРАТНЫХ ПЕРЕРАССЕЙНИЙ И $aA$ -ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ

### § 8.1. Метод многократных перерассейний

**Основные предположения.** Важным методом анализа процессов  $aA$ -взаимодействий является метод многократных перерассейний [168—178]. Этот подход основан на ряде упрощающих предположений о процессах  $aA$ -взаимодействий. Перечислим наиболее важные.

1. Состояние ядра, представляющего собой совокупность связанных нуклонов, описывается нерелятивистской волновой функцией.

2.  $aA$ -Взаимодействие рассматривается как процесс последовательных столкновений с отдельными нуклонами; амплитуда взаимодействия адрона с внутриядерным нуклоном полагается такой же, как и в случае свободного нуклона. Последнее необязательно.

3. Соударения (упругие и неупругие) адрона с нуклонами ядра происходят независимо.

4. При высоких энергиях ( $E_a R \gg 1$ ,  $R$  — радиус ядра) — траектория налетающей частицы внутри ядра полагается прямолинейной. Это приближение в геометрической оптике называется эйкональным [168, 169].

5. Сдвиг фазы волновой функции частицы, проходящей сквозь ядро, равен сумме сдвигов фаз на отдельных нуклонах (эйконал при рассеянии на ядре равен сумме эйконалов на отдельных нуклонах)\*.

**Формула многократного перерасеяния.** При сделанных предположениях естественно использовать для амплитуды взаимодействия с ядром представление прицельных параметров (см. Приложение). Тогда можно выписать формулу для амплитуды рассеяния первичного адрона на ядре в  $\mathcal{L}$ -системе с переходом ядра из состояния  $i$  в состояние  $f$ :

$$(2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{p}_a + \mathcal{P} - \mathbf{p}' - \mathcal{P}') F_{fi}(\mathbf{p}_a, \mathbf{q}) = \frac{i p_a}{2\pi} \int d^2 b \exp(i\mathbf{q}b) \Phi_f^*(\{\mathbf{r}_i\}) \Gamma(\mathbf{b}\{\mathbf{s}_i\}) \Phi_i(\{\mathbf{r}_i\}) \prod_{i=1}^A d^3 r_i, \quad (8.1)$$

где  $\Phi_{f,i}(\{\mathbf{r}_i\})$  — волновые функции ядер в конечном  $f$  и начальном  $i$  состояниях;  $\{\mathbf{r}_i\} = (\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_A)$  — координаты нуклонов в ядре;  $b$  — прицельный параметр налетающего адрона относительно центра инерции ядра;  $\{\mathbf{s}_i\}$  — поперечные координаты нуклонов ядра; ось  $z$  выбрана вдоль импульса  $\mathbf{p}_a$  первичной частицы. Интегрирование в (8.1) ведется по прицельному параметру  $\mathbf{b}$  и координатам всех нуклонов ядра. Функция профиля, согласно предположению 5), равна:

$$\Gamma(\mathbf{b}\{\mathbf{s}_i\}) = 1 - \exp\left[-\sum_{i=1}^A \chi_i(\mathbf{b} - \mathbf{s}_i)\right] = 1 - \prod_{i=1}^A [1 - \Gamma_i(\mathbf{b} - \mathbf{s}_i)];$$

$$\Gamma_i(\mathbf{b}, \mathbf{s}_i) = \frac{1}{2\pi i p_a} \int d^2 q_i \exp[-i\mathbf{q}_i \mathbf{b} - i\mathbf{q}_i \mathbf{s}_i] f_i(\mathbf{p}_a, \mathbf{q}_i), \quad (8.2)$$

где  $\chi_i(\mathbf{b} - \mathbf{s}_i)$  — эйконал для рассеяния на отдельном нуклоне;  $\Gamma_i(\mathbf{b} - \mathbf{s}_i)$  — функция профиля для рассеяния на  $i$ -м нуклоне. Раскрывая произведение в выражении (8.2), можно убедиться, что отдельные слагаемые соответствуют процессам последовательных рассеяний на одном, двух и т. п. нуклонах ядра. Многократное рассеяние на одном и том же нуклоне не учитывается.  $\delta^3$ -Функция в левой части (8.1) связана с законом сохранения импульса; закон сохранения энергии учтен при интегрировании по времени. Амплитуда  $F_{fi}(\mathbf{p}_a, \mathbf{q})$  удовлетворяет условию нормировки:

$$\left. \begin{aligned} \text{Im } F_{ii}(\mathbf{p}_a, 0) &= \frac{p_a}{4\pi} \sigma_{\text{tot}}(aA); \\ \frac{d\sigma_{el}(aA)}{dq_{\perp}^2} &= \frac{\pi}{p_a^2} |F_{ii}(\mathbf{p}_a, \mathbf{q})|^2, \end{aligned} \right\} \quad (8.3)$$

где  $F_{ii}$  — амплитуда упругого рассеяния адрона  $a$  на ядре без изменения состояния ядра;  $\sigma_{\text{tot}}(aA)$  — полное сечение  $aA$ -взаимодействия;  $d\sigma_{el}(aA)/dq_{\perp}^2$  — дифференциальное сечение упругого  $aA$ -рассеяния.

\* Исследование вопросов, связанных с возможными уточнениями метода и границ его применимости, см. в [174, 176, 177, 179, 180].

Если выбрать систему отсчета, в которой центр инерции ядра покоится ( $\mathcal{L}$ -система) и расположен в точке с координатой  $\mathbf{R} = \sum_{i=1}^A \mathbf{r}_i/A$ , то из выражения (8.1) справа можно выделить  $\delta^3$ -функцию, отражающую закон сохранения импульса. Выделив из волновых функций ядра движение его центра инерции с помощью соотношений:

$$\Phi_f(\{\mathbf{r}_j\}) = \exp(i\mathcal{P}'\mathbf{R}) \varphi_f(\{\mathbf{r}'_j\}); \quad (8.4)$$

$$\Phi_i(\{\mathbf{r}_j\}) = \exp(i\mathcal{P}\mathbf{R}) \varphi_i(\{\mathbf{r}'_j\}), \quad (8.5)$$

где  $\mathbf{r}'_j = \mathbf{r}_j - \mathbf{R}$ , и интегрируя по координатам центра инерции ядра, находим [92]:

$$F_{fi}(\mathbf{p}_a, \mathbf{q}) = \frac{i p_a}{2\pi} \int d^2 b' \exp(i\mathbf{q}_{\perp} b') \varphi_f(\{\mathbf{r}'_j\}) \times \Gamma(\mathbf{b}', \{\mathbf{s}'_j\}) \varphi_i(\{\mathbf{r}'_j\}) \delta^3\left(\sum_{j=1}^A \mathbf{r}'_j/A\right) \prod_{j=1}^A d^3 r'_j. \quad (8.6)$$

Здесь  $\mathbf{b}' = \mathbf{b} - \mathbf{S}$ ;  $\mathbf{s}'_j = \mathbf{s}_j - \mathbf{S}$ ;  $\mathbf{S} = \mathbf{R}_{\perp}$ .

В дальнейшем штрихи у переменных в формуле (8.6) опускаем, считая, что рассмотрение ведется в системе отсчета, где центр инерции ядра покоится в точке  $\mathbf{R} = 0$ . При выводе (8.6) из (8.1) в правой части равенства возникает  $\delta^3$ -функция:

$$\int d^3 R \exp[i\mathbf{q}_{\perp} \mathbf{S} + i(\mathcal{P} - \mathcal{P}')\mathbf{R}] = (2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{p}_a + \mathcal{P} - \mathbf{p}'_a - \mathcal{P}'), \quad (8.7)$$

которая сокращается с  $\delta^3$ -функцией в левой части соотношения (8.1).

**Упругое рассеяние и дифракционные процессы на ядрах.** Как следует из анализа  $NN$ -рассеяния (см. гл. 4), при высоких энергиях в промежуточных состояниях существенную роль играют не только упругие перерасеяния, но и процессы дифракционного образования и поглощения адронных ливней. Эффективный учет процессов вида

$$a + N \rightarrow a + N, \quad (8.8)$$

$$a + N \rightarrow a_k^* + N \quad (8.9)$$

$a_k^*$  — резонанс или адронный ливень с небольшой эффективной массой) можно провести в рамках метода многократных перерасеяний, считая амплитуду процесса взаимодействия адрона с внутриядерным нуклоном матрицей [66, 182, 183]:

$$\hat{f}_i(\mathbf{p}_a, \mathbf{q}_i) = \begin{pmatrix} f_{aa} & f_{aa_1^*} & \dots \\ f_{a_1^*a} & f_{a_1^*a_1^*} & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}. \quad (8.10)$$

В соотношении (8.10)  $f_{aa}$  — амплитуда упругого рассеяния (8.8);  $f_{aa_1^*}$  — амплитуда процесса (8.9) с образованием системы  $a_1^*$ ;  $f_{a_1^*a} = f_{aa_1^*}$ ;  $T$ -инвариантная амплитуда обратного перехода  $a_1^*$  в адрон  $a$ :

$$a_1^* + N \rightarrow a + N, \quad (8.11)$$

$f_{a_1^*a_1^*}$  — амплитуда рассеяния  $a_1^*$  на нуклоне.

Для простоты не будем различать амплитуды рассеяния на протонах и нейтронах и будем также пренебрегать спиновыми переменными или пользоваться амплитудами, усредненными по спиновым и изоспиновым состояниям\*.

Тогда использование матрицы (8.10) позволяет эффективно учесть упругие и неупругие перерассеяния. Результирующая амплитуда (8.6) оказывается также матрицей, элементы которой соответствуют процессам

$$a + A \rightarrow a + A', \quad (8.12)$$

$$a + A \rightarrow a_k^* + A' \quad (8.13)$$

и т. д.,  $A'$  — остаточное ядро в основном или возбужденном состоянии.

Рассмотрим в качестве примера случай двухкратного взаимодействия с внутриядерными нуклонами. Матрица профиля имеет вид

$$\hat{F}(\mathbf{b}\{\mathbf{s}\}) = \sum_i \hat{\Gamma}_i(\mathbf{b} - \mathbf{S}_i) - \sum_{i \neq j} \hat{\Gamma}_i(\mathbf{b} - \mathbf{S}_i) \hat{\Gamma}_j(\mathbf{b} - \mathbf{S}_j) - \dots, \quad (8.14)$$

где не выписаны слагаемые, соответствующие перерассеяниям с кратностью  $n \geq 3$ . Сумма по  $i$  и  $j$  берется по всем парам нуклонов, которые можно выбрать из  $A$  нуклонов ядра. Ограничимся учетом каналов (8.8), (8.9), (8.11) и

$$a_1^* + N \rightarrow a_1^* + N. \quad (8.15)$$

Произведение двух матриц  $\hat{\Gamma}$  имеет вид

$$\begin{pmatrix} \Gamma_{aa}^{(i)} & \Gamma_{aa_1^*}^{(i)} \\ \Gamma_{a_1^*a}^{(i)} & \Gamma_{a_1^*a_1^*}^{(i)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Gamma_{aa}^{(j)} & \Gamma_{aa_1^*}^{(j)} \\ \Gamma_{a_1^*a}^{(j)} & \Gamma_{a_1^*a_1^*}^{(j)} \end{pmatrix} = \\ = \begin{pmatrix} \Gamma_{aa}^{(i)} \Gamma_{aa}^{(j)} + \Gamma_{aa_1^*}^{(i)} \Gamma_{a_1^*a}^{(j)} & \Gamma_{aa}^{(i)} \Gamma_{aa_1^*}^{(j)} + \Gamma_{aa_1^*}^{(i)} \Gamma_{a_1^*a_1^*}^{(j)} \\ \Gamma_{a_1^*a}^{(i)} \Gamma_{aa}^{(j)} + \Gamma_{a_1^*a_1^*}^{(i)} \Gamma_{a_1^*a}^{(j)} & \Gamma_{a_1^*a}^{(i)} \Gamma_{aa_1^*}^{(j)} + \Gamma_{a_1^*a_1^*}^{(i)} \Gamma_{a_1^*a_1^*}^{(j)} \end{pmatrix}. \quad (8.16)$$

Верхний диагональный элемент результирующей матрицы (8.16) учитывает процессы двухкратного упругого перерассеяния и процесс упругого рассеяния через образование резонанса  $a_1^*$  на промежуточном этапе с последующим его превращением в конечный адрон  $a$ . Верхний недиагональный элемент отвечает процессу образования

\* В некоторых случаях целесообразно учитывать спиновые переменные адронов  $a$  и  $a_k^*$  (см., например, [183, 184]).

резонанса  $a_1^*$  на ядре: первое слагаемое соответствует последовательности процессов  $a \rightarrow a \rightarrow a_1^*$ , а второе  $a \rightarrow a_1^* \rightarrow a_1^*$ . Левое нижнее слагаемое недиагонального элемента матрицы (8.16) описывает обращенный во времени процесс перехода  $a_1^*$  в  $a$ , а правый нижний диагональный элемент — процесс рассеяния  $a_1^*$  на ядре. Аналогично можно рассмотреть более сложные слагаемые, соответствующие многократным перерассеяниям с учетом различных каналов: упругого рассеяния на нуклоне и процессов образования адронных резонансов (ливней).

Отметим различие между формулой (8.6) для упругих перерассеяний и для случая, когда учитываются неупругие каналы. При образовании системы  $a_1^*$  в области не очень высоких энергий нельзя пренебрегать продольной передачей импульса. Передаваемый продольный импульс  $q_z$  вычисляется на основе кинематических соотношений для процесса (8.9):

$$M^2 = (p_0 - q)^2 = m_a^2 - 2E_a q_0 + 2p_a q_z + t; \quad (8.17)$$

$$t = (k - k')^2 = 2m_N^2 - 2m_N(m_N + q_0), \quad (8.18)$$

где  $M$  — масса резонанса (или ливня);  $m_N$  — масса нуклона;  $q_0$  — передаваемая энергия в  $\mathcal{L}$ -системе;  $k, k'$  — 4-импульсы первичного и вторичного нуклонов ядра. При выполнении условий  $E_a \gg M > m_a > \sqrt{|t|}$  ( $t = q_0^2 - q_z^2 - q_{\perp}^2$ ) минимально допустимая передача продольного импульса в  $\mathcal{L}$ -системе составляет

$$(q_z)_{\min} \approx (M^2 - m_a^2)/2p_a. \quad (8.19)$$

Продольная передача импульса обуславливает дополнительное изменение фазы волновой функции вторичного адрона  $a_1^*$ . Это обстоятельство учитывается в элементах матрицы профиля для отдельного нуклона умножением их на фактор  $\exp[iq_{iz}z_i]$ , где  $z_i$  — продольная координата нуклона, на котором произошло неупругое рассеяние. В дальнейшем будем считать, что  $q_{iz} \approx (q_{iz})_{\min}$ .

## § 8.2. Когерентные процессы в $aA$ -столкновении

**Определение когерентных процессов.** Если в результате упругого рассеяния и процесса образования адронного ливня ядро не изменяет своего состояния, то такие процессы называются когерентными. В данном случае ядро играет роль бесструктурной элементарной частицы. Нуклоны ядра участвуют в процессе когерентно, т. е. амплитуды процесса на отдельных нуклонах складываются. Поскольку состояние ядра в когерентном процессе не изменяется, то между ядром и взаимодействующим с ним адроном может происходить обмен состояниями с квантовыми числами вакуума (померон) или  $\omega$ -мезона. В случае обмена помероном система  $a^*$  сохраняет, кроме спина и четности, все дискретные квантовые числа налетающего адрона  $a$  (заряд, барионное число, странность, зарядовую и  $G$ -четность, изоспин). В случае обмена  $\omega$ -реджеоном сохраняются те же квантовые числа, кроме  $C$ - и  $G$ -четности. В когерентных процессах внутренняя четность состояния  $a^*$  и спин этого состояния могут отличаться от

четности и спина налетающего адрона  $a$ . Эмпирически установлено правило Грибова — Моррисона (см., например, [185]):

$$P_a = P_{a^*} (-1)^{S_a - S_{a^*}}, \quad (8.20)$$

где  $P_a, P_{a^*}$  — внутренние четности  $a$  и  $a^*$ ;  $S_a, S_{a^*}$  — спины этих состояний.

Когерентные процессы могут эффективно осуществляться лишь в области передач импульса

$$|q_z|, |q_\perp| \lesssim R^{-1}. \quad (8.21)$$

В этом случае, согласно соотношению неопределенности, играют роль большие расстояния  $r \approx R$ . Когерентные дифракционные процессы образования резонансов осуществляются в области передач продольных импульсов, превышающих кинематически допустимый предел (8.19). Поэтому такие процессы идут лишь при энергиях:

$$E_a \gtrsim (M^2 - m_a^2) R/2 \approx (M^2 - m_a^2) A^{1/3}/(2m_\pi). \quad (8.22)$$

Если энергия  $E_a$  существенно превышает предел (8.22), то продольными передачами импульса в когерентном процессе дифракционного образования резонансов (ливней) можно пренебречь.

**Амплитуда когерентных процессов.** Рассмотрим подробнее когерентные процессы на ядрах, используя матрицу реакций (8.10). Матрица, элементы которой являются амплитудами различных когерентных реакций, определяется формулой, аналогичной (8.6):

$$\hat{F}_{ii}(p_a, \mathbf{q}) = \frac{i p_a}{2\pi} \int d^2 b \exp(i\mathbf{q}\mathbf{b}) \varphi_i^*(\{\mathbf{r}_j\}) \times \\ \times \hat{\Gamma}(\mathbf{b}, \{\mathbf{s}_j\}) \varphi_i(\{\mathbf{r}_j\}) \delta^{(3)}\left(\sum_{j=1}^A \mathbf{r}_j/A\right) \prod_{j=1}^A d^3 r_j; \quad (8.23)$$

$$\hat{\Gamma}(\mathbf{b}, \{\mathbf{s}_j\}) = 1 - \prod_{j=1}^A [1 - \hat{\Gamma}_j(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j)]; \quad (8.24)$$

$$\hat{\Gamma}_j(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j) = \frac{1}{2\pi i p_a} \int d^2 q_j \exp[-i\mathbf{q}_{j\perp}(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j) + i q_{jz} z_j] \hat{f}_j(p_a, \mathbf{q}_j), \quad (8.25)$$

где выделена зависимость от продольной передачи импульса для неупругих перерасеяний. Для упругих перерасеяний при вычислении соответствующего матричного элемента  $q_{jz} = 0$ .

Чтобы получить аналитические выражения для амплитуд различных когерентных процессов, воспользуемся простейшей моделью ядерных волновых функций. Предположим, что плотность распределения ядерной материи можно представить как произведение плотностей распределения отдельных нуклонов:

$$\delta^{(3)}\left(\sum_{j=1}^A \mathbf{r}_j/A\right) \rho_A(\{\mathbf{r}_j\}) = \delta^{(3)}\left(\sum_{j=1}^A \mathbf{r}_j/A\right) |\varphi(\{\mathbf{r}_j\})|^2 = \\ = N \delta^{(3)}\left(\sum_{j=1}^A \mathbf{r}_j/A\right) \prod_{j=1}^A |\rho(\mathbf{r}_j)|^2 = N \delta^{(3)}\left(\sum_{j=1}^A \mathbf{r}_j/A\right) \prod_{j=1}^A \rho(\mathbf{r}_j), \quad (8.26)$$

где  $\varphi(\mathbf{r}_j)$  — однонуклонная волновая функция;  $N$  — нормировочная постоянная;  $\rho = |\varphi|^2$ .

Условие нормировки ядерных волновых функций имеет вид

$$N \int \left( \prod_{j=1}^A \rho(\mathbf{r}_j) d^3 r_j \right) \delta^{(3)}\left(\sum_{j=1}^A \mathbf{r}_j/A\right) = 1. \quad (8.27)$$

Простейшие выражения получаются в предположении, что нуклоны ядра находятся в  $s$ -состоянии в потенциальной яме, соответствующей гармоническому осциллятору. \* Тогда

$$\rho(\mathbf{r}_j) = \left(\frac{1}{\pi R^2}\right)^{3/2} \exp(-\mathbf{r}_j^2/R^2). \quad (8.28)$$

Определим нормировочную константу в формуле (8.28), используя соотношение:

$$\delta^{(3)}\left(\sum_{j=1}^A \mathbf{r}_j/A\right) = \int \exp\left\{i \sum_{j=1}^A (\mathbf{k}\mathbf{r}_j/A)\right\} \frac{d^3 k}{(2\pi)^3}. \quad (8.29)$$

Рассмотрим один из интегралов в выражении (8.27):

$$\int \left(\frac{1}{\pi R^2}\right)^{3/2} \exp\{-\mathbf{r}_j^2/R^2 + i\mathbf{k}\mathbf{r}_j/A\} d^3 r_j = \\ = \int \left(\frac{1}{\pi R^2}\right)^{3/2} \exp\left\{-\frac{1}{R^2} \left(\mathbf{r}_j - i\mathbf{k} \frac{R^2}{2A}\right)^2 - \mathbf{k}^2 R^2/4A^2\right\} d^3 r_j = \\ = \exp(-\mathbf{k}^2 R^2/4A^2). \quad (8.30)$$

Нормировочный интеграл (8.27) равен произведению  $A$  интегралов (8.30). Следовательно,

$$N^{-1} = \int \exp\left(-\frac{\mathbf{k}^2 R^2}{4A}\right) \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} = \left(\frac{A}{\pi R^2}\right)^{3/2}. \quad (8.31)$$

Вычислим далее типичный интеграл, входящий в основную формулу (8.23). Рассмотрим интеграл по координатам одного из нуклонов, используя для  $\delta$ -функции представление (8.29):

$$\int \left(\frac{1}{\pi R^2}\right)^{3/2} \exp[-\mathbf{r}_j^2/R^2 + i\mathbf{k}\mathbf{r}_j/A + i\mathbf{q}_j \mathbf{r}_j] d^3 r_j. \quad (8.32)$$

Если нуклон с номером  $j$  не участвует во взаимодействии, то в формуле (8.32) следует положить  $\mathbf{q}_j = 0$ . Если  $j$ -й нуклон участвует в упругом процессе, то  $q_{jz} = 0, q_{j\perp} \neq 0$  при участии  $j$ -го нуклона в неупругом дифракционном процессе  $q_{jz} \approx q_{z \text{ мин}}$  [см. (8.19)]. Интеграл (8.32) преобразуется к виду ( $0 \leq x < \infty$ )

$$\left(\frac{1}{\pi R^2}\right)^{3/2} \exp[-(\mathbf{k}/A + \mathbf{q}_j)^2 R^2/4] \int \exp(-x^2/R^2) d^3 x = \\ = \exp[-(\mathbf{k}/A + \mathbf{q}_j)^2 R^2/4]. \quad (8.33)$$

\* Это грубое предположение противоречит принципу Паули, но его уточнение мало изменяет качественные результаты.

В случае  $n$ -кратного взаимодействия с ядерными нуклонами под интегралом (8.23) появится множитель:

$$\exp \left[ - \sum_{j=1}^n (\mathbf{k}/A + \mathbf{q}_j)^2 R^2/4 - (A-n) \mathbf{k}^2 R^2/4A^2 \right] = \\ = \exp \left[ - \frac{R^2}{4A} (\mathbf{k} + \mathbf{q})^2 + R^2 q^2/4A - \frac{1}{4} \sum_{j=1}^n \mathbf{q}_j^2 R^2 \right]. \quad (8.34)$$

(Здесь взаимодействующие нуклоны перенумерованы:  $j=1, 2, \dots, n$  и  $\sum_{j=1}^n \mathbf{q}_j = \mathbf{q}$ ). Далее,

$$\int \exp [-R^2 (\mathbf{k} + \mathbf{q})^2/4A] \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} = N^{-1}. \quad (8.35)$$

Множитель  $N^{-1}$  сокращается с таким же нормировочным множителем в числителе (8.23).

Проведенные выше расчеты позволяют получить матрицу когерентных реакций на ядре (8.23):

$$\hat{F}_{ii}(p_a, \mathbf{q}) = \frac{i p_a}{2\pi} \exp(q^2 R^2/4A) \int d^2 b \exp(i\mathbf{q}_{\perp} \mathbf{b}) \hat{\Gamma}_{ii}(\mathbf{b}); \quad (8.36)$$

$$\hat{\Gamma}_{ii}(\mathbf{b}) = 1 - \prod_{j=1}^A [1 - \hat{\Gamma}_j(\mathbf{b})]; \quad (8.37)$$

$$\hat{\Gamma}_j(\mathbf{b}) = \frac{1}{2\pi i p_a} \int d^2 q_j \exp(-i\mathbf{q}_{j\perp} \mathbf{b} - \mathbf{q}_j^2 R^2/4) \hat{f}_j(p_a, \mathbf{q}_j). \quad (8.38)$$

Функции профиля  $\hat{\Gamma}_j(\mathbf{b})$  (8.38) для всех взаимодействующих нуклонов имеют одинаковый вид с точностью до множителя  $\exp(-\mathbf{q}_j^2 R^2/4)$ , который соответствует процессам неупругого рассеяния. Используя соотношение:

$$\exp(-\mathbf{q}_j^2 R^2/4) = \int \exp(i\mathbf{q}_{j\perp} \mathbf{s}_j + i\mathbf{q}_{jz} z_j) \frac{\exp(-\mathbf{r}_j^2/R^2)}{(\pi R^2)^{3/2}} d^3 r_j = \\ = \int \exp(i\mathbf{q}_{j\perp} \mathbf{s}_j + i\mathbf{q}_{jz} z_j) \rho(\mathbf{r}_j) d^3 r_j, \quad (8.39)$$

получаем

$$\hat{\Gamma}_j(\mathbf{b}) = \frac{1}{2\pi i p_a} \int d^3 q_j \exp(-i\mathbf{q}_{j\perp} \mathbf{b}) \hat{f}_j(p_a, q_j) G_j(\mathbf{q}_j), \quad (8.40)$$

где

$$G_j(\mathbf{q}_j) = \int \exp(i\mathbf{q}_j \mathbf{s}_j) d^2 \mathbf{s}_j \int \exp(i\mathbf{q}_{jz} z_j) \rho(\mathbf{s}_j, z_j) dz_j \quad (8.41)$$

— одночастичный форм-фактор внутриядерного нуклона относительно упругого ( $q_{zj} = 0$ ) и неупругого ( $q_{zj} \neq 0$ ) взаимодействий. Поскольку матрицы  $\hat{\Gamma}_j(\mathbf{b})$  в формуле (8.37) для  $\hat{\Gamma}_{ii}(\mathbf{b})$  одинаковы, то находим окончательное выражение для матрицы профиля на ядре:

$$\hat{\Gamma}_{ii}(\mathbf{b}) = 1 - \sum_{n=0}^A C_A^n \left[ \frac{1}{2\pi p_a} \int \exp(-i\mathbf{q}'_{\perp} \mathbf{b}) G(\mathbf{q}') \hat{f}(p_a, \mathbf{q}') d^2 q' \right]^n. \quad (8.42)$$

Здесь множитель  $C_A^n = A!/n!(A-n)!$  соответствует числу всевозможных сочетаний  $n$  провзаимодействовавших нуклонов из  $A$  нуклонов ядра. Заметим, что аналогичная формула для  $\hat{F}_{ii}(p_a, \mathbf{q})$  без множителя  $\exp(q^2 R^2/4A)$  получается, если не учитывать движение центра масс ядра и считать нуклоны ядра неподвижными. В этом случае фактор  $\delta^{(3)}(\sum_{j=1}^A \mathbf{r}_j/A)$  отсутствует. В осцилляторном приближении:

$$G_j^{in}(\mathbf{q}') = \exp[-\mathbf{q}'^2 R/4] \quad (8.43)$$

для неупругой дифракции, и

$$G_j^{el}(\mathbf{q}') = \exp(-\mathbf{q}'_{\perp}^2 R^2/4) \quad (8.44)$$

для упругого рассеяния.

В области когерентности множитель  $\exp(-\mathbf{q}'_{\perp}^2 R^2/4)$  для средних и тяжелых ядер приблизительно равен единице. Поэтому в расчетах можно использовать формулу (8.41) с более реалистической функцией для однонуклонной плотности распределения  $\rho(\mathbf{r}_j)$ , например

$$\rho(\mathbf{r}_j) = \rho_0 \{1 + \exp[(r_j - R)/c]\}^{-1} \quad (8.45)$$

**Двухканальная модель когерентных процессов.** Конкретные вычисления в общем случае многоканальной задачи сложны и громоздки. Рассмотрим более простой случай, когда кроме упругого рассеяния возможно образование лишь одного резонанса. На основе решения этой задачи можно учесть вклады от нескольких резонансов и процессов дифракционного образования адронных ливней с эффективными массами  $M_2 \lesssim 5 \div 6$  ГэВ<sup>2</sup> [182, 183].

Пусть матрица

$$\hat{f}(p_a, \mathbf{q}) = \hat{\beta} f(p_a, \mathbf{q}_{\perp}), \quad (8.46)$$

где

$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & g \\ g & \delta \end{pmatrix}. \quad (8.47)$$

Здесь  $f(p_a, \mathbf{q}_{\perp})$  — амплитуда упругого рассеяния адрона  $a$  на нуклоне; параметр  $g$  при образовании резонанса  $a^*$  равен

$$g(s, \mathbf{q}) = f_{12}(p_a, \mathbf{q})/f(p_a, \mathbf{q}_{\perp}), \quad (8.48)$$

где  $f_{12}(p_a, \mathbf{q})$  — амплитуда процесса  $a + N \rightarrow a^* + N$ . Параметр  $\delta$  равен

$$\delta(s, \mathbf{q}_{\perp}) = f_{22}(p_a, \mathbf{q}_{\perp})/f(p_a, \mathbf{q}_{\perp}), \quad (8.49)$$

$f_{22}(p_a, \mathbf{q}_{\perp})$  — амплитуда упругого рассеяния резонанса на нуклоне. Параметр  $g$  определяется из опытов на протонной и дейтонной мишенях. Параметр  $\delta$  можно измерить в опытах на сложных ядрах.

В области высоких энергий, где возможно когерентное образование адронных ливней с массами  $M \lesssim (2 \div 2,5)$  ГэВ, параметр  $g$  характеризует отношение сечений процессов дифракционного образования адронного ливня налетающим адроном  $a$  и процесса упругого



рассеяния адрона  $a$ . Действительно, если эти процессы осуществляются за счет обмена помероном, то их амплитуды при высоких энергиях практически чисто мнимые (см. гл. 3, 4). Предположим далее, что зависимость амплитуд  $f(p_a, q_\perp)$  и  $f_{12}(p_a, q)$  от  $q_\perp^2$  примерно одинакова. Небольшое различие не будет заметно на фоне быстро убывающего с ростом  $q_\perp$  однонуклонного форм-фактора ядра  $G(q_\perp)$ . Тогда

$$g^2 = \int dq_\perp'^2 \int_{M_0^2}^{M_m^2} \frac{d\sigma_{12}}{dq_\perp'^2 dM^2} \exp[-(q_z')^2 R^2/2] \left| \frac{d\sigma_a}{dt} \right| \approx \frac{1}{\sigma_{el}} \int_{M_0^2}^{M_m^2} \frac{d\sigma_{12}}{dM^2} \exp[-(q_z')^2 R^2/2] dM^2, \quad (8.50)$$

где  $\sigma_{el}$  — сечение упругого  $aN$ -рассеяния;  $d\sigma_{12}/dq_\perp'^2 dM^2$  — дифференциальное сечение дифракционного процесса  $a \rightarrow N \rightarrow a^* + N$ ;  $q_z' \approx (M^2 - m_a^2)/2 p_a$ ;  $M_0$  — минимальное значение массы адронного ливня;  $M_m \approx 2 \div 2,5$  ГэВ. В данном случае параметр  $g$  эффективно учитывает процессы неупругого перерассеяния, связанные с дифракционным образованием адронных ливней с массами, заключенными в интервале  $M_0 < M < M_m$ . Множитель  $\exp[-(q_z')^2 R^2/2]$  появляется в результате эффекта, связанного с существованием кинематического предела на  $q_z$  в дифракционных процессах.

Порядок параметра  $g$  определяется соотношением

$$g_0^2 = \frac{1}{\sigma_{el}} \int_{M_0^2}^{M_m^2} \frac{d\sigma_{12}}{dM^2} dM^2 = \frac{\sigma_{D'}^{(1)}}{\sigma_{el}} = C_a - 1, \quad (8.51)$$

где  $C_a$  — коэффициент ливневого усиления (см. гл. 4).

Если первичная частица — нуклон, то  $C_N \approx 1,20 \pm 0,05$ ; если пион, то  $C_\pi \approx 1,40 \div 0,15$ ; если — каон, то  $C_K \approx 1,5 \div 0,2$  (см. табл. 4.1). Поэтому  $g_0 \approx 0,2 \div 0,5 < 1$ . Заметим, что параметр  $g < g_0$  из-за экспоненциального множителя  $\exp[-(q_z')^2 R^2/2]$  в интеграле (8.50).

Значение параметра  $\delta \approx \sigma_{tot}(22)/\sigma_{tot}(aN)$ , где  $\sigma_{tot}(22)$  — полное сечение  $a^*N$ -взаимодействия, близко к единице, как следует из сравнения теории с данными опыта. Такую же оценку можно получить из аддитивной кварковой модели [62]. Поскольку значительный вклад в спектр масс адронного ливня дают резонансы, состоящие из тех же кварков, что и адрон  $a$ , величина  $\delta \approx 1$ .

Для качественного анализа дифракционных процессов рассмотрим упрощенную модель с постоянными параметрами  $g$  и  $\delta$ , считая их не зависящими от  $q_\perp^2$ . Вычислим матрицу  $(\hat{\beta})^n$ , которая входит в формулу (8.37). Для этого диагонализуем исходную матрицу  $\hat{\beta}$ :

$$\hat{\beta} = U \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix} U^{-1}, \quad (8.52)$$

$U$  — унитарный оператор;  $\lambda_{1,2}$  — корни секулярного уравнения

$$(1 - \lambda)(\delta - \lambda) - g^2 = 0;$$

$$\lambda_{1,2} = [1 + \delta \pm \sqrt{(1 + \delta)^2 + 4g^2}]/2. \quad (8.53)$$

Из формулы (8.52) имеем

$$(\hat{\beta})^n = U \begin{pmatrix} \lambda_1^n & 0 \\ 0 & \lambda_2^n \end{pmatrix} U^{-1} = \lambda_1^n \hat{\beta}_1 + \lambda_2^n \hat{\beta}_2. \quad (8.54)$$

Здесь  $\hat{\beta}_{1,2}$  — двухрядные матрицы, которые легко найти, полагая  $n = 0, 1$ :

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\hat{\beta} - \lambda_2 \cdot \hat{1}}{\lambda_1 - \lambda_2}; \quad \hat{\beta}_2 = \frac{\lambda_2 \cdot \hat{1} - \hat{\beta}}{\lambda_1 - \lambda_2}. \quad (8.55)$$

В результате получаем:

$$(\hat{\beta})^n = \left( \begin{array}{cc} \lambda_1^n \cos^2 \frac{\theta_g}{2} + \lambda_2^n \sin^2 \frac{\theta_g}{2} & \frac{1}{2} (\lambda_1^n - \lambda_2^n) \sin \theta_g \\ \frac{1}{2} (\lambda_1^n - \lambda_2^n) \sin \theta_g & \lambda_1^n \sin^2 \frac{\theta_g}{2} + \lambda_2^n \cos^2 \frac{\theta_g}{2} \end{array} \right) \quad (8.56)$$

$$\cos \theta_g = (1 - \delta)/X, \quad \sin \theta_g = 2g/X, \quad X = \sqrt{(1 - \delta)^2 + 4g^2}.$$

Из соотношений (8.37), (8.40), (8.56) можно получить функции профиля для упругого рассеяния и когерентного образования адронных ливней с массой  $M < M_m$  (или резонанса, если начальная энергия недостаточно высока и может образовываться только один резонанс с наименьшей массой):

$$\Gamma_{el}(\mathbf{b}) = \sum_{n=1}^A (-1)^{n-1} C_A^n \left[ \lambda_1^n \cos^2 \frac{\theta_g}{2} + \lambda_2^n \sin^2 \frac{\theta_g}{2} \right] \times \left[ \frac{1}{2ip_a} \int \exp(-iq_\perp \mathbf{b}) G(\mathbf{q}_\perp) f(p_a, \mathbf{q}_\perp) \frac{d^2 q'_\perp}{\pi} \right]^n; \quad (8.57)$$

$$\Gamma_{coh}(\mathbf{b}) = \frac{1}{2} \sin \theta_g \sum_{n=1}^A (-1)^{n-1} C_A^n (\lambda_1^n - \lambda_2^n) \times \left[ \frac{1}{2ip_a} \int \exp(-iq_\perp \mathbf{b}) G(\mathbf{q}_\perp) f(p_a, \mathbf{q}_\perp) \frac{d^2 q'_\perp}{\pi} \right]^n. \quad (8.58)$$

Для амплитуд упругого рассеяния и когерентного образования адронного ливня на ядре соответственно получаем [см. (8.36)]:

$$F_{el}(p_a, \mathbf{q}_\perp) = \exp[q_\perp^2 R^2 / 4A] \left[ \cos^2 \frac{\theta_g}{2} F_G(\lambda_1 f, p_a, \mathbf{q}_\perp) + \sin^2 \frac{\theta_g}{2} F_G(\lambda_2 f, p_a, \mathbf{q}_\perp) \right]; \quad (8.59)$$

$$F_{coh}(p_a, \mathbf{q}) = \frac{1}{2} \exp[(q_\perp^2 + q_z^2) R^2 / 4A] \sin \theta_g [F_G(\lambda_1 f, p_a, \mathbf{q}_\perp) - F_G(\lambda_2 f, p_a, \mathbf{q}_\perp)], \quad (8.60)$$

где  $F_G(\lambda_i f, p_a, \mathbf{q}_\perp)$  — амплитуда упругого рассеяния в приближении, когда учитываются только упругие перерассеяния с амплитудой  $\lambda_i f$ . Это приближение соответствует первоначальной формуле Глаубера [168] для упругого рассеяния на «замороженных» нуклонах ядра:

$$F_G(f, p_a, \mathbf{q}_\perp) = \frac{ip_a}{2\pi} \int d^2 b \exp(i\mathbf{q}_\perp \mathbf{b}) \Gamma_G(f, \mathbf{b}); \quad (8.61)$$

$$\Gamma_G(f, \mathbf{b}) = \sum_{n=1}^A (-1)^{n-1} C_A^n \left[ \frac{1}{2ip_a} \times \int \exp(-i\mathbf{q}'_\perp \mathbf{b}) f(p_a, \mathbf{q}'_\perp) G(\mathbf{q}'_\perp) d^2 q'_\perp \right]^n. \quad (8.62)$$

В формулах (8.59), (8.61), где учитываются также неупругие перерассеяния, в функции  $F_G$  вместо амплитуды  $f(p_a, \mathbf{q}'_\perp)$  подставляется  $\lambda_i f(p_a, \mathbf{q}'_\perp)$ ,  $i = 1, 2$ .

Отметим, что учет неупругих перерассеяний приводит к отличию от известных формул Глаубера [168] не только в случае упругого рассеяния, но и для амплитуды когерентных процессов дифракционного образования адронных резонансов (и ливней).

Обычно считается, что процесс  $a + N \rightarrow a^* + N$ , где  $a^*$  — резонанс, происходит только на одном из нуклонов ядра (см. [171—174]), и вклад его в перерассеяния, т. е. обратный процесс  $a^* + N \rightarrow a + N$ , не учитывается. Такой подход справедлив, если амплитуда процесса дифракционного образования резонанса мала по сравнению с амплитудой упругого рассеяния ( $g \ll 1, \delta$ ). Пренебрежение поглощением родившегося резонанса (ливня), кроме того, приводит к нарушению условия унитарности. Это нарушение может оказаться существенным, особенно в области энергий, где много дифракционных каналов и сечение процессов дифракционного образования сравнимо с сечением упругого рассеяния.

Формулы (8.59), (8.60) не дают полного решения многоканальной задачи. Они учитывают вклад неупругих каналов лишь эффективно.

Дифференциальное сечение когерентного упругого рассеяния и полное сечение взаимодействия адронов с ядрами. При высоких

энергиях ( $\ln s/s_0 \gg \pi/2$ ) амплитуду процесса рассеяния адрона на квазисвободном нуклоне ядра можно представить в виде

$$f(p_a, \mathbf{q}_\perp) = \frac{ip_a \sigma}{4\pi} \exp[-Bq_\perp^2/2], \quad (8.63)$$

где  $B(s)$  — параметр наклона дифракционного конуса;  $\sigma(s)$  — полное сечение  $aN$ -взаимодействия. Форма (8.63) следует из оптической теоремы и экспоненциальной по  $q_\perp^2$  параметризации дифференциального сечения упругого рассеяния в области  $q_\perp^2 \lesssim 1$  (ГэВ/с)<sup>-2</sup>.

При гауссовой форме однонуклонной плотности распределения в ядре форм-фактор  $G(\mathbf{q}'_\perp)$  оказывается также гауссовым (8.44). Из формул (8.63) и (8.44) можно вычислить функцию профиля [см. (8.62)]

$$\Gamma_G(f, \mathbf{b}) = \sum_{n=1}^A (-1)^{n-1} C_A^n \left[ \frac{\sigma}{2\pi(R^2+2B)} \exp\left(-\frac{b^2}{R^2+2B}\right) \right]^n. \quad (8.64)$$

Величину  $\chi_A(b) = -\frac{A\sigma}{2\pi(R^2+2B)} \exp\left(-\frac{b^2}{R^2+2B}\right)$  можно назвать эйконалом для рассеяния на ядре. Функция профиля (8.64) представляется также в форме

$$\Gamma_G(f, \mathbf{b}) = 1 - [1 + \chi_A/A]^A. \quad (8.65)$$

Для средних и тяжелых ядер, когда  $A \gg 1$ ,  $C_A^n \approx A^n/n!$ , функцию профиля (8.65) можно представить в виде

$$\Gamma_G(b) = 1 - \exp \chi_A = 1 - \exp \left[ \frac{-A\sigma}{2\pi(R^2+2B)} \exp\left(-\frac{b^2}{R^2+2B}\right) \right]. \quad (8.66)$$

При  $b = 0$

$$\Gamma_G(0) = 1 - \exp[-A\sigma/2\pi(R^2+2B)]. \quad (8.67)$$

С ростом  $A$   $\Gamma_G(b) \rightarrow 1$  в области  $b \lesssim \sqrt{R^2+2B}$ , т. е. ядро становится абсолютно поглощающим. При  $b \gg \sqrt{R^2+2B}$   $\ln z_A (z_A = A\sigma/2\pi(R^2+2B))$

$$\Gamma_G(b) = \frac{A\sigma}{2\pi(R^2+2B)} \exp[-b^2/(R^2+2B)] \rightarrow 0, \quad (8.68)$$

и функция профиля быстро убывает с ростом  $b$ .

Таким образом, радиус взаимодействия адрона с ядром оказывается порядка (при  $\ln z_A \sim 1$ )

$$b_{эф} \approx \sqrt{R^2+2B} \ln z_A \sim \sqrt{R^2+2B} \quad (8.69)$$

и несколько превышает радиус ядра. Эффективный радиус  $aA$ -взаимодействия растет с энергией вследствие логарифмического роста наклона дифракционного конуса  $B(s)$ . Однако этот эффект начнет проявляться при очень высоких энергиях ( $R^2 = 0,4 r_0^2 A^{2/3}$ ,  $r_0 \sim m_\pi^{-1}$ , см. ниже):

$$\ln(s/s_0) = \eta \gg R^2/4\alpha'_p(0) \approx (15 \div 20) A^{2/3}. \quad (8.70)$$

В случае, когда «пересечение» померона  $\alpha_P(0) = 1 + \Delta$  ( $\Delta > 0$ ), появляется дополнительный рост радиуса взаимодействия с ядром, обусловленный множителем  $\ln z_A$ . Вклад неупругих перерассеяний (8.59) не изменяет полученных выше результатов, которые имеют простой физический смысл. При  $A \gg 1$  функция профиля с учетом неупругих перерассеяний имеет вид

$$\Gamma_{el}(b) = \cos^2 \frac{\theta_g}{2} [1 - \exp(\lambda_1 \chi_A)] + \sin^2 \frac{\theta_g}{2} [1 - \exp(\lambda_2 \chi_A)] = 1 - \left[ \cos^2 \frac{\theta_g}{2} \exp(\lambda_1 \chi_A) + \sin^2 \frac{\theta_g}{2} \exp(\lambda_2 \chi_A) \right] \quad (8.71)$$

и для  $X \leq 1$  [см. (8.56)] несущественно отличается от функции профиля (8.67). Подставляя формулу (8.64) в интеграл (8.61), находим после интегрирования глауберовскую амплитуду рассеяния адрона на ядре  $A$ :

$$F_G(f, p_a, \mathbf{q}_\perp) = \frac{i p_a \sigma}{4\pi} \sum_{n=1}^A (-1)^{n-1} [C_A^n/n] \times \left[ \frac{\sigma}{2\pi(R^2 + 2B)} \right]^{n-1} \exp[-q_\perp^2(R^2 + 2B)/4n]. \quad (8.72)$$

Выражение (8.72) напоминает соответствующую формулу для амплитуды упругого  $aN$ -рассеяния с обменом  $A$ -померонами: при  $\sigma = 8\pi g_a^P(0) g_N^P(0)$ ,  $\exp(\Delta\eta)$ ,  $R^2 = 0$ ,  $B = 2\lambda_{aN}$  и  $A \rightarrow \infty$  эти формулы совпадают друг с другом с точностью до нормировки амплитуды:  $F_G(p_a, \mathbf{q}_\perp) = p_a M(s, q_\perp^2)$ .

Естественно принять для величины  $aN$ -сечения в формуле (8.72) однопомеронное приближение. Обмен несколькими померонами в модели Глаубера с одним и тем же нуклоном полагается несущественным. Это предположение качественно оправдано в рамках партонной картины: испускаемые налетающим адроном партонные гребенки пространственно разделены, и медленные партоны разных гребенок взаимодействуют с разными нуклонами ядра.

Формула (8.72) позволяет в рамках двухканальной модели получить формулы для полного сечения  $aA$ -взаимодействия и для дифференциального сечения упругого рассеяния в области когерентности. На основе оптической теоремы из соотношений (8.72), (8.59) находим полное сечение  $aA$ -взаимодействия:

$$\sigma_{tot}(aA) = \sigma \left[ \lambda_1 \cos^2 \frac{\theta_g}{2} \sum_{n=1}^A (C_A^n/n) \left( -\frac{\lambda_1 \sigma}{2\pi(R^2 + 2B)} \right)^{n-1} + \lambda_2 \sin^2 \frac{\theta_g}{2} \sum_{n=1}^A (C_A^n/n) \left( -\frac{\lambda_2 \sigma}{2\pi(R^2 + 2B)} \right)^{n-1} \right]. \quad (8.73)$$

При  $A \gg 1$  формулу (8.73) можно представить в более простом виде:

$$\sigma_{tot}(aA) = 2\pi(R^2 + 2B) \left[ \cos^2 \frac{\theta_g}{2} \varphi(z_{A1}) + \sin^2 \frac{\theta_g}{2} \varphi(z_{A2}) \right], \quad (8.74)$$

где

$$\varphi(z) = \int_0^z (1 - e^{-x}) \frac{dx}{x} = \ln z + C + \text{Ei}(-z),$$

$C$  — постоянная Эйлера,  $\text{Ei}(x)$  — интегральная показательная функция

$$z_{Ai} = \lambda_i A \sigma / [2\pi(R^2 + 2B)]. \quad (8.75)$$

При  $R^2 \gg 2B$  зависимость полного сечения  $aA$ -взаимодействия близка к закону

$$\sigma_{tot}(aA) \sim A^{2/3}, \quad (8.76)$$

который неплохо выполняется на опыте.

На рис. 8.1 приводится сравнение результатов расчетов [181, 182] по формуле (8.73) с данными опыта по взаимодействию нуклонов с ядрами ( $d$ ,  $^{12}\text{C}$ ,  $^{27}\text{Al}$ ,  $^{64}\text{Cu}$ ,  $^{112}\text{Cd}$ ,  $^{207}\text{Pb}$ ) в области энергий  $E_N \approx 10 \div 250$  ГэВ. Радиусы ядер выбирались в [181, 182] в соответствии с экспериментальными данными о рассеянии электронов на ядрах:  $R^2 \approx 0,4 r_0^2 A^{2/3}$ .

Значения параметра  $r_0$  приведены в табл. 8.1 для различных ядер в единицах ферми ( $1$  ферми =  $10^{-13}$  см).

Таблица 8.1

Ядро	$d$	$^{12}\text{C}$	$^{27}\text{Al}$	$^{64}\text{Cu}$	$^{112}\text{Cd}$	$^{207}\text{Pb}$
$r_0$ , ферми	2,16	1,41	1,34	1,28	1,22	1,18

Результаты расчета с учетом только упругих перерассеяний нанесены штриховой линией. Сплошные кривые — результаты расчета по формуле (8.73). Из сравнения теории с экспериментом видно, что учет неупругих перерассеяний с массой ливней  $M^2 \lesssim 5 \div 6$  ГэВ<sup>2</sup> приводит к лучшему согласию с опытом для легких и средних ядер. Для тяжелых ядер ( $^{207}\text{Pb}$ ) расхождение с опытом может быть связано с непропорциональным выбором гауссового вида для однонуклонной плотности распределения.

Дифференциальное сечение в когерентной области рассчитывается по формуле

$$\frac{d\sigma_{el}}{dq_\perp^2} = \frac{\pi}{p_a^2} |F_{el}(p_a, \mathbf{q}_\perp)|^2. \quad (8.77)$$

На рис. 8.2 представлены результаты численных расчетов [182] на основе формулы (8.61) (штриховые линии) и с учетом неупругих перерассеяний (сплошные линии) при  $E_N = 200$  ГэВ. Эффект неупругих перерассеяний сдвигает сечение  $d\sigma_{el}(NA)/dq_\perp^2$  в область меньших значений  $q_\perp^2$ . Этот сдвиг усиливается с ростом  $A$ . К сожалению, соответствующие экспериментальные данные отсутствуют. В области

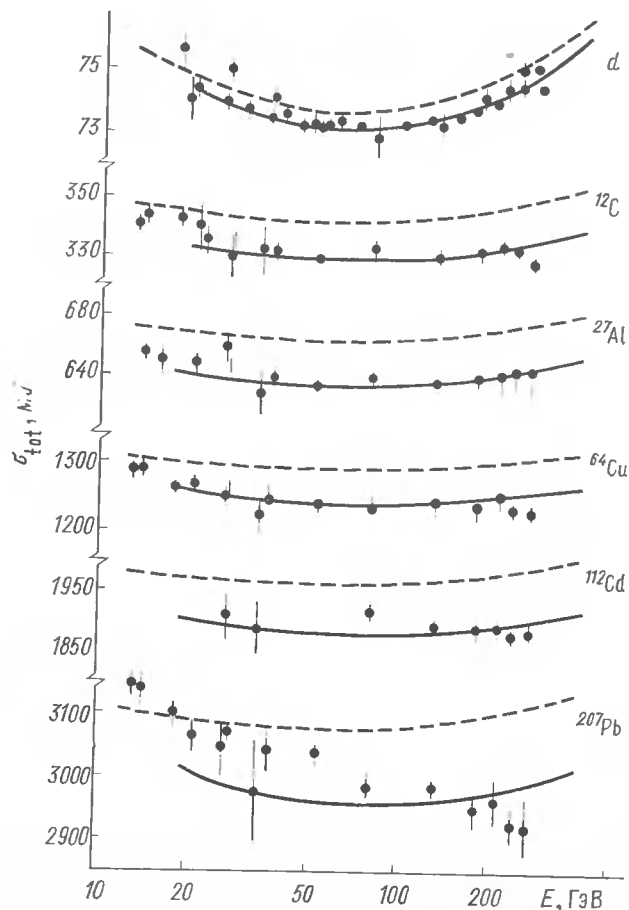


Рис. 8.1. Зависимость полных сечений  $NA$ -взаимодействий от энергии  $E_a$  для различных ядер: кривые — в модели многократных перерассеяний; точки — экспериментальные данные [182]

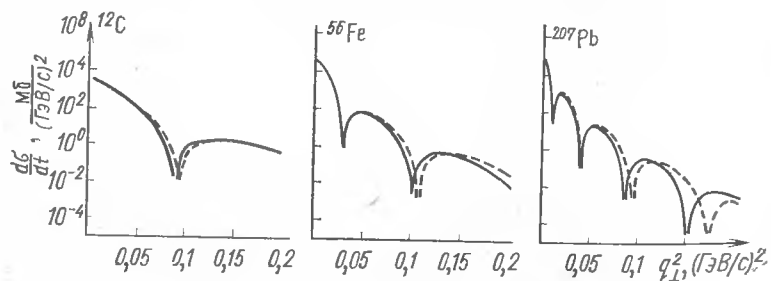


Рис. 8.2. Дифференциальные сечения упругого рассеяния протонов на ядрах  $^{12}\text{C}$ ,  $^{56}\text{Fe}$ ,  $^{207}\text{Pb}$ ,  $E_a = 200$  ГэВ

энергий  $E_N = 10 \div 20$  ГэВ формула (8.61) дает хорошее описание экспериментальных данных [92, 169, 178]. Приведем формулу для полного сечения упругого рассеяния в когерентной области при  $A \gg 1$ :

$$\begin{aligned} \sigma_{el}(aA) = 2\pi(R^2 + 2B) \left[ \cos^2 \frac{\theta_g}{2} \varphi(z_{A1}) + \sin^2 \frac{\theta_g}{2} \varphi(z_{A2}) - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \cos^4 \frac{\theta_g}{2} \varphi(2z_{A1}) - \right. \\ \left. - \sin^2 \frac{\theta_g}{2} \cos^2 \frac{\theta_g}{2} \varphi(z_{A1} + z_{A2}) - \frac{1}{2} \sin^4 \frac{\theta_g}{2} \varphi(2z_{A2}) \right]. \end{aligned} \quad (8.78)$$

Сечение неупругих процессов:

$$\begin{aligned} \sigma_{in}(aA) = \sigma_{tot}(aA) - \sigma_{el}(aA) = \pi(R^2 + 2B) \left[ \cos^4 \frac{\theta_g}{2} \varphi(2z_{A1}) + \right. \\ \left. + 2 \sin^2 \frac{\theta_g}{2} \cos^2 \frac{\theta_g}{2} \varphi(z_{A1} + z_{A2}) + \sin^4 \frac{\theta_g}{2} \varphi(2z_{A2}) \right]. \end{aligned} \quad (8.79)$$

При достаточно больших значениях  $z_A = A\sigma/[2\pi(R^2 + 2B)] \sim \sim A^{1/3}/2,5$  (но  $R^2 \gg 2B$ ) для тяжелых ядер, учитывая, что  $\lambda_1 \sim \sim \lambda_2 \sim 1$ , формулы (8.78) и (8.74) можно упростить. В грубом приближении

$$\sigma_{tot}(aA) \approx 2\pi(R^2 + 2B) [\ln z_A + C], \quad (8.80)$$

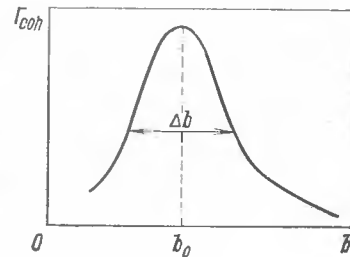
$$\sigma_{el}(aA) \approx 2\pi(R^2 + 2B) [\ln z_A + C - \ln 2], \quad (8.81)$$

причем соотношение между упругим и полным сечением взаимодействия со сравнительно тяжелым ядром оказывается близким к модели «черного» (абсолютного поглощающего) ядра:

$$\sigma_{el}(aA)/\sigma_{tot}(aA) \simeq 1/2. \quad (8.82)$$

**Дифракционные процессы в когерентной области.** Рассмотрим теперь процессы дифракционного образования адронных ливней в когерентной области. На основе формулы (8.60) можно произвести численные расчеты сечений таких процессов.

Рис. 8.3. Функция профиля (8.87) для процессов когерентного образования пучков адронов на ядрах



Для качественного анализа рассмотрим дифракционные процессы на тяжелых ядрах ( $A \gg 1$ ). В этом случае функ-

ция профиля (8.58) представляется формулой

$$\Gamma_{\text{coh}}(\mathbf{b}) = \frac{1}{2} \sin \theta_g [\Gamma_G(\lambda_1 f, \mathbf{b}) - \Gamma_G(\lambda_2 f, \mathbf{b})] =$$

$$= \frac{1}{2} \sin \theta_g \{ \exp [(-\lambda_2 A \sigma / 2\pi (R^2 + 2B)) \exp(-b^2 / (R^2 + 2B))] -$$

$$- \exp [(-\lambda_1 A \sigma / 2\pi (R^2 + 2B)) \exp(-b^2 / (R^2 + 2B))] \} \quad (8.83)$$

или более компактно:

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_{\text{coh}}(\mathbf{b}) &= \frac{2g}{X} \exp [-(1 + \delta) z_A \rho(\mathbf{b}) / 2] \text{sh} [X z_A \rho(\mathbf{b}) / 2]; \\ \rho(\mathbf{b}) &= \exp [-b^2 / (R^2 + 2B)]. \end{aligned} \right\} \quad (8.84)$$

В области значений прицельных параметров  $b \ll \sqrt{R^2 + 2B}$  функция профиля для дифракционных процессов в когерентной области равна:

$$\Gamma_{\text{coh}}(\mathbf{b}) = \frac{g}{X} [\exp(-\lambda_2 z_A) - \exp(-\lambda_1 z_A)]. \quad (8.85)$$

Для тяжелых ядер  $\lambda_i z_A \ll 1$  и поэтому функция профиля (8.85) в области  $b \ll \sqrt{R^2 + 2B}$  мала. Функция профиля (8.85) имеет максимум в точке

$$b_0 = \sqrt{(R^2 + 2B) \ln \left( z_A X / \ln \frac{1 + \delta + X}{1 + \delta - X} \right)}. \quad (8.86)$$

Из условия унитарности следует, что  $\lambda_2 < \lambda_1$  или  $X / (1 + \delta) \lesssim 1$  ( $g^2 < \delta$ ). Если выполнено неравенство  $g^2 \ll \delta$  (а оно практически выполнено:  $\delta \simeq 1$ ,  $g^2 \simeq 0,2 \div 0,5$ ), то около максимума функция профиля (8.85) имеет вид (рис. 8.3):

$$\Gamma_{\text{coh}}(\mathbf{b}) \approx \frac{2g}{1 + \delta} \exp \left\{ - \left[ 1 + \frac{2b_0^2 (b - b_0)^2}{(R^2 + 2B)^2} \right] \right\}. \quad (8.87)$$

Из соотношений (8.86), (8.87) следует, что полуширина области прицельных параметров, существенной для дифракционных процессов на ядрах в области когерентности:

$$\Delta b \approx 0,5 \sqrt{(R^2 + 2B) / \ln [z_A (1 + \delta) / 2]}. \quad (8.88)$$

Таким образом, дифракционные процессы в когерентной области осуществляются в основном на периферии ядра.

Рассмотрим далее возможность измерения сечений взаимодействия резонансов или пучков адронов с небольшой массой с внутриядерными нуклонами. В области низких энергий, где возможно лишь когерентное образование одного резонанса или пучков с малыми массами, осуществляется практически один неупругий канал. Если сечение, соответствующее этому каналу, мало ( $g^2 \ll \delta_A$  и  $X z_A (b_0) / 2 \ll 1$ ), то функция профиля для когерентного образования резонанса на ядре:

$$\Gamma_{\text{coh}}(\mathbf{b}) \approx g z_A \rho(\mathbf{b}) \exp [-(1 + \delta) z_A \rho(\mathbf{b}) / 2]. \quad (8.89)$$

Тогда амплитуда процесса дифракционного образования резонанса в когерентной области представляется формулой ( $A \gg 1$ ):

$$F_{\text{coh}}(p_a, \mathbf{q}) = f_{12}(0) \int d^2 b dz \exp(i\mathbf{q}\mathbf{b} + iq_z z) \times$$

$$\times \rho_{\text{эф}}(\mathbf{b}, z) \exp \left[ - \frac{\pi f(0)}{i\rho_a} \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{\text{эф}}(\mathbf{b}, z') dz' - \right.$$

$$\left. - \frac{\pi f_{22}(0)}{i\rho_a} \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{\text{эф}}(\mathbf{b}, z') dz' \right], \quad (8.90)$$

$$\text{где } \rho_{\text{эф}}(\mathbf{b}, z) = \frac{A}{\sqrt{\pi R^2} \pi (R^2 + 2B)} \exp \left[ - \frac{z^2}{R^2} - \frac{b^2}{R^2 + 2B} \right]. \quad (8.91)$$

Форма функции  $F_{\text{coh}}(p_a, \mathbf{q})$  в виде (8.90) несколько отличается от общеупотребляемых формул [171—175], в которых учитывается однократное образование резонанса, но не учитывается возможность его обратного превращения в частицу  $a$ , и тем самым нарушается унитарность (по крайней мере, формально). Формула (8.90) явно учитывает условие унитарности. Это условие приводит к тому, что эффективно продольная координата точки образования резонанса  $z_{\text{эф}} = 0$ . Тогда формула (8.90) и обычно используемые выражения практически совпадают. Как следует из проведенного ранее анализа функции профиля для дифракционных процессов в когерентной области, они осуществляются преимущественно на периферии ядра, что и соответствует эффективным продольным координатам  $z_{\text{эф}} = 0$ . Поэтому проведенный на основе работ [171—175] анализ экспериментальных данных о процессах когерентного образования резонансов и пучков адронов с небольшой множественностью вполне оправдан.

Обработка экспериментальных данных (см., например, [185]) показывает, что сечения взаимодействия резонансов с внутриядерными нуклонами, как правило, примерно совпадают по величине с сечением  $aN$ -взаимодействия. Например, при  $E_{\pi^-} = 15$  ГэВ  $\sigma_{\text{tot}}(A \bar{1} N) \approx (23 \pm 3)$  мб и примерно совпадает с сечением  $\pi N$ -взаимодействия. С другой стороны, изучение процессов когерентного образования нескольких мезонов, например  $\pi^- + A \rightarrow 3\pi + A$ ,  $K^- + A \rightarrow K^- \pi^+ \pi^- A$ , показывает, что сечение взаимодействия системы  $3\pi$ , рассматриваемой как единая частица, с нуклоном ядра  $\sigma_{\text{tot}}(3\pi N) \approx 20 \div 25$  мб в области эффективных масс  $M(3\pi) = (0,9 \div 1,9)$  ГэВ и энергий  $E_a \simeq 9 \div 15$  ГэВ, а сечение  $\sigma_{\text{tot}}(K2\pi N) \approx 20$  мб при  $M(K2\pi) \simeq 1,5$  ГэВ и энергиях  $E_a \simeq 10 \div 13$  ГэВ. Исследование процесса  $p + A \rightarrow p2\pi A$  при  $E_a \approx 28$  ГэВ показало, что  $\sigma_{\text{tot}}(p2\pi N) \lesssim 1,8\sigma(pN)$ .

Примерное совпадение сечений взаимодействия резонансов с внутриядерными и свободными нуклонами не удивительно, поскольку резонансы состоят из тех же кварков, что и налетающие адроны.

Более неожиданно то, что сечение взаимодействия некоррелированных вторичных адронов (систем  $3\pi$ ,  $K2\pi$ ,  $p2\pi$  и т. п.) малы. На основе наивных представлений, как можно было бы ожидать, процес-



сы взаимодействия некоррелированных адронов с нуклонами ядра осуществляются независимо. Тогда сечение взаимодействия таких систем должно было бы примерно равняться сумме сечений взаимодействий адронов системы с нуклонами, например  $\sigma_{\text{tot}}(3\pi N) = 3\sigma_{\text{tot}}(\pi N)$ . Эксперимент определенно противоречит этому «естественному» соотношению. Таким образом, уже при энергиях  $E_a \approx 10 \div 20$  ГэВ при взаимодействии адронов с ядрами проявляются специфические эффекты, приводящие к эффективному уменьшению сечений взаимодействия адронов с внутриядерными нуклонами. Возможные причины этого явления уже обсуждались в гл. 6 и 7. Они, по-видимому, связаны с релятивистским затягиванием времени формирования собственных полей адронов. Поэтому эффективный средний пробег адрона в ядре оказывается существенно выше, чем ожидалось из наивных представлений о почти мгновенном формировании собственного поля адрона. С нуклонами ядра взаимодействуют вторично не адроны, а элементы виртуальной фазы. Поглощение виртуальных элементов (партонов) и поглощение резонанса свободным нуклоном, по-видимому, разные процессы. В этом смысле наблюдаемый эффект уменьшения сечения взаимодействия «вторичных адронов» с нуклонами внутри ядра согласуется с представлениями партонной модели (см. гл. 7).

### § 8.3. Некогерентные процессы в $aA$ -столкновении

**Кинематическая область некогерентных процессов.** В области больших передач импульсов нуклонам ядра ( $|\mathbf{q}| \gtrsim R^{-1}$ ) возможно возбуждение ядра и его развал на нуклоны и более легкие ядра. При этом в процессе взаимодействия участвует уже не ядро как целое, а группы нуклонов или отдельные нуклоны ядра (при  $|\mathbf{q}| \gtrsim r_N^{-1}$ ,  $r_N$  — средние размеры области, занятой ядерным нуклоном). В среднем интервалы между уровнями энергий в сферических ядрах составляют [186]:

$$\Delta E \sim \varepsilon_F / A^{1/3}, \quad (8.92)$$

где  $\varepsilon_F \approx 30 \div 40$  МэВ — энергия Ферми. При столкновении адрона с нуклоном последнему передается энергия  $q_0 \approx q^2 / 2m_N$ . Если  $q_0 \gtrsim \Delta E$ , то ядро начинает возбуждаться при передачах импульса  $|\mathbf{q}| \gtrsim \sqrt{2m_N \varepsilon_F} / A^{1/6}$ . Если в когерентном процессе в грубом приближении складываются амплитуды взаимодействия с нуклонами ядра, то в некогерентном процессе складываются дифференциальные сечения (фазы амплитуд рассеяния на отдельных нуклонах распределены случайным образом).

**Дифференциальное сечение упругого рассеяния.** Если известно конечное состояние ядра и его волновая функция, то дифференциальное сечение некогерентного процесса можно рассчитать по общей формуле для амплитуды перехода  $F_{fi}$  [см. (8.6)]. Если же конечные состояния ядра не фиксируются (или по ним производится суммирование), то в расчетах полагается, что основное и возбужденные состояния ядра характеризуются полным набором волновых функций  $\varphi_i(\{\mathbf{r}_j\})$ .

Амплитуду перехода  $F_{fi}$  рассматривают как матричный элемент оператора  $\hat{F}$ :

$$\langle f | \hat{F} | i \rangle = \int \prod_{j=1}^A d^3 r_j \varphi_f^*(\{\mathbf{r}_j\}) \hat{F} \varphi_i(\{\mathbf{r}_j\}), \quad (8.93)$$

где

$$\hat{F} = \frac{i p_a}{2\pi} \int \exp(i\mathbf{q}\mathbf{b}) d^2 b \left\{ 1 - \prod_{j=1}^A \left[ 1 - \frac{1}{2\pi i p_a} \int \exp[-i\mathbf{q}_{\perp j}(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j) + i q_{zj} z_j] \hat{f}(p_a, \mathbf{q}_j) d^2 q_{j\perp} \right] \right\} \delta^{(3)} \left( \sum_{j=1}^A \mathbf{r}_j / A \right) \quad (8.94)$$

[см. формулы (8.24), (8.25)]. Дифференциальные сечения процессов

$$a + A \rightarrow a(a^*) + A', \quad (8.95)$$

где  $A'$  — состояние конечного ядра;  $a^*$  — резонанс или адронный ливень, определяется формулой:

$$\frac{d\sigma(aA)}{dq_{\perp}^2} = \frac{\pi}{p_a^2} \sum_f \langle i | \hat{F} | f \rangle \langle f | \hat{F} | i \rangle. \quad (8.96)$$

В сумме по конечным состояниям  $|f\rangle$  имеется и первоначальное основное состояние ядра  $|i\rangle$ .

Используя теорему полноты ядерных волновых функций

$$\begin{aligned} & \delta^{(3)} \left( \sum_{j=1}^A \mathbf{r}'_j / A \right) \sum_f |f\rangle \langle f| = \\ & = \delta^{(3)} \left( \sum_{j=1}^A \mathbf{r}'_j / A \right) \sum_f \varphi_f(\{\mathbf{r}_j\}) \varphi_f^*(\{\mathbf{r}'_j\}) = \prod_{j=1}^A \delta^{(3)}(\mathbf{r}'_j - \mathbf{r}_j), \end{aligned} \quad (8.97)$$

находим:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma(aA)}{dq_{\perp}^2} &= \frac{1}{4\pi} \int \prod_{j=1}^A d^3 r_j \int d^2 b' \int d^2 b |\varphi_i(\{\mathbf{r}_j\})|^2 \times \\ & \times \exp[i\mathbf{q}_{\perp}(\mathbf{b} - \mathbf{b}')] \left\{ 1 - \prod_{\delta=1}^A \left[ 1 - \frac{1}{2\pi i p_a} \int \exp[-i\mathbf{q}_{\perp \delta}(\mathbf{b} - \mathbf{s}_{\delta}) + i q_{z\delta} z_{\delta}] \hat{f}(p_a, \mathbf{q}_{\delta}) d^2 q_{\perp \delta} \right] \right\} \left\{ 1 - \prod_{k=1}^A \left[ 1 + \frac{1}{2\pi i p_a} \times \right. \right. \\ & \times \int \exp[i\mathbf{q}_{\perp k}(\mathbf{b}' - \mathbf{s}_k) - i q'_{zk} z_k] \times \\ & \left. \left. \times \hat{f}^*(p_a, \mathbf{q}'_k) d^2 q_{k\perp} \right] \right\} \delta^{(3)} \left( \sum_{j=1}^A \mathbf{r}_j / A \right). \end{aligned} \quad (8.98)$$

Интегралы по координатам нуклонов  $\{\mathbf{r}_j\}$  легко вычисляются при допущении, что однонуклонные волновые функции выражаются

функцией Гаусса (8.28) так же, как и при рассмотрении когерентных процессов [см. формулы (8.29) — (8.35)]. В результате получаем следующий ответ для дифференциального сечения рассеяния адрона на ядре с возможным возбуждением или развалом ядра, но без образования новых адронов:

$$\frac{d\sigma(aA)}{dq_{\perp}^2} = \cos^4 \frac{\theta_g}{2} \left( \frac{d\sigma}{dq_{\perp}^2} \right)_{11} + \sin^4 \frac{\theta_g}{2} \left( \frac{d\sigma}{dq_{\perp}^2} \right)_{22} + \frac{1}{4} \sin^2 \theta_g \left[ \left( \frac{d\sigma}{dq_{\perp}^2} \right)_{12} + \left( \frac{d\sigma}{dq_{\perp}^2} \right)_{21} \right]; \quad (8.99)$$

$$\left( \frac{d\sigma}{dq_{\perp}^2} \right)_{\alpha\beta} = \frac{1}{4\pi} \int d^2 b d^2 b' \exp(i\mathbf{q}_{\perp}(\mathbf{b}-\mathbf{b}')) I_{\alpha\beta}(\mathbf{b}, \mathbf{b}'); \quad (8.100)$$

$$I_{\alpha\beta}(\mathbf{b}, \mathbf{b}') = 1 - \left[ 1 - \lambda_{\alpha} \frac{\sigma}{2\pi(R^2+2B)} \exp\left(-\frac{b^2}{R^2+2B}\right) \right]^A - \left[ 1 - \lambda_{\beta} \frac{\sigma}{2\pi(R^2+2B)} \exp\left(-\frac{b'^2}{R^2+2B}\right) \right]^A + \left[ 1 - \lambda_{\alpha} \frac{\sigma}{2\pi(R^2+2B)} \exp\left(-\frac{b^2}{R^2+2B} - \lambda_{\beta} \frac{\sigma}{2\pi(R^2+2B)}\right) \right] \times \exp\left(-\frac{(b')^2}{R^2+2B}\right) + 2\lambda_{\alpha}\lambda_{\beta} \frac{\sigma W}{2\pi(R^2+2B)} \times \exp\left(-\frac{(b-b')^2}{4B} - \frac{(b+b')^2}{4(R^2+B)}\right) \Big]^A; \quad (8.101)$$

$$W = \frac{\sigma}{16\pi B} \frac{R^2+2B}{R^2+B}. \quad (8.102)$$

Суммарный вклад в сечение дифракционных процессов за счет механизмов когерентного и некогерентного образования равен

$$\frac{d\sigma_D}{dq_{\perp}^2} = \frac{1}{4} \sin^2 \theta_g \left[ \left( \frac{d\sigma}{dq_{\perp}^2} \right)_{11} + \left( \frac{d\sigma}{dq_{\perp}^2} \right)_{22} - \left( \frac{d\sigma}{dq_{\perp}^2} \right)_{12} - \left( \frac{d\sigma}{dq_{\perp}^2} \right)_{21} \right]. \quad (8.103)$$

Использование более реалистических моделей для волновой функции ядра, чем их представление в виде произведения гауссовых однонуклонных плотностей, требует проведения численных расчетов интегралов в выражении (8.98). В предельном случае тяжелых ядер ( $A \ll 1$ ) имеем

$$I_{\alpha\beta}(\mathbf{b}, \mathbf{b}') = 1 - \exp\left\{-\frac{A\lambda_{\alpha}}{R^2+2B} \exp\left(-\frac{b^2}{R^2+2B}\right)\right\} - \exp\left\{-\frac{A\lambda_{\beta}\sigma}{R^2+2B} \exp\left(-\frac{(b')^2}{R^2+2B}\right)\right\} +$$

$$+ \exp\left\{-\lambda_{\alpha} \frac{A\sigma}{2\pi(R^2+2B)} \exp\left(-\frac{b^2}{R^2+2B}\right) - \lambda_{\beta} \frac{A\sigma}{2\pi(R^2+2B)} \exp\left(-\frac{(b')^2}{R^2+2B}\right) + 2\lambda_{\alpha}\lambda_{\beta} \frac{A\sigma W}{2\pi(R^2+2B)} \exp\left(-\frac{\rho^2}{4B} - \frac{r^2}{R^2+2B}\right)\right\}, \quad (8.104)$$

где  $\rho = \mathbf{b} - \mathbf{b}'$ ,  $\mathbf{r} = (\mathbf{b} + \mathbf{b}')/2$ .

Дальнейшие расчеты  $d\sigma_{e1}/dq_{\perp}^2$  и  $d\sigma_D/dq_{\perp}^2$  могут быть выполнены численно. Отметим, что в формулах (8.99) и (8.103) содержится вклад от когерентных процессов, между областями когерентности и некогерентности имеется промежуточная область, где следует учитывать оба механизма, поэтому их вклады не стоит разделять.

**Сечения процессов с малой множественностью на ядрах.** По формулам (8.99), (8.100) можно вычислить сечения всех процессов, которые не приводят к образованию новых частиц, но сопровождаются возбуждением ядра или его развалом.

Для вычисления сечения  $\sigma_{pac}$  таких процессов следует проинтегрировать выражение (8.99) по  $dq_{\perp}^2$ . Это интегрирование приводит к появлению  $\delta$ -функции:  $\delta^{(2)}(\mathbf{b} - \mathbf{b}')$ , в результате получаем

$$\sigma_{pac} = \cos^4 \frac{\theta_g}{2} \sigma_{11} + \sin^4 \frac{\theta_g}{2} \sigma_{22} + \frac{1}{4} \sin^2 \theta_g (\sigma_{12} + \sigma_{21}), \quad (8.105)$$

$$\text{где } \sigma_{\alpha\beta} = \int d^2 b I_{\alpha\beta}(\mathbf{b} = \mathbf{b}') = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^A (-1)^{n+1} \Delta_n (\lambda_{\alpha}^n + \lambda_{\beta}^n) + \frac{1}{2} (R^2 + B) \sum_{n=1}^A (-1)^n \Delta_n \sum_{l=0}^n (-1)^l C_n^l (2W)^l \times \times \frac{n}{[nR^2 + (n+l)B]} (\lambda_{\alpha} + \lambda_{\beta})^{n-l} (\lambda_{\alpha}\lambda_{\beta})^l, \quad (8.106)$$

$$\Delta_n = \frac{\sigma C_n^A}{n} \left[ \frac{\sigma}{2\pi(R^2+2B)} \right]^{n-1}.$$

С учетом результата (8.106)  $\sigma_{pac}$  можно представить в виде:

$$\sigma_{pac} = \sum_{n=1}^A (-1)^{n+1} \Delta_n K_n^{(1)} + \frac{1}{2} (R^2 + B) \sum_{n=1}^A (-1)^n 2^n \Delta_n \times \times \sum_{l=0}^n (-1)^l C_n^l W^l \frac{n}{R^2 n + (n+l)B} K_{nl}^{(2)}; \quad K_n^{(1)} = \cos^2 \frac{\theta_g}{2} \lambda_1^n + \sin^2 \frac{\theta_g}{2} \lambda_2^n;$$

$$K_{nl}^{(2)} = \cos^4 \frac{\theta_g}{2} \lambda_1^{n+l} + \sin^4 \frac{\theta_g}{2} \lambda_2^{n+l} + \frac{1}{2} \sin^2 \theta_g (\lambda_1 \lambda_2)^l \left( \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} \right)^{n-l} \quad (8.107)$$

При отсутствии неупругих экранировок

$$K_n^{(1)} = K_n^{(2)} = 1. \quad (8.108)$$

Аналогично из (8.103) находим полное сечение образования дифракционного пучка с возможным возбуждением или развалом ядра:

$$\sigma_D = \frac{1}{4} \sin^2 \theta_g [\sigma_{11} + \sigma_{22} - \sigma_{21} - \sigma_{12}] =$$

$$= \frac{1}{8} (R^2 + B) \sin^2 \theta_g \sum_{n=1}^A (-1)^n 2^n \Delta_n \sum_{l=0}^n (-1)^l C_n^l W^l \frac{n}{[nR^2 + (n+l)B]} K_{nl}^{(3)}; \quad (8.109)$$

$$K_{nl}^{(3)} = \lambda_1^{n+l} + \lambda_2^{n+l} - 2 (\lambda_1 \lambda_2)^l \left( \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} \right)^{n-l}. \quad (8.110)$$

Таким образом, получены замкнутые выражения для  $\sigma_{рас}$  и  $\sigma_D$  с учетом как упругих, так и неупругих экранировок нуклонами ядра друг друга, справедливые в когерентной и некогерентной областях. Эти формулы более последовательны, чем обычно используемое приближение, учитывающее лишь упругие перерасcеяния [171—175].

**Диаграммное представление некоторых процессов.** Наглядный смысл полученных результатов проще понять на языке диаграмм. На рис. 8.4 представлен ряд диаграмм, вклад которых учитывается в ме-

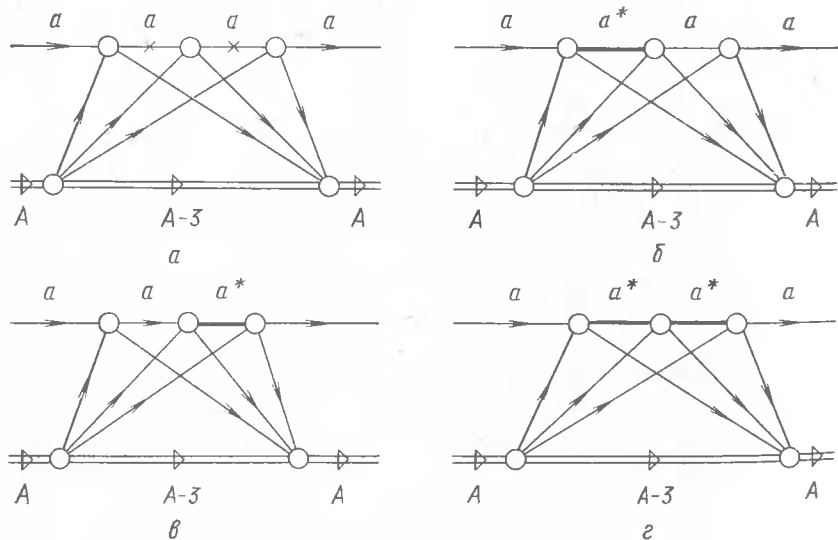


Рис. 8.4. Диаграммы:

*a* — трехкратного упругого взаимодействия адрона с нуклонами ядра; *б, в, г* — двухкратного неупругого и однократного упругого перерасcеяния различных типов; необозначенные внутренние линии — нуклоны

тоде Глаубера для расчета упругого процесса. На диаграмме рис. 8.4, *a* изображен процесс трехкратного упругого перерасcеяния адрона *a* на трех различных нуклонах ядра; на рис. 8.4, *б* представлен процесс образования дифракционной струи *a\** на одном нуклоне, поглощение ее с испусканием первичного адрона на другом нуклоне и упругое расcеяние адрона *a* на третьем нуклоне. При этом адроны *a* и *a\** находятся на массовой поверхности. После этих замечаний ясен и физический смысл диаграмм рис. 8.4, *в, г*. При изображении дифракционной струи на диаграммах рис. 8.4 следует лишь заменить конечный адрон *a* на его возбужденное состояние *a\**. В методе Глаубера не учитываются диаграммы, соответствующие многократному перерасcеянию на одном и том же нуклоне ядра, что оправдано физически и конкретными вычислениями [187].

Обсудим теперь физический смысл отдельных слагаемых в сумме (8.107) для сечения  $\sigma_{рас}$ . Проследив за ходом вычислений и выделив вклады, соответствующие определенной кратности перерасcеяния, можно убедиться, что *n* в (8.107) равно числу нуклонов ядра, участвующих во взаимодействии с налетающим адроном.

Рассмотрим для примера *n* = 2 (рис. 8.5). При этом *l* может принимать значения *l* = 0, 1, 2. Пренебрежем для простоты неупругой экранировкой. Мнимая часть амплитуды, которая определяется диаграммой рис. 8.5, *a*, состоит из двух частей: 1) разрез можно провести между блоками *aN*-рассеяния (цифра 2); 2) разрез можно провести по блоку *aN*-рассеяния (цифра 1). Первый способ разрезания вносит вклад в  $\sigma_{рас}$ , так как любая линия разреза, проходящая между блоками *aN*-взаимодействия, пересекает только линию налетающего адрона и линии ядерных нуклонов. В случае второго способа разрезания возможны любые промежуточные состояния, в которые может переходить система *aN*, включая упругое состояние *aN*. Нас интересуют сейчас только упругие промежуточные состояния, поскольку именно они дают вклад в сумму (8.106), которая определяет полное сечение когерентного и некогерентного упругих расcеяний адрона *a* на ядре. Поэтому вклад от диаграммы рис. 8.5, *a* с разрезом типа 1 необходимо умножить на фактор  $\sigma_{el}/\sigma$ , учитывающий вероятность найти состояние *aN* при разрезании адрон-нуклонного блока (см. рис. 8.5, *в*). Поскольку таких «разрезов» возможно два, возникает комбинаторный множитель  $C_1^2 = 2$ . Вклад диаграмм рис. 8.5, *б, в* пропорционален также множителю  $\Delta_2$ , который определяет величину сечения двухкратного взаимодействия. Состояния невзаимодействующих нуклонов ядра любые и по ним проводится суммирование. Далее, при *n* = 2 вклад в сечение упругого расcеяния дает также диаграмма рис. 8.5, *г*. После возведения ее в квадрат по модулю приходим к диаграмме рис. 8.5, *д*. Кроме разреза 1 диаграммы справа на рис. 8.5, *д* при вычислении мнимой части можно провести разрезы 2 между блоками *aN* слева или справа от разреза 1. Разрезанные способом 2 диаграммы компенсируют диаграмму с разрезом 1. Это следует из того, что диаграмма рис. 8.5, *д* без разрезов равна нулю в приближении Глаубера, когда перерасcеяние дважды на одном и том же нуклоне невозможно.

Из прямых оценок следует, что диаграмма слева на рис. 8.5, *e* равна диаграмме с переставленными вершинами  $aN$ -взаимодействия (средняя диаграмма на рис. 8.5, *e*). На этой диаграмме разрез выделяет упругое промежуточное состояние в  $aN$ -рассеянии. Поэтому такую диаграмму можно представить в виде правой диаграммы на рис. 8.5, *e* с коэффициентом  $\sigma_{el}/\sigma$ . Таким образом, мы пришли к диаграмме двукратного перерасеяния, но с множителем  $2\sigma_{el}/\sigma$ .

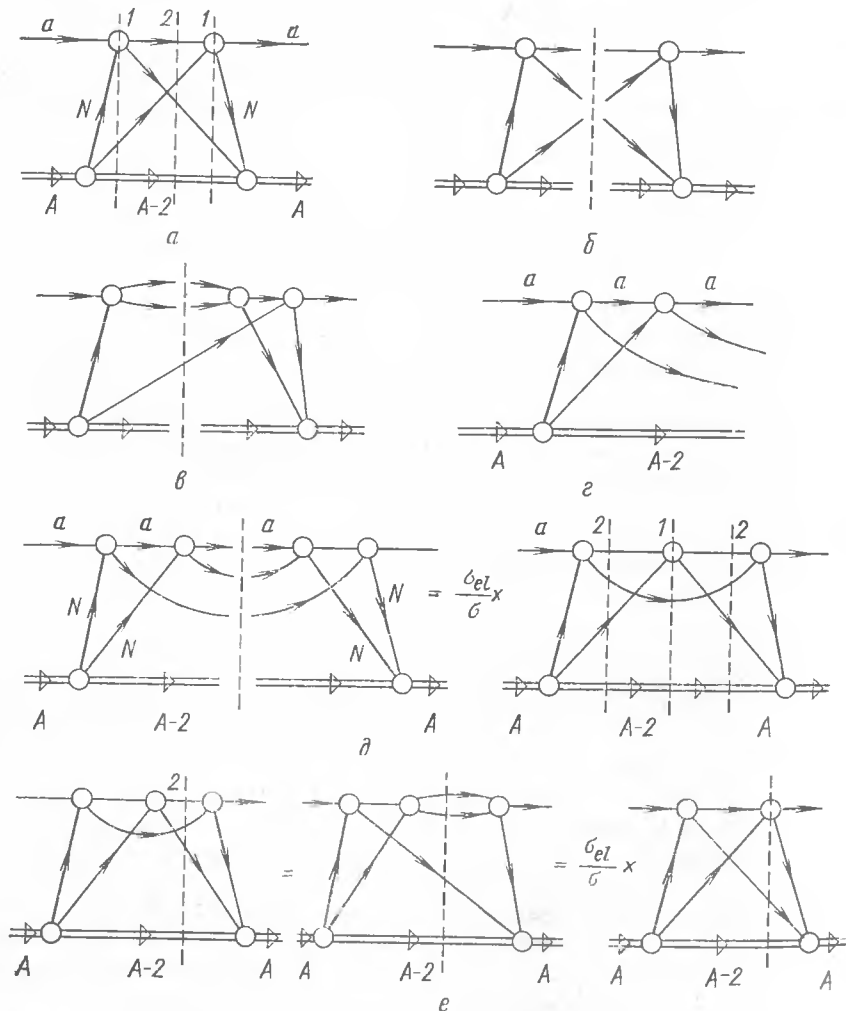


Рис. 8.5. Диаграммы:

*a* — для мнимой части амплитуды двукратного перерасеяния, приводящая к двум различным вкладам в мнимую часть вида *b* и *c*; *c* — вклад в амплитуду упругого  $aA$ -рассеяния от когерентного процесса с двукратным упругим перерасеянием. Квадрат модуля диаграммы *c* представляется диаграммой *d* слева, которая равна диаграмме справа с коэффициентом  $\sigma_{el}/\sigma$ . Разрез по линии 2 правой диаграммы *d* преобразуется в соответствии с диаграммой *e*

Продолжая анализ для большего числа перерасеяний, найдем, что мнимая часть адрон-ядерной амплитуды, дающая вклад в сечение упругого рассеяния, определяется множителями: ( $n$  — число перерасеяний)  $(\sigma_{el}/\sigma)^l$  ( $l$  — число нуклонов ядра, участвовавших в перерасеяниях, но находящихся в конечном свободном состоянии (см. рис. 8.5, *z*) и множителем  $C_n^l$ , учитывающим возможность выбора  $l$  нуклонов из  $n$ , участвующих во взаимодействии.

Выяснив физический смысл слагаемых в суммах формулы (8.106), выпишем их отдельно для заданного значения  $l$ :

$$\sigma_{\text{pac}}^{(0)} = \sum_{n=1}^A (-1)^{n+1} \Delta_n K_n^{(1)} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^A (-1)^{2n} \Delta_n K_n^{(2)}; \quad (8.111)$$

$$\sigma_{\text{pac}}^{(l)} = \frac{R^2 + B^2}{2} W^l \sum_{n=l}^A (-1)^{n+l} C_n^l 2^n \Delta_n \frac{n K_n^{(2)}}{[nR^2 + (n+l)B]}. \quad (8.112)$$

По аналогии можно рассмотреть и суммы (8.107) для процесса дифракционного образования пучка адронов. Здесь среди промежуточных состояний в блоке  $aN$  отбираются лишь те, которые содержат дифракционный пучок адронов и ядерный нуклон:

$$\sigma_D^{(0)} = \frac{1}{8} \sin^2 \theta_g \sum_{n=2}^A (-1)^n 2^n \Delta_n K_n^{(3)}; \quad (8.113)$$

$$\sigma_D^{(l)} = \frac{1}{8} (R^2 + B) \sin^2 \theta_g \sum_{n=l}^A (-1)^{n+l} C_n^l 2^n \frac{n K_n^{(3)}}{[nR^2 + (n+l)B]}, \quad (8.114)$$

где  $l$  — число нуклонов, участвующих во взаимодействии и остающихся свободными после взаимодействия.

**Сечение бинарных реакций.** Бинарными реакциями на ядре будем называть процессы:

$$\left. \begin{array}{ll} 1) a + A \rightarrow a + A; & 3) a + A \rightarrow a + A^*; \\ 2) a + A \rightarrow a^* + A; & 4) a + A \rightarrow a^* + A^*. \end{array} \right\} \quad (8.115)$$

Здесь первая реакция — когерентное упругое рассеяние адрона на ядре  $A$ ; вторая — когерентное образование дифракционного пучка адронов  $a^*$ ; третья — некогерентное упругое рассеяние адрона  $a$  с возбуждением или развалом ядра  $A$ ; четвертая — образование пучка адронов  $a^*$ , сопровождающееся возбуждением или развалом ядра  $A$ .

Сумма сечений первой и третьей реакций равна  $\sigma_{\text{pac}}$ ; сумма сечений второй и четвертой реакций равна  $\sigma_D$ . Сечение бинарных реакций

$$\sigma_{\text{bin}} = \sigma_{\text{pac}} + \sigma_D \quad (8.116)$$

или, используя результаты (8.105) и (8.109), находим:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{bin}} = & \sum_{n=1}^A (-1)^{n+1} \Delta_n [\cos^2(\theta_g/2) \lambda_1^n + \sin^2(\theta_g/2) \lambda_2^n] + \\ & + \frac{1}{2} (R^2 + B) \sum_{n=1}^A (-1)^n 2^n \Delta_n \sum_{l=0}^n (-1)^l C_n^l W^l \frac{n}{[nR^2 + (n+l)B]} \times \\ & \times [\cos^2(\theta_g/2) \lambda_1^{n+l} + \sin^2(\theta_g/2) \lambda_2^{n+l}]. \end{aligned} \quad (8.117)$$

Вклады от процессов с  $l$  свободными нуклонами в конечном состоянии составляют:

$$\sigma_{\text{bin}}^{(0)} = \sum_{n=2}^A (-1)^n (2^{n-1} - 1) \Delta_n \left( \cos^2 \frac{\theta_g}{2} \lambda_1^n + \sin^2 \frac{\theta_g}{2} \lambda_2^n \right); \quad (8.118)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{bin}}^{(l)} = & \frac{1}{2} (R^2 + B) W^l \sum_{n=l}^A (-1)^{n+l} 2^n C_n^l \Delta_n \frac{n}{[nR^2 + (n+l)B]} \times \\ & \times \left[ \cos^2 \frac{\theta_g}{2} \lambda_1^{n+l} + \sin^2 \frac{\theta_g}{2} \lambda_2^{n+l} \right]. \end{aligned} \quad (8.119)$$

Остальные  $A - l$  нуклоны ядра могут находиться в произвольных состояниях, допускаемых законами сохранения. Обозначим вклад в полное сечение  $aA$ -взаимодействия от процессов  $n$ -кратного перерасеяния через

$$S_n = \Delta_n [\cos^2(\theta_g/2) \lambda_1^n + \sin^2(\theta_g/2) \lambda_2^n], \quad (8.120)$$

тогда

$$\sigma_{\text{tot}}(aA) = \sum_{n=1}^A (-1)^{n+1} S_n. \quad (8.121)$$

Для средних и тяжелых ядер ( $B \ll R^2$ ) можно написать приближенные выражения:

$$\sigma_{\text{bin}}^{(0)} = \sum_{n=2}^A S_n B_n^{(0)}; \quad B_n^{(0)} = (-1)^n (2^{n-1} - 1); \quad \sigma_{\text{bin}}^{(l)} = \sum_{n=l}^A S_n B_n^{(l)}; \quad (8.122)$$

$$\begin{aligned} B_n^{(l)} = & (\sigma_{\text{el}}/\sigma)^l (-1)^{n+l} 2^{n-1} C_n^l \times \\ & \times \left[ \frac{\cos^2(\theta_g/2) \lambda_1^{n+l} + \sin^2(\theta_g/2) \lambda_2^{n+l}}{\cos^2(\theta_g/2) \lambda_1^n + \sin^2(\theta_g/2) \lambda_2^n} \right]. \end{aligned} \quad (8.123)$$

Величины  $B_n^{(0)}$  и  $B_n^{(l)}$  определяют вклады в сечения бинарных процессов диаграмм с различным числом  $l$  провзаимодействовавших нуклонов, оставшихся после взаимодействия в свободном состоянии. Полное число взаимодействий равно  $n$ .

Подобные величины возникали раньше (см. гл. 4) при рассмотрении  $aN$ -взаимодействия с обменом  $n$  реджеонами, из которых  $l$  разрезаны, а значение  $B_n^{(0)}$  просто совпадает с полученным в методе комплексных моментов. В то же время величины  $B_n^{(l)}$  для взаимодействия с ядром отличаются от  $aN$  случая множителем  $(\sigma_{\text{el}}/\sigma)^l$  и квадратной скобкой в выражении (8.123). Первый из этих множителей связан с отбором только упругих промежуточных состояний, а второй — с двухканальной моделью учета экранировок нуклонами ядра друг друга.

Полное сечение бинарных реакций (8.115) представляется также в виде

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{bin}}(aA) = & \sigma_{\text{tot}}(aA) + \sum_{n=1}^A (-1)^n 2^{n-1} \Delta_n \times \\ & \times \left[ \cos^2 \frac{\theta_g}{2} \lambda_1^n \sum_{l=0}^n (-1)^l C_n^l (G_{nl}^{(1)})^l + \sin^2 \frac{\theta_g}{2} \lambda_2^n \sum_{l=0}^n (-1)^l C_n^l (G_{nl}^{(2)})^l \right], \end{aligned} \quad (8.124)$$

$$G_{nl}^{(1)} = \lambda_1 W u_{nl}, \quad G_{nl}^{(2)} = \lambda_2 W u_{nl}; \quad (8.125)$$

$$u_{nl} = \left[ \frac{n(R^2 + B)}{nR^2 + (n+l)B} \right]^{1/l}, \quad l \geq 1. \quad (8.126)$$

#### § 8.4. Множественные процессы и модель многократных перерасеяний

**Сечение множественных процессов.** Отметим, что сечение  $\sigma_{\text{bin}}(aA)$  учитывает лишь двухчастичные состояния:  $a + N$  и  $a^* + N$ . Величины  $G_{nl}^{(i)}$  определяют относительную вероятность этих процессов. Если положить  $G_{nl}^{(1)} = G_{nl}^{(2)} = 1$ , то  $\sigma_{\text{bin}}(aA) = \sigma_{\text{tot}}(aA)$ . Следовательно, величины  $I_{nl}^{(1)} = 1 - G_{nl}^{(1)}$  и  $I_{nl}^{(2)} = 1 - G_{nl}^{(2)}$  ( $l \geq 1$ ) характеризуют вклад в сечение  $aA$ -взаимодействия от многочастичных промежуточных состояний. Теперь можно написать выражение для  $\sigma_{\text{tot}}(aA)$  с разделением вкладов от двухчастичных и от многочастичных промежуточных состояний:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{tot}}(aA) = & \sum_{n=2}^A (-1)^n (2^{n-1} - 1) \Delta_n \times \\ & \times \left[ \cos^2 \frac{\theta_g}{2} \lambda_1^n + \sin^2 \frac{\theta_g}{2} \lambda_2^n \right] + \sum_{n=1}^A (-1)^n 2^{n-1} \Delta_n \times \\ & \times \left[ \cos^2 \frac{\theta_g}{2} \lambda_1^n \sum_{l=1}^n (-1)^l C_n^l \sum_{k=0}^l C_l^k (I_{nl}^{(1)})^k (C_{nl}^{(1)})^{l-k} + \right. \\ & \left. + \sin^2 \frac{\theta_g}{2} \lambda_2^n \sum_{l=1}^n (-1)^l C_n^l \sum_{k=0}^l C_l^k (I_{nl}^{(2)})^k (G_{nl}^{(2)})^{l-k} \right], \end{aligned} \quad (8.127)$$

где  $n$  определяет число ядерных нуклонов, принимающих участие во взаимодействии;  $k$  из  $l$  нуклонов в результате взаимодействия с адроном  $a$  образуют конечные многочастичные состояния;  $l - k$  нуклонов образуют при  $aN$ -взаимодействии двухчастичные конечные состояния; комбинаторные множители  $C_n^l$  и  $C_l^k$  учитывают суммарное число возможностей осуществления реакции по различным каналам. Первое слагаемое в (8.127) с  $l = k = 0$  равно  $\sigma_{\text{bin}}^{(0)}$ , поэтому сечения образования многочастичных состояний определяются компонентами второго слагаемого:

$$\sigma^{l,k} = (-1)^l C_l^k \sum_{n=l}^A (-1)^n 2^{n-1} \Delta_n C_n^l \times \left[ \cos^2 \frac{\theta_g}{2} \lambda_1^n (I_{nl}^{(1)})^k (G_{nl}^{(1)})^{l-k} + \sin^2 \frac{\theta_g}{2} \lambda_2^n (I_{nl}^{(2)})^k (G_{nl}^{(2)})^{l-k} \right], \quad (8.128)$$

где  $l \geq k$ ;  $\sigma^{(l,k)}$  — сечение образования  $k$  многочастичных состояний при полном числе  $l$   $aN$ -блоков, в которых образуются двухчастичные и многочастичные физические состояния. Поясним это утверждение на простом примере. Когда  $n = 1$ , то полное сечение  $aA$ -взаимодействия складывается из суммы двух слагаемых  $\sigma^{(1,0)}$  и  $\sigma^{(1,1)}$ . При  $l = 1, k = 0$  (см. диаграммы рис. 8.6, а, б) имеем

$$\sigma^{(1,0)} = A \sigma_{\text{el}} (1 + g^2) = A \sigma_2. \quad (8.129)$$

Это выражение соответствует так называемому импульсному приближению, когда пренебрегается вторичными взаимодействиями адрона  $a$  в ядре,  $\sigma_2$  — сечение двухчастичного  $aN$ -взаимодействия. При  $l = 1, k = 1$  (рис. 8.6, в) имеем

$$\sigma^{(1,1)} = A [\sigma - (1 + g^2) \sigma_{\text{el}}] = A \sigma_m, \quad (8.130)$$

где  $\sigma_m$  — сечение неупругого  $aN$ -взаимодействия с образованием многочастичных состояний, из которого исключено сечение образования дифракционных пучков с массой  $M \leq 2 \div 2,5$  ГэВ. Если просуммировать  $\sigma^{(l,k)}$  по всем значениям  $l \geq k$ , то, меняя порядок суммирования

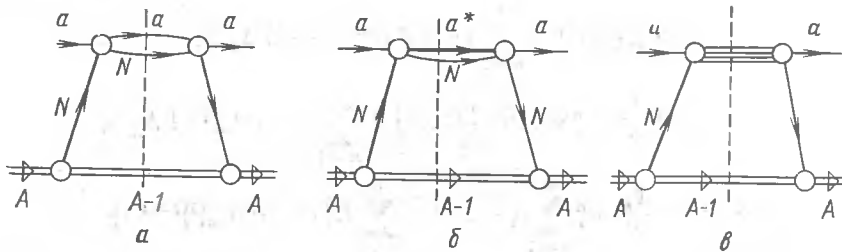


Рис. 8.6. Диаграммы, дающие вклад в полное сечение  $aA$ -взаимодействия при однократном упругом (а), квазиупругом (б) рассеянии и с образованием многочастичного состояния (в)

ния по  $n$  и  $l$ , найдем сечение  $\sigma_{\text{abs}}^{(k)}$  образования  $k$  многочастичных состояний

$$\sigma_{\text{abs}}^{(k)} = \sum_{n=k}^A (-1)^n 2^{n-1} \Delta_n \times \left[ \cos^2 \frac{\theta_g}{2} \lambda_1^n \sum_{l=k}^n (-1)^l C_n^l C_l^k (I_{nl}^{(1)})^k (G_{nl}^{(1)})^{l-k} + \sin^2 \frac{\theta_g}{2} \lambda_2^n \sum_{l=k}^n (-1)^l C_n^l C_l^k (I_{nl}^{(2)})^k (G_{nl}^{(2)})^{l-k} \right]. \quad (8.131)$$

Под многочастичными состояниями здесь можно понимать образование адронных гребенок; тогда  $\sigma_{\text{abs}}^{(k)}$  есть сечение образования  $k$  гребенок. Сумма

$$\sigma_{\text{abs}} = \sum_{k=1}^A \sigma_{\text{abs}}^{(k)} \quad (8.132)$$

есть полное сечение множественных процессов. За вычетом дифракционных процессов с небольшой множественностью формула (8.131) позволяет оценить среднее число гребенок, испускаемых в процессе  $aA$ -соударения:

$$\langle k \rangle = \frac{1}{\sigma_{\text{abs}}} \sum_{k=1}^A k \sigma_{\text{abs}}^{(k)}. \quad (8.133)$$

При подсчете суммы по  $n$  в (8.131) выделим отдельно слагаемое с  $n = 1$ . Тогда

$$\langle k \rangle = A \frac{\sigma_m}{\sigma_{\text{abs}}} + \frac{W}{\sigma_{\text{abs}}} \sum_{n=2}^A (-1)^n 2^{n-1} \Delta_n \times \left[ \cos^2 \frac{\theta_g}{2} \lambda_1^n + \sin^2 \frac{\theta_g}{2} \lambda_2^n \right] \sum_{l=1}^n (-1)^{l+1} l C_n^l u_{nl}. \quad (8.134)$$

Если  $B \ll R^2$ , то величина  $u_{nl}$  слабо зависит от  $l$ . В пренебрежении зависимостью  $u_{nl}$  от  $l$  получаем

$$\langle k \rangle \approx A \frac{\sigma_m (aN)}{\sigma_{\text{abs}} (aA)}. \quad (8.135)$$

В том же приближении ( $B \ll R^2$ ) имеем:

$$G_{nl}^{(i)} = \frac{\sigma_{\text{el}}}{\sigma} \lambda_i;$$

$$\sigma_{\text{abs}}^{(k)} = \sum_{n=k}^A (-1)^{n+k} 2^{n-1} C_n^k \Delta_n \times$$

$$\times \left[ \cos^2 \frac{\theta_g}{2} \lambda_1^n \left( 1 - \frac{\sigma_{\text{el}}}{\sigma} \lambda_1 \right)^n + \sin^2 \frac{\theta_g}{2} \lambda_2^n \left( 1 - \frac{\sigma_{\text{el}}}{\sigma} \lambda_2 \right)^n \right]. \quad (8.136)$$

Для тяжелых ядер ( $A \gg 1$ ), используя соотношение  $C_A^n \approx A^n/n!$ , из формулы (8.136) находим



$$\sigma_{\text{abs}}^{(k)} \approx \pi R^2 \frac{1}{k!} \left[ \cos^2 \frac{\theta_g}{2} \gamma \left( k, 2Aa\lambda_1 \frac{\sigma_{a1}}{\sigma} \right) + \sin^2 \frac{\theta_g}{2} \gamma \left( k, 2Aa\lambda_2 \frac{\sigma_{a2}}{\sigma} \right) \right], \quad (8.137)$$

где

$$\sigma_{ai} = \sigma - \lambda_i \sigma_{e1}; \quad a = \sigma [2\pi (R^2 + 2B)]^{-1}; \quad (8.138)$$

$$\gamma(k, x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m x^{m+k}}{(m+k)m!} = \int_0^x e^{-t} t^{k-1} dt, \quad (8.139)$$

$\gamma(k, x)$  — неполная Г-функция (см., например, [58]). В стандартной модели Глаубера, где учитываются только упругие перерасеяния ( $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 0$ ) [168—175], формула (8.137) записывается следующим образом:

$$\sigma_{\text{abs}}^{(k)} = \frac{\pi}{k!} \int db^2 [\sigma_{\text{in}} T(b)]^k e^{-\sigma_{\text{in}} T(b)}, \quad (8.140)$$

где величина ( $\sigma_{\text{in}} = \sigma - \sigma_{e1}$ )

$$T(b) = A \int_{-\infty}^{\infty} \rho(b, z) dz \quad (8.141)$$

называется оптической толщиной ядра и равна  $Ae^{-b^2/R^2}/2\pi R^2$  в случае гауссовой одночастичной плотности  $\rho(b, z)$ . В пределе  $2Aa \times \sigma_{\text{in}}/\sigma \gg 1$  ( $\frac{A\sigma_{\text{in}}}{\pi R^2} \gg 1$ ) для небольших значений  $k$  ( $k = 1, 2, 3, \dots$ )

$$\sigma_{\text{abs}}^{(k)} \simeq \pi R^2/k \simeq 0,4 \pi r_0^2 A^{2/3}/k, \quad (8.142)$$

где  $k \leq A^{1/3}, R^2 = 0,4 r_0^2 A^{2/3}$ .

Отметим, что полное сечение образования адронных гребенок

$$\sigma_{\text{abs}} = \sigma_{\text{tot}}(aA) - \sigma_{\text{bfn}}(aA), \quad (8.143)$$

где  $\sigma_{\text{tot}}(aA)$  и  $\sigma_{\text{bfn}}(aA)$  были уже ранее выписаны [см. (8.116), (8.124)].

**Внутриядерные каскады в модели многократных перерасеяний.** Выше рассматривались процессы многократного упругого или неупругого дифракционного перерасеяния налетающего адрона на внутриядерных нуклонах. В этом анализе амплитуда упругого рассеяния на ядре или амплитуда процесса дифракционного образования адронного ливня определялась двухчастичными блоками  $aN$ -взаимодействия.

Включение в рассмотрение многочастичных адрон-нуклонных блоков взаимодействия позволяет проанализировать процесс каскадного размножения адронов в ядрах при соударениях вторичных адронов с внутриядерными нуклонами. Некоторые диаграммы таких процессов представлены на рис. 8.7. На рис. 8.7, а представлено столкновение адрона  $a$  с одним из внутриядерных нуклонов  $N$  с образованием гребенки адронов  $X$ . Любая частица из этого ливня может про-

взаимодействовать с другим внутриядерным нуклоном (см., например, рис. 8.7, б и в). Эти процессы могут повториться многократно; в результате разовьется внутриядерный адронный каскад, который приводит к сильному росту множественности вторичных частиц при увеличении первичной энергии и размеров ядра (числа нуклонов в ядре  $A$ ), что находится в противоречии с данными опыта (см. гл. 6).

Подробнейшие результаты расчета таких внутриядерных каскадов содержатся в монографии [92], поэтому здесь мы лишь проанализируем вопрос о том, действительно ли учет многократных взаимодействий в рамках рассматриваемого метода приводит к указанным выше результатам, противоречащим эксперименту.

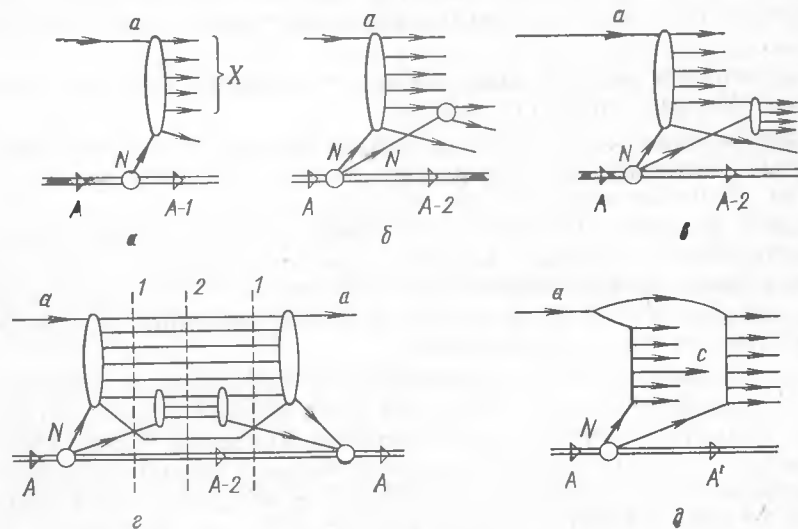


Рис. 8.7. Диаграммы множественных процессов на ядрах:

при столкновении с одним нуклоном ядра (а); при столкновении с образованием адронной гребенки на одном нуклоне и упругим перерасеянием вторичного адрона на другом нуклоне ядра (б); с образованием гребенки и на втором нуклоне (в); квадрат модуля диаграмм (б, в) с различными разрезами (г); образование двух гребенок на различных нуклонах ядра (д)

Сначала напомним результат партонной модели [163] (см. гл. 7), из которой следует, что быстрые вторичные частицы с импульсами  $p \gg m^2 R$  ( $m$  — характерная адронная масса  $\sim 1$  ГэВ) образуются, в основном, вне ядра и не участвуют в каскадном процессе, который осуществляется вторичными адронами со сравнительно небольшими импульсами  $p \lesssim m^2 R$ .

Поясним с помощью диаграмм рис. 8.7, как этот качественный результат партонной модели отражается в глауберовском подходе. Квадраты модулей амплитуд процессов, соответствующих каскадному размножению адронов (см. рис. 8.7, б и в), а также интерференция диаграмм рис. 8.7, а с диаграммой рис. 8.7, б определяются диаграммой рис. 8.7, г разрезанием ее по линиям 2 или 1 соответственно. Однако диаграмма рис. 8.7, г отвечает двукратному взаимодействию с

одним из нуклонов ядра (с тем, линия которого исходит из правого  $aN$ -блока к левому  $aN$ -блоку). Такие процессы в методе Глаубера считаются невозможными. Как уже отмечалось, более детальные расчеты [187] показывают, что вклад от подобных диаграмм в сечение асимптотически стремится к нулю с ростом  $E_a$ . Поэтому суммарный вклад от различных разрезов диаграммы рис. 8.7, *г* при высоких энергиях мал, и, следовательно, вклады процессов каскадного размножения (см. рис. 8.7, *в*) и упругого перерасеяния вторичных адронов на внутриядерных нуклонах (см. рис. 8.7, *б*) сокращаются с результатами интерференции процессов, представленных на диаграммах рис. 8.7, *а* и 8.7, *б*, *в*. В результате при высоких энергиях вклад в процессы множественного рождения дают только диаграммы, которые соответствуют процессам без каскадного размножения (см. рис. 8.7, *а*).

Подчеркнем, что все вышесказанное относится лишь к перерасеянию быстрых вторичных адронов.

Однако можно попытаться оценить и влияние вторичных взаимодействий медленных адронов на характеристики множественных процессов. Упругое перерасеяние вторичного медленного адрона (см. рис. 8.7, *б*) может привести к изменению угловых и энергетических характеристик вторичных адронов в «мягкой» части спектра. Величина этого эффекта может быть оценена на основе исследования зависимости  $\langle p_{\perp} \rangle (EA)$ . В области  $E < m^2 R$  величина  $\langle p_{\perp} \rangle$  должна возрастать за счет перерасеяний.

Диаграмма рис. 8.7, *в* соответствует образованию вторичного «мультипериферического» ливня при столкновении медленного адрона из первичного ливня с внутриядерным нуклоном. Такой процесс приведет к увеличению числа конечных частиц в мягкой части спектра и уменьшению числа частиц с энергиями  $E \sim m^2 R$  ( $m^2 R \simeq m^2 A^{1/3}/m_{\pi} \sim 7A^{1/3}$  ГэВ). Поскольку энергия  $E \simeq m^2 R$  не превышает 30–40 ГэВ, то число частиц, образованных во вторичных соударениях, невелико. В этой области энергий в основном доминирует образование различных адронных резонансов. Например, в  $\pi N$ -соударениях образуются резонансы  $\rho$ ,  $\omega$ ,  $f$  и другие в реакциях  $\pi + N \rightarrow \rho + N$ ,  $\pi + N \rightarrow \omega + N$ ,  $\pi + N \rightarrow f + N$ ; в  $NN$ -соударениях образуются нуклонные резонансы  $\Delta$  или  $N^*$ . При взаимодействии внутри ядра возможны и обратные процессы  $\rho + N \rightarrow \pi + N$ ,  $\omega + N \rightarrow \pi + N$ ,  $f + N \rightarrow \pi + N$ ,  $N^* + N \rightarrow N + N$ , которые уменьшают число вновь образованных частиц. Строгий учет всех подобных прямых и обратных каналов — сложная задача, которая до сих пор не решена.

Весьма интересно исследование энергетических и угловых характеристик частиц, образованных в  $aA$ -взаимодействиях и обладающих в  $L$ -системе энергиями  $E \lesssim m^2 R$ . Именно эта часть спектра чувствительна к процессам образования таких частиц во вторичных взаимодействиях. Изучение спектров адронов в указанной области поможет получить сведения о роли внутриядерных каскадных процессов.

### § 8.5. Инклюзивные спектры вторичных частиц в $aA$ -взаимодействиях

Пусть известен спектр инклюзивных частиц сорта  $c$  в  $aN$ -столкновениях:

$$a + N \rightarrow c + X \quad (8.144)$$

в центральной области быстрой

$$\rho_N(E_a, p_{c\parallel}, p_{c\perp}) = \frac{E_c d^3 \sigma_N(aN \rightarrow cX)}{\sigma_m d^3 p_c}, \quad (8.145)$$

где  $p_{c\parallel}$  — продольный импульс адрона  $c$  в  $L$ -системе;  $\sigma_m$  — сечение неупругого  $aN$ -взаимодействия, из которого вычтены сечения процессов дифракционного возбуждения адрона  $a$ . Обозначим инклюзивный спектр частиц сорта  $c$ , образованных в  $aA$ -соударении:

$$\rho_A(E_a, p_{c\parallel}, p_{c\perp}) = \frac{E_c d^3 \sigma_A(aA \rightarrow cA')}{\sigma_{\text{abs}}(aA) d^3 p_c}, \quad (8.146)$$

где  $A'$  — недетектируемые вторичные частицы и продукты развала ядра.

Найдем связь между  $\rho_N$  и  $\rho_A$  в центральной части спектра и в области фрагментации первичного адрона, считая поперечный импульс  $p_{c\perp}$  малым ( $p_{c\perp} \lesssim 1$  ГэВ).

Во-первых, отметим, что в рамках метода многократных перерасеяний множественное образование адронов соответствует соударениям первичного адрона с различными внутриядерными нуклонами.

Если множественное образование происходит в одном из  $aN$ -ударений (см. рис. 8.7, *а*), то вклад в  $\rho_A$  определяется спектром  $\rho_N(E_a, p_{c\parallel}, p_{c\perp})$ , умноженным на  $\sigma_{\text{abs}}^{(1)}/\sigma_{\text{abs}}$  — вероятность образования одной адронной гребенки;  $\sigma_{\text{abs}}^{(1)}$  определяется соотношением (8.136). Если адрон  $a$  образует гребенки на двух нуклонах ядра при любом числе упругих и квазиупругих перерасеяний, то следует учесть, что вероятность такого процесса равна 2 ( $\sigma_{\text{abs}}^{(2)}/\sigma_{\text{abs}}$ ), где коэффициент 2 отражает то обстоятельство, что частица может испускаться в любой из двух гребенок. Для простоты будем считать, что первичная энергия делится поровну между гребенками (см. рис. 8.7, *д*). Тогда вклад от процесса образования двух гребенок в инклюзивный спектр равен

$$\rho_A^{(2)}(E_a, p_{c\parallel}, p_{c\perp}) = 2 (\sigma_{\text{abs}}^{(2)}/\sigma_{\text{abs}}) \rho_N(E_a/2, p_{c\parallel}, p_{c\perp}), \quad (8.147)$$

где учтено, что в среднем энергия мультипериферического ливня вдвое меньше, чем при образовании одной гребенки. Соответственно  $p_{c\parallel} \lesssim E_a/2$ . Аналогично в случае образования  $k$  гребенок

$$\rho_A^{(k)}(E_a, p_{c\parallel}, p_{c\perp}) = k (\sigma_{\text{abs}}^{(k)}/\sigma_{\text{abs}}) \rho_N(E_a/k, p_{c\parallel}, p_{c\perp}), \quad (8.148)$$

где  $p_{c\parallel} \lesssim E_a/k$ .

При образовании  $k$  гребенок спектр по продольным импульсам может продолжаться и в область  $p_{c\parallel} \gtrsim E_a/k$ , однако здесь число частиц существенно меньше, чем в области  $p_{c\parallel} \lesssim E_a/k$ . В области фрагментации налетающего адрона  $p_{c\parallel} \sim E_a$  вклад в инклюзивный спектр дает практически только одно неупругое соударение и соответственно

$$\rho_A(E_a, p_{c\parallel}, p_{c\perp}) = (\sigma_{abs}^{(1)}/\sigma_{abs}) \rho_N(E_a, p_{c\parallel}, p_{c\perp}), \quad (8.149)$$

т. е. эта функция совпадает со спектром инклюзивных частиц на свободном нуклоне.

В области  $p_0 \lesssim p_{c\parallel} \ll E_a/k$  (центральная область)\*, если спектр  $\rho_N$  не зависит от  $p_{c\parallel}$  (выполняется свойство скейлинга) вклады  $\rho_A^{(k)}$  (8.148) следует просуммировать:

$$\rho_A(E_a, p_{c\parallel} \ll E_a, p_{c\perp}) = f_N(E_a, p_{c\parallel} \ll E_a, p_{c\perp}) \sum_{k=1}^A k \sigma_{abs}^{(k)} / \sigma_{abs}. \quad (8.150)$$

Сумма в (8.150) определяет среднее число  $\langle k \rangle$  мультипериферических ливней, образованных в  $aA$ -соударениях. Эта величина уже вычислялась ранее [см. (8.135)]:  $\langle k \rangle \simeq A \sigma_m / \sigma_{abs}$ , где

$$\sigma_m = \sigma_{tot}(aN) - \sigma_{el}(aN) - \sigma_D(aN); \quad \sigma_{abs}(aA) = \sigma_{tot}(aA) - \sigma_{bin}(aA).$$

В результате в центральной области спектра быстрот имеем:

$$\rho_A(E_a, p_{c\parallel} \ll E_a, p_{c\perp}) \approx A \frac{\sigma_m}{\sigma_{abs}} f_N(E_a, p_{c\parallel} \ll E_a, p_{c\perp}). \quad (8.151)$$

Поскольку  $\sigma_{abs} \sim A^{2/3}$ , то спектр на ядре в центральной области подобен спектру на нуклоне и растет с увеличением  $A$  примерно как  $A^{1/3}$ . Инвариантное дифференциальное сечение инклюзивного процесса на ядре в центральной области равно соответственно:

$$\frac{E_c d^3 \sigma(aA \rightarrow cA')}{d^3 p_c} \approx A \frac{E_c d^3 \sigma(aN \rightarrow cX)}{d^3 p_c} \quad (8.152)$$

и определяется импульсным приближением (в нем отсутствуют вклады от различных перерасеяний). Точно так же в реджеонном подходе в  $aN$ -соударениях центральная часть спектра определяется только однореджеонным обменом без процессов перерасеяния.

Множественность вторичных адронов в адрон-ядерных соударениях. Области быстрот, где возможно испускание  $k$  гребенок, определяются соответственно неравенствами:

$$\ln(m_{c\perp}/m_N) \lesssim y_c \lesssim \ln[2E_a/(m_{c\perp}k)], \quad (8.153)$$

$m_N$  — масса нуклона. Рассмотренной выше центральной области спектра соответствует интервал быстрот:

\*  $p_0$  — некоторое фиксированное значение продольного импульса, подобранное так, чтобы не выходить за пределы центральной области по переменной быстроты.

$$\ln(m_{c\perp} \langle k \rangle / m_N) \lesssim y_c \lesssim \ln[2E_a/(m_{c\perp} \langle k \rangle)], \quad (8.154)$$

где для оценки можно подставить среднее число гребенок  $\langle k \rangle = A \sigma_m / \sigma_{abs} \sim A^{1/3}$ .

В области значений  $y_c$ , меньших нижнего предела (8.154), находятся самые медленные частицы  $c$  в  $L$ -системе, фрагменты ядра, ядерные нуклоны, перешедшие в свободное состояние в результате соударения.

В области  $y_c \gtrsim \ln(2E_a/m_{c\perp} \langle k \rangle)$  образование более чем  $\langle k \rangle$  гребенок подавлено (вследствие закона сохранения энергии). Поэтому отношение  $\rho_A/\rho_N$  с ростом  $y_c$  в этой области будет постепенно уменьшаться. При энергиях  $E_c \gtrsim E_a/2$  останется вклад от образования одной гребенки:

$$R_A(y) = \rho_A/\rho_N = \sigma_{abs}^{(1)}/\sigma_{abs} \lesssim 1. \quad (8.155)$$

Этот вывод качественно согласуется с партонной моделью (см. гл. 7), но в последней интервал быстрот, где  $R_A(y) \sim 1$ , растет с  $E_a$ , а в рассматриваемой здесь модели остается постоянным.

Из предшествующих рассуждений можно сделать некоторые предсказания о зависимости  $N(A)$  для адронов, образованных в

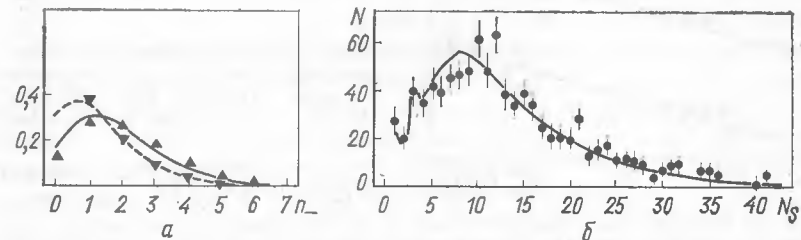


Рис. 8.8. Распределение по множественности:

$a$  —  $n$  — вторичных отрицательно заряженных частиц в  $pNe$ -соударении (сплошная кривая) и  $pp$ -соударении (пунктир);  $\blacktriangle$  и  $\blacktriangledown$  — экспериментальные данные при энергии  $E_a = 28$  ГэВ;  $b$  —  $N_A$  для взаимодействия протонов с ядрами фотоэмульсии при  $E_a = 200$  ГэВ. Сплошная кривая — расчет по двухканальной модели, точки — эксперимент ( $N$  — число событий)

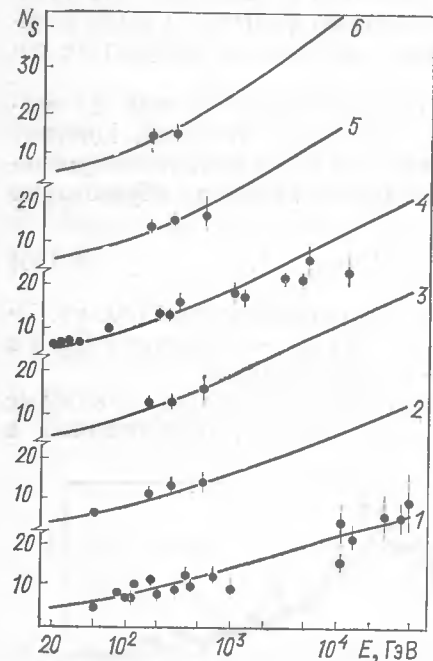
$aA$ -соударениях. По определению, средняя множественность частиц равна

$$\langle N_A \rangle = \sum_c \int \rho_A(aA \rightarrow cA') \frac{d^3 p_c}{E_c} = \sum_c \int \rho_A(y_c, p_{c\perp}) dy_c d^2 p_{c\perp}. \quad (8.156)$$

Равенство  $\rho_A \simeq A (\sigma_m/\sigma_{abs}) \rho_N$  выполнено в узкой области быстрот (8.154), где  $\rho_A \sim A^{1/3}$ . В остальной области  $y_c \gtrsim \ln 2E_a/m_{c\perp} \langle k \rangle$  — зависимость от  $A$  ослабевает с ростом  $E_c$ . Поэтому в рамках «квазиглауберовского» подхода ожидается, что зависимость  $\langle N_A \rangle$  от  $A$  значительно слабее, чем  $A^{1/3}$ . С увеличением первичной энергии, однако, область быстрот (8.154), где  $\rho_A \sim A^{1/3}$ , растет. Поэтому в аппроксимации

$$\langle N_A \rangle \sim A^\alpha(E_a) \quad (8.157)$$

параметр  $\alpha(E_a)$  зависит от первичной энергии и асимптотически стремится к  $1/3$ . Проверка этого предсказания имеет первостепенное значение для всей рассмотренной выше концепции. При энергиях  $E_a \lesssim 1000$  ГэВ  $\alpha(E_a) \approx 0,12 \div 0,15$  (см. гл. 5). Весьма вялая (практически логарифмическая) зависимость  $\langle N_A \rangle$  от первичной энергии  $E_a$  потребует, по-видимому, значительного увеличения энергии (до  $10^4 - 10^5$  ГэВ) для того, чтобы проследить возможный рост величины  $\alpha(E_a)$ .



На основе двухканальной модели многократных перерассеяний проводился детальный анализ распределений по множественности при различных энергиях  $E_a$  и мишенях  $A$  [48, 181, 182, 188].

На рис. 8.8, а приведено распределение  $\mathcal{P}_A(n_-)$  по множественности  $n_-$  (отрицательно заряженных частиц для ядер Ne) при  $E_a = 28$  ГэВ. На рис. 8.8, б представлены расчетные и экспериментальные данные для взаимодействия протонов с ядрами фотоэмульсии при  $E_a = 200$  ГэВ. На рис. 8.9 приведены расчетные и экспериментальные данные о зависимости  $N_s(pA)$  для различных ядер. Как видно из рис. 8.8 и 8.9, имеется хорошее согласие между расчетами по модели многократных перерассеяний и данными эксперимента.

Рис. 8.9. Результаты расчетов по двухканальной модели и экспериментальные данные для зависимости  $N_s(pA)$  от энергии для различных ядер:

1 —  $^{12}\text{C}$ ; 2 —  $^{27}\text{Al}$ ; 3 —  $^{56}\text{Fe}$ ; 4 — фотоэмульсия; 5 —  $^{119}\text{Sn}$ ; 6 —  $^{207}\text{Pb}$

ности  $n_-$  (отрицательно заряженных частиц для ядер Ne) при  $E_a = 28$  ГэВ. На рис. 8.8, б представлены расчетные и экспериментальные данные для взаимодействия протонов с ядрами фотоэмульсии при  $E_a = 200$  ГэВ. На рис. 8.9 приведены расчетные и экспериментальные данные о зависимости  $N_s(pA)$  для различных ядер. Как видно из рис. 8.8 и 8.9, имеется хорошее согласие между расчетами по модели многократных перерассеяний и данными эксперимента.

### § 8.6. Аддитивная кварковая модель и $aA$ -взаимодействие

В этом разделе рассмотрим вопрос о взаимодействии кварков, входящих в состав адронов с ядерными нуклонами [189]. Как известно (см. гл. 1), модель аддитивно взаимодействующих кварков описывает многие явления в физике сильных взаимодействий адронов. Поэтому естественно применить эту модель к анализу  $aA$ -взаимодействий. Как и ранее (см. гл. 4), считаем, что структурные кварки адрона и их партонные поля имеют поперечные размеры, существенно меньшие размеров адрона, и что взаимодействие таких кварков с ядром происходит квазинезависимо. Взаимодействие между кварками описывается посредством обмена реджеонами.

В случае  $aN$ -взаимодействия основной вклад в сечение вносили процессы, связанные с однократным взаимодействием кварка налетающего адрона с одним из кварков адрона-мишени. В  $aA$ -взаимодействии ситуация существенно иная. Из-за большой протяженности ядра здесь возможно осуществление взаимодействия всех структурных кварков налетающего адрона ( $p, \pi^\pm, K^\pm$ ) с различными нуклонами ядра. Поэтому можно ожидать, что в центральной части спектра быстрых вторичных адронов будет иметь место соотношение [190]:

$$[dN(\pi A)/dy]/[dN(pA)/dy] \approx 2/3. \quad (8.158)$$

Как показано в работе [191], это предсказание неплохо согласуется в области псевдобыстрот  $\eta = 1,5 \div 3,5$  с данными опытов при  $E_a \approx 200$  ГэВ, выполненных на ядрах фотоэмульсии,  $^{12}\text{C}$  и  $^{207}\text{Pb}$ .

Таким образом, ядра могут служить анализатором не только партонной структуры адрона, но и различать партонные «облака» структурных кварков в пространстве.

Рассмотрим простейший вариант теории неупругого взаимодействия структурных кварков с внутриядерными нуклонами. Предположим, что ядро представляет собой сферу с непрерывным распределением плотности нуклонов  $\rho(r)$ . Сечение неупругого взаимодействия кварка  $q$  (антикварка  $\bar{q}$ ) с нуклоном ядра при высоких энергиях будем считать равным:  $\sigma(qN) = \sigma_{in}(NN)/3 \approx 10$  мб. Тогда пробег кварка (антикварка) в ядре составляет:  $\lambda_q \approx [\rho\sigma(qN)]^{-1} \approx 4 \div 5$  ферми, что сравнимо со среднеквадратичным размером средних и тяжелых ядер.

Согласно представлениям партонной модели (см. гл. 7), участвовать во взаимодействии с нуклонами ядра будут медленные партоны кварковой гребенки. Быстрые партоны после осуществления неупругого взаимодействия сформируют быстрые вторичные адроны (область фрагментации кварка) преимущественно вне ядра.

Исследование зависимости от  $A$  выходов быстрых адронов на ядрах в области  $x_L \sim 2/3$  ( $x_L = p_{cz}/E_a$ ;  $L$ -система) для налетающих протонов и в области  $x_L \sim 1/2$  для налетающих пионов и каонов позволяет провести проверку предсказаний модели аддитивных кварков еще одним способом. Диаграммы, соответствующие образованию одной, двух и трех гребенок при взаимодействии структурных кварков нуклона с нуклонами ядра представлены на рис. 8.10. Аналогичные процессы

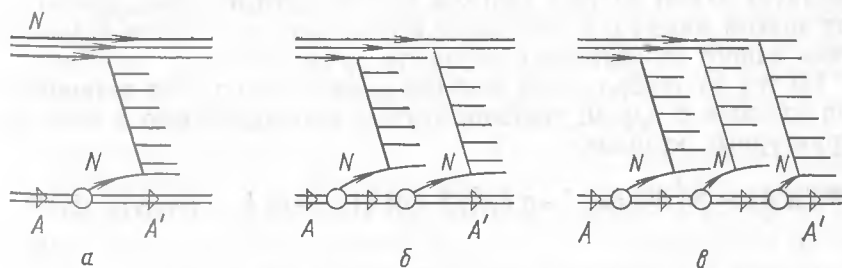


Рис. 8.10. Образование одной (а), двух (б) и трех (в) гребенок при взаимодействии налетающего нуклона с одним, двумя и тремя различными нуклонами ядра

осуществляются и в  $\pi(K)A$ -соударениях, где рассматривается образование не более двух гребенок. Предполагается, как и в методе многократных перерасеяний на нуклонах ядра, что образование разных гребенок происходит на различных нуклонах ядра.

Вероятности процессов, представленных на рис. 8.10, можно оценить, воспользовавшись при  $A \gg 1$  оптической моделью. Тогда сечение поглощения кварка в ядре [см. (8.132)]:

$$\sigma_{\text{abs}}(qA) = \lim_{A \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^A \sigma_{\text{abs}}^{(k)}, \quad (8.159)$$

$$\text{где } \sigma_{\text{abs}}^{(k)} = \frac{\pi}{kl} \int_0^{\infty} db^2 [\sigma(qN)T(b)]^k \exp[-\sigma(qN)T(b)] \quad (8.160)$$

[см. (8.140)].  $T(b)$  — оптическая толщина ядра [см. (8.141)].

Проводя суммирование в формуле (8.159), находим:

$$\sigma_{\text{abs}}(qA) = \int d^2b \{1 - \exp[-\sigma(qN)T(b)]\}. \quad (8.161)$$

Множитель под знаком интеграла учитывает вероятность взаимодействия кварка, проходящего на прицельном расстоянии  $b$  от центра ядра, с внутриядерным нуклоном; интегрирование по прицельным параметрам определяет сечение взаимодействия.

При рассмотрении  $qA$ -взаимодействия в рамках модели аддитивных кварков необходимо учесть три случая: 1) в ядре взаимодействует лишь один кварк; 2) в ядре взаимодействуют два кварка; 3) в ядре взаимодействуют три кварка.

Вероятность того, что кварк не провзаимодействует в ядре, проходя на расстоянии  $b$  от центра, равна  $\exp[-\sigma(qN)T(b)]$ . Тогда сечение неупругого взаимодействия нуклона с ядром в случае, когда в нем участвует только один из структурных кварков:

$$\sigma^{(1)}(NA) = 3 \int d^3b \exp[-2\sigma(qN)T(b)] \{1 - \exp[-\sigma(qN)T(b)]\}. \quad (8.162)$$

Коэффициент 3 учитывает возможность того, что с ядром провзаимодействует любой из трех кварков налетающего нуклона. Множители под знаком интеграла учитывают вероятность участия во взаимодействии одного из кварков и неучастие двух других.

Из тех же соображений находим сечение неупругого взаимодействия нуклона с ядром, соответствующее взаимодействию в ядре двух структурных кварков:

$$\sigma^{(2)}(NA) = 3 \int d^2b \exp[-\sigma(qN)T(b)] \{1 - \exp[-\sigma(qN)T(b)]\}^2. \quad (8.163)$$

Для случая неупругого взаимодействия всех трех кварков внутри ядра:

$$\sigma^{(3)}(NA) = \int d^2b \{1 - \exp[-3\sigma(qN)T(b)]\}^3. \quad (8.164)$$

Сечение процессов множественного образования частиц в  $NA$ -соударении

$$\sigma_{\text{abs}}(NA) = \sum_{i=1}^3 \sigma^{(i)}(NA) = \int d^2b \{1 - \exp[-3\sigma(qN)T(b)]\}. \quad (8.165)$$

Величины  $\sigma^{(i)}(NA)$  были рассчитаны в работе [189] для ядер от  ${}^9\text{Be}$  до  ${}^{207}\text{Pb}$  с функцией плотности нуклонов в ядре (8.45) и параметрами, взятыми из подгонки данных по  $eA$ -рассеянию. Оказалось, что в легких ядрах наиболее важен процесс, изображенный на рис. 8.10, а; процесс рис. 8.10, б также заметен, составляя по сечению  $\simeq 0,25\sigma_{\text{abs}}(NA)$  для ядра  ${}^9\text{Be}$ . С ростом  $A$  вероятность процесса рис. 8.10, а, равная  $P^{(1)}(NA) = \sigma^{(1)}(NA)/\sigma_{\text{abs}}(NA)$ , убывает как  $A^{-1/3}$  ( $A \gtrsim 30$ ). При  $A > 100$  сечения всех трех процессов рис. 8.10 оказываются одного порядка;  $\sigma_{\text{abs}}(NA) \sim A^{2/3}$  ( $A > 30$ ), что находится в хорошем согласии с данными опыта.

Модель позволяет предсказать соотношения между спектрами вторичных адронов, образованных при соударении нуклона с протонами и с ядром. В процессе рис. 8.10, а образование быстрого вторичного нуклона происходит за счет объединения двух кварков-«наблюдателей», несущих в среднем по 1/3 импульса первичного нуклона, с кварком из гребенки. Последний переносит небольшую долю первичного импульса ( $x_L \ll 1/3$ ). Поэтому быстрые вторичные нуклоны концентрируются вблизи  $x_L \approx 2/3$ . В  $NA$ - и  $Np$ -соударениях верхние вершины диаграмм на рис. 8.10, а должны быть одинаковыми. В результате отношение инклюзивных дифференциальных сечений образования быстрых нуклонов на протонах и ядрах не должно зависеть от  $x_L$  в области  $x_L \simeq 2/3$ . Это отношение легко вычислить:

$$\frac{E_N d^3 \sigma(NA \rightarrow NX)}{d^3 p_N} \bigg/ \frac{E_N d^3 \sigma(Np \rightarrow NX)}{d^3 p_N} = \frac{\sigma^{(1)}(NA)}{\sigma_{\text{abs}}(Np)}, \quad (8.166)$$

где  $X$  — недетектируемые адроны.

В настоящее время данные в нужном для сравнения (8.166) с опытом интервале  $x_L$  имеются, к сожалению, только при  $E_a \simeq 19$  ГэВ для ядер  $\text{Be}$ ,  $\text{Al}$ ,  $\text{Cu}$  и  $\text{Pb}$ . Сравнение теории с опытом весьма обнадеживает. Отношение (8.166) практически не зависит от  $x_L$  в интервале  $0,55 \leq x_L \leq 0,85$ . Абсолютное значение величины  $P^{(1)}(A)$  и ее зависимость от  $A$ , вычисленные на основе (8.162), (8.165), согласуются с данными опыта при  $E_a = 19$  и  $24$  ГэВ [189]. При  $A > 30$  теория и эксперимент соответствуют поведению  $P^{(1)}(A) \simeq 1,7A^{-0,32}$ .

Механизмы, представленные на рис. 8.10, а и б, позволяют предсказать соотношение между выходами мезонов в  $NA$ - и  $Np$ -соударениях в области  $x_L \simeq 1/3$ . Действительно, кварк-«наблюдатель» на рис. 8.10, а и б несет в среднем 1/3 первичного импульса. При образовании мезона он объединяется со сравнительно медленным антикварком, образованным в одной из двух гребенок. Оба механизма рис. 8.10, а и б конкурируют друг с другом, и их относительные вклады в инклюзивный спектр мезонов можно установить, используя кварковую комбинацию



рику, которая предполагает, что процесс образования адронов из кварков — статистический (см. например, [192]). Это очень важный аспект кварковой модели: характеристики процесса определяются относительными статистическими весами. При оценке статистического веса пренебрегают массами кварков, и поэтому он определяется спинами образованных адронов. Отметим, что в рассматриваемой схеме процесс превращения кварков в наблюдаемые адроны не вполне ясен.

Вероятности соединения кварка-«наблюдателя» на рис. 8.10, б с антикварком или кварком из гребенки одинаковы. В первом случае с вероятностью  $1/2$  образуется мезон с  $x_L \approx 1/3$ , во втором — образуется система  $qq$ , которая, в свою очередь, может присоединить с равными вероятностями либо кварк, либо антикварк. При этом вероятность образования бариона ( $qqq$ ) или мезона с  $x_L \approx 1/3$  составит  $1/4$  с учетом первоначального процесса. Дальнейшее рассмотрение процесса слияния кварков показывает, что соотношение между вероятностями образования мезона  $M$  и бариона  $B$  с  $x_L \approx 1/3$  составит  $\omega(M) : \omega(B) = 2:1$ , т. е.  $\omega(M) = 2/3$ . Условно можно сказать, что кварк с  $x_L \approx 1/3$  превратится в  $2/3$  случаев в мезон, а в  $1/3$  случаев — в барион.

Подобный же анализ процесса, представленного на рис. 8.10, а, показывает, что вероятность образования мезона с  $x_L \approx 1/3$  составляет  $5/6$  [189]. В  $Np$ -соударении эта вероятность также примерно равна  $5/6$ . Поэтому при  $x_L \approx 1/3$ :

$$[F_M dN(NA \rightarrow MX)/d^3 p_H] / [E_M dN(Np \rightarrow MX)/d^3 p_M] = P^{(1)}(NA) + \frac{4}{5} P^{(2)}(NA), \quad (8.167)$$

где  $P^{(i)}(NP) = \sigma^{(i)}(NA) / \sigma_{\text{abs}}(NA)$ .

Сравнение с опытом отношения (8.167) при импульсе  $E_a \approx 19$  ГэВ показывает, что выходы  $\pi^-$  и  $K^+$  с  $x_L = 0,34$ , измеренные на ядрах Be, Al, Cu и Pb, удовлетворительно согласуются с предсказанием (8.167).

Анализ процессов множественного образования на ядрах на основе модели аддитивно взаимодействующих кварков находится в начальной стадии. Сейчас можно только предположить, что объединение этой модели с партонными идеями позволит в рамках метода многократных перерассеяний продвинуться в понимании пространственно-временной структуры взаимодействия адронов.

## НЕКОТОРЫЕ ИТОГИ И ПЕРСПЕКТИВЫ

Исследования взаимодействий адронов с ядрами продемонстрировали существование временной протяженной фазы. Пространственная область взаимодействия в продольном направлении хотя и превышает размеры ядра, но при исследованных энергиях по порядку величины совпадает с ними. Это обстоятельство позволяет рассчитывать на использование ядра как анализатора эволюции виртуальной фазы в пространстве—времени. Ее исследование — важнейшая задача динамики сильных взаимодействий. По существу, идет речь о модели-

ровании нестационарного поля (возбужденного вакуума), определяющего взаимодействие составляющих адронов (кварков). К решению этой проблемы можно подойти с двух сторон: 1) конструирование моделей динамики в этой области и экспериментальная проверка следствий различных моделей; 2) «непосредственное» измерение параметров излучающей 4-области по изменению характеристик образованных частиц при прохождении ими ядерного вещества или по корреляциям. Оба подхода связаны между собой и дополняют друг друга. Второй подход преследует относительно ограниченные цели — очертить размеры излучающей 4-области, не детализируя процессы, происходящие внутри нее. Однако даже на пути реализации такой программы необходимо скрупулезно установить адекватность понятий, используемых в рамках модели, и при анализе экспериментальных данных. По-видимому, при таком подходе следует опираться на реалистические модели множественных процессов, что требует еще большей работы. Весьма вероятно, что излучающая 4-область состоит из «микроэлементов», каждый из которых существует свое собственное время  $\tau$ . В мультипериферической модели (в частности, в ее партонной версии) это время  $\tau = \text{const}$ , тогда как в традиционной трактовке гидродинамической теории  $\tau \sim \text{const}$ , но все же слабо меняется с увеличением лоренц-фактора элемента. Другое различие обоих направлений состоит в существовании (или отсутствии) взаимодействия между элементами. В гидродинамической модели осуществляется флуктуационное взаимодействие между элементами. Партонно-реджевский подход в чистом виде соответствует практическому отсутствию взаимодействия элементов (партонов) на виртуальной фазе. Однако в последнее время начинают вводить взаимодействие между партонными лестницами (между реджеонами), сближая тем самым и эти предельные направления теории. Несомненно, что на современной стадии моделирование взаимодействия между элементами является одной из основных задач изучения динамики адронного вещества. Другой важный вопрос связан с физикой превращения элементов виртуальной фазы в реальные частицы. На нынешнем этапе трудно предложить альтернативу макроскопической картине «фазового» перехода гидродинамической теории.

Некоторое удивление может вызвать близость заключений макроскопического (гидродинамического) и микроскопического (партонно-реджевского) подходов\*. Однако ее причины ясны: 1) близость собственных времен жизни элементов (партонов) и 2) квазиоднородность движения, обусловленная ограниченностью  $\langle p_{\perp} \rangle$ . По существу, эти факторы и обуславливают основные распределения вторичных частиц в инклюзивных реакциях, поэтому, чтобы сделать выбор между основными направлениями, нужны более детальные исследования зависимостей

$$N(s, A), Ed^3\sigma/d^3p, dN/dy, dN/dp_{\perp}$$

\* Это сближение увеличивается, если задать начальные условия гидродинамического разлета в релятивистски инвариантной форме.