

энергия $\sqrt{s}/4$, и инвариант s_q при соударении кварка нуклона с кварком пиона равен:

$$s_q = (\sqrt{s}/4 + \sqrt{s}/6)^2 - (\sqrt{s}/4 - \sqrt{s}/6)^2 = s/6.$$

Из сравнения выражения (3.90) при $t = 0$ с реджевским выражением для амплитуды померонного обмена между адронами [см. (3.59)] с учетом определения амплитуды $M(s, t) = T(s, t)/(8\pi s)$ вытекает соотношение

$$i g_a^P(0) g_b^P(0) = i n_a n_b g_{qq}^2(0) = i \sigma_{\text{tot}}(ab)/(8\pi). \quad (3.91)$$

Из (3.91) для сечений NN - и πN -взаимодействий следуют соотношения [1, 5, 62]:

$$\sigma_{\text{tot}}(NN) = 9\sigma_{\text{tot}}(qq); \quad \sigma_{\text{tot}}(\pi N) = 6\sigma_{\text{tot}}(qq), \quad (3.92)$$

$$\sigma_{\text{tot}}(NN)/\sigma_{\text{tot}}(\pi N) = 3/2. \quad (3.93)$$

Равенство (3.93) выполняется на опыте с точностью $\sim 15\%$.

Сечение взаимодействия странных кварков с нестранными несколько меньше, чем сечение взаимодействия между нестранными кварками при высоких энергиях. Действительно, из опыта следует:

$$\sigma_{\text{tot}}(KN)/\sigma_{\text{tot}}(\pi N) < 1. \quad (3.94)$$

С учетом (3.94) можно вывести соотношения между сечениями взаимодействия различных адронов. Например, соотношение

$$\sigma_{\text{tot}}(\Lambda p) = \sigma_{\text{tot}}(pp) + \sigma_{\text{tot}}(K^-n) - \sigma_{\text{tot}}(\pi^+p) \quad (3.95)$$

выполняется с точностью $\sim 2\%$ [5]. Соотношения (3.93), (3.95) и многие другие (см. [1, 5]) хорошо выполняются на опыте, что свидетельствует в пользу аддитивной модели кварков.

Покажем теперь, что реджевский радиус кварка r_q весьма мал по сравнению с реджевским радиусом нуклона R_N . Из сравнения амплитуды (3.90) и (3.59) при $t \neq 0$ в случае NN -взаимодействия вытекает, что ($s_q = s/9$):

$$2r_q^2 + r_N^2/3 + \alpha'_p(0) \ln(s_q/s_{0q}) = 2R_N^2 + \alpha'_p(0) \ln(s/s_0), \quad (3.96)$$

$\sqrt{r_N^2}$ — среднеквадратичный радиус распределения зарядов (магнитного момента) в нуклоне [см. (2.9)]. При энергии протонов $E_p = 10^8$ ГэВ в Λ -системе параметр наклона дифракционного конуса в упругом pp -рассеянии составляет (см. рис. 4.7, в)

$$B(s) + 2[2R_N^2 + \alpha'_p(0) \ln(s/s_0)] \approx 12 \text{ ГэВ}^{-2}.$$

Если $s_0 = 2 \text{ ГэВ}^2$, а $\alpha'_p(0) \approx 0,36 \text{ ГэВ}^{-2}$, то $R_N^2 \approx 2 \text{ ГэВ}^{-2}$ и

$$r_q^2 \approx [0,18 \ln(9 s_{0q}/s_0) - 0,8] \text{ ГэВ}^{-2}. \quad (3.97)$$

По-видимому, масштабные энергетические факторы s_{0q} и s_0 мало отличаются друг от друга. Тогда из (3.97) следует, что фактор r_q^2 мал по сравнению с r_N^2 и R_N^2 .

С другой стороны, эффективный квадрат радиуса реджевского взаимодействия кварков составляет $(b_q^2)_{\text{эф}} \approx \alpha'_p(0) \ln(s/s_0)$,

что много меньше, чем $r_N^2/3 \approx 5,6 \text{ ГэВ}^{-2}$, вплоть до энергий, удовлетворяющих неравенству:

$$s \lesssim s_0 \exp[r_N^2/(3\alpha'_p(0))]. \quad (3.98)$$

При указанных значениях параметров радиус реджевского взаимодействия кварков (радиус партонной флуктуации кварка) не превышает электромагнитный радиус нуклона при энергиях в Λ -системе $E_p \leq 10^7$ ГэВ. Это позволяет считать не только сами кварки внутри нуклона точечными, но и пренебрегать размерами партонных облаков, создаваемых валентными кварками быстро движущегося нуклона в области энергий, доступной современным ускорителям.

Представленные выше оценки можно рассматривать как аргумент в пользу модели аддитивно взаимодействующих валентных кварков адрона.

Глава 4. ПРОЦЕССЫ СИЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В МОДЕЛИ МНОГОПОМЕРОННЫХ ОБЛАКОВ

§ 4.1. Дифракционное образование адронных ливней

В результате столкновения адронов каждый из них может превратиться в группу адронов или резонансов A (B), имеющих сравнительно небольшую эффективную массу $\sqrt{s_A}$ ($\sqrt{s_B}$) $\ll \sqrt{s}$ (рис. 4.1). Массы известных резонансов $m_{A(B)} \leq 2 \div 2,5$ ГэВ. Поэтому ограничимся рассмотрением области масс $s_{A(B)} \lesssim 5 \div 6 \text{ ГэВ}^2$.

Группы частиц A и B называют адронными ливнями. Если происходит обмен помероном ($R = P$), то квантовые числа системы A (B) совпадают с квантовыми числами первичного адрона a (b), за исключением, быть может, спина и четности. При обмене ω -реджеоном дополнительно изменяется G -четность состояний A , B по сравнению с a , b . Сечения образования адронных ливней за счет обмена невакуумными реджеонами убывают с энергией, по крайней мере, как E_a^{-1} . Поэтому сосредоточим внимание на процессах, которые обусловлены обменом помероном и не «вымирают» с ростом энергии. Такие процессы называются дифракционным образованием адронных ливней (см., например, [63, 64]).

Определим условия, при которых такие процессы можно описывать в рамках модели обмена реджеоном. Для этого рассмотрим процесс, изображенный на рис. 4.1, в t -канале $a + \bar{A} \rightarrow B + \bar{b}$, полагая

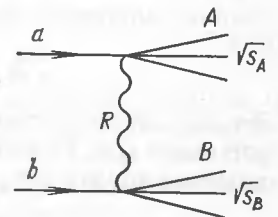


Рис. 4.1. Диаграмма дифракционного образования ливней

ливни A и B адронами с переменными массами $\sqrt{s_A}, \sqrt{s_B}$. Согласно формуле (3.53), при $s \gg s_A, s_B \gg m_a^2, m_b^2 \gg |t|$:

$$|z_t| \approx \frac{2|t|}{s_0} \frac{ss_0}{s_A s_B}, \quad (4.1)$$

$\sigma \approx 2 \text{ ГэВ}^2$ — масштабный энергетический множитель. Обычно полагают, что реджевский асимптотический режим наступает при $|z_t| \gg 1$. Поскольку $|t| \lesssim m_a^2, m_b^2, s_0$, это условие эквивалентно неравенству

$$s s_0 / (s_A s_B) \gg 1. \quad (4.2)$$

Полагая, что множитель $2|t|/s_0$ относится к вычетам в полюсах Редже, запишем амплитуду процесса дифракционного образования двух адронных ливней A и B (см. рис. 4.1) в форме, похожей на амплитуду двухчастичного процесса [63, 64]:

$$i\Gamma(ab \rightarrow AB) = [iG_A^R(\mathbf{q}_\perp, s_A, \tau_A)] [iG_B^R(\mathbf{q}_\perp, s_B, \tau_B)] [-8\pi s_0 i\eta_R(t) (ss_0 / (s_A s_B))^{\alpha_R(t)}], \quad (4.3)$$

где $t = -\mathbf{q}_\perp^2$; вершины переходов $aR \rightarrow A, bR \rightarrow B$ обозначены $G_i^R(\mathbf{q}_\perp, s_i, \tau_i)$, $i = A, B$; τ_i — совокупность кинематических переменных, характеризующих адронный ливень. Если вместо ливня A образуется одна частица (например, адрон a), то

$$(s_0/s_A)^{\alpha_R(t)} G_A^R(\mathbf{q}_\perp, s_A, \tau_A) \rightarrow g_a^R(t), \quad (4.4)$$

где $g_a^R(t)$ — вершина aaR -взаимодействия частицы a с реджеоном R . Для дальнейшего анализа введем амплитуду $T(aR \rightarrow A) = T_{aA}^R$ перехода системы адрон a и реджеон R в адронный ливень A и аналогичную амплитуду перехода $T(bR \rightarrow B) = T_{bB}^R$:

$$T_{aA}^R(t, s_A, \tau_A) = \sqrt{8} s_0 G_A^R(t, s_A, \tau_A). \quad (4.5)$$

Эта амплитуда нормирована так же, как элемент обычной T -матрицы рассеяния (см. Приложение). Тогда формально полное сечение взаимодействия адрона a с реджеоном R

$$\sigma_{aR}^{\text{tot}}(s_A, t) = \frac{1}{4j_a} \sum_A \int |R_{aA}^R|^2 d\tau_A, \quad (4.6)$$

где $d\tau_A$ — инвариантный фазовый объем частиц ливня A

$$d\tau_A = (2\pi)^4 \delta^{(4)} \left(p_a + q - \sum_{i=1}^{N_A} p_i \prod_{i=1}^{N_A} \frac{ds_i p_i}{2E_i (2\pi)^3} \right), \quad (4.7)$$

j_a — инвариантный поток при aR -соударении

$$j_a = \sqrt{(p_a q)^2 - m_a^2 t} \approx s_A/2 \quad (4.8)$$

при $s_A \gg m_a^2 \gg |t|$. Сумма по A берется по всем состояниям, в которые может перейти система aR .

Используя выражение (4.3), можно по стандартным правилам определить дифференциальное сечение образования одного ливня ($s \gg s_B \gg m_a^2, m_b^2 \gg |t|$) [63, 64]:

$$d\sigma(ab \rightarrow aB) = \frac{[g_a^R(t)]^2}{2\pi} |\eta_R(t)|^2 \left(\frac{s}{s_B} \right)^{2\alpha_R(t)-1} \sigma_{bR}^{\text{tot}}(s_B, t) \frac{d^3 p'_a}{E'_a} = \\ = [g_a^R(t)]^2 |\eta_R(t)|^2 \left(\frac{s}{s_B} \right)^{2\alpha_R(t)-2} \sigma_{bR}^{\text{tot}}(s_B, t) \frac{ds_B d^2 q_\perp}{2\pi s_B} \quad (4.9)$$

и аналогичное выражение для $d\sigma(ab \rightarrow Ab)$ с заменой в (4.9) индексов $a \rightarrow b, B \rightarrow A$.

Для дифференциального сечения образования двух ливней находим (q — 4-импульс реджеона R):

$$d\sigma(ab \rightarrow AB) = \frac{|\eta_R(t)|^2}{8\pi^2 s_0} \left(\frac{ss_0}{s_A s_B} \right)^{2\alpha_R(t)-1} \times \\ \times \sigma_{aR}^{\text{tot}}(s_A, t) \sigma_{bR}^{\text{tot}}(s_B, t) d^4 q = \\ = \frac{|\eta_R(t)|^2}{16\pi^2} \left(\frac{ss_0}{s_A s_B} \right)^{2\alpha_R(t)-2} \sigma_{aR}^{\text{tot}}(s_A, t) \sigma_{bR}^{\text{tot}}(s_B, t) \frac{ds_A ds_B d^2 q_\perp}{s_A s_B}, \quad (4.10)$$

где использованы соотношения:

$$\left. \begin{aligned} s_A &= (p_a + q)^2 = m_a^2 + t + 2E_a q_0 - 2p_a q_z; \\ s_B &= (p_b - q)^2 = m_b^2 + t - 2m_b q_0; \\ t &= q_0^2 - q_z^2 - q_\perp^2. \end{aligned} \right\} \quad (4.11)$$

и произведена замена переменных

$$d^4 q \approx ds_A ds_B d^2 q_\perp / (2s). \quad (4.12)$$

Из формул (4.9), (4.10) следует, что при обмене помероном ($\alpha_p(0) \approx 1$) дифференциальные сечения дифракционного образования адронных ливней с ограниченными массами не «вымирают» с ростом энергии. Тогда эти процессы будут вносить определенный вклад в полные сечения адрон-адронных взаимодействий при высоких энергиях.

В дальнейшем определение сечения взаимодействия реджеона с адроном (4.6) удобно рассматривать как следствие оптической теоремы и ввести амплитуду рассеяния реджеона R на адроне a : $T_{aR}(s_A, \mathbf{q}_\perp, \mathbf{q}'_\perp)$ (рис. 4.2). Скачок этой амплитуды на правом разрезе по переменной s_A определяется условием унитарности [63, 64]:

$$2\Delta_{s_A} T_{aR}(s_A, \mathbf{q}_\perp, \mathbf{q}'_\perp) = \sum_A \int T_{aA}^R(s_A, t, \tau_A) \times \\ \times [T_{aA}^R(s_A, t', \tau_A)]^* d\tau_A, \quad (4.13)$$

где $t = -\mathbf{q}_\perp^2$; $t' = -(\mathbf{q}'_\perp)^2$; $\mathbf{q}_\perp, \mathbf{q}'_\perp$ — поперечные импульсы реджеона до и после рассеяния. Сумма берется по всем физическим

состояниям, в которые возможен переход системы aR при заданной энергии $\sqrt{s_A}$. При $t = t'$ ($q_{\perp} = q'_{\perp}$) формула (4.13) согласуется с определением сечения aR -взаимодействия (4.6), если положить:

$$\Delta_{s_A} T_{aR}(s_A, \mathbf{q}_{\perp}, \mathbf{q}'_{\perp}) = 2j_a \sigma_{aR}^{\text{tot}}(s_A, t). \quad (4.14)$$

Условие унитарности (4.13) при положительных значениях $t, t' > 0$ аналогично условию унитарности для двухчастичной реакции с физическими частицами. При $t, t' < 0$ это условие можно рассматривать как определение амплитуды взаимодействия реджеона с частицей, поскольку, зная мнимую часть, можно с помощью дисперсионного соотношения

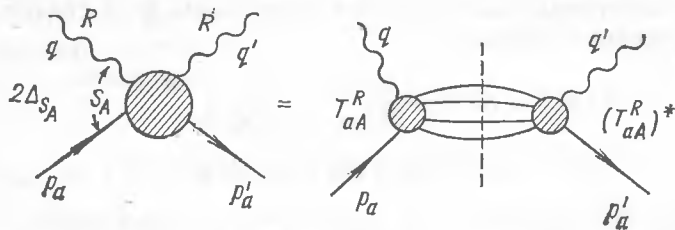


Рис. 4.2. Графическое изображение соотношения унитарности для амплитуды рассеяния реджеона на адроне

ношения (см. Приложение) найти и вещественную часть амплитуды. Аналогично можно определить и амплитуду процесса $a + R \rightarrow a + R'$, где реджеоны R и R' различны: $T_{aR \rightarrow aR'}(s_A, \mathbf{q}_{\perp}, \mathbf{q}'_{\perp})$.

Скачок этой амплитуды на правом разрезе по s_A равен

$$2\Delta_{s_A} T_{aR \rightarrow aR'} = \sum_A \int T_{aA}^R(s_A, t, \tau_A) [T_{aR'}^R(s_A, t', \tau_A)]^* d\tau_A. \quad (4.15)$$

Вместо амплитуды $T_{aR \rightarrow aR'}$ удобно определить амплитуду

$$F_a^{(2)}(s_A, \mathbf{q}_{\perp}, \mathbf{q}'_{\perp}) = \frac{1}{8s_A} \left(\frac{s_0}{s_A} \right)^{\alpha_R(t) + \alpha_R(t') - 2} = T_{aR \rightarrow aR'}(s_A, \mathbf{q}_{\perp}, \mathbf{q}'_{\perp}), \quad (4.16)$$

скачок которой по s_A на правом разрезе определяется формулой:

$$2\Delta_{s_A} \frac{F_a^{(2)}(s_A, \mathbf{q}_{\perp}, \mathbf{q}'_{\perp})}{s_A} = \sum_A \int g_{aA}^R(s_A, \mathbf{q}_{\perp}, \tau_A) [g_{aA}^{R'}(s_A, \mathbf{q}'_{\perp}, \tau_A)]^* d\tau_A, \quad (4.17)$$

где

$$g_{aA}^R(s_A, \mathbf{q}_{\perp}, \tau_A) = (s_0/s_A)^{\alpha_R(t)} G_A^R(\mathbf{q}_{\perp}, s_A, \tau_A). \quad (4.18)$$

В этих обозначениях вершина $g_{aA}^R(s_A, \mathbf{q}_{\perp}, \tau_A)$ переходит в вершину $g_a^R(t)$, если вместо ливня A образуется одиночный адрон a . Это определение позволяет переписать формулы для процессов дифракционной

генерации одного и двух ливней в более простом виде, аналогичном амплитуде двухчастичного процесса с обменом одним реджеоном:

$$iT(ab \rightarrow AB) = -8\pi i s_0 \eta_R(t) (s/s_0)^{\alpha_R(t)} i g_{aA}^R(s_A, \mathbf{q}_{\perp}, \tau_A) i g_{bB}^R(s_B, \mathbf{q}_{\perp}, \tau_A). \quad (4.19)$$

Соответственно для дифференциальных сечений по q_{\perp}^2 получаем ($\sigma_{aR}^{\text{tot}} = 8\Delta F_a^{(2)}(s_A/s_0)^{2\alpha_R(t)-2}$) [63, 64]:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dq_{\perp}^2}(ab \rightarrow aB) &= 4 [g_a^R(t)]^2 |\eta_R(t)|^2 \left(\frac{s}{s_0} \right)^{2\alpha_R(t)-2} \times \\ &\times \int_{M_0^2}^{M^2} \frac{ds_B}{s_B} \Delta F_b^{(2)}(s_B, \mathbf{q}_{\perp}, -\mathbf{q}_{\perp}) = \\ &= 4\pi [g_a^R(t)]^2 |\eta_R(t)|^2 \left(\frac{s}{s_0} \right)^{2\alpha_R(t)-2} \Delta N_b(\mathbf{q}_{\perp}, -\mathbf{q}_{\perp}), \end{aligned} \quad (4.20)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta N_b^{(2)}(\mathbf{q}_{\perp}, -\mathbf{q}_{\perp}) &= \int_{M_0^2}^{M^2} \frac{ds_B}{\pi s_B} \Delta F_b^{(2)}(s_B, \mathbf{q}_{\perp}, -\mathbf{q}_{\perp}) = \\ &= \int_{M_0^2}^{M^2} \frac{ds_B}{2\pi s_B} \sum_B |g_{bB}^R(s_B, \mathbf{q}_{\perp}, \tau_B)|^2 d\tau_B; \end{aligned} \quad (4.21)$$

M_0 — пороговое значение массы ливня, $M \leq 2 \div 2,5$ ГэВ.

Дифференциальное сечение образования двух ливней в результате однореджеонного обмена определяется соотношением

$$\frac{d\sigma}{dq_{\perp}^2}(ab \rightarrow AB) = 4\pi |\eta_R(t)|^2 \Delta N_a^{(2)}(\mathbf{q}_{\perp}, -\mathbf{q}_{\perp}) \Delta N_b^{(2)}(\mathbf{q}_{\perp}, -\mathbf{q}_{\perp}) (s/s_0)^{2\alpha_R(t)-2}. \quad (4.22)$$

Сечения взаимодействия реджеона с частицей $\sigma_{a(b)R}^{\text{tot}}$, а также функции $\Delta N_{a(b)}^{(2)}(\mathbf{q}_{\perp}, -\mathbf{q}_{\perp})$ можно измерить экспериментально, что и оправдывает их введение при феноменологическом анализе различных процессов взаимодействия.

Проведенный анализ процессов дифракционной генерации упрощает вычисление эффектов вторичных перерасеяний (упругих и неупругих) при адрон-адронных взаимодействиях.

Сделаем несколько замечаний.

1. Если вместо адронного ливня A испускается одна частица a , то следует везде заменить $\Delta N_a^{(2)} \rightarrow [g_a^R(t)]^2$; формально при этом:

$$\Delta_{s_A} F_a^{(2)}(s_A, \mathbf{q}_{\perp}, -\mathbf{q}_{\perp})/s_A = \pi \delta(s_A - m_a^2) [g_a^R(q_{\perp}^2)]^2. \quad (4.23)$$

2. При испускании адронного ливня $|t|$ не совпадает строго с $q_{1\perp}^2$ [см. (4.11)]. При $s \gg s_A, s_B > m_a^2, m_b^2$

$$|t| \approx q_{1\perp}^2 + (s_A - m_a^2)(s_B - m_b^2)/s \quad (4.24)$$

в случае испускания двух ливней. Если испускается один ливень A , то

$$|t| \approx q_{1\perp}^2 + m_b^2 (s_A - m_a^2)^2/s^2. \quad (4.25)$$

Таким образом, при не очень больших энергиях и малых $q_{1\perp}^2$ аргументы вычетов и траекторий полюсов Редже не совпадают с $q_{1\perp}^2$, а оказываются сдвинутыми на величины, зависящие от s согласно формуле (4.24) или (4.25). Это приводит к дополнительной (кроме степенной) зависимости сечений дифракционных процессов от s , которая исчезает при $s \rightarrow \infty$.

§ 4.2. Двухкратные перерасеяния адронов

Процесс рассеяния с обменом одним помероном (одной лестницей) не может описать полностью упругое взаимодействие адронов при высоких энергиях. Так как константы взаимодействия реджеонов с адронами не малы (см. табл. 3.1), существенный вклад дают также об-

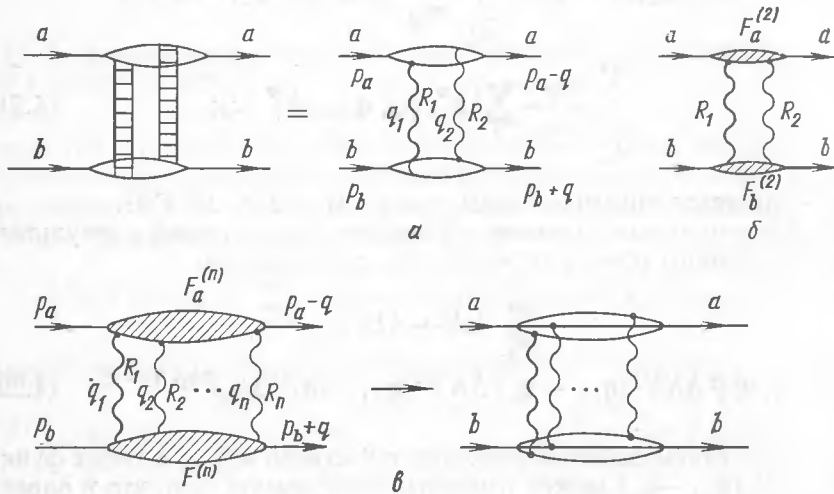


Рис. 4.3. Диаграммы упругого рассеяния адронов с обменом двумя (а, б) и n реджеонами (в)

ны несколькими реджеонами, а при высоких энергиях — многопомеронные обмены. Соответствующие реджеонные диаграммы представлены на рис. 4.3 [63, 64]. Будем изображать совокупность диаграмм с обменом n реджеонами в обобщенном виде, как показано на рис. 4.3, б, в, где через $F_{a(b)}^{(n)}$ обозначены вершины взаимодействия двух адронов с n реджеонами. Диаграмму рис. 4.3, в можно для наглядности изобразить в «объемном» виде, аналогично 4.3, а (см. ди-

аграмму справа на рис. 4.3, в). При этом предполагается, что сначала адроны a и b распадаются на n составляющих, которые уже затем распадаются друг на друга, обмениваясь померонами. Конкретные механизмы такого процесса несущественны для анализа; его можно связать, например, с кварками или партонами.

Амплитуды взаимодействия адронов с двумя реджеонами (см. рис. 4.3, б) $F_{a(b)}^{(2)}(s_A, q_{1\perp}, q_{2\perp})$ были введены в предыдущем разделе при рассмотрении процессов дифракционной генерации ливней.

Рассмотрим амплитуду с обменом двумя реджеонами подробнее (см. рис. 4.3, б). Амплитуды взаимодействия реджеонов R_1, R_2 с адроном a (верхняя вершина диаграммы рис. 4.3, б) или с адроном b (нижняя вершина диаграммы рис. 4.3, б) будем записывать [63, 64] как

$$iF_{a(b)}^{(2)}(s_{A(B)}, q_{1\perp}, q_{2\perp})/s_{A(B)}.$$

В этой записи, как указывалось, можно использовать стандартный пропагатор (3.51) для внутренних реджеонных линий:

$$D_R(s, q_{1\perp}^2) = (-8\pi i s_0) \eta_R(q_{1\perp}^2) (s/s_0)^{\alpha_R(q_{1\perp}^2)}.$$

Тогда амплитуда, соответствующая диаграмме рис. 4.3, б, записывается в виде

$$iT^{(2)}(s, t) \approx \int \frac{d^4 q_1}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 q_2}{(2\pi)^4} \delta^{(4)}(q - q_1 - q_2) \times \\ \times (8\pi i s_0)^2 \eta_{R_1}(t_1) \eta_{R_2}(t_2) (s/s_0)^{\alpha_{R_1}(t_1) + \alpha_{R_2}(t_2)} \times \\ \times \frac{iF_a^{(2)}(s_A, q_{1\perp}, q_{2\perp})}{s_A} \frac{iF_b^{(2)}(s_B, q_{1\perp}, q_{2\perp})}{s_B} \frac{1}{[2!]}, \quad (4.26)$$

где $t_1 \approx -q_{1\perp}^2$; $t_2 \approx -q_{2\perp}^2$; $t \approx -q_{1\perp}^2$; $q = q_1 + q_2$; интегралы по q_1, q_2 берутся по всему 4-мерному импульсному пространству с учетом закона сохранения 4-импульса. Множитель $2!$ в знаменателе следует учитывать, если реджеоны R_1 и R_2 одного и того же сорта ($R_1 = R_2$). Поэтому он обрамлен квадратными скобками. Интегрируя по $d^4 q_2$ и производя замену переменных ($s \gg s_A, s_B$)

$$d^4 q_1 \approx ds_A ds_B d^2 q_{1\perp} / (2s), \quad (4.27)$$

выражение (4.26) можно представить в виде

$$iM^{(2)}(s, q_{1\perp}^2) = \frac{1}{[2!]} \int \frac{d^2 q_{1\perp}}{\pi} \int \int \frac{ds_A ds_B}{(2\pi i)^2} \times \\ \times \frac{F_a^{(2)} F_b^{(2)}}{s_A s_B} i\eta_{R_1} i\eta_{R_2} \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha_{R_1}(t) + \alpha_{R_2}(t) - 2}, \quad (4.28)$$

где

$$q_{2\perp}^2 = (q_{1\perp} - q_{1\perp})^2; M^2(s, q_{1\perp}^2) = T^{(2)}(s, t)/8\pi s.$$

Тогда, используя определение амплитуды, обусловленной обменом одним полюсом Редже

$$\frac{iT_R^{(1)}(s, t)}{8\pi s} = iM_R^{(1)}(s, t) = i\eta_R(t) g_a^R(t) g_b^R(t) (s/s_0)^{\alpha_R(t)-1}, \quad (4.38)$$

получаем окончательно

$$iM^{(2)}(s, t) = \frac{1}{[2!]} \int C_{ab}^{(2)}(\mathbf{q}_{1\perp}, \mathbf{q}_{2\perp}) iM_{R_1}^{(1)}(s, t_1) iM_{R_2}^{(1)}(s, t_2) \times \\ \times \frac{d^2 q_{1\perp}}{\pi} \frac{d^2 q_{2\perp}}{\pi} \pi \delta^{(2)}(\mathbf{q}_{1\perp} - \mathbf{q}_{1\perp} - \mathbf{q}_{2\perp}). \quad (4.39)$$

Заметим, что при $\mathbf{q}_{1\perp} = -\mathbf{q}_{2\perp}$ и $R_1 = R_2 = P$ величины $\Delta N_{a(b)}^{(2)}$ могут быть найдены из опытов по дифракционному образованию адронных ливней [см. формулы (4.20), (4.22)]. Следовательно, из экспериментальных данных можно определить и величину факторов $C_{ab}^{(2)}(\mathbf{q}_{1\perp}, -\mathbf{q}_{1\perp})$. Оказывается, что при $R_1 = R_2 = P$ этот фактор слабо зависит от $\mathbf{q}_{1\perp}$ и несколько превышает единицу (см. табл. 4.1). С другой стороны, $C_{ab}^{(2)} = 1$, если учитывать только упругое перерассеяние (полюсные слагаемые в $s_{A(B)}$ -каналах). Поэтому учет дифракционных ливней является поправкой, хотя и существенной, к полюсным вкладам. Приближение $C_a^{(2)} = 1$ отвечает так называемому эйкональному приближению прямолинейных траекторий в геометрической оптике [15] и приближению Глаубера для двукратного рассеяния налетающего адрона на нуклонах ядра (см. гл. 8). Приближение $C_{ab}^{(2)} \approx \text{const} \gtrsim 1$ называется квазиэйкональным приближением [66].

В заключение приведем формулу, выражающую $C_{ab}^{(2)}(\mathbf{q}_{1\perp} - \mathbf{q}_{1\perp})$ через измеряемые величины:

$$C_{ab}^{(2)}(\mathbf{q}_{1\perp}, -\mathbf{q}_{1\perp}) = C_a^{(2)} C_b^{(2)} = 1 + (d\sigma_D/dq_{1\perp}^2)/(d\sigma_{el}/dq_{1\perp}^2), \quad (4.40)$$

где

$$\frac{d\sigma_D}{dq_{1\perp}^2} = \frac{d\sigma(ab \rightarrow aB)}{dq_{1\perp}^2} + \frac{d\sigma(ab \rightarrow Ab)}{dq_{1\perp}^2} + \frac{d\sigma(ab \rightarrow AB)}{dq_{1\perp}^2}. \quad (4.41)$$

Сечение дифракционного образования двух ливней выражается через сечения образования одиночных ливней и сечение упругого рассеяния:

$$\frac{d\sigma(ab \rightarrow AB)}{dq_{1\perp}^2} = \frac{d\sigma(ab \rightarrow aB)}{dq_{1\perp}^2} \frac{d\sigma(ab \rightarrow Ab)}{dq_{1\perp}^2} \left(\frac{d\sigma_{el}}{dq_{1\perp}^2} \right)^{-1}. \quad (4.42)$$

Формула (4.42) допускает непосредственную проверку на опыте. В табл. 4.1 приведены коэффициенты $C_a^{(2)}$, найденные в работах [64, 67, 68].

Таблица 4.1

Адрон	N	π^+	K^\pm
$C_a^{(2)} - 1$	$0,4 \pm 0,10$	$0,60 \pm 0,20$	$0,80 \pm 0,20$

§ 4.3. Многократные перерассеяния

Вклад в упругое рассеяние от диаграмм с обменом любым количеством реджеонов вычисляется аналогично вкладу двухреджеонного процесса. Как доказывается в работах [63—65] на основе анализа фейнмановских диаграмм, вершинные функции взаимодействия адронов $a(b)$ с n реджеонами $F_{a(b)}^{(n)}(s_{A_1(B_1)}, \dots, s_{A_{n-1}(B_{n-1})}, \{\mathbf{q}_{i\perp}\})$ являются аналитическими функциями энергетических переменных (q_i — 4-импульсы обмениваемых реджеонов, см. рис. 4.3, в):

$$s_{A_1} = (p_a - q_1)^2; \quad (4.43)$$

$$s_{A_i} = \left(p_a - \sum_{k=1}^i q_k \right)^2, \quad (4.44)$$

в плоскостях комплексных переменных $s_{A_i(B_i)}$ с право- и левосторонними разрезами, соответствующими физическим порогам образования реальных адронов в $s_{A_i(B_i)}$ - и $u_{A_i(B_i)}$ -каналах. Функции $F_{a(b)}^{(n)}$ имеют полюса по этим переменным, соответствующие упругим перерассеяниям. Эти свойства функций $F_{a(b)}^{(n)}$ позволяют представить амплитуду обмена n реджеонами в виде

$$\frac{iT^{(n)}(s, t)}{8\pi s} = iM^{(n)}(s, t) = \frac{1}{[n!]} \int N_a^{(n)}(\{\mathbf{q}_{i\perp}\}) N_b^{(n)}(\{\mathbf{q}_{i\perp}\}) \times \\ \times \left[\prod_{i=1}^n i\eta_i(t_i) \left(\frac{s}{s_0} \right)^{\alpha_{R_i}(t_i)} \right] \left(\frac{s}{s_0} \right)^{-2} \left(\prod_{i=1}^n \frac{d^2 q_{i\perp}}{\pi} \right) \pi \times \\ \times \delta^{(2)} \left(\mathbf{q}_{1\perp} - \sum_{i=1}^n \mathbf{q}_{i\perp} \right), \quad (4.45)$$

где $N_{a(b)}^{(n)}(\{\mathbf{q}_{i\perp}\})$ — эффективные вершины взаимодействия n реджеонов с адронами $a(b)$; $\{\mathbf{q}_{i\perp}\}$ — совокупность n переменных поперечных импульсов реджеонов $\mathbf{q}_{i\perp}$, $i = 1, \dots, n$; множитель $[n!]$ в знаменателе учитывает возможную тождественность обмениваемых реджеонов (например, все $R_i = P$ — помероны). Функция $N_{a(b)}^{(n)}$ равна [63, 64]:

$$N_{a(b)}^{(n)}(\{\mathbf{q}_{i\perp}\}) = \int_0^{M^2} \prod_{i=1}^{n-1} \frac{ds_{A_i(B_i)}}{\pi s_{A_i(B_i)}} \Delta_{s_{A_1(B_1)} \dots s_{A_{n-1}(B_{n-1})}}^{n-1} \times \\ \times F^{(n)}[s_{A_i(B_i)}, \{\mathbf{q}_{i\perp}\}]. \quad (4.46)$$

Скачок Δ^{n-1} берется по всем переменным $s_{A_i(B_i)}$ последовательно вдоль правых разрезов (с учетом полюсов по s_{A_i}), $\{s_{A_i}\}$ — совокупность всех энергетических переменных. В интеграле учитываются только небольшие массы $s_{A_i(B_i)} \leq M^2$. Параметризуя $N_{a(b)}^{(n)}$ по анало-

гии с двухреджеонным случаем ($t_i = -q_{i\perp}^2$) через вершины адрон—реджеон—адрон

$$N_{a(b)}^{(n)} = \left[\prod_{i=1}^n g_{a(b)}^{R_i}(t_i) \right] C_{a(b)}^{(n)}(\{q_{i\perp}\}), \quad (4.47)$$

приходим к выражению

$$iM^{(n)}(s, t) = \frac{1}{[n!]} C_{ab}^{(n)}(\{q_{i\perp}\}) \prod_{i=1}^n iM_{R_i}(s, t_i) \times \\ \times \left(\prod_{i=1}^n \frac{d^2 q_{i\perp}}{\pi} \right) \pi \delta^{(2)} \left(\mathbf{q}_{\perp} - \sum_{i=1}^n \mathbf{q}_{i\perp} \right), \quad (4.48)$$

которое по форме похоже на двухреджеонный случай. Здесь

$$C_{ab}^{(n)} = C_a^{(n)} C_b^{(n)}.$$

Оказывается, что простые предположения [64, 66]

$$C_{a(b)}^{(2)} \approx \text{const} \gtrsim 1 \quad (4.49)$$

и

$$C_{a(b)}^{(n)} = [C_{a(b)}^{(2)}]^{n-1} \quad (4.50)$$

позволяют не только оценить вклады упругих и неупругих перерасеяний (образование дифракционных ливней), но и описать данные опыта с малым числом параметров (см. ниже).

§ 4.4. Оценка амплитуд перерасеяний в квазиэikonальном приближении

Для оценки амплитуд обмена n реджеонами используем следующую параметризацию вершин типа aaR и bbR [60]:

$$g_{a(b)}^R(t) = g_{a(b)}^R(0) \exp[-R_{a(b)}^{(2)} q_{\perp}^2]. \quad (4.51)$$

Тогда амплитуда обмена одним реджеоном с положительной сигнатурой имеет вид

$$M_R^{(1)}(s, t) = \frac{i\gamma_{ab}^R(0) \exp(\Delta_R \eta') \exp(-\lambda_{ab} q_{\perp}^2)}{\sin(\pi\alpha_R(0))/2}, \quad (4.52)$$

где введены обозначения:

$$\gamma_{ab}^R(0) = g_a^R(0)g_b^R(0); \quad (4.53)$$

$$\lambda_{ab} = R_a^2 + R_b^2 + \alpha_R'(0)(\eta - i\pi/2); \quad (4.54)$$

$$\eta' = \eta - i\pi/2; \quad (4.55)$$

$$\Delta_R = \alpha_R(0) - 1; \quad (4.56)$$

$$\eta = \ln(s/s_0). \quad (4.57)$$

Рассмотрим подробно самый важный при асимптотически высоких энергиях случай, когда все обмениваемые реджеоны являются полиронами. Тогда

$$M_P^{(1)} = i\gamma_{ab}^P(0) \exp(\Delta\eta') \exp(-\lambda_{ab} q_{\perp}^2); \quad \Delta = \alpha_P(0) - 1. \quad (4.58)$$

Вычислим амплитуду обмена n померонами $M_P^{(n)}(s, t)$ [см. (4.48)], считая $C_{ab}^{(n)} \approx \text{const}$:

$$M_P^{(n)} = \frac{i(-1)^{n-1}}{n!} C_{ab}^{(n)} [\gamma_{ab}^P(0) \exp(\Delta\eta')]^n \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^2 q_{1\perp}}{\pi} \exp(-\lambda_{ab} q_{1\perp}^2) \dots \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^2 q_{(n-1)\perp}}{\pi} \exp(-\lambda_{ab} q_{(n-1)\perp}^2) \times \\ \times \exp(-\lambda_{ab} q_{n\perp}^2), \quad (4.59)$$

где $\mathbf{q}_{n\perp} = \mathbf{q}_{\perp} - \sum_{j=1}^{n-1} \mathbf{q}_{j\perp}$. Интегрирование в (4.59) по компонентам $q_{j\perp}$ распространено от $-\infty$ до ∞ ввиду быстрой сходимости интегралов. Произведя замену переменной

$$\mathbf{k}_j = \mathbf{q}_{j\perp} - \left(\mathbf{q}_{\perp} - \sum_{k=j+1}^{n-1} \mathbf{q}_{k\perp} \right) (j+1)^{-1}, \quad (4.60)$$

можно вычислить интегралы (4.59). Интегрирование по \mathbf{k}_j приводит к результату ($t = -q_{\perp}^2$):

$$M_P^{(n)}(s, t) = iC_{ab}^{(n)} \gamma_{ab}^P(0) \exp(\Delta\eta') \left[-\frac{\gamma_{ab}^P(0) \exp(\Delta\eta')}{\lambda_{ab}} \right]^{n-1} \times \\ \times \frac{\exp(-\lambda_{ab} q_{\perp}^2/n)}{n \cdot n!}. \quad (4.61)$$

Если параметр $C_{ab}^{(n)}$ факторизован (квазиэikonальное приближение):

$$C_{ab}^{(n)} = [C_a]^{n-1} [C_b]^{n-1}, \quad C_a \equiv C_a^{(2)}, \quad C_b \equiv C_b^{(2)}, \quad (4.62)$$

то, вводя обозначение

$$z = C_a C_b \gamma_{ab}^P(0) \exp(\Delta\eta') / \lambda_{ab}, \quad (4.63)$$

получаем:

$$M_P^{(n)}(s, t) = i\gamma_{ab}^P(0) \exp(\Delta\eta') (-z)^{n-1} \frac{\exp(-\lambda_{ab} q_{\perp}^2/n)}{n \cdot n!} = \\ = -\frac{i\lambda_{ab}}{C_a C_b} (-z)^n \frac{\exp(-\lambda_{ab} q_{\perp}^2/n)}{n \cdot n!}. \quad (4.64)$$

Из формул (4.61), (4.64) видно, что при $\eta \gg \pi/2$ вклады в амплитуду от обмена нечетным и четным числом померонов имеют разные знаки, что обуславливает знакопеременность ряда

$$M_P(s, t) = \sum_{n=1}^{\infty} M_P^{(n)}(s, t). \quad (4.65)$$

Этот ряд можно просуммировать, если перейти в представление прицельного параметра (см. Приложение):

$$M(s, t) = \int f(s, b) \exp(iq_{\perp} b) \frac{d^2 b}{2\pi}; \quad (4.66)$$

$$f(s, b) = \int M(s, t) \exp(-iq_{\perp} b) \frac{d^2 q_{\perp}}{2\pi}. \quad (4.67)$$

Вычислим интеграл:

$$\int \frac{d^2 q_{\perp}}{2\pi} \exp(-\lambda_{ab} q_{\perp}^2/n - iq_{\perp} b) = \frac{n}{2\lambda_{ab}} [\exp(-b^2/4\lambda_{ab})]^n. \quad (4.68)$$

Тогда парциальная амплитуда обмена n померонами составляет:

$$f_P^{(n)}(s, b) = -\frac{i}{2C_a C_b} \left[-z \exp\left(-\frac{b^2}{4\lambda_{ab}}\right) \right]^n / n!, \quad (4.69)$$

а полная парциальная амплитуда

$$f_P(s, b) = \sum_{n=1}^{\infty} f_P^{(n)}(s, b) = \frac{i}{2C_a C_b} \left\{ 1 - \sum_{n=0}^{\infty} \left[-z \exp\left(-\frac{b^2}{4\lambda_{ab}}\right) \right]^n \right\} / n! = \frac{i}{2C_a C_b} \left\{ 1 - \exp\left[-z \exp\left(-\frac{b^2}{4\lambda_{ab}}\right)\right] \right\}. \quad (4.70)$$

В приближении эйконала ($C_a = C_b = 1$) парциальная амплитуда имеет вид

$$f(s, b) = \frac{1}{2i} \{ \exp[\chi_P(s, b)] - 1 \}, \quad (4.71)$$

где

$$\chi_P(s, b) = -\gamma_{ab}^P \exp(-\Delta\eta' - b^2/4\lambda_{ab})/\lambda_{ab} \quad (4.72)$$

называется эйконалом. Эйконал $\chi(s, b) = 2i\delta(s, b)$, где $\delta(s, b)$ — фаза рассеяния. Как следует из (4.63) и (4.70), квазиэйкональное приближение (т. е. учет неупругого перерассеяния) приводит к увеличению показателя экспоненты в (4.70) и уменьшению нормировочного множителя ($C_a C_b > 1$).

Отметим, что парциальная амплитуда (4.70) явно удовлетворяет условию унитарности [см. Приложение, формула (П.53)] даже при $\Delta > 0$ ($\alpha_P(0) > 1$). При достаточно высоких энергиях и малых прицельных параметрах, когда

$$\Delta|\eta'| \gg b^2/(4\lambda_{ab}), \quad (4.73)$$

амплитуда однопомеронного обмена $f_P^{(1)}(s, b)$ по модулю превышает единицу, что противоречит унитарности.

Проанализируем поведение парциальной амплитуды (4.70) как функции прицельного параметра. Такое исследование позволяет наглядно представить процесс взаимодействия адронов в пространстве прицельных параметров. В ядерной физике вместо амплитуды используются так называемую функцию профиля рассеяния:

$$G_P(s, b) = \frac{2}{i} f_P(s, b) = \frac{1}{C_a C_b} \left\{ 1 - \exp\left[-z \exp\left(-\frac{b^2}{4\lambda_{ab}}\right)\right] \right\}, \quad (4.74)$$

которая в рассматриваемой модели является почти вещественной, мнимая единица входит только в параметр η' (4.55). При $\eta \gg \pi/2$ параметр $\eta' \approx \eta$ и функция профиля вещественна. При $|z| \leq 1$ функция профиля определяется первым слагаемым в разложении (4.74) по степеням z , соответствующим однопомеронному обмену. Значения $|z| \leq 1$ относятся к области сравнительно низких энергий, где кроме однопомеронного обмена необходимо учитывать также обмены реджеонами с «пересечениями» $\alpha_R(0) \simeq 0,5$ [60].

Нас будет далее интересовать область энергий $50 \leq E_a \leq 1000$ ГэВ. В этой области энергий экспериментально было обнаружено явление, названное геометрическим скейлингом [69]. Согласно данным опыта, оказалось, что парциальная амплитуда упругого pp -рассеяния зависит от отношения

$$b/B(s), \quad (4.75)$$

где $B(s)$ — параметр наклона дифракционного конуса. Из формулы (4.74) следует, что функция профиля (или парциальная амплитуда) зависит от переменной $z \exp(-b^2/4\lambda_{ab})$, которая с точностью до множителя $C_a C_b$ является функцией профиля для амплитуды однопомеронного обмена. Множитель $\exp(-b^2/4\lambda_{ab})$ соответствует геометрическому скейлингу, поскольку параметр наклона дифракционного конуса $B(s) \sim \lambda_{ab}$ [см. (3.69)]. Геометрический скейлинг может нарушаться только за счет множителя ($\eta' \simeq \eta$):

$$z = \frac{C_a C_b g_a^P(0) g_b^P(0)}{R_a^2 + R_b^2 + \alpha_P'(0)\eta} \exp(\Delta\eta). \quad (4.76)$$

Потребуем, чтобы в исследованном на ускорителях интервале энергий ($10^2 - 10^3$ ГэВ) множитель z слабо зависел от энергии [т. е. от $\eta = \ln(s/s_0)$]. Далее, находим значение η , при котором $dz/d\eta = 0$:

$$\eta = 1/\Delta - [(R_a^2 + R_b^2)/\alpha_P'(0)]. \quad (4.77)$$

В интересующей нас области энергий $\eta \approx 6$; $\alpha_P'(0) \approx 0,35$ ГэВ⁻²; $R_N^2 \approx 1,4$ ГэВ⁻² (см. табл. 3.1). Используя эти численные значения параметров, находим

$$\Delta \approx 0,07. \quad (4.78)$$

Таким образом, из опыта следует, что померон может иметь пересечение несколько выше единицы. Малость параметра Δ обеспечивает выполнение геометрического скейлинга в исследованной области энергий [70, 71].

Оценим теперь величину параметра z в этой области энергий для pp -рассеяния [$g_N(0) \approx 1,86$ ГэВ $^{-1}$]:

$$z \approx 1,5 \div 2. \quad (4.79)$$

Параметр z при доступных на ускорителях энергиях невелик, но он экспоненциально растет с увеличением $\eta = \ln(s/s_0)$.

Рассмотрим качественно вопрос о поведении функции профиля. При $z \leq 1$, как отмечалось выше, эта функция определяется однопомеронным обменом и быстро падает с ростом b^2 при $b^2 \gg 4\lambda_{ab}$. Рассмотрим область очень высоких энергий, когда $z \gg 1$ ($\Delta\eta \gg 1$). Представим функцию профиля (4.74) в виде

$$\Gamma_P(s, b) = \frac{1}{C_a C_b} \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{C_a C_b \gamma_{ab}^P(0)}{\lambda_{ab}} \exp(\Delta\eta - b^2/4\lambda_{ab}) \right] \right\}. \quad (4.80)$$

В области прицельных параметров $b \leq 2\sqrt{\lambda_{ab}\Delta\eta} \approx 2\eta\sqrt{\alpha_P'(0)\Delta}$ функция профиля практически постоянна (рис. 4.6) и равна:

$$\Gamma_P(s, b) \approx (C_a C_b)^{-1}, \quad b \lesssim 2\eta\sqrt{\alpha_P'(0)\Delta}. \quad (4.81)$$

При $b \gg 2\eta\sqrt{\alpha_P'(0)\Delta}$ показатель экспоненты в (4.80) мал и функция профиля имеет такой же вид, как в случае однопомеронного обмена, и экспоненциально падает с ростом b :

$$\begin{aligned} \Gamma_P(s, b) &\approx \frac{\gamma_{ab}^P(0)}{\lambda_{ab}} \exp(\Delta\eta - b^2/4\lambda_{ab}) \approx \\ &\approx \frac{\gamma_{ab}^P(0)}{\alpha_P'(0)\eta} \exp \left[\sqrt{\frac{\Delta}{\alpha_P'(0)}} (2\eta\sqrt{\alpha_P'(0)\Delta} - b) \right]. \end{aligned} \quad (4.82)$$

Как видно из (4.82), ширина области экспоненциального затухания функции профиля не зависит от энергии и составляет (см. рис. 4.6)

$$\Delta b \sim \sqrt{\alpha_P'(0)\Delta}. \quad (4.83)$$

При $b \gg (2\eta\sqrt{\alpha_P'(0)\Delta} + \Delta b)$ функция профиля пренебрежимо мала. С ростом энергии ($\eta \rightarrow \infty$) область «плато» функции профиля увеличивается, и она становится похожей на ступенчатую функцию вида [60, 70–72]

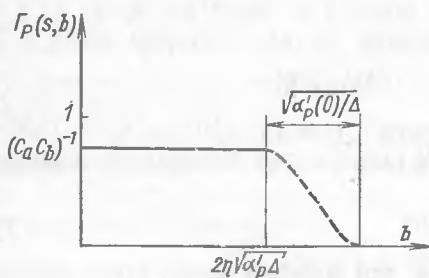


Рис. 4.6. Функция профиля упругого рассеяния с учетом многопомеронных обменов в эйконольном приближении

$$\begin{aligned} \Gamma_P(s, b) &\approx (C_a C_b)^{-1} \times \\ &\times \theta [2\eta\sqrt{\alpha_P'(0)\Delta} - b]. \end{aligned} \quad (4.84)$$

В отсутствие неупругого перерассеяния ($C_a = C_b = 1$) функция профиля (4.84) соответствует рассеянию на «черном» шаре с радиусом $R = 2\eta\sqrt{\alpha_P'(0)\Delta}$, логарифмически растущим с энергией. При $C_a, C_b \gg 1$,

когда учтены неупругие перерассеяния, функция профиля (4.84) отвечает рассеянию на «сером» (полупрозрачном) шаре с радиусом, также логарифмически растущим с энергией. Этот результат отличается от предсказаний, основанных на модели однопомеронного обмена, где радиус области взаимодействия увеличивается с энергией медленнее: как $\sqrt{\eta\alpha_P'(0)}$ [см. (3.67)]. Логарифмически растущий радиус области взаимодействия соответствует максимально допустимому теоремой Фруассара (см. Приложение). Поэтому амплитуду рассеяния, соответствующую такому поведению радиуса взаимодействия:

$$\frac{T_P(s, t)}{8\pi s} = M_P(s, t) = \frac{i}{2} \int \Gamma_P(s, \mathbf{b}) \exp(i\mathbf{q}_\perp \mathbf{b}) \frac{d^2 b}{2\pi}, \quad (4.85)$$

называют амплитудой рассеяния с обменом фруассароном [70, 71]. Под обменом фруассароном понимается совокупность неусиленных диаграмм с обменом любым числом померонов (см. рис. 4.3, в, [70, 71]).

§ 4.5. Поведение полного сечения. Упругое рассеяние адронов

Полное сечение взаимодействия. Вычислим полное сечение взаимодействия адронов в рамках модели обмена фруассароном:

$$\sigma_{\text{tot}}(s) = \text{Im } T_P(s, 0)/s = 8\pi \text{Im } M_P(s, 0) = 2\text{Re} \int \Gamma_P(s, \mathbf{b}) d^2 b. \quad (4.86)$$

Для вычисления интеграла (4.86) сделаем замену переменной:

$$\rho = z \exp(-b^2/4\lambda_{ab}), \quad db^2 = -4\lambda_{ab} d\rho/\rho \quad (4.87)$$

и пренебрежем мнимой частью η' ($\eta' \simeq \eta$) [13]:

$$\sigma_{\text{tot}}(s) = \frac{8\pi\lambda_{ab}}{C_a C_b} \int_0^z [1 - \exp(-\rho)] \frac{d\rho}{\rho} = \frac{8\pi\lambda_{ab}}{C_a C_b} \varphi(z). \quad (4.88)$$

Интеграл $\varphi(z)$ выражается через табулированные функции

$$\varphi(z) = \int_0^z [1 - \exp(-\rho)] \frac{d\rho}{\rho} = \ln z + C - \text{Ei}(-z), \quad (4.89)$$

где $C \approx 0,577\dots$ — постоянная Эйлера; $\text{Ei}(-z)$ — интегральная показательная функция, которая при $z \gg 1$ экспоненциально мала (см. [58]).

При $z \leq 1$ (в области небольших энергий) имеем известный однопомеронный результат:

$$\sigma_{\text{tot}}(s) \approx 8\pi g_a^R(0) g_b^R(0) \exp(\Delta\eta). \quad (4.90)$$

При $z \gg 1$ ($\Delta\eta \gg 1$) в области асимптотически высоких энергий

$$\sigma_{\text{tot}}(s) \approx 8\pi\alpha_P'(0) \Delta\eta^2 (C_a C_b)^{-1} \sim \ln^2(s/s_0). \quad (4.91)$$

Из (4.91) следует, что полное сечение выходит на фруассаровский предельно допустимый режим (см. Приложение).

Проведем простую оценку области энергий, где можно ожидать выхода полного сечения на фруассаровский режим. Для этого необходимо, чтобы:

$$1) \alpha'_p(0) \eta \gtrsim 2R_N^2;$$

$$2) \Delta\eta \gtrsim \ln [C_a C_b g_a^p(0) g_b^p(0) / (2R_N^2 + \alpha'_p \eta)] + C.$$

Первое условие выполняется при $\eta \gtrsim 9$, а второе — примерно при $\eta \gtrsim 10$. Следовательно, фруассаровский режим может наступить при энергиях $E_a \gtrsim 10^4 \div 10^5$ ГэВ в \mathcal{L} -системе, существенно превышающих достигнутые на ускорителях [71].

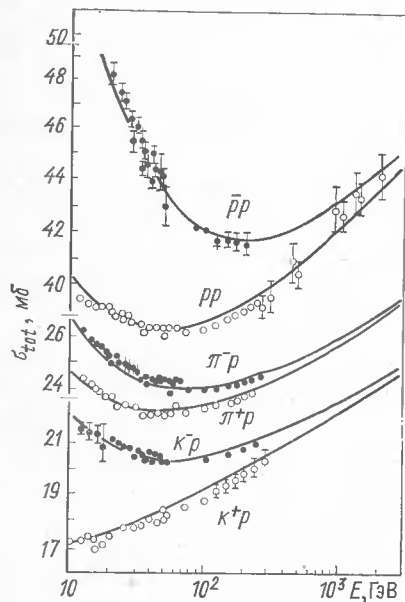


Рис. 4.7. Энергетическая зависимость полных сечений aN -взаимодействий и сравнение с моделью фруассарона с учетом обмена невакуумными полюсами [60]

Наблюдаемый в области энергий $E_a = 10 \div 10^3$ ГэВ ход полных сечений адрон-адронного взаимодействия (рис. 4.7 [60]), включая рост σ_{tot} при $E_0 \gtrsim 10^2$ ГэВ, успешно описывается на основе реджевской модели с многопомеронными обменами.

Отметим, что предсказания модели с обменом фруассароном согласуются с экспериментальными данными. Наиболее детальная проверка была проведена на основе исследований зависимостей дифференциальных сечений упругих рассеяний от переменной $q_{\perp}^2 = -t$.

На рис. 4.8 приведены результаты численных расчетов с учетом обменов невакуумными полюсами и любым числом померонов. Результаты свидетельствуют, что модель позволяет описать экспериментальные данные при небольших значениях $|t| \lesssim 0,8$ ГэВ² вплоть до энергий $\sim 10^3$ ГэВ [60].

Отношение вещественной и мнимой частей амплитуды упругого рассеяния на нулевой угол. В опытах по исследованию процессов

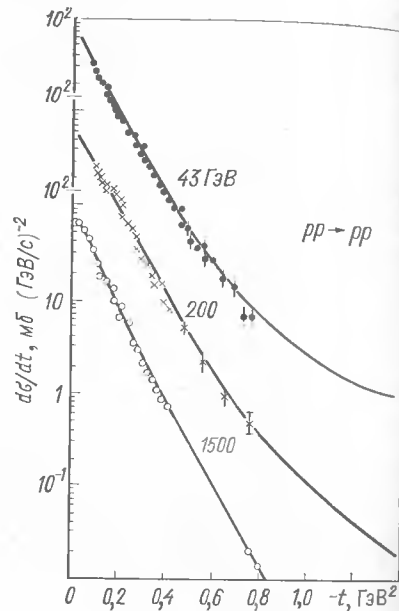


Рис. 4.8. Дифференциальные сечения упругого pp -рассеяния и результаты расчета в модели фруассарона с учетом обменов невакуумными полюсами

упругого рассеяния и измерению полных сечений можно проверить еще одно предсказание многореджеонных обменов: зависимость от s еще одно вещественной части амплитуды упругого рассеяния на угол нуль $\text{Re } M(s, 0)$ к мнимой $\text{Im } M(s, 0)$. Для анализа этого отношения воспользуемся формулой для амплитуды с обменом фруассароном (4.65), с учетом комплексности величины $\eta' = \eta - i\pi/2$. При высоких энергиях ($\eta \gg \pi/2$) амплитуду $M(s, 0)$ можно разложить в ряд по малому параметру $\pi/(2\eta)$:

$$M(s, 0) \approx M(\eta) - i \frac{\pi}{2} \frac{\partial M}{\partial \eta'} \Big|_{\eta'=\eta}. \quad (4.92)$$

Первое и второе слагаемые в (4.92) зависят от вещественного параметра η :

$$\text{Im } M(s, 0) = \text{Im } M(\eta) = \frac{\lambda_{ab}(\eta)}{C_a C_b} \varphi[z(\eta)]; \quad (4.93)$$

$$\begin{aligned} \text{Re } M(s, 0) &= \frac{\pi}{2} \text{Im} \frac{\partial M}{\partial \eta'} \Big|_{\eta'=\eta} = \\ &= \frac{\pi}{2C_a C_b} \left[\frac{\partial \lambda_{ab}}{\partial \eta'} \varphi(z) + \lambda_{ab} (1 - \exp(-z)) \frac{\partial z}{\partial \eta'} / z \right] \Big|_{\eta'=\eta}. \end{aligned} \quad (4.94)$$

С учетом того, что $\partial \lambda_{ab} / \partial \eta = \alpha'_p(0)$ и $\partial z / \partial \eta = (\Delta - \alpha'_p(0) / \lambda_{ab}(\eta)) z(\eta)$, получаем [71]:

$$\begin{aligned} \varepsilon(\eta) &= \text{Re } M(s, 0) / \text{Im } M(s, 0) \approx \\ &\approx \frac{\pi}{2} \left[\frac{\alpha'_p(0)}{\lambda_{ab}(\eta)} + \frac{1 - \exp[-z(\eta)]}{\varphi[z(\eta)]} \left(\Delta - \frac{\alpha'_p(0)}{\lambda_{ab}(\eta)} \right) \right]. \end{aligned} \quad (4.95)$$

В области энергий $E \lesssim 10^2$ ГэВ существен вклад в $\varepsilon(\eta)$ от невакуумных полюсов с «пересечениями» $\alpha_R(0) \approx 0,5$. Этот вклад, как показывает анализ [73], оказывается в случае pp -, $\pi^\pm p$ -, $K^\pm p$ -рассеяния отрицательным и обуславливает отрицательный знак $\varepsilon(\eta)$ при $E \lesssim 100 \div 150$ ГэВ. Однако с ростом энергии вклад невакуумных полюсов быстро «вымирает» пропорционально $\sqrt{s_0/s}$, и в области энергий $E \gtrsim (2 \div 3) \cdot 10^2$ ГэВ величина $\varepsilon(\eta)$ определяется уже обменом вакуумными полюсами. При энергиях $E \approx 10^3$ ГэВ величина $\varepsilon(\eta)$ должна замедлить свой рост и иметь порядок $\sim \Delta\pi/2$.

С дальнейшим ростом энергии модель фруассарона предсказывает убывание $\varepsilon(\eta)$ по универсальному закону [71]:

$$\varepsilon(\eta) \approx \pi/\eta, \quad \Delta\eta \gg 1. \quad (4.96)$$

Отметим далее, что модель фруассарона (с учетом при сравнительно низких энергиях $E \lesssim (1 \div 5) \cdot 10^2$ ГэВ обменов невакуумными реджеонами) удовлетворительно интерпретирует много экспериментальных данных по адрон-адронным взаимодействиям при сравнительно небольшом числе феноменологических параметров [60, 63, 64, 66]. Поэтому особенно интересно проверить предсказания этой модели при энергиях $E \gtrsim 10^3 \div 10^4$ ГэВ, где существен вклад только многопомеронных обменов.

§ 4.6. Инклюзивные спектры вблизи кинематических границ

На основе реджеонной модели можно предсказать форму распределения вторичных адронов по продольным импульсам в инклюзивном процессе:

$$a + b \rightarrow c + X, \quad (4.97)$$

где c — детектируемый инклюзивный адрон; X — система адронов, которая сопровождает рождение частицы c . По всем возможным состояниям системы X проводится суммирование (см. § 3.3).

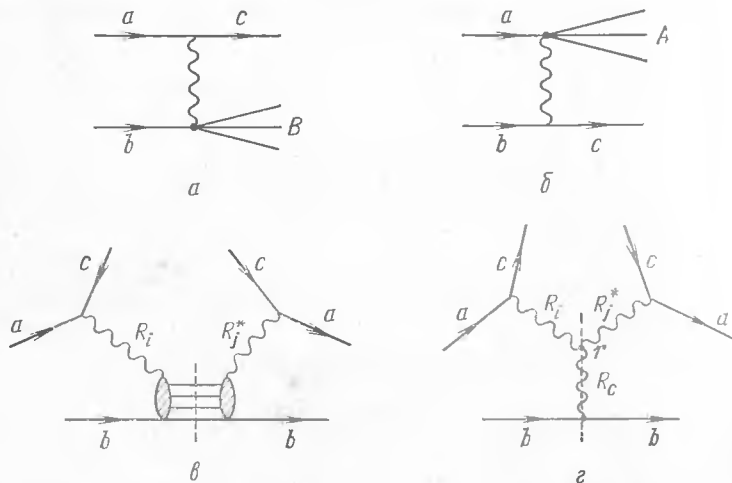


Рис. 4.9. Диаграммы образования инклюзивных частиц вблизи кинематических границ в реджеонной модели:

a — образование частицы c в области фрагментации a ; $б$ — образование частицы c в области фрагментации b ; $в$ — схематическое изображение квадрата модуля амплитуды; $г$ — трех-реджеонный предел

Оценим характеристики быстрых вторичных адронов в ζ -системе. Безразмерная переменная $x = 2p_z^*/\sqrt{s}$ для этих частиц должна удовлетворять неравенствам

$$1 - x \ll 1 \quad (4.98)$$

для адронов, вылетающих в передний конус, и

$$1 + x \ll 1 \quad (4.99)$$

для частиц, вылетающих в задний конус в ζ -системе.

В рамках реджеонной модели вклад, обусловленный образованием таких адронов, описывается диаграммами рис. 4.9, a ($1 - x \ll 1$) и 4.9, $б$ ($1 + x \ll 1$), которые соответствуют рождению одиночных адронных ливней (см. § 4.1). Если сорт адрона c совпадает с сортом частицы a (или b), то осуществляется обмен реджеонами с квантовыми числами вакуума P, f (процесс дифракционной генерации). Если сорт адрона c иной, чем первичных адронов, то обмен осуществляется ред-

жеоном R с квантовыми числами, соответствующими законам сохранения (конкретные примеры см. ниже). Вычисление дифференциальных сечений подобных процессов было произведено ранее (см. § 4.1). Представим полученный результат (4.9) в виде ($1 - x \ll 1$):

$$\frac{E_c d\sigma(ab \rightarrow cB)}{d^3 p_c} = \frac{|g_a^R(t)|^2}{2\pi} |\eta_R(t)|^2 \left(\frac{s}{s_B}\right)^{2\alpha_R(t)-1} \sigma_{bR}^{\text{tot}}(s_B, t). \quad (4.100)$$

Аналогичное выражение можно получить для процесса $ab \rightarrow Ac$ ($1 + x \ll 1$). Эффективная масса адронного ливня s_B может быть связана с переменной x при $1 - x \ll 1$:

$$s_B = (p_a + p_b - p_c)^2 = s - 2E_c^* \sqrt{s} + m_c^2; \quad (4.101)$$

$$E_c^* \simeq p_z^* + \frac{m_{c\perp}^2}{2p_z^*} = \frac{\sqrt{s}}{2} x + \frac{m_{c\perp}^2}{\sqrt{s} x}; \quad (4.102)$$

$$s_B \approx s(1 - x) + m_c^2 - 2m_{c\perp}^2/x; \quad (4.103)$$

$$s_B/s \approx (1 - x) + m_c^2/s - 2m_{c\perp}^2/(sx), \quad (4.104)$$

где E_c^*, P_z^* — энергия и продольный импульс адрона c в ζ -системе. При $(1 - x) \gg m_{c\perp}^2/s$ входящее в выражение (4.100) отношение s/s_B составляет

$$s/s_B \approx (1 - x)^{-1} \gg 1. \quad (4.105)$$

Отметим, что условие (4.105) необходимо для применения модели обмена реджеоном [см. (4.2)]. Переменная t при условии $(1 - x) \ll 1$:

$$-t \approx p_{c\perp}^2 + (m_c^2 - m_a^2)(1 - x) \approx p_{c\perp}^2. \quad (4.106)$$

В тех случаях, когда эффективная масса ливня невелика, спектр (4.100) является функцией переменных $x, p_{c\perp}^2 (m_{c\perp}^2)$ и s , поскольку $s_B \approx s(1 - x) \leq M^2 \approx (5 \div 6) (\text{ГэВ}/c)^2$. Если же переменная $s_b \gg M^2$ (в этом случае $s_B \gg m_{c\perp}^2$), то сечение взаимодействия реджеона R с адроном b имеет реджевскую асимптотику. На рис. 4.9 изображена диаграмма, соответствующая дифференциальному сечению образования адронной струи B (см. рис. 4.9, $в$). Разрезание нижнего блока $R_i + b \rightarrow b + R_j^*$ на диаграмме рис. 4.9, $в$ (штриховая линия) означает, что при вычислении ведется суммирование по всем промежуточным физическим состояниям системы B , в которые может переходить система $R + b$ с массой $\sqrt{s_B}$. Согласно условию унитарности (4.15) это приводит к тому, что в решение входит скачок амплитуды процесса рассеяния $R_i + b \rightarrow R_j^* + b$ на нулевой угол, пропорциональный полному сечению Rb -взаимодействия, если сорта реджеонов R_i и R_j совпадают. Когда масса физических состояний в s_B -канале велика ($s_B \gg m_b^2, |t|$), то скачок амплитуды Rb -рассеяния и сечение Rb -взаимодействия описываются диаграммой с обменом реджеонами R_c с наивысшими «пересечениями» (нижний блок на рис. 4.9, $г$), причем берется мнимая часть амплитуды Rb -рассеяния на угол нуль, которой соответствует реджеонная диаграмма с обменом R_c -реджеоном [74—76]. Вводя, по определению, вершинную функцию взаимодействия трех реджеонов $R_i R_j R_c: r_{RR}^R(t, t, t_c)$, где t_c —

квадрат 4-импульса R_c -реджеона ($t_c = 0$ в рассматриваемом случае), находим

$$\sigma_{bR}^{\text{tot}}(s_B, t) = \sum_{R_c} 8\pi r_{RR}^{R_c}(t) g_b^{R_c}(0) (s_B/s_0)^{\alpha_{R_c}(0)-1}. \quad (4.107)$$

Здесь $r_{RR}^{R_c}(t) = r_{RR}^{R_c}(t, t, t_c = 0)$. Нормировка этой вершины соответствует нормировке вершины взаимодействия адрон—реджеон—адрон. При высоких значениях s_B ($s_B \gg M^2$) в сумме (4.107) остается лишь главный вклад от обмена помероном. Таким образом, в области значений переменной x :

$$M^2/s \leq 1 - x \ll 1 \quad (4.108)$$

формула для инклюзивного спектра приобретает вид

$$f(x, m_{c\perp}^2) = E_c d^3\sigma/d^3p_c = 4 [g_a^{R_c}(t)]^2 |\eta_R(t)|^2 r_{RR}^{R_c}(t) g_b^{R_c}(0) (1-x)^{1-2\alpha_{R_c}(t)} \quad (4.109)$$

и не зависит явно от первичной энергии. Это означает, что при высоких энергиях в области значений x (4.108) модель обмена реджеонами предсказывает масштабную инвариантность спектров инклюзивных адронов.

В случае, когда основной вклад обусловлен обменом реджеоном R с наибольшим пересечением, форма спектра имеет вид

$$f(x, t) \sim (1-x)^{1-2\alpha_R(t)} \quad (4.110)$$

и целиком определяется траекторией $\alpha_R(t)$ реджеона R . Формулу (4.109) называют трехреджеонным пределом для инклюзивных спектров.

При не очень высоких энергиях \sqrt{s} и массах ливня $\sqrt{s_B}$ следует учесть наряду с полюсами Редже с наивысшими «пересечениями» вклады от следующих по степени важности полюсов с более низкими пересечениями. Формула для спектра в этом случае имеет вид

$$f(x, m_{c\perp}^2, s) = 4 \sum_{i,j,c} g_a^{R_i}(t) g_a^{R_j}(t) r_{R_i R_j}^{R_c}(t) g_b^{R_c}(0) (1-x)^{1-\alpha_{R_j}(t)-\alpha_{R_i}(t)} \times (s_B/s_0)^{\alpha_c(0)-1}, \quad (4.111)$$

где сумма берется по всем существенным сортам полюсов Редже при обмене между адронами a и b (см. рис. 4.9, а) и при обмене между реджеонами R_i , R_j и адроном b (см. рис. 4.9, з). После замены индексов $a \leftrightarrow b$, $B \leftrightarrow A$ и $x \rightarrow -x$ формулы (4.108)—(4.111) применимы и для описания спектров адронов c , испускаемых в задний конус в Π -системе (см. рис. 4.9, б). Из формулы (4.111) следует, что обмен невакуумными реджеонами R_c нарушает скейлинг. Однако с ростом первичной энергии при фиксированном значении x [$s_B \approx s(1-x)$] эти слабые убывают по закону $\sim s^{-1/2}$, поскольку важнейшие из невакуумных полюсов имеют пересечение $\alpha_{R_c}(0) \simeq 1/2$.

В модели обмена одним помероном с пересечением $\alpha_P(0) = 1$ полное сечение ab -взаимодействия равно [см. (3.58)]:

$$\sigma_{ab}^{\text{tot}}(s) = 8\pi g_a^P(0) g_b^P(0). \quad (4.112)$$

Поэтому нормированная на полное сечение жесткая часть спектра при $s_B \gg M^2$ и $1-x \ll 1$ не зависит от сорта адрона b :

$$\rho(x, m_{c\perp}^2) = \frac{f(x, m_{c\perp}^2)}{\sigma_{ab}^{\text{tot}}(s)} = \frac{E_c d^3 N}{d^3 p_c} = \frac{1}{2\pi} [g_a^R(t)]^2 |\eta_R(t)|^2 r_{RR}^P(t) (1-x)^{1-2\alpha_R(t)} \frac{1}{g_a^P(0)}. \quad (4.113)$$

Аналогично жесткая часть спектра при $1+x \ll 1$ не зависит от сорта адрона a .

Данные опыта о спектрах инклюзивных адронов вблизи кинематических пределов $1-|x| \ll 1$ в реакциях вида:

- 1) $pp \rightarrow \pi^\pm X$; 4) $\pi p \rightarrow \pi^\pm X$;
- 2) $pp \rightarrow K^\pm X$; 5) $\pi p \rightarrow K^\pm X$;
- 3) $pp \rightarrow p(\bar{p})X$; 6) $\pi p \rightarrow p(\bar{p})X$

и т. д. подтверждают основные предсказания реджевской схемы. На рис. 4.10 представлены инклюзивные спектры p , π^+ и K^+ , образованных в pp -соударениях при энергии $s = 47 \text{ ГэВ}^2$ (сплошные линии) и при энергии $\text{ISR } s \approx 2 \cdot 10^3 \text{ ГэВ}^2$ (см., например, работу [73]). Несмотря на различие в величине первичной энергии, спектры инклюзивных адронов оказываются близкими. Это указывает, что скейлинг в области фрагментации приблизительно выполняется в интервале энергий начиная с $E_a \approx 20 \text{ ГэВ}$ до $E_a \approx 1800 \text{ ГэВ}$ (см. дискуссию по этому вопросу в работе [46]).

Измеренные на опыте инклюзивные спектры при $(1-|x|) \ll 1$ ведут себя как степенные функции $(1-|x|)^b$, причем показатель степени зависит от квантовых чисел частиц a (b) и c . Если a (b) $\neq c$, то дифференциальные сечения, как правило, убывают с ростом $|x|$. Например, в реакции

$$pp \rightarrow \pi^+ X \quad (4.114)$$

основной вклад в инклюзивный спектр π^+ обусловлен обменом n -полюсом Редже (с квантовыми числами нейтрона). Поскольку наклоны траекторий невакуумных полюсов $\alpha'_R(0) = 1$ ($\text{ГэВ}/c$)², то линейная нуклонная траектория имеет вид

$$\alpha_N(t) \approx 1/2 + \alpha'_N(0)(t - m_N^2) + i \text{Im } \alpha_N(t) \quad (4.115)$$

и при $t = m_N^2$ (m_N — масса нуклона) проходит через физическое значение спина нуклона $S_N = \text{Re } \alpha_N(m_N^2) = 1/2$. При $t = 0$ $\alpha_N(0) \approx -1/2$. Поэтому спектр π^+ в реакции (4.114) в области $1-|x| \ll 1$ должен иметь при небольших значениях $|t| \ll m_\pi^2$ форму

$$E_{\pi^+} d^3\sigma/d^3p_{\pi^+} \sim (1-|x|)^2. \quad (4.116)$$

Это предсказание подтверждается экспериментальными данными (подробнее см. [73]).

Остановимся на интересном случае, когда сорт частицы c совпадает с сортом одного из сталкивающихся адронов: $a(b) = c$. Тогда согласно (4.108), (4.113) в области $M^2/s \ll (1 - |x|) \ll 1$ можно ожидать, что распределение по x при приближении значений $|x|$ к кинематическим

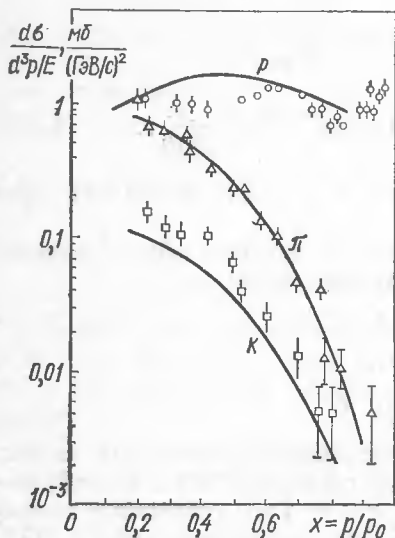


Рис. 4.10. Инклюзивные спектры p , π^+ , K^+ , образованных в pp -соударениях [73]:

сплошные линии — $s=47$ (ГэВ/с)²; \circ , Δ , \square соответствуют p , π^+ , K^+ при $s=2 \cdot 10^3$ (ГэВ/с)²

Рис. 4.11. Поведение инклюзивных спектров вблизи кинематических границ [77]

сорт инклюзивного адрона совпадает с сортом одной из сталкивающихся частиц (процесс $pp \rightarrow pX$); \bullet , \blacktriangle и \circ соответствуют значениям $p_{c\perp}^2 = 0,275$; $0,525$ и $1,05$ (ГэВ/с)²; $s=930$ ГэВ; сплошные и штриховые линии — теоретические расчеты в модели полюсов Редже

границам является возрастающей функцией. Действительно, главный вклад в процесс образования инклюзивного адрона дают обмены померонами ($R = P$, $R_c = P$), т. е. диаграмма рис. 4.9, g с трехпомеронным взаимодействием. При $|t| \rightarrow 0$

$$\frac{Ed^3\sigma}{d^3p} \sim (1-x)^{-1}. \quad (4.117)$$

Опыт (см., например, обзоры [73, 77]) подтверждает это предсказание в реакциях $pp \rightarrow pX$ и $\pi^+p \rightarrow \pi^+X$ (рис. 4.11).

Сравнение формулы (4.100) с данными опыта позволяет определить зависимость сечения взаимодействия реджеон-нуклон $\sigma_{PN}^{\text{tot}}(s_B, t)$ от s_B

и $|t| = q_{\perp}^2$ (рис. 4.12) [68, 77]. Резонансный ход этого сечения проявляется более отчетливо при малых $|t|$. С ростом s_B сечение $\sigma_{PN}^{\text{tot}}(s_B, t)$ быстро достигает асимптотического значения:

$$\sigma_{PN}^{\text{tot}} \approx 8\pi r_{3P}(0) g_N(0) \approx 1,5 \text{ мб}. \quad (4.118)$$

Здесь $r_{3P}(t)$ — трехпомеронная вершина. В области энергии $E_a \approx (40 \div 100)$ ГэВ полное сечение pp -взаимодействия составляет

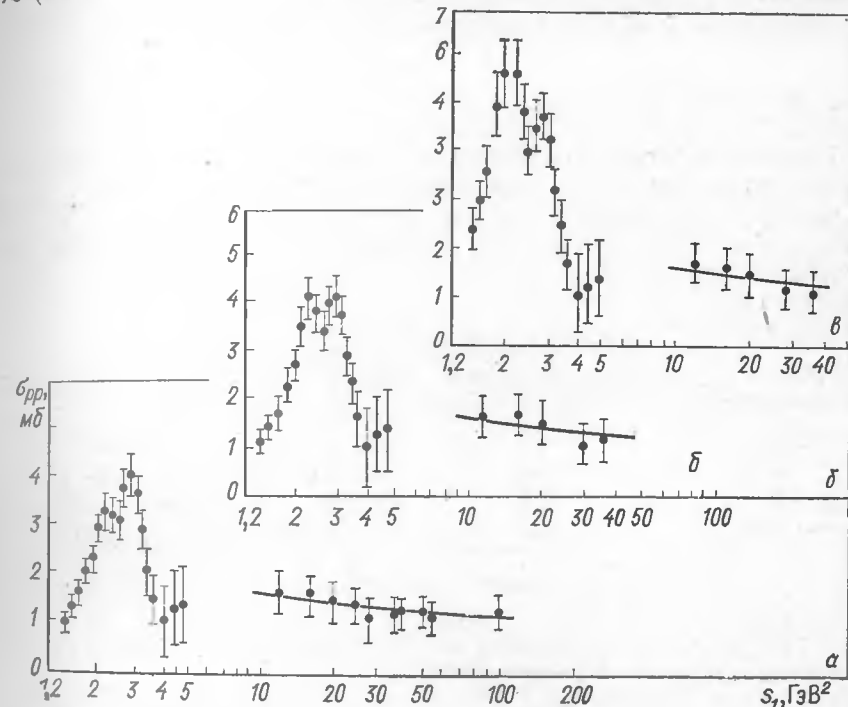


Рис. 4.12. Сечение взаимодействия померона с мишенью-помероном σ_{PP} [77] при $t = -0,15$ (а); $-0,1$ (б) и $-0,05$ ГэВ² (в) в зависимости от квадрата энергии s_1 в P_P -системе P_P -соударения

$\sigma_{PP}^{\text{tot}} \approx 40$ мб и определяется в основном однопомеронным обменом $\sigma_{PP}^{\text{tot}} \approx 8\pi g_N^2(0)$:

$$\sigma_{PN}^{\text{tot}}/\sigma_{PP}^{\text{tot}} = r_{3P}(0)/g_N(0) \approx 1/25. \quad (4.119)$$

Из этой оценки следует, что константа трехпомеронного взаимодействия $r_{3P}(0)$ меньше константы взаимодействия померона с нуклоном $g_N(0)$ более чем на порядок. Такой вывод представляет интерес для выяснения границ применимости рассмотренной ранее модели фруассарона (см. § 4.4), где не учитывался вклад адронных ливней с большой массой ($V_{SA,B} \gg M$) в амплитуду упругого рассеяния. Относительно малая величина трехпомеронной вершины позволяет считать, что ее вклад незначителен, и учитывать его в рамках теории возмущений [47, 60].

Таким образом, реджевский подход оказывается плодотворным и в применении к процессам множественного образования адронов. Предсказания этого метода качественно согласуются в областях, соответствующих лидирующим вторичным частицам, с предсказаниями мультипериферической (партонной) картины взаимодействия. Это неудивительно ввиду отмечавшейся ранее тесной связи указанных методов (см. § 3.8). Представляют значительный интерес предсказания реджевского подхода о степенном поведении инклюзивных спектров по переменной x вблизи кинематических границ.

§ 4.7. Инклюзивные спектры в центральной области

Рассмотрим модель гребенки для процесса множественного образования адронов (см. рис. 3.1, а). Выделим среди адронов гребенки одну из частиц c с быстротой y_c , заключенной в интервале $l \leq y_c \leq y_a - l$ в L -системе (l — ширина областей фрагментации, y_a — быстрота налетающего адрона). Остальные частицы гребенки объединим в группы с эффективными массами M_1 и M_2 , как указано на рис. 4.13, а. Внутренние линии с 4-импульсами $q_{1,2}$ отвечают некоторым характерным

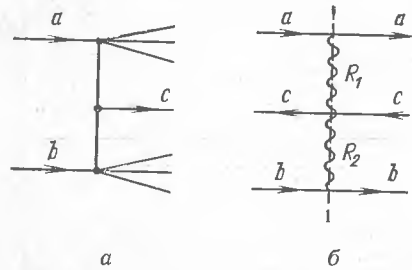


Рис. 4.13. Диаграмма образования инклюзивного адрона в центральной области спектра по переменной x в модели гребенки (а) и реджеонной модели (б)

для мультипериферической гребенки обменным состояниям, которые нет нужды здесь конкретизировать. Помимо инвариантов $s = (p_a + p_b)^2$, q_1^2 , q_2^2 вместо инвариантов M_1^2 , M_2^2 удобно ввести инварианты:

$$s_1 = (p_a + p_c)^2 \approx \frac{E_a}{E_c} m_{c\perp}^2 \approx \approx m_a m_{c\perp} e^{y_a - y_c}; \quad (4.120)$$

$$s_2 = (p_b + p_c)^2 \approx 2m_b E_c \approx \approx m_b m_{c\perp} e^{y_c}, \quad (4.121)$$

которые определены в L -системе при условиях $E_a \gg m_a$, $E_c \gg m_{c\perp}$. Произведение этих инвариантов удовлетворяет соотношению ($s \approx \approx 2m_b E_a = m_c m_b e^{y_a}$):

$$s_1 s_2 \approx m_{c\perp}^2 s. \quad (4.122)$$

Если $y_c \sim y_a/2$ и $y_a \gg 1$, то имеют место неравенства

$$m_{c\perp}^2, m_a^2, m_b^2 \ll s_1, s_2 \ll s. \quad (4.123)$$

Для вычисления инклюзивного дифференциального сечения амплитуду процесса, представленного на рис. 4.13, а, следует возвести в квадрат по модулю, умножить на инвариантные фазовые объемы вторичных адронов, разделить на фактор инвариантного потока и просуммировать по всем возможным состояниям M_1 и M_2 . В результате получается выражение, соответствующее диаграмме слева на рис. 4.14.

Разрезанная диаграмма рис. 4.14 отвечает удвоенному скачку по переменной $M^2 = (p_a + p_b + p_c)^2 = (p_a + p_b - p_c)^2$ при нулевых передачах импульса между первичными и вторичными адронами одного сорта амплитуды T_{abc} процесса трехчастичного упругого рассеяния

$$a + b + \bar{c} \rightarrow a + b + \bar{c} \quad (4.124)$$

(см. диаграмму справа на рис. 4.14).

Этот скачок $2\Delta_{M^2} T_{abc}$ при аналитическом продолжении амплитуды T_{abc} в область значений энергий античастицы $E_c \leq -m_c$, $M^2 < (m_a + m_b + m_c)^2$ оказывается равным

$$2\Delta_{M^2} T_{abc} = 2s \frac{2E_c (2\pi)^3 d^3 \sigma}{d^3 p_c}. \quad (4.125)$$

Соотношение (4.125), полученное в работах [74—76], называется обобщенной оптической теоремой для инклюзивных процессов.

Эта теорема позволяет получить для инклюзивного спектра в центральной области простое выражение. Рассмотрим диаграмму справа на рис. 4.14 в случае, когда инварианты s_1 и s_2 в процессе (4.124) велики. В этом случае процесс описывается диаграммой рис. 4.13, б, где между частицами происходит обмен разрезанными реджеонами. Разрезание реджеона означает, что в его пропагаторе следует заменить единицей сигнатурный множитель $\eta_R(t)$ (его мнимая часть при $t = 0$).

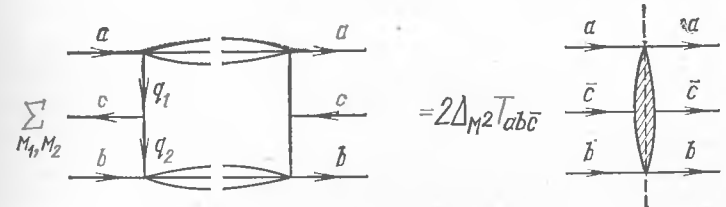


Рис. 4.14. Схематическое представление квадрата модуля амплитуды, отвечающей диаграмме рис. 4.13, а, и оптической теоремы для инклюзивных процессов в модели гребенки

В дополнение к стандартным правилам при вычислениях реджеонной диаграммы рис. 4.13, б следует ввести функцию $f_c^{R_1 R_2}(m_{c\perp}^2) = = 2\pi^2 v_c^{R_1 R_2}(m_{c\perp}^2)/m_{c\perp}^2$ для вершины $cR_1 cR_2$. Из релятивистской инвариантности следует, что эта функция — скаляр и зависит только от квадрата поперечного импульса частицы c . При продолжении инвариантов s_1 и s_2 в область инклюзивного процесса дополнительных особенностей не возникает. В результате дифференциальное сечение инклюзивного процесса в центральной части спектра записывается в виде

$$\frac{E_c d^3 \sigma}{d^3 p_c} = 8\pi \sum_{R_1, R_2} g_b^{R_1}(0) g_b^{R_2}(0) v_c^{R_1 R_2}(m_{c\perp}^2) \left(\frac{s_1}{s_0}\right)^{\alpha_{R_1}(0)-1} \left(\frac{s_2}{s_0}\right)^{\alpha_{R_2}(0)-1}, \quad (4.126)$$

где сумма берется по всем полюсам Редже, которые соответствуют вершинам aaR_1 , bbR_2 , cR_1cR_2 . В вершинах учитываются законы сохранения квантовых чисел.

Главный вклад обусловлен померонами ($R_1 = R_2 = P$). Если $\alpha_P(0) = 1$, то этот вклад

$$E_c d^3 \sigma / d^3 p_c \approx 8\pi g_a^P(0) g_b^P(0) v_c^{PP}(m_{c\perp}^2) = v_c^{PP}(m_{c\perp}^2) \sigma_{ab}^{\text{tot}} \quad (4.127)$$

или

$$E_c d^3 N / d^3 p_c \approx v_c^{PP}(m_{c\perp}^2). \quad (4.128)$$

Таким образом, функция $v_c^{PP}(m_{c\perp}^2)$ характеризует плотность распределения вторичных частиц в центральной части спектра при фиксированном значении $p_{c\perp}$. Интегрируя (4.128) по $p_{c\perp}$, находим:

$$dN/dy_c = \int v_c^{PP}(m_{c\perp}^2) d^2 p_{c\perp} = v_{c0}^{PP} \approx \text{const}. \quad (4.129)$$

Таким образом, из оценки диаграммы рис. 4.13, б с померонными обменами ($R_1 = R_2 = P$) следует, что центральная часть спектра имеет вид плато и не зависит от энергии. Этот результат соответствует выводам мультипериферической модели с одной гребенкой [см. (3.16)].

В рамках реджевского подхода результаты (4.127), (4.129) можно уточнить, учитывая полюса с «пересечениями» $\alpha_R(0) \approx 0,5$. В этом случае в сумме (4.126) главные поправочные слагаемые пропорциональны:

$$(s_1/s_0)^{\alpha_P(0)-1} (s_2/s_0)^{\alpha_R(0)-1}$$

и

$$(s_1/s_0)^{\alpha_R(0)-1} (s_2/s_0)^{\alpha_P(0)-1}.$$

При $s_1 \sim s_2$, $\alpha_R(0) \approx 0,5$ и $\alpha_P(0) = 1$ эти вклады медленно убывают с ростом энергии по закону $(s_a/s)^{1/4}$ [см. формулу (4.126)].

Эти предказания имеют приближенный характер. В области высоких энергий у нас нет оснований полагать, что множественные процессы описываются моделью испускания одной мультипериферической гребенки. Нужно учитывать вклад от образования многих мультипериферических гребенок, что изменит полученные выше результаты, особенно если пересечение померона $\alpha_P(0) > 1$.

§ 4.8. Процессы многократного образования мультипериферических гребенок и дифракционные процессы с учетом перерассейний

При высоких энергиях наряду с процессом образования одной мультипериферической гребенки вклад в сечение неупругого взаимодействия дают более сложные процессы, часть которых представлена на рис. 4.15 [78]. Диаграммы рис. 4.15, а и б учитывают поправки соответственно на многократное упругое и неупругое перерасcеяние адронов к простейшей мультипериферической модели (см. рис. 3.1, а) и поправки к процессам дифракционного образования адронных ливней; диаграммы рис. 4.15, в описывают процесс образования двух гребенок

с учетом всех упругих и неупругих перерасcеяний. Более сложные диаграммы отвечают образованию более чем двух мультипериферических гребенок и дифракционных адронных ливней. Амплитуды T_a , T_b , T_v (и других процессов множественного образования, соответствующих диаграммам рис. 4.15) практически не интерферируют друг с другом, поскольку вторичные частицы в этих процессах образуются в разных

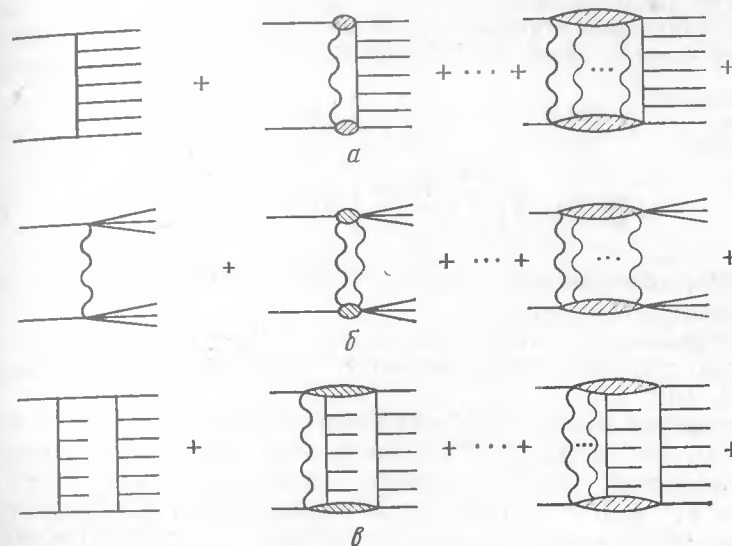


Рис. 4.15. Диаграммы образования мультипериферических гребенок и дифракционного образования ливней с учетом перерасcеяний

кинематических областях. Вклад подобных процессов в сечение неупругих процессов символически можно представить в виде суммы:

$$\sigma_{inel} \sim T_a T_a^* + T_b T_b^* + T_v T_v^*. \quad (4.130)$$

Результат вычисления суммы таких слагаемых выражается после интегрирования по фазовым объемам диаграммой, представленной на рис. 4.16, а. Разрезы k реджеонов отвечают образованию k мультипериферических гребенок; при этой операции некоторое число реджеонов может оказаться неразрезанным (это поправки на упругое перерасcеяние). Разрезы между реджеонами соответствуют образованию дифракционных адронных ливней. Разрезы обоих типов отвечают образованию нескольких гребенок и нескольких дифракционных ливней с учетом упругих перерасcеяний (неразрезанные реджеоны).

Сумма диаграмм со всевозможными разрезами и любым числом разрезанных и неразрезанных реджеонов (включая упругое рассеяние) равна удвоенному скачку амплитуды упругого рассеяния на угол ноль на правом разрезе по переменной $s = (p_a + p_b)^2$:

$$2\Delta_s T(s, 0) = 2s\sigma_{tot}(s), \quad (4.131)$$

который, согласно оптической теореме, удовлетворяет соотношению (4.131). Можно рассмотреть и более общий случай диаграмм рис. 4.16, *a* с разрезами, полагая $p'_a \neq p_a$, $p'_b \neq p_b$. Тогда сумма диаграмм рис. 4.16, *a* есть удвоенный скачок упругой амплитуды при $t \neq 0$: $2\Delta_s T(s, t)$.

Вычисление $2\Delta_s T(s, t)$ на основе диаграмм вида рис. 4.16, *a* можно провести следующим образом. Заметим, что аналогичная неразрезанная диаграмма определяется выражением (4.48) (рассмотрим важнейший случай, когда все обмениваемые реджеоны — помероны):

$$\frac{iT^{(n)}(s, t)}{8\pi s} = iM^{(n)}(s, t) = \frac{1}{[n!]} \int [iM^{(1)}(s, t_1)] \dots [iM^{(1)}(s, t_n)] \times \\ \times C_{ab}^{(n)}(\{q_{j\perp}\}) \left(\prod_{j=1}^n \frac{d^2 q_{j\perp}}{\pi} \right) \pi \delta^{(2)} \left(q_{\perp} - \sum_{j=1}^n q_{j\perp} \right), \quad (4.132)$$

n — число обмениваемых померонов; $M^{(1)} = T^{(1)}(8\pi s)^{-1}$; $T^{(1)}$ — амплитуда однопомеронного обмена.

Диаграммы, представленные на рис. 4.16, *a*, отличаются от неразрезанных диаграмм лишь незначительным изменением множителей $[iM^{(1)}(s, t_j)]$.

Рассмотрим вначале наиболее простую диаграмму с двумя померонами (см. рис. 4.16, *б*). Разрезание этой диаграммы соответствует замене амплитуд рассеяния померон-адрон (a и b) $F_a^{(2)}$ и $F_b^{(2)}$ на их скачки $\Delta F_a^{(2)}$ и $\Delta F_b^{(2)}$ на разрезах по переменным s_A, s_B . Следовательно, при разрезании между реджеонами $C_{ab}^{(2)}(\{q_{j\perp}\})$ не изменяется, поскольку она вещественна и определяется этими скачками [см. (4.46)–(4.48)]. Кроме того, разрезание означает, что часть диаграммы справа от разреза должна быть взята в комплексно-сопряженном виде, так как именно в таком виде она входит в соотношение унитарности. Физический смысл разрезания диаграммы между реджеонами соответствует учету вклада процессов дифракционного образования двух адронных ливней в соотношении унитарности. На рис. 4.16, *в* справа операция разрезания диаграммы между реджеонами показана в «объемной» форме на примере теории с лагранжианом взаимодействия $\lambda\varphi^3/3!$. Крестики на линиях частиц означают, что частицы являются физическими; звездочка около лестницы или у символа померона означает, что множитель $iM^{(1)}(s, t_2)$ в формуле (4.132) должен быть взят комплексно-сопряженным. Множитель $+i$ перед левой частью формулы (4.132) сокращается с мнимой единицей в определении скачка амплитуды. Символически вклад разрезанной диаграммы рис. 4.16, *в* в скачок амплитуды на правом разрезе можно изобразить в виде

$$2\Delta M_0^{(2)}(s, t) = [iM^{(1)}(s, t_1) (iM^{(1)}(s, t_2))^*] + \\ + [iM^{(1)}(s, t_2) (iM^{(1)}(s, t_1))^*], \quad (4.133)$$

где опущены символы интегрирования по поперечным импульсам обмениваемых померонов и вещественные функции вершин взаимодействия померонов с адронами a и b . Второе слагаемое в (4.133) учитывает ди-

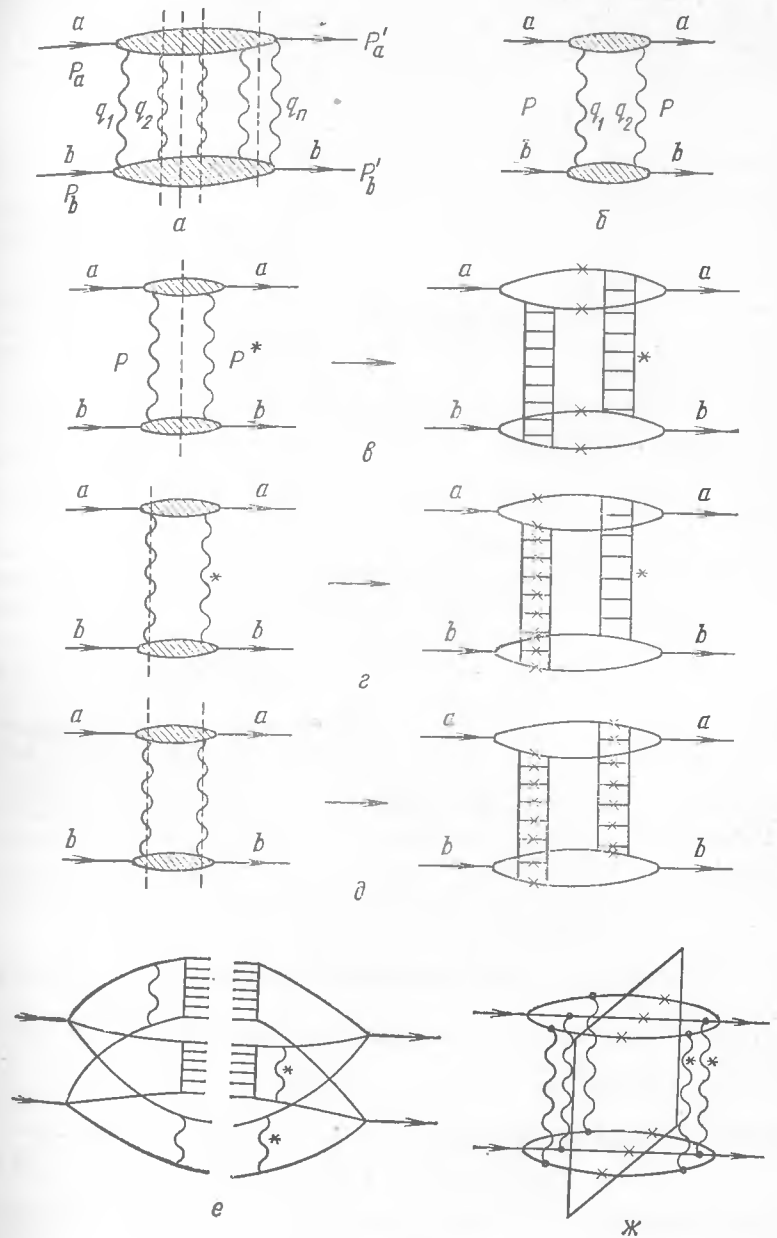


Рис. 4.16. Схематическое изображение различных вкладов в сечение неупругих процессов с учетом многократного образования мультипериферических гребенок и перерассеяний

аграмму с перестановкой реджеонов с 4-импульсами q_1, q_2 на рис. 4.16, б. Индекс нуль у скачка амплитуды $\Delta M_0^{(2)}(s, t)$ означает, что разрез проведен между реджеонами. Выражение (4.133) можно представить как

$$2\Delta M_0^{(2)}(s, t) = 2 [\operatorname{Re} M^{(1)}(s, t_1) \operatorname{Re} M^{(1)}(s, t_2) + \operatorname{Im} M^{(1)}(s, t_1) \operatorname{Im} M^{(1)}(s, t_2)]. \quad (4.134)$$

Рассмотрим теперь диаграмму рис. 4.16, з с одним разрезанным реджеоном. Разрезание реджеона означает, что множитель $iM^{(1)}(s, t_1)$ заменяется на $2\Delta M^{(1)}(s_1, t_1) = 2 \operatorname{Im} M^{(1)}(s_1, t_1)$, а все множители $[iM^{(1)}(s, t_j)]$ для реджеонов, расположенных справа от разреза, на комплексно-сопряженные. В результате для вклада в условие унитарности от диаграмм с двумя обмениваемыми реджеонами, один из которых разрезан, получаем

$$2\Delta M_0^{(2)}(s, t) = [(2 \operatorname{Im} M^{(1)}(s, t_1)) (iM^{(1)}(s, t_2))^* + (2 \operatorname{Im} M^{(1)}(s, t_1)) (iM^{(1)}(s, t_2)) + (2 \operatorname{Im} M^{(1)}(s, t_2)) (iM^{(1)}(s, t_1))^* + (2 \operatorname{Im} M^{(1)}(s, t_2)) (iM^{(1)}(s, t_1))]. \quad (4.135)$$

Здесь учтено, что неразрезанный реджеон может находиться как слева, так и справа от разрезанного и обмениваемые реджеоны можно переставить местами. Окончательно выражение (4.135) представляется в виде

$$2\Delta M_1^{(2)}(s, t) = -8[\operatorname{Im} M^{(1)}(s, t_1) \operatorname{Im} M^{(1)}(s, t_2)], \quad (4.136)$$

где индекс 1 у скачка амплитуды означает, что один из обмениваемых реджеонов разрезан. Вклад (4.136) обусловлен, как нетрудно видеть из «объемной» диаграммы рис. 4.16, з, интерференцией процессов с испусканием одной гребенки с одним перерасеянием и без перерасеяния. Рассмотрим, наконец, диаграмму рис. 4.16, д, где оба реджеона разрезаны — так учитывается вклад в условие унитарности от процесса образования двух гребенок. Эта диаграмма вычисляется просто заменой

$$iM^{(1)}(s, t_i) \rightarrow 2 \operatorname{Im} M^{(1)}(s, t_i); \quad 2\Delta M_2^{(2)}(s, t) = 4[\operatorname{Im} M^{(1)}(s, t_1) \operatorname{Im} M^{(1)}(s, t_2)]. \quad (4.137)$$

Индекс 2 у скачка амплитуды означает разрезание двух обмениваемых реджеонов.

Сумма всевозможных разрезов приводит к скачку

$$2\Delta M^{(2)}(s, t) = 2 \operatorname{Im} M^{(2)}(s, t) = 2 [\operatorname{Re} M^{(1)}(s, t_1) \operatorname{Re} M^{(1)}(s, t_2) - \operatorname{Im} M^{(1)}(s, t_1) \operatorname{Im} M^{(1)}(s, t_2)]. \quad (4.138)$$

Этот результат (с учетом его символического вида), как нетрудно проверить, совпадает с результатом непосредственного вычисления $\operatorname{Im} M^{(2)}(s, t)$ из формулы для $M^{(2)}(s, t)$ [см. (4.39)].

Рассмотрим далее вклады в условие унитарности от диаграмм с обменом n реджеонами (см. рис. 4.16, а), из которых k разрезаны. Это — вклады от процессов образования k мультипериферических гребенок.

Пусть сначала $k \neq 0$. Разрезание реджеонов, согласно предыдущему рассмотрению, приводит к появлению множителя

$$\prod_{i=1}^k 2 \operatorname{Im} M^{(1)}(s, t_i). \quad (4.139)$$

Неразрезанные реджеоны могут находиться как справа, так и слева от плоскости разреза (см. рис. 4.16, е), что приводит к появлению сомножителя

$$\prod_{m=k+1}^n [(iM^{(1)}(s, t_m) + (iM^{(1)}(s, t_m))^*] = \prod_{m=k+1}^n [-2 \operatorname{Im} M^{(1)}(s, t_m)]. \quad (4.140)$$

В результате перемножения множителей (4.139), (4.140) и суммирования по всем возможным наборам разрезанных реджеонов находим

$$2\Delta M_k^{(n)}(s, t) = \left[\sum_{\{k\}} \prod_{i=1}^n (-1)^{n-k} 2 \operatorname{Im} M^{(1)}(s, t_i) \right]. \quad (4.141)$$

Все слагаемые в сумме (4.153) одинаковы, поэтому суммирование сводится к умножению произведения мнимых частей однореджеонных амплитуд на число способов разрезания k реджеонов из n :

$$C_n^k = n! / k!(n-k)!$$

Окончательно получаем вклад в скачок амплитуды с n -реджеонным обменом от k разрезов ($n \geq k > 0$):

$$2\Delta M_k^{(n)}(s, t) = (-1)^{n-k} 2^n C_n^k \left[\prod_{i=1}^n \operatorname{Im} M^{(1)}(s, t_i) \right]. \quad (4.142)$$

При $k = 0$ разрез многореджеонной диаграммы проходит между обмениваемыми реджеонами (см. рис. 4.16, ж). В этом случае часть реджеонов оказывается слева от разреза, а часть справа. Поскольку реджеоны можно переставлять местами, такой разрез диаграммы приводит к вкладу в скачок амплитуды вида

$$2\Delta M_0^{(n)}(s, t) = \prod_{i=1}^n [iM^{(1)}(s, t_i) + (iM^{(1)}(s, t_i))^*] - \prod_{i=1}^n [iM^{(1)}(s, t_i)] - \prod_{i=1}^n [(iM^{(1)}(s, t_i))^*]. \quad (4.143)$$

Соотношение (4.143) преобразуется к виду

$$2\Delta M_0^{(n)}(s, t) = (-2)^n \left[\prod_{i=1}^n \operatorname{Im} M^{(1)}(s, t_i) \right] + 2 \operatorname{Im} \left[-i \prod_{i=1}^n (iM^{(1)}(s, t_i)) \right]. \quad (4.144)$$