

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
МОСКОВСКИЙ ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

---

**ВВЕДЕНИЕ В ФИЗИКУ  
ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ**

Под редакцией Ю.Ц. Оганесяна

*Рекомендовано УМО «Ядерные физика и технологии»  
в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений*

Москва 2008

УДК 539.1 (075)  
ББК 22.38я7  
В24

**Введение в физику тяжелых ионов:** Учебное пособие / Под. ред.  
Ю.Ц. Оганесяна. М.: МИФИ, 2008. – 424 с.

Авт.: Ю.П. Гангский, В.А. Григорьев, В.М. Емельянов, К.О. Лапидус,  
Ю.Ц. Оганесян, Ю.Э. Пенюжжевич, Ю.В. Пятков.

Представленное учебное пособие рассчитано на студентов старших курсов и аспирантов, специализирующихся в области ядерной физики. В пособии систематически изложены основные типы реакций тяжелых ионов. Обсуждаются как классические направления исследований при энергиях до 100 МэВ/нуклон, так и актуальные проблемы ультррелятивистской ядерной физики. Рассматриваются современные детекторы, применяемые при изучении реакций тяжелых ионов, а также избранные вопросы обработки экспериментальных данных физического эксперимента.

Рецензент канд. физ.-мат. наук Ю.Б. Гуров

*Подготовлено в рамках Инновационной образовательной программы МИФИ*

ISBN 978-5-7262-1033-9

© *Московский инженерно-физический институт  
(государственный университет), 2008*

Редактор *Т.В. Волвенкова*

---

Подписано в печать 11.11.2008  
Объем 26,5 п.л. Уч. изд. л. 26,5  
Изд. №1/17

Формат 60x84 1/16  
Тираж 150 экз.  
Заказ

---

Московский инженерно-физический институт (государственный университет).  
115409, Москва, Каширское шоссе, 31.

Типография издательства «Троянт», г. Троицк, Московская область

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	7
<b>1. Развитие ускорительной техники тяжелых ионов.....</b>	<b>10</b>
1.1. Современные ускорители заряженных частиц.....	10
1.2. Классификация и развитие методов ускорения.....	11
1.3. Циклотроны.....	16
1.4. Синхротроны.....	20
1.5. Линейные ускорители.....	23
1.6. Ускорители со встречными пучками.....	25
1.7. Ускорители тяжелых ионов.....	26
1.8. Ускорение радиоактивных ядер.....	29
<b>2. Взаимодействие сложных ядер.....</b>	<b>34</b>
2.1. Особенности реакций с тяжелыми ионами.....	34
2.2. Классификация реакций с тяжелыми ионами.....	37
2.3. Описание процесса взаимодействия иона с ядром.....	39
<b>3. Кулоновское возбуждение ядерных уровней тяжелыми ионами.....</b>	<b>48</b>
3.1. Классическое рассмотрение.....	48
3.2. Результаты измерений.....	51
3.3. Возбуждение электрических октупольных колебаний	53
3.4. Каскадное кулоновское возбуждение.....	54
3.5. Эффект реориентации.....	56
3.6. Информация о структуре ядра, полученная из исследования кулоновского возбуждения.....	59

<b>4. Упругое рассеяние тяжелых ионов на ядрах.....</b>	<b>61</b>
4.1. Описание процесса рассеяния.....	61
4.2. Радужное рассеяние.....	68
4.3. Дифракция Френеля и Фраунгофера.....	71
<b>5. Реакции прямого взаимодействия.....</b>	<b>74</b>
5.1. Реакции передачи малого числа нуклонов.....	75
5.2. Ядерные реакции глубоконеупругих передач.....	81
<b>6. Реакции слияния ядер.....</b>	<b>93</b>
6.1. Общая характеристика реакций слияния.....	93
6.2. Закономерности сечения слияния.....	97
6.3. Феноменологическое описание слияния ядер.....	99
6.4. Расчеты траектории слияния.....	101
6.5. Ядро-ядерный потенциал.....	103
6.6. Распад составного ядра.....	105
<b>7. Деление ядер тяжелыми ионами.....</b>	<b>109</b>
7.1. Основные представления о процессе деления.....	109
7.2. Превращения энергии при делении.....	114
7.3. Свойства осколков деления.....	116
7.4. Особенности деления ядер тяжелыми ионами.....	124
7.5. Деление высоковозбужденных ядер.....	125
7.6. Деление ядер с большим угловым моментом.....	129
7.7. Спонтанное деление трансурановых элементов.....	134

<b>8. Синтез новых элементов в реакциях с тяжелыми ионами</b> .....	136
8.1. Пути получения новых элементов.....	136
8.2. Сколько может быть химических элементов?.....	137
8.3. Реакции синтеза тяжелых элементов.....	143
8.4. Ожидаемые свойства.....	147
8.5. Постановка эксперимента.....	149
8.6. Экспериментальные результаты (физический опыт)....	150
8.7. Перспективы.....	154
8.8. Поиск сверхтяжелых элементов в природе.....	157
<b>9. Ультрарелятивистские столкновения тяжелых ионов</b> .....	161
9.1. Феноменологические модели свойств ядерного вещества при высоких плотностях энергии.....	161
9.2. Сжатая и нагретая адронная материя в столкновениях релятивистских тяжелых ионов.....	179
9.3. Корреляции между поперечной энергией и прицельным параметром в столкновениях релятивистских тяжелых ионов.....	198
9.4. Экспериментальные сигналы образования нагретой и сжатой ядерной материи в столкновениях релятивистских тяжелых ионов.....	204
9.5. Ультрапериферические ядро-ядерные столкновения.....	257

<b>10. Современные детекторы ядерного излучения.....</b>	<b>270</b>
10.1. Взаимодействие заряженных и нейтральных частиц с веществом.....	270
10.2. Газонаполненные детекторы.....	282
10.3. Кристаллические и полупроводниковые детекторы...	302
10.4. Сцинтилляционные детекторы.....	309
10.5. Черенковские детекторы.....	324
10.6. Электромагнитные и адронные калориметры.....	346

## **11. Избранные вопросы обработки**

<b>экспериментальных данных.....</b>	<b>356</b>
11.1. Оценки и их свойства.....	356
11.2. Метод Монте-Карло.....	359
11.3. Проверка статистических гипотез.....	366
11.4. Метод наименьших квадратов.....	374
11.5. Апостериорное улучшение разрешения измерительного тракта (восстановление спектров).....	387

## **Приложения**

Приложение 1. Связь между лабораторной системой координат и системой центра масс.....	401
Приложение 2. Квантовые характеристики ядерных уровней.....	406
Приложение 3. Основы квантовой хромодинамики.....	417

## ВВЕДЕНИЕ

Физика тяжелых ионов стала в последние годы одним из основных направлений науки об атомном ядре. Тяжелые ионы — это ионы элементов с  $Z > 2$  и  $A > 4$  (тяжелее гелия). Взаимодействие тяжелых ионов с ядрами характеризуется коренной перестройкой участвующих в реакции ядерных систем, содержащих сотни нуклонов. Все это приводит к разнообразию каналов реакции — путей, по которым проходят изменения взаимодействующих ядер. При этом может происходить как полное слияние иона с ядром, так и передача от иона к ядру или наоборот различного числа нуклонов (от одного до нескольких десятков или целого сгустка ядерной материи). Образующаяся ядерная система может быть неустойчивой и распасться за очень короткое время ( $\sim 10^{-20}$  с), а может достигнуть теплового равновесия и существовать очень большое по ядерным масштабам время. Распад этой системы может быть связан как с эмиссией отдельных нуклонов, так и с развалом ее на две примерно равные части. Таким образом, изучение ядерных реакций с тяжелыми ионами позволяет получать важные данные о коллективном ядерном движении большой амплитуды, которая характеризуется предельно большим изменением ядерной формы, сильным и неоднократным перераспределением энергии между различными степенями свободы системы.

В настоящее время известно очень мало о движении такого масштаба в ядрах. В особенности мало сведений о динамике крупномасштабных изменений формы ядра, и в частности о связи между коллективным движением многих нуклонов ядра и движением отдельных его частиц. Ядерные реакции, вызываемые легкими частицами, не позволяли исследовать эти процессы, и только с появлением пучков ускоренных тяжелых ионов появились условия для их детального изучения.

При столкновении тяжелых ионов с ядрами в полной мере проявляется столь интересное и важное свойство ядерного вещества, как его вязкость. Это свойство характеризует интенсивность обмена энергии между коллективными степенями свободы, описывающими геометрическую форму ядра в целом, и внутренними степенями свободы, определяющими движение отдельных нуклонов относительно фиксированной формы. Получение данных о величине ядерной вязкости, о ее зависимости от энергии возбуждения, нуклонного состава ядра имеет принципиально важное значение для понимания динамики взаимодействия тяжелых ионов с ядрами, в частности для решения вопроса о возможности слияния наиболее

тяжелых ядер и о величине энергии возбуждения образовавшейся составной системы.

Уникальные свойства тяжелых ионов позволяют получать и исследовать ядра, существенно отличающиеся от известных по нуклонному составу, либо находящиеся в необычных состояниях. Исключительное многообразие ядерных реакций с тяжелыми ионами, огромное число возможных комбинаций ион — ядро мишени открывают благоприятные перспективы для получения изотопов известных элементов с большим избытком или недостатком нейтронов, лежащих на границе, или даже за границей нуклонной стабильности. Только в реакциях с тяжелыми ионами можно получать ядра с атомным номером на 20-30 единиц больше, чем самые тяжелые ядра мишени. Поэтому такие реакции являются единственным способом получения новых трансурановых элементов. Известно, что стабильность этих элементов быстро падает с ростом их атомного номера. С точки зрения классических представлений, заложенных Н. Бором и Дж. Уилером, тяжелое ядро с  $Z > 110$  становится абсолютно неустойчивым по отношению к спонтанному делению (его время жизни должно составлять всего  $\sim 10^{-20}$  с).

Однако оболочечная структура ядер может существенно повысить его стабильность. Исследования свойств трансурановых элементов с  $Z > 104$  показали, что их времена жизни по отношению к спонтанному делению уменьшаются значительно медленнее, чем это следует из классических представлений. Теоретические расчеты, учитывающие оболочечную структуру ядер, объясняют это и предсказывают существование области стабильных тяжелых ядер вблизи замкнутых оболочек из 114 протонов и 184 нейтронов. Последние расчеты показывают также повышение стабильности ядер в районе  $N = 162$ . Синтез этих ядер, возможный в реакциях с тяжелыми ионами, позволяет ответить на этот вопрос, чрезвычайно важный для проверки наших представлений о структуре ядра. Эксперименты, выполненные недавно в Объединенном институте ядерных исследований в г. Дубне (Россия) и в Центре по исследованиям с тяжелыми ионами в г. Дармштадте (Германия), в которых были синтезированы новые элементы с атомными номерами от 108 до 118, подтвердили существование такой области стабильности ядер.

Тяжелые ионы позволяют также получать ядра с очень высокой энергией возбуждения до 300–400 МэВ и с предельно большим угловым моментом, т. е. «бешено» вращающиеся ядра.



Это позволяет исследовать эволюцию формы и внутренней структуры ядра в зависимости от их температуры или частоты вращения.

Подводя некоторый итог сказанному в целом, можно отметить, что физика тяжелых ионов — это, прежде всего, физика экстремальных ядерных состояний и физика ядерных превращений, происходящих в экстремальных условиях. В этом ее своеобразие и основное достоинство.

Вместе с тем использование тяжелых ионов не только создает прочную основу для успешного развития фундаментальных исследований по физике атомного ядра, но и открывает уникальные возможности для решения многих актуальных прикладных задач в различных областях техники, технологии, биологии, медицины. В качестве одного из примеров можно привести радиационное воздействие ускоренных тяжелых ионов на вещество. Высокие удельные потери энергии ионов при их прохождении через вещество вызывают сильную деструкцию материалов при очень слабом уровне наведенной радиоактивности.

Это открывает широкие возможности использования тяжелых ионов для моделирования радиационных повреждений, вызываемых быстрыми нейтронами в конструкционных материалах атомных реакторов, а также в будущих термоядерных установках. Число таких примеров можно значительно умножить — это и легирование полупроводниковых материалов, и производство ядерных фильтров, которые можно отнести к нанотехнологиям, и получение радиоактивных изотопов для медицины. В настоящее время в целом ряде стран имеются научные центры, где работают уже несколько десятков ускорителей, на которых получены интенсивные пучки ионов с энергиями до нескольких тысяч МэВ/нуклон. На пучках этих ионов проводится широкий круг исследований, как фундаментальных, так и прикладных. В настоящем пособии представлено одно из основных направлений таких исследований — ядерные реакции, вызываемые тяжелыми ионами низких, средних (до нескольких десятков МэВ/нуклон) и высоких (релятивистских) энергий (до нескольких сотен ГэВ/нуклон).

# 1. РАЗВИТИЕ УСКОРИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ

## 1.1. Современные ускорители заряженных частиц

Ускорители заряженных частиц используются для ускорения элементарных частиц или ионов, имеющих определенный электрический заряд. К ускорителям элементарных частиц относятся электронные и протонные ускорители. На ионных ускорителях получают пучки дейтронов, тритонов, альфа-частиц, а также тяжелых ионов вплоть до урана с разным электрическим зарядом. Важной характеристикой ускорителя является энергия, до которой ускоряются частицы и ионы. В соответствии с соотношением Эйнштейна, энергия связана с массой  $E = mc^2$ , где  $c$  — скорость света, равная 299792 км/с. В физике ускорителей одни и те же единицы используются для массы частиц, их потенциальной и кинетической энергии. Электронвольт (эВ) в этом случае является фундаментальной единицей массы и энергии. В ускорительной физике используются следующие единицы:

$$1 \text{ килоэлектронвольт} - 1 \text{ кэВ} = 10^3 \text{ эВ}$$

$$1 \text{ мегаэлектронвольт} - 1 \text{ МэВ} = 10^6 \text{ эВ} = 1000 \text{ кэВ}$$

$$1 \text{ гигаэлектронвольт} - 1 \text{ ГэВ} = 10^9 \text{ эВ} = 1000 \text{ МэВ}$$

$$1 \text{ тераэлектронвольт} - 1 \text{ ТэВ} = 10^{12} \text{ эВ} = 1000 \text{ ГэВ}$$

В соответствии с законами квантовой механики длина волны частицы с массой  $m$  и скоростью  $v$  определяется выражением:  $\lambda = \frac{\hbar}{mv}$ .

Для ионов с массовым числом  $A$  и энергией  $E$  в МэВ/нуклон это выражение имеет вид:

$$\lambda \text{ (фм)} = \frac{4,55}{A\sqrt{E}} \text{ (1 фм} = 10^{-13} \text{ см)}. \quad (1.1)$$

Таким образом, длина волны, соответствующая ускоряемой частице, обратно пропорциональна ее энергии. Поэтому для исследования микрообъектов необходимо иметь энергии частиц, сравнимые с размером этих объектов. Для исследования ядер и нуклонов необходимы энергии в диапазоне  $1 \text{ МэВ} < E < 1 \text{ ГэВ}$ , для исследования кварковой структуры бомбардирующей частицы необходимо

ускорять до энергий  $E = 1 \text{ ГэВ} - 1 \text{ ТэВ}$  и более. В соответствии с этими задачами и определяется выбор того или иного ускорителя.

Ускорители бывают низких, средних и высоких энергий. Ускорители низких энергий получают пучки заряженных частиц в диапазоне  $10-100 \text{ МэВ}$  и используются в физических экспериментах по изучению реакций упругого рассеяния, с помощью которых исследуется структура ядер, а также реакций вблизи кулоновского барьера взаимодействия. Как правило, такие ускорители основаны на резонансном принципе ускорения и имеют хорошее энергетическое разрешение ( $\Delta E/E \leq 10^{-3}$ ). Ускорители средних энергий имеют пучки с энергией  $100-1000 \text{ МэВ}$  и используются для изучения нуклон-нуклонных взаимодействий, а также роли обменных  $\pi$ -мезонов в формировании ядерных сил. Ускорители высоких энергий имеют пучки с энергией  $1 \text{ ГэВ}$  и выше и используются для получения новых частиц и изучения их свойств.

## 1.2. Классификация и развитие методов ускорения

Первая ядерная реакция была осуществлена с использованием простого электростатического ускорителя в 1932 году Кокрофтом и Уолтоном в Кэмбридже. В этом ускорителе протоны ускорялись до энергии  $150 \text{ кэВ}$ . Через несколько лет после этого американский ученый Ван де Грааф создал *электростатический генератор*, в котором использовался высоковольтный источник (кондуктор) для ускорения частиц. Этот тип ускорителя работает во многих ядерно-физических лабораториях. Развитием электростатических генераторов явился *тандем Ван де Графа*. В этих типах ускорителей происходит перезарядка получаемых в источнике положительно заряженных ионов в отрицательные, которые ускоряются в первой секции тандема. Затем в районе положительно заряженного кондуктора отрицательные ионы перезаряжаются, и происходит второй этап ускорения. В современных тандемах Ван де Граафа напряжение на кондукторе достигает  $25 \text{ МэВ}$ , что позволяет получать пучки ускоренных ионов с энергией до нескольких мегаэлектронвольт на нуклон. Для увеличения этой энергии иногда тандем используется в качестве инжектора для другого постускорителя, что позволяет

почти на порядок увеличить энергию. В таблице 1.1 представлены параметры пучков Окриджского (США) тандема.

Таблица 1.1

Ускоряемый ион	Тандем		Тандем + циклотрон	
	Энергия, МэВ	Ток <sup>*)</sup> , (нА)	Энергия, МэВ	Ток <sup>*)</sup> , (нА)
<sup>9</sup> Be	17	9	152	2,3
<sup>16</sup> O	39	18	404	1,9
<sup>58</sup> Ni	142	29	889	6,4
<sup>116</sup> Cd	112	5	494	0,2

Из таблицы видно, что энергии и интенсивности пучков ионов в тандемах не велики. Их преимущество — высокая стабильность и энергетическое разрешение ( $\Delta E/E \sim 10^{-4}$ ), что является определяющим параметром при исследовании структуры ядер. Дальнейшее повышение напряжения на кондукторе тандема, а, следовательно, и энергии пучка ионов связано с большими трудностями из-за электрических пробоев. Эти проблемы решаются в *линейных высокочастотных ускорителях*. В этом типе ускорителя ускоряемая частица проходит по прямой траектории через многочисленные электроды. Ускорение частиц осуществляется в пространстве между электродами. Ускоряемое напряжение подается попеременно на кольцевые электроды с частотой, соответствующей скорости пролета частицы межэлектродного пространства. Несмотря на то, что линейные ускорителя позволяют ускорять заряженные частицы до энергии несколько гигаэлектронвольт, это требует громадных линейных размеров ускорителей. Так, линейный ускоритель электронов в Стэнфорде (США) на энергию 35 ГэВ имеет длину 3200 м. Поэтому следующим этапом в развитии ускорителей явилось использование циклических ускорителей — *циклотронов*. В этих ус-

<sup>\*)</sup> Приводится ток пучка ионов для однозарядных ионов. Чтобы получить полный ток, надо это значение уменьшить на ионный заряд.

корителях, в отличие от линейных, ускоряемые ионы многократно пересекают ускоряющие электроды (дуанты). В ускоряемом пространстве ионы удерживаются перпендикулярным магнитным полем (рис. 1.1).

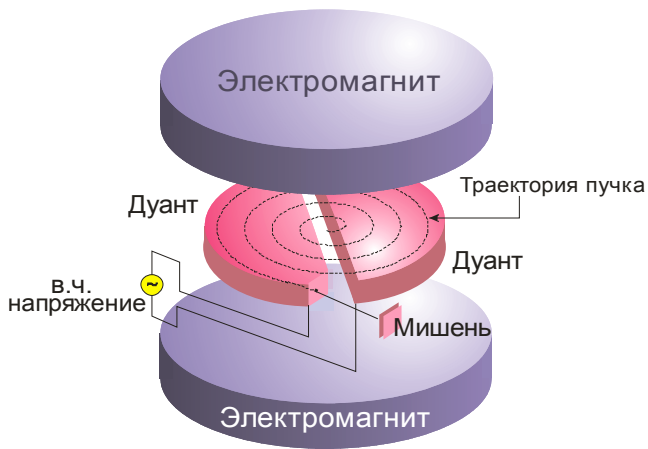


Рис. 1.1. Схема циклического ускорителя

Ускоряемые частицы инжектируются из специального источника в центр вакуумной камеры ускорителя. Стартуя из центра и ускоряясь между дуантами дважды за один оборот, частицы двигаются по спирали, наращивая с каждым оборотом свою энергию. Изменение напряжения на дуантах соответствует полуобороту частицы по спирали траектории, что точно синхронизовано с частотой прохождения частицы через ускоряющий промежуток. Диаметры магнитных полюсов современных циклотронов достигают нескольких метров (4 м циклотроны в Дубне) и энергии ускоряемых ионов до нескольких гигаэлектронвольт. Однако масса ускоряемых частиц растет пропорционально их скорости, что накладывает ограничения на циклотронный метод ускорения при высоких энергиях, особенно для легких частиц — электронов, протонов.

Проблемы получения электронов высоких энергий были решены с помощью *бетатронов*. В бетатроне тороидальная вакуумная камера расположена между полюсами электромагнита. В отличие от циклотрона, бетатрон не имеет ускоряющих высокочастотных

электродов. Магнитное поле в бетатроне выполняет две функции. Во-первых, магнитное поле создает для электронов круговое орбитальное движение и, во-вторых, индуцирует потенциал, который имеет тангенциальную направленность к орбите электронов и ускоряет их. В современных бетатронах электроны ускоряются до энергии 100 МэВ. Они отличаются относительной простотой и компактностью, что делает их незаменимыми в прикладных исследованиях. Следующим шагом в развитии ускорителей высоких энергий явилось открытие автофазировки, сделанное независимо российским ученым Векслером и американским Макмиланом. Эта идея нашла воплощение в *синхротроне*, в котором частицы ускоряются высокочастотным ускоряющим потенциалом в возрастающем магнитном поле (рис. 1.2).

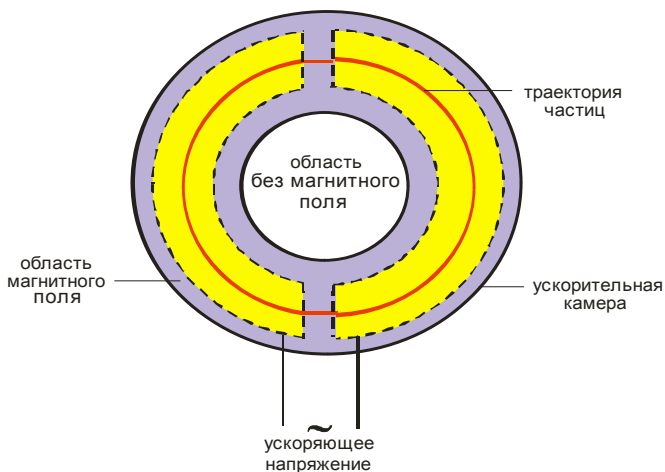


Рис. 1.2. Схема синхротрона

Этот метод ускорения открыл новые перспективы в технике ускорения заряженных частиц и позволил сконструировать два типа ускорителей — электронный синхротрон и протонный синхротрон, который используется также для ускорения тяжелых ионов. Современные протонные синхротроны позволяют получить пучки протонов с энергиями 1000 ГэВ (1 ТэВ). В отличие от циклотронов, магнитное поле в синхротронах формируется только в области

кольца, в котором ускоряются частицы. Поэтому электромагниты расставляются вокруг кольца. Диаметр орбит современных синхротронов высоких энергий достигает нескольких сотен метров, тогда как объем магнитного поля меньше, чем у циклотронов. С помощью классических циклотронов в принципе нельзя ускорять электроны. Поэтому в 1945 году В. И. Векслер предложил новый тип ускорителя электронов — *микротрон*. В микротроне электроны движутся по кривым магнитного поля с одинаковой тангенциальной направляющей. Ускоряющий высокочастотный электрод имеет изогнутую форму вокруг точки касания тангенциальных орбит. Дальнейшее совершенствование циклотронных методов ускорения связано с появлением синхроциклотронов и изохронных циклотронов. *Синхроциклотрон* отличается от классического циклотрона тем, что ускоряющее напряжение подается на электроды не с постоянной частотой, а эта частота варьируется в зависимости от длительности цикла ускоряемых частиц. *Изохронный циклотрон* отличается от классического действием магнитного поля вдоль орбиты ускоряемой частицы. В классическом циклотроне это поле постоянно вдоль орбиты и увеличивается с радиусом ускорения; в изохронном циклотроне, наоборот, движущаяся по орбите частица испытывает изменяющееся действие магнитного поля, которое меняется по азимуту. Синхроциклотрон и релятивистский циклотрон позволяют получить энергии частиц до нескольких сотен мегаэлектронвольт. *Накопительные кольца* имеют несколько иные принципы получения пучков, нежели ускорители. В обычном ускорителе пучок частиц при взаимодействии с фиксированной мишенью теряет часть своей энергии на кинетическую энергию продуктов, тем самым истинная энергия взаимодействия, определяемая скоростью центра масс относительного движения частицы и продуктов, будет намного меньше. Метод встречных пучков, используемый в накопительных кольцах, позволяет исключить эти трудности, используя возможность взаимодействия в накопительных кольцах двух пучков, ускоренных в противоположных направлениях. Этот метод, предложенный впервые в Новосибирске академиком Будкером, в настоящее время используется при получении пучков сверхвысоких энергий.

Существующие ускорители, а их в настоящее время насчитывается более 10 тысяч, делятся на две группы — исследовательские





частица проходит полуборота, не зависит от радиуса ускорения — так, двигаясь по спирали, частица увеличивает радиус, при этом возрастает энергия и соответственно скорость частицы. Увеличение длины траектории компенсируется увеличением скорости. Если полупериод ускоряющего напряжения соответствует времени полуборота частицы, то ускоряющее поле меняется при прохождении частицы через ускоряющий зазор, и частицы с каждым прохождением зазора наращивают свою энергию. Действующие на частицы лоуренсовские силы  $F$  при их движении по орбитам, приводят к необходимости сообщения частицам центростремительного ускорения, поддерживающего круговое движение частицы по орбите с мгновенным радиусом  $r$ . В этом случае

$$F = qvB = \frac{mv^2}{r}, \quad (1.2)$$

где  $q$  — заряд частицы,  $v$  — ее скорость,  $B$  — величина магнитного поля.

Время, необходимое для полуборота частицы, будет определяться следующим выражением:

$$t = \frac{\pi r}{v} = \frac{m\pi}{qB}. \quad (1.3)$$

Частота обращения частицы будет определяться следующим образом:

$$\nu = \frac{1}{2t} = \frac{qB}{2\pi m}. \quad (1.4)$$

Эту частоту называют циклотронной резонансной частотой для заряженной частицы с массой  $m$ . Из выражения (1.3) следует, что  $v$  и  $B$  связаны между собой (для данного поля, частота может иметь строго определенное резонансное значение). Скорость увеличивается с каждым оборотом частицы по спирали, и максимальная величина скорости, соответствующая максимальному радиусу  $R$ , в соответствии с выражением (1.4) будет определяться:

$$V_{\max} = \frac{qBR}{m}. \quad (1.5)$$

Тогда максимальная кинетическая энергия частицы

$$T = \frac{1}{2} m V_{\max}^2 = \frac{q^2 B^2 R^2}{2m}. \quad (1.6)$$

Из выражения (1.5) следует, что для получения достаточно высоких энергий циклотронным методом необходимо строить циклотроны с высоким значением магнитного поля  $B$  и большим радиусом. Однако с увеличением энергии ускоряемой частицы до определенной величины начинают играть роль релятивистские эффекты, и значение импульса  $mv$  в выражении (1.2) заменяется на  $\gamma mv$ , где  $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$  и, как следует из выражения (1.4), для сохранения резонансных условий с увеличением частоты  $\nu$  необходимо одновременно увеличить  $B$ . В классических циклотронах с фиксированным  $\nu$  и  $B$  релятивистский эффект не компенсируется, что накладывает ограничение на их размеры. Так для протонов максимальная энергия в классическом циклотроне составляет 40 МэВ, что соответствует  $\gamma = 1.04$ . Эта проблема решается с помощью системы варьирования частоты — циклотронной высокочастотной модуляции, реализованной в синхроциклотронах. Высокочастотная модуляция соответствует циклотронной частоте, при которой она меняется от максимального до минимального значения за время движения частицы от центра синхроциклотрона до его края. Типичный пример классического синхроциклотрона является 184-дюймовый ускоритель в Беркли (США). Циклотронная частота в нем меняется от 36 до 18 МГц и частота модуляции 64 Гц. При этом число орбит порядка  $10^5$ . Энергия выведенных протонов 740 МэВ при интенсивности пучка 0,1 мкА. К другим машинам подобного класса нужно отнести синхроциклотрон в ОИЯИ (Дубна, Россия) и ЦЕРН (Женева, Швейцария). Альтернативным решением проблемы увеличения энергии в циклотронах высокой энергии является увеличение магнитного поля по радиусу, компенсирующее релятивистское увеличение массы частицы при ее движении по орбите. Однако в этом варианте происходит дефокусировка пучка из-за искривленных магнитно-силовых линий поля. Эта проблема решается специальной искривленной формой ускоряющих секторов, имеющих по радиусу разную толщину. Такие ускорители с азимутальной вариацией поля (АВП) называются АВП-циклотроны. Преимущество их над синхроциклотронами заключается в возможности получения постоянного во времени пучка (не импульсного), а также высоких интенсивностей (порядка 100 мкА). Одним из первых АВП циклотронов является Окриджский (США) изохрон-

ный циклотрон (ORIC), построенный в 1961 году и имеющий пучок протонов 75 МэВ с интенсивностью 100 мкА. На нем также ускоряются тяжелые ионы вплоть до Кг с энергией до 100 МэВ. Циклотронная частота меняется в зависимости от массы частицы от 22,5 МГц (для протонов) до 3,7 МГц (для  $^{84}\text{Kr}$ ). Специальная форма трех ускоряющих секторов приводит к увеличению поля по радиусу на 8%. К большим АВП циклотронам следует отнести ускоритель TRIUMF в Ванкувере (Канада) (протоны с энергией 520 МэВ) и циклотрон SIN в Цюрихе (Швейцария) (протоны с энергией 590 МэВ). Важной характеристикой циклотронов является способность ускорять тяжелые ядра с массой  $A$  и зарядом  $Z$ . Эта способность определяется коэффициентом  $K$ , который равен:

$$K = AT/Z^2. \quad (1.7)$$

Принимая во внимание значение  $T$  из выражения (1.6), можно получить

$$K = e^2 B^2 R^2 / 2m. \quad (1.8)$$

Таким образом,  $K$  зависит только от конструктивных параметров циклотрона —  $B$  и  $R$  и соответствует энергии (в МэВ), до которой могут быть ускорены протоны ( $A=1, Z=1$ ). Тяжелые ионы ускоряются до энергии  $KZ^2/A$ . В табл. 1.2 представлены параметры  $K$  для некоторых циклотронов тяжелых ионов. Между тем, величина максимальной энергии тяжелых ионов в циклотронах существенно ограничена конструктивными параметрами. Решение этой проблемы находят в создании тандемов из нескольких циклотронов или линейного ускорителя и циклотрона. Такие системы из нескольких ускорителей существуют в нескольких лабораториях. В Национальной лаборатории GANIL (Франция) используются даже 3 циклотрона.

Энергия пучков на таких ускорителях для легких ионов (C, O) составляет несколько сотен МэВ на нуклон и интенсивность несколько мкА для более тяжелых ионов ( $A > 150$ ), энергия 5-10 МэВ/нуклон и интенсивность несколько десятков нА.

Таблица 1.2

Научный центр	Место нахождения	Инжектор	Основной циклотрон
HHIRF	Ок Ридж, США	25 МэВ тандем	$K = 90$
NSCL	Ист Лэнсинг, США	$K = 50$	$K = 500$
GANIL	Кан, Франция	$K = 25$	$K = 400$ + $K = 400$
ОИЯИ	Дубна, Россия	$K = 156$	$K = 250$
CYCLONE	Лувен, Бельгия	—	$K = 110$
CRL	Чок Ривер, Канада	13 МэВ тандем	$K = 520$

#### 1.4. Синхротроны

Развитие циклотронов или синхроциклотронов для более высоких энергий (более 1 ГэВ) приводит к необходимости создания подобных машин большого радиуса. Однако стоимость таких ускорителей возрастает в кубической степени от их энергии (стоимость создания циклотрона с энергией  $\sim 560$  МэВ составляет  $10^8$  долларов США). Решают эту проблему ускорители типа синхротронов, в которых магнитное поле и резонансная частота варьируются. Магнитное поле в таких машинах расположено по кольцу, в котором ускоряются частицы (см. рис. 1.2.). Ускорение частиц происходит резонансным электрическим полем, создаваемым в ускоряющих зазорах синхротрона. С увеличением энергии резонансная частота также увеличивается. Одновременно с частотой, увеличивается магнитное поле при постоянном радиусе ускорения. (Здесь магнитное поле меняется во времени в отличие от АВП циклотронов, где оно меняется по радиусу). Частица с зарядом  $e$  движется по окружности радиусом  $r$  в магнитном поле  $B$  и имеет импульс  $p = erB$ . Полная релятивистская энергия частицы:

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4} = \sqrt{e^2 r^2 B^2 c^2 + m^2 c^4}. \quad (1.9)$$

Исходя из основного условия для циклотронов, определяемого выражением (1.4), получим:

$$v = \frac{eBc^2}{2\pi\sqrt{e^2r^2B^2c^2 + m^2c^4}}. \quad (1.10)$$

Для данного  $r$  выражение (1.10) дает соотношение между  $B$  и  $v$ , необходимое для синхронизации.

Поскольку в синхротронах варьируется частота и магнитное поле, то эти ускорители работают в основном в импульсном режиме, что приводит к проблеме стабильности пучка, пульсирующего во времени и пространстве. Решение проблемы фокусировки пучка в синхротронах происходит в основном сильной фокусировкой или переменным фокусирующим градиентом (ПГ), осуществляемой квадрупольными магнитными линзами. Магниты помещаются в ускоряющих секторах и имеют форму, создающую увеличивающийся или уменьшающийся радиальный градиент поля. Эти элементы чередуются, и в результате в центре кольца создается поле с тем же значением, что и в секторе, но в одном уменьшающееся с радиусом, а в другом наоборот — увеличивающееся. Изменение поля с  $r$  довольно сильно:  $B \approx r^{+n}$  или  $B \approx r^{-n}$  — в альтернативном секторе ( $n \sim 300$ ). Первые синхротроны для ускорения электронов, когда  $cp \gg mc^2$ , имели в соответствии с выражением (1.10) постоянную орбитальную частоту. Эти машины, построенные в 1950-х годах, имели энергию до нескольких сотен мегаэлектронвольт. Использование ПГ-фокусировки, осуществленное впервые в кэмбриджском электронном ускорителе, позволило получить в конце 60-х годов энергию 6 ГэВ при радиусе орбит 36 м. Другая аналогичная машина DESY в Гамбурге (Германия), построенная в 1965 году, дала пучок электронов с энергией 7 ГэВ. Ее дальнейшее развитие с использованием накопительного кольца (см. следующий раздел) позволило в настоящее время ускорять электроны до 35 ГэВ. Первый протонный синхротрон («Космотрон») был создан в Брукхэвене (США) в 1952 году и ускорял протоны до энергии 2 ГэВ и имел радиус орбиты 10 метров. Почти в то же время в Беркли (США) был запущен 18-метровый протонный синхротрон (Бэватрон) с энергией протонов 6,4 ГэВ. Эта энергия была выше порога образования антипротона в реакции:  $p + p \rightarrow p + p + \bar{p}$ . Антипротон был открыт в 1956 году на Бэватроне, за что в 1959 году О. Чемберлен и Е. Сегрэ получили Нобелевскую премию. В

1960 году был запущен в Европейском центре ядерных исследований (ЦЕРН) протонный синхротрон с энергией протонов 28 ГэВ. Почти в то же время в Серпухове (Россия) был запущен 70 ГэВ протонный ПГ-синхротрон. Дальнейшее развитие ускорительной техники, в частности, фокусирующих квадрупольных магнитов и высокочастотных систем, позволило создать самые мощные в настоящее время 500 ГэВ протонный синхротрон в Национальной лаборатории им. Ферми (Батавия, США) и 400 ГэВ суперпротонный синхротрон (SPS) в ЦЕРНе. В Батавии предускорение осуществляется в три этапа (рис. 1.4).

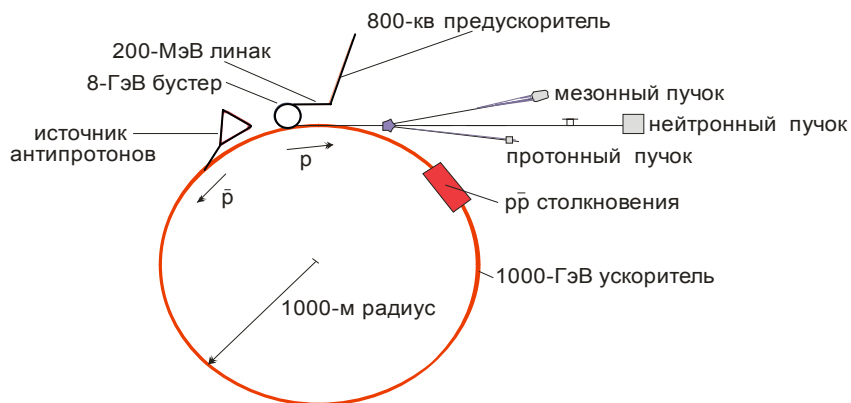


Рис. 1.4. Схема протонного синхротрона Национальной ускорительной лаборатории им. Ферми (Батавия, США)

На первом этапе осуществляется ускорение протонов до энергии 0,8 МэВ, которые инжектируются в 200 МэВ-ный линейный ускоритель, а затем 8 ГэВ-ный «бустер» — синхротрон. Радиус самого протонного синхротрона 1000 м. Ускоритель дает импульс протонов длительностью 1 с каждые 12 с. Магнит синхротрона потребляет мощность 36 МВ, мощность, достаточная для снабжения электроэнергией небольшого города. Дальнейшее развитие этого типа ускорителей путем замены магнитов на сверхпроводящие позволило получать энергию протонов до 1000 ГэВ (1 ТэВ). В настоящее время обсуждается проект развития этого синхротрона на основе сверхпроводящих магнитов, который позволит получать энергию

протонов до 20 ТэВ. Диаметр кольца при этом будет составлять 30 км.

### 1.5. Линейные ускорители

Линейные ускорители частиц или как их еще называют «линаки», относятся к отдельному классу ускорителей с прямолинейной траекторией частиц. Особенностью этих ускорителей является их относительно низкая стоимость по сравнению с магнитами циклотронов, а также отсутствие дефокусирующих эффектов, присущих магнитным системам. Пучок проходит через ряд полых цилиндрических электродов, находящихся под высоковольтным потенциалом с меняющейся полярностью. Частицы ускоряются между электродами. Внутри электродов они находятся вне действия поля и свободно дрейфуют (поэтому электроды получили название «дрейфовых трубок») в течение времени, равного половине периода частоты высокого напряжения. Во время дрейфа частицы в электроде полярность меняется на противоположную и частица ускоряется в последующем промежутке. Если  $t/2$  — полупериод изменения напряжения, то длина  $n$ -й дрейфовой трубки для частицы со скоростью  $v_n$  будет:

$$L_n = v_n t / 2 . \quad (1.11)$$

Для нерелятивистского случая частицы с зарядом  $e$  после прохождения  $n$  ускоряющих промежутков с разницей потенциалов  $V_0$  будут иметь кинетическую энергию:

$$T_n = neV_0 = \frac{1}{2} m v_n^2 . \quad (1.12)$$

Тогда длина дрейфовой трубки:

$$L_n = \left( \frac{neV_0}{2m} \right)^{1/2} . \quad (1.13)$$

Длина дрейфовых трубок увеличивается как  $n^{1/2}$ . Для релятивистского случая, когда  $v \approx c$ , длина дрейфовых трубок постоянна.

Приведем параметры трех наиболее мощных в настоящее время линейных ускорителей. Первый из них, запущенный в 1972 году в Лос-Аламосе, является частью Лос-Аламосской мезонной фабрики

(LAMPF) (в настоящее время Лос-Аламосский нейтронный источник — LANS). Специальный инжектор производит протоны с энергией 0,75 МэВ и впрыскивает их в линейный ускоритель, имеющий 165 дрейфовых трубок, на которые подается высокое напряжение с частотой 200 МГц, где происходит ускорение протонов до 100 МэВ. Третья ступень ускорителя состоит из ускоряющих электродов, на которые подается частота 800 МГц, что позволяет ускорять окончательно протоны до энергии 800 МэВ. Этот ускорительный комплекс обладает рекордной интенсивностью пучка протонов (1 мА). Ускоритель был построен для исследования нуклон-нуклонных взаимодействий при промежуточных энергиях (200 – 800 МэВ), а также для получения высокоинтенсивных пучков мезонов с целью изучения мезон-нуклонных взаимодействий. В настоящее время этот ускоритель используется как источник высокоэнергетических нейтронов в ( $p, n$ )-реакциях.

Другой линейный ускоритель (SLAC) работает в Стэнфорде (США) с 1967 года. На нем ускоряются электроны до энергии 30 ГэВ. Частота ускоряющего напряжения на трубках составляет 2856 МГц и интенсивность пучка электронов 30 мкА. На SLAC были открыты  $J/\psi$ -мезоны и  $\tau$ -лептоны. На электронных пучках SLAC с помощью вторичного электромагнитного излучения, создаваемого электронами, исследуются свойства твердых тел. Добавление к линейному ускорителю накопительного кольца (см. следующий раздел) позволило существенно расширить возможности SLAC. Третий тип линака — линейный ускоритель тяжелых ионов в Беркли (США) (SuperHILAC). В этом ускорителе используется инжектор, на котором получают пучки тяжелых ионов с энергией около 9 МэВ/нуклон вплоть до урана, которые затем инжектируются в линейный ускоритель и из него в синхротрон, где тяжелые ионы ускоряются до энергий 2,5 ГэВ/нуклон. Подобный ускоритель тяжелых ионов функционирует в Дармштадте (ФРГ).



## 1.6. Ускорители со встречными пучками

Для получения новых экзотических частиц нужны ускорители очень высоких энергий. Пусть в результате реакции  $p + p \rightarrow p + p + x$  рождается частица  $x$ . Энергетический порог для образования этой частицы в лабораторной системе координат можно записать в следующем виде

$$T_{\text{пор}} = (-Q) \frac{\text{полн. масса нач. (1) и кон. (2) част.}}{2 \times \text{масса част. мишени}}. \quad (1.14)$$

Здесь  $Q = (m_1 - m_2)c^2$ .

Для протон-протонных взаимодействий имеем:

$$T_{\text{пор}} = (m_x c^2) \frac{4m_p + m_x}{2m_p} = m_x c^2 \left( 2 + \frac{1}{2} \frac{m_x}{m_p} \right). \quad (1.15)$$

В частности, если частицей  $x$  является  $\pi^0$ -мезон ( $mc^2 = 135$  МэВ), то  $T_{\text{пор}} = 280$  МэВ. В случае  $p + \bar{p}$  на рождение антипротона необходима энергия  $T_{\text{пор}} = 5.63$  ГэВ. Из уравнения (1.14) следует, что для получения частицы тяжелее, чем взаимодействующие частицы,  $T_{\text{пор}}$  увеличивается как  $(m_x c^2)^2$ . Таким образом, увеличение в 10 раз массы частицы, которую хотят получить, приводит к необходимости увеличения энергии ускоряемой частицы в 100 раз. Решение этой чрезвычайно трудной задачи находят в создании ускорителей на встречных пучках, в которых два пучка с одинаковой энергией движутся в противоположном направлении. Пороговая энергия для каждого пучка составляет  $m_x c^2 / 2$ , поэтому если хотим произвести 90 ГэВ-ную частицу, надо сталкивать два пучка с энергией только 45 ГэВ, тогда как в случае фиксированной мишени для рождения этих же самых частиц необходимо иметь энергию пучка 4500 ГэВ. Однако при использовании встречных пучков выход продуктов реакции существенно ниже, чем в случае фиксированной мишени. Это объясняется плотностью взаимодействующих частиц. В случае встречных пучков плотность частиц в импульсе составляет порядка  $10^{11}$  частиц/см<sup>2</sup> тогда, как при фиксированной, например, жидководородной мишени эта плотность может достигать  $10^{25}$  атомов/см<sup>2</sup>. Поэтому в последнее время проблема увели-

чения выхода продуктов реакции решается с помощью накопительных колец. В этих кольцах пучок может удерживаться на циркулярных орбитах до 1 дня. За это время пучок фиксируется в небольшом пространстве и потом выводится из ускорителя. Выигрыш в выходе продуктов реакции при использовании накопительных колец может составлять  $10^4 - 10^6$  по сравнению с фиксированной мишенью. Одним из примеров таких ускорителей является протон-протонный коллайдер в ЦЕРНе (ISR). Пучок 28 ГэВ-ных протонов от синхротрона инжектируется в два накопительных кольца, где они движутся по орбитам в противоположных направлениях. Энергия пучков составляет 56 ГэВ в системе центра масс, что соответствует энергии 1700 ГэВ в системе фиксированной мишени. Большой интерес с точки зрения физики элементарных частиц представляет исследование взаимодействия частиц с античастицами. В связи с этим в ЦЕРНе, закрыв в 1989 году ISR, построили  $\text{Sp}\bar{\text{p}}\text{S}$ -ускоритель, основанный также на двух кольцах, но ускоряющий протоны и антипротоны с энергией 320 ГэВ. Однако число антипротонов было чрезвычайно мало, и его фокусировка была затруднена из-за т. н. случайных столкновений, дефокусирующих пучок. Выход из этой ситуации был найден С. Ван дер Меером, который предложил способ стохастического охлаждения. Для этого в кольце непрерывно измеряются размеры антипротонного пучка и сигнал от детектора профиля со скоростью, близкой к скорости света, подается к специальному электромагниту, который в случае необходимости компенсирует эффект дефокусировки. Используя ускоритель  $\text{Sp}\bar{\text{p}}\text{S}$ , экспериментаторы ЦЕРНа наблюдали  $W$ - и  $Z$ -частицы, которые испытывали слабое взаимодействие. За это открытие Карло Рубио и Ван дер Меер в 1984 году получили Нобелевскую премию по физике.

### 1.7. Ускорение тяжелых ионов

Уже вскоре после первых работ по ускорению тяжелых ионов стало ясно, что для дальнейшего развития этого перспективного направления необходимо сооружение специальных ускорителей.

Первые попытки ускорения тяжелых ионов были предприняты Л. Альварецом (США) в 1940 году на циклотроне с диаметром по-

люсов 37 дюймов (93 см) в Калифорнийском университете (г. Беркли). Ему удалось получить пучки 6-зарядных ионов  $^{12}\text{C}$  очень малой интенсивности. Немного позднее (1941–1942 гг.) там же на циклотроне с большим диаметром полюсов (60 дюймов) были получены более интенсивные пучки ионов  $^{12}\text{C}$  (до  $10^4$  частиц/с).

Быстрый прогресс в ускорении тяжелых ионов начался в послевоенные годы. Уже в начале 50-х годов интенсивные пучки (до  $10^{11}$  частиц/с) ионов  $^{12}\text{C}$ ,  $^{14}\text{N}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{20}\text{Ne}$  с энергиями до 10 МэВ/нуклон были получены на циклотронах в Беркли и Ок Ридже (США), в Бирмингеме (Англия), в Стокгольме (Швеция).

В России исследования с тяжелыми ионами были начаты по инициативе И. В. Курчатова в Институте атомной энергии (Москва) группой физиков под руководством Г. Н. Флерова. На 1,5-метровом циклотроне были ускорены ионы углерода, азота и кислорода и проведены успешные эксперименты по исследованию ядерных реакций и синтезу трансурановых элементов. В Физико-техническом институте им. А. Ф. Иоффе (Ленинград) были ускорены ионы  $^{14}\text{N}$  с энергиями до 3 МэВ/нуклон на циклотроне с диаметром полюсов 1 м. На пучке этих ионов был выполнен большой цикл работ по кулоновскому возбуждению ядер.

Параметры пучков ионов (их энергия и интенсивность), которые могут быть достигнуты при их ускорении, в значительной степени определяются их начальным зарядом. Отсюда следуют требования к ионным источникам ускорителей — они должны обеспечивать высокую интенсивность ионов с максимальным зарядом. Большой успех в создании источников многозарядных ионов был достигнут в Институте атомной энергии группой специалистов под руководством академика Л. А. Арцимовича. Разработанный ей, мощный дуговой источник с подогревным катодом позволял получать почти полностью лишенные электронов ионы вплоть до неона с интенсивностями до сотен мкА.

В 1960-е годы сформировались основные направления, по которым шло развитие ускорительной техники тяжелых ионов. Они были связаны с созданием тандем-генераторов, линейных ускорителей и циклотронов. Каждый из этих типов ускорителей имеет свои преимущества и недостатки и, следовательно, свою область применения.

Действие тандем-генераторов основано на прохождении ионом двух ускоряющих промежутков, к которым приложено высокое постоянное напряжение (до 15–30 МВ), и на изменении знака заряда иона между промежутками. Основным преимуществом тандем-генераторов является высокая монохроматичность пучка ионов ( $\Delta E/E \sim 10^{-4}$ ). Однако интенсивность пучка ионов невелика (не превышает 1-2 мкА), а высокая энергия (выше кулоновского барьера) достигается лишь для сравнительно легких ионов.

В линейных ускорителях ионы приобретают энергию при последовательном прохождении большого числа ускоряющих промежутков, к которым приложено переменное электрическое поле. Изменение его синхронизировано с движением ионов так, что в каждом промежутке ион попадает в ускоряющее поле (в резонанс). Обычно в источнике получают ионы с малым зарядом, которые после ускорения до определенной энергии проходят через обдирающую фольгу и увеличивают свой заряд. В результате этого происходит более эффективное ускорение ионов с большим зарядом. Линейные ускорители позволяют получать достаточно интенсивные пучки ионов практически всех элементов таблицы Менделеева с энергией до 10–20 МэВ/нуклон. В циклотронах ускорение ионов также носит резонансный характер, но в отличие от линейного ускорителя ионы движутся по спиральной траектории в магнитном поле и многократно проходят один и тот же ускоряющий промежуток. В источнике получают ионы с большим зарядом, который не меняется в процессе ускорения. Энергия ускоренных в циклотроне ионов определяется приведенными ранее выражениями (1.6)–(1.8).

Из этих выражений видна важность получения в источнике ионов с большим зарядом.

Для получения ионов с энергиями в сотни мегаэлектронвольт на нуклон и больше используются ускорители высоких энергий (синхроциклотроны и синхрофазотроны). Примером может служить ускоритель нуклотрон в Лаборатории высоких энергий Объединенного института ядерных исследований, на котором получены пучки тяжелых ионов с энергией в несколько гигаэлектронвольт/нуклон.

## 1.8. Ускорение радиоактивных ядер

На рассмотренных выше установках проводится ускорение стабильных ядер, имеющих в природе. Однако для дальнейшего углубления наших представлений о структуре ядра необходим более широкий набор ускоренных ионов. Например, использование ядер с избытком протонов или нейтронов позволит получить в реакциях с ними еще более нейтронно- или протонноизбыточные ядра, лежащие на границе или даже за границей нуклонной стабильности. Исследования реакций с необычными ядрами является важным источником сведений о таких деталях их структуры, которые нельзя получить при изучении их распада.

Экспериментальные исследования с использованием пучков радиоактивных ядер являются новым, интенсивно развивающимся направлением физики тяжёлых ионов. Исследования в этом направлении расширяются, что объясняется появлением во многих странах мира новых мощных ускорителей тяжёлых ионов средних и промежуточных энергий — ускорительный комплекс UNILAC – SIS – ESR в Дармштадте (ФРГ), ускорительный комплекс GANIL в Кане (Франция), циклотронный комплекс тяжёлых ионов RIKEN (Япония), сверхпроводящий циклотрон в Мичигане (США), циклотронный комплекс тяжёлых ионов с накопительным кольцом в Ланчжоу (Китай), сверхпроводящий циклотрон в Катанье (Италия), циклотронный комплекс тяжёлых ионов в Лаборатории ядерных реакций им. Г. Н. Флерова ОИЯИ в Дубне (Россия). Новое поколение ускорителей, позволяющих получать высокоэффективные (до  $10^{14}$  частиц/с) пучки заряженных частиц от протонов и ядер гелия до ионов урана, позволило в настоящее время начать новый этап исследования ядер с использованием пучков радиоактивных ядер.

Это новое направление ядерной физики уже позволило обнаружить ряд интересных явлений, связанных со свойствами ядер, удалённых от области  $\beta$ -стабильности. Для этого использовались пучки радиоактивных ядер с интенсивностью  $10^2$ – $10^7$  с<sup>-1</sup>. При такой интенсивности были проведены эксперименты по изучению взаи-

модействия радиоактивных ядер с веществом мишени. Измерены сечения их взаимодействия, проанализировав которые, получили информацию о нуклонных радиусах ядер. Обнаружен аномально высокий радиус распределения нейтронов («нейтронное гало») в ядре  $^{11}\text{Li}$ , ведутся поиски «нейтронных гало» в нейтроноизбыточных ядрах  $^6\text{He}$ ,  $^8\text{He}$ ,  $^{14}\text{Be}$  и др., а также «протонных гало» (аномально высокий радиус распределения протонов) в нейтронодефицитных ядрах  $^8\text{B}$ ,  $^{17}\text{Ne}$  и др.

Использование пучков радиоактивных ядер в физических исследованиях сводится к трём проблемам: получение самих пучков соответствующей интенсивности, ускорение их до необходимой энергии и регистрация продуктов ядерных реакций с радиоактивными ядрами.

Существуют два основных способа генерации радиоактивных ядер в реакциях с заряженными частицами, Первый способ заключается в использовании пучков тяжёлых ионов, ускоренных до энергии более 30 МэВ/А, с последующей бомбардировкой ими мишеней. В этом случае происходит фрагментация бомбардирующих ионов с образованием ядер-продуктов реакции в широком диапазоне зарядов и масс, имеющих узкое, направленное вперёд угловое распределение и скорости, сравнимые со скоростью первичного пучка. После выделения по  $Z$  и  $A$  необходимых ядер с помощью магнитных фрагмент-сепараторов можно использовать полученные пучки радиоактивных ядер без их последующего ускорения. Второй способ предполагает ускорение протонов или тяжёлых ионов с энергией от 30 МэВ/А до нескольких ГэВ/А с последующей бомбардировкой толстой мишени, поглощающей всю энергию бомбардирующей частицы. В этом случае в результате реакции фрагментации ядер под действием высокоинтенсивных пучков образуются радиоактивные ядра-продукты реакции в широком диапазоне  $Z$  и  $A$ , которые остаются в веществе мишени. Для дальнейшего использования этих ядер их нужно извлечь из мишени и ускорить до необходимой энергии. Это достигается путем применения спе-

циальных масс-сепараторов в комплексе с системой транспорта ионов и последующего ускорения.

Преимущества первого способа — возможность получения пучков короткоживущих ядер со временем жизни до нескольких сотен микросекунд. Однако из-за ограничения толщины мишени ( $\sim 500 \text{ мг}\cdot\text{см}^{-2}$ ) выход радиоактивных ядер оказывается не таким высоким, как в случае полного поглощения иона в мишени. Для получения интенсивных радиоактивных пучков ядер с относительно высоким временем жизни ( $\tau_{1/2} > 0.5 \text{ с}$ ) используется, как правило, второй способ. Ограничение на время жизни таких ядер объясняется временем их диффузии из мишени.

Недавно предложен проект получения пучков радиоактивных ядер, источником которых будет являться высокопоточный ядерный реактор. Облучая потоком тепловых нейтронов в активной зоне такого реактора мишень из  $^{235}\text{U}$ , можно получить высокий выход осколков с массой  $A = 80 - 100$ . Другой метод получения интенсивных пучков осколков деления основан на реакциях фотоделения, в которых используется поток гамма-квантов, получаемый на высокопоточных электронных ускорителях с энергией 50 МэВ. В специальном конвертере пучок электронов преобразуется в гамма-кванты. Транспортируя затем радиоактивные ядра до источника многозарядных ионов и ускоряя их на циклотроне при полной эффективности всей системы  $\sim 10^{-4}$ , можно получить пучки радиоактивных ядер в области осколков деления до  $10^{10} \text{ с}^{-1}$ .

Интенсивность вторичных пучков может быть представлена простой зависимостью:

$$I_{\text{втор}} = I_{\text{перв}} (N_A/M) \sigma d \varepsilon_{\text{вых}} \varepsilon_{\text{транспорт}} \varepsilon_{\text{ионизац}} \varepsilon_{\text{ускор}} , \quad (1.16)$$

где  $N_A$  — число Авогадро,  $M$  — массовое число элемента мишени,  $\sigma$  — полное сечение реакции в  $\text{см}^2$ ,  $d$  — толщина мишени в  $\text{г}/\text{см}^3$ , и  $\varepsilon$  — эффективность соответствующих процессов от выхода ядра из мишени ( $\varepsilon_{\text{вых}}$ ) до вывода из постускорителя ( $\varepsilon_{\text{ускор}}$ ). Поэтому, рассматривая различные методы получения радиоактивных пучков,

необходимо учесть все факторы, которые должны приводить к их максимальной интенсивности.

Один из методов получения пучков радиоактивных ядер заключается в следующем. Первичный пучок тяжёлых ионов, полученный в ускорителе, бомбардирует производящую мишень. Продукты реакции, вылетающие из мишени, расположенной в фокусе первого разделяющего дипольного магнита, попадают в фокальную плоскость этого магнита, где потом с помощью щели выделяются определённые ядра в соответствии с их магнитной жёсткостью:

$$B = k(A/q)(1 + v/2m_u)^{1/2}, \quad (1.17)$$

где  $B$  — магнитное поле спектрометра,  $\rho$  — радиус кривизны траектории в дипольном магните,  $q$  — ионный заряд продукта реакции,  $m_u$  — единица атомной массы (931,5 МэВ),  $k = (2m_u/c)^{1/2} = 0,1438$ ,  $v$  — скорость продукта. Вторая часть спектрометра компенсирует дисперсию в первой его части и фокусирует пучок в фокальной плоскости спектрометра. Из выражения (1.17) ясно, что ядра, имеющие одну и ту же скорость  $v$ , разделяются в соответствии с их соотношением  $A/q$ . В связи с тем, что разные продукты реакции могут иметь одинаковые соотношения  $A/q$ , для их дополнительного разделения используется селекция по разности потерь энергии в специальном поглотителе в сочетании со вторым диполем, а также электростатическая селекция с использованием специального электрического конденсатора. В результате этого на выходе спектрометра получают пучок ядер, полностью очищенный от первичного пучка (коэффициент очистки составляет  $\sim 10^{10}$ ) и с энергией, близкой к энергии бомбардирующего пучка (в случае реакции фрагментации бомбардирующего иона). Интенсивность пучков некоторых радиоактивных ядер в этом способе их получения может достигать  $10^7$ – $10^8$  частиц/с.

Другой метод, основанный на использовании магнитного изотопного сепаратора, как уже отмечалось вначале, позволяет получать более интенсивные пучки радиоактивных ядер из-за использо-



вания максимально возможных толщин мишеней. Таким образом, этот метод, в принципе, превосходит метод фрагментации тяжёлых ионов по интенсивности радиоактивного пучка, а также из-за возможности получить пучок с высоким энергетическим разрешением. Особые требования в этом методе получения радиоактивных пучков предъявляются к мишеням и ионным источникам. Толщина мишени ( $d$ ) может быть достаточно большой, и она должна принимать высокую интенсивность начального пучка. В то же время толщина мишени должна быть такой, чтобы обеспечить довольно быструю диффузию из неё определённых элементов.

Каждый из способов имеет свои достоинства и недостатки и, следовательно, свою область применения. В первом из них при использовании толстой мишени и легких частиц высоких энергий (например, протонов с энергией в сотни мегаэлектронвольт) можно получить пучки ядер с высокой интенсивностью и монохроматичностью. Однако такие параметры пучков достигаются только для сравнительно долгоживущих ядер легко ионизируемых элементов. Второй метод свободен от этих ограничений, но использование тонкой мишени существенно снижает интенсивность пучка получаемых ядер.

Интенсивность пучков радиоактивных ядер может достигать  $10^9$ – $10^{11}$  частиц/с. Такие пучки физики начали использовать для проведения экспериментальных исследований.

## 2. ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СЛОЖНЫХ ЯДЕР

### 2.1. Особенности реакций с тяжелыми ионами

Характер взаимодействия между сложными ядрами определяется теми же силами — ядерными и электромагнитными, которые действуют в обычных ядерных реакциях с легкими частицами. Однако большой электрический заряд и масса тяжелого иона приводят к ряду особенностей как в механизме реакции, так и в свойствах образующихся ядер.

1. Большой электрический заряд тяжелого иона приводит к значительной энергии кулоновского расталкивания иона с ядром. Эта энергия определяется выражением

$$V_K = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R_1 + R_2 + \rho}, \quad (2.1)$$

где  $Z_1$  и  $Z_2$  — заряды иона и ядра,  $R_1$  и  $R_2$  — их радиусы,  $\rho$  — расстояние между их поверхностями. При контакте иона с ядром ( $\rho = 0$ ) кулоновская энергия отталкивания составляет, например, в реакции  $^{109}\text{Ag} + ^{40}\text{Ar}$  105 МэВ, а в реакции  $^{238}\text{U} + ^{238}\text{U}$  700 МэВ. Эти величины сравнимы с энергиями ионов, используемыми в исследованиях ядерных реакций и свойств образующихся в них ядер. Поэтому электромагнитные силы оказывают существенное влияние на траекторию движения иона вблизи ядра и на вероятности различных путей их взаимодействия — слияние, обмен нуклонами, рассеяние.

2. При слиянии с ядром достаточно тяжелого иона, движущегося с относительно малой скоростью (0,1–0,2 от скорости света), образующееся составное ядро может иметь очень высокую энергию возбуждения. Например, в реакции  $^{109}\text{Au} + ^{40}\text{Ar}$  при энергии ионов Ar 600 МэВ (15 МэВ/нуклон) эта энергия составляет 500 МэВ (или 3,7 МэВ на один нуклон составного ядра), а в реакции  $^{197}\text{Au} + ^{86}\text{Kr}$  при  $E(^{86}\text{Kr})$  860 МэВ (10 МэВ/нуклон) энергия возбуждения — 700 МэВ. Ядра с такой большой энергией возбуждения трудно получить в реакциях с легкими частицами. В этом случае при энергии легких частиц, например протонов, 500–1000 МэВ преимущественно протекают реакции выбивания отдельных ну-

клонов из ядра, образования  $\pi$ -мезонов или фрагментации ядра, и оставшееся ядро имеет значительно меньшую энергию возбуждения.

3. При краевых соударениях иона с ядром последнее получает большой угловой момент. Поэтому образующаяся ядерная система будет характеризоваться высокой центробежной энергией, определяемой выражением

$$V_{ц} = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu R^2}, \quad (2.2)$$

где  $\mu$  — приведенная масса системы ( $\mu = \frac{mM}{m+M}$ ,  $m$ ,  $M$  — массы иона и ядра, соответственно),  $R$  — радиус ядерной системы,  $l$  — угловой момент в единицах  $\hbar$ . Величина  $l$  определяется отношением параметра столкновения  $b$  (кратчайшего расстояния от центра ядра до прямой, соответствующей неискаженной траектории иона) к длине волны иона  $l = \frac{b}{\lambda}$ .

В случае таких тяжелых ионов, как  $^{86}\text{Kг}$  или  $^{40}\text{Аг}$  с энергиями около 10 МэВ/нуклон, значения  $l$  при касательных соударениях ( $b \sim R$ ) могут достигать 100–150  $\hbar$ , а величины центробежной энергии  $V_{ц}$  более 100 МэВ. Такая большая центробежная энергии оказывает, естественно, существенное влияние на процесс взаимодействия тяжелого иона с ядром и приводит к разрыву ядерной системы при максимальных значениях  $l$ .

4. Длина волны частицы с массой  $m$  и скоростью  $v$  определяется выражением

$$\lambda = \frac{\hbar}{mv}. \quad (2.3)$$

Для ионов с массовым числом  $A$  и энергией  $E$  в МэВ/нуклон это выражение имеет вид:

$$\lambda_{(фм)} = \frac{4,55}{A\sqrt{E}}. \quad (2.4)$$

Из этого выражения следует, что длина волны для иона  $^{86}\text{Kг}$  с  $E = 15$  МэВ/нуклон составляет 0,014 фм, а для  $^{136}\text{Хе}$  с  $E = 10$  МэВ/нуклон — 0,011 фм. Эти значения  $\lambda$  во много раз

меньше радиусов указанных ионов (последние составляют соответственно 5.3 фм и 6.1 фм, а также ядер, с которыми эти ионы взаимодействуют (например, для  $^{238}\text{U}$   $\lambda \approx 7,4$  фм). Эти значения  $\lambda$  значительно меньше и толщины поверхностного слоя ядра (1,5–2,0 фм), и разницы большой и малой полуосей у деформированных ядер (1,0–1,5 фм), и амплитуды нулевых колебаний ядерной поверхности (1–2 фм).

Малые значения длины волны иона по сравнению с указанными ядерными параметрами позволяют пользоваться представлениями классической механики при описании столкновения тяжелого иона с ядром (можно, например, рассматривать движение иона по классической траектории под действием электромагнитных и ядерных сил). Критерием применимости классических представлений о движении иона в поле ядра обычно служит безразмерный параметр  $\eta$ , представляющий отношение наименьшего расстояния между ионом и ядром  $a$  при их лобовом столкновении к длине волны иона:

$$\eta = \frac{a}{\lambda} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v}. \quad (2.5)$$

Классические представления применимы при  $\eta \gg 1$ .

В классическом подходе вводится также понятие параметра столкновения  $b$  (impact parameter), соответствующего определенному угловому моменту  $l = \frac{\rho_\infty}{\hbar}$ , где  $\rho_\infty = mnb$  — асимптотический начальный относительный момент движения ядра. В этом представлении вводится также понятие касательного параметра столкновения (grazing impact parameter)  $b_{gr}$ , соответствующего касательной траектории, при которой начинается ядерное взаимодействие частицы и ядра мишени. Соответственно вводится радиус взаимодействия  $R$ , который определяет расстояние наибольшего сближения между центрами ядер при касательной (grazing) траектории. Для касательных взаимодействий ( $b \approx b_{gr}$ ) ядерное взаимодействие между ядрами частицы и мишени мало.

Рассмотренные выше особенности взаимодействия сложных ядер усложняют, но вместе с тем и разнообразят реакции с тяжелыми ионами. В ряде случаев они приводят к принципиально но-

вым эффектам по сравнению с реакциями с легкими бомбардирующими частицами: к фрагментации тяжелого иона в поле ядра мишени, глубоконеупругим передачам нуклонов при столкновении. Реакции с тяжелыми ионами являются наиболее эффективным способом получения ядер, удаленных от линии стабильности (с избытком протонов или нейтронов), с большим значением углового момента.

## 2.2. Классификация реакций с тяжелыми ионами

Классификация реакций тяжелых ионов с ядрами основана на их параметре столкновения  $b$ , рассмотренном выше. В зависимости от величины этого параметра различают три типа реакций — дальние, касательные и близкие (лобовые) (рис. 2.1).

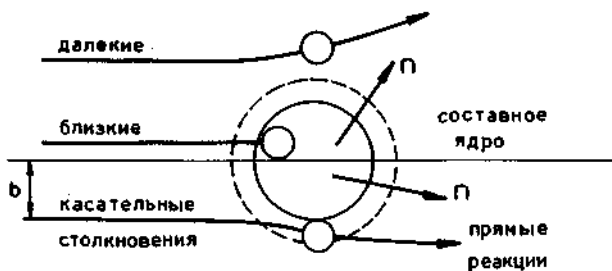


Рис. 2.1. Схематическое представление дальних, касательных и близких (лобовых) взаимодействий тяжелых ионов с ядрами в классическом приближении

1. При дальних столкновениях ( $b > R$ ) поверхности ядер не соприкасаются, и между ядрами действуют лишь электромагнитные силы. В этом случае из-за взаимодействия электрических мультипольных моментов ядра (в основном электрического квадрупольного момента) с переменным электромагнитным полем, возникающим при прохождении быстрого тяжелого иона вблизи мишени, происходит возбуждение ядерных уровней. С наибольшей вероятностью возбуждаются уровни, связанные с коллективным движением (вращением ядра или колебанием его поверхности).

2. При касательных столкновениях ( $b \sim R$ ) поверхности ядер частично перекрываются, и в действие вступают ядерные силы, определяющие характер реакции. В этом случае может происходить упругое и неупругое рассеяние тяжелого иона на ядре мишени, передача одного или нескольких нуклонов от иона к ядру или обратно, обмен нуклонами, развал налетающего иона на фрагменты и нуклоны. Соотношение между вероятностями этих процессов зависит от энергии иона, а также от структуры обоих ядер (энергии связи внешних нуклонов, соотношения чисел протонов и нейтронов в ядре, параметров деформации).

3. При лобовых столкновениях ( $b \sim 0$ ) или близких к ним ( $b < R$ ) происходит слияние ядер и образование составного ядра. Энергия возбуждения составного ядра складывается из кинетической энергии налетающего иона и энергии реакции, определяемой из соотношения масс иона, ядра-мишени  $M$  и составного ядра  $M_0$  :

$$E = E_{\text{ион}} \frac{M}{m + m} + (m + M - M_0)c^2. \quad (2.6)$$

Угловой момент составного ядра заключен в диапазоне от 0 до  $I_{\text{max}}$ , в котором еще не происходит развала ядерной системы под действием кулоновских и центробежных сил.

Как уже отмечалось выше, составное ядро может характеризоваться большими значениями энергии возбуждения и углового момента, и это определяет многообразие путей его распада — эмиссия нейтронов, протонов,  $\alpha$ -частиц,  $\gamma$ -квантов, а также деления. Последний процесс становится существенным для тяжелых составных ядер.

Большое разнообразие реакций с тяжелыми ионами представлено схематически на рис. 2.2.

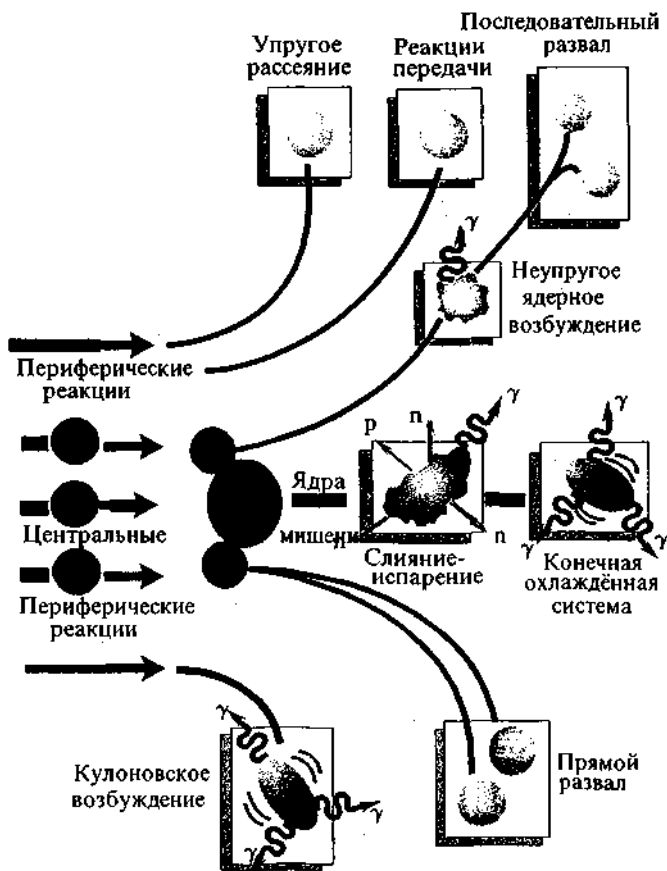


Рис. 2.2. Схематическое представление различных реакций с тяжелыми ионами

### 2.3. Описание процесса взаимодействия иона с ядром

Частица с массой  $M$  (в атомных единицах массы — ае $m$ ) и кинетической энергией  $E$  (в МэВ) имеет скорость  $1.4 \cdot 10^7 (E/M)^{1/2} \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ .

Типичная кинетическая энергия нуклона в ядре около 30 МэВ, что соответствует скорости  $7.6 \cdot 10^7 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ . Длина орбиты нуклона в атоме Sn составляет  $3 \cdot 10^{-14} \text{ м}$ . Один оборот на орбите нуклон осу-

шествует за время  $4 \cdot 10^{-22}$  с или меньше. Поэтому единицей характерного времени ядерного взаимодействия принято считать время движения нуклона в ядре, равное  $10^{-22}$  с.

Взаимодействие двух ядер характеризуется *временем взаимодействия*  $\tau$ , в течение которого два сталкивающихся ядра находятся в пределах радиуса взаимодействия  $R$ . Время взаимодействия для лобовых или близких (close) столкновений (малые  $R$ ) гораздо больше, чем для прямых процессов. Поэтому в таких реакциях могут образовываться ядра в состоянии полного равновесия, так называемые компаунд-ядра. Время жизни компаунд-ядер много больше по сравнению со временем пролета бомбардирующего иона через область взаимодействия, определяемой радиусом  $R$ . Сильно возбужденное компаунд ядро может распасться, испуская  $\gamma$ -кванты, легкие частицы или делясь на два осколка. Конечный продукт реакции полного слияния после испарения легких частиц носит название ядра остатка (evaporation residues).

Недавно был обнаружен новый тип реакций при взаимодействии тяжелых ядер, так называемые диссипативные реакции (реакции глубоконеупругих передач), промежуточные между прямыми, и приводящими к образованию компаунд-ядра. Эти реакции характеризуются:

- 1) сильно анизотропным угловым распределением продуктов и соответственно коротким временем взаимодействия ( $10^{-22}$ – $10^{-21}$  с);
- 2) сильной диссипацией относительной кинетической энергии и углового момента;
- 3) передачей значительной массы между ядрами бомбардирующей частицы и мишени.

При определенных условиях наблюдается переход прямых процессов в диссипативные. Вероятность протекания той или иной ядерной реакции характеризуется сечением реакции, а сумма вероятностей всех каналов реакции — т. н. полным сечением реакции. Полное сечение для обычной двухчастичной реакции  $A(a,b)B$  определяется числом образующихся в результате ядерного взаимодействия частиц-продуктов реакции  $N$ , интенсивностью бомбардирующего пучка (числу падающих частиц в единицу времени на



единицу поверхности) —  $I_0$ , а также числу провзаимодействующих ядер мишени  $d$ :

$$\sigma = \frac{N}{I_0 d}. \quad (2.7)$$

Единицей сечения в ядерной физике является барн (обозначается символом  $b$ :  $1 \text{ барн} = 10^{-28} \text{ м}^2 = 100 \text{ фм}^2$ ). В эксперименте обычно измеряется число частиц, испускаемых в единицу времени в часть полного телесного угла  $d\Omega$ , определяемой полярными углами  $(\theta, \varphi)$  по отношению к падающему пучку. Оно пропорционально величине  $d\sigma/d\Omega$ , называемой дифференциальным сечением реакции.

Полное сечение реакции определяется из дифференциального интегрированием во всем диапазоне углов от 0 до  $4\pi$ :

$$\sigma = \int (d\sigma/d\Omega) d\Omega, \quad (2.8)$$

Если учесть, что  $d\Omega = \sin\theta d\theta$ , то

$$\sigma = \int_0^\pi \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi (d\sigma/d\Omega). \quad (2.9)$$

Качественная картина взаимодействия тяжелых ионов с ядрами, показана на рис. 2.1 и 2.2. На рис. 2.3 представлена угловая зависимость сечения упругого рассеяния.

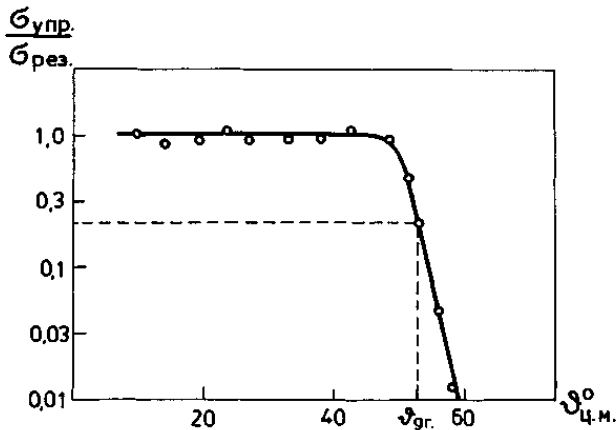


Рис. 2.3. Отношение сечений упругого рассеяния к резерфордскому в зависимости от угла рассеяния

Полное сечение близко к сечению Резерфордского рассеяния при траекториях, соответствующих прохождению ядра вне области ядерного взаимодействия. Предельный угол рассеяния, определяемый касательной траекторией, соответствует “grazing” углу. В соответствии с дифракционной теорией он определяется как угол, соответствующий 1/4 от сечения упругого рассеяния.

Таким образом, определили “grazing impact parameter” как некий критический прицельный параметр, при котором начинается ядерное взаимодействие и падает сечение упругого рассеяния с уменьшением  $b$ . Тогда полное сечение реакции можно записать как

$$\sigma_R = \pi b_{gr}^2 = \pi R^2 [1 - V(R)/E_{cm}]. \quad (2.10)$$

Здесь  $E_{cm}$  — энергия иона в системе центра масс,  $V(R)$  — энергетический потенциал при определенном радиусе взаимодействия, который определяет так называемый барьер взаимодействия. Это выражение может быть получено с учетом сохранения углового момента и энергии при движении частицы по касательной траектории. Выражение для сечения реакции хорошо согласуется с экспериментальными результатами (см. рис. 2.4). Оно позволяет определить из сравнения с экспериментальными данными барьер и радиус взаимодействия. Когда ядерное взаимодействие между двумя ядрами мало, барьер  $V(R)$  определяется только кулоновскими силами:

$$V(R) \approx V_{кул}(R) = Z_1 Z_2 e^2 / R. \quad (2.11)$$

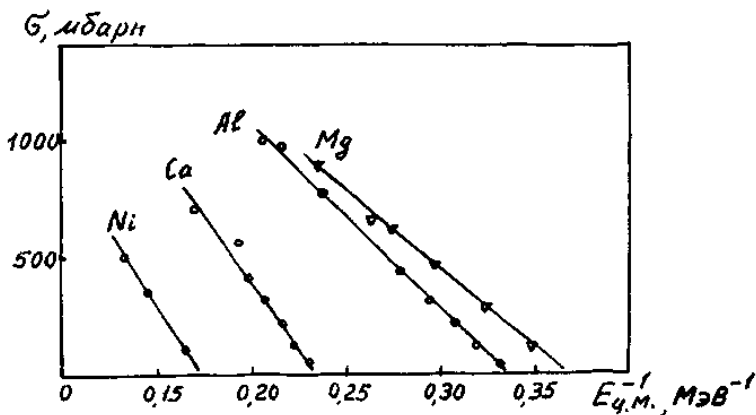


Рис. 2.4. Зависимость сечения образования составного ядра от величины, обратной энергии бомбардирующего иона в системе центра масс

Значение радиуса взаимодействия  $R$  как функции  $A_1^{1/3} + A_2^{1/3}$  показано на рис. 2.5, где для сравнения представлены значения  $R$ , определенные из опытов по упругому рассеянию. Радиус взаимодействия оказывается значительно большим расстояния  $R_0 \approx 1.2(A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$  (фм) для двух соприкасающихся сферических ядер в жидкокапельной модели. В этом случае только хвосты распределения нуклонов, которые составляют обычно 1/10 от центральной плотности ядер, накладываются на радиус взаимодействия.

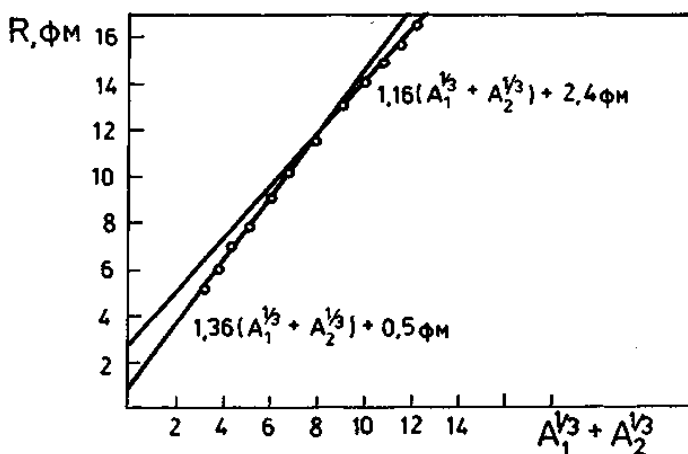


Рис. 2.5. Зависимость радиуса взаимодействия двух ядер, полученного из полного сечения реакции от  $A_1^{1/3} + A_2^{1/3}$

Экспериментальное значение  $R$  может быть фитировано выражением

$$R = [1,36(A_1^{1/3} + A_2^{1/3}) + 0,5] \text{ фм} \quad (2.12)$$

для столкновения легких ядер и

$$R = [1,36(A_1^{1/3} + A_2^{1/3}) + 2,4] \text{ фм} \quad (2.13)$$

для тяжелых ядер. Значения радиусов взаимодействия  $R$  и барьеров взаимодействия, определенные из (2.9)–(2.11) представлены на рис. 2.5–2.6.

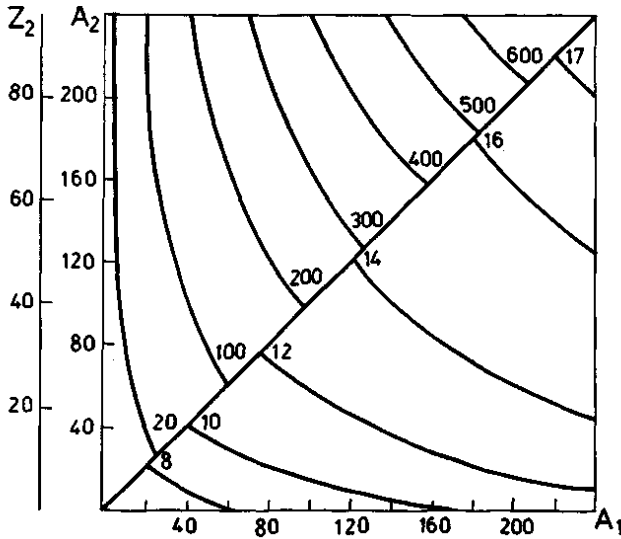


Рис. 2.6. Барьер взаимодействия  $V(R)$  в МэВ (верхняя часть квадрата) и радиус взаимодействия  $R$  в фм (нижняя часть квадрата) для реакций между двумя ядрами с массовыми числами  $A_1$  и  $A_2$  и зарядами  $Z_i = 0.5A_i(1 - 0.006A_i^{2/3})$

Как уже обсуждалось выше, при фиксированном значении энергии бомбардирующей частицы  $E_{cm}$  может одновременно протекать три типа реакции, соответствующих разному значению прицельного параметра  $b$ : дальние столкновения ( $b > b_{gr}$ ), касательные ( $b \approx b_{gr}$ ) и лобовые (или близкие) ( $b < b_{gr}$ ). Это может быть наглядно изображено в виде диаграммы зависимости  $b^2$  от  $E_{cm}$ , представленной на рис. 2.7, где показаны все три типа взаимодействий. Согласно выражению (2.10) полное сечение реакции пропорционально  $b_{gr}^2$ . В таком представлении сегмент, соответствующий касательным столкновениям, отражает поведение полного сечения реакции как функции от  $E_{cm}$ . Подобная зависимость полного сечения  $\sigma_R$  для реакции  $^{40}\text{Ar} + ^{109}\text{Ag}$  показана на рис. 2.8.

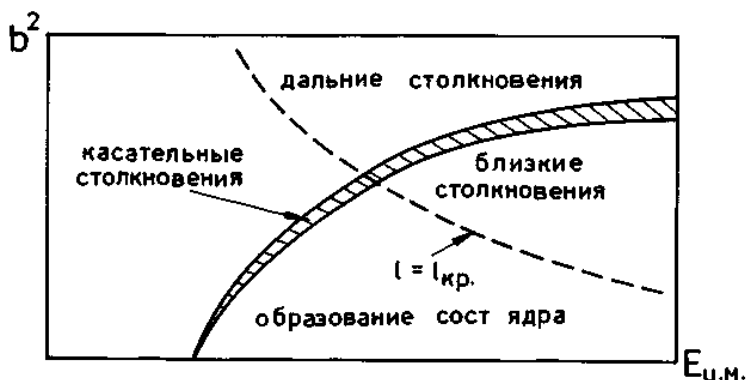


Рис. 2.7. Классификация ядерных реакций в зависимости от прицельного параметра  $b$  и энергии бомбардирующей частицы в системе ц. м. Ограничение образования составного ядра объясняется критическим значением углового момента  $l_{кр}$

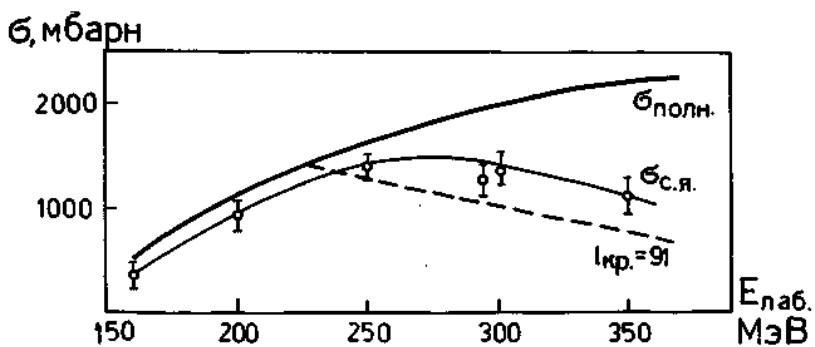


Рис. 2.8. Зависимость от энергии иона полного сечения реакции  $\sigma_{полн.}$  и сечения образования составного ядра  $\sigma_{с.я.}$  в реакции  $^{109}\text{Ag} + ^{40}\text{Ag}$

Для малых энергий бомбардирующей частицы сечение реакции с образованием компаунд ядра  $\sigma_{CN}$  близко к полному сечению реакции. Разница между  $\sigma_R - \sigma_{CN}$  объясняется вкладом в полное сечение прямых реакций. При больших энергиях  $E_{лаб} > 250$  МэВ эта разница увеличивается, что объясняется значительной ролью прямых реакций при таких энергиях. В этой области энергий диссипативные процессы вносят преобладающий вклад в полное сечение

реакции. При таких взаимодействиях ограничение по  $\sigma_{CN}$  может быть определено критическим значением  $l_{crit}$  углового момента. Поскольку  $l \sim bE_{CN}^{1/2} \sim E_{lab}^{1/2}$ , то фиксированному значению критического углового момента  $l_{crit}$  в плоскости  $b^1 = f(E_{lab})$  или  $b^2 = f(E_{cm})$  соответствует гипербола. Для столкновения очень тяжелых ядер сечение реакции образования компаунд ядер чрезвычайно мало. В этом случае полное сечение реакции практически соответствует сечению  $\sigma_{dis}$  диссипативных процессов. Соотношение сечений реакций в зависимости от прицельного параметра  $b$  принято также представлять для разных значений углового момента, полагая, что  $l = kb$ :

$$d\sigma/dl = k^{-1} d\sigma/db = 2\pi k^{-2} l, \quad (2.14)$$

где  $k$  — некое асимптотическое волновое число. Зависимость  $d\sigma/dl$  как функции  $l$  показана на рис. 2.9. Область, ограниченная сплошной линией и пунктирной, при  $l_{gr}$  соответствует сечению реакции. Значениям  $l > l_{gr}$  соответствует область реакции упругого рассеяния и кулоновского возбуждения. Области  $l < l_{gr}$  соответствуют сечения реакции образования компаунд ядра ( $\sigma_{CN}$ ), диссипативные взаимодействия ( $\sigma_{dis}$ ) и прямые реакции ( $\sigma_D$ ). Области, соответствующие этим реакциям, перекрываются таким образом, что вблизи  $l_{crit}$  и  $l_{max}$ , могут проходить одновременно два разных процесса.

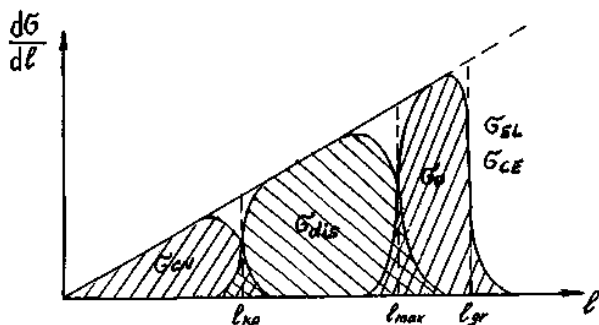


Рис. 2.9. Схематическое представление полного сечения реакции, включающего в себя сечения образования составного ядра  $\sigma_{CN}$ , диссипативных процессов  $\sigma_{dis}$  и прямых реакций  $\sigma_D$  в зависимости от углового момента  $l$ , ( $\sigma_{EL}$  и  $\sigma_{CE}$  — сечение упругого рассеяния и кулоновского возбуждения)

Такие классические представления основных характеристик ядерных реакций с тяжелыми ионами являются довольно упрощенными, т. к. не учитывают всех особенностей взаимодействия двух сложных ядер. Между тем, для качественного представления реакций с тяжелыми ионами, а также некоторых количественных оценок их характеристик эти представления оказываются чрезвычайно удобными и широко используются.

### 3. КУЛОНОВСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ЯДЕРНЫХ УРОВНЕЙ ТЯЖЕЛЫМИ ИОНАМИ

#### 3.1. Классическое рассмотрение

Кулоновское возбуждение ядерных уровней относится к тому типу ядерных реакций, которые обусловлены дальними столкновениями и в которых проявляются только электромагнитные взаимодействия тяжелого иона с ядром. Такие взаимодействия происходят либо при больших параметрах столкновений ( $b > R$ ), либо при кинетической энергии иона, меньшей высоты кулоновского барьера ядра ( $E < V_k$ ), где

$$V_k = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R_1 + R_2}. \quad (3.1)$$

В последнем случае даже при малом параметре столкновения наименьшее расстояние между центрами ядра и иона будет превышать сумму их радиусов ( $a > R_1 + R_2$ ). Расстояние наибольшего сближения определяется соотношением между кинетической энергией иона и высотой кулоновского барьера  $a = (R_1 + R_2) E / V_k$ .

Как уже отмечалось выше, малая длина волны иона  $\lambda \ll a$  позволяет считать, что движение иона в кулоновском поле ядра подчиняется законам классической механики. В этих условиях движение налетающей частицы в кулоновском поле ядра можно охарактеризовать безразмерной величиной  $\xi$ , которая определяется соотношением

$$\xi = \frac{a \Delta E}{h v} = \frac{Z_1 Z_2 e^2 \Delta E}{h v 2 E}, \quad (3.2)$$

где  $v$  — скорость налетающей частицы.

Параметр  $\xi$  определяет эффективную величину взаимодействия налетающей частицы с ядром. Для частиц, вызывающих возбуждение ядерных уровней, необходимо, чтобы  $\xi \ll 1$ . Это означает, что столкновение можно описывать, приближенно считая, что частица движется по классической траектории. При этом потери энергии частицы при неупругих столкновениях должны быть малы по срав-



нению с их начальной энергией и поэтому влиянием возбуждения на движение частицы можно пренебречь.

При таком рассмотрении возбуждение ядра является результатом действия на него зависящего от времени электромагнитного поля налетающей частицы. В большинстве случаев действие этого поля мало и может быть рассмотрено в первом приближении квантовомеханической теории возмущений. Это означает, что вероятность возбуждения может быть выражена через те же самые ядерные матричные элементы, которые определяют радиационные переходы между различными состояниями ядра. В этом особенность и привлекательность использования кулоновского возбуждения в изучении ядер, т. к. получение новых данных из различных экспериментов не требует привлечения каких-либо новых модельных представлений о ядерной структуре по сравнению с тем, что уже использовалось при описании ядерных уровней. Доказательством этого служат практически одинаковые значения матричных элементов переходов, полученные и из сечений кулоновского возбуждения, и из времен жизни ядерных уровней.

При таком классическом описании траектории движения налетающего иона в кулоновском поле ядра угол отклонения иона:

$$\tan \theta/2 = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{mv^2 b} = \frac{V_k(R_1 + R_2)}{2Eb} \quad (3.3)$$

и сечение рассеяния на этот угол:

$$d\sigma_R = \alpha^2 \sin^{-4}(\theta/2) d\Omega \quad (3.4)$$

Сечение кулоновского возбуждения выражается через сечение рассеяния:

$$d\sigma_k = P d\sigma_R, \quad (3.5)$$

где  $P$  — вероятность возбуждения ядерного уровня с энергией  $\Delta E$  и спином  $I_j$  из основного состояния ядра со спином  $I_i$ . Эта вероятность возбуждения может быть выражена через амплитуду перехода ядра из начального состояния в конечное  $b_{ij}$ :

$$P = \frac{1}{2I_i + 1} \sum_{M_i, M_j} |b_{ij}|^2, \quad (3.6)$$

где  $M_i$ ,  $M_j$  — магнитные квантовые числа начального и конечного состояний. Если вероятность столкновения при отдельном

столкновении мала ( $P \ll 1$ ), то в первом порядке теории возмущений:

$$b_{ij} = \frac{1}{i\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} \langle f | H(t) | i \rangle e^{i\omega t} dt, \quad (3.7)$$

где  $H(t)$  — энергия взаимодействия,  $\omega$  — частота, связанная с энергией возбужденного уровня  $\Delta E$ :

$$\omega = \frac{\Delta E}{\hbar} = \frac{E_j - E_i}{\hbar}. \quad (3.8)$$

Если основным взаимодействием является кулоновское, и его потенциал можно разложить по мультипольным моментам ядра  $m(E\lambda)$ , то сечение возбуждения, связанное с каждым из этих моментов, при рассеянии частицы на угол  $\theta$  имеет вид:

$$d\sigma_{E\lambda} = \left( \frac{Z_1 e}{\hbar v} \right) a^{-2\lambda+2} B(E\lambda, I_i \rightarrow I_j) df_{E\lambda}(\theta\xi), \quad (3.9)$$

где  $B(E\lambda, I_i \rightarrow I_j)$  — приведенная вероятность радиационного перехода из основного состояния в возбужденное:

$$B(E\lambda, I_i \rightarrow I_j) = \frac{1}{2I_i + 1} \left| \langle I_i \| m(E\lambda) \| I_j \rangle \right|^2, \quad (3.10)$$

$f_{E\lambda}(\theta\xi)$  — функция кулоновского возбуждения, которая выражается через орбитальные интегралы и шаровые функции.

Из выражений (3.9) и (3.10) видно, что измерения сечений кулоновского возбуждения позволяют определить значения электрических мультипольных моментов, из которых можно получить целый ряд важных сведений о структуре ядра, и, в первую очередь, о распределении электрического заряда в ядре. Исследования кулоновского возбуждения показали, что в атомных ядрах преобладающим мультипольным моментом является электрический квадрупольный момент, который определяет степень отклонения заряда ядра от сферической симметрии:

$$Q_2 = \frac{1}{e} \int \rho(r) (3\bar{Z}^2 - r^2) dV, \quad (3.11)$$

где  $\rho(r)$  — распределение плотности электрического заряда в ядре,  $\bar{Z}$  — значение координаты по выделенной оси OZ.

### 3.2. Результаты измерений

К настоящему времени накоплен обширный экспериментальный материал по кулоновскому возбуждению ядерных уровней. Например, измерены сечения электрического квадрупольного кулоновского возбуждения первых уровней с квантовыми характеристиками  $2^*$  для всех стабильных четно-четных ядер, откуда определены значения  $E(2^+)$  и  $B(E2)$ . Эти значения ядерных параметров представлены в табл. П.2.1.

Из таблицы видно, что в ряде ядер (с  $A = 150 - 190$ ,  $A > 230$ ) наблюдаются необычайно большие квадрупольные моменты, которые означают, что форма этих ядер заметно отличается от идеальной сферы. Ряд других свойств таких ядер, например, спектр возбужденных состояний, позволяет предположить, что их форму можно представить в виде вытянутого или сплюснутого эллипсоида с отношением большой и малой полуосей  $a/b = 1.2 - 1.3$ . Для таких ядер их электрический квадрупольный момент может быть выражен через разность его большой ( $a$ ) и малой ( $b$ ) полуосей:

$$Q = ZR^2 \frac{(a-b)}{\sqrt[3]{ab^2}} \quad (3.12)$$

или через параметр квадрупольной деформации  $\beta$ :

$$Q_0 = \frac{3}{\sqrt{5\pi}} ZR^2 \beta (1 + 0.158\beta). \quad (3.13)$$

Эти значения ядерных параметров также приведены в табл. П.2.1.

Спектр уровней такого ядра соответствует его вращению относительно оси, перпендикулярной оси симметрии (рис. 3.1, а):

$$E(I) = \frac{\hbar^2}{2J} I(I+1), \quad (3.14)$$

где  $J$  — момент инерции ядер.

В других областях ядер (между ядрами с замкнутыми оболочками протонов или нейтронов и деформированными) наблюдался

другой спектр возбужденных состояний — эквидистантное расположение уровней (рис. 3.1, б). При этом первое возбужденное состояние имеет спин  $2^+$ , а второе — расщеплено на три компоненты со спинами  $0^+$ ,  $2^+$ ,  $4^+$ . Такой спектр возбужденных уровней соответствует гармоническим квадрупольным колебаниям ядерной поверхности относительно равновесной сферической формы. Полученные из кулоновского возбуждения значения энергии уровня и приведенной вероятности перехода на этот уровень позволяют определить амплитуду этих колебаний. Среднеквадратичная величина этой амплитуды определяется выражением

$$\langle \beta^2 \rangle^{1/2} = \frac{4\pi}{3ZR^2} \sqrt{B(E2, 0 \rightarrow 2^+)}. \quad (3.15)$$

Проведенные исследования кулоновского возбуждения таких ядер показали, что значения  $\langle \beta^2 \rangle^{1/2}$  могут достигать 0,20–0,25, что близко к параметрам статической квадрупольной деформации ядер, характеризующихся вращательным спектром энергий уровней и имеющих форму вытянутого эллипсоида.

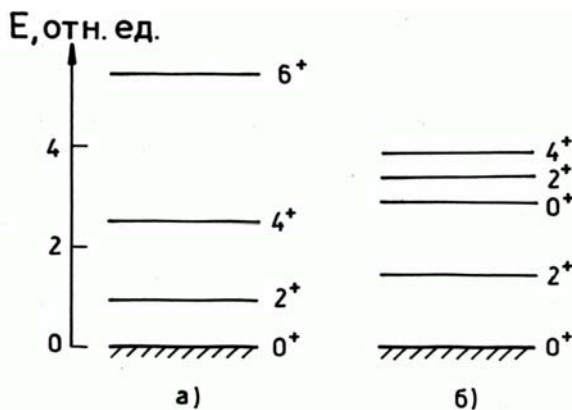


Рис. 3.1. Спектры коллективных возбуждений:  
а — вращательные, б — колебательные

### 3.3. Возбуждение электрических октупольных колебаний

Подобно электрическому полю излучения, испускаемому при девозбуждении ядер и содержащему набор мультиполей, действующее на ядро поле содержит те же мультиполи. Однако в то время как при излучении интенсивность соседних мультиполей определяется множителем  $(\lambda)^2$ ; при кулоновском возбуждении соответствующий множитель равен  $(a)^2$ . Второй множитель значительно больше первого, поэтому сечение кулоновского возбуждения не так быстро уменьшается с ростом мультипольности перехода, как интенсивность излучения.

Следующим типом возбуждения после рассмотренного выше электрического квадрупольного является электрическое октупольное (переход с изменением четности и момента на 3). Сечение такого возбуждения определяется выражением

$$d\sigma_3 = \left( \frac{Z_1 e}{\hbar v} \right) a^{-4} B(E3, I_i \rightarrow I_j) df_3(\theta, \xi), \quad (3.16)$$

где  $B(E3)$  — приведенная вероятность электрического октупольного перехода с основного состояния на возбуждаемый уровень,  $f_3(\theta, \xi)$  — функция электрического октупольного возбуждения (подобно аналогичной функции для электрического квадрупольного возбуждения).

Электрическому октупольному кулоновскому возбуждению благоприятствует наличие в ядре коллективных возбужденных состояний с энергиями 2,5–4,0 МэВ, интерпретируемых как октупольные колебания ядерной поверхности (подобно рассмотренным выше квадрупольным колебаниям). В четно-четных ядрах эти уровни имеют спин и четность  $3^-$  и связаны с основным состоянием электрическим октупольным переходом ( $E3$ ), вероятность которого в 10–50 раз превышает одночастичную.

В табл. П.2.2 представлен ряд примеров таких уровней в четно-четных ядрах. Указаны энергии уровней, приведенные вероятности электрических октупольных переходов, полученные из сечений кулоновского возбуждения и параметры октупольной деформации (см. приложение 2).

Из табл. П.2.2 можно видеть, что большинство ядер имеют отличную от нуля октупольную деформацию, сравнимую с квадрупольной. Однако, все параметры октупольных состояний ( $E(3^-)$ ,  $B(E3)$ ,  $\beta_3$ ) в отличие от аналогичных значений для квадрупольных состояний (табл. П.2.1) обнаруживают значительно более слабую зависимость от числа нейтронов в ядре. По-видимому, это может означать менее сильное влияние ядерной структуры (например, замкнутых оболочек протонов или нейтронов) на октупольные колебания по сравнению с квадрупольными и существенно разные жесткости этих колебаний.

Исключение представляют ядра с  $Z > 82$  (изотопы Pb, Ra, Th, U, Pu, Cm, Cf). В этих ядрах энергии октупольных колебаний заметно ниже, а амплитуды колебаний выше, чем для основной массы рассмотренных выше ядер. Во многих случаях они даже выше, чем соответствующие амплитуды квадрупольных колебаний. Наиболее сильно это проявляется в ядре  $^{226}\text{Ra}$ . Значение  $\beta_3$  составляет 0,66, а  $\beta_2$  — всего 0,18.

### 3.4. Каскадное кулоновское возбуждение

Из выражения (3.9) видно, что сечение кулоновского возбуждения быстро растет с ростом заряда ядра. В случае таких тяжелых ионов, как  $^{136}\text{Xe}$  ( $Z = 54$ ) или  $^{208}\text{Pb}$  ( $Z = 82$ ), сечение возбуждения вращательных уровней ядра становится столь значительным, что при больших углах рассеяния ( $\theta > 90^\circ$ ) вероятность возбуждения приближается к единице. В этом случае становятся заметными эффекты более высоких порядков. Одним из таких эффектов является многократное кулоновское возбуждение, которое грубо можно представить как ряд последовательных радиационных переходов в ядре, происходящих при одном столкновении с ионом. Например, при кулоновском возбуждении ядра  $^{238}\text{U}$  ионами  $^{208}\text{Pb}$  наблюдались уровни ротационной полосы вплоть до спина  $28^+$  (рис. 3.2). Этот уровень связан с основным состоянием ядра  $^{238}\text{U}$  ( $I = 0^+$ ) 14 последовательными E2-переходами.

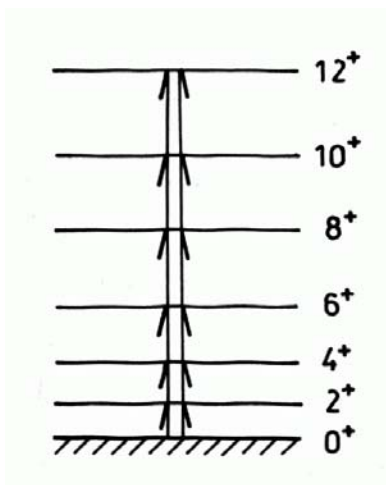


Рис. 3.2. Каскадное кулоновское возбуждение уровней ротационной полосы

Такие же длинные ротационные полосы наблюдались при кулоновском возбуждении целого ряда ядер — изотопы редкоземельных ( $\text{Sm}-\text{Yb}$ ) и актинидных ( $\text{Th}-\text{Pu}$ ) элементов. В большинстве случаев спектры возбужденных состояний и вероятности электрических квадрупольных переходов между ними соответствовали жесткому симметричному ротатору и хорошо описывались выражением (3.14). Из измеренных значений приведенных вероятностей электрических квадрупольных переходов следовало, что внутренний квадрупольный момент ядра  $Q_0$  или его параметр квадрупольной деформации  $\beta_2$  остаются неизменными с ростом частоты вращения в исследуемом диапазоне угловых моментов.

Однако в целом ряде ядер наблюдается более сложная картина спектров ротационных уровней. Большая часть этих данных получена при исследовании  $\gamma$ -спектров, испускаемых при разрядке возбужденных состояний составных ядер, образующихся в реакциях слияния тяжелого иона с ядром. В некоторых случаях зависимость энергии ротационного уровня от его углового момента отклоняется от линейной зависимости, описываемой выражением (3.14) и представленной на рис. 3.3, а. Более четко эти отклонения проявляются, если выразить зависимость момента инерции ядра от квадрата час-

тоты вращения рис. 3.3, б. В этом случае наблюдается характерный вид указанной зависимости, когда в начале с ростом спина уровня частота вращения уменьшается, а момент инерции быстро растет, а затем эти зависимости трансформируются в обратные (так называемый «обратный загиб» или “backbending”). Причинами появления такой необычной зависимости могут быть выстраивания спинов отдельных нуклонов в результате разрыва нуклонных пар, изменение деформации при вращении, кориолисово взаимодействие.

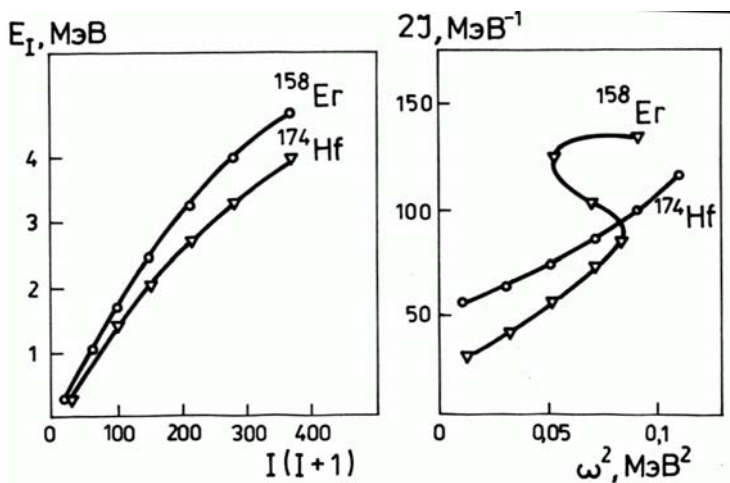


Рис. 3.3. Зависимость энергии вращательного уровня от его спина (а) и его момента инерции от квадрата частоты вращения (б)

### 3.5. Эффект реориентации

В ряде случаев к интересным явлениям может привести интерференция между эффектами первого и второго порядков. К одним из таких явлений относится эффект реориентации, в котором к состоянию с выделенным спином  $I$  и его проекцией  $M$  приводит и прямой переход из основного состояния, и каскадный (рис. 3.4). В этом случае сечение возбуждения можно представить в виде:

$$d\sigma(\theta) = d\sigma_1(\theta) + d\sigma_{1,2}(\theta) + d\sigma_2(\theta), \quad (3.17)$$



где  $d\sigma_{1,2}(\theta)$  — сечение, обусловленное интерференцией процессов первого и второго порядков. При выборе энергии и заряда иона такими, чтобы сечением второго порядка  $d\sigma_2(\theta)$  можно было пренебречь, относительный вклад сечения интерференции определяется выражением:

$$\frac{d\sigma_{1,2}(\theta)}{d\sigma_1(\theta)} = 5 \frac{A_2^{1/2}}{Z_1 Z_2^2} E^{3/2} Q_j, \quad (3.18)$$

где  $Q_j$  — статический квадрупольный момент возбужденного состояния.

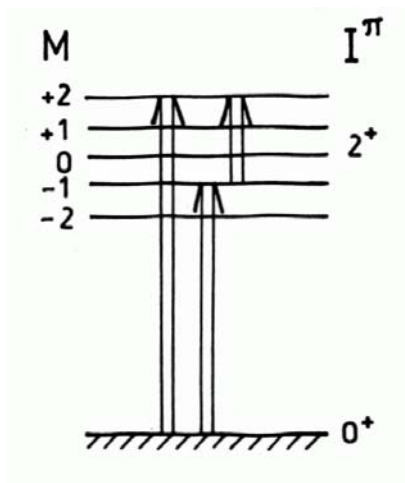


Рис. 3.4. Эффект реориентации ядерных уровней

Из выражений (3.17) и (3.18) видно, что из сравнения сечений возбуждения исследуемого уровня для двух разных бомбардирующих частиц можно определить значения квадрупольного момента этого уровня. При этом выбираются такие ионы, чтобы для одного из них были существенны только эффекты первого порядка (это имеет место для легких ионов — протонов или  $\alpha$ -частиц), а для другого эффект интерференции был бы заметным. Для определения квадрупольного момента можно использовать также и то обстоятельство, что реориентация ядер в возбужденных состояниях

будет изменять угловое распределение  $\gamma$ -излучения, испускаемого при разрядке уровня (будет происходить ослабление анизотропии в угловом распределении).

В отличие от измерений сечений кулоновского возбуждения данный метод позволяет определить и знак квадрупольного момента и таким образом судить о том, какому эллипсоиду (вытянутому или сплюснутому) соответствует форма данного ядра.

Полученные таким способом значения спектроскопических квадрупольных моментов четно-четных ядер в первом возбужденном состоянии ( $I^\pi = 2^+$ ) и соответствующие им параметры деформации представлены в табл. П.2.3.

Из таблицы можно видеть, что практически все четно-четные ядра в первом возбужденном состоянии  $2^+$  имеют конечные, хотя во многих случаях и небольшие, квадрупольные моменты, сравнимые с наблюдаемыми для соседних нечетных ядер. Это, по-видимому, означает отклонение их формы от сферической. Возможно, однако, что это отклонение возникает лишь при переходе от основного состояния ядра к возбужденному.

Для хорошо деформированных ядер с ротационным спектром уровней ( $^{150}\text{Nd}$ ,  $^{152,154}\text{Sm}$ ) измеренный таким способом квадрупольный момент практически совпадает с полученным другим способом (например, из сечения кулоновского возбуждения первого уровня  $2^+$ ). Это означает справедливость данного метода и существенно расширяет круг исследуемых ядер.

Для ядер, рассматривающихся как сферические и характеризующихся вибрационным спектром возбужденных уровней, величина параметра статической квадрупольной деформации может достигать 30-50% от амплитуды нулевых колебаний, определяемой выражением (3.15), т. е. их форма может заметно отличаться от идеальной сферы. Это может означать отсутствие резкой границы между сферическими и деформированными ядрами.

Для большинства исследованных ядер знак спектроскопического квадрупольного момента отрицательный. Он соответствует положительному внутреннему квадрупольному моменту. Связь между этими моментами определяется выражением:

$$Q_s = Q_0 \frac{-I_0(2I_0 - 1)}{(I_0 + 1)(2I_0 + 3)}. \quad (3.19)$$

При  $I = 2$   $Q_0 = -3,5Q_s$ . Это означает, что данные ядра можно представить, как вытянутые эллипсоиды, а знак квадрупольной деформации будет положительный.

В то же время для ядер Pt и Hg наблюдается противоположная картина — положительные спектроскопические квадрупольные моменты и, следовательно, отрицательные параметры деформации, т. е. эти ядра можно представить как сплюснутые эллипсоиды.

### **3.6. Информация о структуре ядра, полученная из исследования кулоновского возбуждения**

За более чем пятидесятилетнюю историю изучения кулоновского возбуждения с его помощью была получена обширная и во многих случаях уникальная информация о структуре атомных ядер. В первую очередь она относится к их коллективным свойствам, в которых участвует значительная часть входящих в их состав нуклонов. Эти свойства в значительной степени определяют и форму атомных ядер, и спектр их возбужденных состояний.

На основании опытов по кулоновскому возбуждению было установлено, что ядра с  $A = 20 - 27$ ,  $A = 150 - 180$  и  $A > 220$  являются не сферическими, а деформированными, т. е. имеют форму вытянутого эллипсоида с отношением большой и малой полуосей около 1,3. Небольшая область ядер с  $A = 180 - 190$  (изотопы Pt и Hg) соответствует сплюснутому эллипсоиду приблизительно с тем же эксцентриситетом. Такая форма ядер в значительной степени определяет и спектр их возбужденных состояний (появление ротационных полос), и значения их электромагнитных моментов (аномально большие электрические квадрупольные моменты), и сечения взаимодействия с различными бомбардирующими частицами (например, расщепление гигантского дипольного резонанса в сечении фотопоглощения).

Ядра, лежащие вне указанных областей, рассматриваются как сферические, хотя их форма может отличаться от идеальной сферы (они имеют, хотя и сравнительно небольшие, но вполне заметные электрические квадрупольные моменты). Одной из особенностей таких ядер является сравнительно малая жесткость по отношению к квадрупольным колебаниям ядерной поверхности. Это приводит

к появлению в таких ядрах спектров колебательных уровней с достаточно большой амплитудой колебаний, что оказывает заметное влияние и на остальные ядерные уровни и на целый ряд других ядерных характеристик.

Наряду с квадрупольными в ядрах проявляются и колебания более высоких порядков. В первую очередь это октупольные колебания, в которых ядро принимает грушевидную форму. В ряде ядер, например с  $A > 210$ , жесткость по отношению к таким колебаниям ниже, чем к квадрупольным, и они могут оказывать заметное влияние на свойства ядер. Это, как видно из табл. П.2.3, проявляется в первую очередь в заметном уменьшении энергий уровней  $3^-$  и в увеличении приведенных вероятностей электрических октупольных переходов  $B(E3)$ .

#### РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Теория кулоновского возбуждения.

*Alder K., Bohr A., Huus T., Mottelson B., Winter A.* // Rev. Mod. Phys. 1956. V.28. P.432.

Приведенные вероятности E2-переходов и электрические квадрупольные моменты ядер (сводка экспериментальных данных).

*Raman S., Nestor C., Tikkanen P.* // ADNDT. 2001. V. 78. P. 1.

*Stone N.J.* // ADNDT. 2005. V. 90. P. 75

## 4. УПРУГОЕ РАССЕЙЯНИЕ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ НА ЯДРАХ

### 4.1. Описание процесса рассеяния

Упругое рассеяние относится к тому классу реакций, которые происходят при краевых соударениях иона с ядром. При изучении упругого рассеяния получают важную физическую информацию о микроскопических и макроскопических характеристиках двух взаимодействующих ядер.

Количественные характеристики процесса упругого рассеяния определяются потенциалом взаимодействия бомбардирующего иона с ядром. Вследствие короткодействующего характера ядерных сил форма этого потенциала должна быть близка к форме распределения ядерной материи: потенциал должен быть постоянным внутри ядра и быстро спадать на его поверхности. Этот потенциал является комплексным, состоящим из действительной и мнимой частей:

$$V(r) = v(r) + i\omega(r). \quad (4.1)$$

Такой потенциал получил название оптического, т. к. в нем многочастичные ядерные взаимодействия заменены на двухчастичные по аналогии с электромагнитным взаимодействием, описывающим распространение света в поглощающей и преломляющей среде. Действительная часть потенциала представляется в виде:

$$V(r) = -V_0 f(X_V), \quad (4.2)$$

где  $V_0$  — глубина потенциала,  $f(X_V)$  — функция Вудса–Саксона:

$$f(X_V) = [1 + \exp(X_V)]^{-1}, \quad (4.3)$$

где  $X_V = \frac{r - R_V}{a_V}$ , где  $R_V$  — значение  $r$ , при котором  $V(r) = 1/2$ ,

$r > 0$ ,  $a_V$  — параметр диффузности. Вид функции Вудса–Саксона представлен на рис. 4.1.

Если взаимодействующие частицы заряжены, то в действительной части потенциала учитывается электростатическое отталкивание, описываемое выражениями:

$$V_k(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2 (3Z - r^2/R_k^2)}{2R_k} \quad (4.4)$$

при  $r \leq R_k$  и

$$V_k(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r}, \quad (4.5)$$

при  $r > R_k$ , где  $R_k$  — радиус однородно заряженной сферы, в виде которой представляется ядро.

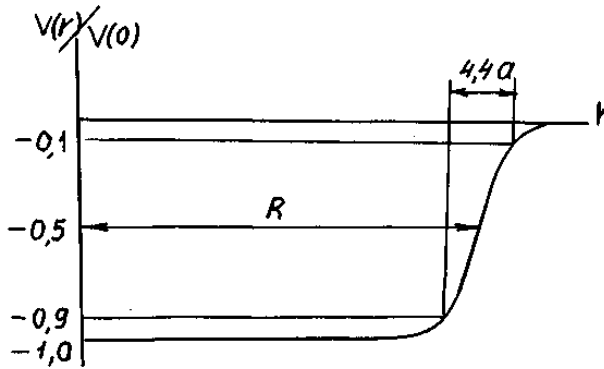


Рис. 4.1. Распределение ядерного вещества (потенциал Вудса–Саксона)

Рассмотрим рассеяние частицы (масса  $m$  и энергия  $E$ ) сферически симметричным реальным потенциалом  $V(r)$  в нерелятивистском приближении. Проблема рассеяния сводится к взаимодействию двух ядер (массы  $m_1$  и  $m_2$ ) с приведенной массой  $m = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$  и энергией в системе центра масс  $E_{cm} = E$ . Введя сферические координаты  $r$  и  $\theta$  для описания траектории частицы (рис. 4.2) и определяя угловой момент  $L = mr^2 \dot{\theta}(b)$ , можно получить из закона сохранения энергии выражение

$$E - V(r) = L^2 / 2mr^2 + \frac{1}{2}mr^2. \quad (4.6)$$

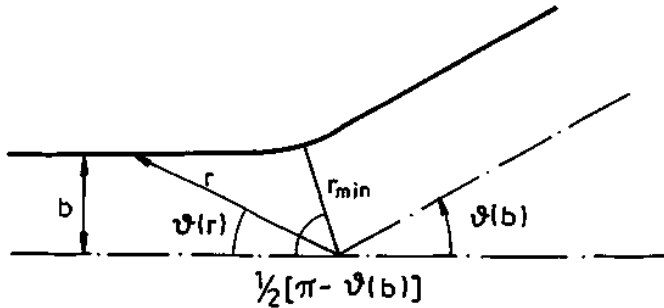


Рис. 4.2. Траектория частицы при рассеянии в центральном поле

Интегрированием от расстояния наибольшего сближения до бесконечности можно получить угол отклонения как функцию от  $b$  (deflection function)

$$\theta(b) = \pi - 2 \int_0^{\infty} \left( 1 - \frac{V[r(\omega)]}{E} - \omega^2 \right)^{1/2} d\omega, \quad (4.7)$$

где переменная  $\omega = b/r$ . Расстояние наибольшего сближения  $b$  может быть получено из закона сохранения энергии и углового момента. Поскольку значение интеграла в выражении (4.7) для угла отклонения всегда положительно, угол отклонения может измениться от  $-\infty$  до  $\pi$ . Угол рассеяния  $\theta$ , изменяющийся от 0 до  $\pi$ , связан с углом отклонения соотношением:

$$\theta + 2n\pi = \pm\theta(b), \quad (4.8)$$

здесь  $n \geq 0$ .

В случае кулоновского потенциала  $V(r) = a/r$  ( $= Z_1 Z_2 e^2 / r$ ) для двух ядер из выражения (4.7) можно получить функцию кулоновского отклонения:

$$\theta_k(b) = 2 \arctan(\alpha / 2Eb), \quad (4.9)$$

которая представлена на рис. 4.3. Угол отклонения монотонно увеличивается от 0 до  $\pi$  с уменьшением прицельного параметра от  $\infty$  до 0. Для  $b = Z_1 Z_2 e^2 / 2E$  угол рассеяния составляет  $90^\circ$ . Если заме-

нить точечный заряд распределенным в пространстве зарядом, то функция отклонения примет другую форму, представленную на рис. 4.3. Функция отклонения при этом стремится к нулю при  $b \rightarrow 0$  и энергии  $E$ , больше значения центрального потенциала  $V_0$ . В этом случае налетающая частица с прицельным параметром  $b = 0$  проходит прямо через центр ядра. Для  $E < V_0$  функция отклонения приближается к  $\pi$  для  $b \rightarrow 0$ , поскольку энергии бомбардирующей частицы недостаточно для преодоления центробежного барьера.

Дифференциальное сечение  $d\sigma/d\Omega$  определяется числом отклоненных частиц в единицу времени в полном телесном угле  $d\Omega$  по отношению к потоку бомбардирующих частиц  $N$ :

$$d\sigma = (d\sigma/d\Omega) \sin\theta d\theta d\varphi = N(b) db d\varphi / N, \quad (4.10)$$

где  $\theta$  и  $\varphi$  — полярный и азимутальный углы рассеяния, соответственно. Поскольку  $d\sigma$  связано с абсолютным значением  $db = (db/d\theta) d\theta$  для сферически симметричного потенциала, классическое полное сечение упругого рассеяния может быть записано в виде:

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{el} = \frac{b}{\sin\theta} \left| \frac{db}{d\theta} \right|. \quad (4.11)$$

Подставляя в это выражение функцию кулоновского отклонения, можно получить для сечения Резерфордского рассеяния выражение:

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_R = \frac{1}{4} (\alpha/2E)^2 \left[ \frac{1}{\sin|\theta_2|} \right]^4. \quad (4.12)$$

Поскольку для больших прицельных параметров  $b_n$ , соответствующих разным углам рассеяния  $\theta$ , можно записать выражение для классического сечения, то, суммируя выражение (4.12) по разным каналам функции отклонения, получим:

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{кл} = \sum_n \frac{b_n}{\sin\theta} \left| \frac{db}{d\theta} \right|_{b=b_n}. \quad (4.13)$$

Это выражение можно использовать также для диссипативных столкновений тяжелых ионов в классическом приближении.



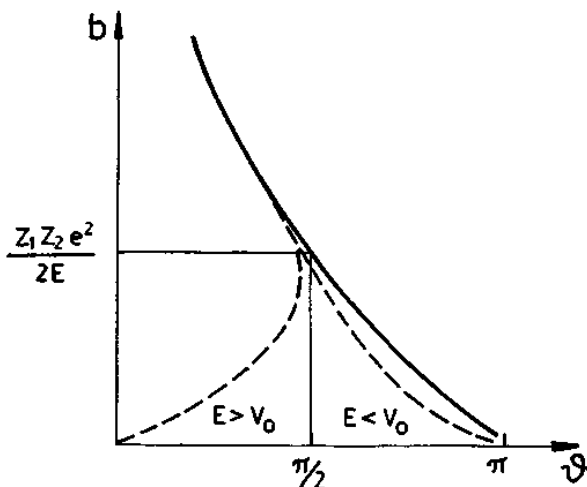


Рис. 4.3. Функция отклонения для рассеяния точечного заряда  $Z_1 e$  в кулоновском потенциале  $Z_1 Z_2 e^2 / r$  ядром с зарядом  $Z_2 e$ . Пунктир — ядро конечных размеров

В рамках этого приближения рассматривается классическая траектория частицы в кулоновском поле ядра (см. рис. 4.2). В этом случае расстояние наибольшего сближения двух ядер связано с углом рассеяния соотношением

$$a = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2E} \left( 1 + \cos \frac{\theta}{2} \right), \quad (4.14)$$

где  $E$  — энергия бомбардирующего иона в системе центра масс. При значениях  $a$ , равных сумме ядерных радиусов двух взаимодействующих ядер, в канале упругого рассеяния наблюдается излом в сечении из-за влияния ядерного поглощения. Этому значению расстояния наибольшего сближения соответствует некоторый угол  $\theta_{кр}$ , при котором наблюдается отклонение отношения сечения рассеяния к Резерфордскому сечению  $\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{el} / \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_R$  от единицы (рис. 4.4). Это соотношение можно выразить следующей зависимостью:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{el} / \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_R \approx 1 - \exp\left(\frac{[d(\theta) - d_0](A_1^{1/3} + A_2^{1/3})}{\Delta}\right), \quad (4.15)$$

где  $d = a/(A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$  и  $\Delta$  — параметр, характеризующий диффузность ядер. На рис. 4.4 показана зависимость  $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{el} / \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_R$  от параметра  $d(\theta)$  для нескольких реакций. Эти кривые можно описать эмпирической зависимостью:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{el} / \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_R = 1 - P_{absorb}(d), \quad (4.16)$$

$$\text{где } P_{absorb} = \begin{cases} 0, & \text{для } d > d_0; \\ 1 - \exp\left(\frac{d - d_0}{\Delta}\right), & \text{для } d < d_0. \end{cases}$$

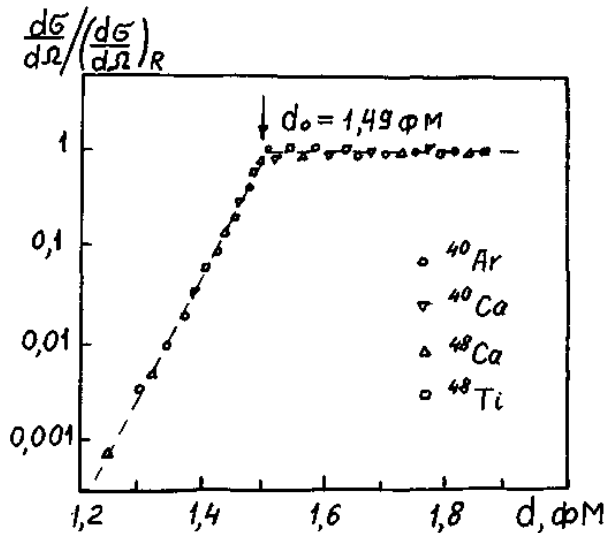


Рис. 4.4. Зависимость отношения сечений упругого рассеяния к резерфордскому от параметра наибольшего сближения двух ядер

С учетом того, что  $R = r_0 A^{1/3}$  и  $d = \frac{a}{A_1^{1/3} + A_2^{1/3}}$ , можно получить уни-

версальную зависимость отношений сечений от параметра  $d$ . В этом случае все указанные реакции характеризуются одинаковым значением радиуса взаимодействия и диффузности, а все экспериментальные точки ложатся на одни кривые. Поэтому такой подход к описанию упругого рассеяния ядер эффективнее качественного сравнения параметров двух взаимодействующих ядер.

С кулоновским потенциалом отталкивания складывается и тяжелоионный потенциал взаимодействия между ядрами, образуя некий ядерный потенциал с притягивающей и отталкивающей частью (рис. 4.5). Притягивающая часть потенциала объясняется силами притяжения между нуклонами в разных ядрах. Отталкивающая часть возникает из-за повышения плотности в частично перекрывающихся поверхностях взаимодействующих ядер. При этом предполагают также, что ядерная плотность не меняется в течение взаимодействия (приближение замороженной плотности, frozen-density approximation). В результате действия отталкивающих и притягивающих сил получается функция отклонения, в принципе похожая на ту, что имеет место при атомных столкновениях.

Для большого прицельного параметра  $b$  функция отклонения совпадает с кулоновской функцией отклонения (рис. 4.3). Для малых значений  $b$  траектория частицы проходит через притягивающую часть потенциала и приходит в область отрицательных углов отклонения. Для выходного потенциала в этом случае угол отклонения может быть большим или даже отрицательным. Для малого значения  $b$  и траектория определяется в основном отталкивающей частью потенциала и для  $b \rightarrow 0$ , функция отклонения приближается к  $\pi$  (чисто кулоновское рассеяние).

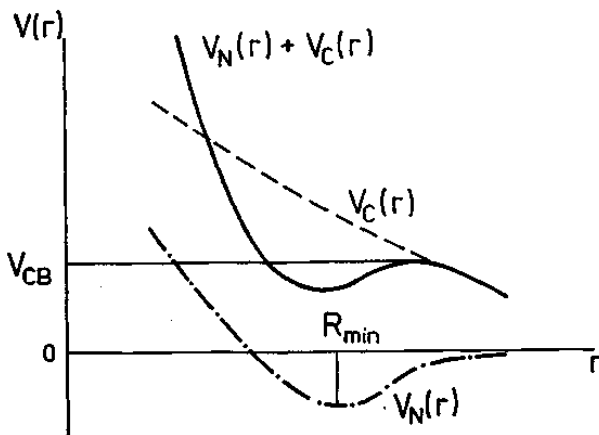


Рис. 4.5. Качественное представление тяжелоионного потенциала  $V(r)$  с кулоновской расталкивающей компонентой  $V_C(r)$  и ядерной притягивающей компонентой  $V_N(r)$ ;  $V_{CB}(r)$  — кулоновский барьер

## 4.2. Радужное рассеяние

Одним из интересных эффектов, наблюдаемых при упругом рассеянии тяжелых ионов, является радужное рассеяние. Оно возникает в том случае, когда притягивающий ядерный потенциал действует как собирающая линза и отклоняет рассеиваемые ионы на отрицательные углы. Этот процесс можно рассматривать как ядерный аналог известного из оптики радужного рассеяния. Он вызывается дальнедействующей компонентой ядерных сил.

При квазиклассическом рассмотрении радужное рассеяние возникает как результат интерференции волн от обеих ветвей функции отклонения  $\theta(b)$ , а сечение его представляет собой ряд чередующихся максимумов (рис. 4.6), описываемых функцией Эйри:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\theta}\right) = Ai^2(x), \quad (4.17)$$

где  $A$  — нормирующий множитель, а  $x$  — аргумент функции Эйри:

$$x = \frac{\theta - \theta_{NR}}{q^{1/3}}, \quad (4.18)$$

где  $\theta_{NR}$  — угол радуги,  $q$  — параметр преломления. В угловом распределении упругого рассеяния первый (главный) максимум расположен несколько ближе этого угла (рис. 4.6). Как видно из рис. 4.7, угол радуги разделяет области «света» (осцилляции Энри) и «тени» (экспоненциальное затухание). Значение этого угла зависит от параметров поля преломления и начальной энергии иона. В случае указанного выше потенциала Вудса–Саксона, определяемого выражением (4.3):

$$\theta_{NR} = 0,56 \frac{v_0}{E} \left( \frac{R}{a} \right)^{1/2}, \quad (4.19)$$

где  $E$  — энергия иона,  $v_0$ ,  $R$  и  $a$  — соответственно глубина, радиус и диффузность действительной части потенциала. Из этого выражения видно, что радужный максимум смещается в область малых углов с ростом энергии иона.

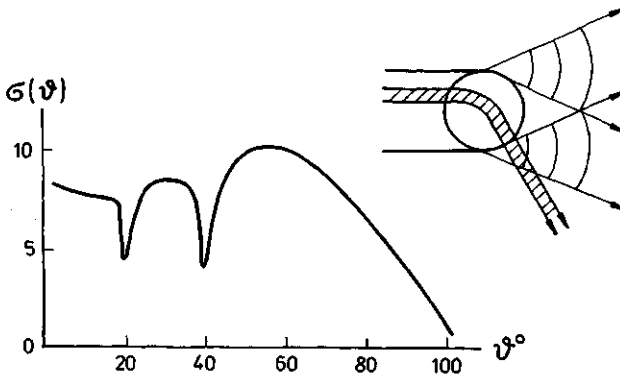


Рис. 4.6. Схематическое представление радужного рассеяния (справа вверху) и угловая зависимость сечений упругого рассеяния

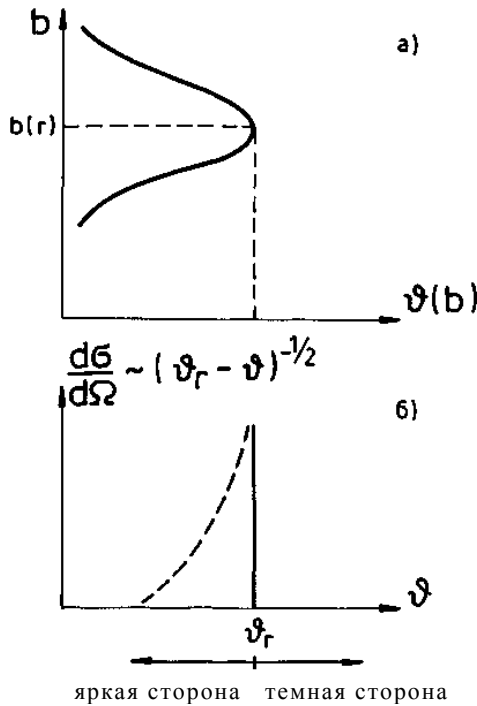


Рис. 4.7. Угловая зависимость сечения радужного рассеяния и полного сечения реакций

Очевидно, радужная траектория иона соответствует глубокому проникновению сталкивающихся ядер друг в друга. При этом расстояние наибольшего сближения иона с ядром соответствует точке поворота:

$$r_0 = b(1 - v(r)/E)^{-1}. \quad (4.20)$$

При радужном рассеянии значительная часть траектории иона проходит внутри ядра, поэтому сильное влияние на него оказывает поглощение. Это поглощение замыкает радужные осцилляции, но слабо влияет на экспоненциальный спад в область тени.

Ядерная радуга проявляется в той или иной форме в упругом рассеянии легких ионов на всех мишенях, а в случае ионов тяжелее

Li — на мишенях с  $A \leq 20$  при энергиях более 10 МэВ/нуклон. Она наблюдается также и в ряде других реакций, близких к упругому рассеянию (неупругое рассеяние, реакции перезарядки или однонуклонных передач, которые рассматриваются ниже).

### 4.3. Дифракция Френеля и Фраунгофера

Высота кулоновского барьера взаимодействия двух ядер, как уже отмечалось выше, определяется выражением

$$V_{\text{кул}} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R}, \quad (4.21)$$

где  $R = r_0 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$ .

Для взаимодействия относительно легких ядер величина кулоновского барьера мала по сравнению с энергией падающих ионов (в случае реакции  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$  величина  $V_{\text{кул}} \approx 10$  МэВ). Поэтому в угловом распределении упругого рассеяния будет наблюдаться дифракция Фраунгофера, которая, как известно, в оптике возникает, когда расстояние от источника света до экрана бесконечно велико по сравнению с размером отверстия, на котором происходит дифракция (рис. 4.8). Наблюдения в упругом рассеянии тяжелых ионов дифракций Фраунгофера могут использоваться для определения радиуса взаимодействия. В этом случае можно воспользоваться тем, что два соседних максимума в случае дифракции Фраунгофера разделены угловым интервалом, определяемым соотношением  $\Delta(qR) \approx \pi$ , которое можно переписать в виде:

$$\Delta(\sin \theta_{\text{ц.м.}}/2) \approx \pi\lambda/2R. \quad (4.22)$$

Это выражение вытекает из следующего выражения для импульса, передаваемого при упругом рассеянии:

$$g = [2p \sin \theta_{\text{ц.м.}}/2]/\hbar = [2 \sin \theta_{\text{ц.м.}}/2]/\lambda. \quad (4.23)$$

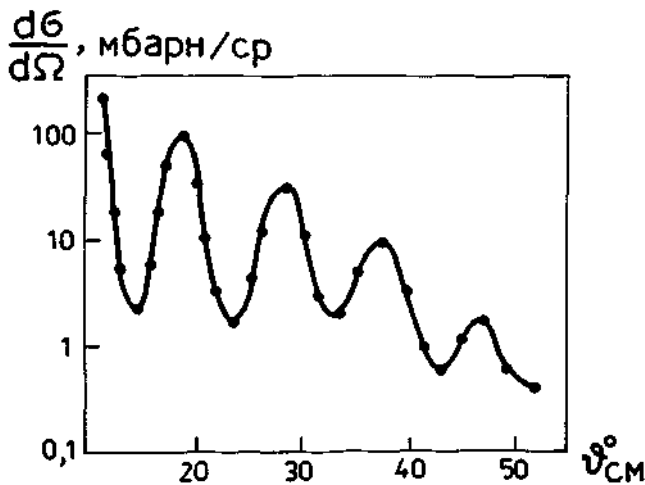


Рис. 4.8. Угловая зависимость сечения упругого рассеяния  $^{12}\text{C}+^{16}\text{O}$ , по форме напоминающее кривую дифракции Фраунгофера

В случае реакции  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$  с энергией в системе ц. м. 78 МэВ два первых максимума на рис. 4.8 расположены при  $\theta_{\text{ц.м.}} = 19^\circ$  и  $\theta_{\text{ц.м.}} = 24^\circ$ . Зная, что здесь  $\lambda = \hbar/\sqrt{2\mu E_{\text{ц.м.}}} \approx 0.2$  фм, из соотношения (4.22) получаем  $R(\text{C} + \text{O}) \approx 7$  фм. Такой порядок величины хорошо согласуется с выражением, полученным в результате точного анализа упругого рассеяния тяжелых ионов:

$$R = r_0(A_1^{1/3} + A_2^{1/3}) + \Delta, \quad (4.24)$$

где  $r_0 \approx 1,36$  фм,  $\Delta \approx 0,5$  фм. Такое значение параметра  $r_0$  типично для суммы радиусов двух ядер, связанных сильным взаимодействием. Параметр  $\Delta$  характеризует диффузность поверхности. Таким образом, мы имеем дело с дифракцией Френеля, которая, как известно в оптике, наблюдается тогда, когда источник света находится на конечном расстоянии от предмета, на котором происходит дифракция. В этом случае для определения радиуса ядра из эксперимента, в котором проявляются эффекты кулоновского и ядерного взаимодействия, определяют критический предельный параметр  $b_{\text{crit}}$ , соответствующий критическому углу  $\theta_{\text{crit}}$ , при котором  $\sigma/\sigma_R = 1/4$ . Например, для реакции  $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$  при  $E_{\text{ц.м.}} = 78$  МэВ



критический угол составляет около  $37^\circ$ . Тогда из формулы (4.9), согласно которой  $R = \alpha/2(eb \operatorname{tg} \theta_{\text{crit}}/2)^{-1}$  получаем  $R(\text{O} + \text{Pb}) \approx 12$  фм.

В экспериментах с тяжелыми ионами при фиксированном угле в достаточно широком интервале энергий для сравнительно легких взаимодействующих систем на функциях возбуждения были обнаружены широкие структуры, первоначально интерпретированные как резонансы и названные тогда «квазимолекулярными состояниями». Объяснение этим структурам состояло в том, что при условии равновесия притягивающего ядерного потенциала и отталкивающих кулоновского  $(Z_1 Z_2 e^2 / r)$  и центробежного  $\hbar^2 l(l+1)(2\mu R^2)^{-1}$  потенциалов падающий ион и ядро-мишень могут образовать метастабильное состояние. Однако в настоящее время это явление объясняется интерференцией волн, которые соответствуют двум уходящим под одинаковыми углами траекториям скользящего столкновения, охватывающим ядро-мишень с противоположных сторон. В случае симметричных систем типа  $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$  при такой интерпретации широкая структура должна наблюдаться всякий раз, как угловой момент, вычисленный для этой траектории, принимает четное значение.

## 5. РЕАКЦИИ ПРЯМОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Прямые реакции — это реакции, которые протекают при касательных столкновениях ядер мишени и бомбардирующей частицы за времена, на несколько порядков меньшие, чем время установления статистического равновесия, например, в случае образования составного ядра.

Характерным примером прямой реакции является  $(d, p)$ -реакция, которая может протекать при энергиях, гораздо меньших высоты кулоновского барьера и с относительно высоким сечением. Эта аномалия была в свое время объяснена Оппенгеймером и Филлипсом как результат поляризации дейтрона в кулоновском поле ядра. Они предположили, что при сближении с ядром «нейтронная часть» дейтрона поворачивается к ядру, а «протонная часть» отталкивается кулоновскими силами. Из-за относительно большого расстояния между нуклонами в дейтроне (несколько ферми) протон еще не доходит до кулоновского барьера, когда нейтрон достигает поверхности ядра. Поскольку энергия связи дейтрона составляет всего 2,23 МэВ, действие ядерных сил на нейтрон приводит к развалу дейтрона, причем протон остается снаружи потенциального барьера. Аналогичный механизм, по-видимому, имеет место и в случае реакции  $({}^3\text{He}, p)$  при малых энергиях. Интересная особенность процесса Оппенгеймера–Филлипса состоит в таком разбросе энергий образующихся протонов, который включает и значение, превышающее его энергию в падающем дейтроне. При энергиях ( $> 100$  МэВ) доминирующим процессом становится стриппинг, когда либо протон, либо нейтрон отрывается при столкновении с ядром, а другой нуклон продолжает двигаться почти в первоначальном направлении, унося собственную долю импульса бомбардирующего иона. Такой развал бомбардирующего ядра на поверхности ядра мишени (стриппинг) был наблюдаем и для более сложных ядер, чем дейтрон. Прямой реакцией является также обратная стриппингу реакция, в процессе которой из ядра мишени выбивается нуклон. Эти реакции носят название “pick-up” реакций. Простейшим случа-

ем “pick-up” реакции является прохождение бомбардирующего протона через поверхностный слой ядра мишени, когда локальное взаимодействие протона с нейтроном может привести к образованию дейтрона. Например, реакция  $^{17}\text{O} + p \rightarrow ^{16}\text{O} + d$  является инверсией реакции стриппинга  $^{16}\text{O} + d \rightarrow ^{17}\text{O} + p$ . Такого типа реакции используются в экспериментах для получения информации о структуре взаимодействующих ядер.

### 5.1. Реакции передачи малого числа нуклонов

Реакции передачи одного или нескольких нуклонов относятся к так называемым поверхностным реакциям, т. е. процессам, разыгрывающимся при классическом рассмотрении в поверхностном слое ядра. Характеристики таких реакций в настоящее время наиболее хорошо изучены. Функции возбуждения таких реакций вблизи кулоновского барьера имеют более пологий ход, чем функции возбуждения реакций, протекающих через составное ядро. Выше кулоновского барьера сечение поднимается лишь до 10–20 мбарн. Все это позволяет предположить, что передача одного нуклона происходит на довольно больших расстояниях ( $r_0 \approx 2$  фм при энергиях вблизи кулоновского барьера), когда сталкивающиеся ядра едва касаются друг друга. Обнаружено, что в некоторых реакциях передачи одного нуклона типа ( $\text{N}^{14}$ ,  $\text{N}^{13}$ ) при энергиях выше кулоновского барьера на несколько миллионов электронвольт конечные ядра образуются, главным образом, в основном состоянии. При энергии ниже кулоновского барьера конечные ядра образуются преимущественно в возбужденном состоянии. Объясняется это тем, что волновая функция ядра в возбужденном состоянии распространяется на большее расстояние от центра. Снижение энергий бомбардирующих ионов увеличивает вероятность переходов в возбужденные состояния, т. к. при этом взаимодействие происходит на значительных расстояниях. Попытка объяснения передачи нуклона при подбарьерных энергиях была сделана в рамках теории тун-

нельной передачи Брайтом. Основным препятствием в проверке этой теории является трудность проведения экспериментов при энергиях ниже кулоновского барьера. Однако измеренные угловые распределения продуктов реакций передачи подтверждают справедливость этой теории в широком интервале энергии и даже при энергиях, превышающих кулоновский барьер.

Полное сечение реакции передачи нейтрона, согласно туннельной теории, определяется выражением

$$\sigma = \frac{\pi}{2} \left( \frac{\hbar}{mv} \right)^2 \left( \frac{1}{\alpha \bar{\alpha} \lambda_1 \lambda_2} \right) \left[ \frac{R_1 R_2}{(1 + \alpha R_1)(1 + \bar{\alpha} R_2)} \right] \times \quad (5.1)$$

$$\times \exp \frac{\sqrt{2m}}{\hbar} (R_1 + R_2) \left[ E_n^{1/2} \left( 1 - \frac{E_B}{E} \right) + \bar{E}_n^{1/2} \left( 1 - \frac{\bar{E}_B}{E} \right) \right],$$

где  $R_1$  и  $R_2$  — радиусы взаимодействующих ядер,  $E_n$  — энергия связи нейтрона,  $\alpha = (2mE_n/\hbar)^{1/2}$ ,  $m$  — масса нейтрона,  $E_B = Z_1 Z_2 e^2 / (R_1 + R_2)$  — энергия кулоновского барьера.  $E$  — энергия бомбардирующего ядра в системе центра масс, черточкой отмечены величины, относящиеся к конечной системе. Таким образом, выражение для сечения содержит кинематические факторы и величины  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , представляющие собой приведенные нейтронные ширины соответствующих ядер. Зависимость сечения от энергии определяется, главным образом, экспоненциальным множителем.

«Туннельная» теория передачи одного нуклона позволяет получить информацию о:

- а) плотности нуклонов на поверхности ядра эмиттера;
- б) вероятности проникновения нуклонной волны через отрицательную область кинетической энергии двух ядер;
- в) плотности ядер на поверхности ядра рецептора.

На рис. 5.1 показано измеренное в опыте угловое распределение для реакции  $^{14}\text{N}(^{14}\text{N}, ^{13}\text{N})^{15}\text{N}$  при энергии 12 МэВ (в лаб. системе), а также теоретическая кривая, рассчитанная по теории «туннельной передачи».

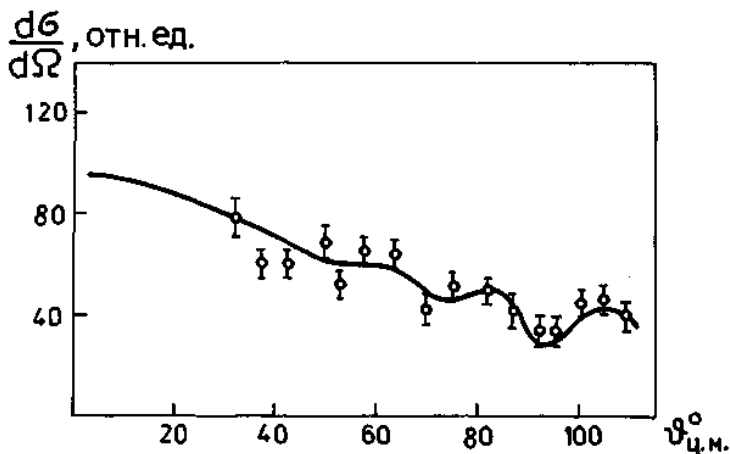


Рис. 5.1. Угловое распределение реакции передачи одного нуклона в реакции  $^{14}\text{N}(^{14}\text{N}, ^{13}\text{N})^{15}\text{N}$  при энергии 12 МэВ. Сплошная кривая получена в модели туннельной передачи

При использовании этой теории для описания реакций передачи одного нуклона при взаимодействии тяжелых ионов большей энергии необходимо заметить следующее.

1. Вероятность передачи нейтрона убывает с увеличением расстояния между двумя ядрами. В результате возможность перекрытия волновых функций уменьшается. Рассеяния на малые углы, соответствующие удаленным траекториям, могут вносить вклад в передачу.

2. Напротив, в случае, когда траектория рассеяния проходит через ядро, начиная с некоторого расстояния наибольшего сближения, частицы поглощаются ядром, и передачи нет, поскольку два ядра с большой вероятностью сливаются. Большой угол рассеяния в этом случае соответствует малому прицельному параметру и вносит небольшой вклад в передачу.

Между этими двумя экстремальными случаями максимум эффективного дифференциального сечения передачи соответствует углу рассеяния, для которого расстояние наибольшего сближения более эффективно. Это расстояние оптимально при значении, равном радиусу ядра мишени, что соответствует «касательной» траектории. На рис. 5.2 показано угловое распределение ядра  $^{13}\text{N}$ , получающегося в результате передачи одного нейтрона бомбардирующей частицей  $^{14}\text{N}$  ядру  $^{197}\text{Au}$ . Можно видеть, как с увеличением

энергии иона максимум распределения смещается в сторону меньших углов. Определяя отсюда угол, для которого наблюдается максимум, можно вычислить значение  $d_{eff}$  (расстояние эффективного сближения), для которого передача наиболее вероятна и которое получается одинаковым при всех энергиях. Для приведенных данных было получено  $d_{eff} = (12,7 \pm 0,5) \cdot 10^{-13}$  см, которое соответствует  $r_0 = 1,50 \pm 0,06$  фм, если предположить, что  $d_{eff} = r_0 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$ .

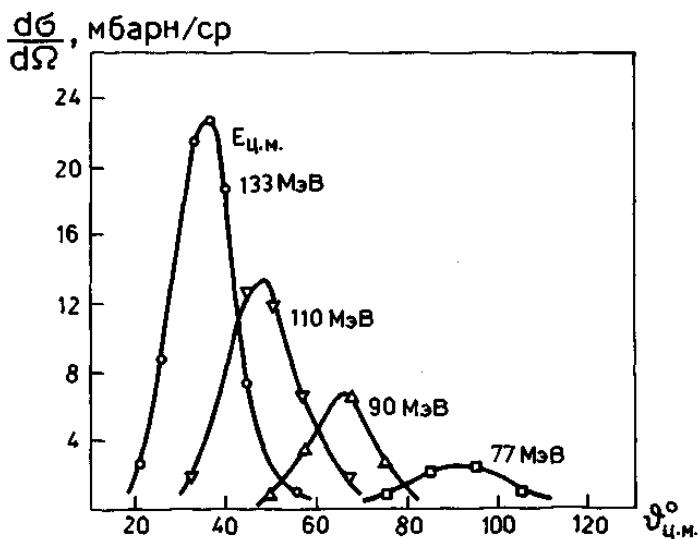


Рис. 5.2. Угловое распределение ядра  $^{13}\text{N}$ , образованного в реакции передачи одного нейтрона ядру  $^{197}\text{Au}$  при разных энергиях

При энергиях выше кулоновского барьера наблюдаются реакции передачи нескольких нуклонов от бомбардирующей частицы ядру мишени и наоборот. При энергиях, превышающих кулоновский барьер на несколько десятков миллионов электронвольт, начинают происходить передача двух нуклонов, обменная передача нуклонов и другие сложные реакции передачи. Угловое распределение продуктов реакций передачи нескольких нуклонов сильно вытянуто вперед (рис. 5.3). Их можно описать на основе простых классических представлений, предположив, что передача нуклонов проис-

ходит в поверхностной области ядра и что бомбардирующее ядро движется через эту область по орбите, соответствующей процессу упругого рассеяния. Классическая функция реакции  $\theta(l)$  в этом случае для потенциала Саксона вычисляется в квазиклассическом приближении. Амплитуда рассеяния вычисляется обычным образом с использованием сдвигов фаз из  $\theta(l) = 2d\eta/dl$  в узкой области  $l$ :

$$f(\theta) = \frac{1}{2} iK \sum_{l=\Delta}^{l+\Delta} (2l+1) [\exp(2i\eta_{l-1})] P_l(\cos\theta), \quad (5.2)$$

и

$$\sigma(\theta) = P |f(\theta)|^2. \quad (5.3)$$

Хорошее согласие с экспериментальными данными получается для  $l = 76$  и величины  $\Delta = 2 - 1$ . Заметим, что  $l = 76$  соответствует радиусу взаимодействия 9,8 фм или  $r_0 = 1,31$  фм. Это означает, что взаимодействующие ядра проходят через области с достаточно высокой плотностью и все же остаются на орбитах, соответствующих упругому рассеянию.

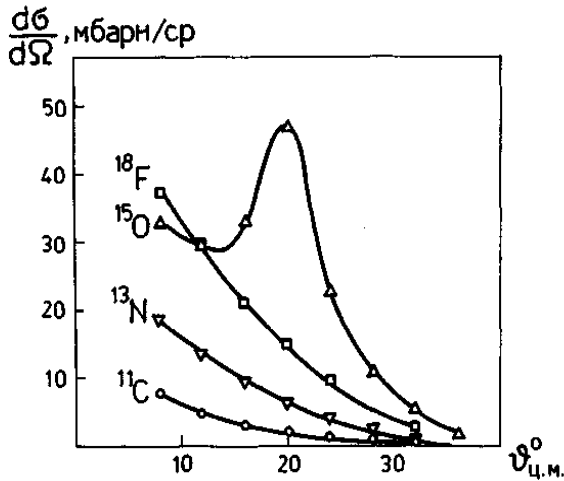


Рис. 5.3. Угловые распределения продуктов реакции  $O^{16} + Rh$  при энергии  $O^{16}$  161 МэВ

Вместе с тем форма энергетических спектров реакций передачи нескольких нуклонов (рис. 5.4) свидетельствует о слабой диссипа-

ции кинетической энергии в скользящих столкновениях: средняя энергия на нуклон в продуктах реакций передачи составляет 80-90% энергии на нуклон в налетающем ядре. Теоретический анализ данных по характеристикам продуктов реакций передач нескольких нуклонов показал, что они с хорошей точностью описываются в рамках модели квазиупругих поверхностных реакций. Между тем последующие экспериментальные исследования процессов передачи нуклонов в столкновениях двух сложных ядер показали, что эти процессы могут протекать не только в форме квазиупругого процесса, но и сопровождаться значительными потерями кинетической энергии. Это так называемые глубоконеупругие передачи нуклонов.

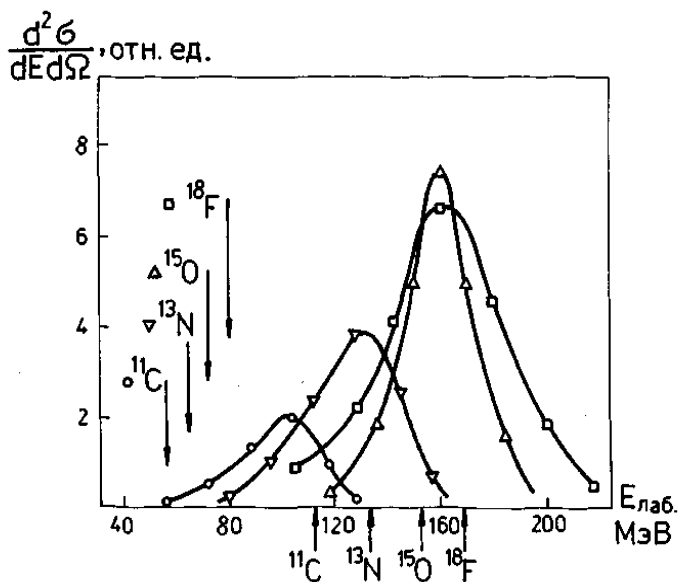


Рис. 5.4. Энергетические спектры продуктов реакции передачи:  $^{18}\text{F}$ ,  $^{15}\text{O}$ ,  $^{13}\text{N}$ ,  $^{11}\text{C}$  в реакции  $^{103}\text{Rh} + ^{16}\text{O}$  (168 МэВ);  $\theta_{\text{лаб}} = 18,1^\circ$ . Стрелками снизу указаны энергии продуктов реакций, соответствующие той же скорости, что и у налетающего ядра  $^{16}\text{O}$ : стрелками сверху — энергии, отвечающие выходному кулоновскому барьеру продукта реакции



## 5.2. Ядерные реакции глубоконеупругих передач

Этот класс реакций впервые был обнаружен в Дубне в конце 1960-х годов при изучении энергетических спектров легких продуктов реакций. Наиболее характерная особенность глубоконеупругих передач образование низкоэнергетичных продуктов реакций, что свидетельствует о сильной диссипации кинетической энергии во время столкновении двух сложных ядер. Как правило, этот тип реакции доминирует при взаимодействии тяжелых ионов с массой  $A > 30$  с ядрами мишени. Как уже отмечалось в предыдущем разделе, в реакциях передачи с тяжелыми ионами выделяют угол касательного столкновения  $\theta_{gr}$ , вблизи которого лежат максимумы выходов реакций передачи небольшого числа нуклонов. Например, для реакции  $^{232}\text{Th} + ^{40}\text{Ar}$  (390 МэВ)  $\theta_{gr} = 33^\circ$ . В окрестностях этого угла энергетические спектры продуктов имеют резкие максимумы (рис. 5.5). Энергии в максимумах различных продуктов малонуклонных передач при  $\theta_{gr}$  близки, что означает, что вблизи угла касательного столкновения основной вклад в сечения реакций срыва и подхвата небольшого числа нуклонов дает квазиупругий процесс. С увеличением угла вылета интенсивность высокоэнергетической части спектра быстро падает, и на самых больших углах преобладает низкоэнергетическая (глубоконеупругая) часть спектра. При уменьшении углов вылета вклад высоко энергетической части также снижается, и на малых углах в спектре остаются лишь низкоэнергетичные продукты реакций. С ростом числа переданных в реакции нуклонов соотношение между квазиупругим и глубоконеупругим процессами меняется. В энергетических спектрах продуктов реакции передачи, приведенных на рис. 5.5, проявляется тенденция к симметризации формы спектров и уменьшению их ширины на больших углах. Вклад в сечение образования продукта от высокоэнергетической части спектра уменьшается с удалением по  $Z$  и  $A$  от исходного ядра, и энергетические спектры приобретают практически симметричную форму. Ширина их уменьшается, а энергия в

максимуме выхода монотонно возрастает с уменьшением угла вылета. При этом максимумы энергетических распределений соответствуют выходным кулоновским барьерам образующихся продуктов реакции. Это означает, что подавляющую часть кинетической энергии продукты многонуклонных передач получают за счет кулоновских сил, скорость же относительного движения сопряженных ядер-фрагментов в момент разрыва связи между ними мала. Таким образом, многонуклонные передачи реализуются в столкновениях, в которых происходит полная диссипация кинетической энергии, т. е. в глубоконеупругих столкновениях.

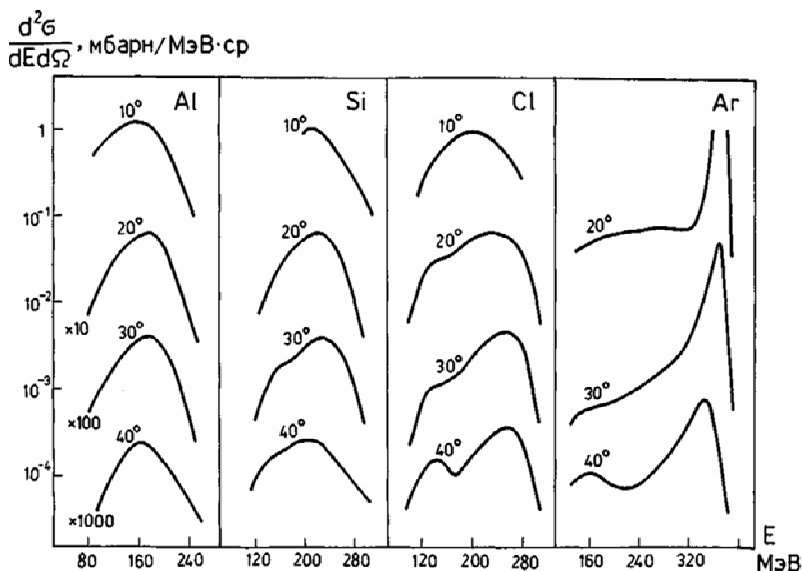


Рис. 5.5. Энергетические спектры продуктов реакции  $^{232}\text{Th} + ^{40}\text{Ar}$  при различных углах

Характерные особенности энергетических спектров глубоконеупругих передач — близость наиболее вероятной энергии к выходному кулоновскому барьеру и ее независимость от энергии бомбардирующих ионов — можно наблюдать и при распаде составного ядра, например, при его делении (гл. 7). Поэтому важной харак-

теристикой реакций глубоконеупругих передач, позволяющей выделить их из других реакций, является форма угловых распределений образующихся продуктов, которая зависит от числа переданных нуклонов. При передаче небольшого числа нуклонов в угловом распределении имеется максимум в районе угла касательного столкновения  $\theta_{gr}$  (рис. 5.6). Этот максимум всегда присутствует в реакциях передачи, протекающих как квазиупругий процесс, и является его характерным признаком. С увеличением числа переданных нуклонов ширина максимума возрастает, а сам он смещается в сторону меньших углов. Угловые распределения многонуклонных передач характеризуются монотонным ростом сечения с уменьшением угла вылета. Имеется также тенденция к уменьшению анизотропии при увеличении числа переданных нуклонов. Многонуклонные передачи реализуются преимущественно в глубоконеупругих столкновениях, поэтому форму угловых распределений многонуклонных передач можно рассматривать и как характеристику угловых распределений глубоконеупругих передач. Форма угловых распределений глубоконеупругих передач зависит от кинетической энергии бомбардирующей частицы. С увеличением бомбардирующей энергии максимум в угловом распределении смещается в сторону меньших углов, следуя за изменением угла касательного столкновения. При большой энергии угловое распределение становится асимметричным, заметный вклад в сечение реакции дают продукты, вылетевшие под малыми углами в окрестностях  $0^\circ$ . Для систематизации угловых распределений продуктов глубоконеупругих передач вводится параметр  $\eta$ , который учитывает влияние на форму угловых распределений зарядов ядер и кинетической энергии:  $\eta = Z_1 Z_2 e^2 / (\hbar v)$ . В этом соотношении  $Z_1$  и  $Z_2$  — заряды налетающего ядра и ядра мишени,  $v$  — скорость относительного движения в момент контакта между ядрами. Согласно этой систематике при значении параметра  $\eta < 150 - 200$  угловое распределение характеризуется ростом сечения при угле  $0^\circ$ , при  $\eta > 200$  угловое

распределение имеет максимум в районе угла касательного столкновения  $\theta_{gr}$ .

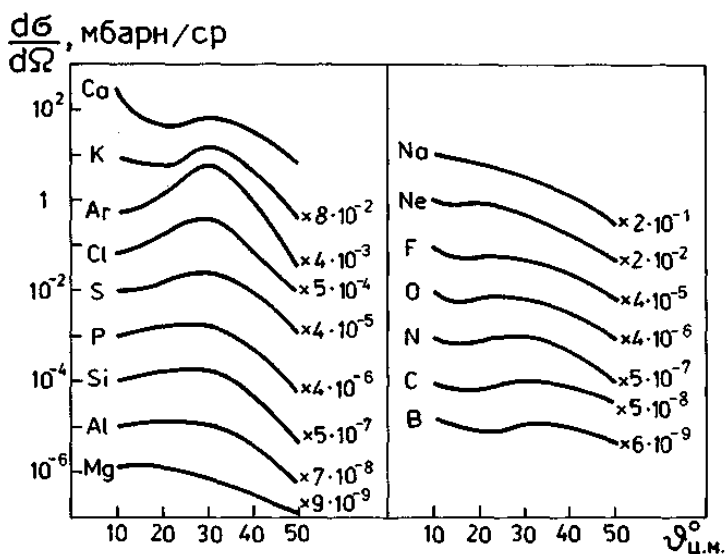


Рис. 5.6. Зависимость дифференциальных сечений образования легких элементов  $d\sigma/d\Omega$  в реакции  $^{232}\text{Th} + ^{40}\text{Ar}$  (388 МэВ) от угла вылета

Наиболее наглядным способом представления зависимости сечения от угла вылета и кинетической энергии продуктов реакции передачи является трехмерная диаграмма, на которой по оси абсцисс отложен угол вылета легкого фрагмента в с.ц.м., а по оси ординат — полная кинетическая энергия обоих фрагментов. Сечения образования продуктов реакций изображаются в виде контурной диаграммы, на которой замкнутые линии соединяют точки с одинаковым сечением (диаграмма Вильчинского). На рис. 5.7 представлена эта диаграмма для реакции  $^{232}\text{Th}(^{40}\text{Ar}, \text{K})$ .

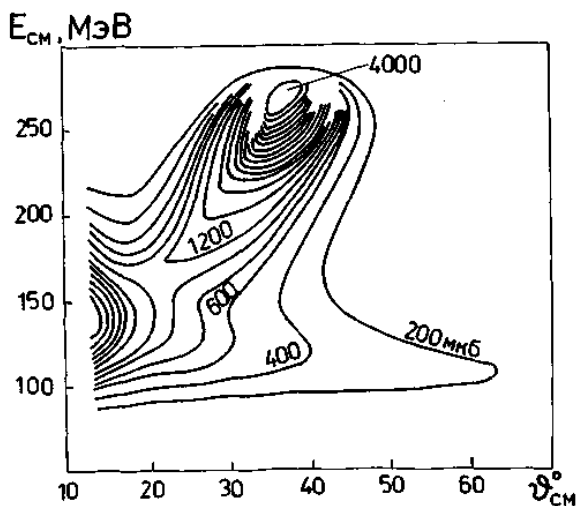


Рис. 5.7. График Вильчинского для реакции  $^{232}\text{Th}(^{40}\text{Ar}, \text{K})$

Физический смысл наблюдаемых на рис. 5.7 особенностей контурной диаграммы раскрывает рис. 5.8. Наибольшее сечение соответствует квазиупругим передачам с вылетом ядер К вблизи угла касательного столкновения  $\theta_{gr} = 33^\circ$ . Уменьшение сечения в районе  $0^\circ$  сопровождается понижением полной кинетической энергии продуктов реакции. Эта особенность сечения отражает нарастающее с уменьшением углового момента столкновения влияние ядерного взаимодействия, которое, с одной стороны, вызывает отклонение траектории в сторону меньших углов, с другой — возрастающую диссипацию кинетической энергии. В районе критического углового момента  $l_{cr}$  происходит диссипация кинетической энергии, формируется двойная ядерная система, которая поворачивается с вылетом легкого фрагмента в область отрицательных углов. Некоторое уменьшение кинетической энергии с увеличением угла вылета для низкоэнергетической части диаграмм отражает нарастающую с углом поворота деформацию двойной ядерной системы.

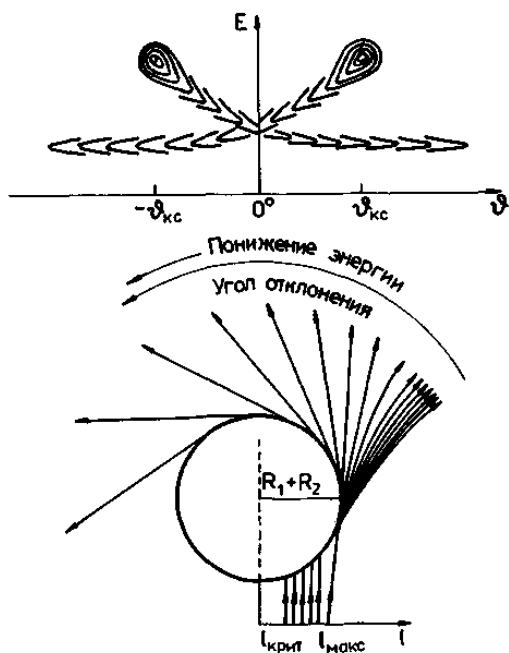


Рис. 5.8. Интерпретация контурной диаграммы, представленной на рис. 5.7

Большая дисперсия продуктов реакций по  $Z$  и  $A$  — одна из характерных особенностей глубококонепругих передач. На рис. 5.9. показано сечение образования различных продуктов реакций передачи. Зависимость сечения образования различных изотопов одного и того же элемента от массы изотопа (или от числа переданных нейтронов) для каждой реакции имеет вид симметричной кривой с максимумом, описываемой гауссовским распределением типа:

$$P(x) \sim \exp \left[ -\frac{(x - \bar{x})^2}{2\sigma_x^2} \right], \quad (5.4)$$

где  $\bar{x}$  — число нейтронов в ядре, образующемся с максимальным выходом при заданном числе протонов,  $2\sigma_x^2$  — параметр ширины распределения. Такие представления оказываются весьма удобны-

ми, так как форма распределения характеризуется двумя параметрами.

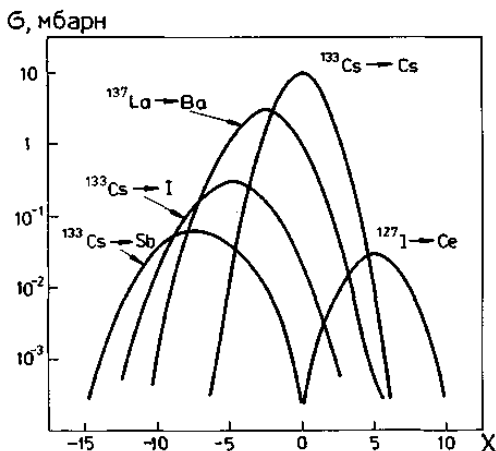


Рис. 5.9. Изотопные распределения, полученные в реакциях многонуклонных передач (типы реакций указаны на кривой), для области масс ядер  $120 < A < 145$ . Кривые, проведенные через экспериментальные точки, представляют распределения Гаусса

Из рис. 5.9 видно, что с ростом числа передаваемых протонов сечение реакции быстро уменьшается и изменяется ширина изотопных распределений. С учетом статистического характера изотропных распределений продуктов реакций многонуклонных передач была предложена систематика сечений образования изотопов, получившая название  $Q_{gg}$ -систематики. Эта систематика сечений образования изотопов в реакции  $^{232}\text{Th} + ^{16}\text{O}$  (137 МэВ) приведена на рис. 5.10. В таком представлении сечений образования по оси абсцисс откладывается разность масс начальных и конечных продуктов, выраженная в энергетических единицах:  $Q_{gg} = (M_1 + M_2) - (M_3 + M_4)$ . Таким образом,  $Q_{gg}$  — это энергия, которую необходимо затратить на получение данного изотопа в качестве продукта реакции передачи при условии, что конечные

ядра-продукты окажутся в основных состояниях. При этом предполагается, что передача нуклонов протекает как двухтельный процесс. По оси ординат в логарифмическом масштабе откладываются дифференциальные сечения образования изотопов.

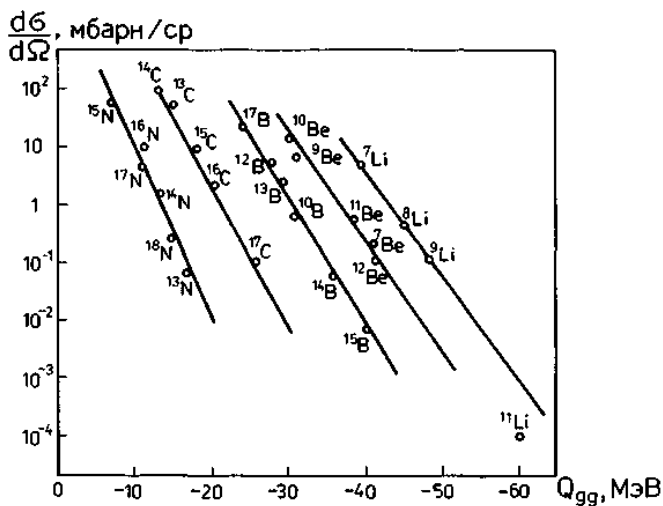


Рис. 5.10.  $Q_{gg}$ -систематика сечений образования изотопов Li-N в реакции  $^{232}\text{Th} + ^{16}\text{O}$  (137 МэВ),  $\theta_{\text{д.с.}} = 40^\circ$

Более точное описание сечений образования изотопов основывается на учете тепловой энергии возбуждения и поправок на спаривание нуклонов  $\delta(p)$  и  $\delta(n)$ . В результате обмена нуклонами между ядрами тепловая энергия принимает новое значение  $V_f$ , которое можно записать в виде:

$$U_f = U_i + Q_{gg} + \Delta E_c + \Delta E_{rot} - \delta(p) - \delta(n), \quad (5.5)$$

$U_i$  — энергия теплового возбуждения исходной двойной ядерной системы до начала передачи нуклонов,  $\Delta E_c$  — изменение кулоновской энергии системы, обусловленное передачей протонов,  $\Delta E_{rot}$



— изменение ротационной энергии системы, связанное с изменением ее момента инерции при перераспределении нуклонов между ядрами. Сумма трех членов  $Q_{gg} + \Delta E_c + \Delta E_{rot}$  есть не что иное, как изменение потенциальной энергии двойной ядерной системы, связанное с передачей нуклонов,  $\delta(p)$  и  $\delta(n)$  — поправка на спаривание нуклонов при их передаче из ядра-донора в ядро-акцептор. Предполагается также, что главным фактором, определяющим сечение образования ядер в глубоконеупругих передачах, является тепловая энергия двойной ядерной системы:  $\sigma \sim \exp(U_f/\tau)$ , где  $\tau$  — температура двойной ядерной системы. Поскольку  $U_f$  при фиксированной бомбардирующей энергии имеет постоянное значение, то выражение для сечения определенного канала реакций глубоконеупругих передач приобретает следующий вид:

$$\sigma \sim \exp\left[\frac{Q_{gg} + \Delta E_c + \Delta E_{rot} - \delta(p) - \delta(n)}{\tau}\right]. \quad (5.6)$$

На тяжелых ядрах-мишенях главный вклад в изменение тепловой энергии  $U_i$  вносят члены  $Q_{gg}$  и  $\Delta E_c$ . Поэтому в первом приближении для сечения образования изотопов можно оставить лишь главные члены:

$$\sigma \sim \exp\left[\frac{Q_{gg} + \Delta E_c}{\tau}\right]. \quad (5.7)$$

Таким образом, наклон линий элементов в  $Q_{gg}$ -систематике характеризует температуру двойной ядерной системы.

Необходимо отметить, что такая зависимость сечений образования отдельных изотопов продуктов реакций многонуклонной передачи соответствует представлению о таком процессе, который состоит из образования и распада двойной ядерной системы. При энергии столкновения двух сложных ядер в несколько мегаэлектронвольт на нуклон время от момента соприкосновения ядер и до момента достижения точки поворота траектории составляет при-

мерно  $10^{-22}$  с. За такой короткий интервал времени ядра не смогут существенно изменить свою структуру. В результате интенсивного ядерного трения и действия отталкивающих сил на малых радиусах возникает ядерная система из двух взаимодействующих ядер — двойная ядерная система. Поверхности ядер, образующих двойную ядерную систему, перекрываются, тогда как скорость их относительного движения мала. Угловой момент двойной ядерной системы совпадает с угловым моментом столкновения  $l\hbar$ , а момент инерции — с его твердотельным значением, благодаря значительному возбуждению системы. Энергия теплового возбуждения системы равна:

$$V = E_0 - V(R) - E_{rot}, \quad (5.8)$$

где  $V(R)$  — потенциальная энергия системы в точке наибольшего сближения ядер. В формировании двойной ядерной системы существенную роль играет оболочечная структура ядер. Именно она обеспечивает ядрам сохранение их индивидуальности, несмотря на интенсивное взаимодействие.

Таким образом, формирование двойной ядерной системы при столкновении двух сложных ядер является результатом действия трех факторов: отталкивающих сил между ядрами при их глубоком проникновении друг в друга; большой вязкости ядерной материи, проявляющейся при относительном движении ядер с сильным перекрытием их поверхностей; оболочечной структуры ядер, обеспечивающей устойчивость состояний сильно связанных нуклонных оболочек. При теоретическом описании эволюции двойной ядерной системы учитываются все эти три фактора. Например, один из теоретических подходов, описывающих эволюцию двойной ядерной системы, учитывает потенциальную энергию системы как функцию  $Z$  и  $A$  образующих ее ядер и углового момента системы  $l\hbar$ . С учетом различных приближений, принятых в этих расчетах, потенциальная энергия системы имеет вид:

$$V(Z, l) = M_1 + M_2 + Z_1 Z_2 e^2 / R + \hbar^2 l(l+1) / 2J, \quad (5.9)$$

где  $(M_1, Z_1)$  и  $(M_2, Z_2)$  — массы и заряды фрагментов,  $J$  — момент инерции двойной ядерной системы.

Результаты расчетов  $V(Z, l)$  для разнообразных комбинаций ядра-мишени и тяжелого иона при различных угловых моментах приведены на рис. 5.11. По оси ординат отложена потенциальная энергия  $V(Z, l)$ , по оси абсцисс — атомный номер одного из фрагментов. Он изменяется от нуля до  $Z_1 + Z_2$ . Оба эти крайние значения соответствуют слиянию ядер, средняя точка — образованию в выходном канале реакции двух одинаковых по заряду и массе фрагментов. За нуль принято значение потенциальной энергии, отвечающее начальной конфигурации двойной ядерной системы. Стрелками указана исходная зарядовая асимметрия. Представленные данные демонстрируют сильное влияние углового момента столкновения на форму потенциальной энергии системы. Для не слишком тяжелых ионов ( $^{22}\text{Ne}$ ,  $^{40}\text{Ar}$ ) угловой момент может вызвать даже изменение направления эволюции системы. При небольших значениях  $l$  система эволюционирует в сторону возросшей зарядовой асимметрии, когда отлетающее ядро отдает свои нуклоны тяжелому ядру-мишени. При больших угловых моментах, напротив, нуклоны передаются в противоположном направлении, и система стремится принять симметричную по  $Z$  и  $A$  форму. При облучении  $^{197}\text{Ag}$  ионами криптона в случае лобовых столкновений с  $l=0$  двойная ядерная система будет эволюционировать в направлении симметричной конфигурации. Вероятность слияния таких ядер мала.

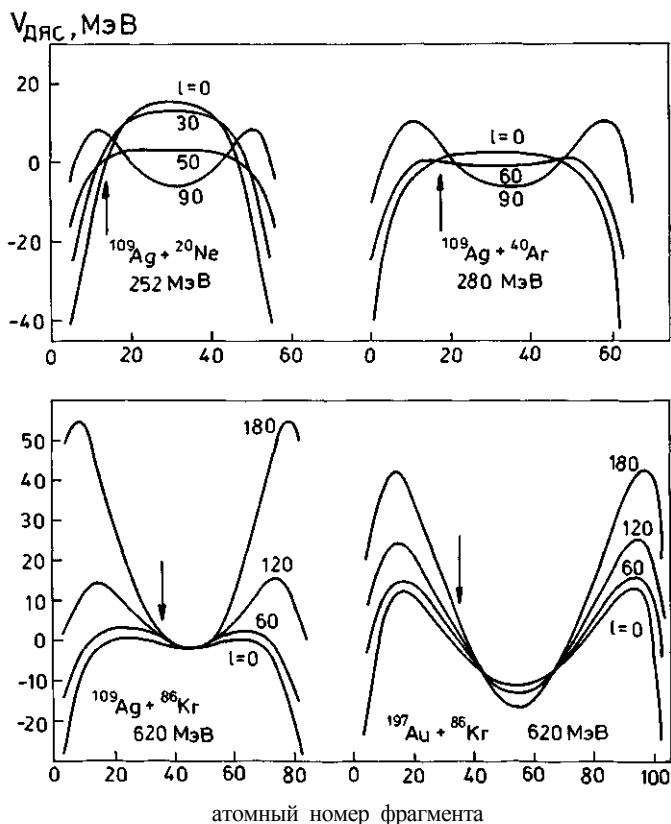


Рис. 5.11. Потенциальная энергия двойной ядерной системы для различных комбинаций ядра мишени и тяжелого иона. Потенциальная энергия представлена в зависимости от атомного номера одного из фрагментов и углового момента столкновения: отметке нуль соответствует потенциальная энергия исходной системы: стрелка указывает  $Z$  налетающего ядра

Глубокоэупругие реакции передачи являются одним из интереснейших процессов взаимодействия двух сложных ядер, механизм которого привлекает внимание как экспериментаторов, так и теоретиков. Эти процессы используются для получения новых ядер, удаленных от линии стабильности, а также ядер с высоким угловым моментом и температурой.

## 6. РЕАКЦИИ СЛИЯНИЯ ЯДЕР

### 6.1. Общая характеристика реакций слияния

От всех прочих процессов, протекающих под действием пучка бомбардирующих тяжелых ионов, реакции слияния отличаются тем, что имеет место образование составного или компаунд ядра, распад которого происходит независимо от способа его образования. Понятие компаунд-ядра было введено в 1936 году Н. Бором для объяснения реакции захвата нейтронов ядрами. Изучение резонансного характера поперечного сечения этих реакций блестяще подтвердило гипотезу Н. Бора. Образование и распад компаунд-ядер наблюдались и в реакциях с заряженными частицами, протонами и  $\alpha$ -частицами.

Реакции слияния тяжелых ионов и мишени представляют один из вероятных каналов взаимодействия в диапазоне энергии, который простирается от  $E_{lab} \sim B_{Coul} \sim 2-5$  МэВ/нуклон до  $E_{lab} \sim E_F \sim 30$  МэВ/нуклон, где  $B_{Coul}$  и  $E_F$  — высота кулоновского барьера и энергия Ферми в ядре, соответственно. Большая масса тяжелых ионов позволяет получать компаунд ядра, отличающиеся большой величиной энергии возбуждения и углового момента. Принципиальная особенность тяжелых ионов, отличающая их от легких заряженных частиц и нейтронов, заключается в том, что при слиянии сложных ядер в отличие от легких частиц, сливающихся с ядром за короткое время порядка  $10^{-22}$  с (ядерное время), этот процесс длится зачастую значительный отрезок времени:  $10^{-21}-10^{-20}$  с. Легкой частице достаточно преодолеть кулоновский (и центробежный) барьер, чтобы произошло слияние с ядром мишени. С увеличением массы бомбардирующих ионов форма промежуточной системы, образующейся при контакте сталкивающихся ядер, будет все больше отличаться от формы компаунд ядра (см. рис. 6.1). Переход от входного состояния к конечному (компаунд-ядру) может осуществляться различными путями. При сближении ядер, а также на начальном участке этого перехода может иметь место их возбуждение, передача нейтронов, образование шейки и т. д. Эти процессы существенно изменяют условия слияния, в частности, некоторые из них могут понизить барьер слияния. Проявление различных процессов при взаимодействии сложных ядер называют связью каналов реакции. Учет связи каналов дает возможность адекватного подхода к описанию реакции слияния сложных ядер как процесса, протекающего в многомерном пространстве (рис. 6.1).

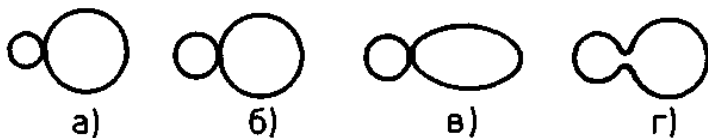


Рис. 6.1. Конфигурация систем, образующихся при столкновениях различных ядер. Показаны системы с ядром мишени с  $A=125$ : а) бомбардирующая частица — протон; б), в) и г) бомбардирующая частица — ядро с массой  $A=25$ . а), б) сталкивающиеся ядра сохраняют сферическую форму; в) при контакте ядер возбуждена вибрационная мода колебаний ядра мишени; г) при контакте имеет место образование шейки

При увеличении массы сталкивающихся ядер может наступить ситуация, когда и при полном перекрытии диффузных поверхностных слоев баланс сил кулоновского и центробежного отталкивания и ядерного притяжения окажется не в пользу последнего. Примеры форм ядерного потенциала взаимодействия тяжелого иона с ядром при двух соотношениях масс ( $A_1=25$ ,  $A_2=125$  и  $A_1=100$ ,  $A_2=125$ , где  $A_1$  и  $A_2$  — массовые числа иона и ядра), показаны на рис. 6.2.

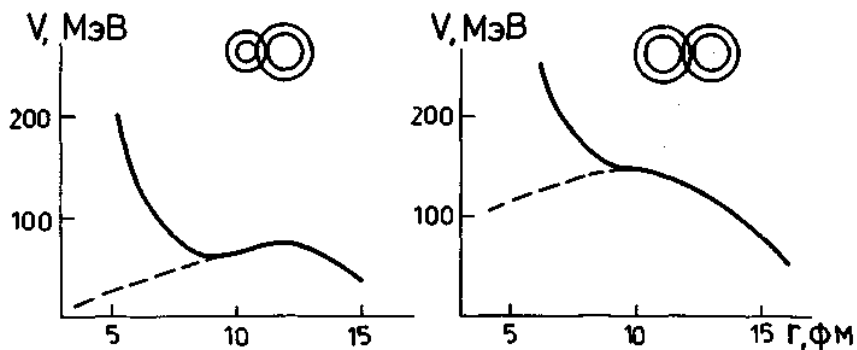


Рис. 6.2. Ядро-ядерный потенциал (сплошная линия), представленный в зависимости от межцентрового расстояния  $r$  сталкивающихся ядер с массами  $A_1=25$ ,  $A_2=125$  (слева) и  $A_1=100$ ,  $A_2=125$  (справа)

Такой вид зависимости потенциала получается при центральном соударении (угловой момент  $I = 0$ ) и в приближении «замороженной» формы ядер, исключающей изменения других степеней свободы системы. Минимум потенциальной энергии наблюдается за счет насыщения сил ядерного притяжения при полном перекрытии диффузных слоев двух ядер. Дальнейшее уменьшение межцентрового расстояния при «замороженной» форме приводит к появлению зоны с удвоенной ядерной плотностью, что вызывает резкий рост потенциальной энергии. Эта часть кривой отвечает области, где неприменимо предположение о «замороженной» форме ядер. Включение других степеней свободы (образование шейки, соединяющей ядра, переход нуклонов между двумя частями системы, изменяющий асимметрию) приводит к иному ходу потенциальной энергии. Эта зависимость условно показана штриховой кривой.

При сравнимых значениях массы иона и ядра минимум для сплошной кривой отсутствует из-за преобладания кулоновской силы над ядерным притяжением. Слияние ядер возможно с учетом включения других степеней свободы системы. Однако в отличие от случая а), слияние не происходит автоматически после достижения точки контакта ядер. Достижение барьера слияния (см. штриховую линию) возможно лишь при условии встречного коллективного движения двух половин системы, сопряженного с большими потерями на трение. Это требует затрат дополнительной энергии.

При такой форме потенциала образовавшаяся двойная ядерная система не может автоматически перейти в компаунд-ядро. Для слияния необходимо, чтобы энергия столкновения превысила кулоновский барьер. В этом случае ядра могут продолжить сближение, в область перекрытия будет вовлечено большее число нуклонов, что увеличит ядерное взаимодействие и таким образом изменит баланс сил в его пользу. Другими словами, это означает, что кулоновский барьер расположен на расстоянии, меньшем суммы

радиусов ядер. Часть энергии коллективного движения будет израсходована, за счет ядерного трения, на возбуждение внутренних степеней свободы ядерного вещества. Поэтому минимальная энергия столкновения, которая необходима, чтобы слияние имело место, оказывается больше кулоновского барьера. Добавку, обусловленную трением, называют динамическим барьером. Действие этого дополнительного барьера приводит к резкому уменьшению поперечного сечения реакции слияния в области тяжелых компаунд-ядер. Вместо образования компаунд-ядра столкновение заканчивается глубоконеупругим взаимодействием или быстрым делением. При постоянной величине заряда компаунд-ядра  $Z_{CN}$ , равной сумме ядерных зарядов тяжелого иона  $Z_1$  и мишени  $Z_2$ , максимум силы кулоновского отталкивания имеет место при  $Z_1 \approx Z_2$ . Поэтому раньше всего динамический барьер начинает действовать при симметричных соударениях при  $Z_{CN} \approx 90$ .

Указанные особенности реакций слияния показывают, что изучение этого процесса может быть (и действительно, является) очень информативным для определения параметров ядерного потенциала и получения новых сведений о динамике этого процесса (связь каналов реакции, ядерное трение). Однако этим не исчерпываются причины актуальности изучения реакции слияния ядер. Богатую информацию дает изучение процесса девозбуждения высоковозбужденного быстро вращающегося компаунд-ядра, которое образуется в реакции слияния. Большой интерес представляет изучение энергетической и спиновой зависимости плотности ядерных уровней, получение сведений о предельной температуре ядра, сопряженной с фазовым переходом ядерного вещества (сосуществование фаз жидкость-пар). Изучение конкуренции канала деления компаунд-ядра с другими каналами распада (испускание нейтронов, заряженных частиц и  $\gamma$ -квантов) позволяет получать сведения о барьерах деления ядер, далеких от долины  $\beta$ -стабильности.



При распаде компаунд ядер удается получать метастабильные состояния холодных сильно вращающихся ядер, отвечающие аномальным деформациям. Так были открыты супердеформированные ядра с необычно большим отношением большой и малой осей 2:1. Наконец, реакции слияния представляют источник получения и исследования разнообразных экзотических ядер: ядер, далеких от линии  $\beta$ -стабильности, испытывающих новые виды радиоактивного распада (протонный или двухпротонный распад, запаздывающее деление, эмиссия тяжелых кластеров), новых ядерных изомеров, новых трансурановых нуклидов. С применением реакций слияния на пучках тяжелых ионов с различными атомными номерами  $Z = 6 - 26$  за последние 30 лет были открыты новые химические элементы с порядковыми номерами  $Z = 102 - 112$ .

## 6.2. Закономерности сечения слияния

Сечение слияния  $\sigma_{\text{fus}}$  различается по своей энергетической зависимости в двух диапазонах энергии бомбардирующих ионов. В первом диапазоне энергии, простирающемся от кулоновского барьера до некоторой величины, сечение слияния изменяется подобно полному сечению реакции  $\sigma_R$ . В то же время при более высокой энергии вероятность слияния уменьшается по мере ее роста, составляя все более убывающую часть полной вероятности ядерного взаимодействия  $\sigma_{\text{fus}} < \sigma_R$ . Такое поведение  $\sigma_{\text{fus}}$  проиллюстрировано на рис. 6.3 данными о реакции  $^{16}\text{O} + ^{27}\text{Al}$  (диапазоны 1 и 2), для которой  $\sigma_{\text{fus}}$  практически совпадает с  $\sigma_R$  во всем диапазоне 1 и резко отклоняется в диапазоне 2. Абсолютная величина поперечного сечения слияния может быть большой при некоторых условиях. Так, для относительно легких ядерных систем (рис. 6.3)  $\sigma_{\text{fus}}$  может достигать одного барна. Отношение  $\sigma_{\text{fus}}/\sigma_R$  резко уменьшается с

ростом произведения зарядов взаимодействующих ядер  $Z_1Z_2$  (рис. 6.4).

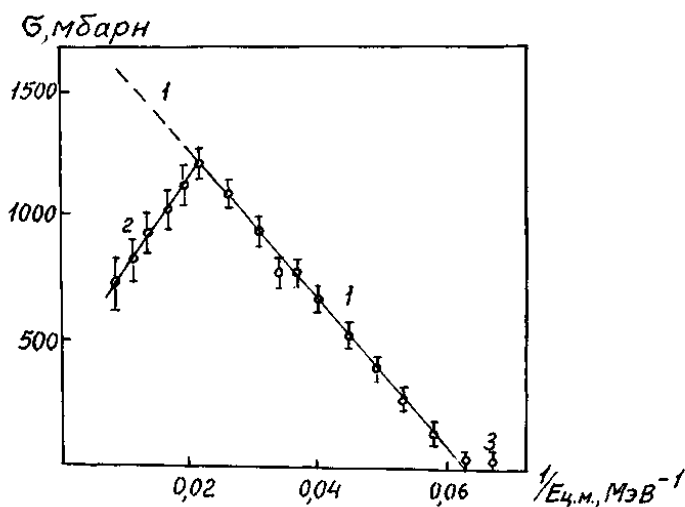


Рис. 6.3. Экспериментальная (точки) и теоретические (сплошная и пунктирная линии) зависимости сечения реакции слияния  $^{27}\text{Al} + ^{16}\text{O}$  от величины, обратной кинетической энергии иона

Качественно можно представить, что вероятность слияния ядер определяется действием консервативных и диссипативных сил. По мере сближения сначала проявляется кулоновское отталкивание ядер, а затем включается ядерное притяжение. С началом перекрытия диффузных ядерных поверхностей вступают в действие различные периферийные реакции: неупругие возбуждения и одночастичные передачи. Затем, при еще более тесном контакте, происходит все более интенсивный процесс обмена нуклонами и переход энергии коллективного движения двух первоначальных ядерных кластеров в энергию хаотического движения нуклонов, т. е. в энергию возбуждения. В классическом приближении этот процесс описывают действием диссипативных сил трения. Если потеря коллективного движения оказывается достаточно большой, взаимодействующие ядра оказываются в минимуме ядро-ядерного потенциала и удерживаются в контакте достаточно длительное время, чтобы

они могли утратить свою индивидуальную структуру и образовать единую систему, т. е. компаунд ядро. Описанная картина проиллюстрирована на рис. 6.4. С ростом произведения  $Z_1 Z_2$  растет и кулоновский потенциал, что ведет к уменьшению минимума, в котором могут быть удержаны взаимодействующие ядра. Это сокращает длительность времени контакта и, следовательно, снижает вероятность образования компаунд ядра.

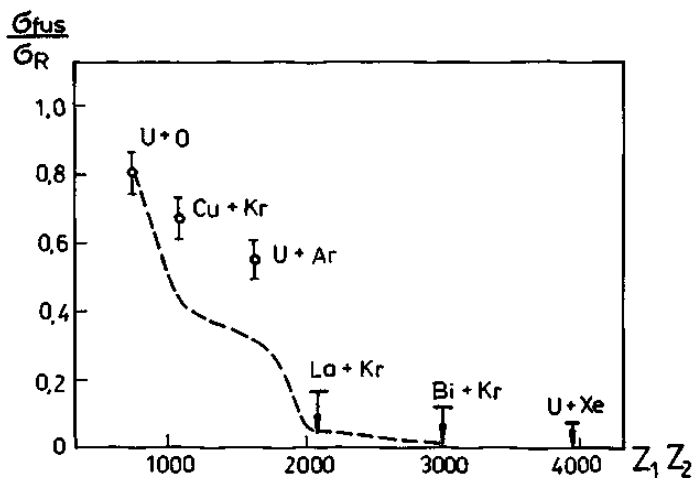


Рис. 6.4. Зависимость отношения сечения слияния к полному от произведения атомных номеров взаимодействующих ядер. Штриховая линия — расчет с учетом ядерного трения

### 6.3. Феноменологическое описание слияния ядер

Энергетическая зависимость  $\sigma_{fus}$ , показанная на рис. 6.3 (диапазон 1), обычно имеет место для не очень тяжелых бомбардирующих ионов ( $Z_1 < 20$ ). Для ее объяснения может быть использовано упрощенное представление о сталкивающихся ядрах как о двух сферических телах, не изменяющих своей формы с уменьшением межцентрового расстояния  $r$ . Переменная  $r$  является единственной, следовательно, задача сводится к одномерному рассмотрению. Такое упрощение задачи заимствовано из теории рассеяния нуклонов на ядрах, согласно которой

$$\sigma_{\text{fus}} = \pi\lambda^2 \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) T_l. \quad (6.1)$$

Здесь  $\lambda$  — длина волны Де-Бройля,  $l$  — угловой момент,  $T_l$  — коэффициент трансмиссии, т. е. вероятность прохождения потенциального барьера для парциальной волны с угловым моментом  $l$ . Эффективный потенциал взаимодействия для 1-й парциальной волны, представляющий собой сумму ядерного  $V_N$ , кулоновского  $V_{\text{Coul}}$  и центробежного потенциалов

$$V_{\text{eff}} = V_N + V_{\text{Coul}} + \frac{\hbar l(l+1)}{2\mu r}, \quad (6.2)$$

показан на рис. 6.5 для реакции  $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$  (здесь  $\mu$  — приведенная масса,  $r$  — расстояние между центрами ядер).

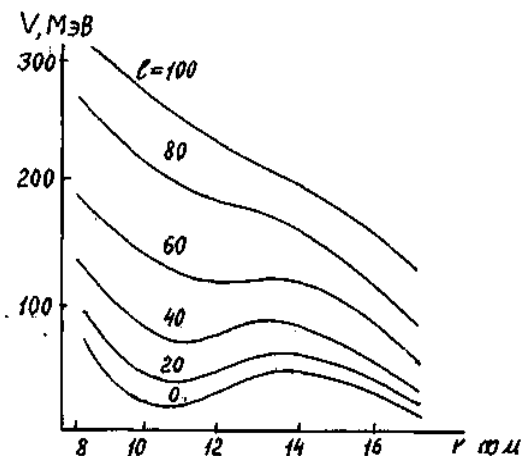


Рис. 6.5. Ядро-ядерный потенциал системы  $^{208}\text{Pb} + ^{16}\text{O}$  при различных значениях углового момента  $l$

Из вида этого потенциала следует простейшее предположение

$$T_l = \begin{cases} 1, & l \leq l_0 \\ 0, & l > l_0 \end{cases} \quad (6.3)$$

здесь  $l_0$  — значение углового момента, которому соответствует высота барьера, равная энергии столкновения. Из (6.1) и (6.3) следует:

$$\sigma_{\text{fus}} = \pi\lambda^2 \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)T_l = \pi\lambda^2 (l_0 + 1)^2. \quad (6.4)$$

Обозначив через  $R_B$  межцентровое расстояние ядер на барьере для парциальной волны с  $l = 0$ , получим классическое выражение:

$$l^2 = \frac{2\mu R_B^2}{\hbar^2} [E_{cm} - V(R_B)], \quad (6.5)$$

из которого следует простая формула:

$$\sigma_{\text{fus}} = \pi R_B^2 \left[ 1 - \frac{V(R_B)}{E_{cm}} \right]. \quad (6.6)$$

Формуле (6.6) отвечает функция возбуждения реакции слияния, которая представляет собой прямую линию. Примеры функций в этих координатах были представлены ранее для различных реакций на рис.2.4 и 6.3. На рис. 2.9 показан вклад различных парциальных волн в поперечном сечении слияния и сечения других реакций. Эта картина следует из формулы (6.4).

Выражение (6.6) широко применялось для интерпретации экспериментальных результатов. Как следует из рис. 2.4 и 6.3, из подобных данных удастся получить высоту барьера ( $1/E_{cm} = 1/V(R_B)$ ) в месте пересечения с осью абсцисс прямой линии, проведенной через экспериментальные точки, и величину  $R_B$  (точка пересечения этой прямой с осью ординат дает величину  $\pi R_B^2$ ). Полученные таким способом значения барьера и радиуса взаимодействия представлены на рис. 2.6.

#### 6.4. Расчеты траектории слияния

Представленное рассмотрение реакции слияния, очевидно, основано на сильной идеализации этого процесса. Нельзя говорить об отсутствии изменения формы сталкивающихся ядер при условии, что конечный результат столкновения известен: в выходном канале мы имеем дело с компаунд-ядром. По мере сближения двух ядер

из-за дальнедействующего хвоста ядерных сил сначала начинают проявляться неупругие возбуждения и передача нуклонов. Затем образуется шейка, соединяющая части двойной ядерной системы. Индивидуальность двух сталкивающихся ядер, соединенных шейкой, сохраняется в процессе сближения их центров тяжести. Это движение, проходящее под действием сил ядерного притяжения и трения, можно описать вплоть до момента полного перекрытия диффузных слоев двух ядер, т. е. до минимума потенциальной ямы, показанной на рис. 6.2. Уравнение движения в форме Лагранжа—Релея, учитывающей действие сил трения, записывается в следующем виде:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \frac{\partial F}{\partial q_i}. \quad (6.7)$$

Здесь  $L$  — функция Лагранжа:

$$L = \frac{1}{2} \mu \dot{r}^2 + \frac{1}{2} \mu r^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{5} M_1 R_1^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{5} M_2 R_2^2 \dot{\theta}_2^2 - V(r), \quad (6.8)$$

зависящая от четырех координат  $q$ ,  $r$  (межцентрового расстояния ядер) и углов поворота системы в целом ( $\theta$ ) и каждого из сталкивающихся ядер ( $\theta_1$  и  $\theta_2$ ). В выражении для лагранжиана (6.8)  $V(r)$  — ядро-ядерный потенциал,  $\mu$  — приведенная масса ядер,  $M_1$  и  $M_2$ ,  $R_1$  и  $R_2$  — их массы и радиусы. Составляющие лагранжиан члены со второго по четвертый представляют энергию вращения системы в целом и двух ее частей. При такой записи энергии вращения предполагается, что ядро вращается как твердое тело, и что момент инерции равен моменту инерции твердого тела.

Наличие трения приводит к диссипации энергии коллективного движения (изменение координаты  $r$ ) и углового момента (коллективное вращение, связанное с изменением координат  $\theta$ ,  $\theta_1$  и  $\theta_2$ ). Этот процесс описывается функцией диссипации Релея:

$$F = F(r) \cdot \left( \dot{r}^2 + \frac{1}{2} u_t^2 \right), \quad (6.9)$$

где  $F(r)$  — форм-фактор,  $u_t$  — относительная тангенциальная скорость ядер.

Уравнению (6.7) эквивалентна система четырех дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}\mu\ddot{r} &= \mu r \dot{\theta}^2 - \frac{\partial V}{\partial r} 2F(r)\dot{r}, \\ \dot{l} &= -F(r)u_l r, \\ \dot{L}_1 &= F(r) \frac{\partial u_l}{\partial \theta_1} u_l, \\ \dot{L}_2 &= F(r) \frac{\partial u_l}{\partial \theta_2} u_l,\end{aligned}\tag{6.10}$$

здесь  $l$  — угловой момент системы,  $L_1$  и  $L_2$  — угловые моменты сталкивающихся ядер.

Задавая выражения для  $V(r)$  и  $F(r)$ , различные авторы решали систему уравнений (6.10) и находили максимальное значение углового момента  $l_{crit}$ , при котором система сталкивающихся ядер оказывалась захваченной в потенциальной яме, рис. 6.2а. Сечение слияния записывали в виде:

$$\sigma_{fus} = \pi \lambda^2 \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) T_l P_l,\tag{6.11}$$

где, по сравнению с (6.1), добавлен множитель  $P_l$  — вероятность захвата.

## 6.5. Ядро-ядерный потенциал

Потенциал ядро-ядерного взаимодействия

$$V(r) = V_N(r) + V_{Coul}(r)\tag{6.12}$$

представляет сумму ядерного и кулоновского потенциалов. Были предложены различные варианты ядерного потенциала  $V_N(r)$ , однако за последние 15 лет различными авторами чаще всего использовался контактный потенциал (proximity potential) Блоцкого, Рандрупа, Святецкого и Цанга. Сила, действующая между двумя ядрами

$$F(s) = -\frac{\partial V_p(s)}{\partial s} = 2\pi R \eta(s),\tag{6.13}$$

здесь  $V_p = V_N$  — контактный ядерный потенциал;  $R = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$  — средний радиус;  $R_1$  и  $R_2$  — радиусы иона и ядра,  $\eta(s)$  — потенциал взаимодействия между двумя противоположными участками ядерной поверхности единичной площади, который зависит от расстояния между взятыми участками поверхности. В выражение (6.13) входит потенциал  $\eta(s)$ , взятый для расстояния  $s$ , равного кратчайшему расстоянию между поверхностями ядер.

Ценность выражения (6.13) определяется тем, что функция  $F(s)$  может быть получена на основании известных свойств ядерной поверхности: степени ее диффузности и коэффициента поверхностного натяжения  $\gamma$ . Толщина диффузного ядерного поверхностного слоя составляет:  $b \sim 1$  фм. При  $s > 2,5$  фм  $\eta(s) = 0$ . При меньших значениях  $s$   $\eta(s) < 0$  и имеет минимум при  $s = 0$ :  $\eta(0) = -2\gamma$ .

При  $s = 0$  два встречных поверхностных слоя ядер перекрывают друг друга, образуя область ядерного вещества с приблизительно постоянной плотностью, близкой по величине к плотности вещества в центральной области ядра. Переход к отрицательным величинам  $s$  означал бы перекрытие части вещества ядер, ведущее к удвоению плотности, так как предполагается, что форма ядер заморожена. Поэтому при  $s < 0$  функция  $\eta(s)$  должна возрасти с уменьшением  $s$ , быстро пройдя через ноль и далее стремясь к бесконечности.

Авторами теории ядерного контактного потенциала была вычислена универсальная контактная функция:

$$\Phi \equiv \eta(\zeta b) / 2\gamma, \quad (6.14)$$

которая следует из  $\eta(s)$  при замене переменной  $s$  на  $\zeta = s/b$ . Расчет был проведен с использованием модели Томаса—Ферми с применением феноменологического потенциала парного взаимодействия нуклонов:



$$V_{12} = -C \frac{e^{-r_{12}/a}}{r_{12}/a} \left(1 - P_{12}^2/P_k^2\right), \quad (6.15)$$

здесь  $r_{12}$  — межнуклонное расстояние,  $P_{12}$  — импульс нуклонов в системе их центра масс,  $a$  — параметр расстояния взаимодействия Юкавы,  $P_k$  — критическая величина импульса, отвечающая переходу к отталкиванию,  $C$  — параметр силы взаимодействия.

Безразмерная функция контактной силы ядро-ядерного взаимодействия  $\Phi(\zeta)$  показана на рис. 6.6. Она соответствует известной форме межнуклонного взаимодействия: отталкивание на малых расстояниях, стремление к нулю на больших и максимальное значение при  $\zeta \sim 1$ .

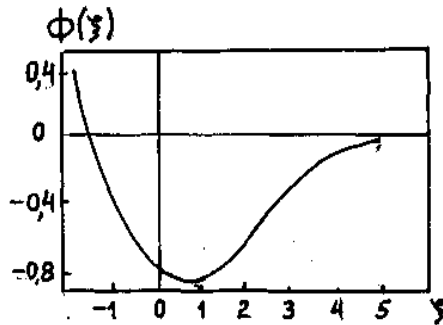


Рис. 6.6. Безразмерная функция контактной силы ядро-ядерного взаимодействия

## 6.6. Распад составного ядра

Вторым этапом реакций, протекающих через образование составного ядра, является распад этого ядра. Сильное взаимодействие между нуклонами приводит к тому, что энергия возбуждения, которую внес тяжелый ион в ядро (она складывается из его кинетической энергии и энергии реакции, определяемой балансом масс участвующих в реакции частиц), быстро распределяется между всеми нуклонами в ядре. В результате этого каждый из нуклонов в ядре будет иметь энергию, которая меньше энергии связи нуклона. Поэтому ни один из нуклонов не сможет вылететь из ядра до тех пор, пока на каком-либо из них снова не сконцентрируется достаточная энергия. Эта энергия должна превосходить энергию связи, а для

заряженных частиц еще и кулоновский барьер. Другие возможные варианты распада составного ядра — испускание  $\gamma$ -кванта или деление (в случае тяжелых ядер) тоже реализуются сравнительно медленно. Этим и объясняется довольно большое время существования составной системы, причем это время настолько велико, что система как бы «забывает» способ своего образования. По порядку величины это время значительно больше характерного ядерного времени, которое необходимо нуклону, чтобы пересечь ядро ( $\sim 10^{-21}$  с).

Вероятность распада составного ядра:

$$\omega = \frac{1}{\tau} = \Gamma/\hbar, \quad (6.16)$$

где  $\tau$  — время жизни составного ядра,  $\Gamma$  — энергетическая ширина уровня при данной энергии возбуждения.

Эту вероятность распада можно представить в виде суммы парциальных вероятностей, каждая из которых характеризует один из путей распада:

$$\omega = \sum \omega_i = \sum \frac{\Gamma_i}{\hbar}. \quad (6.17)$$

Парциальная ширина уровня по отношению к испусканию из ядра нейтрона или заряженной частицы (протон,  $\alpha$ -частица), проинтегрированная по всему спектру их кинетических энергий, описывается выражением

$$\Gamma_i = \hbar \int_{E_0}^{E-B_i} W_i(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (6.18)$$

$$W_i(\varepsilon) d\varepsilon = \sigma(E, \varepsilon) g m \varepsilon \left( \frac{1}{\pi^2 \hbar^2} \right) \frac{\rho(E - B_i - \varepsilon)}{\rho(E)} d\varepsilon, \quad (6.19)$$

где  $E$  — энергия возбуждения первоначального составного ядра,  $B_i$  — энергия связи нуклона или  $\alpha$ -частицы в нем,  $\varepsilon$  — кинетическая энергия вылетевшей из ядра частицы,  $\sigma(E, \varepsilon)$  — сечение обратной реакции, т. е. реакции образования первоначального составного ядра при взаимодействии вылетевшей частицы с кинетической энергией  $\varepsilon$  с ядром-остатком,  $m$  — масса вылетевшей частицы,  $g$  — статистический вес спиновых состояний,  $\rho(E)$  — плот-

ность уровней составного ядра с энергией возбуждения  $E$ ,  $\rho(E - B_i - \varepsilon)$  — плотность уровней остаточного ядра, образующегося после испускания частицы.

Из выражений (6.18) и (6.19) видно, что парциальная ширина существенно зависит от отношения плотностей уровней в возбужденном ядре до и после испускания из него частицы, уносящей энергию возбуждения. Поэтому для описания парциальных ширин используют определенные модельные представления о зависимости плотности уровней ядра от его энергии возбуждения. Обычно применяют либо модель ферми-газа, где эта зависимость имеет вид:

$$\rho(E) = \text{const} \cdot \exp\left[2(aE)^{1/2}\right], \quad (6.20)$$

либо модель с постоянной температурой:

$$\rho(E) = \text{const} \cdot \exp(E/T), \quad (6.21)$$

где  $E$  — энергия возбуждения,  $a$  — параметр плотности уровней (обычно принимают  $a = A/10$ ,  $A$  — массовое число ядра),  $T$  — температура ядра.

Нижний предел интегрирования в выражении (6.18) —  $E_0$  — определяется той минимальной энергией, при которой сечение взаимодействия частицы с остаточным ядром имеет заметную величину. Очевидно, что в случае нейтронов  $E_0 = 0$ , а в случае заряженных частиц — определяется кулоновским барьером. При испускании из тяжелых ядер протонов  $E_0 = 7 \div 10$  МэВ, а для  $\alpha$ -частиц  $E_0 = 15 \div 20$  МэВ. Поэтому в тяжелых ядрах парциальные ширины для испускания заряженных частиц заметно меньше, чем для испускания нейтрона, т. е.  $\Gamma_{p,\alpha} \ll \Gamma_n$ .

Однако в сильно нейтронодефицитных ядрах энергии связи протона или  $\alpha$ -частицы заметно меньше, чем для нейтрона, т. е.  $B_{p,\alpha} \ll B_n$ .

В результате этого увеличивается верхний предел интегрирования в выражении (6.18), и парциальные ширины для испускания заряженных частиц оказываются такими же или даже большими, чем для нейтронов.

При большой энергии возбуждения составного ядра происходит последовательная эмиссия нескольких частиц. Вероятность того, что ядро с начальной энергией возбуждения  $E$  может испустить  $x$  нейтронов, определяется выражением

$$P(E, x) = I(\Delta_x, 2x-1) - I(\Delta_{x+1}, 2x-1), \quad (6.22)$$

$I(z, n)$  — неполная гамма-функция, определяемая выражением

$$I(z, n) = \frac{1}{n!} \int_0^z y^n e^{-y} dy, \quad (6.23)$$

$$\Delta_x = \frac{E - \sum_1^x B_i}{T}. \quad (6.24)$$

Первый член в выражении (6.24) представляет вероятность того, что, по крайней мере,  $x$  нейтронов будут испущены составным ядром, а второй — вероятность испарения по крайней мере  $x+1$  нейтрона. Разность этих членов определяет вероятность того, что из ядра испустится ровно  $x$  нейтронов. На рис. 6.7 представлена зависимость  $P(E, x)$  от энергии возбуждения, выраженной в единицах температуры ядра  $E/T$ . Видны четкие максимумы для испускания каждого числа нейтронов. Каждая энергия возбуждения составного ядра характеризуется испусканием определенного числа нейтронов или заряженных частиц. В случае тяжелых ионов достигаются энергии возбуждения много выше 100 МэВ, при этом из составного ядра может испускаться до 15–20 нейтронов и заряженных частиц.

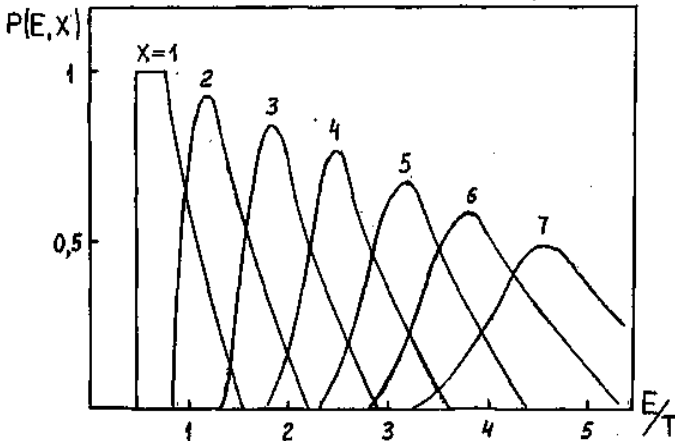


Рис. 6.7. Зависимость вероятности испускания из ядра  $x$  нейтронов от энергии возбуждения, отнесенной к температуре ядра

## 7. ДЕЛЕНИЕ ЯДЕР ТЯЖЕЛЫМИ ИОНАМИ

### 7.1. Основные представления о процессе деления

Деление возбужденных ядер на два примерно равных по массе осколка — один из путей их распада, характерным для широкого круга ядер. В наиболее тяжелых ядрах (с  $Z > 92$ ) этот способ распада является преобладающим, и он может происходить и без энергии возбуждения (спонтанное деление). При большой энергии возбуждения деление испытывают практически все ядра, естественно, с различной вероятностью.

Деление является сложным ядерным процессом, который связан с сильным изменением формы ядра (от сферической до гантелеобразной (рис. 7.1), с коренной перестройкой нуклонных конфигураций, с неоднократным перераспределением энергии возбуждения ядра между различными видами (колебательной, тепловой и др.). В настоящее время еще нет последовательной теории, которая позволяла бы с единой точки зрения описать все стороны процесса деления. Вместо этого обычно используют модельные представления, когда для описания выбирается какое-либо макроскопическое явление, имеющее общие черты с изучаемым. В случае деления ядер таким явлением выбран разрыв заряженной капли несжимаемой жидкости под действием электрических сил отталкивания. В этой модели (модель жидкой капли) трансформация энергии ядра при нарушении его формы связана с изменением двух его параметров: энергии поверхностного натяжения:

$$E_n = 4\pi\Omega R^2 \quad (7.1)$$

и энергии кулоновского расталкивания входящих в состав ядра протонов

$$E_k = \frac{3}{5} \frac{Z^2 e^2}{R}, \quad (7.2)$$

где  $Ze$  — заряд делящегося ядра,  $R$  — его радиус,  $\Omega$  — коэффициент поверхностного натяжения.

Основываясь на этих представлениях, Н. Бор и Дж. Уиллер и независимо от них советский ученый Я. И. Френкель провели количественный расчет процесса деления, который позволил понять основные черты этого явления. При этом предполагалось, что при растяжении ядра его форму можно представить в виде последовательного набора вытянутых эллипсоидов, характеризующихся параметром деформации  $\beta$ , который определяется соотношением между большой  $a$  и малой  $b$  полуосями эллипсоида

$$\beta = \frac{2}{3} \frac{a-b}{\sqrt[3]{ab^2}}. \quad (7.3)$$

При таком представлении процесса деления зависимость поверхностной и кулоновской энергий ядра от этого параметра можно представить в виде:

$$E_n = g_n A^{2/3} \left( 1 + \frac{2}{5} \beta^2 + \dots \right), \quad (7.4)$$

$$E_k = g_k \frac{Z^2 e^2}{A^{1/3}} \left( 1 - \frac{1}{5} \beta^2 + \dots \right), \quad (7.5)$$

где  $g_n$  и  $g_k$  — константы поверхностного натяжения и кулоновского расталкивания.

Из выражений (7.4) и (7.5) видно, что с увеличением деформации ядра поверхностная энергия растет, а кулоновская падает, т. е. кулоновские силы стремятся изменить форму ядра, а поверхностные — сохранить ее. Соотношение между этими видами энергии и определяет зависимость полной энергии ядра  $E_n + E_k$  от деформации. Если  $E_n > 1/2 E_k$ , то полная энергия ядра растет с ростом деформации, и, как всякая система, ядро стремится к минимуму полной энергии, т. е. к возвращению в исходное состояние.

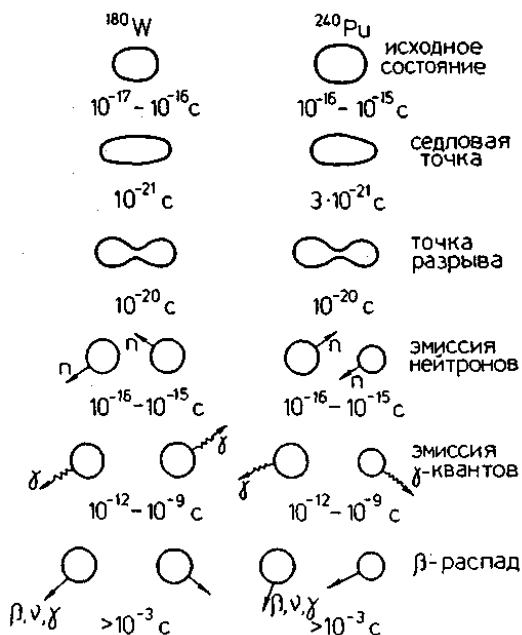


Рис. 7.1. Изменение формы ядра при делении

Однако, начиная с некоторого значения параметра деформации ( $\beta = 0,6 - 0,9$  в зависимости от заряда ядра), уменьшение кулоновской энергии преобладает над увеличением поверхностной, и полная энергия начинает падать. В этом случае минимум энергии, к которому стремится система, соответствует двум отдельным осколкам. Таким образом, зависимость полной энергии ядра от параметра деформации (или от расстояния между центрами формирующихся осколков) имеет вид кривой с максимумом. Примеры таких зависимостей для ряда ядер, рассчитанные на основе модели жидкой капли, представлены на рис. 7.2. Характерной их особенностью является наличие потенциального барьера (барьера деления), препятствующего мгновенному делению ядер. При малых деформациях ядро возвращается в исходное состояние, а начиная с некоторой (седловой точки) — продолжает изменять свою форму, пока не про-

изоидет разрыв на два осколка. Седловая точка достигается либо при внесении в ядро необходимой энергии возбуждения (не меньшей, чем высота барьера деления), либо в результате туннельного перехода под барьером (это имеет место в случае спонтанного деления ядер).

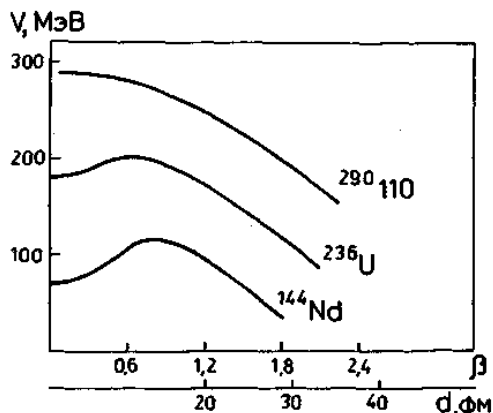


Рис. 7.2. Зависимость потенциальной энергии ядра  $M$  от параметра деформации  $\beta$  или расстояния между осколками  $d$ . Расчет по модели жидкой капли

Условие  $E_n = 1/2 E_k$ , при котором ядро имеет потенциальный барьер, соответствует для принятых в модели жидкой капли параметрах  $g_n = 13$  МэВ и  $g_k = 0,53$  МэВ определенному соотношению между его значениями  $Z$  и  $A$  или значению параметра делимости

$$Z^2/A < 49. \quad (7.6)$$

В противном случае  $Z^2/A > 49$  барьер деления отсутствует, и ядро делится мгновенно (за время, соответствующее периоду колебаний  $\tau \sim 10^{-20}$  с).

Рассмотренный выше процесс деления является в достаточной степени идеализированным. В нем не учитывается оболочечная структура ядра, т. е. различные квантовые состояния отдельных нуклонов, которые, естественно, меняются при трансформации формы ядра. Поэтому увеличение деформации ядра



приводит к изменению состояний отдельных нуклонов в ядре, и это отражается на поведении полной энергии ядра. Точный расчет этих изменений представляет собой сложную задачу, и для её решения В. М. Струтинским был разработан метод оболочечной поправки. В этом методе потенциальная энергия деформации представляется в виде суммы двух членов:

$$E = E_{\text{жк}} + \Delta E, \quad (7.7)$$

где  $E_{\text{жк}}$  — потенциальная энергия, вычисленная по модели жидкой капли,  $\Delta E$  — оболочечная поправка. Значение оболочечной поправки определяется как разность между суммой одночастичных энергий для реального и однородного распределений всех нуклонов в ядре. При этом в случае реального распределения суммирование производится в интервале энергий 2–3 МэВ около поверхности Ферми, а в случае однородного распределения — в более широком диапазоне (около 10 МэВ, что соответствует расстоянию между соседними оболочками в одночастичном спектре). Оболочечная поправка слабо зависит от формы выбранного потенциала. Например, близкие результаты получены при использовании потенциалов прямоугольной ямы и гармонического осциллятора. При таком рассмотрении реальный барьер деления включает капельную и оболочечную составляющие. Оболочечная поправка является осциллирующей функцией деформации, и добавка ее к капельной энергии заметно трансформирует форму потенциальной поверхности (ряд примеров ее представлен на рис. 7.3).

Наиболее важным следствием учета оболочечной поправки будет появление на барьере деления при значении  $\beta \sim 0,6$  достаточно глубокого минимума с целой системой уровней. Такая сложная (двугорбая) форма барьера деления (рис. 7.3) приводит к целому ряду особенностей деления ядер, которые уже наблюдались на опыте. К ним относится появление целого ряда явлений, в которых резко усиливается вероятность деления — подбарьерные резонансы в сечении деления, спонтанно делящиеся изомеры в области  $Np - Bk$ .

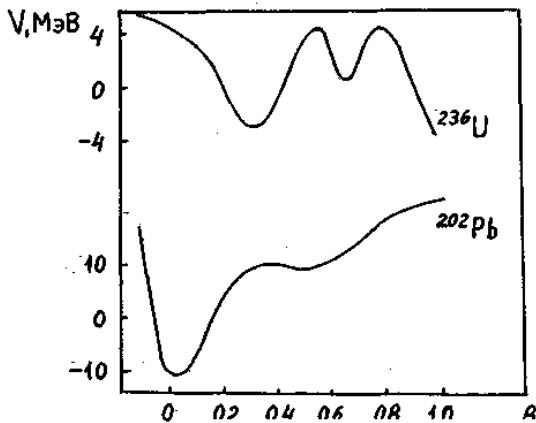


Рис. 7.3. Форма барьера деления с учетом оболочечных эффектов

Согласно расчетам в ядрах с  $Z > 104$  практически весь барьер деления обусловлен оболочечной поправкой. Особенно велика эта поправка в районе замкнутых оболочек  $Z = 114$  и  $N = 184$ , где высота барьера деления может достигать 8-10 МэВ, что существенно увеличивает стабильность тяжелых ядер, и коренным образом меняет область распространения сверхтяжелых элементов.

Оболочечная поправка зависит от энергии возбуждения делящегося ядра. Она максимальна для основных состояний ядер, падает с ростом энергии возбуждения и практически исчезает при  $E = 40 - 50$  МэВ. Поэтому при высоких энергиях возбуждения барьер деления определяется капельной составляющей потенциальной энергии деформации. Эта составляющая также уменьшается с ростом энергии возбуждения, что является отражением зависимости от температуры ядерной равновесной плотности и поверхностного натяжения.

## 7.2. Превращения энергии при делении

Деление ядер с  $A > 100$  является типичным экзотермическим процессом, при котором выделяется энергия. Причина этого в том, что энергия связи ядра, приходящаяся на один нуклон, в осколках

выше, чем в делящемся ядре. К этому необходимо еще добавить энергию, вносимую в ядро частицей, вызывающей деление. В процессе изменения формы ядра от исходного состояния к седловой точке происходит уменьшение тепловой энергии и рост энергии деформации. Далее на пути к точке разрыва происходит превращение потенциальной энергии деформации в различные формы энергии формирующихся осколков (их кинетическую энергию и внутреннюю энергию возбуждения). В конечном счете, вся эта энергия уносится в виде различных форм образующимися осколками. Эти формы включают кинетическую энергию осколков, энергии нейтронов и  $\gamma$ -квантов, испускаемых при их девозбуждении, а так же  $\beta$ - и  $\gamma$ -излучения и нейтрино при их радиоактивном распаде. Соотношение между всеми этими формами энергии зависит от делящегося ядра и свойств вызывающей деление частицы. Данные о соотношении между этими формами энергии для различных реакций деления представлены в табл. 7.1.

Видно, что приведенные в таблице соотношения энергий существенно зависят от делящегося ядра и от энергии бомбардирующих частиц. В случае слабозвозбужденных ядер (спонтанное деление, деление тепловыми нейтронами или другими частицами низких энергий) основная доля выделяющейся энергии (более 70%) приходится на кинетическую энергию осколков, которая увеличивается с ростом  $Z$  и  $A$  делящегося ядра. С увеличением энергии частиц, вызывающих деление, кинетическая энергия осколков практически не меняется, но растет их энергия возбуждения, а в ней та ее часть, которая связана с испусканием мгновенных нейтронов (увеличивается их число). При этом энергия, уносимая  $\gamma$ -квантами, растет сравнительно мало. В то же время происходит уменьшение энергии, связанное с радиоактивным распадом осколков (эта энергия уносится электронами, нейтрино и  $\gamma$ -квантами). Последнее связано с тем, что испарение нейтронов из возбужденных осколков приближает их к долине  $\beta$ -стабильности, и длина цепочки последовательных  $\beta$ -распадов уменьшается.

Таблица 7.1

Реакция деления и энергия частиц	Энергия, МэВ					
	$E_{\text{кин.}}$	$E_{\text{возб.}}$		$E_{\text{расп.}}$		
	f	n	$\gamma$	$\beta$	$\gamma$	$\nu$
$^{256}\text{Fm, s.f.}$	198	32	8	8	10	12
$^{252}\text{Cf, s.f.}$	186	31	7	7	7	10
$^{239}\text{Pu} + \text{n, тепл.}$	179	21	7	6	6	9
$^{238}\text{U} + \text{n, 14,7 МэВ}$	172	22	7	7	7	10
$^{233}\text{U} + \alpha, 30 \text{ МэВ}$	176	36	8	3	4	5
$^{226}\text{Ra} + \text{p, 12 МэВ}$	159	20	6	5	5	7
$^{209}\text{Bi} + ^{22}\text{Ne, 175 МэВ}$	171	90	12	3	4	5
$^{197}\text{Au} + ^{16}\text{O, 136 МэВ}$	156	80	12	3	4	5

Большая энергия  $\beta$ -распада осколков в целом ряде случаев может превышать энергию связи нейтрона в дочернем ядре. Это может приводить к эмиссии нейтронов из возбужденного дочернего ядра, образующегося после  $\beta$ -распада (запаздывающие нейтроны). Их доля максимальна (~5%) при делении ядер тепловыми нейтронами.

### 7.3. Свойства осколков деления

Высокая энергия, выделяющаяся при делении ядер, приводит к большому набору конечных состояний продуктов деления. В результате этого наблюдается широкий спектр массовых чисел осколков. Каждой паре массовых чисел осколков  $A_1$  и  $A_2$  соответст-

вует набор атомных номеров  $Z_i$  и достаточно широкое распределение по кинетическим энергиям  $E_k$ . Форма каждого из этих распределений (массового, зарядового и энергетического) зависит от атомного номера  $Z$ , массового числа  $A$  и энергии возбуждения  $E_0$  делящегося ядра.

Основной особенностью массовых распределений осколков деления тяжелых ядер ( $Z > 88$ ,  $A > 226$ ) при низких энергиях возбуждения (спонтанном делении, делении тепловыми нейтронами или  $\gamma$ -квантами малых энергий) является их асимметрия — с наибольшей вероятностью происходит разделение ядра на два неравных по массе осколка (рис. 7.1). Отношение массовых чисел осколков в этих максимумах (тяжелые и легкие осколки) меняется от 1,55 (изотопы Th) до 1,8 (изотопы Fm). С ростом  $Z$  и  $A$  делящегося ядра положение пика тяжелых осколков остается неизменным (в районе  $A=140$ ), а пик легких осколков сдвигается в сторону больших масс (например, до  $A=118$  для  $^{257}\text{Fm}$ ). Выход осколков, соответствующих симметричному разделению масс, в сотни раз меньше, чем в максимумах.

С увеличением энергии возбуждения делящегося ядра происходит рост выхода осколков симметричного деления (с массовыми числами 110–125). Выход этих осколков при изменении энергии нейтронов от 0 (тепловые нейтроны) до 15 МэВ растет почти в 100 раз (рис. 7.4). Для осколков, лежащих на крайних склонах пиков, увеличение выхода незначительно, а выход осколков в максимумах несколько уменьшается (на 20–30%). Когда энергия возбуждения становится выше 40 МэВ, то провал между асимметричными пиками полностью заполняется, и массовое распределение приобретает вид симметричной гауссовой кривой.

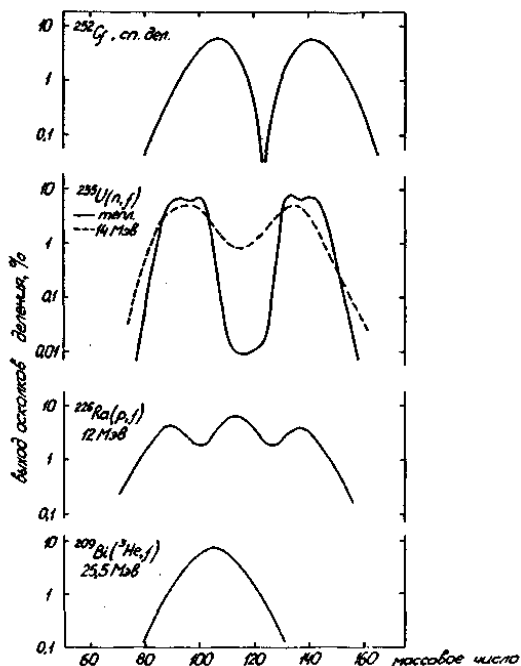


Рис. 7.4. Массовые распределения осколков для различных делящихся ядер

Рассмотренное выше двугорбое массовое распределение осколков характерно для сравнительно узкой области ядер ( $Z = 90 - 100$ ,  $A = 228 - 250$ ). На границах этой области наблюдается переход к распределению другого типа, преимущественно симметричному. На примере ядра  $^{227}\text{Ac}$  (реакция  $^{226}\text{Ra} + p$ ) можно видеть появление пика симметричного деления, вклад которого быстро растет с увеличением энергии возбуждения (см. рис. 7.4). На другой стороне области, в ядрах тяжелее Fm, также происходит переход к симметричному массовому распределению. Деление этих ядер подробно рассматривается ниже.

В ядрах легче Ra массовое распределение осколков является симметричным и имеет вид гауссовой кривой (рис. 7.4). Полуширина этой кривой составляет при малых энергиях возбуждения 0,06–0,08 от среднего массового числа осколков и растет при увеличении энергии. В изотопах At и Po при малых энергиях возбуж-

дения еще наблюдается слабая компонента асимметричного массового распределения осколков, которая исчезает с ростом энергии или при переходе к более легким ядрам.

Осколку с данным массовым числом соответствует несколько ядер изобар (с набором  $Z$ ), выходы которых описываются гауссовым распределением (рис. 7.5).

$$P(Z) = \frac{K}{\sqrt{2\pi(\sigma_p + 1/12)}} \exp \left[ -\frac{(Z - Z_p)^2}{2(\sigma_p + 1/12)^2} \right], \quad (7.8)$$

где  $Z - Z_p$  — наиболее вероятное зарядовое число,  $\sigma_p^2$  — дисперсия распределения,  $K$  — нормирующий множитель (этот параметр определяет повышенный выход осколков с четными  $Z$  и  $N$  и пониженный с нечетными). Вклад отдельно протонов и нейтронов определяется выражением:

$$\begin{aligned} K &= \delta_Z \delta_N, \quad Z - \text{четное}, N - \text{четное}; \\ K &= \delta_Z / \delta_N, \quad Z - \text{четное}, N - \text{нечетное}; \\ K &= \delta_Z / \delta_N, \quad Z - \text{нечетное}, N - \text{четное}; \\ K &= 1 / \delta_Z \delta_N, \quad Z - \text{нечетное}, N - \text{нечетное}. \end{aligned} \quad (7.9)$$

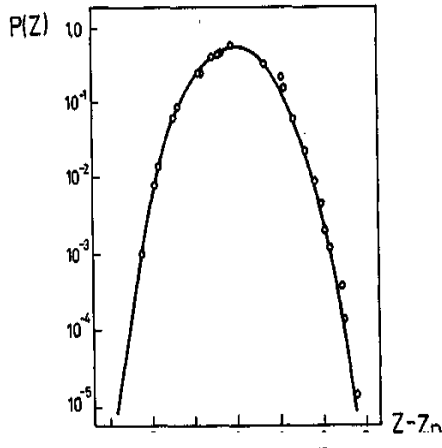


Рис. 7.5. Распределение ядерного заряда осколков относительно его среднего значения

Значения  $\delta_Z$  и  $\delta_N$  составляют соответственно 1,05–1,10 и 1,0–1,04 при низких энергиях возбуждения и с их ростом приближаются к единице. Слагаемое  $1/12$ , добавляемое к значению дисперсии в выражении (7.8), указывает на дискретное изменение заряда осколка. Значение  $Z_p$  в первом приближении определяется в предположении неискаженного зарядового распределения осколков. Это означает, что плотность заряда (отношение числа протонов  $Z$  к числу нуклонов  $A$ ) в каждом из осколков такая же, как и в делящемся ядре:

$$Z_L/A_L + \nu_L = Z_T/A_T + \nu_T = Z_0/A_0, \quad (7.10)$$

где индексы Л, Т и 0 относятся к легкому и тяжелому осколкам и к делящемуся ядру,  $\nu_L$  и  $\nu_T$  — среднее число нейтронов из легкого и тяжелого осколков. Тогда средний заряд для данного массового числа осколка  $A_i$  определится выражением

$$Z_i = Z_0 \frac{A_i + \nu_i}{A_0}. \quad (7.11)$$

Однако определяемый этим выражением средний заряд осколка несколько отличается от измеренного в опыте  $Z_p$ . Это отличие связано с влиянием на зарядовое распределение таких факторов, как удаление от долины  $\beta$ -стабильности и энергия, выделяющаяся при делении для различных комбинаций  $Z$  и  $A$  осколков. Для легких осколков  $Z_i > Z_p$ , а для тяжелых  $Z_i < Z_p$  и разность их составляет 0,4–0,5 при низких энергиях возбуждения. С ростом энергии  $Z_p$  стремится к  $Z_i$ . Значение дисперсии  $\sigma_p^2$ , усредненное по всему спектру массовых чисел осколков, составляет 0,6 при низких энергиях и достигает 1,0–1,2 при делении частицами высоких энергий.

Осколки деления характеризуются большой кинетической энергией. Основной вклад в нее вносит кулоновское расталкивание осколков уже после момента разделения. Энергия кулоновского расталкивания определяется выражением



$$E_k = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{d}, \quad (7.12)$$

где  $Z_1$  и  $Z_2$  — ядерные заряды осколков,  $d$  — расстояние между центрами их зарядов. Из этого выражения видно, что кинетическая энергия осколков определяется асимметрией разделения (значениями  $Z_1$  и  $Z_2$ ) и расстоянием между ними в момент разрыва, когда значение  $d$  минимально. Если считать, что в момент разрыва ядро имеет форму гантели, состоящей из двух сфероидальных осколков со средними значениями радиусов  $r = 1,2A^{1/3}$  фм (см. рис. 7.1), то выражение для расстояния между центрами осколков с массовыми числами  $A_1$  и  $A_2$  можно представить в виде:

$$d = 1,2A_1^{1/3}(1 + \beta_1) + 1,2A_2^{1/3}(1 + \beta_2) + \delta, \quad (7.13)$$

где  $\beta_1$  и  $\beta_2$  — параметры деформации осколков,  $\delta$  — длина шейки (ее обычно принимают равной 2 фм). В случае сфероидальной формы осколков параметр деформации определяется выражением (7.3).

Значения параметров деформации осколков, которые в значительной степени определяют их кинетическую энергию, зависят от числа протонов и нейтронов в ядре и в меньшей степени от энергии возбуждения и углового момента.

Сумма кинетических энергий обоих осколков и ее дисперсия — основные энергетические характеристики делящегося ядра. Они важны как для практических расчетов (т. к. определяют основную долю энергии, выделяющуюся при делении ядер), так и для суждения о механизме процесса деления и сравнения с выводами различных моделей. Спектры суммарных кинетических энергий, как для выделенной пары осколков, так и усредненные по всему массовому распределению, имеют гауссову форму и обнаруживают значительный разброс относительно средних значений (рис. 7.6). Такое распределение энергий объясняется как усреднением по  $Z$  и  $A$  осколков, так и наличием флуктуации формы ядра в момент разрыва (разбросом расстояний между центрами осколков).

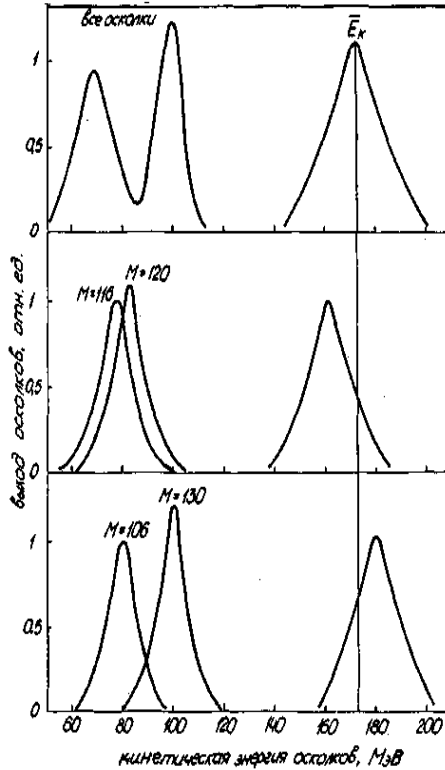


Рис. 7.6. Энергетические спектры осколков деления ядра  $^{235}\text{U}$  нейтронами. Слева энергии отдельных осколков, справа — суммы энергий обоих осколков

Суммарная кинетическая энергия (ТКЕ), усредненная по  $Z$  и  $A$  всех осколков, обнаруживает линейную зависимость от параметра  $Z^2/A^{1/3}$  ( $Z$  и  $A$  относятся к делящемуся ядру):

$$\text{ТКЕ} = (0,1065 Z^2/A^{1/3} + 20,1) \text{ МэВ}. \quad (7.14)$$

Дисперсия суммарных кинетических энергий осколков обнаруживает слабую зависимость от параметра  $Z^2/A^{1/3}$  (если исключить влияние энергии возбуждения) в диапазоне  $Z = 60 - 90$ . Вне этой области (при меньших и больших  $Z$ ) наблюдается рост дисперсии. Сумма кинетических энергий пары осколков зависит от соотноше-

ния их массовых чисел (асимметрии массового распределения). Эта зависимость различна для разных областей делящихся ядер (подобно разным формам их массового распределения). Ряд примеров зависимостей ТКЕ и ее дисперсии от отношения массовых чисел осколков представлен на рис. 7.7. Из этого рисунка видно, что в тяжелых ядрах максимальные значения ТКЕ оказываются при значениях массового числа тяжелого осколка  $A=132-134$  (вблизи замкнутой оболочки из 82 нейтронов), а при переходе к симметричному массовому распределению и с ростом асимметрии значения ТКЕ уменьшаются. При делении ядер легче Ra значения ТКЕ максимальны при симметричном массовом распределении.

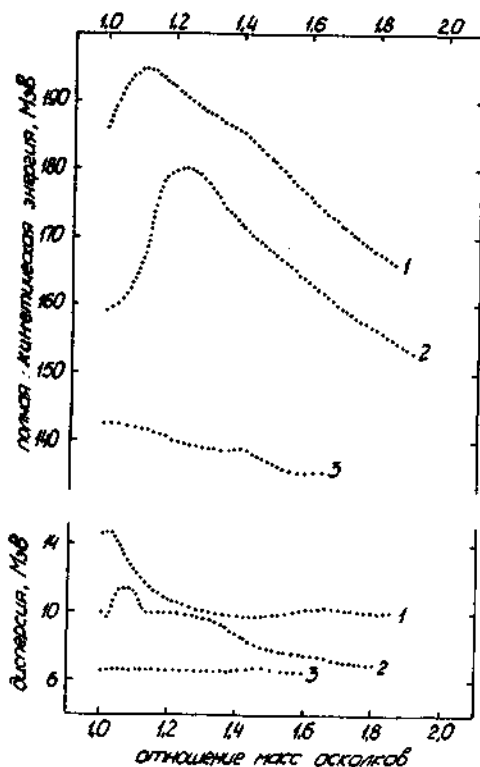


Рис. 7.7. Зависимость полной кинетической энергии осколков и ее дисперсии от отношения их массовых чисел, 1 — Cf, s.f., 2 —  $^{235}\text{U}(n, f)$ , 3 —  $^{197}\text{Au}(^3\text{He}, f)$

#### 7.4. Особенности деления ядер тяжелыми ионами

Деление ядер в реакциях, вызываемых тяжелыми ионами, характеризуется рядом особенностей:

1. Высокая энергия возбуждения составного ядра, образующегося при поглощении тяжелого иона. Например, в реакции  $^{40}\text{Ar} + ^{191}\text{Ir}$  при энергии ионов аргона 400 МэВ образуется составное ядро  $^{231}\text{Ra}$  с энергией возбуждения 220 МэВ. Так как эта энергия получается в результате поглощения большого числа сравнительно медленных нуклонов, то она практически вся распределяется между всеми нуклонами составного ядра, т. е. переходит в тепловую форму энергии.

Известно, что вероятность деления слабо делящихся ядер быстро растет с увеличением энергии возбуждения. Поэтому в реакциях с тяжелыми ионами можно изучать деление практически всех ядер. Это позволяет проследить, как меняются характеристики деления (вероятность деления, массовые, зарядовые, энергетические распределения) с изменением нуклонного состава делящегося ядра и его энергии возбуждения.

2. Большой момент, вносимый в ядро бомбардирующим тяжелым ионом. При касательных столкновениях величина углового момента может превышать  $100\hbar$ . С ростом углового момента ядра происходит уменьшение высоты барьера деления и, следовательно, увеличение вероятности деления.

3. В реакциях с тяжелыми ионами образуются ядра трансурановых элементов, а также ядра с аномальным соотношением протонов и нейтронов. Исследование таких ядер представляет большой интерес. Эти ядра могут характеризоваться большой вероятностью спонтанного деления, у них могут проявляться новые черты процесса деления — деление после  $\beta$ -распада (запаздывающее деление), деление из изомерных состояний необычной природы (спонтанно делящиеся изомеры).

Эти особенности и определяют направления исследований деления ядер, вызываемых тяжелыми ионами — деление высоковозбужденных ядер в широком диапазоне  $Z$  и  $A$ , деление ядер с большим угловым моментом и спонтанное деление наиболее тяжелых ядер. Необходимо отметить, что рассмотренные ранее реакции с тяжелыми ионами — слияние и глубоко неупругие столкновения — являются в определенной степени обратными по отношению к ядерному делению. Их совместное изучение даст уникальный и незаменимый вклад в понимание крупномасштабной ядерной динамики.

### 7.5. Деление высоковозбужденных ядер

Основными способами распада средних и тяжелых ядер (если они не настолько нейтронно-дефицитны, что имеют очень малую энергию связи протона) являются эмиссия нейтронов и деление. Поэтому вероятность деления определяется конкуренцией этих способов распада:

$$P = \frac{\Gamma_f}{\Gamma_n + \Gamma_f} = \left( 1 + \frac{\Gamma_n}{\Gamma_f} \right)^{-1}, \quad (7.15)$$

где  $\Gamma_n$  и  $\Gamma_f$  — приведенные ширины для эмиссии нейтрона и деления. Отношения этих ширин определяются соотношением фазовых объемов конечных ядер или их плотностей уровней. При этом энергия возбуждения, при которой определяется плотность уровней, в случае  $\Gamma_n$  отсчитывается от энергии связи нейтрона, а случае  $\Gamma_f$  — от вершины барьера деления. Если плотность уровней определяется простым выражением  $\rho(E) \sim \exp(2\sqrt{aE})$ , то:

$$\frac{\Gamma_f}{\Gamma_n} \approx \frac{\rho(E - B_f)}{\rho(E - B_n)} \approx \exp \left[ 2 \left[ \sqrt{a_f (E - B_f)} - \sqrt{a_n (E - B_n)} \right] \right], \quad (7.16)$$

где  $a_n$  и  $a_f$  — параметры плотности, отвечающие остаточному ядру и делящемуся ядру в седловой точке (при деформации ядра, значительно превышающей равновесную). При высокой энергии возбуждения, когда  $E \gg B_f$  и  $B_n$ , выражение для  $\Gamma_f/\Gamma_n$  принимает вид:

$$\frac{\Gamma_f}{\Gamma_n} = \exp \left[ 2\sqrt{a_n} E \left[ \left( \sqrt{\frac{a_f}{a_n}} - 1 \right) - \frac{1}{2E} \left( B_f \sqrt{\frac{a_f}{a_n}} - B_n \right) \right] \right]. \quad (7.17)$$

Из этого выражения видно, что наиболее важными параметрами, определяющими вероятность деления, являются отношение  $a_f/a_n$  и барьер деления  $B_f$ , т. к.  $B_n$  обычно находят из значений масс ядер. Отношение  $a_f/a_n$  мало отличается от единицы (оно принимает значения 1,0–1,05 в зависимости от деформации ядра в седловой точке).

При  $a_f \approx a_n$ :

$$\frac{\Gamma_f}{\Gamma_n} \approx \exp \left[ \sqrt{\frac{a_n}{E}} (B_n - B_f) \right]. \quad (7.18)$$

Значения барьеров деления, как рассчитанные по капельной модели, так и полученные из экспериментальных данных, представлены на рис. 7.8 для широкого диапазона массовых чисел ядер. Видно, что для ядер легче радия ( $Z > 88$  и  $A < 226$ ) барьеры деления выше энергии связи нейтрона. Из выражения (7.18) можно видеть, что для этих ядер  $\Gamma_f/\Gamma_n < 1$ , и это отношение, а, следовательно, и вероятность деления растет с энергией возбуждения.

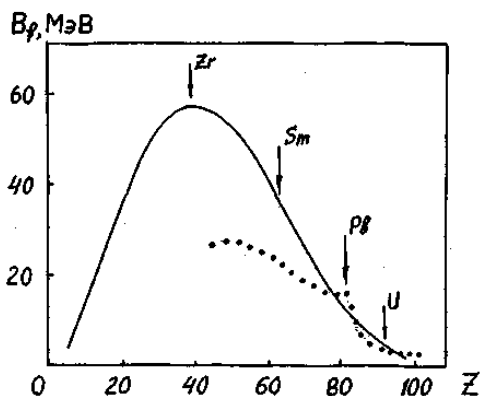


Рис. 7.8. Зависимость высоты барьера деления от атомного номера делящегося ядра. Сплошная линия — расчет по капельной модели, точки — экспериментальные данные

На рис. 7.9 представлен ряд зависимостей от энергии возбуждения вероятности деления под действием тяжелых ионов. Виден экспоненциальный рост значения  $P_f$ , а затем выход на плато. При высоких энергиях возбуждения вероятности, а, следовательно, и сечения деления достаточно велики и доступны для измерения. Это позволяет проводить измерения вероятности деления в реакциях с тяжелыми ионами практически для всех ядер.

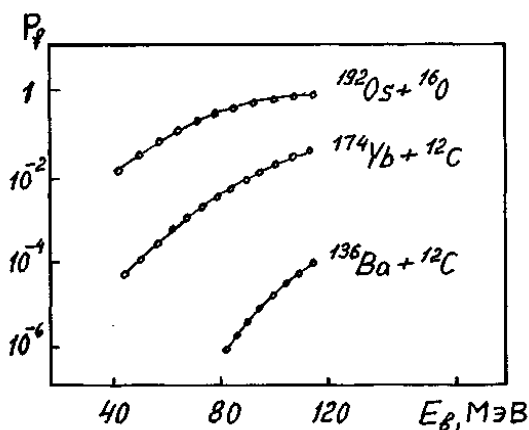


Рис. 7.9. Зависимость вероятности деления ядра от его энергии возбуждения в реакциях с тяжелыми ионами

Зависимость вероятности деления от параметра делимости и массового числа делящегося ядра показана на рис. 7.10. Эта зависимость обнаруживает явную корреляцию с высотой барьера деления (рис. 7.8) — с ростом  $B_f$  значения  $P_f$  падают, минимум значений  $P_f$  соответствует максимальным барьерам деления.

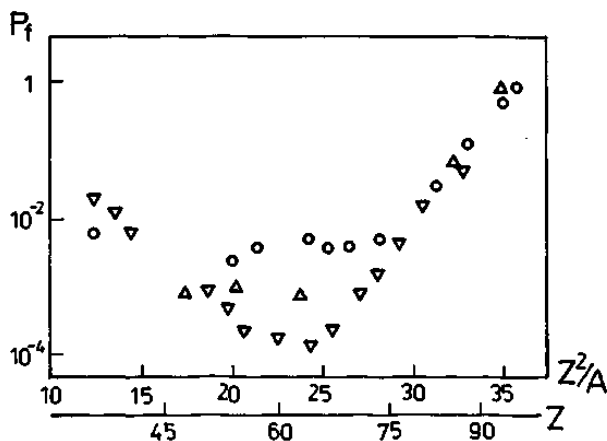


Рис. 7.10. Зависимость вероятности деления от параметра делимости  $Z^2/A$  и атомного номера ядра  $Z$ :  $\nabla$  — протоны,  $\circ$  — тяжелые ионы

Сравнительно большие значения сечений реакций деления тяжелыми ионами в широком диапазоне  $Z$  и  $A$  позволяют проводить для этих ядер измерения массово-энергетических распределений осколков и наблюдать изменения этих распределений с уменьшением параметра делимости  $x = Z^2/A$ . Как уже отмечалось выше, для ядер легче Ra характерно симметричное массовое распределение осколков (гауссово распределение со средним разбросом  $a \sim 0,1A_{\text{оск}}$ ). Такое распределение соответствует выводам модели жидкой капли, описывающей процесс деления. Из этой модели следует, что для ядер с  $x < 0,396$  характер массового распределения осколков меняется (точка Бусинаро–Галлоне).



У этих ядер существенно снижается жесткость по отношению к колебаниям, приводящим к асимметричной форме ядра. Вследствие этого со сравнимой вероятностью происходит деление с широким набором масс, и распределение становится очень широким ( $a \sim A_{\text{оск}}$ ). Такое уширение массовых распределений действительно наблюдалось при делении ядер в районе Ag ( $Z = 47$ ) — рис. 7.11. Однако сильное влияние на ширину массового распределения оказывают энергия возбуждения делящегося ядра и его угловой момент.

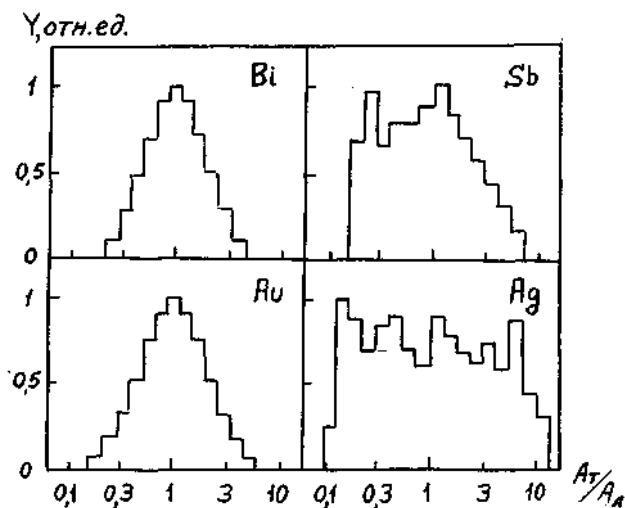


Рис. 7.11. Массовое распределение осколков деления ядер легче Ra. Справа для ядер в окрестностях точки Бусинаро—Галлоне

### 7.6. Деление ядер с большим угловым моментом

Поскольку деление ядер под действием тяжелых ионов связано с большими угловыми моментами, то характеристики этого процесса могут существенно измениться. Эффект углового мо-

мента состоит в снижении барьера деления, чего и можно было бы ожидать в результате действия центробежных сил. Барьер деления определяется как разность энергий вращающегося ядра в седловой и равновесной конфигурациях. Если предположить, что эти конфигурации не зависят от углового момента, выражение для барьера деления приобретает вид:

$$B_f(I) = B_f(O) + \frac{\hbar^2}{2J_{\text{седл}}} I(I+1) - \frac{\hbar^2}{2J_{\text{равн}}} I(I+1), \quad (7.19)$$

где  $I$  — угловой момент в единицах  $\hbar$ ,  $J_{\text{седл}}$  и  $J_{\text{равн}}$  — моменты инерции седловой и равновесной конфигураций. Поскольку  $J_{\text{седл}} > J_{\text{равн}}$ , то барьер деления  $B_f(I)$  снижается с ростом  $I$ . Вращение подобно кулоновскому расталкиванию стремится разорвать ядро, поэтому в модели жидкой капли вводится еще один параметр делимости:

$$Y = \frac{E_{\text{вр}}}{E_n} = 1,9249 \frac{I^2}{A^{7/2}}, \quad (7.20)$$

где  $E_{\text{вр}}$  и  $E_n$  — вращательная и поверхностная энергии. Равновесные конфигурации вращающейся жидкой капли и ее конфигурации в седловой точке для различных значений параметров  $x$  и  $y$  показаны на рис. 7.12. При малых угловых моментах ( $Y < 0,1$ ) равновесные конфигурации приближенно представляют собой сплюснутые сфероиды. Далее с ростом  $I$  они переходят в трехосные эллипсоиды, вращающиеся вокруг наиболее короткой оси, а затем трансформируются в аксиально-симметричные сильно вытянутые эллипсоиды. Заметное изменение конфигурации происходит и в седловой точке: с ростом параметра  $Y$  увеличивается диаметр шейки и уменьшается максимальное удлинение конфигурации.

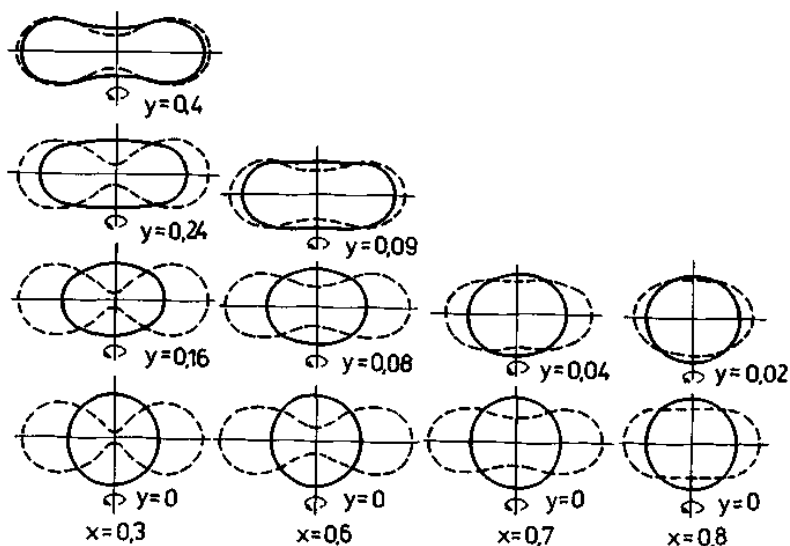
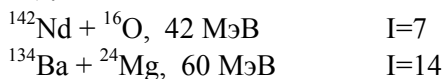


Рис. 7.12. Равновесные конфигурации при делении ядер с большим угловым моментом. Расчеты вращающейся жидкой капли

Зависимость высоты барьера деления от углового момента представлена на рис. 7.13. Видно быстрое падение значений  $B_f(I)$  с ростом  $I$ . При некотором значении углового момента (критический момент) барьер деления обращается в нуль. Зависимость от массового числа критического углового момента, а также момента, при котором барьер деления уменьшается до 8 МэВ, показана на рис. 7.14. Наибольшее значение критического момента (или устойчивости по отношению к центробежному разрыву) имеют ядра с  $A = 120 - 150$  и  $Z = 50 - 60$ .

Влияние углового момента на вероятность деления наглядно проявляется при сравнении сечений реакций деления с различными ионами, приводящими к одному и тому же составному ядру  $^{158}\text{Er}$ . В качестве примера сравнивались реакции с ионами от  $^{16}\text{O}$  до  $^{64}\text{Ni}$ :





Все эти реакции приводят к одному и тому же составному ядру  $^{158}\text{Er}$  (их функции возбуждения представлены на рис. 7.15). Однако при одной и той же энергии возбуждения составного ядра его средний угловой момент, определяемый кинетической энергией налетающего иона, будет существенно разный (тем больше, чем тяжелее ион). Средние значения моментов при энергии возбуждения составного ядра 90 МэВ представлены для каждой реакции. Видно, что они растут почти на порядок при переходе от самого легкого иона к самому тяжелому, и это, естественно, отражается на сечениях реакций деления. Функции возбуждения этих реакций приведены на рис. 7.15, и можно видеть, что более тяжелым ионам соответствуют значительно большие сечения (более чем в 1000 раз). Разница сечений будет еще заметнее, если сравнить вероятность деления только составного ядра  $^{158}\text{Er}$  (в измеренные сечения вносится вклад от деления ядер после эмиссии нейтронов).

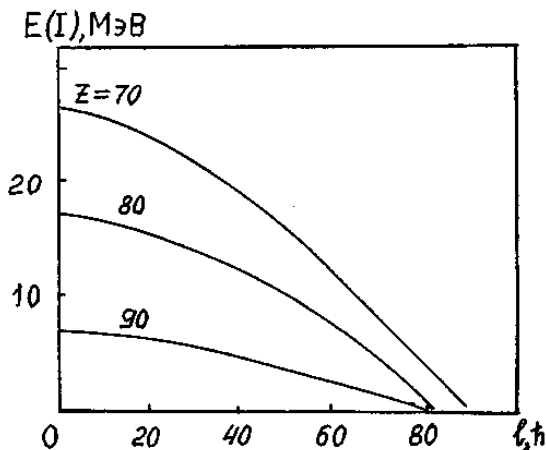


Рис. 7.13. Зависимость высоты барьера деления от величины момента для ядер с различными  $Z$

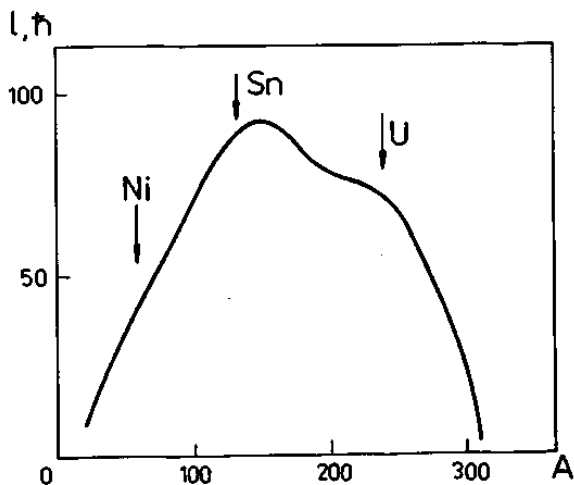


Рис. 7.14. Зависимость от массового числа делящегося ядра момента, при котором барьер деления обращается в нуль

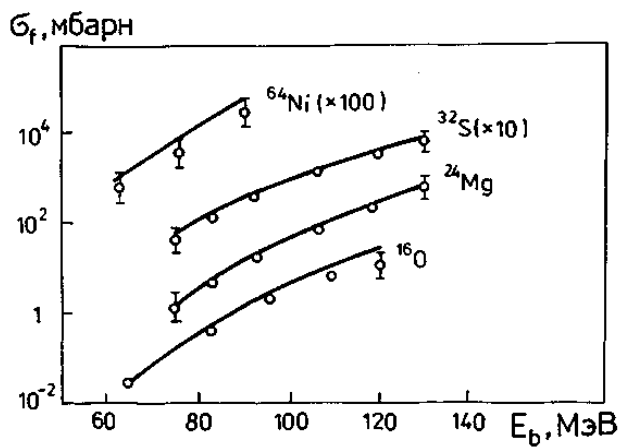


Рис. 7.15. Зависимость сечения деления, вызываемого различными ионами, от энергии возбуждения делящегося ядра. Сплошная линия — расчет, точки — экспериментальные данные

Сильное понижение барьера с ростом углового момента оказывает существенное влияние и на процесс слияния тяжелого иона с ядром. Если момент выше критического, то образующаяся ядерная система разваливается еще не достигнув равновесия. Это явление, называемое «быстрым делением», несет в себе черты как деления, так и неупругого рассеяния. Кинетическая энергия продуктов этой реакции соответствует кулоновскому расталкиванию (как и в делении), но в то же время угловое распределение анизотропно, и массовое распределение имеет аномально большую ширину (дрейф нуклонов от более тяжелого ядра к легкому еще не закончен, т. е. равновесие не достигнуто). Продолжительность этого процесса  $10^{-20}$  с, что сравнимо с периодом вращения образующейся ядерной системы.

Быстрое деление является процессом, промежуточным между обсуждаемыми ранее реакциями глубоконеупругих передач и реакциями слияния, завершающимися образованием составного ядра. В этом процессе промежуточная система сохраняет вид двойной ядерной конфигурации на протяжении всего времени взаимодействия. Конечным результатом такого взаимодействия является либо развал системы, либо слияние иона с ядром. Угловое распределение обоих образующихся осколков такого быстрого деления зависит от их соотношения масс. Чем более симметрично распределение по массам и ядерным зарядам, тем симметричнее по отношению к  $90^\circ$  их угловое распределение.

### 7.7. Спонтанное деление трансурановых элементов

В ядрах тяжелых трансурановых элементов спонтанное деление является одним из наиболее вероятных способов распада. В целом ряде ядер, например,  $^{258}\text{Fm}$ ,  $^{259}\text{Fm}$ ,  $^{260}\text{Ku}$  — это единственный наблюдаемый вид распада. Массовое и энергетическое распределение осколков деления в этой области ядер при  $N < 258$  имеет вид обычной двугорбой кривой (рис. 7.4).

Однако в более тяжелых ядрах с  $N > 158$  характер этих распределений меняется. На рис. 7.16 представлено массовое распределение спонтанного деления ядра  $^{258}\text{No}$ , а также его спектр полных кинетических энергий. Видно, что массовое распределение является симметричным и к тому же необычно узким (полуширина его составляет всего  $\sim 10$  массовых единиц), в то время как в ядрах легче Th, характеризующихся также симметричным массовым распределением, полуширина значительно больше (не менее 20 единиц).

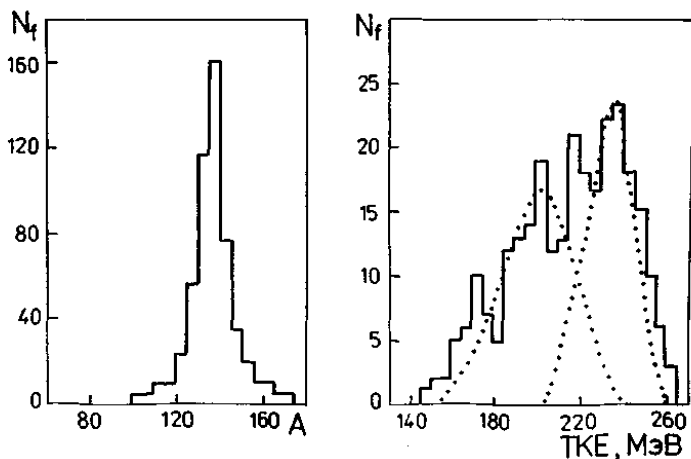


Рис. 7.16. Массовые и энергетические распределения осколков спонтанного деления  $^{258}\text{No}$

Наиболее характерной особенностью распределения полной кинетической энергии осколков является отклонение его от гауссовской формы, характерной для более легких ядер (см. рис. 7.7). Это распределение можно разложить на два гауссиана, один со средней энергией  $\sim 200$  МэВ, а другой  $\sim 235$  МэВ. Низкоэнергетичный гауссиан соответствует систематике полных кинетических энергий, определяемых линейной зависимостью TKE от  $Z^2/A$  (выражение (7.14)). Этот гауссиан преобладает в ядрах  $^{259}\text{Md}$ ,  $^{258}\text{No}$ ,  $^{260}\text{Rs}$ , а в остальных ядрах оба гауссиана имеют сравнимую вероятность.

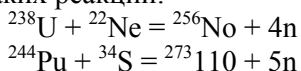
Причина такого необычного массово-энергетического распределения — проявление оболочечной структуры в осколках деления. Симметричное массовое распределение становится энергетически наиболее выгодным, когда каждый из осколков приближается к дважды магическому ядру  $^{132}\text{Sn}$  (замкнутые оболочки из 50 протонов и 82 нейтронов). Две компоненты в энергетическом распределении соответствуют существенно разным кулоновским энергиям расталкивания. Это объясняется, по-видимому, разными формами образующихся при разрыве осколков. Высокоэнергетичная компонента связана с компактной сферической формой, а низкоэнергетичная — с сильно деформированной.

## 8. СИНТЕЗ НОВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В РЕАКЦИЯХ С ТЯЖЕЛЫМИ ИОНАМИ

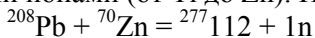
### 8.1. Пути получения новых элементов

Более тяжелые элементы с  $Z > 101$  могут быть получены только в реакциях с тяжелыми ионами. Преимуществом таких реакций является то, что при слиянии иона с ядром происходит заметное увеличение его заряда (вплоть до 20–30 единиц). Однако образующееся возбужденное составное ядро характеризуется высокой делимостью и лишь в очень малом числе случаев распадается с вылетом нейтронов, уносящих всю его энергию возбуждения. Вероятность такого процесса составляет для наиболее тяжелых элементов  $10^{-10}$  и менее. Поэтому синтез новых трансурановых элементов требует высокой интенсивности пучков ускоренных ионов и длительных экспериментов.

В этих экспериментах можно выделить два направления. В первом из них (реакции горячего слияния) мишени из урана или близких к нему элементов (от Pu до Cf) облучают сравнительно легкими ионами (от C до Ne), и образующееся составное ядро имеет достаточно высокую энергию возбуждения (30–40 МэВ). Новый трансурановый элемент образуется при вылете из составного ядра 4–5 нейтронов. Примеры таких реакций:



Во втором случае (реакции холодного слияния) ядра Pb или Bi (они имеют замкнутые протонные или нейтронные оболочки) облучают более тяжелыми ионами (от Ti до Zn). Например,



В этих реакциях составное ядро имеет значительно меньшую энергию возбуждения (15–20 МэВ), которая снимается вылетом одного или двух нейтронов. Хотя в первом случае испускание 4–5 нейтронов связано с большим числом ступеней, на которых происходит конкуренция с делением, образующиеся составные ядра имеют большее массовое число и характеризуются меньшей делимостью. Кроме того, сечение образования составного ядра выше в случае более легких ионов. В результате этого в обоих случаях се-



чения образования трансурановых элементов оказываются сравними.

Известно, что окружающий нас мир состоит из 92 химических элементов, самый легкий — водород (его атомный номер —  $Z = 1$ ) и самый тяжелый — уран ( $Z = 92$ ). Естественно возникает вопрос: почему их именно столько и чем определяется количество химических элементов? Парадоксально, но ответ на этот вопрос представляет одну из фундаментальных научных проблем познания материального мира.

На самом деле, в Солнечной системе и на нашей планете сохранились лишь те элементы, время жизни которых больше возраста Земли (4.5 миллиарда лет). Другие распались и не дожили до наших дней. Уран, у которого период полураспада около  $4.5 \cdot 10^8$  лет еще распадается — это радиоактивный элемент. Однако в середине прошлого века люди научились получать элементы, которых нет в природе. Примером этому является нарабатываемый в ядерных реакторах плутоний ( $Z = 94$ ); его изотоп с массой 239 ( $^{239}\text{Pu}$ ) имеет период полураспада всего  $T_{1/2} \sim 2 \cdot 10^4$  лет. Плутоний производится сотнями тонн и является, как известно, одним из мощных источников энергии. Его время жизни ничтожно мало по сравнению с  $^{238}\text{U}$ , но в масштабе микромира это огромная величина. Поэтому могут быть элементы значительно тяжелее плутония. Вопрос, однако, остается: где предел существования химических элементов?

## 8.2. Сколько может быть химических элементов?

Согласно квантовой электродинамике, хорошо известная концепция атома (Э. Резерфорд, 1932 г.) как системы, состоящей из ядра, в котором сосредоточены положительный заряд и практически вся масса атома, и электронов,двигающихся от ядра на большом расстоянии, справедлива для очень тяжелых атомов, до атомных номеров  $Z \sim 170$  и даже более. Однако предел существования атомов (элементов) наступает намного раньше из-за нестабильности самого ядра.

Изменение соотношения протонов и нейтронов в стабильном ядре ведет, как известно, к его радиоактивному распаду. Обогащение ядра нейтронами уменьшает энергию связи нейтронов, предел

наступает при  $E_n = 0$  (граница существования нейтронно-избыточных ядер). Подобным образом, нулевая энергия связи протонов  $E_p = 0$  (протонная граница) определяет предел существования протонно-избыточных ядер.

Другая граница связана с максимально возможным числом нуклонов (протонов и нейтронов) в ядре. Формально, предельная масса ядра определяется его вероятностью деления на две (или более) части меньшей массы. Впервые такой тип ядерного превращения — спонтанное деление ядра на два осколка примерно равной массы — был обнаружен для урана в 1940 году в Ленинграде К. А. Петржаком и Г. Н. Флеровым, работавших под руководством И. В. Курчатова. Для ядра  $^{238}\text{U}$  парциальный период спонтанного деления составил:  $T_{\text{SF}} = 10^{16}$  лет.

В это время уже было открыто вынужденное деление урана под действием нейтронов (О. Хан и Г. Штрассман, 1939 г.). Для физического описания этого процесса Н. Бором и Дж. Уиллером в 1939 г. была предложена жидко-капельная модель ядерного деления. Эта красивая классическая модель основана на предположении о том, что ядерное вещество является бесструктурной (аморфной) материей подобно капле заряженной жидкости (Я. В. Френкель, 1939, Ленинград). В ядерной капле силы поверхностного натяжения, препятствующие силам электрического (кулоновского) расталкивания протонов, определяют ее сферическую форму. Ситуация меняется по мере увеличения числа протонов или заряда ядра, когда силы поверхностного натяжения становятся сопоставимыми с силами кулоновского отталкивания. Если в процессе противоборства этих двух сил капля достигнет некоторой критической деформации, то это приведет к разделению ее на две части (для ядерного деления эти части принято называть осколками деления). Очевидно, что для достижения критической деформации необходимо увеличить начальную энергию ядра.

Разница энергии сферического и деформированного ядра определяет барьер, препятствующий его делению (верхний график рис. 8.1). Для ядра  $^{238}\text{U}$  высота барьера деления составляет около 6 МэВ. Поэтому если в ядро урана внести дополнительную энергию около 6 МэВ или большую, оно моментально разделится на два осколка. Но ядро урана может разделиться и самопроизвольно (спон-

танно) без этой дополнительной энергии, проникая (или, как принято говорить, «туннелируя») через барьер деления. Процесс спонтанного деления урана, как указывалось ранее, происходит крайне редко — примерно один раз за  $10^{16}$  лет. С увеличением атомного номера (или числа протонов в ядре), высота барьера деления заметно понижается, что ведет к сильному уменьшению его времени жизни относительно спонтанного деления; у элемента калифорния — Cf ( $Z=98$ ) период спонтанного деления составляет уже  $T_{SF} = 80$  лет. У более тяжелых элементов, при некоторой критической величине ядерного заряда (атомного номера элемента), когда высота барьера деления станет равной нулю, ядро становится абсолютно неустойчивым относительно спонтанного деления ( $T_{SF} \sim 10^{19}$  с). Это и есть предел стабильности тяжелых ядер. Согласно оценкам Н. Бора и Дж. Уиллера, подобная ситуация наступит при  $Z \sim 106$ .

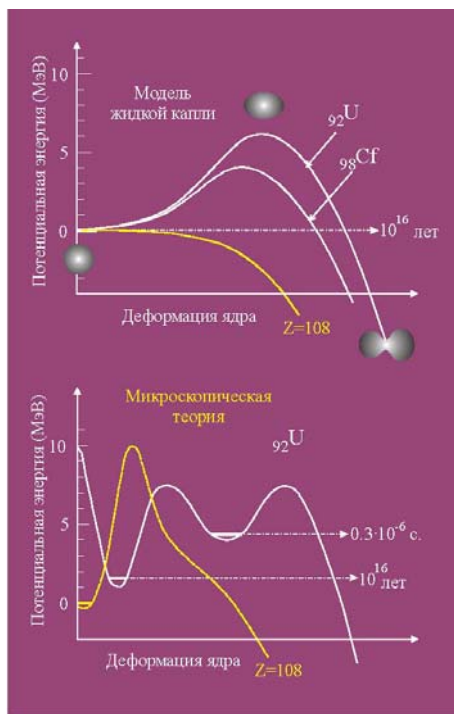


Рис. 8.1. Изменение потенциальной энергии ядра с ростом его деформации. Верхний рисунок: расчет в модели «жидкой капли», предполагающей, что ядерное вещество — бесструктурная материя. На нижнем рисунке — подобные расчеты, но с учетом структуры ядра. У ядра урана появляется второй минимум (изомерное состояние) из которого спонтанное деление происходит за время  $3 \cdot 10^{-7}$  с, в то время как деление из основного состояния занимает  $10^{16}$  лет. Различие между двумя теоретическими моделями наиболее разительно уже для ядер 108 элемента

Следует отметить, что периоды спонтанного деления изотопов первых трансурановых элементов с  $Z = 94 - 100$ , полученных в ядерных реакторах, были достаточно близки к предсказаниям капельной теории ядра.

Однако, спустя 22 года в Лаборатории ядерных реакций в Дубне (Г.Н. Флеров, С.М. Поликанов и др., 1962), а затем и во многих других Лабораториях мира, было обнаружено, что ядра урана и более тяжелых, т. н. трансурановых элементов, могут делиться спонтанно с двумя, сильно отличающимися друг от друга, периодами полураспада. Для  $^{238}\text{U}$ , например, периоды полураспада —  $10^{16}$  лет и  $0.3 \cdot 10^{-6}$  с, различие составляет астрономическую величину —  $10^{30}$  раз! (нижний график рис. 8.1). Два значения периода полураспада, или две вероятности одного и того же типа распада, означают, что данный распад происходит из двух устойчивых состояний системы: из «основного состояния» — ( $T_{\text{SF1}} = 10^{16}$  лет) и «изомерного состояния» — ( $T_{\text{SF2}} = 3 \cdot 10^{-6}$  с.). Спонтанно делящиеся изомеры находятся в противоречии с моделью жидкой капли, так как у классической капли в процессе ее деформации не может быть устойчивых промежуточных состояний. Противоречия с моделью наблюдались также и в других закономерностях ядерного деления. Следовательно, основная предпосылка о том, что ядро в процессе деления ведет себя как бесструктурная материя не справедлива. Наоборот, его внутренняя структура может очень сильно изменить вероятность спонтанного деления.

Более детальный анализ показал, что экспериментальные значения полной энергии связи нуклонов — протонов и нейтронов — в ядрах отличаются от расчетных величин. Это отличие имеет регулярный характер — оно максимально (наибольшая энергия связи) при определенных, так называемых «магических» числах протонов или нейтронов. Используя аналогию, взятую из атомной физики, их называют замкнутыми протонными и нейтронными оболочками. Они показывают, что ядра могут сильно отличаться

Они показывают, что ядра могут сильно отличаться друг от друга по своей структуре. Впрочем, это не было неожиданным, так как различные формы движения ядра как объекта малых размеров описываются не классической, а квантовой механикой.

К концу 1960-х годов усилиями многих теоретиков была создана микроскопическая теория атомных ядер. Новая теория привела все вышеуказанные противоречия в стройную систему физических закономерностей.

Как любая теория, она обладала определенной предсказательной силой, в частности, в предсказании свойств очень тяжелых, еще не известных ядер. Оказалось, что стабилизирующий эффект ядерных оболочек будет работать и за пределами обозначенными капельной моделью ядра (т. е. в области  $Z > 106$ ), образуя т. н. «острова стабильности» вокруг магических чисел  $Z = 108$ ,  $N = 162$  и  $Z = 114$ ,  $N = 184$ . Как видно на рис. 8.2, время жизни сверхтяжелых ядер расположенных в этих «островах стабильности» может существенно возрасть. Особенно это относится к наиболее тяжелым, сверхтяжелым элементам, где эффект замкнутых оболочек  $Z = 114$  (возможно 120) и  $N = 184$  повышает периоды полураспада до десятков, сотен тысяч и, быть может, миллионов лет, т. е. на 32–35 порядков больше, чем в случае отсутствия эффекта ядерных оболочек. Так возникла интригующая гипотеза о возможном существовании сверхтяжелых элементов, значительно расширяющая границы материального мира. Прямой проверкой теоретических предсказаний явился бы синтез сверхтяжелых нуклидов и определение их свойств распада. Поэтому нам придется кратко рассмотреть ключевые вопросы, связанные с искусственным синтезом элементов.

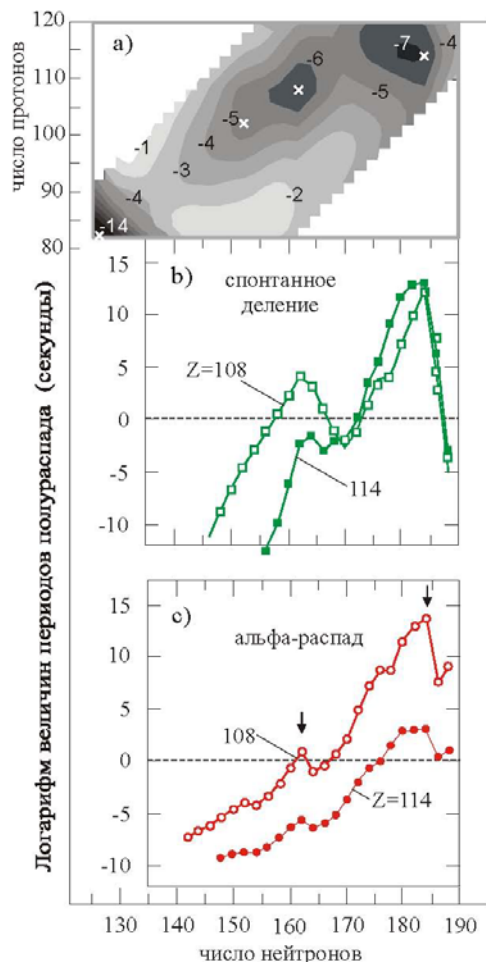


Рис. 8.2. Предсказания микроскопической теории. а — величина оболочечной поправки (указана цифрами в мегаэлектронвольт) к жидко-капельной потенциальной энергии ядер с различным числом протонов (вертикальная шкала) и нейтронов (горизонтальная шкала). Графики б и с — расчетные периоды полураспада для спонтанного деления и  $\alpha$ -распада изотопов 108-го и 114-го элементов с различным числом нейтронов. В модели «жидкой капли» отсутствие барьера деления ядер с  $Z \geq 106$  приводит к их делению за время  $\sim 10^{-19}$  с. В микроскопической модели, из-за эффекта ядерных оболочек  $Z=108$ ;  $N=162$  и  $Z=114$ ;  $N=184$ , возникают высокие барьеры деления, что приводит к увеличению периодов спонтанного деления «магических ядер» до  $10^7$  лет. Отсюда следует теоретическая гипотеза о существовании «островов стабильности» в области сверхтяжелых элементов

### 8.3. Реакции синтеза тяжелых элементов

Первые рукотворные элементы тяжелее урана были синтезированы в реакциях последовательного захвата нейтронов ядрами изотопа урана  $^{235}\text{U}$  в длительных облучениях на мощных ядерных реакторах. Большие периоды полураспада новых нуклидов позволяли отделять их от других побочных продуктов реакции радиохимическими методами с последующим измерением их свойств радиоактивного распада. Эти пионерские работы Г. Сиборга и его коллег, проведенные в 1940–1953 гг. в Радиационной национальной лаборатории (Беркли, США), привели к открытию восьми искусственных элементов с  $Z = 93–100$ , наиболее тяжелый изотоп  $^{257}\text{Fm}$  ( $T_{1/2} \sim 100$  дней). Дальнейшее продвижение в область более тяжелых ядер было практически невозможно из-за исключительно короткого периода полураспада следующего изотопа  $^{258}\text{Fm}$  ( $T_{SF} = 0.3$  мс). Попытки обойти это ограничение в импульсных потоках нейтронов большой мощности, возникающих при ядерном взрыве, не дали желаемых результатов: по-прежнему наиболее тяжелым ядром был  $^{257}\text{Fm}$ .

Элементы тяжелее Fm ( $Z = 100$ ) были синтезированы в реакциях с ускоренными тяжелыми ионами, когда в ядро-мишень вносится комплекс протонов и нейтронов. Но этот тип реакций отличается от предыдущего случая. При захвате нейтрона, не обладающего электрическим зарядом, энергия возбуждения нового ядра составляет всего 6–8 МэВ. В отличие от этого, при слиянии ядер мишени даже с легкими ионами, такими как гелий ( $^4\text{He}$ ) или углерод ( $^{12}\text{C}$ ), тяжелые ядра будут нагреты до энергии  $E_x = 20–40$  МэВ. С дальнейшим увеличением атомного номера ядра-снаряда ему необходимо будет сообщать все большую энергию для преодоления электрических сил расталкивания положительно заряженных ядер (кулоновского барьера реакции). Это обстоятельство приводит к росту энергии возбуждения (нагреву) компаунд-ядра, образующегося после слияния двух ядер — снаряда и мишени. Его охлаждение (переход в основное состояние  $E_x = 0$ ) будет происходить посредством испускания нейтронов и гамма-лучей. И здесь возникает первое препятствие.

Нагретое тяжелое ядро лишь в 1/100 доле случаев сможет испустить нейтрон, в основном оно будет делиться на два осколка, т. к. энергия ядра существенно выше высоты его барьера деления. Легко понять, что увеличение энергии возбуждения компаунд-ядра губительно для него. Вероятность выживания нагретого ядра резко падает с увеличением температуры (или энергии  $E_x$ ) из-за увеличения числа испаряемых нейтронов, с которыми сильно конкурирует деление. Для того чтобы охладить ядро, нагретое до энергии около 40 МэВ, необходимо испарить 4 или 5 нейтронов. Каждый раз с испусканием нейтрона будет конкурировать деление, вследствие чего вероятность выживания будет всего  $(1/100)^{4+5} = 10^{-8} \div 10^{-10}$ . Ситуация осложняется тем, что с ростом температуры ядра уменьшается стабилизирующий эффект оболочек, следовательно, уменьшается высота барьера деления и делимость ядра резко возрастает. Оба эти фактора приводят к исключительно малой вероятности образования сверхтяжелых нуклидов.

Продвижение в область элементов тяжелее 106 стало возможным после открытия в 1974 г. т. н. реакций «холодного слияния». В этих реакциях в качестве мишенного материала используются «магические» ядра стабильных изотопов —  $^{208}\text{Pb}$  ( $Z = 82$ ,  $N = 126$ ) или  $^{209}\text{Bi}$  ( $Z = 83$ ,  $N = 126$ ), которые бомбардируются ионами тяжелее аргона. В процессе слияния высокая энергия связи нуклонов в «магическом» ядре-мишени приводит к поглощению энергии при перестройке двух взаимодействующих ядер в тяжелое ядро суммарной массы. Эта разница в энергиях «упаковки» нуклонов во взаимодействующих ядрах и в конечном ядре компенсирует в значительной степени энергию, необходимую для преодоления высокого кулоновского барьера реакции. В результате, тяжелое ядро имеет энергию возбуждения всего 12–20 МэВ. В какой-то степени подобная реакция подобна процессу «обратного деления». Действительно, если деление ядра урана на два осколка происходит с выделением энергии, (она используется в атомных электростанциях), то в обратной реакции, при слиянии осколков, образующееся ядро урана будет почти холодным. Поэтому при синтезе элементов в реакциях холодного слияния тяжелому ядру достаточно испустить всего один или два нейтрона, чтобы перейти в основное состояние.



Реакции холодного слияния массивных ядер были успешно использованы для синтеза шести новых элементов, от 107-го до 112-го (П. Армбрустер, З. Хофман, Г. Мюнценберг и др.) в Национальном ядерно-физическом центре GSI в Дармштадте (Германия). Недавно К. Морита и др. в Национальном центре RIKEN (Токио) повторили опыты GSI по синтезу 110–112 элементов. Обе группы намерены двигаться дальше, к элементу 113 и 114, используя более тяжелые снаряды.

Однако попытки синтеза все более тяжелых элементов в реакциях холодного слияния связаны с большими трудностями. С увеличением атомного заряда ионов вероятность их слияния с ядрами мишени  $^{208}\text{Pb}$  или  $^{209}\text{Bi}$  сильно уменьшается из-за возрастания кулоновских сил отталкивания, пропорциональных, как известно, произведению зарядов ядер. От элемента 104, который может быть получен в реакции  $^{208}\text{Pb} + ^{50}\text{Ti}$  ( $Z_1 \cdot Z_2 = 1804$ ) к элементу 112 в реакции  $^{208}\text{Pb} + ^{70}\text{Zn}$  ( $Z_1 \cdot Z_2 = 2460$ ), вероятность слияния уменьшается более чем в  $10^4$  раз.

Есть и другое ограничение. Компаунд-ядра, полученные в реакциях холодного слияния, имеют относительно малое число нейтронов. В рассматриваемом выше случае образования 112-го элемента конечное ядро с  $Z = 112$  имеет только 165 нейтронов, в то время как подъем стабильности ожидается для числа нейтронов  $N > 170$  (рис. 8.3).

Ядра с большим избытком нейтронов могут быть в принципе получены, если в качестве мишеней использовать искусственные элементы: плутоний ( $Z = 94$ ), америций ( $Z = 95$ ) или кюрий ( $Z = 96$ ), нарабатываемые в ядерных реакторах, а в качестве снаряда — редкий изотоп кальция  $^{48}\text{Ca}$ .

Ядро атома  $^{48}\text{Ca}$  содержит 20 протонов и 28 нейтронов — оба значения соответствуют замкнутым оболочкам. В реакциях слияния с ядрами  $^{48}\text{Ca}$  будет также работать их «магическая» структура (эту роль в реакциях холодного слияния играли магические ядра мишени —  $^{208}\text{Pb}$ ), в результате чего энергия возбуждения сверхтяжелых ядер будет около 30 – 35 МэВ. Их переход в основное состояние будет сопровождаться эмиссией трех нейтронов и гамма-лучей. Можно было ожидать что при этой энергии возбуждения эффект ядерных оболочек еще присутствует в нагретых сверхтяже-

лых ядрах, это повысит их выживаемость и позволит их синтезировать в экспериментах. Отметим также, что асимметрия масс взаимодействующих ядер ( $Z_1 \cdot Z_2 \leq 2000$ ) уменьшает их кулоновское отталкивание и тем самым увеличивает вероятность слияния.

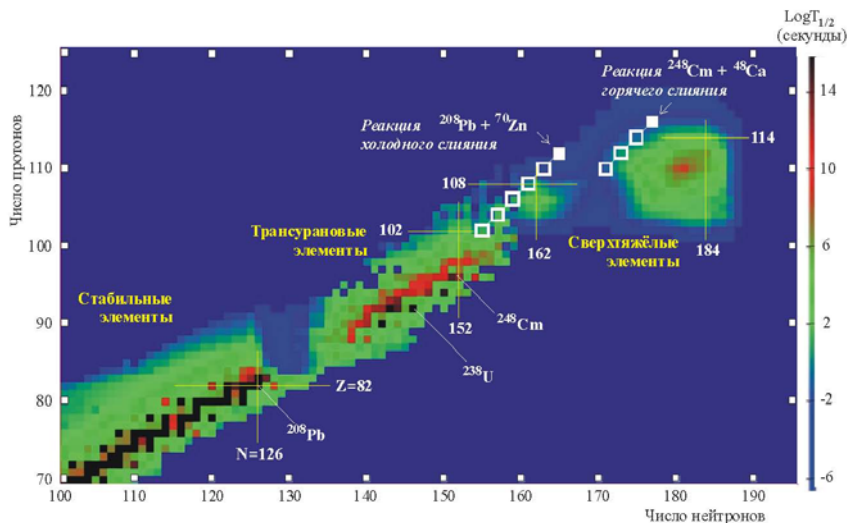


Рис. 8.3. Карта тяжелых нуклидов. «Острова стабильности» следующие за «полуостровом» тория, урана и трансурановых элементов — предсказания микроскопической теории ядра. Два ядра с  $Z = 112$  и  $116$ , полученные в различных ядерных реакциях и их последовательный распад, показывают насколько близко можно подойти к «островам стабильности» при искусственном синтезе сверхтяжелых элементов

Несмотря на эти, казалось бы, очевидные преимущества, все предыдущие попытки синтеза сверхтяжелых элементов в реакциях с ионами  $^{48}\text{Ca}$ , предпринятые в различных лабораториях в 1977–1985 гг. оказались нерезультативными. Однако развитие экспериментальной техники в последние годы и, прежде всего, получение интенсивных пучков ионов  $^{48}\text{Ca}$  на ускорителях нового поколения, позволили увеличить чувствительность эксперимента почти в 1000 раз. Эти достижения были использованы в новой попытке синтеза сверхтяжелых элементов.

## 8.4. Ожидаемые свойства

Что ожидалось увидеть в эксперименте в случае успешного синтеза?

Если теоретическая гипотеза справедлива, то сверхтяжелые ядра будут стабильны относительно спонтанного деления. Тогда они будут испытывать другой тип распада:  $\alpha$ -распад (эмиссия ядра гелия, состоящего из 2 протонов и 2 нейтронов). В результате этого процесса образуется дочернее ядро, на 2 протона и 2 нейтрона легче материнского. Если у дочернего ядра вероятность спонтанного деления также мала, то после второго  $\alpha$ -распада внучатое ядро теперь будет уже на 4 протона и 4 нейтрона легче начального ядра.  $\alpha$ -Распады будут продолжаться до тех пор, пока не наступит спонтанное деление (рис.8.4).

Таким образом, ожидается не один распад, а «радиоактивное семейство», цепочку последовательных  $\alpha$ -распадов, достаточно длительных по времени (в ядерном масштабе), которые конкурируют, но, в конечном итоге, прерываются спонтанным делением. В принципе, такой сценарий распада уже свидетельствует об образовании сверхтяжелого ядра.

Чтобы увидеть ожидаемый подъем стабильности в полной мере, необходимо подойти как можно ближе к замкнутым оболочкам  $Z=114$  и  $Z=184$ . Синтезировать в ядерных реакциях столь нейтронно-избыточные ядра чрезвычайно трудно, так как при слиянии ядер стабильных элементов, в которых уже имеется определенное соотношение протонов и нейтронов, невозможно добраться до дважды магического ядра  $^{298}114$ . Поэтому необходимо попытаться использовать в реакции ядра, которые изначально содержат максимально возможное число нейтронов. Этим, в значительной степени, был также обусловлен выбор в качестве снаряда ускоренных ионов  $^{48}\text{Ca}$ . Кальция, как известно, в природе много. Он состоит на 97% из изотопа  $^{40}\text{Ca}$ , ядро которого содержит 20 протонов и 20 нейтронов. Но в нем содержится в количестве 0.187% тяжелый изотоп —  $^{48}\text{Ca}$  (20 протонов и 28 нейтронов), который имеет 8 избыточных нейтронов.

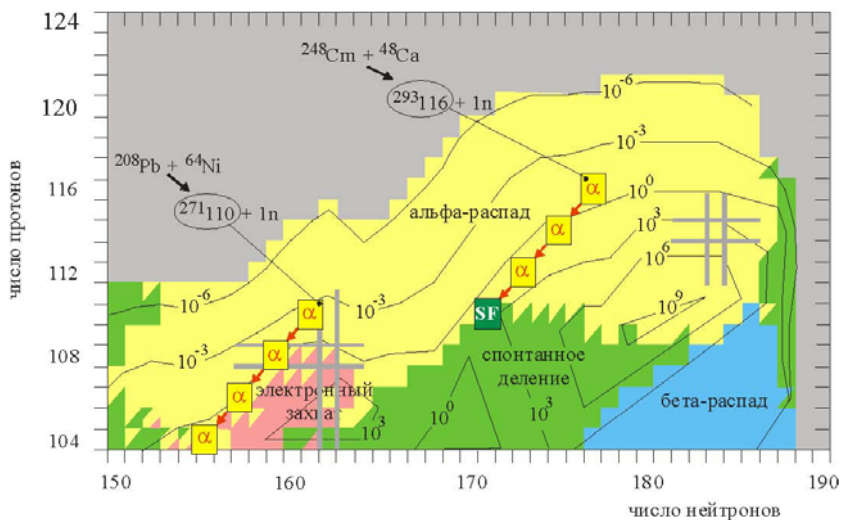


Рис. 8.4. Теоретические предсказания о типах распада и периодах полураспада изотопов сверхтяжелых элементов с различным числом протонов и нейтронов. В качестве примера показано, что для изотопа 116-го элемента с массой 293, образующегося в реакции слияния ядер  $^{248}\text{Cm}$  и  $^{48}\text{Ca}$ , ожидается три последовательных  $\alpha$ -распада которые завершаются спонтанным делением правнучатого ядра 110-го элемента с массой 281. Как видно на рис. 8.5 именно такой сценарий распада, в виде цепочки  $\alpha - \alpha - \alpha - \text{SF}$ , наблюдается для этого ядра в эксперименте. Распад более легкого ядра – изотопа 110-го элемента с массой 271, полученный в реакции «холодного слияния» ядер  $^{208}\text{Pb} + ^{64}\text{Ni}$ . Его период полураспада в  $10^4$  раз меньше чем у изотопа  $^{281}110$

Сегодня в Лаборатории ядерных реакций в Дубне достигнута рекордная интенсивность пучка —  $8 \cdot 10^{12}/\text{с}$ , при весьма низком расходе изотопа  $^{48}\text{Ca}$  — около 0.5 мг/ч. В качестве мишенного материала при синтезе новых элементов используются долгоживущие обогащенные изотопы искусственных элементов: Pu, Am, Cm и Cf ( $Z = 94 - 96$  и 98) также с максимальным содержанием нейтронов. Они производятся в мощных ядерных реакторах (в г. Ок-Ридже, США и в г. Димитровграде, Россия) и затем обогащаются на специальных установках, масс-сепараторах во Всероссийском научно-исследовательском институте экспериментальной физики (г. Саров, Россия). Реакции слияния ядер  $^{48}\text{Ca}$  с ядрами этих изотопов были выбраны для синтеза элементов с  $Z = 114 - 118$ . За 5 лет работы, в

течение длительных облучений, была набрана доза около  $2 \cdot 10^{20}$  ионов (около 16 мг  $^{48}\text{Ca}$ , ускоренного до  $\sim 1/10$  скорости света, прошло через слои мишеней). В этих экспериментах наблюдалось образование изотопов 112–118 элементов (за исключением 117-го элемента) и были получены первые результаты о свойствах распада новых сверхтяжелых нуклидов. Представление всех результатов заняло бы слишком много места, поэтому ограничимся описанием лишь последнего эксперимента по синтезу 113 и 115 элементов — все остальные реакции были исследованы подобным образом.

### 8.5. Постановка эксперимента

Составное ядро, образующееся при слиянии ядер мишени и частицы, после испарения нейтронов, будет двигаться по направлению пучка ионов. Слой мишени выбирается достаточно тонким, для того чтобы тяжелый атом отдачи мог вылететь из него и продолжить свое движение к детектору, удаленному от мишени на расстояние около 4 м. Между мишенью и детектором расположен газонаполненный сепаратор, предназначенный для подавления частиц пучка и побочных продуктов реакции.

Принцип работы сепаратора основан на том, что атомы в газовой среде (водороде, при давлении всего  $10^{-3}$  атм.) будут иметь различный ионный заряд в зависимости от их скорости. Это позволяет разделить их в магнитном поле «на лету» за время  $10^{-6}$  с и направить в детектор. Атомы, прошедшие сепаратор имплантируются в чувствительный слой полупроводникового детектора, вырабатывая сигналы о времени прихода атома отдачи, его энергии и места имплантации (т. е. координат:  $x$  и  $y$  на рабочей поверхности детектора). Для этих целей детектор общей площадью около  $50 \text{ см}^2$  выполнен в виде 12 «стрипов» — полос, напоминающих клавиши пианино — каждая из которых обладает продольной чувствительностью. Если ядро имплантированного атома будет испытывать  $\alpha$ -распад, то вылетевшая  $\alpha$ -частица (с ожидаемой энергией около 10 МэВ) зарегистрируется детектором с указанием всех ранее перечисленных параметров: времени, энергии и координат. Если после первого распада последует второй, то подобная информация будет получена и для второй  $\alpha$ -частицы и т. д., пока не произойдет спонтанное деление. Последний распад будет зарегистрирован в виде

двух совпадающих по времени сигналов с большой амплитудой ( $E_1 + E_2 \sim 200$  МэВ). Для того чтобы повысить эффективность регистрации  $\alpha$ -частиц и парных осколков деления, фронтальный детектор окружен боковыми детекторами, образуя «коробку» с открытой со стороны сепаратора стенкой. Перед детекторной сборкой расположены два тонких времяпролетных детектора, измеряющие скорость ядер отдачи (т. н. TOF-детекторы, аббревиатура английских слов — *time of flight*). Поэтому первый сигнал, возникающий от ядра отдачи, приходит с признаком TOF. Последующие сигналы от распада ядер не имеют этого признака.

Конечно, распады могут быть различной длительности, характеризующиеся эмиссией одной или нескольких  $\alpha$ -частиц с различными энергиями. Но если они принадлежат одному и тому же ядру и образуют радиоактивное семейство (материнское ядро — дочернее — внучатое и т. д.), то координаты всех сигналов — от ядра отдачи,  $\alpha$ -частиц и осколков деления — должны совпадать по координате с точностью позиционного разрешения детектора. Детекторы, изготовленные фирмой *Canberra Electronics*, измеряют энергию  $\alpha$ -частиц с точностью  $\sim 0.5\%$  и имеют для каждого стрипа позиционное разрешение около 0.8 мм. Всю поверхность детектора можно представить в виде 500 ячеек (пикселей) в которых детектируются распады. Вероятность того, что два сигнала попадут случайным образом в одно и то же место составляет 1/500, три сигнала — 1/250000 и т. д. Это позволяет выбрать, с большой надежностью, из громадного количества радиоактивных продуктов очень редкие события генетически связанных последовательных распадов сверхтяжелых ядер, даже если они образуются в исключительно малом количестве ( $\sim 1$  атом/месяц).

## 8.6. Экспериментальные результаты (физический опыт)

Для того чтобы показать установку «в действии», опишем в качестве примера более подробно эксперименты по синтезу 115 элемента образующегося в реакции слияния ядер  $^{243}\text{Am}(Z = 95) + ^{48}\text{Ca}(Z = 20) \rightarrow ^{291}115$ .

Синтез  $Z$ -нечетного ядра привлекателен тем, что наличие нечетного протона или нейтрона существенно понижает вероятность

спонтанного деления и число последовательных  $\alpha$ -переходов будет больше (длинные цепочки), чем в случае распада четно-четных ядер. Для преодоления кулоновского барьера ионы  $^{48}\text{Ca}$  должны иметь энергию  $E > 236$  МэВ. С другой стороны, если выполнить это условие и ограничить энергию пучка величиной  $E = 248$  МэВ, то тепловая энергия компаунд-ядра  $^{291}115$  будет около 39 МэВ; его охлаждение произойдет посредством эмиссии 3-х нейтронов и гамма-лучей. Тогда продуктом реакции будет изотоп 115 элемента с числом нейтронов  $N = 173$ . Вылетев из мишенного слоя, атом нового элемента, пройдет через сепаратор, настроенный на его пропускание, и попадет в детектор. Далее события развиваются так, как показано на рис. 8.5. Через 80 мкс после остановки ядра отдачи во фронтальном детекторе в систему сбора данных поступают сигналы о его времени прихода, энергии и координатах (номер стрипа и позиция в нем). Отметим, что эта информация имеет признак “TOF” (пришел из сепаратора). Если в течение 10 с из того же места на поверхности детектора последует второй сигнал с энергией более 9.8 МэВ, без признака “TOF” (т. е. от распада имплантированного атома), пучок отключается и весь дальнейший распад регистрируется в условиях практически полного отсутствия фона. Как видно на верхнем графике рис. 8.5, за первыми двумя сигналами — от ядра отдачи и первой  $\alpha$ -частицы — за время около 20 с после отключения пучка, последовало еще 4 других сигнала, позиции которых, с точностью  $\pm 0.5$  мм, совпадает с предыдущими сигналами. В течение последующих 2.5 ч детектор молчал. Спонтанное деление в том же стрипе и в той же позиции было зарегистрировано лишь на следующий день, спустя 28.7 ч в виде двух сигналов от осколков деления с суммарной энергией 206 МэВ.

Такие цепочки были зарегистрированы три раза. Они все имеют одинаковый вид (6 поколений ядер в радиоактивном семействе) и согласуются друг с другом как по энергии  $\alpha$ -частиц, так и по времени их появления, с учетом экспоненциального закона распада ядер. Если наблюдаемый эффект относится, как ожидалось, к распаду изотопа 115-го элемента с массой 288, образующегося после

испарения компаунд-ядром 3-х нейтронов, то при увеличении энергии пучка ионов  $^{48}\text{Ca}$  всего на 5 МэВ он должен уменьшиться в 5-6 раз. Действительно, при  $E = 253$  МэВ эффект отсутствовал. Но здесь была наблюдаена другая, более короткая, цепочка распадов, состоящая из четырех  $\alpha$ -частиц (предполагается, что их тоже было 5, но последняя  $\alpha$ -частица вылетела в открытое окно) продолжительностью всего 0.4 с. Новая цепочка распадов закончилась через  $\sim 1.5$  ч спонтанным делением. Очевидно, что это распад другого ядра, с большой вероятностью соседнего изотопа 115-го элемента с массой 287, образующегося в реакции слияния с испусканием 4-х нейтронов. Цепочка последовательных распадов нечетно-нечетного изотопа  $Z=115$ ,  $N=173$  представлена на нижнем графике рис. 8.5, где приведены в виде контурной карты расчетные периоды полураспада сверхтяжелых нуклидов с различным числом протонов и нейтронов. Здесь показан также распад другого, более легкого нечетно-нечетного изотопа 111-го элемента с числом нейтронов  $N=161$ , синтезированного в реакции  $^{209}\text{Bi} + ^{64}\text{Ni}$  в немецкой Лаборатории — GSI (г. Дармштадт) и затем и в японской — RIKEN (Токио).

Прежде всего, следует отметить, что периоды полураспада ядер в обоих случаях хорошо согласуются с теоретическими предсказаниями. Несмотря на то, что изотоп  $^{288}115$  удален от нейтронной оболочки  $N=184$  на 11 нейтронов, изотопы 115 и 113 элементов обладают относительно большим временем жизни ( $T_{1/2} \sim 0.1$  и  $0.5$  с соответственно).

После пяти  $\alpha$ -распадов образуется изотоп 105 элемента — дубния Db с  $N=163$ , стабильность которого определяется уже другой замкнутой оболочкой  $N=162$ . Силу действия этой оболочки демонстрирует огромная разница в периодах полураспада двух изотопов Db, отличающихся друг от друга всего на 8 нейтронов. Отметим еще раз, что в отсутствие структуры (ядерных оболочек) все изотопы 105–115 элементов должны были бы испытывать спонтанное деление за время  $\sim 10^{-19}$  с.



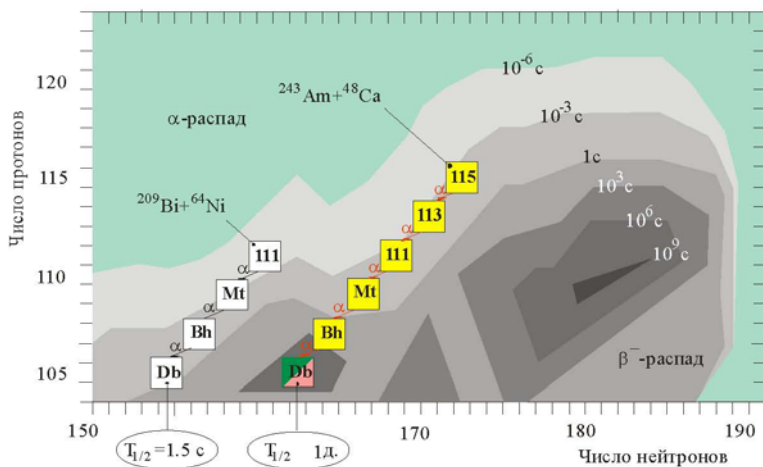
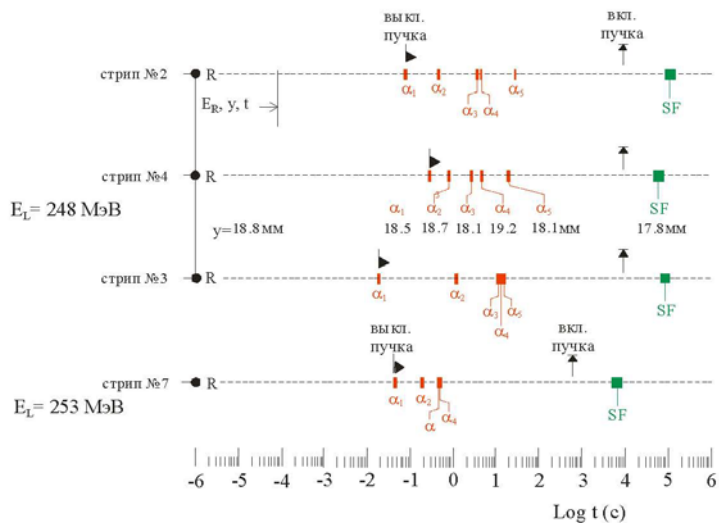


Рис. 8.5. Эксперимент по синтезу 115 элемента в реакции  $^{48}\text{Ca} + ^{243}\text{Am}$ . На верхнем рисунке приведены времена появления сигналов после имплантации в детектор ядра отдачи (R). В качестве примера, для одного из трех событий приведены позиционные координаты (в мм) всех 7 сигналов от цепочки распада  $R \rightarrow \alpha_1 \rightarrow \alpha_2 \rightarrow \alpha_3 \rightarrow \alpha_4 \rightarrow \alpha_5 \rightarrow \text{SF}$ , зарегистрированной в стрипе № 4. На нижнем рисунке показаны цепочки распадов ядер с  $Z = 111, N = 161$  и  $Z = 115, N = 173$ . Контурные линии, очерчивающие области ядер с различными периодами полураспада (разная степень затемнения) — предсказания микроскопической теории

Полученные в реакции  $^{243}\text{Am}+^{48}\text{Ca}$  результаты не являются частным случаем. При синтезе  $Z$ -четных нуклидов — изотопов 112, 114 и 116 элементов — наблюдали также длинные цепочки распадов, оканчивающиеся спонтанным делением ядер с  $Z=104-110$ , время жизни которых составляло от секунд до часов в зависимости от атомного номера и нейтронного состава ядра. К настоящему времени получены данные о свойствах распада 29 новых ядер с  $Z=104-118$ . Свойства тяжелейших ядер, расположенных в области трансактиноидов, их тип распада, энергии и времена распадов находятся в хорошем согласии с предсказаниями современной теории. Гипотеза о существовании островов стабильности сверхтяжелых ядер, значительно расширяющих мир элементов, кажется, впервые нашла экспериментальное подтверждение.

## 8.7. Перспективы

Задача на будущее состоит в более детальном изучении ядерной и атомной структуры новых элементов, что весьма проблематично, прежде всего, из-за малого выхода искомым продуктов реакции. Для того чтобы увеличить число атомов сверхтяжелых элементов, необходимо увеличить интенсивность пучка ионов  $^{48}\text{Ca}$  и повысить эффективность физических методик.

Принцип работы действующих установок для синтеза новых элементов основан на отличии кинематических характеристик различного типа реакций. Интересующие нас продукты реакции слияния ядер мишени и  $^{48}\text{Ca}$  вылетают из мишени в переднем направлении, в узком угловом конусе  $\pm 3^\circ$  с кинетической энергией около 40 МэВ. Ограничивая траектории движения ядер отдачи с учетом этих параметров, возможно практически полностью отстроиться от пучка ионов, подавить фон побочных продуктов реакции в  $10^4-10^6$  раз, и с эффективностью примерно 40% доставить атомы новых элементов к детектору за время 1 микросекунду. Иными словами, сепарация продуктов реакции происходит «на лету».

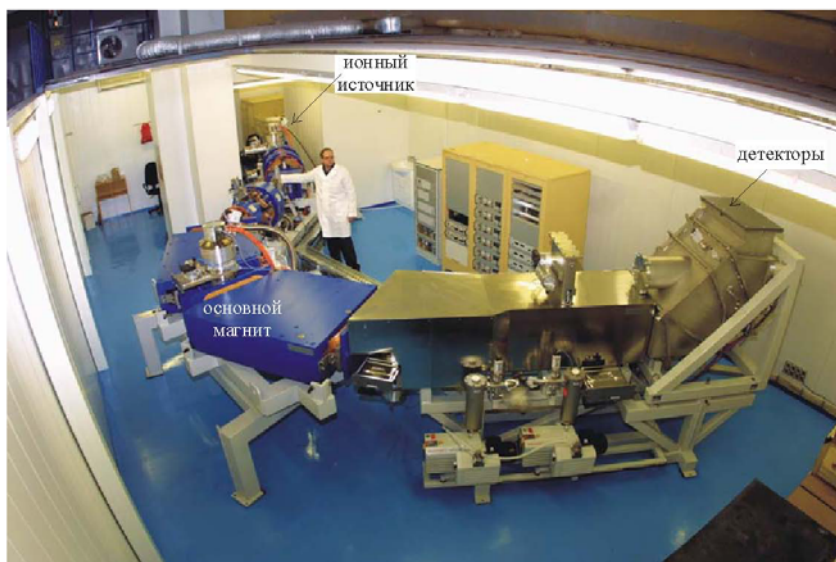
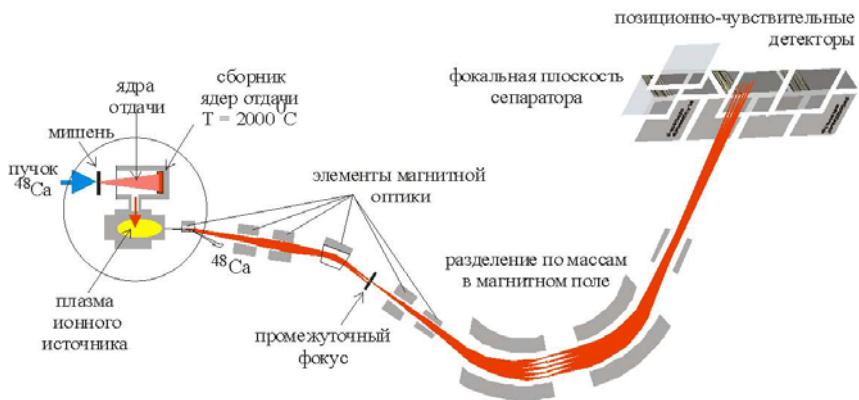


Рис. 8.6. Установка MASHA. На верхнем рисунке приведена схема сепаратора и принцип его действия. Ядра отдачи, вылетающие из мишенного слоя, останавливаются в графитовом сборнике на глубине несколько микрометров. Вследствие высокой температуры сборника они диффундируют в камеру ионного источника, вытягиваются из плазмы, ускоряются электрическим полем и анализируются по массе магнитными полями по ходу движения к детектору. В данной конструкции масса атома может быть определена с точностью 1/3000. На нижнем рисунке показан общий вид установки

Но для того чтобы получить высокую селективность установки важно сохранить, «не размазать» кинематические параметры — углы вылета и энергии ядер отдачи. Из-за этого необходимо использовать мишенные слои толщиной не более 0.3 мкм — примерно втрое меньшей, чем нужно для получения эффективного выхода сверхтяжелого ядра с данной массой или в 5.6 раз меньшей, если речь идет о синтезе двух соседних по массе изотопов данного элемента. Кроме того, чтобы получить данные о массовых числах изотопов сверхтяжелого элемента, необходимо проводить длительную и трудоемкую серию опытов — повторять измерения при различных энергиях пучка ионов  $^{48}\text{Ca}$ .

Вместе с тем, как следует из опытов, синтезированные атомы сверхтяжелых элементов имеют периоды полураспада, значительно превышающие быстродействие кинематического сепаратора. Поэтому, во многих случаях, нет необходимости в сепарации продуктов реакции за столь короткое время. Тогда можно изменить принцип действия установки и провести разделение продуктов реакции в несколько этапов.

Схема такой установки представлена на рис.8.6. После имплантации ядер отдачи в нагретый до температуры 2000 °С сборник атомы диффундируют в плазму ионного источника, ионизируются в плазме до заряда  $q = 1^+$ , вытягиваются из источника электрическим полем, сепарируются по массе в магнитных полях специального профиля и, наконец, регистрируются (по типу распада) детекторами, расположенными в фокальной плоскости. Вся процедура может занимать, по оценкам, время от десятых долей секунды до нескольких секунд в зависимости от температурных режимов и физико-химических свойств сепарируемых атомов. Уступая в быстродействии кинематическому сепаратору, новая установка — MASHA (аббревиатура от полного названия *Mass Analyzer of Super Heavy Atoms*) — повысит эффективность работы примерно в 10 раз и даст, наряду со свойствами распада, прямое измерение массы сверхтяжелых ядер.

## 8.8. Поиск сверхтяжелых элементов в природе

Другая сторона проблемы сверхтяжелых элементов связана с получением более долгоживущих нуклидов. В описанных выше экспериментах исследователи подошли лишь к краю «острова», обнаружили крутой подъем вверх, но далеки еще от его вершины, где ядра могут жить тысячи и, быть может, даже миллионы лет. Не хватает нейтронов в синтезируемых ядрах, для того чтобы приблизиться к оболочке  $N = 184$ . Сегодня это недостижимо — нет таких реакций, которые позволили бы получать столь нейтронно-избыточные нуклиды. Возможно, в отдаленном будущем, физики смогут использовать интенсивные пучки радиоактивных ионов, с числом нейтронов большим, чем у ядер  $^{48}\text{Ca}$ . Такие проекты сейчас широко обсуждаются, пока не касаясь затрат, необходимых для создания подобных ускорительных гигантов. Однако можно попытаться подойти к этой задаче с другой стороны. Если предположить, что наиболее долгоживущие сверхтяжелые ядра имеют период полураспада  $10^5$ – $10^6$  лет (не сильно расходитесь с предсказаниями теории, которая свои оценки делает также с определенной точностью), то не исключено, что они могут быть обнаружены в космических лучах — свидетелях образования элементов на других, более молодых планетах Вселенной. Если сделать еще более сильное предположение о том, что период полураспада «долгожителей» может составлять десятки миллионов лет или более, то они могли бы присутствовать в Земле, сохранившись в очень малых количествах от момента образования элементов в Солнечной системе до наших дней.

Среди возможных кандидатов являются изотопы 108-го элемента (Hs), ядра которых содержат около 180 нейтронов. Химические опыты, проведенные с короткоживущим изотопом  $^{269}\text{Hs}$  ( $T_{1/2} \sim 9$  с), показали, что 108 элемент, как и ожидалось, согласно Периодическому закону, является химическим гомологом 76-го элемента — осмия (Os).

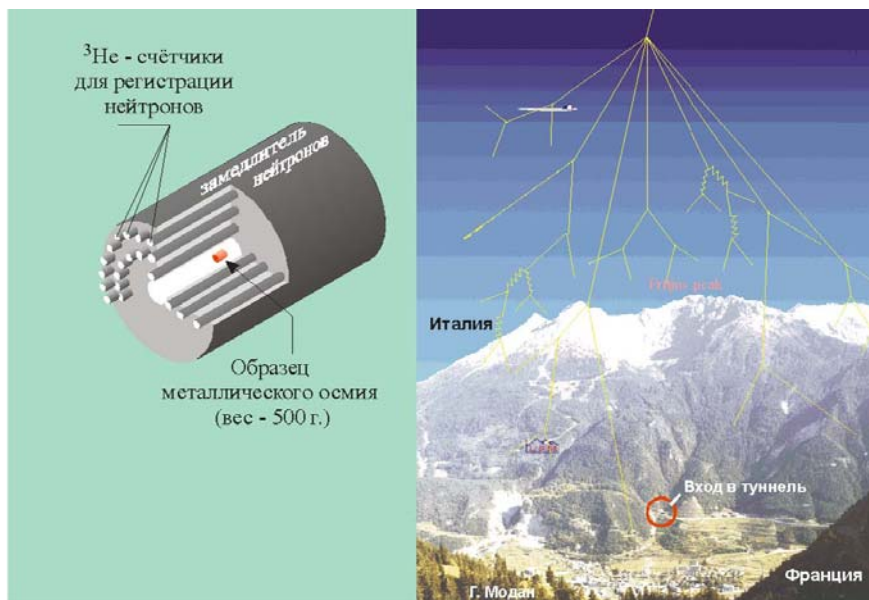


Рис. 8.7. Установка для регистрации вспышки нейтронов от спонтанного деления ядер при распаде 108 элемента. (Подземная лаборатория в г. Модан, Франция)

Тогда образец металлического осмия может содержать в очень малых количествах 108 элемент Ека(Os). Присутствие Ека(Os) в осмии можно определить по его радиоактивному распаду. Возможно, сверхтяжелый долгожитель будет испытывать спонтанное деление, либо спонтанное деление наступит после предшествующих  $\alpha$ - или  $\beta$ -распадов (вид радиоактивного превращения, при котором один из нейтронов ядра превращается в протон) более легкого и более короткоживущего дочернего или внучатого ядра. Поэтому, на первом этапе, можно поставить эксперимент по регистрации редких событий спонтанного деления осмиевого образца. Такой эксперимент подготавливается. Измерения будут продолжаться 1-1.5 лет. Распад сверхтяжелого ядра будет регистрироваться по нейтронной вспышке, сопровождающей спонтанное деление. Для того чтобы защитить установку от фона нейтронов, возникающего под действием космических лучей, измерения будут проводиться в

подземной лаборатории расположенной под Альпами в середине тоннеля соединяющего Францию с Италией на глубине соответствующей 4000-метровому слою водного эквивалента (см. рис. 8.7).

Если в этом эксперименте в течение года измерений будет наблюдеено хотя бы одно событие спонтанного деления сверхтяжелого ядра, то это будет соответствовать концентрации 108 элемента в Os-образце около  $5 \cdot 10^{-15}$  г/гр., в предположении, что его период полураспада равен  $10^9$  лет. Столь малая величина составляет всего  $10^{-16}$  часть от концентрации урана в земной коре.

Несмотря на сверхвысокую чувствительность эксперимента, шансы обнаружить реликтовые, сверхтяжелые нуклиды малы. Но любой научный поиск всегда имеет малый шанс... Отсутствие эффекта даст верхнюю границу периода полураспада долгожителя на уровне  $T_{1/2} \leq 3 \cdot 10^7$  лет. Не столь впечатлительно, но важно для понимания свойств ядер в новой области стабильности сверхтяжелых элементов.

Эксперименты по синтезу новых трансурановых элементов проводятся на ускорителях научных центров трех стран — США (Беркли и Окридж), Германия (Дармштадт) и России (Дубна). Позже к ним присоединились японские ученые из Вако (РИКЕН). Их усилиями были синтезированы элементы с атомным номером до 118. Названия элементов до порядкового номера 112, предложенные комиссией Международного союза чистой и прикладной химии (ИЮПАК), а также их символы и массовые числа полученных изотопов представлены в табл. 8.1.

Один из элементов (с  $Z = 105$ ) предложено назвать в честь Дубны, где он был синтезирован и были изучены его физические и химические свойства интернациональным коллективом ученых под руководством академика Г. Н. Флерова. Приоритеты в открытии и названия 113–118 элементов будут также рассмотрены в ближайшее время специальной комиссией ИЮПАК.

Таблица 8.1

<i>Z</i>	<i>A</i>	Символ	Название
101	245–250	Md	менделевий
102	250–262	No	нобелей
103	253–262	Lr	лоуренсий
104	253–262	Db	дубний
105	255–263	Ll	жолиотий
106	259–266	Rf	резерфордий
107	261, 262, 264	Bh	борий
108	264, 265, 267	Hn	ганий
109	266, 268	Mt	мейтнерий
110	269, 271, 273		
111	272		
112	277		



## 9. УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКИЕ СТОЛКНОВЕНИЯ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ

### 9.1. Феноменологические модели свойств ядерного вещества при высоких плотностях энергии

#### 9.1.1. Две проблемы квантовой хромодинамики

В КХД существуют две основные проблемы, связанные со структурой вакуума, прояснить которые может релятивистская ядерная физика: конфайнмент цветовых зарядов и спонтанное нарушение киральной симметрии. Конфайнмент означает отсутствие цветных объектов в спектре наблюдаемых адронных состояний. С точки зрения кварк-глюонных представлений о структуре адронов, конфайнмент подразумевает невозможность распространения кварков и глюонов на расстояния, большие 1 фм (т. е. типичного размера адрона). Но это утверждение оказывается справедливым лишь при нормальных ядерных плотностях. Как мы увидим ниже, при высоких плотностях, создаваемых в столкновениях релятивистских ядер, ядерное вещество может оказаться в фазе деконфайнмента, когда происходит обобществление кварков и глюонов, принадлежавших отдельным нуклонам, и партоны способны распространяться на расстояния, сравнимые с размером сталкивающихся ядер. Спонтанное нарушение киральной симметрии означает следующее. В пределе безмассовых кварков, а этот предел в КХД вполне оправдан для токовых  $u$ - и  $d$ -кварков ( $m_{u,d} \ll m_\pi < m_N$ ), их правые и левые компоненты состояний в лагранжиане КХД разделяются, поскольку не смешиваются взаимодействием с векторными глюонами. Но это неизбежно должно было привести к вырождению по четности физических состояний, т. е. к их удвоению, чего не наблюдается экспериментально. КХД-вакуум кирально асимметричен, поскольку существует практически безмассовый (по сравнению с другими адронами)  $\pi$ -мезон с отрицательной внутренней четностью. Таким образом, при нулевых температурах и нормальных ядерных плотностях КХД-вакуум *обладает свойством конфайнмента* и находится в состоянии с *нарушенной киральной симметрией*.

В этой главе будут рассмотрены теоретические модели, в которых с повышением температуры и плотности КХД теряет свойство конфайнмента цветных зарядов и восстанавливается киральная инвариантность. Существуют некоторые интервалы температур и барионных плотностей, определенные ниже, в которых ядерная материя может существовать в фазах адронного газа и кварк-глюонной плазмы (КГП). Одна из целей этой главы состоит в том, чтобы получить фазовую диаграмму ядерного вещества в переменных  $T$  и  $n_B$  (температура и барионная плотность) и определить критические значения  $T_c$  и  $n_c$  для перехода в фазу кварк-глюонной плазмы.

### 9.1.2. Двухфазная модель ядерного вещества

Рассмотрим двухфазную систему частиц, состоящую из  $\pi$ -мезонов,  $u$ -,  $d$ -кварков (антикварков) и глюонов. Термодинамическими переменными в системе являются: температура  $T$ , барионный химический потенциал  $\mu$  и объем  $V$ . При описании адронного газа, как и кварк-глюонной плазмы, будем для простоты пренебрегать взаимодействием между частицами (газовое приближение). Разность энергий в основном состоянии кварк-глюонной плазмы и адронного газа определим путем введения феноменологической константы  $B$ , численное значение которой известно в модели мешков [9.1]. Рассмотрим сначала два предельных случая  $\mu = 0$  и  $T = 0$ .

При нулевом химическом потенциале и низких температурах адронная система будет находиться в состоянии пионного газа. Давление такого газа определяется формулами релятивистского газа невзаимодействующих безмассовых бозонов:

$$p_H(T, \mu = 0) = \frac{\pi^2}{90} g_H T^4, \quad (9.1)$$

где с учетом трех зарядовых состояний пиона

$$g_H = 3. \quad (9.2)$$

Согласно уравнению состояния ультрарелятивистского газа

$$p = \varepsilon/3, \quad (9.3)$$

плотность энергии этого газа

$$\varepsilon_{\text{H}}(T, \mu = 0) = \frac{\pi^2}{30} g_{\text{H}} T^4. \quad (9.4)$$

При высоких температурах ожидается образование кварк-глюонной плазмы (КГП). Давление КГП определяется суммой релятивистского глюонного бозе-газа и кваркового ферми-газа:

$$p_{\text{Q}}(T, \mu = 0) = \frac{\pi^2}{90} g_{\text{Q}} T^4 - B. \quad (9.5)$$

Отрицательное вакуумное давление учтено параметром  $B$ , а величина

$$g_{\text{Q}} = (2 \times 8 + \frac{7}{8} \times 2 \times 2 \times 2 \times 3) = 37 \quad (9.6)$$

учитывает спиновые и цветовые состояния глюонов, кварков и антикварков. Плотность энергии в фазе кварк-глюонной плазмы

$$\varepsilon_{\text{Q}}(T, \mu = 0) = \frac{\pi^2}{30} g_{\text{Q}} T^4 + B. \quad (9.7)$$

Как обычно в статистической физике, условие равенства давлений двух фаз (адронной и КГП) позволяет найти критическую температуру:

$$p_{\text{H}}(T = T_c, \mu = 0) = p_{\text{Q}}(T = T_c, \mu = 0). \quad (9.8)$$

Из формул (9.8) и (9.1)–(9.5) можно получить выражение для критической температуры:

$$T_c = \left( \frac{45}{17\pi^2} B \right)^{1/4} \approx 0.72 B^{1/4}. \quad (9.9)$$

Сравнение адронных масс с массами, рассчитанными в модели мешков, дает для постоянной  $B \approx 0.17 \text{ ГэВ/фм}^3$ . Тогда из формулы (9.9) имеем оценку критической температуры  $T_c \approx 140 \text{ МэВ}$ . При этой температуре происходит фазовый переход адроны–кварк-глюонная плазма, причем это фазовый переход 1-го рода, поскольку в критической точке скачок испытывает плотность энергии  $\varepsilon_{\text{Q}}(T_c, 0) - \varepsilon_{\text{H}}(T_c, 0) = 4B$ . Критическое значение плотности энергии

$$\varepsilon_c = \frac{3g_{\text{H}}}{g_{\text{Q}} - g_{\text{H}}} B = \frac{9}{34} B = 0.045 \text{ ГэВ/фм}^3. \quad (9.10)$$

Соответственно, при плотностях энергии, превышающих  $\varepsilon = \varepsilon_c + 4B = 0.73 \text{ ГэВ/фм}^3$ , адронная материя находится в фазе кварк-глюонной плазмы. На рис. 9.1 в параметрической форме представлено уравнение состояния  $p = p(T)$ ,  $\varepsilon = \varepsilon(T)$  в рассматриваемой модели.

Перейдем к другому предельному случаю модели — нулевым температурам и ненулевому барионному химическому потенциалу  $\mu = 3\mu_Q$ , где  $\mu_Q$  — кварковый химический потенциал. Тогда в адронной фазе имеется вырожденный ферми-газ барионов с давлением, плотностью энергии и барионной плотностью равными, соответственно [9.2]:

$$\begin{aligned} p_H(T=0, \mu_Q) &= \frac{\mu_Q^4}{6\pi^2}; \\ \varepsilon_H(T=0, \mu_Q) &= \frac{\mu_Q^4}{2\pi^2}; \\ n_B &= \frac{2\mu_Q^3}{3\pi^2}. \end{aligned} \quad (9.11)$$

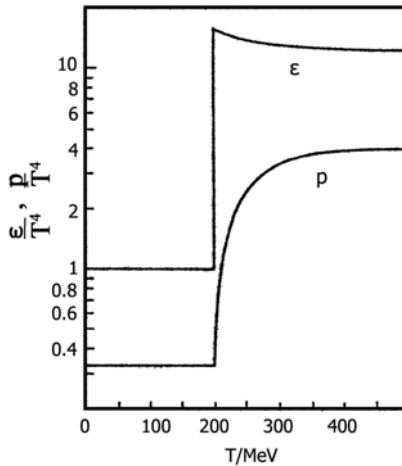


Рис. 9.1. Зависимость плотности энергии  $\varepsilon$  и давления  $p$  от температуры в двухфазной модели

При высоких плотностях система находится в фазе кварк-глюонной плазмы с давлением и плотностью энергии

$$p_Q(T=0, \mu_Q) = \frac{\mu_Q^4}{2\pi^2} - B; \quad (9.12)$$

$$\varepsilon_Q(T=0, \mu_Q) = \frac{3\mu_Q^4}{2\pi^2} + B.$$

Из условия равновесия  $p_H(0, \mu_c) = p_Q(0, \mu_c)$  получаем критическое значение химического потенциала

$$\mu_c = 3(3\pi^2 B)^{1/4} \approx 7B^{1/4}. \quad (9.13)$$

Критическая барионная плотность в этом случае

$$n_c = 2(3\pi^2)^{1/4} B^{3/4} \approx 0.86B^{3/4} \approx 5n_0, \quad (9.14)$$

где  $n_0 = 0.17 \text{ фм}^{-3}$  — нормальная ядерная плотность. Более детальное исследование модели для произвольных температур и химических потенциалов приводит к фазовой диаграмме, изображенной на рис. 9.2. Как видно из этого рисунка, существует несколько экспериментальных возможностей формирования кварк-глюонной плазмы в столкновениях релятивистских тяжелых ионов:

- 1) путем повышения температуры адронного вещества;
- 2) повышением барионной плотности;
- 3) комбинацией этих факторов.

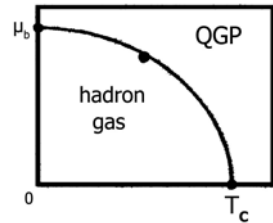


Рис. 9.2. Фазовая диаграмма ядерного вещества

### 9.1.3. Дебаевское экранирование в кварк-глюонной системе

Идея фазового перехода, обсуждавшаяся выше, сравнительно новая для ядерной физики и физики элементарных частиц, однако она отнюдь не нова для физики твердого тела и молекулярной физики. Поэтому вполне естественным представляется использование уже имеющихся методов анализа фазовых переходов в физике. Для качественного понимания характера фазового перехода в кварк-глюонной системе при плотностях  $n \gg n_0$  рассмотрим пример из молекулярной физики.

При нормальном давлении, как известно, водород является изолятором. Однако при высоких плотностях у водорода появляется ненулевая электрическая проводимость. Этот переход в проводящее состояние связан с тем, что с ростом плотности электрический заряд протона практически не влияет на заряд связанного с ним электрона из-за экранирования, вызванного другими зарядами. При этом радиус дебаевского экранирования  $\lambda_D$  достигает атомных размеров. Экранирование ослабляет кулоновское взаимодействие между протоном и электроном, электроны становятся квазисвободными, и водород переходит в металлическую фазу. Условие  $\lambda_D = \lambda_B$  ( $\lambda_B$  — радиус атома) определяет параметры перехода «изолятор–проводник» для водорода.

Используя эту аналогию, оценим критическую температуру перехода адронной материи (которая является изолятором для цветных зарядов) в состояние проводника цветных зарядов — кварк-глюонную плазму. В присутствии других зарядов термодинамический потенциал для данного заряда  $g$  можно представить в виде

$$\Omega_D = \frac{2\pi}{3} n \lambda_D^{-1} T^{-1} \frac{g^2}{4\pi}, \quad (9.15)$$

где  $n$  — полная зарядовая плотность цветных зарядов. Плотность КГП

$$n = \frac{1.2}{\pi^2} g_Q T^3, \quad (9.16)$$

где число степеней свободы  $g_Q$  КГП задается соотношением (9.6). В первом порядке теории возмущений КХД термодинамический потенциал системы кварков и глюонов [9.3]

$$\Omega_D = 128 \sqrt{\frac{\pi}{243}} \left( \frac{g^2}{4\pi} \right)^{3/2} T^3. \quad (9.17)$$

Приравнявая уравнения (9.15) и (9.17), получим

$$\lambda_D^{-1} = 1.8 \left( \frac{g^2}{4\pi} \right)^{1/2} T. \quad (9.18)$$

Эффективный цветовой заряд  $g$  связан с температурой КХД

$$\frac{g^2}{4\pi} = \frac{6\pi}{29 \ln(4T/\Lambda_T)}, \quad (9.19)$$

где  $\Lambda_T \approx 100$  МэВ.

Полагая параметр дебаевского экранирования  $\lambda_D \sim 1$  фм (типичный размер адрона), получаем уравнение

$$1.8 \left( \frac{g^2(T_c)}{4\pi} \right)^{1/2} T_c \approx 200 \text{ МэВ}, \quad (9.20)$$

из которого следует оценка критической температуры  $T_c \approx 170$  МэВ. Заметим, что эта оценка была получена из термодинамического потенциала, вычисленного в теории возмущений КХД. Очевидно, однако, что фазовый переход — существенно коллективное явление, описать которое только в рамках теории возмущений невозможно.

#### 9.1.4. Непертурбативные методы в КХД

Среди непертурбативных эффектов КХД одним из самых ярких является открытие в 1975 году инстантонов [9.4]. Оказывается, что основное состояние КХД (вакуум) имеет сложную структуру, определяемую флуктуациями, несущими топологические квантовые числа. Более того, вакуумов может быть несколько, и кварк-глюонная система переходит из одного вакуума в другой посредством инстантонных флуктуаций. При этом инстантоны взаимодействуют между собой, образуя «инстантонную жидкость» [9.5]. Сначала были серьезные надежды на то, что идея инстантонов способна объяснить конфайнмент КХД. К сожалению, вскоре было показано, что инстантонные флуктуации не дают линейно растущего с расстоянием потенциала взаимодействия кварков. Однако инстантоны оказались весьма плодотворной идеей для объяснения другой, уже упоминавшейся проблемы КХД, — спонтанного нарушения киральной симметрии. При спонтанном нарушении киральной симметрии в КХД должен возникать конденсат кварковых полей  $\langle \bar{\psi}\psi \rangle \neq 0$ , именно такой конденсат существует в «инстантонной жидкости» с характерным инстантонным размером

$\rho_c \approx 1/3$  фм, который может быть связан с размером составляющего кварка в нуклоне. Таким образом, в физике адронов существуют два характерных масштаба расстояний — размер адрона  $r_H \sim 1$  фм и размер «одетого» (составляющего) кварка  $r_Q \approx 1/3$  фм.

До сих пор обсуждались инстантоны при нулевых температурах. Если  $T \rightarrow T_c$ , то инстантонные эффекты должны исчезать, поскольку адроны начинают «плавиться». Однако при этом совсем не обязательно, что кварковый конденсат равен нулю, т. е. «одетые» составляющие кварки переходят в состояние «токовых» кварков. Поэтому должна существовать температура  $T_\chi$ , при которой восстанавливается киральная симметрия, т. е. составляющие кварки переходят в токовые. Совпадают ли температуры деконфайнмента  $T_c$  и восстановления киральной симметрии? В модели инстантонной жидкости  $T_c \approx T_\chi$ . Более детально этот вопрос будет рассмотрен при анализе результатов решеточных калибровочных теорий.

Другой непertурбативный метод анализа вакуумных свойств КХД основан на правилах сумм [9.6]. Этот метод связывает вакуумные характеристики со свойствами адронов, известными из эксперимента. Суть метода правила сумм заключается в следующем. Исследуется поведение коррелятора двух кварковых токов  $J_i, J_j$  ( $i, j$  — наборы квантовых чисел):

$$K_{ij}(x) = \left\langle 0 \left| T \left[ J_i(x), J_j(0) \right] \right| 0 \right\rangle, \quad (9.21)$$

как функции расстояния  $x$  между кварками. Оператор  $T[\dots]$  означает упорядоченный по времени коррелятор, а скобки  $\langle \dots \rangle$  — усреднение по ансамблю калибровочных полей. Индексы  $i(j)$  характеризуют набор квантовых чисел, например для  $\rho$ -мезона  $J^{PC} = 1^{--}$ . Как известно, вне светового конуса ( $x^2 < 0$ ) коррелятор (9.21) экспоненциально убывает  $\sim \exp(-m|x|)$ , где  $m$  — масса самой легкой обменной частицы. Например, для взаимодействия типа Юкавы,  $m = m_\pi$  — масса  $\pi$ -мезона. При малых  $x$  в КХД можно проводить вычисления в рамках теории возмущений, поэтому коррелятор (9.21) вычисляется по состояниям свободных кварков. Однако уже



в области применимости теории возмущений существенны непертурбативные эффекты. Как эти эффекты можно учесть при вычислении коррелятора (9.21)? В работе [9.6] это сделано путем введения двух типов феноменологических параметров — глюонного и кваркового конденсатов. Идея о существовании в вакууме КХД кварковых и глюонных конденсатов оказалась очень плодотворной. Взаимодействие кварков и глюонов в КХД, как было установлено, определяет основные свойства адронов (например, массы) уже на малых расстояниях, причем эти свойства связаны с кварковыми и глюонными конденсатами. Плотность энергии вакуума КХД, по оценкам в методе правил сумм, составляет  $\varepsilon_{vac} = -(0.5 - 1.0) \text{ ГэВ/фм}^3$ . Поэтому следует ожидать, что плотность энергии при фазовом переходе адроны–кварк–глюонная плазма должна быть того же порядка величины, что и  $\varepsilon_{vac}$ .

Правила сумм КХД, описывающие спектр адронов при конечных температурах, сформулированы в работах [9.7, 9.8]. Отличие от случая  $T = 0$  состоит в том, что коррелятор токов усредняется по ансамблю кварков и глюонов, находящихся в состоянии локального термодинамического равновесия при температуре  $T$ . Анализ правил сумм в канале  $\rho$ -мезона показывает резкое качественное изменение в спектре адронов при температурах  $T_c \approx (140 - 200) \text{ МэВ}$ , свидетельствующее о существовании фазового перехода деконфайнмента. Так, масса  $\rho$ -мезона (рис. 9.3) уменьшается с ростом температуры, а при  $T \approx T_c$   $\rho$ -мезон исчезает из спектра адронов. Это утверждение о «плавлении»  $\rho$ -мезона справедливо и для других резонансов. Оказывается, что при «плавлении» резонанса его масса уменьшается, а распадная ширина растет. Такое поведение параметров резонансов очень важно с точки зрения экспериментальной диагностики образования адронной и кварк-глюонной плазмы. Коллаборации STAR и PHENIX на коллайдере тяжелых ионов RHIC, ALICE на будущем ускорителе LHC и NA60 в GSI содержат в

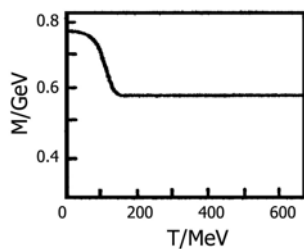


Рис. 9.3. Зависимость массы  $\rho$ -мезона от температуры

своих экспериментальных программах исследования параметров резонансов как один из главных сигналов образования адронной или кварк-глюонной плазмы. Подробнее обсудим эти сигналы в разделе 9.4, здесь же, возвращаясь к правилам сумм при конечных температурах, отметим их качественный характер. Дело в том, что плохо известна температурная зависимость кваркового и глюонного конденсатов, используемых в методе правил сумм. Тем не менее, этот феноменологический метод предсказывает качественное изменение в адронном спектре при температурах  $T_c \sim 200$  МэВ и плотностях энергии  $\varepsilon_c \approx (1-5)$  ГэВ/фм<sup>3</sup>.

### 9.1.5. Решеточные калибровочные теории (РКТ)

Успешные вычисления физических величин, включая режим сильной связи ( $\alpha_s \geq 1$ ) КХД, были начаты в 80-х годах XX века в рамках решеточных калибровочных теорий. Преимущество этого метода состоит в том, что вычисления проводятся «из первых принципов», т.е. из лагранжиана КХД. Однако используемый метод Монте-Карло зачастую не позволяет определить, какие именно конфигурации калибровочных полей дают основной вклад в изучаемую величину.

В РКТ непрерывное пространство-время заменяется решеткой в Евклидовом пространстве с числом узлов  $N_\sigma$  в каждом из трех пространственных направлений и  $N_\beta$  — во временном направлении. Каждому ребру решетки соответствует матрица  $u$  из калибровочной группы  $SU(3)$  сильных взаимодействий, т. е. решетка является статистической системой. В простейшем случае глюодинамики (бескварковой КХД) статистическая сумма системы

$$Z(N_\sigma, N_\beta, \zeta, g^2) = \int \prod du \exp(-S(u)), \quad (9.22)$$

где  $\zeta = a_\sigma/a_\beta$ ,  $a_\sigma$ ,  $a_\beta$  — расстояние между соседними узлами решетки в пространственном и временном направлениях;  $\prod du$  — произведение мер Хаара калибровочных полей;  $S(u)$  — действие, зависящее от калибровочных конфигураций на элементарном квадрате этой решетки, и в непрерывном пределе этой решетки перехо-

дящее в действие КХД. Тогда среднее значение по ансамблю некоторой физической величины  $X$  определяется формулой

$$\langle X \rangle = \int \Pi du X(u) e^{-S(u)} / \int \Pi du e^{-S(u)}. \quad (9.23)$$

В РКТ средние  $\langle X \rangle$  находятся численным интегрированием по методу Монте-Карло. Обсудим кратко результаты вычислений наиболее интересных физических величин. Температурная зависимость плотности энергии в модели, основанной на калибровочной группе  $SU(2)$ , представлена на рис. 9.4. Прежде всего, следует отметить подобие результатов (рис. 9.4) величине  $\varepsilon/T^4$  (см. рис. 9.1) для двухфазной модели. При температурах  $T \sim 300 \div 400$  МэВ происходит переход к асимптотике — закону Стефана–Больцмана для глюонов  $\varepsilon = (4/15)\pi^2 T^4$ . Это выражение получается из (9.6), если учесть, что число глюонов в теории с калибровочной группой  $SU(2)$  равно трем. При низких температурах ( $T < 200$  МэВ) плотность энергии соответствует адронному газу.

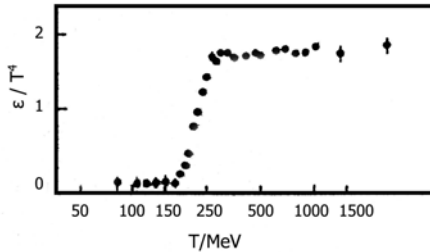


Рис. 9.4. Зависимость плотности энергии от температуры

Таким образом, результаты РКТ качественно соответствуют предсказаниям двухфазной модели. Формулы (9.4)–(9.6) этой модели дают в пределе высоких температур

$$(\varepsilon - 3p)/T^4 = B/T^4, \quad (9.24)$$

аналогичное поведение заметно в результатах РКТ (рис. 9.5). Кривая на рис. 9.5 соответствует поведению  $\sim \text{const}/T^4$ , где  $\text{const} = 4|\varepsilon_{\text{vac}}|$ ,  $\varepsilon_{\text{vac}}$  — вакуумная плотность энергии. Важно отме-

титель, что величина  $(\epsilon - 3p)$  характеризует степень «неидеальности» кварк-глюонной плазмы, т. е. является мерой взаимодействия

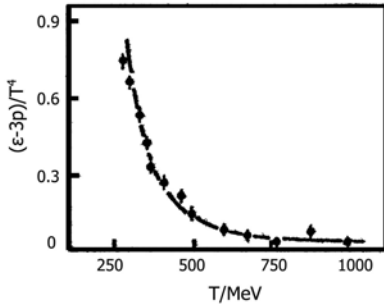


Рис. 9.5. Зависимость величины  $\epsilon - 3p$  от температуры

в системе. Как видно из рис. 9.4 и 9.5, даже при температурах  $T \approx 500$  МэВ взаимодействие существенно, и его необходимо учитывать в расчетах сигналов образования кварк-глюонной плазмы. На рис. 9.4 плотность энергии испытывает скачок. Является ли это отражением фазового перехода между связанными глюонами (глюоблами) при  $T < T_c$  и квазисвободными глюонами при  $T > T_c$ ?

Чтобы ответить на этот вопрос, в РКТ исследуется поведение свободной энергии  $F$  кварк-антикварковой пары, помещенной в глюонную систему при температуре  $T$  [9.9, 9.10]. Свободная энергия  $F$  входит в определение вильсоновской петли  $\langle L \rangle \sim \exp(-F/T)$  как параметра порядка фазового перехода. Численные расчеты показывают, что при  $T < T_c$   $\langle L \rangle = 0$ , что соответствует бесконечной энергии кварк-антикварковой пары с размером  $\geq 1$  фм, т. е. конфайнменту кварков. При  $T > T_c$   $\langle L \rangle \neq 0$  и энергия  $F \neq \infty$ , т. е. происходит фазовый переход в состояние квазисвободных цветных зарядов. В глюодинамике, основанной на калибровочной группе  $SU(2)$ , фазовый переход второго рода при  $T \approx T_c \approx 200$  МэВ.

До сих пор рассматривалась упрощенная модель КХД (без кварков и с калибровочной группой  $SU(2)$ ). Переход к реалистической ситуации — калибровочной группе  $SU(3)$  и кварковым степеням свободы встречает ряд принципиальных трудностей, до конца еще не преодоленных и в настоящее время. Основная трудность — корректный учет кварк-антикварковых пар в методе Монте-Карло. Оказывается, что включение кварк-антикварковых пар меняет как количественно, так и качественно картину фазового перехода. На

рис. 9.6 представлено поведение величины  $\varepsilon/T^4$  от температуры в  $SU(3)$ -теории с кварками. Кривая 1 на рис. 9.6 соответствует бескварковой  $SU(3)$ -теории. Виден

скачок в зависимости  $\varepsilon(T)$ , что свидетельствует о фазовом переходе 1-го рода. Однако при учете кварковых степеней свободы (кривые 2 и 3 различаются значениями масс кварков) область фазового перехода смещается в область меньших температур, а скачок практически исчезает. Фазовый переход 1-го рода трансформируется в фазовый переход 2-го рода [9.11] или вообще в плавный переход между адронами и свободными кварками и глюонами. Последний процесс напоминает, например, ионизацию атомов. Вопрос о порядке фазового перехода (или вообще о его отсутствии) имеет не только теоретический, но и практический интерес. Дело в том, что в случае фазового перехода 1-го рода система адронов, кварков и глюонов может находиться в смешанной фазе, подобно плавлению льда при нулевых температурах.

К последним достижениям КХД на решетках относятся вычисления критической температуры и термодинамических свойств КГП для трех сортов кварков, с массами, близкими к реальным. Решеточные предсказания температуры перехода адроны-КГП приведены на рис. 9.7 [9.12]. Две верхние точки соответствуют вычислениям в КХД с двумя сортами кварков. Остальные точки получены для

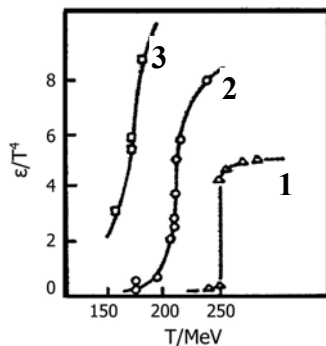


Рис. 9.4. Зависимость плотности энергии от температуры в  $SU(3)$ -теории

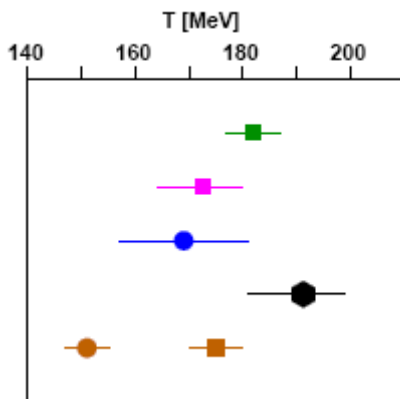


Рис. 9.7. Решеточные предсказания для критической температуры

теории с тремя кварками (легкие  $u$ ,  $d$  и  $s$ -кварк).

Выше были приведены результаты для величины  $(\varepsilon - 3p)/T^4$  в  $SU(2)$ -теории. На рис. 9.8 приведены результаты для  $SU(3)$  с массами кварков, близкими к реальным [9.13]. Можно сделать аналогичный вывод — вблизи критической температуры взаимодействие в системе весьма велико и свойства системы совершенно не похожи на свойства идеального газа. В разделе 9.4 будут обсуждаться данные с ускорителя RHIC, которые подтверждают такую картину поведения сильновзаимодействующей материи при  $T \sim T_c$ .

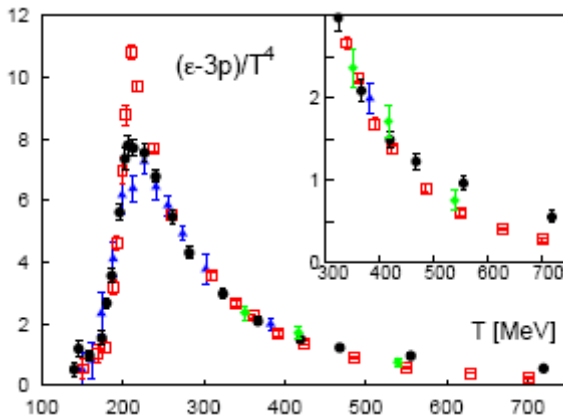


Рис. 9.8. Зависимость величины  $(\varepsilon - 3p)/T^4$  от температуры

Другая важная проблема, связанная с учетом фермионных степеней свободы в РКТ, — киральная симметрия КХД. Как уже обсуждалось выше, в безмассовой КХД, не содержащей размерных параметров, при спонтанном нарушении симметрии возникают два радиуса — один соответствует радиусу конфайнмента ( $\approx 1$  фм), другой ( $\sim 1/3$  фм) — радиусу «одетого» конstituентного кварка. Поэтому, в принципе, в КХД может существовать два фазовых перехода при двух критических температурах  $T_c$  и  $T_\chi$ . При температуре  $T_\chi$  киральная симметрия восстанавливается, параметр порядка — кварковый конденсат  $\langle \bar{\psi}\psi \rangle_{T > T_\chi} \rightarrow 0$ , конstituентные кварки переходят в токовые кварки. Адроны, конstituентные и токовые

(морские) кварки могут быть в термодинамическом равновесии при  $T \approx T_c, T_\chi$ .

Прежде всего, обратимся к вычислениям зависимости кваркового конденсата от температуры. На рис. 9.9 (слева) показано поведение величины  $\Delta_{l,s}$ , которая определяется следующим образом:

$$\Delta_{l,s} = \frac{\langle \bar{\psi}\psi \rangle_{l,T} - \frac{m_l}{m_s} \langle \bar{\psi}\psi \rangle_{s,T}}{\langle \bar{\psi}\psi \rangle_{l,0} - \frac{m_l}{m_s} \langle \bar{\psi}\psi \rangle_{s,0}}, \quad (9.25)$$

где индекс  $l$  относится к легким сортам кварков ( $u$  и  $d$ ), а индекс  $s$  соответствует странному кварку. В киральном пределе  $m_l \rightarrow 0$ ,  $\Delta_{l,s} = \langle \bar{\psi}\psi \rangle_{l,T} / \langle \bar{\psi}\psi \rangle_{l,0}$  — стандартный параметр порядка для киральной симметрии, отнесенный к своему вакуумному значению. Как видно, в достаточно узкой области температур происходит быстрое «плавление» кирального конденсата, свидетельствующее о восстановлении киральной симметрии. Связан ли этот процесс с деконфайнментом? На правой части рис. 9.9 приведена зависимость значения петли Полякова — параметра, характеризующего свойство конфайнмента, от температуры. Наиболее быстрое изменение происходит в той же области температур, что и плавление кирального конденсата. Таким образом, вычисления на решетках предсказывают, что восстановление киральной симметрии и деконфайнмент происходят примерно при одинаковых температурах.

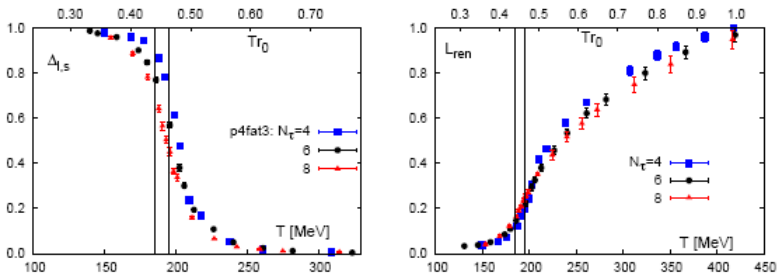


Рис. 9.9. Температурные зависимости величины  $\Delta_{l,s}$  (9.25) (слева) и значения петли Полякова от температуры (справа) [9.14]

Дополнительную информацию о природе фазового перехода деконфайнмента и восстановления киральной симметрии способен дать анализ температурных зависимостей масс адронов и их ширин. Подобно методу правил сумм, обсуждавшемуся выше, в численных расчетах на пространственно-временных решетках исследуется температурная функция Грина  $\bar{G}_H(\tau, \vec{r})$  в фиксированном канале  $H$  (скалярном, векторном и т. д.), в который вносят вклад множество возбужденных состояний. Поскольку при конечных температурах временной размер решетки мал, можно изучать поведение пространственной корреляционной функции  $\bar{G}_H(\tau, \vec{r}) \sim \exp(-m_H |\vec{r}|)$  на больших расстояниях, при этом  $m_H$  определяет экранированное значение адронной массы. С помощью этого метода получены указания на восстановление киральной симметрии при температурах  $T \approx T_c$ . Действительно, масштабы экранирования в скалярном и псевдоскалярном канале оказываются вырожденными. Кроме того, масштабы экранирования в скалярном и псевдоскалярном канале практически неотличимы друг от друга, что указывает на частичное восстановление  $U_A(1)$ -симметрии [9.15].

Чтобы получить температурную зависимость масс частиц от их ширин, на пространственно-временных решетках исследуются временные корреляционные функции. Информация об адронных массах и квазичастичных возбуждениях содержится в спектральной функции

$$\begin{aligned} \sigma_H(\omega, \vec{p}) &= \int d^3r \exp(i\vec{p}\vec{r}) \bar{G}_H(\tau, \vec{r}) = \\ &= \int_0^\infty d\omega \sigma_H(\omega, p) \frac{\cosh(\omega(\tau - \beta/2))}{\sinh(\omega\beta/2)}, \end{aligned} \quad (9.26)$$

При конечных температурах временная корреляционная функция определяется на небольшом числе узлов решетки, поскольку температура связана с протяженностью  $N_\tau$  решетки в этом направлении соотношением  $N_\tau = 1/(aT)$ , где  $a \approx 0.3$  фм — расстояние между узлами решетки. Поэтому при моделировании КХД при конечных температурах используются анизотропные решетки [9.16].



В работе [9.17] получена температурная псевдоскалярная спектральная плотность  $\left(\frac{\sigma(\omega)}{\omega^2}\right)$  из температурной корреляционной функции  $G(\tau T)/T^3$  для температур  $T = 0.4T_c$ ,  $T = 0.6T_c$ ,  $T = 1.5T_c$  и  $T = 3T_c$  на решетке размером  $64^3 \times 16$  (рис. 9.10). Как видно из этого рисунка, спектральная функция в псевдоскалярном канале резко изменяется при температурах вблизи  $T_c$ . Полнос, имеющийся в спектральной функции при  $T < T_c$ , исчезает в кварк-глюонной фазе.

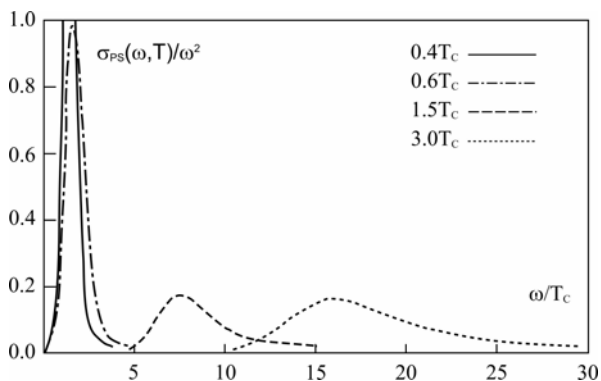


Рис. 9.10. Зависимость спектральной функции в псевдоскалярном канале от температуры

На рис. 9.11 изображена фазовая диаграмма, полученная в КХД на пространственно-временной решетке [9.18] в координатах масс кварков ( $u$ ,  $d$ ,  $s$ ) и химического потенциала. Поверхность, соответствующая фазовому переходу второго рода, является границей между областью фазового перехода первого рода и кроссовером. Поскольку массы  $u$  и  $d$  кварков малы (несколько мегаэлектронвольт), а масса  $s$  кварка  $m_s \approx 150$  МэВ, вертикальная линия на рис. 9.11 представляет собой «физическую» линию. Вдоль этой линии происходит фазовый переход. Как видно из рис. 9.11, при малых  $\mu$  фазовый переход «адроны–кварк-глюонная плазма» имеет характер кроссовера, а при больших  $\mu$  — фазовый переход 1-го рода. Такое преобразование кроссовера в фазовый переход 1-го рода предпола-

гает наличие критической точки [9.19]. До настоящего времени поиск такой критической точки с помощью исследования пособытийных флуктуаций не увенчался успехом. По-видимому, критическая точка еще не достигнута.

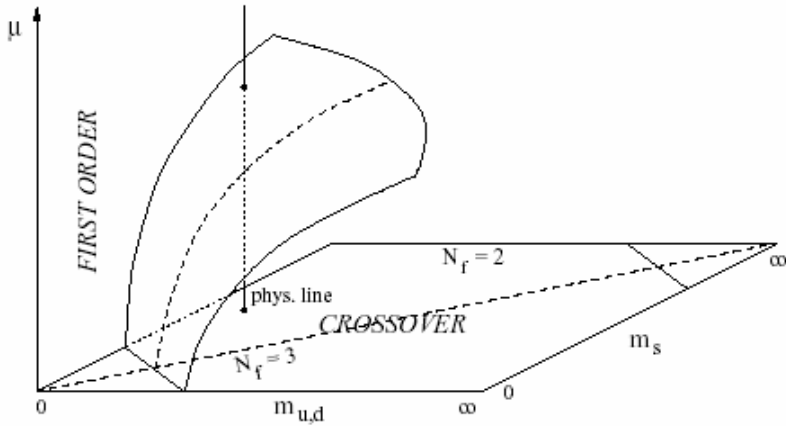


Рис. 9.11. Фазовая диаграмма в координатах кварковых масс и химического потенциала

Фазовая диаграмма сильновзаимодействующей материи в координатах температура – барионный химический потенциал ( $T, \mu$ ) схематически показана на рис. 9.12. Линии соответствуют границам между различными фазами адронной материи. Прерывистая линия – ожидаемое положение критических точек, т. е. линия, за которой уже нет фазового перехода 1-го рода. Основное состояние ядерной материи (атомные ядра) соответствует состоянию с  $\mu \approx 930$  МэВ. Линия, начинающаяся в этой точке, обозначает границу фазового перехода «жидкость-газ», обнаруженного в ядроядерных столкновениях при низких энергиях. Экзотическая область низких температур и больших плотностей ( $\mu$ ) имеет отношение к астрофизике, и, по-видимому, не достижима в лабораторных условиях.

В заключение раздела отметим, что как феноменологические модели ядерного вещества, так и расчеты на пространственно-

временных решетках указывают на возможность фазового перехода адроны–кварк-глюонная плазма при высоких плотностях и (или) высоких температурах. Такие экстремальные состояния ядерного вещества могут быть реализованы в столкновениях релятивистских тяжелых ионов.

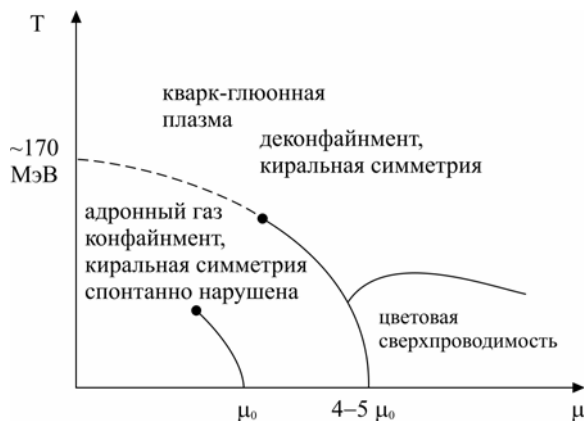


Рис. 9.12. Детальная фазовая диаграмма ядерного вещества

## 9.2. Сжатая и нагретая адронная материя в столкновениях релятивистских тяжелых ионов

### 9.2.1. Пространственно-временная картина адрон-адронных и ядро-ядерных взаимодействий

Прежде чем перейти к рассмотрению ядро-ядерных взаимодействий при высоких энергиях, следует напомнить пространственно-временную картину адрон-адронных столкновений. В рамках партонных представлений о структуре адронов, их взаимодействие при высоких энергиях происходит следующим образом:

1. Перед взаимодействием релятивистские адроны представляют собой ансамбли партонов (валентных и морских кварков, антикварков и глюонов), распределенных по доле импульса адрона, переносимого ими. Эти начальные функции распределения партонов извлекаются из экспериментальных данных по глубоконеупругим  $eN$ ,  $\mu N$ ,  $\nu N$  и  $\bar{\nu} N$  взаимодействиям.

2. В результате адрон-адронного взаимодействия часть наиболее быстрых партонов не участвует в коллективных взаимодействиях и формирует лидирующие вторичные адроны. Сравнительно медленные партоны сталкивающихся ядер взаимодействуют друг с другом, образуя кварк-глюонную систему, чья эволюция приводит к формированию мягкой части спектра вторичных адронов.

3. При определенных условиях, которые будут обсуждены ниже, многократные партон-партонные взаимодействия могут создать условия для установления термодинамического равновесия при начальной температуре  $T_i$ . Последующая эволюция (расширение) происходит по законам гидро- и термодинамики, при этом температура системы падает.

4. На конечной стадии эволюции температура понижается настолько, что система формирует невзаимодействующие адроны.

Как известно, состояние партона (кварка, антикварка и глюона) в нуклоне описывается структурной функцией, зависящей от доли импульса  $x$  нуклона, переносимой данным партоном, и от квадрата переданного импульса  $Q^2$ . На рис. 9.13 показана зависимость глюонной структурной функции, извлеченной в эксперименте HERA, от переменной  $x$  при различных значениях  $Q^2$ . Видно, что с уменьшением  $x$  глюонная структурная функция быстро возрастает. При этом полное сечение адрон-адронного взаимодействия растет медленно (логарифмически) с энергией, а плотность глюонов в поперечном направлении к оси сталкивающихся нуклонов становится очень большой и достигает своего насыщения. Например, процессы рекомбинации глюонов ограничивают дальнейший рост структурных функций. На рис. 9.13 изображена физическая картина изменения плотности глюонов с малыми значениями  $x$  от энергии сталкивающихся нуклонов. Глюоны с малыми  $x$  становятся «плотно упакованной системой», в которой величина константы сильных взаимодействий  $\alpha_s \ll 1$ . Такая слабосвязанная система называется конденсатом цветового стекла [9.20]. «Цветового», поскольку глюоны несут цветовые степени свободы. Глюоны с малыми значениями  $x$  возникают при размножении глюонов, несущих большие значения  $x$ . В системе бесконечного импульса глюоны с большими импульсами перемещаются очень быстро, и соответ-

вующие им временные масштабы из-за Лоренц-преобразований оказываются увеличенными. Это запаздывание трансформируется в области малых  $x$ , поэтому для таких глюонов временные изменения происходят еще более медленно, а это свойство характерно как раз для стекол.

Поскольку  $\alpha_s \ll 1$ , квантовомеханическим состоянием такой системы является бозе-конденсат глюонов с характерными числами заполнения  $\sim \frac{1}{\alpha_s}$ . В картине конденсата цветового стекла быстрые глюоны являются источниками цветовых полей при малых  $x$ .

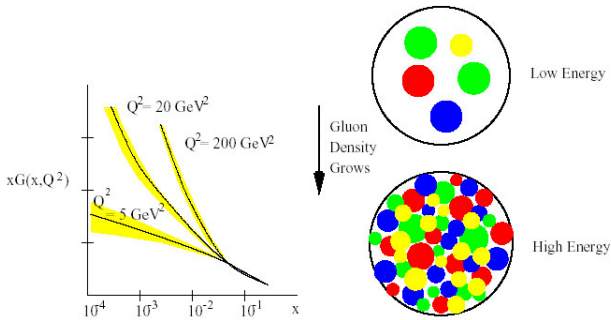


Рис. 9.13. Зависимость плотности глюонов от энергии столкновения

В пользу этой картины свидетельствует хорошо известное экспериментальное свойство предельной фрагментации адронных взаимодействий. Это свойство состоит в том, что при столкновении двух частиц с фиксированной энергией в системе центра масс распределение рожденных частиц по продольному импульсу, отнесенному к продольному импульсу одной из сталкивающихся частиц, не зависит от энергии. В картине конденсата цветового стекла предельная фрагментация связана с независимостью от энергии числа глюонов-источников.

Другая важная экспериментальная особенность, свидетельствующая в пользу существования конденсата цветового стекла, — так называемый геометрический скейлинг [9.21], наблюдаемый в глубоконеупругом рассеянии. Оказывается, что сечение взаимо-

действия виртуального фотона с нуклоном, не зависит от переменных  $Q^2$  и  $x$ , а зависит лишь от отношения  $Q^2/Q_{sat}^2$ :  $\sigma^{\gamma N} \sim F(Q^2/Q_{sat}^2)$ , причем масштаб насыщения  $Q_{sat}^2 \sim \left(\frac{x_0}{x}\right)^\lambda \text{ ГэВ}^2$ ,  $\lambda \approx 0.3$  и  $x_0 \approx 10^{-4}$ . Скейлинг наступает при  $x < 10^{-2}$  и проявляется при всех имеющихся  $Q^2$ .

В картине конденсата цветового стекла геометрический скейлинг связан с наличием только одного масштаба — масштаба насыщения  $Q_{sat}^2$ .

Конденсат цветового стекла можно рассматривать как новый универсальный тип материи. Новый, поскольку эта материя проявляет себя в столкновениях адронов и ядер при высоких энергиях. Универсальность заключается в том, что конденсат цветового стекла не зависит от сорта адронов.

Каких изменений следует ожидать при переходе от адрон-адронных к ядро-ядерным взаимодействиям? Прежде всего, ядра являются более протяженными объектами, поэтому геометрия столкновения играет важную роль в ядро-ядерных взаимодействиях. Кроме того, временные масштабы  $AA$ -взаимодействий гораздо больше  $NN$ -взаимодействий, и это приводит к интересным физическим следствиям.

Говоря о переходе от адрон-адронных к ядро-ядерным взаимодействиям, следует отметить, что в режиме высокой плотности энергии в КХД доминируют не квантовые, а классические конфигурации, содержащие большое число ( $\sim 1/\alpha_s$ ) глюонов.

Действительно, рассмотрим, например, взаимодействие виртуального  $\gamma$ -кванта с ядерной мишенью, имеющей массовое число  $A$ . При малых значениях бьеркеновской переменной  $x$ , согласно соотношению неопределенности, взаимодействие будет осуществляться на продольных расстояниях  $z \sim 1/mx$ , где  $m$  — масса нуклона. Если величина  $z$  превышает диаметр ядра, пробник ( $\gamma$ -квант) не различает отдельные нуклоны, и все партоны распределенные по площади  $\sim 1/Q^2$  ( $Q$  — переданный импульс) в поперечном направлении, взаимодействуют когерентно.

Плотность партонов в поперечной плоскости:

$$\rho_A \approx \frac{x G_A(x, Q^2)}{\pi R_A^2} \sim A^{1/3} \quad (9.27)$$

причем предполагается, что ядерная глюонная функция распределения  $G_A(x, Q^2)$  пропорциональна числу нуклонов  $A$ , а радиус ядра  $R_A \sim A^{1/3}$ .

Пробник взаимодействует с партоном с сечением  $\sigma \sim \alpha_s / Q^2$ , поэтому в зависимости от величины переданного импульса  $Q$ ,  $A$  и бьеркеновской переменной  $x$  можно выделить два режима:

а)  $\sigma \rho_A \ll 1$  — режим некогерентных взаимодействий, описываемый теорией возмущений КХД;

б)  $\sigma \rho_A \gg 1$  — режим плотной партонной системы.

Граница между двумя режимами определяется условием  $\sigma \rho_A \approx 1$ , которое соответствует критическому значению переданного импульса (масштабу насыщения), когда партонная система становится для пробника плотной:

$$Q_s^2 \approx \alpha_s \frac{G_A(x, Q^2)}{\pi R_A^2}. \quad (9.28)$$

В этом режиме число глюонов

$$x G(x, Q^2) \approx \frac{\pi}{\alpha_s(Q^2)} Q_s^2 R_A^2, \quad (9.29)$$

где  $Q_s^2 R_A^2 \sim A$ . Как видно из этого выражения, число глюонов обратно пропорционально  $\alpha_s(Q^2)$  и становится большим в пределе слабой связи КХД. Доминирующими в этом пределе являются классические конфигурации глюонных и кварковых полей.

Почему физика малых  $x$  важна для столкновений тяжелых ионов? Как уже отмечалось, быстрые партоны слабо взаимодействуют между собой и фрагментируют в быстрые адроны. Медленные партоны сталкивающихся ядер взаимодействуют между собой и при фрагментации заселяют центральную область быстрот. Если ядерные столкновения рассматривать как суперпозицию фоковских состояний, то медленные партоны — это глюоны и кварки-антикварки, несущие малую долю импульса ядра. При этом, чем

больше энергии сталкивающихся ядер, тем больше медленных партонов. В ядерных столкновениях фоковские состояния разрушаются, и медленные партоны выходят на массовую поверхность, создавая высокие плотности энергии, возможно, достаточные для образования кварк-глюонной плазмы.

В теории возмущений КХД в пределе малых  $x$  глюонные «облака» образуются при тормозном излучении мягких глюонов. Плотность партонов быстро растет при  $x \rightarrow 0$ , нарушая при этом унитарный (фруассаровский) предел. Однако если плотность партонов растет, становятся важными процессы рекомбинации и экранирования, и быстрый рост партонных распределений при малых  $x$  «насыщается».

Формула (9.28) определяет масштаб насыщения для конденсата цветового стекла в столкновениях релятивистских ионов. В последующих главах будут обсуждаться экспериментальные сигналы конденсата цветового стекла, здесь же сделаем одно существенное замечание, касающееся ядерной структурной функции.

Если партон входит в состав нуклона ядра, то его структурная функция будет зависеть не только от переменных  $x$  и  $Q^2$ , но и от переменной  $\vec{r}$ , характеризующей положение партона относительно центра ядра. Действительно, свойства нуклонов в ядре изменяются по сравнению со свойствами свободных нуклонов, причем эти изменения тем больше, чем ближе нуклон расположен к центру ядра. А поскольку свойства нуклона определяются свойствами составляющих его партонов, ядерная структурная функция партона будет зависеть от его положения относительно центра ядра.

Пространственно-временная эволюция центральных (с прицельным параметром  $b = 0$ ) столкновений тяжелых ядер при энергиях RHIC или LHC выглядит следующим образом (рис. 9.14). В начальный момент времени в нуклон-нуклонных столкновениях двух Лоренц-сжатых ядер (с толщиной  $\sim 1$  фм) происходит взаимодействие партонов (кварков и глюонов), приводящее к множественному рождению кварков, антикварков и глюонов. Рожденные кварки и глюоны, в свою очередь, взаимодействуют как между собой, так и с партонами, уже имеющимися в исходных ядрах и описываемыми структурными функциями. Предполагается, что множественные партон-партонные взаимодействия могут привести к установлению



локального термодинамического равновесия в кварк-глюонной системе при температуре  $T_i$ . Если  $T_i > T_c$  (температура фазового перехода), то система находится в состоянии кварк-глюонной плазмы. КГП расширяется, температура уменьшается и достигает критической температуры  $T_c$ . Если фазовый переход первого рода, ядерная материя проводит некоторое время в состоянии смешанной фазы, в которой сосуществуют кварки, антикварки, глюоны и адроны. В этом состоянии происходит преобразование кварковых степеней свободы в адронные. Далее система расширяется и распадается на невзаимодействующие частицы.

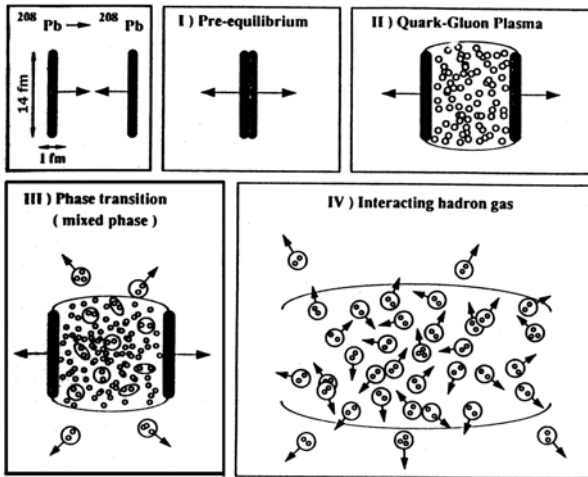


Рис. 9.14. Пространственно-временная картина столкновений тяжелых ионов

### 9.2.2. Гидродинамическая модель расширения ядерной материи

Образованная при начальной температуре  $T_i$  и плотности энергии  $\varepsilon_i$  кварк-глюонная плазма испытывает расширение, при этом температура падает. Этот процесс можно попытаться описать уравнениями движения идеальной релятивистской жидкости [9.22], дополнив уравнения релятивистской гидродинамики уравнением состояния ядерной материи. При температурах  $T = T_c$  кварки и глюоны начинают образовывать адроны, система находится в сме-

шанной фазе. При  $T < T_c$  гидродинамическое расширение испытывает адронный газ. Помимо уравнения состояния, важнейшую роль в гидродинамике играют начальные (граничные) условия.

Уравнения гидродинамики, описывающие эволюцию ядерной материи, можно найти в работе [9.22]. Эти уравнения определяют эволюцию жидкости или газа в пространстве и времени. Состояние жидкости характеризуется локальными значениями температуры, энергии, энтропии и скорости. Если пренебречь диссипативными эффектами в такой жидкости (вязкостью, теплопроводностью), то тензор энергии-импульса релятивистской жидкости, движущейся со скоростью  $u^\mu$ , можно получить путем лоренц-преобразования из системы покоя:

$$T^{\mu\nu} = (\varepsilon + p)u^\mu u^\nu - g^{\mu\nu} p. \quad (9.30)$$

Это уравнение следует дополнить уравнениями, выражающими законы сохранения энергии-импульса и барионного числа:

$$\begin{cases} \partial_\mu T^{\mu\nu} = 0; \\ \partial_\mu J^\mu = \partial_\mu (n_B u^\mu) = 0, \end{cases} \quad (9.31)$$

где  $n_B(\vec{x}, t)$  — локальная барионная плотность. Из выражений (9.30) и (9.31) имеем

$$u^\nu \partial_\nu \varepsilon + (\varepsilon + p) \partial_\nu u^\nu = 0, \quad (9.32)$$

где  $\varepsilon$  — плотность энергии и  $p$  — давление.

Следующий шаг — выбор координат, описывающих эволюцию ядерной жидкости в цилиндрической геометрии, причем ось  $z$  совпадает с направлением сталкивающихся ядер. В координатах  $z$  и  $t$  4-скорость  $u^\mu$  элемента жидкости запишется в виде

$$u^\mu = \frac{1}{\sqrt{1 - v_z^2 - v_r^2}} (1, v_z, v_r, 0). \quad (9.33)$$

Если радиальная скорость  $v_r = 0$  (это часто используемое приближение), то оставшиеся компоненты  $u^\mu$  параметризуются следующим образом:

$$u^\mu = (\cosh \theta, \sinh \theta, 0, 0), \quad (9.34)$$

где быстрота элемента жидкости

$$\theta = \arctan v_z. \quad (9.35)$$

В переменных  $\eta$  и  $\tau$  гидродинамические уравнения (9.32) для продольного расширения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \tau \frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau} + \tanh(\theta - \eta) \frac{\partial \varepsilon}{\partial \eta} + (\varepsilon + p) \left[ \frac{\partial \theta}{\partial \eta} + \tanh(\theta - \eta) \tau \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \right] &= 0; \\ \frac{\partial p}{\partial \eta} + \tanh(\theta - \eta) \frac{\partial p}{\partial \tau} + (\varepsilon + p) \left[ \tau \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \tanh(\theta - \eta) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right] &= 0. \end{aligned} \quad (9.36)$$

Эти уравнения следует дополнить третьим, учитывающим сохранение барионного заряда:

$$\tau \frac{\partial n_B}{\partial \tau} + n_B \frac{\partial \theta}{\partial \eta} + \tanh(\theta - \eta) \left( \frac{\partial n_B}{\partial \eta} + n_B \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \right) = 0. \quad (9.37)$$

Таким образом, имеются три уравнения (9.36), (9.37) для четырех неизвестных функций: плотности энергии  $\varepsilon$ , давления  $p$ , быстроты элемента жидкости  $\theta$ , барионной плотности  $n_B$ . Все эти функции зависят от переменных  $\eta$  и  $\tau$ .

Поэтому для нахождения решений уравнений (9.36), (9.37) нужно иметь еще одно и задать начальные условия. Таким дополнительным уравнением является уравнение состояния, связывающее  $\varepsilon$ ,  $p$ ,  $T$  и  $S$ . Например, в качестве уравнения состояния можно использовать уравнение состояния в модели мешков, обсуждавшееся выше. В литературе существует несколько предположений относительно начальных условий гидродинамического расширения.

Далее будет обсуждаться сценарий расширения Бьеркена [9.23]. В этом сценарии учитываются несколько экспериментальных условий. Центральная область быстрот вторичных частиц во взаимодействии релятивистских ядер, как ожидается, «заселяется»  $\pi$ -мезонами. Поэтому вполне оправданным выглядит предположение о нулевом барионном числе в центральной области быстрот. Условие  $n_B = 0$  значительно упрощает гидродинамические уравнения. Во-вторых, время формирования частиц с большими продольными импульсами превышает время формирования медленных частиц. Это не что иное, как проявление парадокса близнецов теории относительности. Время формирования частицы тем больше, чем больше ее скорость. В сценарии Бьеркена эффект запаздывания учитывается в граничных условиях.

Рассмотрим ансамбль частиц, рожденных в момент  $z = t = 0$ . Если только собственное время  $\tau$  определяет эволюцию системы, за начальные условия удобно выбрать гиперболу  $\sqrt{t^2 - z^2} = \tau_0$  с постоянным собственным временем  $\tau_0$ . Пространственно-временная быстрота  $\eta$  определяет положение частицы на этой гиперболе. Два различных положения на гиперболе связаны Лоренц-преобразованием в  $z$ -направлении. Так как частицы в элементе жидкости, по предположению, движутся свободно, их компонента скорости  $v_z = z/t$ . Состояние элемента жидкости с координатой  $z$  в момент времени  $t$  эквивалентно состоянию элемента жидкости с координатой  $z'$  в момент времени  $t' = z'/v_z$ . Для  $v_z = z/t$  пространственно-временная быстрота  $\eta$  равна быстроте  $Y$ :

$$Y = \frac{1}{2} \ln \frac{1+v_z}{1-v_z} = \frac{1}{2} \ln \frac{E+p_z}{E-p_z}, \quad (9.38)$$

если 4-импульс  $p = (E, p_z, p_\perp)$  и  $p_\perp$  — поперечный импульс.

Третья особенность спектров частиц в протон-протонных столкновениях — плато в инклюзивных спектрах частиц как функции  $Y$ . Плато в центральной области быстрот ожидается и в ядроядерных взаимодействиях. Предполагается, что локальные термодинамические величины типа  $\epsilon, p, T, S$  зависят только от  $\tau_0$ , а не от  $\eta(\tau_0)$  при гидродинамическом расширении. Таким образом, начальные условия инвариантны относительно лоренц-преобразований вдоль оси  $z$ . Поэтому будем искать решения уравнений (9.36), (9.37), зависящие только от  $\tau$ :  $\epsilon(\tau), S(\tau), T(\tau)$ .

Подставляя  $v_z = z/t$  в выражение для 4-скорости, получим:

$$u^\mu = \frac{1}{\sqrt{1-v_z^2-v_r^2}}(1, v_z, 0, 0) = \left( \frac{t}{\tau}, \frac{z}{\tau}, 0, 0 \right) = (\cosh \eta, \sinh \eta, 0, 0), \quad (9.39)$$

Сравнение с выражением (9.34) позволяет заключить, что быстрота элемента жидкости совпадает с пространственно-временной быстротой  $\eta$ . При  $\eta = \theta$  уравнения (9.36) имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \tau \frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau} + \varepsilon + p = 0; \\ \frac{\partial p}{\partial Y} = 0. \end{cases} \quad (9.40)$$

Уравнение для энтропии

$$\tau \frac{\partial S}{\partial \tau} + S = 0 \quad (9.41)$$

имеет решение

$$\frac{S}{S_0} = \frac{\tau_0}{\tau}. \quad (9.42)$$

Как видно, при интегрировании по трехмерному объему  $d^3x = \tau dY d^2x_i$ , энтропия, приходящаяся на заданный интервал быстрот, остается постоянной при гидродинамическом расширении. Это утверждение, однако, не справедливо для процесса превращения кварк-глюонной плазмы в адронную фазу.

В координатах  $(\tau, \eta)$  уравнение для температуры

$$C_s^2 = \tau \partial_\tau T = 0, \quad (9.43)$$

где  $C_s$  — скорость звука в ядерной материи:

$$C_s^2 = \frac{\partial p}{\partial \varepsilon}. \quad (9.44)$$

Интегрирование уравнения (9.43) дает:

$$T = T_0 \left( \tau_0 / \tau \right)^{C_s^2}. \quad (9.45)$$

Для идеального газа безмассовых частиц  $C_s = 1/\sqrt{3}$ , поэтому температура убывает медленнее, чем плотность энтропии. Фактически предсказываемое убывание температуры и плотности энергии может быть еще более медленным, поскольку пренебрегалось поперечным расширением ядерной материи.

В скейлинговых переменных эволюция ядерной материи имеет вид, показанный на рис. 9.15. При  $0 \leq \tau \leq \tau_i$  ядерное вещество находится в неравновесном состоянии, в области  $Q(\tau_i < \tau < \tau_Q)$  — в фазе равновесной кварк-глюонной плазмы, М — смешанная фаза из кварков, глюонов и адронов, Н — адронный газ. При  $\tau = \tau_f$  сис-

тема распадается на не взаимодействующие вторичные адроны.

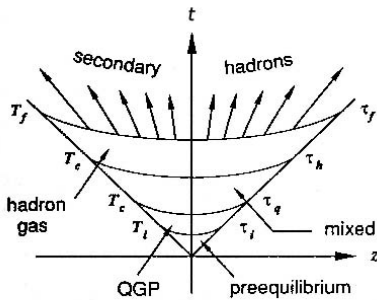


Рис. 9.15. Эволюция ядерной материи в скейлинговых переменных

Легко видеть, что скейлинговые решения уравнений релятивистской гидродинамики приводят к равномерному распределению вторичных частиц по быстройтам — плато Фейнмана. Из рис. 9.15 очевидны трудности экспериментального детектирования эффектов образования кварк-глюонной плазмы. Действительно, время жизни КГП  $\tau \approx \tau_Q$ , эта величина оказывается гораздо меньше времени  $\tau_f$ .

Поэтому сигналы КГП в значительной степени «маскируются» испусканием частиц из адронной и смешанной фаз.

### 9.2.3. Начальная плотность энергии термализованной ядерной материи

Рассмотрим центральное (с прицельным параметром, равным нулю) столкновение двух одинаковых ядер с массовым числом  $A$ , имеющих в системе центра масс лоренц-фактор  $\gamma$  ( $\gamma = E/m \gg 1$ , где  $m$  — масса нуклона,  $E$  — энергия, приходящаяся на нуклон). В продольном направлении ядра испытывают лоренц-сжатие до размеров  $2R_A/\gamma \approx 2A^{1/3}/m_\pi\gamma$ , где  $R_A$  — радиус ядра  $A$  и  $m_\pi$  — масса пи-мезона. В начальный момент  $t=0$  нуклоны сталкивающихся ядер взаимодействуют между собой, образуя адронный фибрбол. В последующие моменты времени фибрбол расширяется со скоростью порядка скорости света. Оценим начальную плотность энергии фибрбола в столкновениях релятивистских тяжелых ионов.

Для простоты заменим ядро «нуклоном», движущимся с лоренц-фактором  $\gamma$ . При энергиях SPS высота плато в распределении вторичных частиц по быстройтам составляет  $\frac{dn_{ch}}{dy} \approx 3$ , где  $n_{ch}$  — число заряженных вторичных частиц.

Предполагая, что средняя энергия, приходящаяся на одну частицу в центральной области быстрой,  $\langle E \rangle \approx 400$  МэВ и отношение числа нейтральных частиц к заряженным  $n_0/n_{ch} \approx 0.5$ , находим плотность энергии в интервале быстрой от  $y$  до  $y + dy$ :

$$\frac{d\langle E \rangle}{dy} \approx \frac{3}{2} \frac{dn_{ch}}{dy} \langle E \rangle \approx 1.8 \text{ ГэВ}. \quad (9.46)$$

Если налетающие частицы не нуклоны, а ядра, то в приближении невзаимодействующих нуклонов предыдущее выражение следует умножить на число нуклонов  $A$ . Оценим плотность энергии фэйрбола, толщина которого  $2\Delta x$ , между двумя плоскими слоями, движущимися со скоростями  $v = \pm \frac{\Delta x}{\Delta t}$ . Согласно скейлинговому решению, обсуждавшемуся выше, вторичные адроны будут ограничены интервалом быстрой  $\Delta y = 2 \operatorname{arctanh} \left( \frac{\Delta x}{\Delta t} \right) \approx 2 \frac{\Delta x}{\Delta t}$ . Тогда энергия частиц

$$E = A \frac{d\langle E \rangle}{dy} \Delta y. \quad (9.47)$$

Чтобы найти начальную плотность энергии  $\varepsilon_i$ , надо разделить энергию  $E$  на начальный объем:  $\varepsilon_i = E/V_i$ . В скейлинговых переменных элемент 4-мерного объема

$$d^4x = d^2x_i d\chi d\tau d\tau. \quad (9.48)$$

Интегрируя  $d^4x$  по  $\chi$  в пределах  $\pm \Delta y/2$ , получим:

$$V_i = \pi R_A^2 \tau_i \Delta y, \quad (9.49)$$

где  $\pi R_A^2$  — площадь поперечного сечения сталкивающихся ядер ( $R_A \approx 1.2 \cdot A^{1/3}$  фм). Тогда начальная плотность энергии фэйрбола

$$\varepsilon_i \approx \frac{A^{1/3}}{4.5 \text{ фм}} \frac{d\langle E \rangle}{dy} \frac{1}{\tau_i}. \quad (9.50)$$

При столкновении ядер свинца начальная плотность энергии для значений времени  $\tau_i \approx 1$  фм составляет

$$\varepsilon_i \approx 5 \frac{\text{ГэВ}}{\text{фм}^3}. \quad (9.51)$$

Эта плотность энергии примерно на порядок величины больше нуклонной плотности энергии в ядрах, и как было отмечено в первой главе, при таких плотностях энергии следует ожидать перехода ядерной материи в фазу кварк-глюонной плазмы.

Важной особенностью формулы (9.50) для плотности энергии является ее пропорциональность  $A^{1/3}$ . Причина такой зависимости состоит в том, что в начальный момент гидродинамического расширения вклад в плотность энергии дают  $A^{1/3}$  пар нуклонов. Важными являются вопросы:

- 1) в каком объеме образуется ядерный фэйрбол?
- 2) достаточны ли энергии имеющихся ускорителей для формирования плотностей энергии согласно выражения (9.51)?

Например, для SPS коллайдера ЦЕРН характерные энергии в системе центра масс  $\sim 500$  ГэВ. Если вся имеющаяся энергия трансформируется в тепловую энергию фэйрбола и плотность энергии достигает значений согласно формуле (9.51), то объем фэйрбола должен составлять  $V_i \approx 500 \text{ фм}^3$ . Эта величина сравнима с объемом тяжелых ядер (типа свинца). Однако имеющаяся энергия столкновения не полностью трансформируется в тепловую энергию фэйрбола, поскольку заметная доля энергии переносится лидирующими частицами, не входящими в состав фэйрбола. Это обстоятельство понижает оценку плотности энергии примерно в два раза, если вторичные лидирующие частицы несут  $\sim 50\%$  энергии сталкивающихся частиц. С другой стороны, для повышения начальной плотности энергии следует отбирать центральные столкновения ядер, т.е. иметь специальный экспериментальный триггер на такие события.

#### 9.2.4. Начальная плотность энтропии

В этом разделе попытаемся связать начальную температуру  $T_i$  ядерного фэйрбола с характеристиками вторичных адронов и оценить времена  $\tau_Q$ ,  $\tau_H$  и  $\tau_f$  в предположении сохранения энтропии в процессе расширения.



Условие сохранения энтропии означает отсутствие диссипации в процессе расширения. Заметим, что это предположение не означает, что взаимодействие между кварками и глюонами мало. Как известно, условие идеальности ядерной жидкости применимо тогда, когда характеристические времена и длины свободного пробега частиц (кварков, антикварков и глюонов) удовлетворяют условиям:

$$\begin{cases} \tau \ll t, \\ \lambda \ll L, \end{cases} \quad (9.52)$$

где  $t$  и  $L$  — временные и масштабные факторы, на которых такие гидродинамические величины, как плотность энергии, давление и т. д. испытывают значительные изменения. В какой степени эти условия выполнимы в столкновениях релятивистских ионов? Так как характерная длина свободного пробега кварков  $\lambda \leq 1$  фм, а размер системы в поперечном направлении  $R_A \sim A^{1/3}$  фм, условие (9.52) выполняется с хорошей точностью. Характерные времена взаимодействия кварков и глюонов  $\tau \sim 1$  фм, поэтому первое из условий (9.52) также выполняется с разумной точностью, если учесть, что время  $t \sim 10$  фм — порядка времени взаимодействия ядер. Используя уравнение состояния идеальной кварк-глюонной плазмы, найдем для плотности энтропии

$$s = \frac{(\varepsilon + p)}{T} = \frac{dp}{dT} = 4\pi^2 g_Q T^3. \quad (9.53)$$

Согласно скейлинг-решению, плотность энтропии зависит от собственного времени  $s(x, t) = s(\tau)$ , тогда в момент времени  $\tau$  полная энтропия  $S = s(\tau)V(\tau)$ , где  $V(\tau) = \int d^4x' \delta(\tau - \tau')$ . Интегрируя по  $d^4x'$ , получим  $V(\tau) = \pi R_A^2 \tau \cdot 2Y_m$ . Поэтому

$$S = \pi R_A^2 \cdot 2Y_m s(\tau) \tau = \pi R_A^2 4\pi^2 g_Q T^3 \tau \cdot 2Y_m. \quad (9.54)$$

Для того чтобы связать энтропию  $S$  с наблюдаемыми величинами, предположим, что кварк-глюонная плазма расширяется в смешанной и адронной фазах адиабатически, т. е. с сохранением энтропии. Так как в адронной фазе пионный газ имеет уравнения состояния (9.1)–(9.3), то по аналогии с (9.54) имеем в этой фазе

$$S = 4\pi^2 g_H \pi R_A^2 2Y_m T^3 \tau, \quad (9.55)$$

где  $\tau > \tau_H$ . В частности, в момент распада фэйрбола на наблюдаемые адроны ( $\tau = \tau_f$ ):

$$S/2Y_m \approx \frac{dS}{dy} \approx c \frac{dn_\pi}{dy}, \quad (9.56)$$

где  $c \approx 3.6$ ;  $\frac{dn_\pi}{dy}$  — распределение по быстротам  $\pi$ -мезонов, рожденных в ион-ионных взаимодействиях.

Сравнивая выражения (9.54) и (9.56), получаем соотношение, связывающее плотность энтропии с наблюдаемыми величинами [9.24]:

$$s_i = \frac{c}{\tau_i} \frac{1}{\pi R_A^2} \frac{dn_\pi}{dy} = \frac{1.2 \text{ fm}^{-2}}{\tau_i A^{2/3}} \frac{dn_\pi}{dy}. \quad (9.57)$$

Заметим, что плотность энтропии можно определить только в состоянии локального термодинамического равновесия, в то время как плотность энергии можно определить и в неравновесном состоянии. Из выражения (9.57) находим связь начальной температуры с  $\tau_i$ :

$$T_i = \left[ \frac{1.2 \text{ fm}^{-2}}{4\pi^2 g_Q \tau_i A^{2/3}} \frac{dn_\pi}{dy} \right]^{1/3}. \quad (9.58)$$

Время термализации КГП  $\tau_i$  может зависеть, в частности, от массового числа ядра. Например, в параметризации [9.25]  $\tau_i^{AA} = \tau_i^{pp} / A^\delta$ ,  $0 < \delta < 1/3$  и  $\tau_i^{pp} = 0.5$  фм. Точность этих оценок времени  $\tau_i$  составляет порядок величины. Тогда из уравнения (9.58) следует, что  $T_i$  определяется с точностью до фактора два.

Например, при столкновениях ядер  $^{16}\text{O}$  с ядрами  $\text{Pb}$  при энергиях ЦЕРН [9.24] плотность рожденных  $\pi$ -мезонов составляет  $\frac{dn_\pi}{dy} \approx 42$ . Тогда получаем для времени термализации  $\tau_i = 0.1$  фм,  $T_i \approx 320$  МэВ и начальную плотность энергии  $\varepsilon_i \approx 17$  ГэВ/фм<sup>3</sup>. Время жизни в кварковой фазе  $\tau_Q = 0.8$  фм,  $T_c = 160$  МэВ. Для адронной фазы  $\tau_f \approx 14$  фм,  $T_f \approx m_\pi \approx 140$  МэВ. Как видно из этих

оценок, время жизни системы в кварковой фазе гораздо меньше, чем в адронной фазе, поэтому весьма непросто выделить сигналы КГП на фоне смешанной и адронной фаз.

### 9.2.5. Статистическая модель рождения частиц в столкновениях тяжелых ионов

Как известно, равновесное поведение термодинамических величин можно получить путем усреднения по статистическому ансамблю. При этом равновесное термодинамическое состояние ансамбля — это такое состояние, в котором плотность в фазовом пространстве однородна. В этом смысле однородное заполнение фазового пространства является необходимым и достаточным условием равновесия.

Основная величина, необходимая для вычисления выходов частиц в столкновениях тяжелых ионов при статистическом подходе — производящий функционал  $z(T, V)$ . В каноническом ансамбле для частицы  $i$ , несущей странность  $s_i$ , барионное число  $B_i$ , электрический заряд  $Q_i$  и спин-изоспиновый фактор  $g_i = (2J_i + 1)(2I_i + 1)$  производящий функционал

$$\ln z_i = \pm \frac{V g_i}{2\pi^2} \int_0^\infty dp p^2 \ln \left[ 1 \pm \exp \left( -\frac{E_i - \mu_i}{T} \right) \right], \quad (9.59)$$

где знак “+” соответствует фермионам, а “-” — бозонам.

Тогда плотность частиц

$$\mu_i = \mu_b B_i + \mu_s S_i + \mu_{3i} I_{3i}, \quad (9.60)$$

где  $T$  — температура,  $E_i = \sqrt{p^2 + m_i^2}$  — полная энергия,  $\mu_i = \mu_b B_i + \mu_s S_i + \mu_{3i} I_{3i}$  — химический потенциал, связанный с химическими потенциалами барионного заряда, странности и электрического заряда. При этом предполагается сохранение барионного заряда  $V \sum_i n_i B_i = Z + N$ , странности  $V \sum_i n_i S_i = 0$  и электрического

заряда  $V \sum_i n_i I_{3i} = \frac{Z - N}{2}$ .

Эти ограничения оставляют только два свободных параметра модели — температуру  $T$  и барионный химический потенциал  $\mu_b$ . На самом деле, конечно, не определен объем системы, и поэтому следует сравнивать отношения выходов различных частиц, которые от объема не зависят.

Очевидно, что большой канонический ансамбль — это простейшая реализация статистического подхода, приемлемая для систем с большим числом рожденных частиц. Однако для небольших систем (например, рожденных в периферических ядро-ядерных столкновениях) или при столкновениях ядер при низких энергиях описание системы каноническим ансамблем является более адекватным. Переход от большого канонического ансамбля к каноническому ансамблю приводит к уменьшению числа частиц («каноническое подавление»). Например, в каноническом подходе хорошо описываются выходы частиц в  $e^+e^-$ -аннигиляции, хотя необходимо ввести феноменологический фактор подавления странности.

На рис. 9.16 представлены отношения выходов различных частиц в Pb+Pb столкновениях при энергиях 158 ГэВ/нуклон (ЦЕРН). Как оказалось, экспериментальные данные хорошо описываются в статистическом подходе, если использовать параметры  $T = (170 \pm 5)$  МэВ,  $\mu_b = (225 \pm 10)$  МэВ. На рис. 9.17 изображены отношения выходов частиц в условиях RHIC (при энергиях 130 и 200 ГэВ/нуклон).

В этом случае данные описываются статистической моделью, если выбрать параметры  $T = 176$  МэВ и  $\mu_b = 30 \div 40$  МэВ.

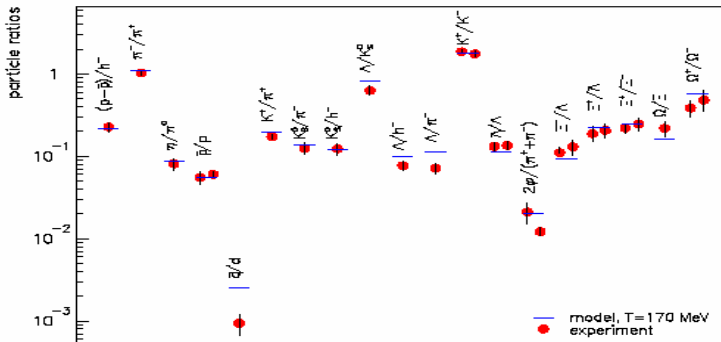


Рис. 9.16. Отношения выходов частиц в Pb+Pb столкновениях при энергиях 158 ГэВ/нуклон (ЦЕРН)

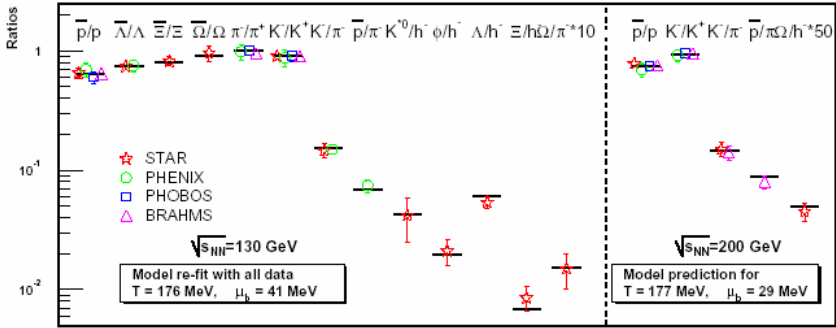


Рис. 9.17. Отношения выходов частиц в условиях RHIC

Если нанести извлеченные из экспериментальных данных значения  $T$  и  $\mu_b$  на фазовую диаграмму ядерной материи, то она будет выглядеть так, как представлено на рис. 9.18.

На этом рисунке извлеченные из экспериментальных данных значения  $(T, \mu_b)$  изображены точками, приведены также траектории, на которых происходит вымораживание адронного газа, соответствующие постоянной плотности энергии ( $\varepsilon = 500 \text{ МэВ/фм}^3$ ) и постоянной барионной плотности ( $n_b = 0.12 \text{ фм}^{-3}$ ). Граница между адронной материей и кварк-глюонной плазмой, рассчитанная в решеточной КХД, обозначена (LQCD). Квадратики определяют положения критических точек для различных способов вычислений в решеточной теории [9.26].

Как видно из рис. 9.18 при энергиях SPS извлеченные из экспериментальных данных параметры  $(T, \mu_b)$  близки к фазовой границе, полученной в решеточных вычислениях. Означает ли это, что уже при энергиях SPS достигается равновесие? Как отмечено в работе [9.27] скорости столкновений частиц и временные масштабы рас-

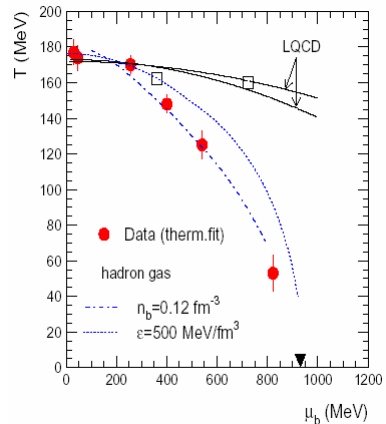


Рис. 9.18. Фазовая диаграмма по данным термальной модели

ширения адронной материи не позволяют сделать вывод об установлении равновесия при энергиях SPS, хотя наличие фазового перехода при этом не исключается.

### 9.3. Корреляции между поперечной энергией и прицельным параметром в столкновениях релятивистских тяжелых ионов

#### 9.3.1. «Жесткая» и «мягкая» компоненты поперечной энергии

Как видно из (9.50), начальная плотность энергии пропорциональна  $A^{1/3}$  для центральных столкновений ядер (с прицельным параметром, равным нулю). Для нецентральных соударений зависимость плотности энергии от массового числа гораздо слабее, чем  $A^{1/3}$ . Таким образом, наибольших  $\varepsilon_i$  следует ожидать именно в центральных соударениях. Но как экспериментально отбирать эти соударения, ведь прицельный параметр не является величиной, непосредственно измеряемой в столкновениях ионов?

В этом случае нужно найти измеряемую величину, которая бы коррелировала с прицельным параметром. В этой главе обсуждается метод косвенного измерения прицельного параметра по поперечной энергии в столкновении  $E_{\perp} = \sum E_{\perp i}$ , где суммирование производится по всем частицам в событии  $E_{\perp i} = \sqrt{m_i^2 + p_{\perp i}^2}$ ,  $m_i$  и  $p_{\perp i}$  — масса и поперечный импульс  $i$ -й частицы.

Отметим, что кроме измерения поперечной энергии в событии, существуют и другие методы определения прицельного параметра. В работе [9.28] предлагается извлекать прицельный параметр путем регистрации ядерных осколков после развала ядра в калориметре, установленном под углом  $M_R$  к оси сталкивающихся пучков (ZDC калориметр).

В формировании поперечной энергии вносит вклад как «жесткая», так и «мягкая» составляющие в столкновении. «Жесткая» компонента обусловлена столкновениями кварков и глюонов с характерными переданными импульсами, превышающими  $p_0 \approx 1-2$  ГэВ/с — это масштаб, при котором применима теория возмущений КХД. «Мягкие» процессы с характерными  $p_{\perp} < p_0$ ,

также дающие вклад в поперечную энергию, не описываются в рамках пертурбативной КХД, и их учет должен проводиться феноменологически. Будем предполагать, что «мягкая» часть протон-протонного сечения  $\sigma_s^{pp} = \sigma_{\text{неупр}}^{pp}$ , где  $I+I$  — сечение неупругого  $pp$ -взаимодействия. Если жесткая компонента сечения в столкновениях ядер  $A$  и  $B$  формируется за счет независимых партон-партонных взаимодействий, то среднее число жестких столкновений как функция прицельного параметра  $b$  представляется в виде суммы по всем типам партонов  $f$  (кваркам, антикваркам и глюонам):

$$\bar{N}_{AB}^H(b) = \sum_f \bar{N}_{AB}^f(b, \sqrt{s_{NN}}, p_0), \quad (9.61)$$

где

$$\bar{N}_{AB}^f(b, \sqrt{s_{NN}}, p_0) = 2 \frac{d\sigma_{AB}^f(\sqrt{s_{NN}}, p_0)}{d^2b}, \quad (9.62)$$

и сечение  $\frac{d\sigma_{AB}^f}{d^2b}$  рождения партона сорта  $f$  вычисляется в теории возмущений КХД [9.29]. Тогда распределение по поперечной энергии  $E_{\perp}$  можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^H}{dE_{\perp}} &= \int d^2b \sum_{N=1}^{\infty} \frac{[\bar{N}_{AB}^H(b)]^N}{N!} \exp[-\bar{N}_{AB}^H] \\ &\int \prod_{i=1}^N dE_{\perp i} \frac{1}{\sigma_H^{pp}} \frac{d\sigma_H^{pp}}{dE_{\perp i}} \delta\left(E_{\perp} - \sum_{i=1}^N E_{\perp i}\right). \end{aligned} \quad (9.63)$$

Как показано в работе [9.30], при числе жестких столкновений  $\bar{N}_{AB}^H \geq 5 \div 7$ , распределение (9.63) при фиксированном значении прицельного параметра хорошо аппроксимируется распределением Гаусса:

$$\frac{d\sigma_H}{dE_{\perp}} = \int d^2b \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_H^2(b)}} \exp\left[-\frac{(E_{\perp} - \bar{E}_{\perp H}^{AB}(b))^2}{2\sigma_H^2(b)}\right], \quad (9.64)$$

где средняя поперечная энергия  $\bar{E}_{\perp H}^{AB}(b)$  и дисперсия  $\sigma_H(b)$  пропорциональны, соответственно, первому и второму  $E_{\perp}$  моментам сечений жестких процессов [9.31].

Мягкая компонента пропорциональна числу нуклон-нуклонных столкновений:

$$\bar{N}_{AB}^s = T_{AB}(b)\sigma_s^{pp}, \quad (9.65)$$

где  $\sigma_s^{pp} \approx 30$  мбн для энергий SPS в ЦЕРН и  $\sigma_s^{pp} \approx 60$  мбн для энергий LHC, а  $T_{AB}(b)$  — функция ядерного перекрытия, учитывающая геометрию столкновений ядер  $A$  и  $B$ :

$$T_{AB}(b) = \int d^2r T_A(r) T_B(\vec{b} - \vec{r}). \quad (9.66)$$

Функция локальной ядерной толщины

$$T_A(\vec{r}) = \int dz \rho_A(z, \vec{r}). \quad (9.67)$$

Например, для центральных столкновений одинаковых ядер  $T_{AA}(0) \approx A^2/\pi R^2 \approx A^{4/3}$ .

Поскольку мягкая компонента в формуле (9.65) очень слабо зависит от энергии, обычно предполагается, что мягкая и жесткая составляющие разделяются на протон-протонном уровне и поэтому являются не зависимыми друг от друга при любом прицельном параметре.

Тогда средняя поперечная энергия и ее стандартное отклонение имеют вид:

$$\begin{aligned} \bar{E}_{\perp}^{AB}(b) &= \bar{E}_{\perp H}^{AB} + T_{AB}(b)\varepsilon_0, \\ \sigma^2(b) &= \sigma_H^2 + T_{AB}(b)\varepsilon_1, \end{aligned} \quad (9.68)$$

где  $\varepsilon_0$  и  $L_{\gamma\gamma}$  извлекаются из данных по распределениям поперечной энергии при энергиях SPS. В табл. 9.1 приведены данные по первому и второму  $E_{\perp}$  моментам мягкой компоненты для детекторов STAR и PHENIX на RHIC и ALICE, CMS на LHC. Видно, что для LHC жесткая компонента превосходит мягкую на порядок величины. Для RHIC вклад мягкой составляющей в  $L_{\gamma\gamma}$  соизмерим с жесткой и даже несколько превышает ее.



Таблица 9.1

Эксперимент	$\varepsilon_0$ (мбн ГэВ)	$b = \sqrt{b_1^2 + b_2^2 - 2b_1 b_2 \cos \phi}$ (мбн ГэВ <sup>2</sup> )
CMS	144	960
ALICE	60	200
STAR	27	10.5
PHENIX	90	35

### 9.3.2. Определение прицельного параметра столкновения ядер в экспериментах на RHIC

На рис. 9.19 представлены нормированные на единицу плотности вероятностей того, что в столкновении ядер золота на ускорителе RHIC в калориметре STAR (PHENIX) будет зарегистрировано событие с поперечной энергией  $E_{\perp} = 500(200)$  ГэВ. Из графиков видно, что столкновение при указанных поперечных энергиях должно произойти с прицельным параметром  $b \approx R$ . Точность определения прицельного параметра составляет  $\approx 0.6$  фм для установки STAR и  $\approx 1$  фм для PHENIX. Оказывается, что, отбирая поперечную энергию в определенных интервалах ее значений, можно выделять столкновения ядер в определенных интервалах прицельного параметра. Эти корреляции весьма важны с точки зрения сигналов формирования кварк-глюонной или адронной плазмы в столкновениях релятивистских тяжелых ионов. Дело в том, что наибольшие плотности энергии следует ожидать в центральных столкновениях, поэтому интенсивность сигналов нагретой материи убывает в периферических столкновениях, отбор которых производится по корреляциям между  $L_{AA}$  и прицельным параметром.

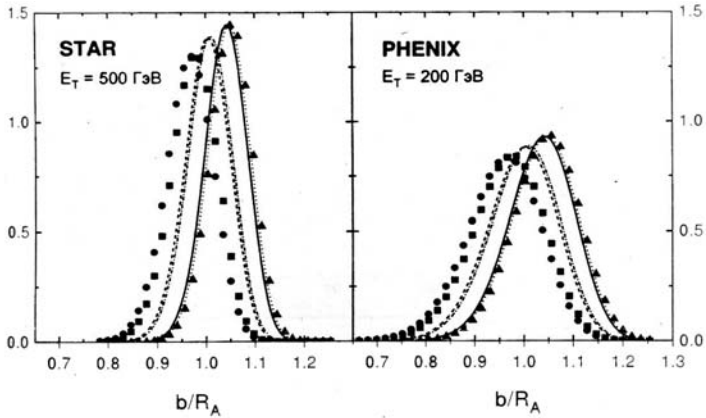


Рис. 9.19. Плотность вероятности события с заданной поперечной энергией как функция прицельного параметра

На ускорителе RHIC в установках STAR и PHENIX прицельный параметр определяют следующим образом. Эти установки содержат ZDC (Zero Degree Calorimeter), расположенные на расстоянии нескольких десятков метров от точки взаимодействия пучков, т. е. находятся за пределами влияния магнитного поля установки. Напомним, что в калориметре определяют энергию нейтральных частиц, в большинстве случаев это нейтроны, которые практически не рассеиваются после взаимодействия ядер.

Корреляция ZDC сигнала с множественностью событий служит характеристикой геометрии столкновения ядер. В периферических столкновениях, при большом прицельном параметре, образуется только несколько нейтронов и, соответственно, множественность в таком событии невелика. В более центральных столкновениях, при уменьшении прицельного параметра, количество образованных нейтронов быстро растет, достигая насыщения и затем уменьшается при малых прицельных параметрах. В то же время множественность события увеличивается при уменьшении прицельного параметра. Таким образом, в центральных столкновениях получаем несколько нейтронов и высокую множественность в событии.

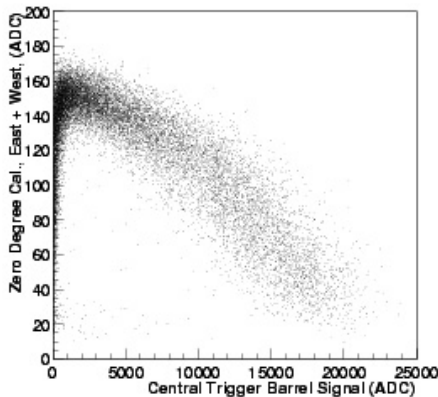


Рис. 9.20. Корреляция между сигналами в ZDC и CTB

максимальное энерговыделение в ZDC) и множественностью событий в BBC (Beam-Beam Counters), измеряющих число частиц, в эксперименте PHENIX [9.33]. Основываясь на корреляции рис. 9.21, полное геометрическое сечение может быть разбито на бины (как показано линиями на рисунке), содержащие определенный процент «центральности», т. е. они показывают долю событий в фиксированных интервалах прицельного параметра (например, бину с 0–5% соответствуют центральные столкновения с прицельным параметром  $b < 1$  фм).

На рис. 9.20 для эксперимента STAR показана корреляция между энерговыделением в ZDC и множественностью событий в центральном триггерном калориметре CTB (Central Trigger Barrel), измеряющем поперечную энергию заряженных частиц [9.32]. Таким образом, корреляция между CTB и ZDC может быть использована как триггер для определения «центральности».

На рис. 9.21 показаны корреляции между сигналом от ZDC (нормированным на

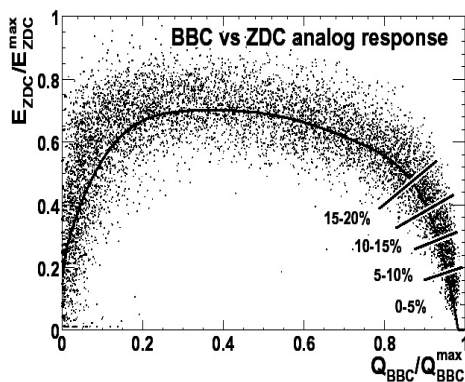


Рис. 9.21. Корреляция между сигналами в ZDC и BBC

## 9.4. Экспериментальные сигналы образования нагретой и сжатой ядерной материи в столкновениях релятивистских тяжелых ионов

### 9.4.1. Экспериментальные сигналы, чувствительные к природе фазового перехода

В этом разделе будут описаны экспериментально измеряемые величины, чувствительные к природе фазового перехода в ядерной материи, в частности, к порядку фазового перехода. Основными характеристиками вторичных частиц являются их распределения по быстротам и поперечным импульсам. Для извлечения уравнения состояния требуется определить измеряемые величины, связанные с термодинамическими переменными  $\varepsilon(T, \mu)$ ,  $s(T, \mu)$  или  $p(T, \mu)$ . Сигналом фазового перехода 1-го рода в конечном объеме ядерного фейербола может быть быстрый рост эффективного числа степеней свободы в небольшом ( $\sim 10$  МэВ) интервале температур. Число степеней свободы содержат величины  $s/T^3$  или  $\varepsilon/T^4$ , поэтому нужно определить экспериментально измеряемые величины, связанные с  $s$ ,  $\varepsilon$ ,  $p$  и  $T$ . Оказывается, что температура и давление определяются по среднему поперечному импульсу вторичных адронов  $\langle p_{\perp} \rangle$ , а энергия и энтропия — по распределению частиц по быстротам.

Ниже будет показано, как связаны  $\frac{dN}{dY}$  с начальной плотностью энтропии  $s_0$  и начальной плотностью энергии  $\varepsilon_0$ . Будет видно, что зависимость среднего поперечного импульса  $\langle p_{\perp} \rangle$  вторичных частиц от  $\frac{dN}{dY}$  соответствует зависимости  $T$  от  $s$  или  $T$  от  $\varepsilon$ . Отметим, что выполяживание зависимости  $\langle p_{\perp} \rangle$  от  $\frac{dN}{dY}$  предложено Ван Ховом [9.34] в качестве сигнала фазового перехода.

**Измерение энтропии.** Основная идея — попытаться связать плотность энтропии с плотностью частиц в конечном состоянии. Вторичные частицы, в основном, составляют  $\pi$ -мезоны. Поскольку

$\pi$ -мезоны в масштабах адронных масс практически безмассовые, их энтропия  $s$  пропорциональна числу  $\pi$ -мезонов  $N$ . В частности, для плотностей имеем

$$s = \alpha n \quad (9.69)$$

где  $\alpha \approx 3.6$  для безмассовых  $\pi$ -мезонов. Распределение по быстротам можно получить интегрированием плотности частиц. Если элемент 4-объема выразить через  $\eta$  и собственное время  $\tau$ , то

$$N = \int n d^4 x = \int n \tau d\tau d\eta d^2 x_t. \quad (9.70)$$

Тогда число частиц, приходящихся на единицу быстроты в момент времени  $\tau_f$ :

$$\frac{dN}{d\eta} = \int n(\tau_f, \eta, x_t) \tau_f d^2 x_t. \quad (9.71)$$

Из уравнений (9.42), (9.69) следует:

$$\frac{dN}{d\eta} = \int d^2 x_t \tau_f \frac{1}{\alpha} s(\tau_f, \eta, x_t) = \int d^2 x_t \tau_0 \frac{1}{\alpha} s_0(\tau_0, \eta, x_t). \quad (9.72)$$

Если начальная плотность энтропии  $s_0$  не зависит от поперечной координаты  $x_t$ , то распределение частиц по быстротам в конечном состоянии пропорционально плотности энтропии в начальном состоянии:

$$\frac{dN}{d\eta} = \tau_0 \frac{1}{\alpha} s_0(\tau_0, \eta) A_t, \quad (9.73)$$

где  $A_t = \pi R^2$  — площадь поперечного сечения ядра. Например, множественность на единицу быстроты при центральном соударении ядер  $^{16}\text{O}$  (с радиусом  $R \approx 3$  фм) составляет примерно 150. Если время  $\tau_0 \approx 1$  фм, то начальная плотность энтропии  $s_0 \approx 20$  фм $^{-3}$ .

**Измерение плотности энергии.** Для того, чтобы получить выражение для начальной плотности энергии  $\varepsilon_0$ , подобное (9.73), нужно иметь соотношения, связывающие  $s_0$  и  $\varepsilon_0$  и  $\varepsilon_0$  и  $T_0$ , а затем исключить из них начальную температуру  $T_0$ . Из термодинамического выражения  $\varepsilon + p = Ts$  и уравнения состояния модели мешков имеем:

$$(\varepsilon_0 - B)(1 + C_s^2) = T_0 s_0, \quad (9.74)$$

где фактор  $1/3$  для безмассового газа частиц заменен на  $C_s^2$ , квадрат скорости звука в ядерной материи. Отметим, что, как и ранее в модели мешков,

$$\varepsilon_0 - B = gT_0^4. \quad (9.75)$$

Фактор  $g$  для безмассовых  $u$ -,  $d$ -кварков, антикварков и глюонов равен:

$$g = \frac{\pi^2}{30} \left( \frac{7}{8} \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 + 2 \times 8 \right) = 111 \frac{\pi^2}{90}. \quad (9.76)$$

Различные факторы в этом выражении соответствуют спиновым состояниям кварков, антикварков, цветам, ароматам, глюонным степеням свободы;  $7/8$  возникает за счет квантовой статистики Ферми—Дирака. Тогда из формул (9.74), (9.75) имеем:

$$\varepsilon_0 = B + g \left[ \frac{\alpha}{A_t(1 + C_s^2) g \tau_0} \frac{dN}{d\eta} \right]^{1+C_s^2}. \quad (9.77)$$

Это выражение связывает распределение вторичных частиц по быстротам с начальной плотностью энергии  $\varepsilon_0$ .

**Распределение частиц по поперечному импульсу.** Рассмотрим сначала связь между средним поперечным импульсом вторичных частиц  $\langle p_\perp \rangle$  и  $E/S$ . В системе покоя элемента жидкости распределение по импульсам частиц изотропно. Для ультрарелятивистской жидкости полный импульс равен энергии, поэтому средний поперечный импульс пропорционален энергии, приходящейся на одну частицу:

$$\langle p_\perp \rangle = \frac{\pi}{4} \frac{E}{N}. \quad (9.78)$$

Если заменить  $E$  и  $N$  соответствующими плотностями и выразить плотность частиц  $n$  через плотность энтропии, то получим:

$$\langle p_\perp \rangle = \frac{\alpha \pi}{4} \frac{\varepsilon}{s}. \quad (9.79)$$

Это выражение определяет зависимость  $\langle p_\perp \rangle$  от температуры через отношение  $\frac{\varepsilon}{s}$ . Когда  $\frac{\varepsilon}{s}$  вычисляется в модели мешков, то  $\langle p_\perp \rangle \sim (s_0/s_c)^{1/3}$ , где  $s_c$  — критическая плотность энтропии. При

$s_0 \approx s_c$  средний поперечный импульс как функция  $(s_0/s_c)^{1/3}$  или  $\frac{dN}{dY}$  будет выполаживаться. Поэтому наличие «полочки» в зависимости  $\langle p_{\perp} \rangle$  от  $\frac{dN}{dY}$  могло бы свидетельствовать о существовании фазового перехода. Однако следует иметь в виду, что при наличии как продольного, так и поперечного расширения соотношение (9.79) уже не применимо.

Поперечное расширение может стать существенным как до, так и после распада жидкости на не взаимодействующие частицы. Если система распадается на не взаимодействующие частицы до того, как наступает поперечное расширение, то  $\langle p_{\perp} \rangle$  не чувствителен к уравнению состояния и отражает свойства системы вблизи точки кинетического вымораживания (freezeout) — развала на не взаимодействующие частицы.

**Энтальпия и давление.** Средний поперечный импульс  $\langle p_{\perp} \rangle$  можно найти, используя решения гидродинамических уравнений. Средний поперечный импульс записывается через среднюю поперечную быстроту  $Y_T$  теплового движения и быстроту  $\theta$  элемента жидкости

$$\langle p_{\perp} \rangle = m_{\pi} \sinh(Y_T + \theta). \quad (9.80)$$

Энтальпия системы находится по  $\langle p_{\perp} \rangle$ , если быстрота элемента жидкости  $\theta$  зависит от системы в начальном состоянии [9.22]:

$$\theta_R = \frac{C_s}{1 + C_s^2} \ln \frac{\varepsilon_0 + p_0}{\varepsilon + p}, \quad (9.81)$$

где  $\theta_R$  находится из решения гидродинамических уравнений. Подставляя (9.81) в (9.80), получим

$$\langle p_{\perp} \rangle \sim \frac{m_{\pi}}{2} \left( \frac{\varepsilon_0 + p_0}{\varepsilon + p} \right)^{C_s/(1+C_s^2)}. \quad (9.82)$$

Теперь надо выразить правую часть этого выражения через наблюдаемые величины. Средний поперечный импульс зависит от давления системы. Быстрота элемента жидкости есть функция от

плотности энергии в момент развала системы на не взаимодействующие частицы. По аналогии с (9.81) можно записать

$$\theta(\varepsilon_f) = \frac{C_s}{1 + C_s^2} \ln \left( \frac{p_0}{p_f} \right), \quad (9.83)$$

$$\langle p_{\perp} \rangle = \frac{m_{\pi}}{2} e^{Y_T} \left( \frac{p_0}{p_{f^0}} \right)^{C_s/(1+C_s^2)}. \quad (9.84)$$

Измерение  $\langle p_{\perp} \rangle$  иногда называют барометром состояния в столкновениях тяжелых ионов. Если скорость звука и давление в точке развала известны, то измерение  $\langle p_{\perp} \rangle$  позволяет оценить давление  $p_0$  в начальном состоянии. Уравнение (9.84) определяет  $\langle p_{\perp} \rangle$  для адронного газа, состоящего из пионов в пренебрежении продольным расширением. Однако если отношения  $p_0/p_f$  или  $\varepsilon_0/\varepsilon_f$  в выражении (9.84) заменить плотностью распределения пионов по быстротам, то  $\langle p_{\perp} \rangle$  окажется гораздо больше экспериментально измеряемых величин. Дело в том, что часть энергии неизбежно трансформируется в продольное расширение.

Выражения (9.83) и (9.84) представляют собой пример связи между наблюдаемыми величинами ( $\langle p_{\perp} \rangle$ ,  $\frac{dN}{dY}$ ) и величинами, вычисляемыми на пространственно-временных решетках ( $\varepsilon$ ,  $p$  и  $s$ ).

Выполаживание зависимости  $\langle p_{\perp} \rangle$  от  $\frac{dN}{dY}$  означает слабое изменение температуры и давления при резком возрастании плотности энергии и энтропии, т. е. соответствует фазовому переходу первого рода в конечном объеме адронной жидкости. Характерное поведение  $\langle p_{\perp} \rangle$  от  $\frac{dN}{dY}$ , схематично представленное на рис. 9.22, действительно

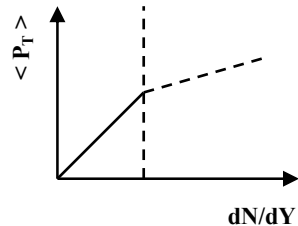


Рис. 9.22. Предсказание зависимости среднего поперечного импульса от множественности



наблюдалось в данных с Тэватрона (Фермилаб, США). На рис. 9.23 показаны зависимости средних поперечных импульсов  $\langle p_{\perp} \rangle$   $K^{\pm}$ - и  $\pi^{\pm}$ -мезонов в  $p\bar{p}$ -аннигиляции как функции зарядовой множественности частиц на единицу быстроты. К сожалению, это не единственное объяснение подобной зависимости  $\langle p_{\perp} \rangle$  от  $\frac{dN}{dY}$ . Выплавивание может быть связано с чисто кинематическими ограничениями, а также с процессами перераспределения партонов и рождения министруй.

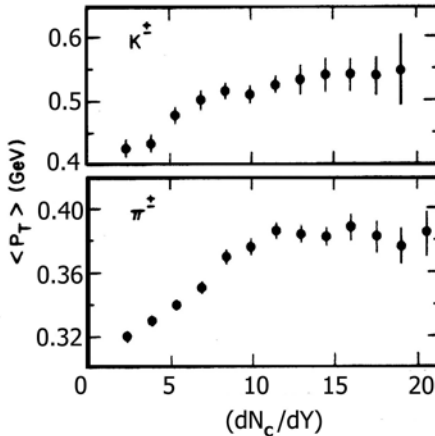


Рис. 9.23. Зависимости средних поперечных импульсов от множественности

#### 9.4.2. Испускание дилептонов в столкновениях релятивистских ядер

Предположим, что начальные плотности энергий в столкновении ядер  $A$  и  $B$  таковы, что происходит образование кварк-глюонной плазмы. Так как размер КГП невелик (порядка радиуса ядер), а сечение электромагнитных процессов мало (по сравнению с сильными взаимодействиями), дилептоны покидают систему практически без взаимодействий и несут информацию о ее состоянии непосредственно в детектор. Дилептоны испускаются на всех стадиях эволюции системы, начиная с предравновесной КГП, и за-

канчивая распадом адронной фазы на не взаимодействующие частицы. Таким образом, в отличие от испускания адронов, выход дилептонов чувствителен ко всем стадиям эволюции. В качестве кинематических переменных, описывающих испускание дилептонов, удобно выбрать инвариантную массу дилептонной пары  $M$ , ее поперечный импульс  $p_{\perp}$  и быстроту  $Y$ . Тогда множественность дилептонов с квадратом инвариантной массы  $M^2$ , поперечным импульсом  $p_{\perp}$  в интервале быстрот  $dY$  можно записать в виде:

$$R = \frac{dN}{dM^2 dp_{\perp} dY} = \int_V d^4x \frac{dN}{d^4x d^4p}, \quad (9.85)$$

где  $R$  — интеграл по 4-объему от скорости рождения дилептонных пар  $dN/d^4x d^4p$  с 4-импульсом  $p$  в пространственно-временной точке  $(\vec{x}, t)$ . Величина  $dN/d^4x d^4p$  зависит от температуры через  $(\vec{x}, t)$ , и, следовательно, от фазового состояния системы. Фазовое же состояние (КГП или адронная фаза) определяет основные механизмы генерации дилептонов через сечения элементарных процессов и структурные функции, входящие в  $dN/d^4x d^4p$ . Структурные функции отражают свойства среды, из которой идет испускание дилептонов — это могут быть кварки, антикварки и глюоны, находящиеся в фазе деконфайнмента или адроны. В выбранной фазе источников дилептонов также может быть несколько. Нас будет в основном интересовать испускание дилептонов равновесной термализованной ядерной материей. Однако существуют и другие механизмы генерации дилептонов — процессы Дрелла—Яна, предравновесные процессы, а также распады резонансов (например  $\rho$ -мезона) в адронной фазе. «Тепловые» дилептоны возникают при партонных соударениях в термализованной материи. Задача состоит в том, чтобы попытаться найти интервал кинематических переменных  $(M, p_{\perp}, Y)$ , в котором доминировало бы «тепловое» испускание дилептонов над другими источниками. В этом интервале величина  $R$  будет чувствительной к кинетике фазового перехода и его порядку.

Предположим, что величина  $R(\vec{x}, t)$  определена как функция температуры  $T(\vec{x}, t)$ . Тогда интеграл по 4-объему в выражении

(9.85) можно вычислить с известной функцией  $T(\bar{x}, t)$ . Как было видно выше, эту зависимость можно определить в гидродинамике. В бьеркеновском сценарии эволюции пренебрегается поперечным расширением, и это приводит к сохранению энтропии. Ранее уже обсуждалось, что множественность адронов в конечном состоянии связана с начальными условиями расширения сохранением энтропии. Поэтому, если известна плотность энтропии как функция времени, зависимость температуры от времени для функции  $s(T)$  определена. Определим теперь скорость рождения частиц в пространственно-временной точке  $x$  с 4-импульсом  $p$ . Общее выражение для скорости рождения дилептонных пар ( $\mu^+\mu^-$  или  $e^+e^-$ ) может быть записано в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{dN}{d^4x d^4p} = & \int \frac{d^3q_1}{2E_1(2\pi)^3} f(q_1) \int \frac{d^3q_2}{2E_2(2\pi)^3} f(q_2) \times \\ & \times \int \frac{d^3q_+}{2E_+(2\pi)^3} \int \frac{d^3q_-}{2E_-(2\pi)^3} \left| M(p_1 \bar{p}_2 \rightarrow \mu^+ \mu^-) \right|^2 \delta(p - q_1 - q_2), \end{aligned} \quad (9.86)$$

где  $M$  — матричный элемент процесса рождения дилептонной пары при столкновении частиц  $p_1$  и  $\bar{p}_2$  с импульсами  $q_1$  и  $q_2$ ;  $p$  — импульс дилептонной пары,  $q_+$  и  $q_-$  — импульсы  $\mu^+$  и  $\mu^-$  (или  $e^+$  и  $e^-$ ). Статистические факторы  $f(q_1)$  и  $f(q_2)$  характеризуют вероятность найти частицы  $p_1$  и  $\bar{p}_2$  (массы  $m$ ) с импульсами  $q_1$  и  $q_2$  в адронной среде. Дилептонные состояния не содержат таких факторов, поскольку пренебрегается перерасеянием дилептонов. В терминах сечения выражение (9.86) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} \frac{dN}{d^4x d^4p} = & \int \frac{d^3q_1}{(2\pi)^3} \frac{d^3q_2}{(2\pi)^3} v_{q_1 q_2} \sigma(p_1 \bar{p}_2 \rightarrow \mu^+ \mu^-) \times \\ & \times f(q_1) f(q_2) \delta(p - q_1 - q_2), \end{aligned} \quad (9.87)$$

где  $v_{q_1 q_2}$  — относительная скорость частиц  $p_1$  и  $\bar{p}_2$ :

$$v_{q_1 q_2} = \frac{\sqrt{(q_1 q_2)^2 - m^4}}{E_1 E_2}. \quad (9.88)$$

В состоянии КГП основной процесс генерации дилептонов — слияние кварка и антикварка в виртуальный фотон, распадающийся на дилептоны:

$$q\bar{q} \rightarrow \gamma^* \rightarrow \mu^+\mu^-. \quad (9.89)$$

Функции распределения кварков и антикварков  $f_1$  и  $f_2$  задаются распределениями Ферми—Дирака:

$$f_q = \frac{6}{e^{\frac{uq-\mu}{T}} + 1}, \quad f_{\bar{q}} = \frac{6}{e^{\frac{u\bar{q}+\mu}{T}} + 1}. \quad (9.90)$$

Химический потенциал  $\mu$  будем в дальнейшем полагать равным нулю,  $u$  — локальная 4-скорость элемента адронной жидкости в лабораторной системе отсчета,  $q(q)$  — 4-импульсы кварка (антикварка). Для продольного расширения адронной материи произведение  $u \cdot q$  можно выразить через поперечную массу дилептонной пары  $M_\perp$ , быстроту  $Y$  и пространственно-временную быстроту элемента плазмы:

$$u \cdot q = M_\perp \cosh(\theta - Y), \quad (9.91)$$

где

$$\begin{aligned} M_\perp &= \sqrt{M^2 + p_\perp^2}; \\ Y &= \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_z}{E - p_z}; \\ \theta &= \operatorname{arctanh} v, \end{aligned} \quad (9.92)$$

где  $v = z/t$  — коллективная скорость жидкости. Если поперечная масса дилептона гораздо больше температуры, экспоненты в уравнении (9.87) имеют резкий пик при  $\theta = Y$ . В этом случае не остается зависимости от  $\theta$ . Тогда скорость рождения дилептонов в фазе кварк-глюонной плазмы в пространственно-временной точке  $x = (\tau, x_\perp, y)$  ( $y$  — локальная пространственно-временная быстрота элемента жидкости):

$$\frac{dN_{\text{КГП}}}{d^4x d^4p} = \frac{\alpha^2}{4\pi^4} \left[ 1 + \frac{2m_l^2}{M^2} \right] \left[ \left[ 1 - \frac{4m_l^2}{M^2} \right]^{1/2} e^{\frac{-E^*}{T}} \sum e_i^2 \right]. \quad (9.93)$$

Индекс КГП относится к фазе кварк-глюонной плазмы,  $e_i$  — заряды кварков,  $\alpha$  — электромагнитная константа,  $m_l$  — масса лептона и  $E^* = M_{\perp} \cosh(\eta - y)$ .

В адронной фазе вклад процессов генерации дилептонов зависит от инвариантной массы дилептона. Для дилептонов с инвариантной массой ниже пика  $\rho$ -мезона значительный вклад дают процессы тормозного излучения дилептонов заряженными адронами. Для инвариантных масс  $M \gg M_{\rho}$  важны процессы аннигиляции  $h\bar{h} \rightarrow \gamma^* \rightarrow \mu^+\mu^-$ , где  $h\bar{h}$  — адроны, отличные от  $\pi$ -мезонов. В промежуточной области  $M \approx M_{\rho}$  должен быть существенным вклад от процесса  $\pi^+\pi^-$ -аннигиляции:  $\pi^+\pi^- \rightarrow \rho \rightarrow \mu^+\mu^-$ . Сечение электромагнитного процесса  $\sigma(M)$  модифицируется сильными взаимодействиями  $\pi$ -мезонов:

$$\sigma_{\pi}(M) = F_{\pi}^2(M) \left(1 - \frac{4m_{\pi}^2}{M^2}\right)^{1/2} \sigma(M), \quad (9.94)$$

где

$$\sigma(M) = \frac{4\pi}{3} \frac{\alpha^2}{M^2} \left(1 + \frac{2m_{\pi}^2}{M^2}\right) \left(1 - \frac{4m_{\pi}^2}{M^2}\right)^{1/2}. \quad (9.95)$$

Обычно пионный формфактор выбирается в модели векторной доминантности с учетом лишь одного  $\rho$ -полюса. Тогда скорость рождения дилептонов в адронной фазе можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \frac{dN_H}{d^4x d^4p} &= \frac{\alpha^2}{48\pi^4} \left(1 + \frac{2m_{\pi}^2}{M^2}\right) \left(1 - \frac{4m_{\pi}^2}{M^2}\right)^{3/2} \times \\ &\times \left|F_{\pi}(M^2)\right|^2 \exp(-E^*/T) \end{aligned} \quad (9.96)$$

Выражения (9.93) и (9.96) характеризуют скорость генерации дилептонов из единицы объема КГП и адронной фазы. Для сравнения полученных спектров с экспериментом необходимо учесть эволюцию ядерного вещества.

### 9.4.3. Интегрирование по пространственно-временному расширению

Предположение о бьеркеновском характере расширения ядерной материи в процессе ядро-ядерных столкновений существенно упрощает нахождение выхода дилептонов. В этом случае элемент 4-объема  $d^4x = \tau d\tau dy d^2x_\perp$ , где  $\tau$  — собственное время в системе покоя элемента жидкости,  $y$  — пространственно-временная быстрота этого элемента и  $x_\perp$  — поперечная координата.

В этом приближении, как уже отмечалось, пренебрегается поперечным расширением, а термодинамические величины ( $\epsilon$ ,  $p$ ,  $s$ ,  $T$ ) зависят только от собственного времени  $\tau$ . Тогда выход дилептонов

$$\frac{dN_{ph}(\text{гидро})}{dM^2 d^2 p_\perp dY} = \frac{1}{2} \int_{\tau_i}^{\tau_f} \tau d\tau \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} dy \int d^2 x_\perp \frac{dN_{ph}}{d^4 x d^4 p}(T(\tau)). \quad (9.97)$$

Индекс  $ph$  в этом выражении указывает на фазу, из которой идет испускание дилептонов,  $(\tau_f - \tau_i)$  — продолжительность нахождения системы в определенной фазе, быстрота  $y$  изменяется между минимальной  $y_{\min}$  и максимальной  $y_{\max}$  быстротой пучка сталкивающихся ядер.

Уравнение состояния определяет зависимость  $T(\tau)$ , т. е. закон охлаждения ядерной материи.

Наиболее часто обсуждаются два сценария расширения ядерной материи [9.22]: 1) фазовый переход 1-го рода, описываемый в модели «мешков», 2) фазовый переход 2-го рода с уравнением состояния, извлекаемым из расчетов на пространственно-временных решетках.

Используя скейлинговое решение для расширения системы при сохранении энтропии  $s(\tau) \cdot \tau = \text{const}$ , можно найти соотношение, определяющее зависимость температуры от времени  $T(\tau)$ . Разница между фазовым переходом 1-го рода и 2-го рода будет заключаться в том, что средняя температура будет выше в стадии КГП в первом случае и ниже в адронной фазе во втором случае. Зная зависимость

$T(\tau)$ , можно проинтегрировать выражение (9.97). При этом в стадии КГП

$$T(\tau) = T_0 \left( \frac{\tau_0}{\tau} \right)^{1/3}, \quad (9.98)$$

где для оценок можно использовать значения параметров  $T_0 \approx 300$  МэВ,  $\tau_0 \approx 1$  фм/с.

В адронной фазе интегрирование производится от  $\tau_H$  до времени развала системы на невзаимодействующие частицы.

При фазовом переходе 1-го рода имеется смешанная фаза, в которой сосуществуют как кварковая, так и адронная фазы. Их относительный вес определяется фактором  $f$  — долей энтропии в фазе КГП:

$$s(\tau, T_c) = s_{\text{КГП}}(T_c) f(\tau) + s_H(T_c)(1 - f(\tau)), \quad (9.99)$$

где  $s_{\text{КГП}} = 148aT^3$ ,  $s_H = 12aT^3$ ,  $a = \pi^2/90$ .

Отношение  $s_{\text{КГП}}/s_H$  плотностей энтропии позволяет оценить времена  $\tau_{\text{КГП}}$  и  $\tau_H$ :  $\tau_H/\tau_{\text{КГП}} = \frac{s_{\text{КГП}}}{s_H} = \frac{37}{3}$ . Большое различие в плотностях энтропии между двумя фазами объясняет длительность пребывания системы в смешанной фазе, поскольку необходимо время для преобразования кварковых степеней свободы в адронные.

Функцию  $f(\tau)$  можно выбрать в виде

$$f(\tau) = \frac{1}{r-1} \left( r \frac{\tau_{\text{mix}}}{\tau} - 1 \right), \quad (9.100)$$

где  $r = 37/3$  — отношение числа степеней свободы в двух фазах,  $\tau_{\text{mix}}$  — время образования смешанной фазы.

На рис. 9.24 представлены спектры дилептонов для двух случаев: фазового перехода первого (а) и второго (b) родов. При этом распределение дилептонов проинтегрировано по поперечному импульсу дилептонной пары, а быстрота дилептона выбрана равной нулю. Штрихпунктирная линия соответствует вкладу адронной фазы, пунктирная — вкладу кварковой фазы, сплошная линия — сумме кварковой и адронной фаз. Две вертикальные линии разделяют области, в которых различные фазы вносят основной вклад.

Слева направо: адронная фаза, смешанная фаза и фаза кварк-глюонной плазмы. Основное отличие состоит в том, что в случае фазового перехода второго рода область дилептонных масс, в которую вносят вклад как кварковая, так и адронная фаза, значительно

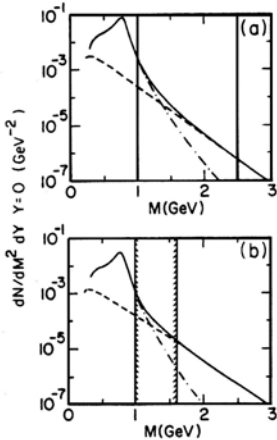


Рис. 9.24. Спектры дилептонов для двух типов фазовых переходов

уже, чем для фазового перехода первого рода. Однако размер области инвариантных масс, в которую вносят вклад как кварковая, так и адронная фазы не является сигналом фазового перехода. Резкое изменение в механизме генерации дилептонов должно отражаться на среднем поперечном импульсе  $\langle p_{\perp} \rangle$  дилептонной пары. Средний же поперечный импульс  $\langle p_{\perp} \rangle$  можно определить по спектру  $\frac{dN}{dM^2 d^2 p_{\perp} dY}$ . Если най-

ти скорость изменения среднего поперечного импульса дилептонной пары  $\frac{d\langle p_{\perp} \rangle}{dM}$  как функцию  $M$ , то для фазового

перехода второго рода в распределении  $\frac{d\langle p_{\perp} \rangle}{dM}$  должен быть пик, и

этот пик является кандидатом на сигнал фазового перехода в ядерной материи. Однако этот сигнал далеко не однозначен: как показано в работе [9.22], пик может быть связан с рождением и последующим распадом на дилептоны тяжелых резонансов, например,  $\rho'$  (1600). Чтобы выяснить природу немонотонностей в функции

$\frac{d\langle p_{\perp} \rangle}{dM}$ , надо попытаться отобрать события в столкновениях тяже-

лых ионов с различными начальными температурами ядерной материи. Пиковая структура в зависимости  $\frac{d\langle p_{\perp} \rangle}{dM}$  от  $M$  в случае фазового перехода второго рода более очевидна для низких началь-



ных температур, для больших начальных температур подобная структура ожидается и для фазового перехода первого рода.

#### 9.4.4. Свойства дилептонов, рожденных в кварк-глюонной плазме и адронном газе

Приведенные выше формулы позволяют рассчитать спектры дилептонов, испускаемых кварк-глюонной плазмой и адронным газом. В этом разделе будут рассмотрены качественные свойства дилептонных спектров, способные служить диагностике образования термализованной ядерной материи в столкновениях релятивистских тяжелых ионов.

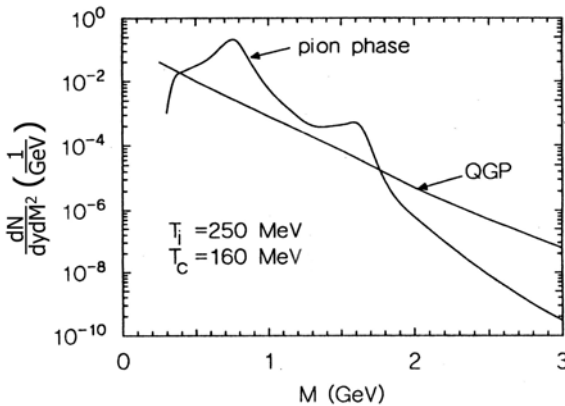


Рис. 9.25. Распределение дилептонов по инвариантной массе

На рис. 9.25 изображены зависимости спектров дилептонов  $\frac{dN}{dydM^2}$  от инвариантной массы пары для двух комбинаций начальной  $T_i$  и критической  $T_c$  температур. Видно, что двухпионная аннигиляция (в адронной фазе) доминирует над кварк-антикварковой аннигиляцией (в КГП фазе) в области масс дилептонов  $0.4 \text{ ГэВ} < M < 2.0 \text{ ГэВ}$ . Причина состоит в существовании р-пика и в длительном нахождении системы в адронной фазе. Вклад кварковой фазы становится заметным для инвариантных масс

$M \geq 2 \text{ ГэВ}$ , поскольку при высоких температурах аннигилируют, в основном, кварки и антикварки.

Спектры дилептонных пар, испускаемых ядерной материей в условиях столкновения ядер на ускорителе ЛНС вычислены в работе [9.35]. На рис. 9.26 и 9.27 представлены спектры дилептонов для двух значений множественности  $\frac{dN}{dy} = 1736$  и  $\frac{dN}{dy} = 3830$ . На этих рисунках сплошной линией изображен вклад адронной фазы, точками — вклад КПП. Как видно, в области масс  $M < 1.5 \div 2.0 \text{ ГэВ}$  и в условиях ЛНС доминирует вклад адронной фазы.

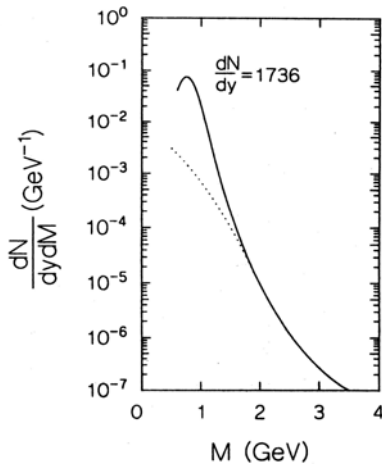


Рис. 9.26. Спектр дилептонов для множественности  $dN/dy = 1736$

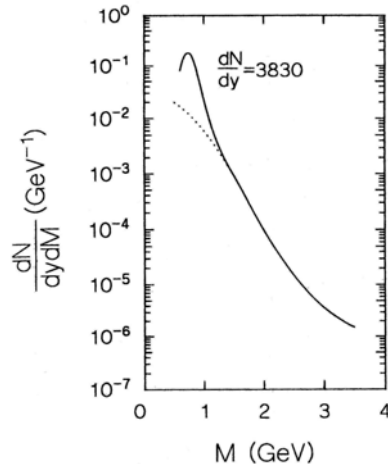


Рис. 9.27. Спектр дилептонов для множественности  $dN/dy = 3830$

Вклад пионной аннигиляции в дилептонный спектр имеет пик при  $M = m_\pi$  и исчезает при  $M = 2m_\pi$ . Поэтому можно ожидать, что в области  $2m_\mu < M < 2m_\pi$  доминирует испускание из КПП. К сожалению, в этой области не удастся выделить вклад КПП из-за большого фона от Далиц-распадов  $\pi^0 \rightarrow \gamma e^+ e^-$  и  $\eta \rightarrow \gamma \mu^+ \mu^-$ .

Спектры дилептонов, испускаемых КПП, обладают свойством  $M_\perp$ -скейлинга, т. е. функция  $\frac{dN_{\text{КПП}}}{dM^2 dy d^2 p_\perp}$  зависит не порознь от

величин  $M$  и  $p_{\perp}$ , а от их комбинации  $M_{\perp} = \sqrt{M^2 + p_{\perp}^2}$ . Поэтому при фиксированных  $M_{\perp}$  и  $y$  дилептона спектр  $\frac{dN_{\text{КП}}}{dM^2 dy d^2 p_{\perp}}$  практически не зависит от величины массы дилептона  $M$ . Как видно из рис. 9.28, в нерезонансной области дилептонных масс  $1.2 < M < 2.7$  ГэВ сечение рождения дилептонных пар при фиксированном  $M_{\perp}$  не зависит от  $M$ . Заметим, что при изменении  $M_{\perp}$  дилептонов, соответствующем рис. 9.28, абсолютная величина сечения изменяется на несколько порядков величины! Важно, что спектр дилептонов при фиксированном значении  $M_{\perp}$  дилептонов, испускаемых из адронной фазы, отличен от константы из-за адронного (пионного) формфактора.

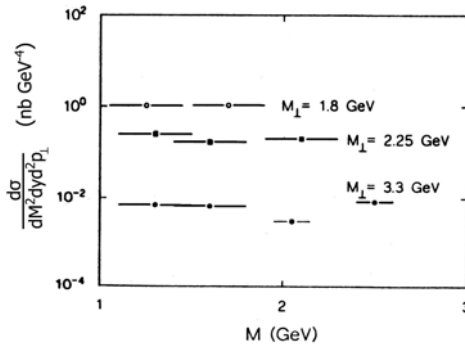


Рис. 9.28. Спектр инвариантных масс при фиксированном значении  $M_{\perp}$

До сих пор обсуждалась лишь  $\pi^+\pi^-$ -аннигиляция как источник дилептонов из адронной фазы. Однако и другие адроны являются источниками дилептонов [9.36]. Как показано в работе [9.37], скорость рождения дилептонов, включающая взаимодействие с аксиально-векторными мезонами, доминирует над другими источниками для инвариантных масс  $M \geq 1.5$  ГэВ. Вклад трехпионных реакций в спектр дилептонов исследован в работе [9.38]. Как и ожидалось, трехпионные реакции изменяют спектр дилептонов вблизи пиков  $\omega$  и  $\phi$ -мезонов. Сравнение трехпионных реакций с  $\pi^+\pi^-$ -аннигиляцией показывает, что недостаточно рассматривать только  $\pi^+\pi^-$ -аннигиляцию для дилептонов с массой  $M > M_{\phi}$ .

#### 9.4.5. Отношение дилептонного и пионного спектров

Дилептонный спектр зависит от времени формирования КГП  $\tau_i$ . Это время определяется по порядку величины: иногда оно выбирается равным 1 фм, в других случаях  $\tau_i \approx 0.1$  фм. Таким образом, неопределенности в абсолютной величине выхода дилептонов велики. Чтобы избежать этой неопределенности, можно определить экспериментально измеряемую величину, которая не зависела бы от  $\tau_i$ . Величина  $\frac{dN}{dy}$ , получаемая из  $\frac{dN}{dM^2 dy d^2 p_\perp}$  интегрированием по  $M$  и  $p_\perp$ , пропорциональна  $\tau_i^2$ . Множественность заряженных пионов  $\frac{dN^\pi}{dy}$  пропорциональна  $\tau_i$ . Поэтому отношение выходов дилептонов к выходу  $\pi$ -мезонов  $\frac{dN}{dy} / \left( \frac{dN^\pi}{dy} \right)^2$  не зависит от  $\tau_i$  и, следовательно, от  $\frac{dN^\pi}{dy}$ . Это отношение как функция  $\frac{dN^\pi}{dy}$  изображено на рис. 9.29. Отношение  $\frac{dN}{dy} / \left( \frac{dN^\pi}{dy} \right)^2$  должно быть монотонно растущей функцией от  $\frac{dN^\pi}{dy}$ , если система существует только в термализованной адронной фазе. Если же начальная плотность энергии превышает критическое значение для перехода в фазу КГП, то отношение  $\frac{dN}{dy} / \left( \frac{dN^\pi}{dy} \right)^2$  как функция  $\frac{dN^\pi}{dy}$  выходит на плато. При этом высота плато пропорциональна температуре фазового перехода  $T_c$ . Конечно, высота плато определяется и другими факторами, не учтенными в модели расширения Бьеркена. Например, поперечное расширение ядерной материи уменьшает величину плато. На величину плато влияет и значение температуры  $T_f$  распада системы на невзаимодействующие адроны. Тем не менее, из-

мерение отношения  $\frac{dN}{dy} / \left( \frac{dN^\pi}{dy} \right)^2$  как функции от  $\frac{dN^\pi}{dy}$  является очень важным с точки зрения диагностики образования КГП в столкновениях тяжелых ионов.

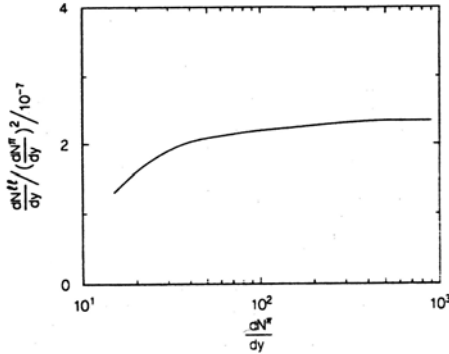


Рис. 9.29. Отношение выходов дилептонов и пионов как функция множественности пионов

#### 9.4.6. Неопределенности в сигналах адронного газа и кварк-глюонной плазмы

Как уже отмечалось выше, неопределенности в величине  $\tau_i$  и начальном объеме КГП ведут к значительной неопределенности в оценке вклада кварковой и адронной фаз в дилептонный спектр. Очевидно, что вклад кварковой фазы усилен при  $\tau_i = 0.1$  фм, тогда как адронной фазы — при  $\tau_i \geq 0.1$  фм. В качестве иллюстрации обратимся снова к рис. 9.25. Видно, что адронная фаза доминирует в спектре дилептонов в области масс  $M < 2$  ГэВ для  $\tau_i = 0.1$  фм. Если для  $\tau_i$  выбрать значение  $\tau_i = 0.5$  фм, то кварковая фаза будет преобладать в спектре и для масс  $M < 2$  ГэВ. Таким образом, величина выхода дилептонов сильно зависит от времен жизни двух фаз.

До сих пор обсуждалась только одномерная (бьёркеновская) картина эволюции ядерной материи. На самом деле эволюция од-

номерна только в фазе кварк-глюонной плазмы и адронного газа, находящегося при температурах, близких к температуре фазового перехода  $T_c$ . Однако при температурах  $T \approx T_f$  — температуры развала системы на невзаимодействующие частицы — расширение ядерной материи будет трехмерным. Как ожидается, эффекты коллективного поперечного расширения важны на конечном этапе эволюции ядерной материи в столкновениях тяжелых ионов.

Рассмотрим зависимость дилептонного спектра по поперечной массе дилептона  $M_{\perp}$  от поперечного расширения ядерной материи. На рис. 9.30 для набора температур  $T_c$ ,  $T_i$ ,  $T_f$  показан дилептонный спектр, нормированный на множественность заряженных частиц, как функция  $M_{\perp}$  в отсутствие поперечного расширения. Сплошная линия на рис. 9.30 соответствует вкладу КГП, а три другие — вкладу адронного газа при фиксированных значениях масс дилептонов  $M = 0.4, 0.8$  и  $1.6$  ГэВ. Видно, что вклад адронной фазы из-за адронных форм-факторов имеет сильную  $M$ -зависимость.

На рис. 9.31 тот же самый спектр дилептонов рассчитан с учетом поперечного расширения. Видно, что поперечное расширение практически не меняет вклада КГП в дилептонный спектр. Однако заметно изменяется вклад адронной фазы: а) уменьшается выход дилептонов с малыми поперечными массами; б) увеличивается выход дилептонов с большими поперечными массами.

Выше рассматривалось испускание дилептонов термализованной ядерной материей, находящейся в фазе КГП или адронной плазмы. Однако «тепловые» дилептоны очень не просто выделить на фоне других источников испускания. В порядке возрастания инвариантной массы дилептонов фоновыми источниками по отношению к «тепловым» дилептонам являются: далиц-распады  $\pi^0$ - и  $\eta$ -мезонов, тормозное излучение заряженных адронов, распады адронных резонансов, предравновесные процессы и дрелл-яновское испускание дилептонов на начальных стадиях столкновения тяжелых ионов. Поэтому целью вычислений выходов дилептонов является определение кинематической области испускания дилептонов, в которой «тепловое» испускание доминирует над другими источниками дилептонов. Как показывают оценки, эта кинематическая

область невелика:  $1 \text{ ГэВ} < M < 2 \text{ ГэВ}$ ,  $p_{\perp} \geq 1 \text{ ГэВ}$ , именно здесь ищут «тепловые» дилептоны на SPS (ЦЕРН) и RHIC (БНЛ).

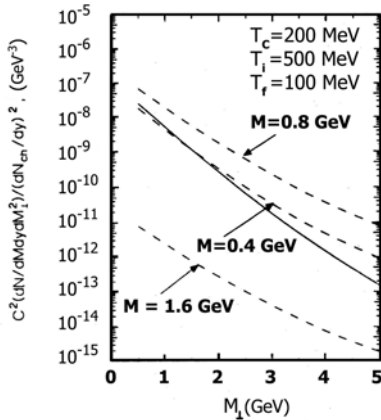


Рис. 9.30. Спектр дилептонов по поперечной массе

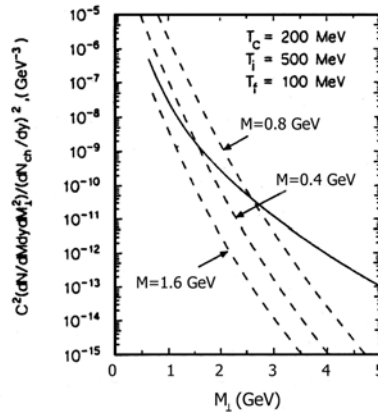


Рис. 9.31. Спектр дилептонов по поперечной массе с учетом поперечного расширения

#### 9.4.7. Плавление резонансов в термализованной ядерной материи

Наряду с дилептонами, которые практически не испытывают перерасеяний в КПП или адронной плазме, а поэтому могут служить «термометрами» этих фазовых состояний, этим свойством обладают частицы, содержащие тяжелые ( $c$ ,  $b$ , ...) кварки. Например, длина свободного пробега  $J/\psi$ , состоящего из очарованного кварка и антикварка, составляет  $\sim 10$  фм, т. е. порядка размера тяжелых ядер. Поэтому  $J/\psi$ , родившись в ядерной среде, покидает её без изменения кинематических характеристик. Экспериментально  $J/\psi$  идентифицируется по пику в распределении по инвариантной массе дилептона вблизи значения  $M = 3.1 \text{ ГэВ}$ .  $J/\psi$  может рождаться как в термализованной ядерной материи, так и в нетермализованной, причем последний случай реализуется при небольших энергиях сталкивающихся ядер. Однако если формируется КПП, то в столкновении ядер возможны высокие температуры, при которых будет усилено образование  $c\bar{c}$ -пар, а следовательно, и

$J/\psi$ -частиц. Таким образом, в случае образования КГП выход  $J/\psi$ -частиц должен быть усилен. Однако это рассуждение не учитывает тот факт, что  $c\bar{c}$  рождаются в среде термализованных кварков, антикварков и глюонов. Ядерная среда может как усиливать, так и ослаблять процессы генерации частиц. Подобно обычной электрон-позитронной плазме, в термализованной КГП возникает цветное экранирование (дебаевское экранирование) с радиусом экранирования  $\xi(T)$ , зависящим от температуры среды. Радиус экранирования цветных зарядов вычисляется в решеточных калибровочных теориях. Очевидно, что если  $\xi(T)$  меньше радиуса  $J/\psi$  при данной температуре, то цветовой заряд  $c$ -кварка будет экранирован средой из легких кварков, антикварков и глюонов, и связанного состояния  $c\bar{c}$  не образуется. Оценки [9.39]  $r_{J/\psi}(T)$  показывают, что уже при температурах  $T > 250$  ГэВ  $\xi(T) \leq r_{J/\psi}(T)$ , и выход  $J/\psi$ -частиц подавлен. При этом предсказывается подавление выхода  $J/\psi$  в области поперечных импульсов  $p_{\perp} \approx 1$  ГэВ.

Однако подобное плавление  $J/\psi$  возможно и в адронной плазме за счет поглощения сопутствующими адронами, а также за счет перерасеяния  $J/\psi$  в конечном состоянии. Адронные модели подавления  $J/\psi$  [9.40] предсказывают плавное уменьшение выходов  $J/\psi$  при переходе от протон-протонных к протон-ядерным и ядро-ядерным взаимодействиям, причем подавление  $J/\psi$  должно достигать насыщения в центральных соударениях.

На рис. 9.32 изображено отношение выхода  $J/\psi$  к выходу дрелл-яновских  $\mu^+\mu^-$ -пар как функция поперечной энергии в столкновении ядер Pb при энергии 158 ГэВ/нуклон. Сплошная кривая на этом рисунке соответствует предсказаниям моделей адронного поглощения. Видно, что при  $E_{\perp} \geq 40$  ГэВ модели адронного поглощения не описывают выходов  $J/\psi$  в ядро-ядерных столкновениях.

Если, пользуясь моделью Бьеркена (9.50), оценить начальную плотность энергии в Pb+Pb взаимодействиях в условиях экспери-



мента NA50, получатся значения  $\sim 3.4 \div 3.5$  ГэВ/фм<sup>3</sup>. На рис. 9.33 показано отношение числа рожденных  $J/\psi$  к числу  $J/\psi$ , предсказанному моделями адронного поглощения, как функция начальной плотности энергии.

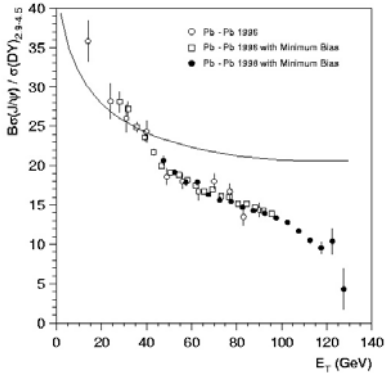


Рис. 9.32. Отношение выхода  $J/\psi$  к сечению процесса Дрелла-Яна как функция  $E_T$

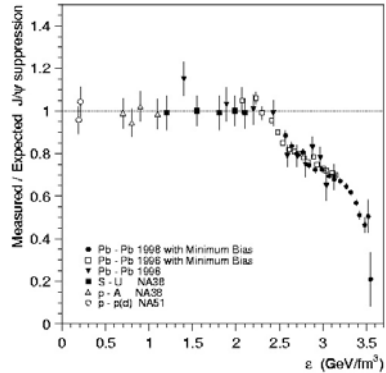


Рис. 9.33. Отношение выхода  $J/\psi$  к предсказанному моделями адронного поглощения

Важно подчеркнуть, что адронные модели подавления  $J/\psi$ , описывают выходы  $J/\psi$  в протон-протонных и протон-ядерных взаимодействиях. Как видно из рис. 9.33, адронные модели не описывают выходы  $J/\psi$  при плотностях энергий  $\epsilon > 2$  ГэВ/фм<sup>3</sup>. При этом выход  $J/\psi$  испытывает два скачка: один — при плотностях  $\epsilon \approx 2.3$  ГэВ/фм<sup>3</sup>, а второй — при  $\epsilon \approx 3$  ГэВ/фм<sup>3</sup>. Первый скачок, по-видимому, связан с плавлением  $\chi_c$ -мезона, распадающегося на  $J/\psi$  путем испускания фотона  $\chi_c \rightarrow J/\psi + \gamma$ . Действительно, радиус  $r_{\chi_c} > r_{J/\psi}$ , поэтому плавление  $\chi_c$  должно происходить при меньших температурах, т. е. при меньших плотностях энергии. Второй скачок в выходе  $J/\psi$  при плотности энергии  $\epsilon \approx 3$  ГэВ/фм<sup>3</sup> соответствует плавлению  $J/\psi$ .

Это интересное явление — «плавление» резонансов в термализованной ядерной материи — должно наблюдаться не только для  $J/\psi$ , но и для других резонансов. В спектре дилептонов, испускаемых из адронной фазы, должны быть пики, соответствующие  $\rho$ -,  $\rho'$ -мезонам. В спектре же дилептонов от КГП эти пики отсутствуют. Поэтому, чем выше  $T_i > T_c$ , тем менее заметны пики резонансов в дилептонных спектрах. Пример такого поведения в спектре дилептонов по поперечной массе  $M_\perp$  приведен на рис. 9.34. Если пренебрегается поперечным расширением ядерной материи, поперечная масса дилептона тем больше, чем выше температура, при которой дилептон испущен. Кварк-антикварковая аннигиляция в КГП доминирует при  $T_i > T_c$ , поэтому относительный вклад адронной фазы уменьшается с ростом  $M_\perp$ . Это и наблюдается на рис. 9.34.

В ряде работ [9.7, 9.41] «плавление» резонансов связывают с восстановлением киральной симметрии в КГП, т. е. исчезновением конденсата кварковых полей  $\langle \bar{\psi}\psi \rangle$ .

Рассмотрим явление восстановления киральной симметрии на примере векторных и аксиально-векторных мезонов. Сначала для двух сортов ( $N_f = 2$ ) кварков определим векторные и аксиально-векторные токи:

$$V_\mu^a = \bar{q}\gamma_\mu \left( \frac{\tau^a}{2} \right) q, \quad A_\mu^a = \bar{q}\gamma_\mu \gamma_5 \left( \frac{\tau^a}{2} \right) q, \quad (9.101)$$

где  $\tau^a$  — матрицы Паули.

Тогда вакуумные свойства векторных и аксиально-векторных мезонов определяются соответствующими корреляторами:

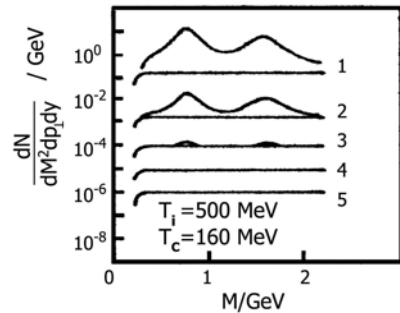


Рис. 9.34. Спектр дилептонов по поперечной массе

$$\begin{aligned}
\langle V_\mu^a(x) V_\nu^b(0) \rangle &= \\
&= -\frac{\delta^{ab}}{\pi} \int d^4 q \theta(q^0) e^{iqx} \text{Im} \Pi_{\mu\nu}^V(q), \\
\langle A_\mu^a(x) A_\nu^b(0) \rangle &= \\
&= -\frac{\delta^{ab}}{\pi} \int d^4 q \theta(q^0) e^{iqx} \left( \text{Im} \Pi_{\mu\nu}^V(q) - F_\pi^2 \delta(q^2) q_\mu q_\nu \right),
\end{aligned} \tag{9.102}$$

где  $\Pi_{\mu,\nu}^{V,A}$  — спектральная функция [9.42],  $F_\pi$  — пионная константа.

Условия сохранения токов подразумевают поперечность тензора  $\Pi_{\mu,\nu}^{V,A}$ :

$$\begin{aligned}
\Pi_{\mu\nu}^{V,A}(q) &= \left( g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q_{V,A}^2} \right) \Pi^{V,A}(s), \\
\Pi^{V,A}(s) &= \frac{1}{3} g^{\mu\nu} \Pi_{\mu\nu}^{V,A}(q),
\end{aligned} \tag{9.103}$$

где  $s = q^2$  и  $g^{\mu\nu}$  — метрический тензор.

Заметим, что изовекторная часть спектральной функции  $\text{Im} \Pi^V$  наблюдается в  $e^+e^-$ -аннигиляции:  $e^+ + e^- \rightarrow$  четное число  $\pi$ -мезонов в виде резкого пика, соответствующему  $\rho$ -мезону с массой  $\approx 770$  МэВ. Аксиально-векторную часть  $\text{Im} \Pi^A$  можно наблюдать в распаде  $\tau$ -лептона:  $\tau \rightarrow$  нечетное число  $\pi$ -мезонов. В этом случае возникает широкий пик  $a_1(1260)$ -мезона. Спектральные функции  $\Pi_{\mu,\nu}^V$  и  $\Pi_{\mu,\nu}^A$  различны, и это есть следствие спонтанного нарушения киральной симметрии.

Восстановление киральной симметрии, которое, как ожидается, должно происходить в столкновениях релятивистских тяжелых ионов, должно проявляться в том, что векторные, аксиально-векторные, а также скалярные и псевдоскалярные корреляторы становятся одинаковыми. Таким образом, вырождение различного типа мезонов по четности может служить сигналом восстановления киральной симметрии.

Поскольку векторные и аксиально-векторные корреляторы «насыщаются» резонансами (например,  $\rho$ -мезоном) весьма интересно

проследить, как изменяются свойства резонансов в зависимости от температуры  $T$  и барионной плотности в столкновениях тяжелых ионов. Векторный коррелятор наблюдаем в столкновениях тяжелых ионов в канале распада  $\rho \rightarrow e^+e^-$ , поэтому эффекты восстановления киральной симметрии должны приводить к плавлению  $\rho$ -мезона — уменьшению его массы и уширению пика [9.43].

Более 10 лет назад коллаборация DLS сообщила об усилении выхода  $e^+e^-$ -пар с инвариантной массой  $M_{e^+e^-} < 700$  МэВ/ $c^2$  в ядро-ядерных столкновениях. Недавно коллаборация CERES (на ускорителе SPS ЦЕРН) установила [9.44], что выходы  $e^+e^-$ -пар в  $p+Au$  и  $p+Be$  столкновениях хорошо описываются «коктейлем» из адронных распадов ( $\pi^0 \rightarrow e^+e^-\gamma$ ,  $\eta \rightarrow e^+e^-\gamma$  и т. д.), в то время как в  $Pb+Au$  взаимодействиях превышение экспериментальных данных над ожидаемым сигналом составляет примерно фактор 3. На рис. 9.35 показаны экспериментальные данные коллаборации CERES, а также вклады от распадов адронов, (штрих-пунктирные кривые),  $\pi^+\pi^-$ -аннигиляции (штриховая кривая) и вклад от  $\rho$ -мезона, учитывающий изменение его свойств вследствие восстановления киральной инвариантности [9.42]. Видно, что экспериментальные данные неплохо описываются, если предположить, что свойства  $\rho$ -мезона изменяются в плотной и нагретой ядерной среде.

Однако восстановление киральной симметрии — не единственная причина, которая приводит к изменению его массы и ширины. В  $e^+e^-$ -аннигиляции при  $\sqrt{s} = 90$  ГэВ наблюдается смещение пика  $\rho$ -мезона примерно на 30 МэВ [9.45]. В протон-протонных взаимодействиях при  $\sqrt{s} = 27.5$  ГэВ [9.46] получено значение  $m_\rho = (0.7626 \pm 0.0026)$  ГэВ/ $c^2$ . Недавние данные коллаборации STAR [9.47] обнаруживают смещение положения пика  $\rho$ -мезона в minimum bias  $p+p$  столкновениях на величину  $\sim 40$  МэВ/ $c^2$  и на величину  $\sim 70$  МэВ/ $c^2$  в периферических  $Au+Au$  столкновениях.

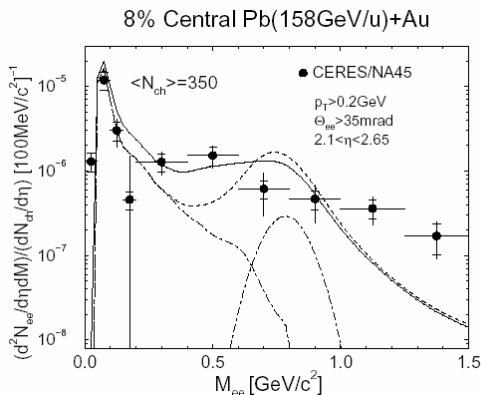


Рис. 9.35. Данные коллаборации CERES по выходу дилептонов малых масс

Среди эффектов, приводящих к изменению параметров  $\rho$ -мезонов, следует отметить: перерассеяние пионов в процессах  $\pi^+\pi^- \rightarrow \rho \rightarrow \pi^+\pi^-$ ; бозе-эйнштейновские корреляции пионов от распада  $\rho$ -мезонов и пионов окружающей ядерной материи; интерференция между различными каналами рассеяния пионов. Очевидно, что весьма непросто выделить на фоне этих процессов эффекты восстановления киральной симметрии в ядерной материи.

Суммируя рассмотрение дилептонов, как сигналов образования КГП в ядро-ядерных взаимодействиях, можно сказать, что эти «термометры» несут важную информацию о свойствах среды, из которой произошло их испускание.

#### 9.4.8. Испускание фотонов

Фотоны, подобно дилептонным парам, представляют собой хороший «термометр» образования термализованной ядерной материи в столкновениях релятивистских тяжелых ионов. Фотоны испускаются на всех стадиях эволюции ядерной материи и очень слабо взаимодействуют с окружающей средой. Основным источником фотонов — распады адронов, например,  $\pi^0, \eta \rightarrow \gamma\gamma$ . Фотоны, рождающиеся не в адронных распадах, называются прямыми. Существует ряд механизмов образования прямых фотонов, и информацию

о формировании КГП способно дать обнаружение термального излучения.

В ходе охлаждения КГП и, далее, адронный газ излучает термальные фотоны. Форма  $p_{\perp}$ -спектра этих фотонов дает информацию о температуре излучающей среды. Ожидается, что термальные фотоны будут давать значительный вклад в спектр прямых фотонов при достаточно малых значениях поперечного импульса:  $p_{\perp} \leq 3$  ГэВ. Аналогично изучению рождения дилептонов в ядерных столкновениях, необходимо проинтегрировать скорости испускания фотонов в КГП и адронном газе по пространственно-временной эволюции. Сравнивая полученные спектры с измерениями, можно извлечь начальную температуру среды. Если эта температура окажется больше критической, то это является указанием на формирование КГП.

На рис. 9.36 приведено распределение прямых фотонов по поперечному импульсу, полученное на установке PHENIX (RHIC) [9.48]. Сплошными линиями показаны ожидания от жестких взаимодействий партонов, входящих в состав структурных функций

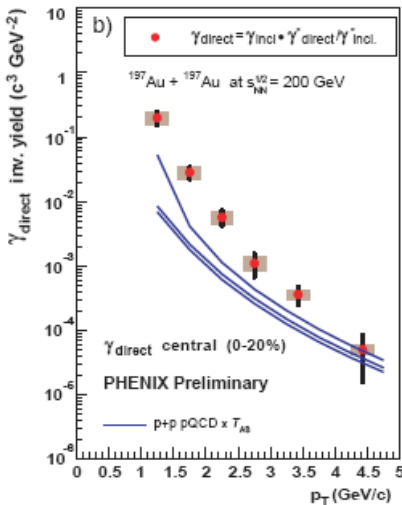


Рис. 9.36. Спектр прямых фотонов, измеренный на RHIC

сталкивающихся ядер. Поскольку такие процессы описываются пертурбативной КХД, то их вклад известен достаточно хорошо (семейство кривых отражает теоретические неопределенности). Отметим замечательный экспериментальный факт — описанный механизм не способен насытить спектр при малых  $p_{\perp}$ , т. е. возможен вклад процессов термального излучения. Оценки начальной температуры, извлекаемые из моделей, дают  $370 \text{ МэВ} \leq T_i \leq 570 \text{ МэВ}$ , т. е.  $\sim (2 \div 3) T_c$ .

Отметим, что основная неопределенность связана с тем, что вклад в термальные фотоны дает как партонная фаза, так и адронный газ.

#### 9.4.9. Рождение странных частиц в КГП и адронной плазме

В столкновениях релятивистских тяжелых ионов предсказывается усиление выхода странных частиц по сравнению с адрон-адронными или адрон-ядерными взаимодействиями. Например, отношение  $K^+/\pi^+$  в экспериментах по столкновениям ядер на AGS в Брукхейвене и SPS в ЦЕРН больше примерно в 2 раза, чем в адрон-адронных взаимодействиях при тех же энергиях. Эти данные трудно интерпретировать как сигнал образования кварк-глюонной плазмы, поскольку процессы перерасеяния частиц в нагретом адронном газе также приводят к росту отношения  $K/\pi$ . Исторически рост отношения  $K/\pi$  в ядро-ядерных взаимодействиях рассматривался как сигнал формирования КГП. Существуют, по крайней мере, две причины усиления выхода странных частиц в событиях с образованием КГП: 1. Независимо от барионной плотности, пороговые энергии для рождения странных частиц (странных кварков) в КГП гораздо ниже, чем для образования странных барионов и мезонов в адронной фазе. В адронной фазе странные мезоны или барионы возникают при столкновении двух нестранных адронов. Типичная реакция  $p + n \rightarrow \Lambda^0 + K^+ + n$  с наиболее низким порогом требует энергий, больших 671 МэВ. В кварк-глюонной плазме порог образования двух странных кварков  $s\bar{s}$  в системе их покоя составляет 300 МэВ, т. е. заметно ниже, чем в адронной фазе. При данной температуре плотность невзаимодействующих странных кварков больше, чем плотность невзаимодействующих  $K$ -мезонов. Кроме того, масса  $K$ -мезона  $\approx 494$  МэВ гораздо больше массы токового  $s$ -кварка  $m_s \approx 180 \pm 30$  МэВ. 2. Вторая причина усиления странности «действует» при высоких барионных плотностях ядерной материи, формируемых в областях фрагментации сталкивающихся ядер. Принцип Паули запрещает рождение пар легких кварков  $u\bar{u}$  и  $d\bar{d}$ . Для  $s\bar{s}$ -пар такого запрета нет. Выход легких пар кварков подавлен большим барионным химическим потенциалом

$\mu_B$ , а для  $s\bar{s}$  подавление связано только с массой странного кварка. Кроме того,  $\bar{u}$ - и  $\bar{d}$ -кварки имеют заметную вероятность рекомбинации с  $u$ - и  $d$ -кварками с формированием глюонов. Для странных кварков вероятность рекомбинации в глюоны гораздо меньше. Вследствие расширения ядерной материи и уменьшения температуры процесс  $gg \rightarrow s\bar{s}$  выходит из теплового равновесия, т. е. процесс идет в прямом и не идет в обратном направлении.

В среде, обогащенной  $u$ - и  $d$ -кварками, число безмассовых  $\bar{u}$ - или  $\bar{d}$ -кварков:

$$n(\bar{u}) = 6 \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\exp\{(p + \mu)/T\} + 1}. \quad (9.104)$$

Это число следует сравнить с числом странных кварков

$$n(s) = 6 \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\exp\{(p^2 + m_s^2)^{1/2}/T\} + 1}. \quad (9.105)$$

При  $\mu \gg m_s$ , как видно из уравнений (9.104) и (9.105)  $n(\bar{u}) \ll n(s)$ . В низшем порядке теории возмущений КХД  $s\bar{s}$ -пары рождаются при слиянии двух глюонов или аннигиляции легких кварков и антикварков, причем доминирующим механизмом является глюонный.

Как было уже отмечено выше, для дилептонов и фотонов достаточно сосчитать их скорость генерации в единице объема ядерного вещества. Из-за очень малого сечения электромагнитных взаимодействий дилептоны и фотоны испускаются плазмой без вторичных взаимодействий. Странные же кварки участвуют в последующей эволюции, и этим они существенно отличаются от дилептонов и фотонов.

Странные кварки входят в состав странных адронов после перехода КПП в адронную фазу. В свою очередь, странные адроны взаимодействуют с другими странными и нестранными адронами, поэтому плотность странных частиц  $\frac{dn}{dt}$  зависит от времени. Ниже

мы увидим, что в случае статической плазмы  $\frac{dn}{dt}$  равняется  $\left. \frac{dn}{dt} \right|_{t=0}$ ,



т. е. плотности кварков в момент начала рождения странных кварков. Далее,  $\frac{dn}{dt} \rightarrow 0$ , когда достигается равновесное значение плотности. Конечно, возникает вопрос: достигается ли вообще равновесное значение плотности странных кварков в столкновениях релятивистских ионов? Все зависит от соотношения времен установления равновесия  $\tau_{eq}(n(\tau_{eq}) = n_s^{eq})$  и времени существования фазы, в которой рассматривается эволюция странных частиц.

Можно ожидать, что конкретный выбор сценария эволюции ядерной материи гораздо существеннее для странных частиц, чем для дилептонов и фотонов. Далее будет определено дифференциальное уравнение, описывающее время установления равновесия странных частиц.

Считаем, что скорость генерации  $R$  странных кварков в КГП столь велика, что их плотность быстро достигает химически равновесного значения  $n_s^{eq}$ . Следующее предположение состоит в том, что система расширяется и остывает столь быстро, что избыток странности сохраняется во времени, несмотря на возможность аннигиляции  $s\bar{s}$  в глюоны. Чтобы получить отношения выходов частиц в момент распада системы на невзаимодействующие частицы, сделаем следующие предположения:

а) бьеркеновская картина расширения в пренебрежении вязкостью, теплопроводностью и поперечным расширением ядерной материи;

б) в центральной области ( $y \approx 0$ ) барионная плотность равна нулю;

в) будем использовать для описания эволюции ядерной материи уравнение состояния модели мешков. Как известно, в этой модели имеется фазовый переход 1-го рода.

Тогда для расширяющейся КГП скорость изменения плотности странных кварков  $n_s$  задается следующим уравнением:

$$\begin{aligned}
\frac{dn_s(t)}{dt} &= R_p \frac{dn_s(t)}{dt} = \\
&= R_p(T(t)) \left\{ 1 - \left[ \frac{n_s(t)}{n_s^{eq}(T(t))} \right]^2 \right\} - \\
&\quad - \frac{n_s(t)}{t} (T(t)) \left\{ 1 - \left[ \frac{n_s(t)}{n_s^{eq}(T(t))} \right]^2 \right\} - \frac{n_s(t)}{t}.
\end{aligned} \tag{9.106}$$

В этом выражении  $n_s^{eq}$  — равновесная плотность странных кварков, зависящая от времени через температуру  $T$ . Величина  $R_p$  определяет число  $s\bar{s}$ -пар, рождающихся в единицу времени в единице объема ядерной материи:

$$\begin{aligned}
R_p(a_1 + a_2 \rightarrow X) &= \frac{1}{1 + \delta_{a_1 a_2}} \int \frac{d^3 \vec{K}_1}{(2\pi)^3} f(\vec{K}_1) \\
&\int \frac{d^3 \vec{K}_2}{(2\pi)^3} f(\vec{K}_2) \sigma(a_1 + a_2 \rightarrow X; \vec{K}_1 \vec{K}_2) v_{rel},
\end{aligned} \tag{9.107}$$

где  $f(\vec{K}) = \exp\left\{-\left(\sqrt{K^2 + m_a^2}\right)/T\right\}$  и  $m_a$  — масса частиц  $a_1$  и  $a_2$ . В этом выражении из-за принципа Паули пренебрегается взаимодействием в конечном состоянии, что соответствует центральной области быстрот с нулевым барионным зарядом. Фактор  $\left(\frac{1}{1 + \delta}\right)$  исключает двойной учет рождения  $s\bar{s}$ -пар при слиянии двух глюонов. Относительная скорость частиц  $a_1$  и  $a_2$  обозначена  $v_{rel}$ . Наконец, сечение  $\sigma$  соответствует конкретному механизму генерации  $s\bar{s}$ -пар в рассматриваемом фазовом состоянии системы.

Сделаем еще несколько замечаний, поясняющих уравнение эволюции странности (9.106). Последнее слагаемое в этом уравнении описывает уменьшение плотности  $s\bar{s}$ -пар за счет расширения системы. Плотность странных частиц будет уменьшаться по тому же закону, что и плотность энтропии, т. е.  $\sim 1/t$ , если объем растет линейно со временем. Первое слагаемое в уравнении (9.106) характе-

ризует скорость рождения  $s\bar{s}$ -пар для нерасширяющейся ядерной материи, ограничиваясь в правой части статической частью, имеем

$$\tau_{eq} = n_{eq} / (2R), \quad (9.108)$$

т. е. высокая скорость  $R$  генерации  $s\bar{s}$ -пар предполагает малое время установления равновесия  $\tau_{eq}$ .

Скорость остывания ядерной материи зависит от выбранного сценария эволюции. В фазе КГП с уравнением состояния в модели мешков зависимость температуры от времени

$$T(t) = T_i (t_i/t)^{1/3}. \quad (9.109)$$

Другие величины, входящие в уравнение (9.106): равновесная плотность  $n_s^{eq}$  странных частиц и скорость генерации  $R_p$  ( $gg$  или  $q\bar{q} \rightarrow s\bar{s}$ ) в фазе КГП. Плотность  $n_s^{eq}$  обычно выбирается в виде бoльцмановской экспоненты. Скорость генерации  $R_p$  вычислена в работе [9.49] и учитывает сечения КХД процессов  $gg \rightarrow s\bar{s}$ ,  $u\bar{u} \rightarrow s\bar{s}$  и  $d\bar{d} \rightarrow s\bar{s}$ . Наконец, для решения уравнения для плотности  $n_s(t)$  в фазе КГП нужно задать начальные условия. Так как считается, что в сталкивающихся ядрах странных кварков нет, будем полагать  $n_s(t_i) = 0$ , где  $t_i$  — время формирования кварк-глюонной плазмы.

Сохраняющейся величиной в процессе расширения является разность между числом странных и антистранных частиц. Только если странные и антистранные частицы не взаимодействуют между собой, их числа сохраняются по отдельности. Таким образом, если плотность  $s$ -кварков, связанная с образованием  $K^-$ -мезона, сохраняется, то это означает, что кварки и мезоны в обеих фазах представляют собой идеальные газы. Как уже обсуждалось выше, из вычислений на пространственно-временных решетках следует, что картина идеального кваркового или адронного газа неверна в окрестности температуры фазового перехода  $T_c$ . Поэтому при наличии взаимодействия между  $s$ - и  $\bar{s}$ -кварками не совсем понятно, какая величина является мерой, определяющей содержание странных частиц той или иной фазы.

Обратимся теперь к эволюции странных частиц от момента адронизации КГП до развала системы на невзаимодействующие частицы. Вид уравнения эволюции, подобного (9.106), зависит от сценария расширения. В работе [9.50] рассмотрены два сценария: фазовый переход 1-го рода и фазовый переход 2-го рода с перегревом и переохлаждением ядерной материи. В первом случае система расширяется адиабатически, находится в состоянии локального термодинамического равновесия, и можно использовать максвелловское условие сосуществования двух фаз в смешанном состоянии. Скорость образования адронных состояний больше скорости расширения, поэтому доля  $(1 - f(t))$  адронной фазы возникает сразу после достижения системой критической температуры  $T_c$ . Это происходит в момент времени

$$t_1 = (T_i/T_c)^3 t_i. \quad (9.110)$$

После этого температура остается постоянной до тех пор, пока все кварки и глюоны не перейдут в адроны, и смешанная фаза прекратит свое существование. Обе фазы вносят вклад в плотность энтропии согласно соотношению

$$s(t) = f(t)s_p(T_c) + [1 - f(t)]s_h(T_c), \quad (9.111)$$

где  $s_p$  и  $s_h$  — плотности энтропии в фазе КГП и адронной фазе. Объединяя последнее соотношение с временной зависимостью  $s(t)$ , получим

$$f(t) = \frac{37}{34} (T_i/T_c)^3 \frac{t_i}{t} - \frac{3}{34}. \quad (9.112)$$

Фаза КГП трансформируется в адронную фазу в момент времени  $t_2$ , которое следует из условия  $f(t_2) = 0$ :

$$t_2 = \frac{37}{3} t_1. \quad (9.113)$$

Второй сценарий фазового перехода (с перенагревом и переохлаждением) реализуется тогда, когда граница между фазой КГП и адронной фазой содержит избыток энергии, т. е. велико поверхностное натяжение между «каплями» КГП и адронной фазой. В этом случае фазовый переход происходит с некоторой задержкой, при температуре  $T_p < T_c$ . Адронная фаза находится в перегретом со-

стоянии при температурах  $T_h > T_c$ , а КГП — в переохлажденном состоянии при  $T_p < T_c$ .

В обоих сценариях скорости изменения  $\frac{dn}{dt}$  и  $K^-$ -мезонов определяются временами нахождения системы в адронной и кварковой фазах. В максвелловском сценарии температура остается постоянной и равной  $T_c$ , а в сценарии с перегревом (переохлаждением) она уменьшается от  $T_h > T_c$  к  $T_c$ .

Наконец, для нахождения плотности  $K^-$ -мезонов нужно найти величины  $R_h(T(t))$  и  $R_h(T_c)$  в адронной фазе. В адронной фазе основными процессами генерации  $K^\pm$ -мезонов являются:  $\pi^+\pi^- \rightarrow K^+ + K^-$ ,  $\pi^-\pi^0 \rightarrow K^-K^0$  и  $\pi^0\pi^0 \rightarrow K^+K^-$ .

В столкновениях тяжелых ионов нельзя наблюдать плотности  $n_s(t)$ . Вместо плотностей следует рассматривать отношения числа частиц, например,  $K^-/\pi^-$ . Тогда отношение

$$K^-/\pi^- \sim n_s/n_{\pi^-}, \quad (9.114)$$

где  $n_s$  — плотность странных частиц в момент развала системы на невзаимодействующие адроны и  $n_{\pi^-}$  — плотность  $\pi^-$ -мезонов. Для безмассовых пионов пионная плотность пропорциональна плотности энтропии  $s_h \sim T^3$ , которая практически совпадает с полной плотностью энтропии адронного газа. Тогда отношение выходов частиц

$$K^-/\pi^- \sim n_s/s_h. \quad (9.115)$$

Это отношение следует сравнить с  $n_s(\text{плазма})/s_p$  — отношением числа странных кварков в фазе КГП к плотности энтропии этого состояния. Вопрос состоит в определении того, что является мерой содержания странных кварков в фазе КГП. В работе [9.51] вместо отношения  $n_s/s$  использовано  $n_s/n_d$  ( $n_d$  — плотность  $d$ -кварков). Однако величиной, которой соответствует  $n_{\pi^-}$  в фазе КГП, является плотность энтропии  $s$ , а не  $n_d$ , так как степени свободы  $u$ - и  $d$ -кварков и глюонов должны адронизоваться в  $\pi$ -мезоны.

Зависимости  $n_s/s$  и  $n_s/n_{eq}$  от времени вычислены для трех сценариев эволюции ядерной материи: фазового перехода 1-го рода; сценария с перегретой (переохлажденной) ядерной материей без изменения энтропии ( $\Delta S = 0$ ) и с удвоением энтропии при критической температуре  $T_c$  ( $\Delta S = S$ ). Чем выше начальные температуры, тем быстрее плотность  $n_s$  достигает равновесного значения. Окончательное отношение  $K^-/\pi^-$  как функция начальной температуры  $T_i$  показано на рис. 9.37 для трех сценариев эволюции и трех наборов параметров, соответствующих пунктирной, сплошной и точечной кривым. Параметрами в расчетах являлись  $\alpha_s$ , масса странного кварка  $m_s$  и время формирования КГП  $t_i$ . Очевидно, в сценариях с перегревом (переохлаждением)  $K^-/\pi^-$ -отношения слабо зависят от начальной температуры  $T_i$  и других параметров. Отношения  $K^-/\pi^-$  находятся в интервале 0.21–0.25, при этом химически равновесное значение составляет 0.217.

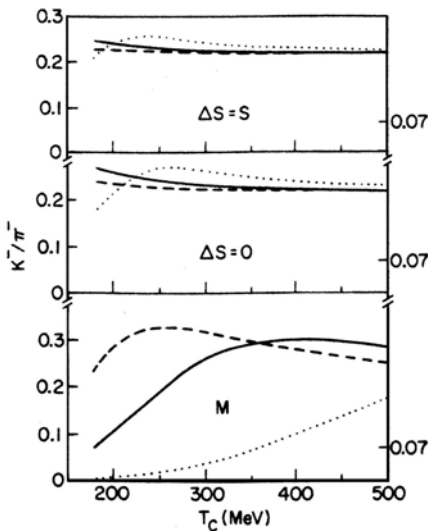


Рис. 9.37. Отношение выхода каонов к пионам как функция начальной температуры

Эти отношения в случае столкновений тяжелых ионов гораздо больше, чем в  $p\bar{p}$ -взаимодействиях, для которых  $K^-/\pi^- \approx 0.07 \pm 0.02$ . Для фазового перехода 1-го рода такое усиление (на фактор примерно три) возможно лишь при оптимистическом выборе параметров (пунктир на рис. 9.37) при всех начальных температурах  $T_i \geq 200$  МэВ.

Для реалистических параметров (сплошная линия на рис. 9.37) фактор три можно получить при  $T_i > 250$  МэВ, а для «пессимисти-

ческого» набора параметров (точечная кривая на рис. 9.37) — даже при больших начальных температурах. Усиление отношения  $K^-/\pi^-$  на фактор три по сравнению с  $p\bar{p}$ -столкновениями иногда трактуется как косвенный сигнал формирования кварк-глюонной плазмы. В отсутствие фазового перехода первого рода время жизни было бы настолько коротким, что отношение  $K^-/\pi^-$  не достигало бы равновесного значения. Поэтому, в отличие от дилептонов и фотонов,  $K^-$ -мезоны не являются пробниками высокотемпературной кварковой фазы, поскольку их избыток зависит от характера фазового перехода и последующей эволюции в адронной фазе.

Интересно проследить чувствительность отношения  $K/\pi$  к характеру фазового перехода адроны—кварк-глюонная плазма. Чаще всего КГП представляется как идеальный газ кварков, антикварков и глюонов, находящихся в фазе деконфайнмента. Однако вычисления на пространственно-временных решетках указывают на то, что связанные состояния чармония существуют вплоть до температур  $T \approx 1.5T_c$  [9.52]. Более того, временные корреляторы и при температурах  $T \sim 3T_c$  еще не достигают асимптотического поведения. При температурах  $T > T_c$  сильная «константа связи» изменяется вплоть до масштабов экранирования. При этом возможно формирование связанных кулоновских состояний кварков и антикварков, а также связанных глюонных состояний [9.53]. Таким образом, вблизи  $T_c$  КГП представляет собой отнюдь не газ слабо взаимодействующих кварков, антикварков и глюонов. При  $T \sim T_c$  определяющими являются непертурбативные взаимодействия КХД.

Будем предполагать, что вблизи  $T_c$  формируются капли размером  $R \approx 1 \div 2$  фм, состоящие из кварков, антикварков и глюонов, находящихся в фазе деконфайнмента. Кроме того, состояние системы должно быть синглетом по отношению к преобразованиям из цветовой группы  $SU(3)$ . Синглетная природа такой КГП изменяет импульсные распределения кварков, антикварков и глюонов [9.54]:

$$\begin{aligned}
f_{q(\bar{q})}(K, R, T) &= \\
&= \frac{2K^2}{\pi^2} \left( 1 - \frac{1}{2(KR)^2} \right) \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m e^{-\frac{K(m+1)}{T}} e^{-(m+1)^2 \left( \frac{K^2}{4DT^2} + \frac{1}{3C} \right)}, \\
f_g(K, R, T) &= \\
&= \frac{K^2}{\pi^2} \left( 1 - \frac{2}{(KR)^2} \right) \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m e^{-\frac{K(m+1)}{T}} e^{-(m+1)^2 \left( \frac{K^2}{4DT^2} + \frac{1}{C} \right)},
\end{aligned} \tag{9.116}$$

где

$$\begin{aligned}
K &= |\vec{K}|, \\
C &= \frac{32}{9} \pi R^3 T^3 + \frac{20}{3\pi} RT, \\
D &= \frac{148}{135} \pi^3 R^3 T^3 - \frac{38}{27} \pi RT.
\end{aligned} \tag{9.117}$$

При  $RT \gg 1$  из соотношений (9.116) и (9.117) получаем ферми-и Бозе-распределения для невзаимодействующего газа кварков, антикварков и глюонов. Как видно из этих же соотношений, условие синглетности подавляет кварковые и глюонные моды с импульсами  $K \leq \frac{1}{R}$ , причем к условию синглетности более «чувствительны» глюонные функции распределения.

Вычислим скорость рождения  $s\bar{s}$ -кварков с функциями распределения (9.116) и (9.117). Как уже отмечалось выше, каналами генерации странных кварков и антикварков  $s\bar{s}$  являются  $gg \rightarrow s\bar{s}$  и  $q\bar{q} \rightarrow s\bar{s}$ . Тогда скорость генерации  $s\bar{s}$ -пар, т. е. число  $s\bar{s}$ -пар, рожденных в единице объема плазмы имеет две компоненты  $A(R, T) = A_{gg \rightarrow s\bar{s}} + A_{q\bar{q} \rightarrow s\bar{s}}$ . При этом



$$\begin{aligned}
 A_{gg \rightarrow s\bar{s}}(R, T) &= \frac{4}{\pi^4} \int_{4m_s^2}^{\infty} dS \cdot S \sigma_{gg \rightarrow s\bar{s}} \times \\
 &\times \left[ \int_0^{\infty} dK_1 \int_0^{\infty} dK_2 \theta(4K_1 K_2 - S) f_g(K_1, R, T) f_g(K_2, R, T) \right], \\
 A_{q\bar{q} \rightarrow s\bar{s}}(R, T) &= \frac{9}{4\pi^4} \int_{4m_s^2}^{\infty} dS \cdot S \sigma_{q\bar{q} \rightarrow s\bar{s}} \times \\
 &\times \left[ \int_0^{\infty} dK_1 \int_0^{\infty} dK_2 \theta(4K_1 K_2 - S) f_q(K_1, R, T) f_{\bar{q}}(K_2, R, T) \right],
 \end{aligned}
 \tag{9.118}$$

где  $\sigma_{gg \rightarrow s\bar{s}}$  и  $\sigma_{q\bar{q} \rightarrow s\bar{s}}$  [9.55] сечения реакций  $gg \rightarrow s\bar{s}$  и  $q\bar{q} \rightarrow s\bar{s}$ . На

рис. 9.38 представлено отношение скоростей рождения  $\frac{A_{gg}}{A_{q\bar{q}}}$ . Как

видно из этого рисунка, для идеальной КГП в пределе  $RT \gg 1$  полная скорость генерации определяется глюон-глюонным слиянием. Однако при  $RT \sim 1 \div 2$  основным каналом генерации  $s\bar{s}$ -пар является аннигиляция легких кварков и антикварков. Плотность энтропии при этом возрастает вдвое при  $RT \sim 1 \div 2$ .

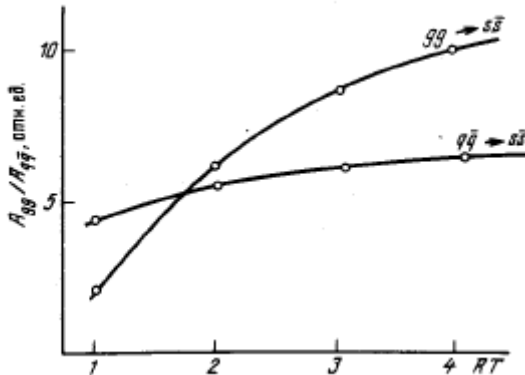


Рис. 9.38. Отношение скоростей рождения странных кварков в реакциях глюонного слияния и кварк-антикварковой аннигиляции

Таким образом, как отмечено в работе [9.56] отношение  $K/\pi$  как функция множественности рожденных частиц или, числа участников в ядро-ядерном столкновении может быть немонотонной: при числе нуклонов — участников  $\sim 100$  в Pb+Pb взаимодействиях возможно возникновение минимума.

Указания на существование подобного минимума имеются в данных коллаборации NA49 (ЦЕРН). На рис. 9.39 представлено отношение  $K^+/\pi^\pm$  в pp, C+C, Si+Si, S+S и Pb+Pb при энергиях 158 ГэВ/нуклон как функция числа участников столкновения. Поведение  $K/\pi$  от  $N_{part}$  действительно оказывается немонотонным: в районе  $N_{part} \approx 60$  (это центральные соударения для ядер серы) отношение  $K/\pi$  примерно на 50% больше, чем для Pb+Pb взаимодействий с  $N_{part} \approx 60$  (периферическое столкновения).

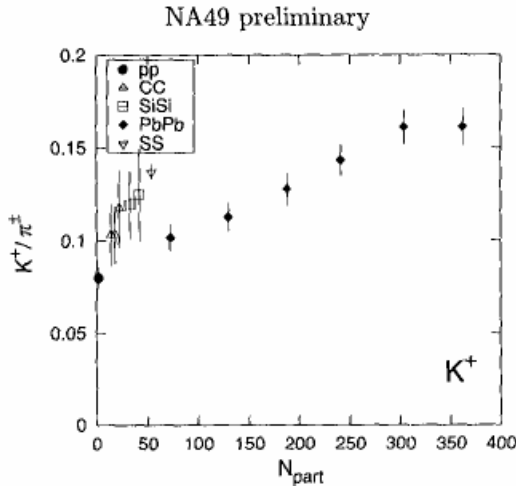


Рис. 9.39. Отношение выходов положительно заряженных каонов и пионов как функция числа участников

Рассмотренный пример показывает, что  $K/\pi$ -отношение весьма чувствительно к динамике фазового перехода, и поэтому может служить его сигналом.

Отношения  $K^+/\pi^+$  и  $K^-/\pi^-$  измерялись в экспериментах E802 на AGS и NA34 в ЦЕРН. В обоих экспериментах исследовалась кинематическая область рожденных частиц, соответствующая областям фрагментации ядер (с ненулевым барионным зарядом), поэтому результаты нельзя сравнивать с теоретическими оценками, предполагающими нулевой барионный заряд. Однако в обоих экспериментах видна одна и та же тенденция: отношение  $K^+/\pi^+$  растет на фактор два по сравнению с адрон-адронными и адрон-ядерными взаимодействиями. Отношение  $K^-/\pi^-$  при этом практически не меняется. Однако это не означает, к сожалению, что кварк-глюонная плазма формируется в этих экспериментах. Для многих частиц, содержащих странные кварки, равновесные значения плотностей в нагретом адронном газе сравнимы с плотностями странных кварков в фазе КГП. Система же в равновесном состоянии «забывает» о способе своего формирования.

*9.4.10. Гашение струй (jet quenching)  
в столкновениях релятивистских тяжелых ионов*

Обычно предполагается, что выход «жестких» пробников ( $J/\psi$ ,  $e^+e^-$ -пар,  $\gamma$ -квантов) в столкновениях релятивистских тяжелых ионов пропорционален числу нуклон-нуклонных столкновений. Это ожидание, казалось бы, оправдано для жестких процессов (которые характеризуются большими значениями переданного 4-импульса), для которых можно пренебречь взаимодействиями в конечном состоянии. Однако экспериментальные данные с RHIC по выходам адронов с большими поперечными импульсами в Au+Au столкновениях указывают на их значительное подавление по сравнению с нуклон-нуклонными взаимодействиями.

Адроны с большими  $p_{\perp}$  образуются в т. н. струйных событиях. Струей называется коллимированный поток энергичных адронов. Механизм возникновения струй следующий. Кварк одного из сталкивающихся адронов взаимодействует с кварком, антикварком или глюоном другого адрона. Если в таком процессе передаваемый квадрат 4-импульса велик ( $Q^2 \geq (2 \div 3) \text{ ГэВ}^2$ ), то процессы типа

$q_1q_2 \rightarrow q_3q_4$ ,  $q_1g \rightarrow q_2q_3$ ,  $gg \rightarrow ggg$  порождают в конечном состоянии энергичные партоны. Партоны несут цветовой заряд, следовательно, не могут наблюдаться. Однако жесткие партоны адронизуются, образуя потоки адронов — струи, которые можно регистрировать в эксперименте.

По сравнению с адронными взаимодействиями в столкновениях тяжелых ионов ядер при высоких энергиях появляется очень важное обстоятельство: жесткий партон, «прародитель» струи, взаимодействует со сильновзаимодействующей средой, образованной в столкновении. В процессе распространения в ядерном веществе партон теряет свою энергию, а значит и полная энергия струи будет меньше. Такой эффект был назван гашением струй. (Оригинальный термин “jet quenching” иногда переводится буквально — «сжатие» струй.)

Согласно современным представлениям, доминантным механизмом потерь энергии в КХД является излучение глюонов при столкновениях быстрых партонов.

Конечно, очень трудно измерить в столкновениях тяжелых ионов потери энергии отдельного партона, поскольку из-за большой множественности сложно изолировать струю, в которую фрагментирует рассматриваемый партон. Однако потери энергии партонов связаны с потерями энергии лидирующего адрона, в который он фрагментирует.

Уже отмечено, что потери энергии ведут к подавлению лидирующих адронов с большими поперечными импульсами. Кроме того, возможно исследовать дисбаланс, возникающий, когда энергичные партоны проходят различную толщину ядерного вещества.

Производя количественное сравнение подавления струй в ядерных столкновениях по сравнению с протон-протонными столкновениями, можно исследовать свойства образованной материи.

Величиной, которая характеризует подавление струй, является следующее отношение:

$$\begin{aligned}
R_{AA}(p_T, y; b) &= \\
&= \frac{\text{"горячая и плотная КХД-материя"}}{\text{"КХД-вакуум"}} = \quad (9.119) \\
&= \frac{d^2 N_{AA} / dy dp_T}{\langle T_{AA}(b) \rangle \cdot d^2 s_{pp} / dy dp_T},
\end{aligned}$$

где  $b$  — прицельный параметр, а  $T_{AA}(b)$  — функция ядерного перекрытия, характеризующая число неупругих нуклон-нуклонных столкновений.

В центральных столкновениях на RHIC было обнаружено, что  $R_{AA} \ll 1$ , то есть образование струй подавлено, они «гасятся» средой. Это одно из самых сильных указаний на то, что в столкновениях ядер на RHIC формируется КГП.

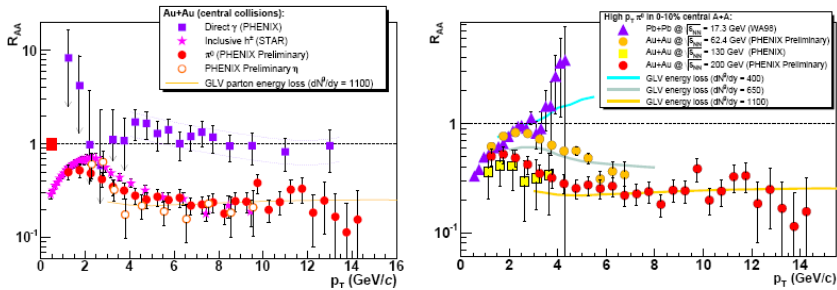


Рис. 9.40. Зависимость фактора подавления  $R_{AA}$  от поперечного импульса [9.57]

Действительно, большая часть свойств, которые обнаруживает это подавление, согласуется с потерями энергии партона за счет излучения глюонов.

1. Величина подавления при максимальных энергиях составляет  $R_{AA} \approx 0.2$ , что предполагает формирование очень плотной системы с начальной плотностью глюонов  $dN_g / dy \approx 1000$ . Эта оценка, в свою очередь, согласуется с данными по множественности заряженных частиц.

2. Подавление носит универсальный характер: при значениях  $p_T > 5$  ГэВ, измерения  $\pi^0$ ,  $\pi^\pm$ ,  $\eta$  дает  $R_{AA} \approx 0.2$ , в то время как пертурбативные оценки давали бы  $R_{AA} = 1$ , что наблюдается для фотонов, не участвующих во взаимодействиях в конечном состоянии (см. левую часть рис. 9.40).

3. Плато в зависимости от  $p_\perp$ . При  $p_T > 5$  ГэВ,  $R_{AA}(p_\perp)$  остается постоянным вплоть до значений  $p_T \approx 14$  ГэВ. Такое поведение согласуется с модельными предсказаниями.

4. Подавление растет с ростом энергии столкновения, по мере того, как увеличиваются начальные партонные плотности (правая часть рис. 9.40)

Важную информацию дает также изучение двучастичных азимутальных корреляций. Выберем триггерную частицу с большим  $p_\perp$  и построим азимутальное распределение ассоциированных адронов ( $p_\perp^{\text{ассоц.}} < p_\perp^{\text{тригг.}}$ )  $1/N_{\text{тригг.}} dN/d(\Delta\phi)$ . На рис. 9.41 представлены азимутальные корреляции, измеренные на RHIC. Как видно, в столкновениях Au+Au наблюдается исчезновение пика при  $\Delta\phi = 180^\circ$ , что связано с потерями партона в среде. В то же время, в p+p и d+Au столкновениях такого исчезновения не обнаруживается.

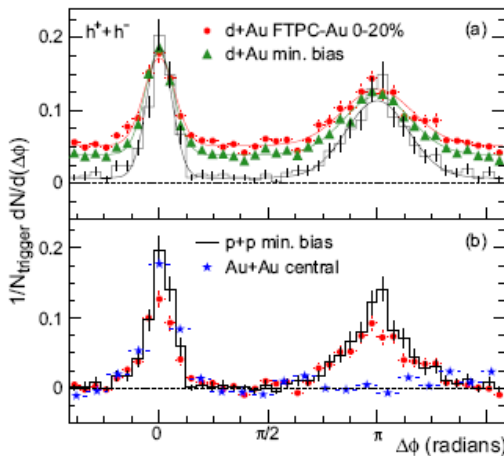


Рис. 9.41. Азимутальные распределения относительно триггерной частицы [9.58]

Таким образом, наблюдение гашения струй на RHIC дает веские основания полагать, что в столкновениях тяжелых ядер при энергии  $\sqrt{s} = 200$  ГэВ/нуклон образуется плотная сильновзаимодействующая среда, проходя через которую энергичный партон теряет свою энергию за счет излучения глюонов.

#### *9.4.11. Коллективное расширение ядерной материи в столкновениях релятивистских ядер*

Как мы уже отмечали, в столкновениях релятивистских ядер может сформироваться термализованная среда, состоящая из адронов или кварков. Такой среде должны быть присущи коллективные явления, как, например, коллективное расширение. Так, поперечная энергия в событии будет содержать не только компоненту, связанную с температурным хаотическим движением, но и компоненту коллективного движения. Например, если средняя поперечная энергия, приходящая на одну частицу при адронизации, составляет  $\sim 300$  МэВ, то при изоэнтропическом расширении это означает, что «истинная» температура составляла  $\sim 300$  МэВ, но ядерное вещество участвовало в коллективном движении со скоростью  $\beta = v/c \approx 0.5$ .

Ожидается, что коллективное движение ядерного вещества должно усиливаться при переходе от энергии SPS к RHIC и LHC. Это предположение оправдывается: данные RHIC при  $p_{\perp} < 1$  ГэВ фитируются при радиальной скорости  $v_{\perp} \approx 0.6c$ , в то время как для SPS  $v_{\perp} \approx 0.4c$ .

Существует несколько подходов к анализу течения ядерной жидкости. Один из них [9.59] основан на фитировании распределений по  $p_{\perp}$  или  $\frac{dN}{dy}$  для различных частиц, используя предположение о локальном термодинамическом равновесии и гидродинамическом расширении. В этом случае можно получить информацию о начальных условиях, уравнении состояния и температуре вымораживания. Однако такой подход является модельно зависимым. Отнюдь не очевидно, что термодинамическое равновесие устанавливается в столкновениях релятивистских ионов. В другом подходе

[9.60] изучаются азимутальные распределения частиц и их анизотропия. При этом источник анизотропии может быть разным: гидродинамические течения вследствие градиентов давления, экранирование и т. д. Общим является лишь коллективное поведение в процессе множественного рождения.

Азимутальные распределения частиц можно построить в достаточно узких интервалах (псевдо)быстрот из различных величин, таких как поперечный импульс, множественность или поперечная энергия. Обычно делят интервал (псевдо)быстрот, входящий в аксептанс, на более мелкие интервалы, чтобы при этом достаточно большое число частиц попадало в каждый интервал. Иногда вводят различные веса, соответствующие разным частицам, или изучаются различные функции  $p_{\perp}$ , множественности. Например, если хотят исследовать вклад частиц с большими  $p_{\perp}$  в коллективное течение, можно изучать  $p_{\perp}^2(\phi)$  вместо  $p_{\perp}(\phi)$  или выбирать частицы с поперечными импульсами, большими определенной величины.

Обозначим азимутальную функцию распределения через  $r(\phi) = \frac{dp_{\perp}(\phi)}{d\phi}$ , где  $p_{\perp}(\phi)$  — полный поперечный импульс частиц, испускаемых под азимутальным углом  $\phi$ .

Функцию  $r(\phi)$  можно построить в каждом событии и представить в виде Фурье разложения, поскольку  $r(\phi)$  — периодическая функция:

$$r(\phi) = \frac{x_0}{2\pi} + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (x_n \cos(n\phi) + y_n \sin(n\phi)). \quad (9.120)$$

Коэффициенты в этом разложении определяются через интегралы от  $r(\phi)$  с весами, пропорциональными  $\cos(n\phi)$  или  $\sin(n\phi)$ . Для конечного числа частиц интегралы представляют собой суммы по всем частицам в заданном интервале (псевдо)быстрот:

$$\begin{aligned} x_n &= \int_0^{2\pi} r(\phi) \cos(n\phi) d\phi = \sum_{\nu} r_{\nu} \cos(n\phi_{\nu}), \\ y_n &= \int_0^{2\pi} r(\phi) \sin(n\phi) d\phi = \sum_{\nu} r_{\nu} \sin(n\phi_{\nu}), \end{aligned} \quad (9.121)$$



где индекс  $v$  соответствует всем частицам,  $\phi_v$  — азимутальный угол  $v$ -той частицы.

В отсутствие течения ядерной жидкости и пренебрегая флуктуациями, функция  $r(\phi)$  — константа,  $r(\phi) = \frac{x_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sum_v r_v$ .

При этом все фурье-коэффициенты, кроме одного, обращаются в ноль.

Возникновение поперечной анизотропии ожидается при столкновениях с отличным от нуля прицельным параметром.

Пусть  $z$  — ось вдоль пучка, ее обычно называют продольным направлением, а поперечная плоскость —  $(x-y)$ . Прицельный параметр в плоскости  $(x-y)$  вместе с осью  $z$  образуют плоскость реакции, и угол  $\psi_r$  ( $0 \leq \psi_r \leq 2\pi$ ) плоскости реакции — это угол между осью  $x$  и плоскостью реакции.

Каждой паре фурье-коэффициентов  $x_n$  и  $y_n$  соответствует ненулевая компонента  $v_n = \sqrt{x_n^2 + y_n^2}$  и угол  $\psi_n$  ( $0 \leq \psi_n \leq 2\pi$ ) « $n$ -го типа» течения:

$$\begin{aligned} x_n &= v_n \cos(n\psi_n), \\ y_n &= v_n \sin(n\psi_n). \end{aligned} \tag{9.122}$$

Если имеется коллективное течение ядерного вещества, то  $r(\phi) \neq \text{const}$ , и форма распределения уже не является окружностью с центром в точке ноль.

Первая гармоника ( $v_1$ ) соответствует общему сдвигу распределения в поперечной плоскости, такое течение называется ориентированным (directed flow). Если пренебречь флуктуациями, то из-за симметрии ориентированное течение совпадает с углом плоскости реакций (отталкивающее течение) или с противоположным направлением  $\psi_1 = \psi_r + \pi$  (притягивающее течение).

Ненулевая вторая гармоника ( $v_2$ ) описывает эксцентриситет эллипсоидального распределения. Количественно  $v_2$  есть разность между большой и малой полуосью эллипса. Если  $\psi_2 = \psi_r$ , то большая полуось лежит в плоскости реакции, в то время как эллипс ориентирован перпендикулярно плоскости реакции.

Коэффициент  $v_3$  отличен от нуля для асимметричных ядерных столкновений, когда асимметрия в течении связана с различными размерами сталкивающихся ядер. Как видно из предыдущего рассмотрения, в каждом случае нужно знать плоскость реакции. Очень важно детектировать течение ядерного вещества без использования информации о точном расположении плоскости реакции в каждом событии.

При рассмотрении флуктуаций величины  $v_n$  становятся уже функциями распределения. Рассмотрим влияние флуктуаций множественности на течение ядерного вещества. Поскольку двухчастичные корреляции весьма слабые [9.61], будем считать все частицы в событии независимыми и распределенными с дисперсией  $\sigma_0^2$ . Будем считать при этом, что число частиц в выбранном интервале (псевдо)быстрот велико ( $N \gg 1$ ). При этих предположениях в отсутствие течения ядерного вещества распределение вероятностей векторов  $(v_1, \psi_1)$  имеет гауссову форму:

$$\frac{d^2w}{dv_1 d\psi_1} = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{v_1^2}{2\sigma^2}\right), \quad (9.123)$$

причем пик находится в начале координат. Дисперсия распределения

$$\sigma^2 = \sigma_x^2 = \sigma_y^2 = N \langle r_i^2 \rangle \langle \cos^2(\phi_i) \rangle = \frac{N \langle r_i^2 \rangle}{2} = N\sigma_0^2, \quad (9.124)$$

где  $N$  — число частиц в рассматриваемом интервале (псевдо)быстрот.

Начнем обсуждение флуктуаций с ориентированного течения. При наличии течения каждое событие характеризуется величиной течения и углом. Для событий с одинаковыми параметрами течения центр распределения (9.123) будет сдвинут в полярной системе координат в точку  $(\tilde{v}_1, \psi_1)$ . Предположим, что и для сдвинутого распределения статистические флуктуации (9.124) те же самые. Выберем  $\tilde{v}_1$  как параметр, характеризующий величину течения, этот параметр зависит от прицельного параметра столкновения. Как известно, прицельный параметр скоррелирован с такими наблюдаемыми величинами как поперечная энергия, энергия в калориметре нулевых углов и т. д. Используя эти корреляции, можно

отобразить экспериментально события с одинаковой величиной течения. Распределение по углу  $\psi_1$  должно быть однородным.

Проинтегрируем выражение (9.123) по  $\psi'_i = \psi_1 - \psi_r$ ,

$$\begin{aligned} \frac{dw}{v_1 dv_1} &= \frac{1}{2\pi\sigma^2} \int_0^\infty d\psi_1 \exp\left(-\frac{\tilde{v}_1^2 + \tilde{v}_1'^2 - 2\tilde{v}_1 v_1 \cos(\psi_1')}{2\sigma^2}\right) = \\ &= \frac{1}{2\sigma^2} \exp\left(-\frac{\tilde{v}_1^2 + \tilde{v}_1'^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{\tilde{v}_1 v_1}{\sigma^2}\right), \end{aligned} \quad (9.125)$$

где  $I_0$  — модифицированная функция Бесселя. Экстремум этого выражения определяется из уравнения

$$\tilde{v}_1 I_1\left(\frac{v_1 \tilde{v}_1}{\sigma^2}\right) - v_1 I_0\left(\frac{v_1 \tilde{v}_1}{\sigma^2}\right) = 0 \quad (9.126)$$

Это выражение имеет локальный минимум при  $v_1 = 0$ , если  $\tilde{v}_1/\sigma > \sqrt{2}$ . Поэтому наблюдение такого минимума в экспериментальных данных есть достаточное условие возникновения течения.

Отметим, что функциональная форма (9.125) которая допускает существование в нуле локального минимума распределения, предложена в работе [9.62].

Как уже отмечалось выше, для определения течения необходимо знать положение плоскости реакции. Заметим, что плоскость реакции можно определить для каждой гармоники анизотропного течения. Вектор течения  $Q_n$  и угол  $\psi_n$   $n$ -й гармоники распределения

$$\begin{aligned} Q_n \cos(n\psi_n) &= X_n = \sum_i w_i \cos(n\phi_i), \\ Q_n \sin(n\psi_n) &= Y_n = \sum_i w_i \sin(n\phi_i), \\ \psi_n &= \left( \tan^{-1} \frac{\sum_i w_i \sin(n\phi_i)}{\sum_i w_i \cos(n\phi_i)} \right) / n. \end{aligned} \quad (9.127)$$

В этих выражениях суммирование проводится с весами  $w_i$  по всем частицам в событии. Веса подбираются таким образом, чтобы

максимально точно определить положение плоскости реакции [9.63].

Какие качественно новые явления наблюдаются в ядро-ядерных взаимодействиях при высоких энергиях по сравнению с  $pp$ -столкновениями и  $e^+e^-$ -аннигиляцией? Как первоначально планировалось, в  $AA$ -взаимодействиях должен достигаться качественно новый динамический режим, характеризующейся малым микроскопическим масштабом  $l$  (длиной свободного пробега) по сравнению с макроскопическим масштабом  $L$  (размером системы):  $l \ll L$ .

Если такой режим достигнут, то файербол, рожденный в столкновениях тяжелых ионов можно рассматривать как макроскопический объем. Тогда адекватно термодинамическое описание объемных свойств системы и гидродинамическое описание ее пространственно-временной эволюции.

Отметим, что статистические модели хорошо «работают» при описании столкновений тяжелых ионов, но они же успешны и для описания данных в  $pp$ -столкновениях и  $e^+e^-$ -аннигиляции! Почему это происходит, до конца не ясно и в настоящее время. По-видимому, в  $pp$  и  $e^+e^-$  рождаются многочастичные системы, но они остаются макроскопическими малыми, в них не проявляются коллективные эффекты. В столкновениях тяжелых ионов на RHIC обнаружено коллективное движение ядерной материи, т.е. макроскопическое поведение действительно наблюдается. Справедливости ради следует подчеркнуть, что течение ядерного вещества присутствует и при энергиях AGS и ниже, но его источник там другой, чисто ядерный, не связанный со множественным рождением частиц.

Первые попытки связать экспериментальные данные с коллективным поперечным расширением были сделаны в работе [9.64] для энергий BEVALAC и [9.65] для  $pp$ -взаимодействий на ISR CERN. Идея анализа очень простая: коллективная скорость расширения по-разному сказывается на спектрах легких и тяжелых частиц. Поскольку  $\pi$ -мезоны — ультрарелятивистские, их спектр имеет экспоненциальную форму по  $p_{\perp}$ : из-за смещения, вызванного коллективным течением, спектр остается экспоненциальным с па-

раметром наклона  $T^* = T\gamma$ . Для тяжелых частиц эффект другой: например, для очень тяжелой частицы отсутствует «температурная» составляющая скорости, т. е. температурный спектр  $\sim \delta(\vec{p})$ . При смещении, вызванном течением, аргумент  $\delta$ -функции изменяется на  $m v_{\perp}$ ,  $v_{\perp}$  — скорость поперечного расширения. Оказалось, однако, что при энергиях CERN спектры  $\pi$ ,  $K$ ,  $N$  в протон-протонных столкновениях обладают свойством  $m_{\perp}$ -скейлинга

$$\frac{dN}{dp_{\perp}^2} \sim \exp\left(-\frac{m_{\perp}}{T}\right), \quad (9.128)$$

где  $m_{\perp}^2 = p_{\perp}^2 + m^2$ , причем наклон  $T$  — универсальный для всех частиц без каких-либо указаний на коллективное расширение. Как ожидалось, подобная картина должна быть справедливой и при столкновениях тяжелых ионов сравнимых энергий.

Однако данные CERN по ядро-ядерным столкновениям показали, что наклон  $m_{\perp}$  спектра зависит от массы частиц. Это можно видеть на рис. 9.42, наклон спектра по  $p_{\perp}$  растет линейно с ростом массы частиц.

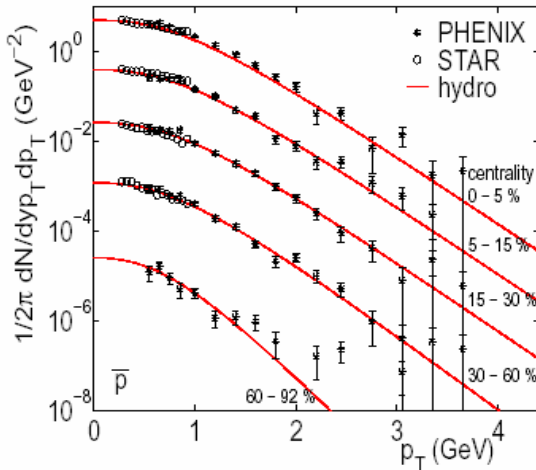


Рис. 9.42. Распределение частиц по поперечному импульсу

Спектры пионов, каонов и протонов измеренные на RHIC, представлены на рис. 9.43. Спектры можно аппроксимировать двумя параметрами — температурой вымораживания, и средней скоростью расширения  $\langle\beta\rangle$ . Как видно из этого рисунка, параметры  $T_{kin}$  и  $\langle\beta\rangle$  слабо зависят от центральности столкновения:  $T_{kin}$  уменьшается, а  $\langle\beta\rangle$  растет. Заметим, что температура установления химического равновесия  $T_{ch}$  также не зависит от центральности. При энергиях RHIC скорость поперечного расширения  $v_{\perp} \approx 0.7$ , а гидродинамические предсказания с различными параметрами наклона спектров справедливы вплоть до импульсов  $p_{\perp} \approx 2 \text{ ГэВ}$ . Впервые обнаружено пересечение пионных и протонных спектров, т.е. пионов и протонов образуется примерно одинаковое число при  $p_{\perp} \approx 2 \div 5 \text{ ГэВ}$ . В нецентральных столкновениях ядер вторичные частицы участвуют в «эллиптическом» течении. Причина такого течения состоит в том, что спектральные нуклоны движутся вдоль пучка, а образующийся файербол имеет асимметричную форму. Если в такой системе имеется давление, то его градиент больше в направлении прицельного параметра ( $x$ -направление), чем в более протяженном  $y$ -направлении.

В этом случае материя расширяется, главным образом, в  $x$  направлении. Как уже отмечалось выше, распределение частиц по азимутальному углу  $\phi$  можно представить в виде

$$\frac{dN}{d\phi} = \frac{v_0}{2\pi} + \frac{v_2}{\pi} \cos(2\phi) + \frac{v_4}{\pi} \cos(4\phi) + \dots \quad (9.129)$$

Каждая из  $v_i$  — функция центральности (прицельного параметра), быстроты, поперечного импульса и типа частиц.

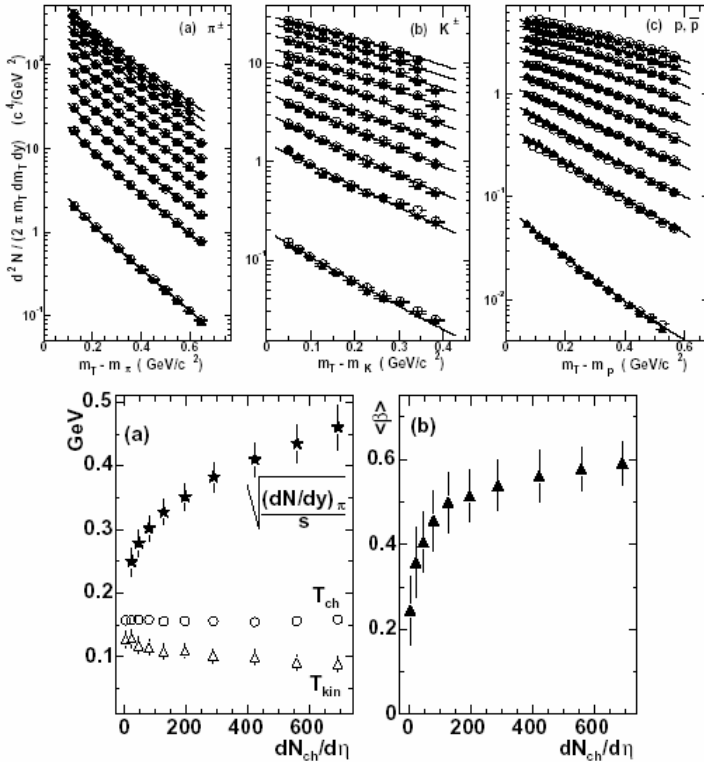


Рис. 9.43. Спектры пионов, каонов и протонов, измеренные на ускорителе RHIC

*9.4.12. Данные RHIC по азимутальной анизотропии: открытие «идеальной кварк-глюонной жидкости»*

Для RHIC наибольшую роль играет коэффициент  $v_2$ , который соответствует эллиптическому течению. Экспериментальные значения  $v_2$  для разных сортов частиц в зависимости от поперечного импульса представлены на рис. 9.44.

Во-первых, следует отметить, что значения  $v_2$  весьма велики. Это исключительно важное (и неожиданное) обстоятельство. Дело в том, что анизотропия в азимутальном распределении создается за

счет анизотропии градиентов давления в поперечной плоскости в первые моменты после столкновения. Большие значения  $v_2$  объясняются естественным образом, если предположить, что после столкновения ядер происходит быстрая термализация. Кроме того,  $v_2$  дает информацию о свойствах среды на ранних стадиях: если описывать кварк-глюонную плазму как газ слабо взаимодействующих частиц, то в таком случае эллиптическое течение должно быть очень малым. Таким образом, большие значения  $v_2$  противоречат газовому приближению для кварк-глюонной фазы.

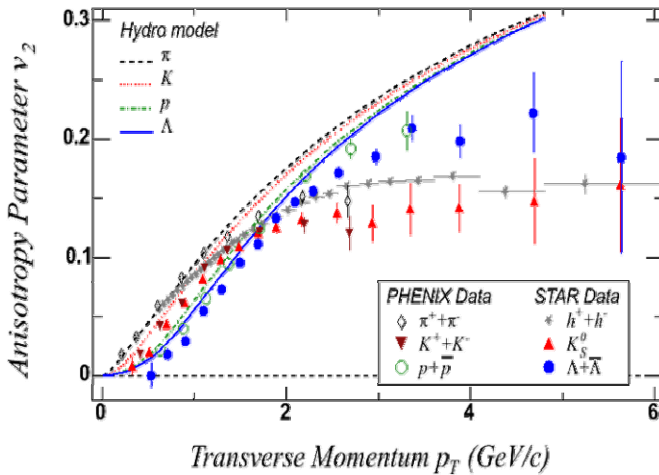


Рис. 9.44. Зависимость коэффициента  $v_2$  от поперечного импульса по данным RHIC [9.66]

С другой стороны, поведение  $v_2$  в зависимости от поперечного импульса для частиц с  $p_T < 2$  ГэВ/с хорошо описывается в рамках идеальной гидродинамики. Описание КГП как идеальной жидкости предполагает малые значения отношения вязкости к плотности энтропии  $\eta/s$ . Оценки, полученные на основании данных RHIC, дают [9.67]:

$$\eta/s = 0.09 \pm 0.015. \quad (9.130)$$



Любопытно, что это значение близко к универсальному нижнему пределу, который справедлив для любых веществ [9.68]:  $\eta/s = 1/4\pi \approx 0.08$ , т. е. образованная на RHIC материя — «самая идеальная» жидкость. Такое малое значение вязкости невозможно получить из адронных моделей, и оно указывает на то, что система находится в режиме сильной связи (взаимодействие между партонами велико). Напомним, что к такому же заключению приводят рассмотренные ранее вычисления на решетках.

Таким образом, измерение  $v_2$  позволяет сделать аргументированное предположение, что на RHIC формируется партонная материя в состоянии деконфайнмента, схожая по своим свойствам с идеальной (с исключительно малой вязкостью) жидкостью. Эта система находится в режиме сильной связи. Такая сильновзаимодействующая партонная жидкость получила название “sQGP” (strongly interacting quark-gluon plasma). В 2005 г. обнаружение sQGP было признано одним из самых значительных достижений в физике.

### **9.5. Ультрапериферические ядро-ядерные столкновения**

Ультрапериферическими называют столкновения ионов с прицельным параметром  $b > 2R$ , т. е. такие столкновения, при которых ядра практически не перекрываются. При таких значениях прицельного параметра сильные взаимодействия уже не являются доминирующими, поскольку происходят «на хвостах» распределения ядерной плотности. Конкуренцию сильным взаимодействиям могут составить фотон-фотонные, фотон-померонные и померон-померонные взаимодействия ядер. Два ядра могут обмениваться одним или несколькими фотонами, при этом одно из них или оба ядра возбуждаются в состояние гигантского дипольного резонанса или другие возбужденные состояния. Другая возможность — фотон некогерентно взаимодействует с нуклоном другого ядра (фото-ядерная реакция). В двухфотонных взаимодействиях каждое ядро испускает фотон, затем эти фотоны сталкиваются и рожают лептоны или адронные состояния. Фотон (померон) одного ядра может провзаимодействовать с когерентным мезонным или померонным полем другого ядра. Условие когерентности на фотонные и поме-

ронные поля сильно ограничивает кинематические характеристики рожденных частиц. Когерентность для фотонных полей означает, что это поле связано целиком с зарядом ядра, а не с зарядами отдельных протонов, составляющих ядро. Точно так же когерентное поле померона связано с сильными взаимодействиями всех нуклонов ядра.

В системе покоя ядра фотон, померон или мезон, когерентно связанный с ядром, должен иметь поперечный импульс  $p_{\perp} \leq \frac{\hbar c}{R_A}$ . В

коллайдерном режиме столкновения, когда ядра лоренц-сжаты в продольном направлении в  $\gamma$  раз, энергия фотонов ограничена

$K^0 = p_{\parallel} < \frac{\gamma \hbar c}{R_A}$ . Поэтому два ядерных когерентных поля имеют мак-

симальную энергию  $\omega = \frac{2\gamma \hbar c}{R_A}$  и  $p_{\perp} < \frac{2\hbar c}{R_A}$ . Для фотонов  $p_{\perp}$  еще

меньше,  $p_{\perp} < \frac{\hbar c}{b}$  ( $b$  — прицельный параметр,  $b > 2R$ ).

Померон-померонные (мезонные) взаимодействия из-за малого радиуса сильных взаимодействий ограничены узким интервалом прицельных параметров ( $2R_A < b < 2R_A + 1$  фм). Померон-померонные (мезонные) взаимодействия имеют довольно малое сечение, для них характерные  $p_{\perp}$  составляют, в отличие от фотонов, сотни МэВ.

Электромагнитные поля ультррелятивистских ядер обычно трактуются (следуя Вайцеккеру–Вильямсу) как поток виртуальных фотонов. Поток фотонов, связанный с ядром заряда  $Z$ , на расстоянии  $r$  от центра ядра

$$\frac{d^3 N(E, r)}{dE d^2 r} = \frac{z^2 \alpha x^2}{\pi^2 E r^2} K_1^2(x), \quad (9.131)$$

где  $x = \frac{Er}{\gamma \hbar c}$  и  $K_1$  — модифицированная функция Бесселя. Двухфотонная светимость ядер определяется как перекрытие фотонных полей, проинтегрированных по прицельным параметрам  $b > 2R$ :

$$L_{\gamma\gamma} = L_{AA} \int \frac{dE_1}{E_1} \int \frac{dE_2}{E_2} 2\pi \int_{R_A}^{\infty} b_1 db_1 \int_{R_A}^{\infty} b_2 db_2 d\phi \frac{d^3 N(E_1, b_1)}{dE_1 d^2 b_1} \frac{d^3 N(E_2, b_2)}{dE_2 d^2 b_2} \theta(b - R_1 - R_2), \quad (9.132)$$

где  $L_{AA}$  — ядерная светимость,  $\theta$  — ступенчатая функция и прицельный параметр  $b = \sqrt{b_1^2 + b_2^2 - 2b_1 b_2 \cos \phi}$ .

Обычно светимость  $L_{\gamma\gamma}$  находят численным интегрированием. Требование отсутствия перекрытия ядер уменьшает  $L_{\gamma\gamma}$  примерно на 50%.

В табл. 9.2 представлены ядра, энергии и максимальные светимости для ускорителей RHIC и LHC.

Таблица 9.2

Ускоритель	Ядро	Энергия на нуклон	Максимальная светимость ( $\text{см}^2 \text{с}^{-1}$ )
RHIC 2000	Золото	65 ГэВ	$2 \cdot 10^{25}$
RHIC	Золото	100 ГэВ	$2 \cdot 10^{26}$
RHIC	Кремний	125 ГэВ	$4.4 \cdot 10^{28}$
LHC	Свинец	2.76 ТэВ	$1 \cdot 10^{26}$
LHC	Кальций	3.5 ТэВ	$2 \cdot 10^{30}$

Как видно из табл. 9.2, наиболее предпочтительными с точки зрения изучения ультрапериферических столкновений являются кремний на RHIC и кальций на LHC.

### 9.5.1. Ядерные возбуждения и некогерентные фотоядерные взаимодействия

Для фотонов низких энергий ядерные возбуждения обычно коллективные. Например, при гигантском дипольном резонансе про-

тоны осциллируют в одном направлении, а нейтроны — в противоположном. Эти векторные осцилляции могут возникать при поглощении ядром одного фотона. Более высокие возбуждения включают двойные гигантские дипольные резонансы, а также квадрупольные резонансы, для возбуждения которых требуется поглощение нескольких фотонов. Эти состояния обычно распадаются путем испускания одного или нескольких нейтронов, которые детектируются калориметром «нулевых углов».

### 9.5.2. Двухфотонные взаимодействия

Двухфотонные процессы интенсивно изучались на  $e^+e^-$ -коллайдерах (LEP, KEK). Поскольку фотоны связаны с зарядами, то измерение выходов мезонов ( $q\bar{q}$ ), гибридов ( $q\bar{q}g$ ) и 4-кварковых состояний  $q\bar{q}q\bar{q}$  позволяет исследовать их кварковое содержание.

Условие когерентности ограничивает сверху энергии фотонов: 3 ГэВ для RHIC и  $\sim 150$  ГэВ для LHC. Определим дифференциальную светимость

$$\frac{dL_{\gamma\gamma}}{dE_1 dE_2} = L_{AA} \int_{b_1 > R} \int_{b_2 > R} \frac{d^3 N(E_1, b_1)}{dE_1 d^2 b_1} \frac{d^3 N(E_2, b_2)}{dE_2 d^2 b_2} \times \theta\left(\left|\vec{b}_1 - \vec{b}_2\right| - 2R\right) d^2 b_1 d^2 b_2. \quad (9.133)$$

Перейдем от энергий фотонов  $E_1$  и  $E_2$  к энергии в системе центра масс  $w$  и быстроте  $Y$ :

$$E_1 = \frac{1}{2} w e^Y, \quad E_2 = \frac{1}{2} w e^{-Y}; \quad (9.134)$$

$$Y = \frac{1}{2} \ln \frac{E_1}{E_2}, \quad w = \sqrt{4E_1 E_2};$$

тогда дифференциальная светимость

$$\frac{dL_{\gamma\gamma}}{dw} = L_{AA} \int_{-\infty}^{+\infty} F(w, Y) dY, \quad (9.135)$$

$$\text{где } F(w, Y) = F\left(\frac{1}{2}we^Y, \frac{1}{2}we^{-Y}\right) = \left(\frac{dL_{\gamma\gamma}}{L_{AA}dE_1dE_2}\right) \Bigg|_{E_1 = \frac{1}{2}we^Y, E_2 = \frac{1}{2}we^{-Y}}.$$

На рис. 9.45 изображены двухфотонные светимости для трех типов ядер, которые предполагается ускорять на RHIC. Как видно, наибольшая светимость для I+I взаимодействий. Меньший заряд йода по сравнению с золотом компенсируется большей ядерной светимостью и меньшим радиусом.

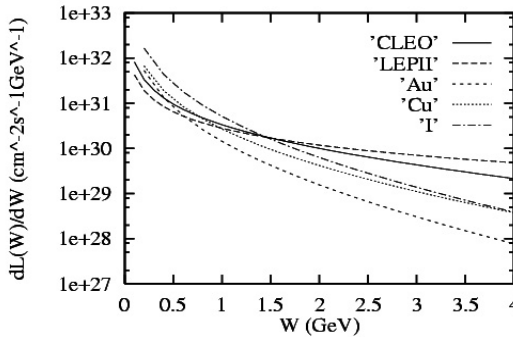


Рис. 9.45. Двухфотонные светимости для условий RHIC

Для того чтобы вычислить сечение рождения различных частиц в  $\gamma\gamma$ -столкновениях, необходимо знать светимость и сечение образования заданного конечного состояния. Так, сечение образования резонанса массы  $M_R$ , спина  $J$ , полной ширины  $\Gamma$  и двухфотонной ширины  $\Gamma_{\gamma\gamma}$ :

$$\begin{aligned} \sigma_{\gamma\gamma}(w) &= 8\pi(2J+1) \frac{\Gamma_{\gamma\gamma}\Gamma}{(w^2 - m_R^2)^2 + \Gamma^2 m_R^2} \approx \\ &\approx 8\pi^2(2J+1) \frac{\Gamma_{\gamma\gamma}}{2m_R^2} \delta(w - m_R). \end{aligned} \quad (9.136)$$

Формула Брейта-Уиллера для сечения рождения лептонных пар:

$$\begin{aligned} \sigma(\gamma\gamma \rightarrow e^+e^-) &= \\ &= \frac{4\pi\alpha^2}{w^2} \left[ \left( 2 + \frac{8M^2}{w^2} - \frac{16M^4}{w^4} \right) \ln \frac{w + \sqrt{w^2 - 4M^2}}{2M} \right] - \\ &\quad - \frac{4\pi\alpha^2}{w^2} \sqrt{1 - \frac{4M^2}{w^2}} \left( 1 + \frac{4M^2}{w^2} \right), \end{aligned} \quad (9.137)$$

где  $M$  — масса лептона.

Сечение образования состояния  $R$  в реакции  $A + A \rightarrow A + A + R$

$$\sigma(A + A \rightarrow A + A + R) = \iint F(w, Y) \sigma_{\gamma\gamma}(w) dw dY. \quad (9.138)$$

Сечения рождения различных состояний и ожидаемая статистика на год работы ( $\sim 10^7$  с) RHIC для различных сталкивающихся ядер представлена в табл. 9.3.

Таблица 9.3

Состояние, частица	Au + Au		I + I		O + O	
	$\sigma[\mu b]$	Число событий	$\sigma[\mu b]$	Число событий	$\sigma[\mu b]$	Число событий
$\pi^0$	4700	$9.5 \cdot 10^6$	1100	$3 \cdot 10^7$	1.1	$1 \cdot 10^6$
$\eta$	920	$1.8 \cdot 10^6$	240	$6.4 \cdot 10^6$	0.32	$3 \cdot 10^5$
$f_0(980)$	110	$2.2 \cdot 10^5$	31	$8.3 \cdot 10^5$	0.052	$5 \cdot 10^4$
$\eta_c(2980)$	2.6	$5.2 \cdot 10^3$	0.92	$2.5 \cdot 10^4$	0.004	$3.4 \cdot 10^3$
$\mu^+\mu^-$	130 mb	$2.7 \cdot 10^8$	34 mb	$9 \cdot 10^8$	40	$4 \cdot 10^7$
$\tau^+\tau^-$	0.74	$1.5 \cdot 10^3$	0.33	$9 \cdot 10^3$	2.5 nb	$2.4 \cdot 10^3$

Видно, что для большинства мезонов ожидается статистика в  $10^5 \div 10^7$  событий в год для Au + Au и I + I взаимодействий.

### 9.5.3. Гамма-померонные взаимодействия

Концепция померона существует в физике сильных взаимодействий уже более 30 лет, однако его природа до сих пор неясна. Считается, что померон — бесцветный (в отличие от глюонов) переносчик сильных взаимодействий с вакуумными квантовыми числами  $J^P = 0^{++}$ . В одних процессах (с малыми виртуальностями  $Q^2$ ) проявляются свойства «мягкого» померона, в других (при больших  $Q^2$ ) — «жесткого» померона. Однако очевидно, что это, скорее всего, один и тот же объект. «Мягкий» померон связан с поглощательной (неупругой) частью ядерного сечения. При гамма-померонном взаимодействии фотон можно рассматривать как состояние «голого» фотона плюс различные  $q\bar{q}$ -флуктуации. Когда ядро поглощает «голый» фотон,  $q\bar{q}$ -флуктуации становятся доминирующими. Пара  $q\bar{q}$  упруго рассеивается на ядре, и образуется реальный векторный мезон. Эта картина достаточно точно описывает многие реакции, например, упругое  $pp$ -рассеяние, гамма-протон взаимодействия на HERA,  $\mu N$ -процессы в Fermilab.

«Жесткий» померон обычно трактуется как состояние двух или более глюонов. Концепция «жесткого» померона используется для описания жестких процессов, например, образование струй с большими поперечными импульсами. В настоящее время непонятно, как соотносятся представления о «мягком» и «жестком» помероне. Так как структура померона не ясна, сечения рождения частиц в  $\gamma P$ -взаимодействиях вычислить «из первых принципов» не удастся. Однако можно получить разумные оценки, экстраполируя данные по рождению векторных мезонов в гамма-протонных взаимодействиях на ускорителе HERA. Эти данные интерпретируются в модели векторной доминантности: фотон флуктуирует в виртуальный векторный мезон, который упруго рассеивается на протоне. Упругое же рассеяние осуществляется обменом «мягким» помероном.

Сечение рождения векторного мезона слабо зависит от энергии в системе центра масс  $\gamma P$ -столкновения

$$\sigma_{\gamma p} = \sigma_0 W_{\gamma p}^K, \quad (9.139)$$

где  $K$  — константа. Для легких векторных мезонов ( $\rho$ ,  $\omega$ ,  $\phi$ )  $K \approx 0.22$ . Для  $J/\psi$  экспериментальные данные позволяют получить  $K \approx 0.8$ . Параметры  $\sigma_0$  и  $K$  содержатся в табл. 9.4.

Таблица 9.4

Мезон	$\sigma_0$ , мбарн	$K$	$A_V^0$ , мбарн/ГэВ <sup>2</sup>	$b$ , ГэВ <sup>-2</sup>
$\rho$	5.0	0.22	55	11
$\omega$	0.55	0.22	5.5	10
$\phi$	0.34	0.22	2.4	7
$J/\psi$	0.0015	0.80	0.006	4

Для экстраполяции на случай ядро-ядерных взаимодействий сделаем следующие предположения:

а) факторизация вершин взаимодействия ( $Pp$ - или  $R$ ядро-вершины не зависят от  $\gamma P$ -вершины);

б) померон связан со всеми нуклонами ядра, но из-за деструктивной интерференции нет вклада от нуклонов внутри ядра: константа связи померона с ядром пропорциональна числу нуклонов на поверхности ядра, т. е.  $\sim A^{2/3}$ ;

в)  $t$ -зависимость  $\gamma P$ -сечения трактуется как протонный форм-фактор.

Из-за ядерного форм-фактора нужно рассматривать передачу импульса  $\sqrt{t}$  между протоном (или ядром) и фотоном. Тогда сечение  $\gamma P \rightarrow Vp$ :

$$\sigma = \int_{t_{\min}}^{\infty} dt \frac{d\sigma}{dt} = \int_{t_{\min}}^{\infty} dt A_V \exp(-b|t|), \quad (9.140)$$

где константы  $A_V$ ,  $b$  зависят от типа векторного мезона ( $\rho$ ,  $\omega$ ,  $\phi$  или  $J/\psi$ ). Энергетическая зависимость полного сечения учтена с помощью  $A_V$ :

$$A_V = b\sigma_0 W^K \equiv A_V^0 W^K. \quad (9.141)$$



Величины  $A_V^0$  и  $b$  для различных мезонов приведены в табл. 9.4.

Сечение взаимодействия гамма-ядро получается аналогично, используя ядерный форм-фактор:

$$\sigma_{\gamma A \rightarrow \nu A} = \int_{t_{\min}}^{\infty} dt A^{4/3} A_V |F(t)|^2. \quad (9.142)$$

Как обычно, ядерный форм-фактор является фурье-преобразованием ядерной зарядовой плотности и может быть аппроксимирован следующей функцией:

$$|F(t)|^2 = \exp(-|t|/Q_0^2), \quad (9.143)$$

где  $Q_0 = 60$  МэВ для ядра золота [9.69]. Минимальный переданный

импульс  $t_{\min} = \left[ \frac{M_V^2}{4E_\gamma} \right]$ .

Тогда ядерное сечение рождения векторного мезона в ультрапериферических столкновениях ядер

$$\sigma(A + A \rightarrow A + A + V) = \int \sigma_{\gamma A \rightarrow \nu A} \frac{d^3 N}{dE_\gamma d^2 r} dE_\gamma, \quad (9.144)$$

причем поток фотонов  $\frac{d^3 N}{dE_\gamma d^2 r}$  задается выражением (9.131). Сече-

ния рождения векторных мезонов в Au+Au столкновениях при энергиях RHIC, вычисленные по формулам (9.131)–(9.144), содержатся в табл. 9.5.

Таблица 9.5

Мезон	$\sigma$ , мбн
$\rho$	69
$\omega$	6.8
$\phi$	2.3
$J/\psi$	5.3 $\mu\text{b}$

Сечения достаточно велики, учитывая светимость ускорителя, получаем скорость рождения  $\rho^0$ ,  $\omega$ ,  $\phi$  соответственно 28, 2.7 и 0.9 Гц. Отметим, что кроме одиночных векторных мезонов, возможно и образование мезонных пар.

Заметим также, что  $\gamma p$ -взаимодействия можно выделить на фоне  $\gamma\gamma$ -взаимодействий по быстротному распределению конечных частиц. Константа связи фотона с ядром  $\sim 1/K$  ( $K$  — энергия фотона), в то время как константа связи померона с ядром не зависит от энергии померона. Поэтому  $\gamma p$ -взаимодействия охватывают более широкий интервал быстрот, чем  $\gamma\gamma$ -взаимодействия.

#### 9.5.4. Померон-померонные взаимодействия

В когерентных ядро-ядерных столкновениях возможны и двухпомеронные взаимодействия. Из-за малого размера померона ( $\Delta \approx 1$  фм) эти взаимодействия происходят в узком интервале прицельных параметров  $2R + 2\Delta > b > 2R$ . Экспериментальные данные по  $PP$ -взаимодействиям в столкновениях  $\alpha$ -частиц получены на ISR.

Сечения  $PP$  для  $\alpha\alpha$  примерно в 11 раз больше, чем в протон-протонных взаимодействиях при тех же энергиях. В пересчете на полное сечение, сечение  $PP$  составляет 0.2%. В случае  $Au+Au$  столкновений доминируют  $\gamma\gamma$  и  $\gamma p$ -взаимодействия, в то время как для протон-протонных основным процессом будет померон-померонное взаимодействие. В модели «мягкого» померона трудно объяснить данные по двухпомеронным взаимодействиям, необходимо привлекать представления о «жестком» помероне. Новые данные с ускорителей RHIC и LHC представляют огромный интерес с точки зрения когерентных ядро-ядерных взаимодействий и выяснения природы померона.

### 9.5.5. Интерференционные эффекты в когерентных ядро-ядерных взаимодействиях

Как в гамма-гамма, так и в гамма–померонных взаимодействиях начальное состояние одно и то же: два тяжелых ядра. При этом много конечных состояний рождается через более чем одно промежуточное состояние. Как обычно в квантовой механике, возникает возможность интерференции нескольких каналов. Изучение интерференционных эффектов является одной из самых интересных задач физики ультрапериферических столкновений тяжелых ионов.

Примером могут служить процессы  $\gamma\gamma \rightarrow e^+e^-$  и  $\gamma P \rightarrow V \rightarrow e^+e^-$ , где  $V$  — векторный мезон. Поскольку  $\gamma\gamma$ - и  $\gamma p$ -состояния имеют противоположные  $C$ -четности, из-за интерференции конечное состояние будет антисимметричным при замене импульса электрона на импульс позитрона. Интерференция в  $\rho$ ,  $\omega$ ,  $\phi$ -мезонах изучалась в нескольких экспериментах [9.70]. В этих экспериментах пучок фотонов рассеивался на легких (бериллий, углерод) мишенях и измерялось число событий, в зависимости от инвариантной массы конечного состояния в которых электрон имеет больший импульс, чем позитрон. В эксперименте STAR на RHIC будут рассматриваться и другие интерференционные каналы:  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ ,  $\gamma p \rightarrow \rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ , а также  $\gamma\gamma \rightarrow K^+K^-$  и  $\gamma p \rightarrow \phi \rightarrow K^+K^-$ . Как показано в работе [9.71], интерференционные эффекты подавляют выход  $e^+e^-$ - или  $\pi^+\pi^-$ -пар в области очень малых значений поперечного импульса пары ( $p_\perp \leq 10 \div 20$  МэВ/с). Очевидно, требуется очень прецизионная техника детектирования событий с малыми  $p_\perp$ .

В заключение этого раздела отметим, что изучение когерентных ультрапериферических столкновений ядер предполагает отбор событий, в которых ядра остаются в основном состоянии или испытывают возбуждения, не приводящие к развалу ядер. Такой отбор осуществляется специальными триггерами, например, в эксперименте STAR на RHIC — с ошью калориметра нулевых углов и центрального баррельного калориметра.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 9.1. *Chodos A. et al.* // Phys. Rev. D. 1974. V. 9. P. 3471.
- 9.2. *Landau L., Lifshitz E.* // Statistical Physics, Pergamon Press, 1986.
- 9.3. *Morley P., Kislinger M.* // Phys. Rep. 1979. V. 51. P. 65.
- 9.4. *Belavin A. et al.* // Phys. Lett. B. 1975. V. 59. P. 85.
- 9.5. *Shuryak E.* // Nucl. Phys. B. 1982. V. 203. P.160.
- 9.6. *Shifman M., Vainshtein A., Zakharov V.* // Nucl. Phys. B. 1979. V. 147. P. 385.
- 9.7. *Bochkarev A., Shaposhnikov M.* // JETP Lett. 1984. V. 39. P. 488.
- 9.8. *Bochkarev A., Shaposhnikov M.* // Nucl. Phys. B. 1986. V. 268. P. 220.
- 9.9. *McLerran L., Svetitsky B.* // Phys. Rev. D. 1983. V. 24. P. 237.
- 9.10. *Kajantie K. et al.* // Z. Phys. C. 1981. V. 9. P. 253.
- 9.11. *Banks T., Ukawa A.* // Nucl. Phys. B. 1983. V. 225. P. 145.
- 9.12. *Karsch F.* // arXiv:0711.0661 [hep-lat]
- 9.13. *Cheng M. et al.* // 0710.0354v1 [hep-lat]
- 9.14. *DeTar C., Gupta R.* // PoS (LATTICE2007). P. 179.
- 9.15. *Karsch F.* // Nucl. Phys. B. 2000. V. 83–84. P. 14
- 9.16. *De Forcrand Ph. et al.* // Phys. Rev. D. 2001. V. 63. P. 054501
- 9.17. *Karsch F. et al.* // Nucl. Phys. A. 2003. V. 715. P. 701.
- 9.18. *Karsch F.* // Lecture Notes Phys. 2002. V. 583. P. 209
- 9.19. *Fodor Z. et al.* // J. High En. Phys. 2002. V. 203. P. 14.
- 9.20. *Iancu E., Leonidov A., McLerran L.* // Nucl. Phys. A. 2001. V. 692. P. 583.
- 9.21. *Schildknecht D., Sarrow B.* // Phys. Lett. B. 2001. V. 499. P. 116; *Stasto A. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 86. P. 596.
- 9.22. *Cleymans J., Gavai G., Suhonen J.* // Phys. Rep. 1986. V. 102. P. 140.
- 9.23. *Bjorken J.* // Phys. Rev. D. 1983. V. 27. P. 140.
- 9.24. *Hwa R., Kajantie K.* // Phys. Rev. D. 1985. V. 32. P. 1109.
- 9.25. *McLerran L., Toimela T.* // Phys. Rev. D. 1985. V. 31. P. 545.
- 9.26. *De Forcrand P., Philipsen O.* // Nucl. Phys. B. 2002. V. 642. P. 290.
- 9.27. *Stock R.* // Phys. Lett. B. 1999. V. 456. P. 277.
- 9.28. *Schmidt M. et al.* // Z. Phys. C. 1988. V. 38. P. 109.
- 9.29. *Combridge B.* // Nucl. Phys. B. 1979. V. 151. P. 429.
- 9.30. *Eskola K., Kajantie K.* // Z. Phys. C. 1997. V. 75. P. 515.
- 9.31. *Емельянов В., Ходинов А. и др.* // Ядерная Физика. 1999. Т. 62. С. 62.
- 9.32. *Adler C. et al.* // Nucl. Instrum. Meth. A. 2001. V. 470. P. 488
- 9.33. *Adcox K. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 86. P. 3500.
- 9.34. *Van Hove L.* // Z. Phys. C. 1983. V. 21. P. 93.
- 9.35. *Ruuskanen P.* // Nucl. Phys. A. 1991. V. 525. P. 255c.
- 9.36. *Gale C., Lichard P.* // Phys. Rev. D. 1994. V. 49. P. 3348.
- 9.37. *Song C., Ko C., Gale C.* // Phys. Rev. D. 1994. V. 50. P. 1827.
- 9.38. *Lichard P.* // Phys. Rev. D. 1994. V. 49. P. 5812.
- 9.39. *Matsui T., Satz H.* // Phys. Lett. B. 1986. V. 178. P. 446.
- 9.40. *Geiss J. et al.* // Phys. Lett. B. 1999. V. 447. P. 31; *Spieles C. et al.* // Phys. Rev. C. 1999. V. 60. P. 054901; *Arwesto N. et al.* // Phys. Rev. C. 1999. V. 59. P. 395.
- 9.41. *Pisarski R.* // Phys. Lett. B. 1982. V. 110. P. 155.
- 9.42. *Rapp R., Wambach J.* // Adv. Nucl. Phys. 2000. V. 25. P. 1.

- 9.43. *Gale C., Kapusta J.* // Phys. Rev. C. 1989. V. 40. P. 2397.
- 9.44. *Agakichiev G. et al.* // Nucl. Phys. A. 1999. V. 661. P. 23c.
- 9.45. Acton P. D. et al. // Z.Phys. C 56 (1992), 521; Buskulis D. et al. // Z.Phys. C 69 (1996), 379.
- 9.46. *Aguilar-Benitez M. et al.* // Z. Phys. C. 1991. V. 50. P. 405.
- 9.47. *Adams J. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2004. V. 92. P. 092301.
- 9.48. *Reygers K.* // nucl-ex/0608043.
- 9.49. *Muller B.* // Lect. Notes in Phys. 1985. V. 225. P. 1.
- 9.50. *Meyer-Ortmanns H.* // Rev. Mod. Phys. 1996. V. 68. P. 512.
- 9.51. *Rafelski J., Muller B.* // Phys. Rev. Lett. 1983. V. 48. P. 1006.
- 9.52. *Datta S., Karsch F. et al.* // hep-lat/0208012.
- 9.53. *Shuryak E., Zahed I.* // hep-ph/0307267.
- 9.54. *Elze H., Greiner W.* // Phys. Lett. B. 1986. V. 131. P. 385.
- 9.55. *Koch P., Muller B., Rafelski J.* // Phys. Rep. 1986. V. 142. P. 167.
- 9.56. *Emelyanov V.* // Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. 1988. V. 47 No. 1. P. 491.
- 9.57. *Busching H.* // Eur. Phys. J. C. 2005. V. 43. P. 303; *Adams J. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2003. V. 91. P. 172302; *Adler S. S. et al.* // nucl-ex/0503003
- 9.58. *Adams J. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2003. V. 91. P. 072304
- 9.59. *Schnederman E. et al.* // Phys. Rev. D. 1993. V. 48. P. 2462.
- 9.60. *Voloshin S. and Zhand Y.* // Z. Phys. C. 1996. V. 70. P. 665.
- 9.61. *Barrette J. et al.* // Phys. Rev. C. 1994. V. 49. P. 1669.
- 9.62. *Cugnon J., Hote D.* // Nucl. Phys. A. 1986. V. 452. P. 138.
- 9.63. *Danielewicz P.* // Phys. Rev. C. 1995. V. 51. P. 716.
- 9.64. *Siemens P., Rassmussen J.* // Phys. Rev. Lett. 1979. V. 42. P. 880.
- 9.65. *Shuryak E., Zhurov O.* // Sov. J. Nucl. Phys. 1978. V. 28. P. 485.
- 9.66. *Adler S.S. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2006. V. 96. P. 032302; *Adams J. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2004. V. 92. P. 052302; *Adams J. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2005. V. 95. P. 122301.
- 9.67. *Lacey R. A., Taranenko A.* // nucl-ex/0610029v3
- 9.68. *Kovtun P., Son D. T., Starinets A.O.* // Phys. Rev. Lett. 2005. V. 94. P. 111601.
- 9.69. *Drees M., Ellis J., Zeppenfeld D.* // Phys. Lett. B. 1989. V. 223. P. 454.
- 9.70. *Bauer T. H. et al.* // Rev. Mod. Phys. 1978. V. 50. P. 261.
- 9.71. *Klein S., Nystrand J.* // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 84. P. 2330.

## **10. СОВРЕМЕННЫЕ ДЕТЕКТОРЫ ЯДЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ**

Экспериментальная физика тяжелых ионов использует практически весь арсенал методов и средств детектирования элементарных частиц, их идентификации и измерения их параметров (зарядов, масс, импульсов, энергий и т. п.). Набор детекторов элементарных частиц, используемых в современной ядерной физике в самом широком смысле этого слова, весьма обширен. Сами детекторы отличаются друг от друга как физикой процессов, используемых для детектирования частиц, так и, внутри каждого детектора, очень широким спектром конструктивных особенностей, в зависимости от требований конкретного эксперимента.

Детальное изложение физических процессов, используемых в настоящее время в различных детекторах излучения, анализ их возможностей и параметров требует написания отдельной монографии, превосходящей по объему все настоящее пособие. Поэтому традиционные детекторы, широко используемые и в настоящее время, описываются в настоящем пособии весьма кратко. Более детальное описание физики процессов и основных параметров детекторов можно найти в литературе [10.1–10.4]. К сожалению, эти книги были изданы довольно давно, и в них не нашли отражения детекторы, появившиеся после выхода в свет упомянутых учебных пособий. Поэтому в настоящем пособии эти детекторы рассмотрены более подробно, с учетом того, что литература на русском языке по многим из них полностью отсутствует. Авторы ставили перед собой задачу прежде всего восполнить этот пробел. Это замечание касается таких детекторов, как пропорциональные, дрейфовые и время-проекционные камеры, детекторы кольца черенковского излучения, микростриповые и микропэдодовые кремниевые и алмазные детекторы, электромагнитные и адронные калориметры.

### **10.1. Взаимодействие заряженных и нейтральных частиц с веществом**

В основе работы любого детектора излучения лежит энергетический процесс — регистрируемая частица должна тем или иным образом передать часть или всю свою энергию рабочему веществу

детектора. Эта переданная энергия далее трансформируется в веществе таким образом, чтобы ее выделение можно было зарегистрировать — в электрический сигнал, световую вспышку, дефекты кристаллической решетки и т. п.

Заряженные и нейтральные частицы взаимодействуют с веществом принципиально по-разному.

*Заряженные частицы* теряют свою энергию по трем основным каналам:

— потери на ионизацию и возбуждение атомов или молекул вещества, объединенные в общий канал потерь — ионизационные потери;

— потери на тормозное излучение;

— потери на черенковское излучение.

*Ионизационные потери.* При движении заряженной частицы через вещество независимо от агрегатного состояния вещества (газ, жидкость, твердое тело) кулоновское взаимодействие электрического заряда частицы с атомами или молекулами вещества приводит к ионизации этих атомов или молекул, или их возбуждению. Для описания этих потерь энергии вводится суммарная характеристика  $(dE/dx)_{\text{ион}}$  — удельные ионизационные потери. Удельные ионизационные потери измеряются в МэВ/см или в МэВ·см<sup>2</sup>/г. Последняя величина получается путем деления  $(dE/dx)_{\text{ион}}$  в МэВ/см на плотность вещества  $\rho$  в г/см<sup>3</sup> и удобна тем, что, например, для газов она не зависит от давления газа.

Зависимость удельных ионизационных потерь от параметров частицы и вещества в нерелятивистском случае ( $v \ll c$ ) описывается формулой:

$$(dE/dx)_{\text{ион}} = KZ^2 \frac{c^2}{v^2} \frac{Z}{A} \ln \frac{2m_e v^2}{\bar{I}}, \quad (10.1)$$

где  $m_e$  — масса электрона,  $K = 0.307$  МэВ·см<sup>2</sup>,  $z$ ,  $v$  — заряд и скорость частицы соответственно,  $Z$  — заряд атомов (молекул) вещества,  $A$  — атомная масса вещества в г/моль,  $\bar{I}$  — средний ионизационный потенциал (эмпирическая величина, берется из справочников).

Согласно формуле (10.1), удельные ионизационные потери зависят от заряда и скорости частицы как  $Z^2/v^2$  (пренебрегая логарифмической зависимостью) и не зависят от массы частицы. Они также зависят от заряда вещества  $Z$  и атомной массы вещества  $A$ .

В релятивистском случае формула для ионизационных потерь выглядит несколько сложнее. В нее добавляются дополнительные члены, приводящие к медленному росту  $(dE/dx)_{\text{ион}}$  с увеличением скорости частицы. Вид полной зависимости  $(dE/dx)_{\text{ион}}$  от скорости (импульса) частицы приведен на рис. 10.1.

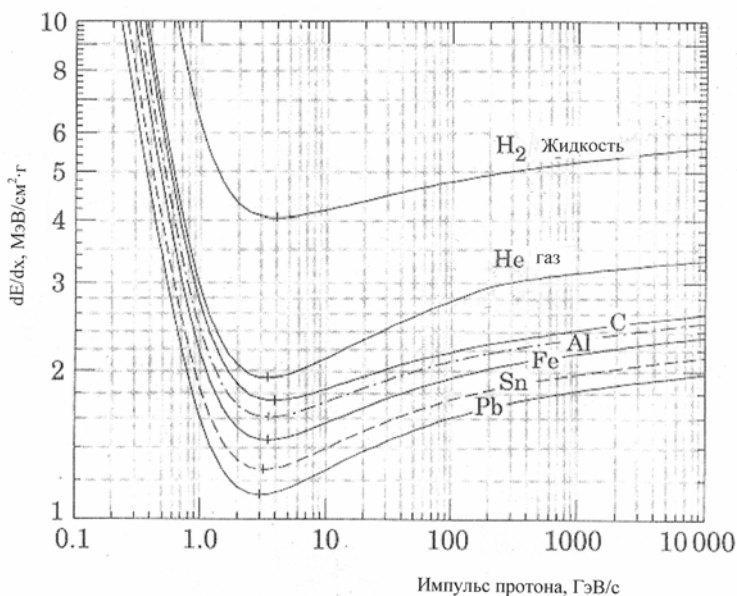


Рис. 10.1. Удельные ионизационные потери протона в различных средах

Здесь важно отметить, что при  $v \sim c$  следует различать энергию, потерянную частицей в слое вещества толщиной  $dx$  и энергию, поглощенную в том же слое. Если первая, как отмечено выше, неограниченно растет со скоростью частицы, то вторая выходит на насыщение. Выход на насыщение связан с тем, что энергия, потерянная частицей в слое  $dx$  уносится из этого слоя быстрыми вторич-



ными электронами. Это обстоятельство очень важно, т. к. ограничивает возможность измерения скорости частицы по величине удельных ионизационных потерь в релятивистской области сравнительно небольшим диапазоном скоростей.

Таким образом, вдоль трека движущейся частицы образуются возбужденные атомы или молекулы, а также положительные ионы вещества (или дырки в твердом теле) и свободные электроны. Свободные электроны имеют широкий диапазон энергий вплоть до значения максимально передаваемой энергии от тяжелой частицы с массой  $M \gg m_e$  электрону среды, равной (при  $v \sim c$ )

$$E_{\max} = 2m_e v^2, \quad (10.2)$$

где  $v$  — скорость частицы.

Электроны, обладающие энергией выше потенциала ионизации вещества и способные в свою очередь ионизовать вещество, называются  $\delta$ -электронами.

Полная ионизации вещества состоит, таким образом, из двух частей — из первичной ионизации непосредственно на треке частицы и вторичной ионизации на треках  $\delta$ -электронов. Соотношение первичной и вторичной ионизаций в веществе составляет примерно 1:2.

*Пробегом частицы* называется длина трека частицы до ее полной остановки. Если пробег частицы укладывается в размер детектора, это означает, что частица полностью потеряла в веществе свою кинетическую энергию. В этом случае, измерив тем или иным способом (о чем речь пойдет ниже) полное количество электронно-ионных пар, образованных частицей  $N$  и поделив энергию частицы  $E$  на  $N$ , мы получим среднюю энергию, идущую на образование одной электронно-ионной пары  $\omega = E/N$ .

В результате многочисленных исследований было обнаружено, что для всех веществ значение  $\omega$  практически не зависит от параметров частицы и, таким образом, является параметром данного вещества. Именно это обстоятельство открывает возможность измерения энергии, потерянной частицей в веществе, так называемым ионизационным методом. Измерив количество электронно-ионных пар  $N$  (величину ионизационного эффекта), и зная значения  $\omega$ , которые измерены для всех практически важных

$\omega$ , которые измерены для всех практически важных веществ, мы можем определить энергию частицы по простой формуле:

$$E = \omega N. \quad (10.3)$$

Значения  $\omega$  для некоторых веществ, наиболее часто используемых в качестве рабочих веществ детекторов, приведены в табл. 10.1.

Таблица 10.1

Вещество	Ag (газ)	CO <sub>2</sub> (газ)	Si	Ge	C (алмаз)
$\omega$ , эВ	26	33	3,6	2,9	13,6

*Радиационные потери.* Если частица проходит вблизи ядра атома вещества, то она в поле ядра испытывает заметное угловое ускорение. В этом случае, согласно законам классической электродинамики, частица должна излучать энергию в виде квантов электромагнитного излучения (тормозное излучение) и, следовательно, терять всю энергию. Величина потерянной энергии пропорциональна квадрату ускорения:  $(dE/dx)_{\text{рад}} \sim a^2$ . В свою очередь величина ускорения согласно закону Ньютона, обратно пропорциональна массе частицы:  $a \sim 1/M$ . Таким образом  $(dE/dx)_{\text{рад}} \sim 1/M^2$ .

Из-за сильной зависимости радиационных потерь от массы частицы при всех достижимых на сегодняшний день энергиях частиц, получаемых на современных ускорителях, радиационные потери пренебрежимо малы по сравнению с ионизационными потерями для всех частиц, тяжелее электрона.

В свою очередь, для электронов даже сравнительно небольших энергий, радиационные потери могут значительно превышать ионизационные. Радиационные потери электронов широко используются в электромагнитных калориметрах, в связи с чем, они будут более подробно рассмотрены в разделе, посвященном электромагнитным и адронным калориметрам.

Потери энергии на *черенковское излучение* связано с процессами поляризации среды, через которую проходит частица. Само черенковское излучение носит пороговый характер, однако поляризация среды такого порога не имеет. Сами потери энергии заряженной

частицы на поляризацию среды невелики, они составляют не более 1% от ионизационных потерь и обычно не учитываются, если речь не идет об излучении Черенкова как такового. Поскольку детекторы черенковского излучения широко используются в экспериментальной практике, механизм формирования черенковского излучения будет рассмотрен ниже в разделе черенковские детекторы.

**Взаимодействие гамма-квантов и нейтронов с веществом.** Нейтральные частицы не имеют электрического заряда и, следовательно, не могут непосредственно терять свою энергию путем ионизационных потерь. Однако они взаимодействуют с атомами и ядрами вещества с образованием вторичных заряженных частиц, которым передают всю или часть своей кинетической энергии. Эти заряженные частицы, в свою очередь, ионизируют вещество и могут быть зарегистрированы.

**Взаимодействие гамма-квантов с веществом.** Гамма-кванты взаимодействуют с веществом по четырем независимым каналам:

- 1) когерентное (релеевское) рассеяние;
- 2) фотоэффект;
- 3) комптон-эффект;
- 4) рождение электрон-позитронных пар.

Каждый из этих процессов характеризуется сечением взаимодействия, зависящим от энергии гамма-квантов и заряда атомов вещества, с которым взаимодействует гамма-квант.

*Когерентное* (релеевское) рассеяние — это волновой процесс дифракции гамма-квантов на кристаллической решетке, при котором энергия гамма-квантов не изменяется. Следовательно, не возникает и вторичных заряженных частиц. Он не представляет интереса с точки зрения регистрации гамма-квантов, поскольку энергия гамма-кванта не передается среде, но используется для прецизионного измерения энергии гамма-квантов с последующей регистрацией гамма-квантов, отраженных от кристаллической решетки через фотоэффект, комптон-эффект или рождение электрон-позитронных пар, поскольку энергия отраженных гамма-квантов определяется путем измерения геометрических параметров — постоянной решетки и резонансного угла отражения по формуле Брэгга:

$$2d \sin \theta = n\lambda, \quad (10.4)$$

где  $d$  — постоянная решетки отражающего кристалла,  $\theta$  — угол резонансного отражения,  $\lambda$  — длина волны гамма-кванта,  $n$  — порядок отражения (обычно  $n = 1$ ).

Значения  $d$  и  $\theta$  могут быть измерены с очень высокой точностью. *Фотоэффект* — это взаимодействие гамма-квантов с наиболее связанными электронами атомов среды. При фотоэффекте гамма-квант поглощается полностью, и закон сохранения энергии выглядит следующим образом:

$$h\nu = E_e - E_{св}, \quad (10.5)$$

где  $h\nu$  — энергия гамма-кванта,  $E_e$  — кинетическая энергия электрона, возникающего благодаря фотоэффекту,  $E_{св}$  — энергия связи электрона на  $K$ -,  $L$ - или  $M$ -оболочке атома. С наибольшей вероятностью при фотоэффекте происходит взаимодействие гамма-квантов с электронами  $K$ -оболочки, обладающими максимальной энергией связи.

Сечение взаимодействия гамма-квантов  $\sigma_{\text{фото}}$  немонотонно зависит от энергии гамма-квантов, но при энергиях, существенно превышающих энергию связи электронов на  $K$ -оболочке имеет вид:

$$\sigma_{\text{фото}} = \frac{1}{(h\nu)^{7/2}}. \quad (10.6)$$

Сечение фотоэффекта очень сильно зависит от заряда атома вещества:

$$\sigma_{\text{фото}} \sim Z^5. \quad (10.7)$$

Комптон-эффект — это упругое взаимодействие (рассеяние) гамма-квантов с наименее связанными (валентными) электронами атомов. При рассмотрении процесса энергией связи электронов с атомом пренебрегают, полагая электроны свободными. Анализ кинематики процесса проводится в релятивистском приближении, поскольку гамма-квант по определению является релятивистской частицей.

Закон сохранения энергии для комптон-эффекта выглядит следующим образом:

$$h\nu = h\nu' + m_e c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right). \quad (10.8)$$

Вводя угол рассеяния  $\theta$  гамма-кванта относительно его первоначального направления, можно получить следующее выражение:

$$h\nu' = h\nu \sqrt{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)}. \quad (10.9)$$

Из формулы (10.8) следует, что при обратном рассеянии гамма-кванта его (минимальная) энергия равна:

$$h\nu' = h\nu \sqrt{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2}}. \quad (10.10)$$

Из выражения (10.9) следует, что, в отличие от фотоэффекта, при комптон-эффекте гамма-квант не исчезает полностью, меняется лишь его энергия. Из этого следует, что кинетическая энергия электрона рассеяния, возникшего в результате комптон-эффекта всегда меньше энергии гамма-кванта и зависит от угла рассеяния. Максимально возможная энергия рассеянного электрона (комpton-электрона) равна:

$$(E_e)_{\max} = 2 \frac{h\nu}{m_e c^2} \sqrt{1 + 2 \frac{h\nu}{m_e c^2}}. \quad (10.11)$$

Поскольку рассеяние гамма-кванта на тот или иной угол носит случайный характер, энергия рассеянного комптон-электрона не имеет однозначной связи с энергией первичного гамма-кванта  $h\nu$  и, следовательно, комптон-эффект не может быть использован для определения энергии гамма-кванта, если не зафиксирован или не измерен угол рассеяния гамма-кванта  $\theta$ . Сечение комптон-эффекта зависит от энергии гамма-кванта как:

$$\sigma_{\text{комп.}} = 1/h\nu \quad (10.12)$$

и от заряда атомов вещества как:

$$\sigma_{\text{комп.}} = Z. \quad (10.13)$$

**Образование электрон-позитронных пар.** При энергиях гамма-квантов, которые превышают пороговое значение, равное двум массам покоя электрона  $h\nu > 2m_e c^2 (= 1.02 \text{ МэВ})$ , гамма-квант в поле ядра или в поле электрона может родить электрон-позитронную пару. Закон сохранения энергии в этом случае записывается следующим образом:

$$h\nu = 2m_e c^2 + E_{e^+} + E_{e^-}, \quad (10.14)$$

где  $E_{e^+}$  и  $E_{e^-}$  — кинетические энергии позитрона и электрона соответственно.

Из рассмотрения кинематики процесса рождения пар следует, что электрон-позитронная пара не может быть рождена гамма-квантом в вакууме — не выполняется закон сохранения 4-импульса. Для рождения гамма-квантом электрон-позитронной пары обязательно требуется наличие поля третьего тела — ядра или электрона среды.

При этом при рождении электрон-позитронной пары в поле ядра, поскольку масса ядра на более чем три порядка превышает суммарную массу электрона и позитрона, кинетическая энергия ядра отдачи пренебрежимо мала, и энергетический порог рождения электрон-позитронной пары практически равен суммарной массе покоя рожденных частиц  $2m_e c^2$ .

При рождении электрон-позитронной пары в поле электрона атома энергия гамма-кванта распределяется между тремя частицами равной массы, что приводит к повышению энергетического порога рождения пары до величины около 2 МэВ и понижению сечения рождения по сравнению с сечением рождения в поле ядра примерно на порядок.

Поскольку суммарная кинетическая энергия электрона и позитрона рожденной пары однозначно связана с энергией гамма-кванта, ее родившего, она может быть использована для определения энергии гамма-кванта.

Сечение рождения пар на ядрах и электронах зависит от энергии гамма-квантов сложным образом, начиная от пороговых энергий и до энергий порядка 0.5-1 ГэВ оно возрастает, а при более высоких энергиях остается постоянным и не зависит от энергии гамма-квантов.

Зависимость сечения рождения пар от заряда атомов вещества  $Z$  определяется формулой:

$$\sigma_{\text{пар}} \sim Z^2. \quad (10.15)$$

Все перечисленные выше процессы взаимодействия гамма-квантов с веществом статистически независимы, и полное сечение взаимодействия равно:

$$\sigma_{\text{полн.}} = \sigma_{\text{фото}} + \sigma_{\text{комп}} + \sigma_{\text{пар}}. \quad (10.16)$$

Зависимости  $\sigma_{\text{фото}}$ ,  $\sigma_{\text{комп}}$ ,  $\sigma_{\text{пар}}$  и  $\sigma_{\text{полн}}$  от энергии гамма-квантов приведены на рис. 10.2. Из рисунка видно, что при  $h\nu < 0.5$  МэВ превалирует фотоэффект, а при  $h\nu > 0.5$  МэВ — эффект образования пар.

При прохождении потока гамма-квантов через слой вещества толщиной  $x$  поток ослабляется по закону

$$Y = Y_0 e^{-\mu x}, \quad (10.17)$$

где  $Y_0$  — первоначальный поток гамма-квантов,  $Y$  — поток гамма-квантов, вышедший из слоя вещества толщиной  $x$ ,  $\mu$  — линейный коэффициент ослабления

$$\mu = N\sigma_{\text{полн}}, \quad (10.18)$$

где  $N$  — число атомов вещества в единице объема в  $1/\text{см}^3$ ; соответственно  $Y_{\text{погл.}} = Y_0 - Y$ .

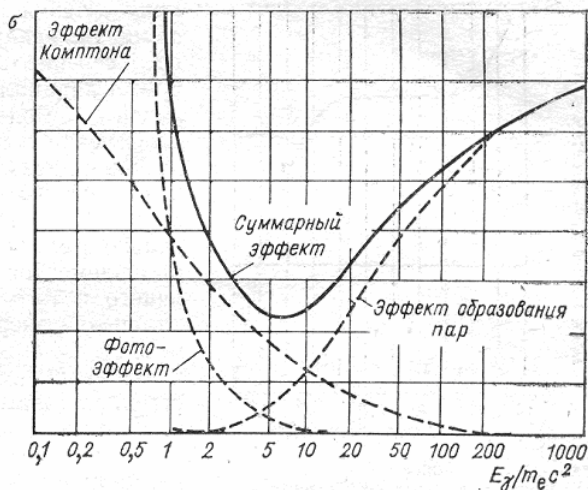


Рис. 10.2. Зависимости сечений взаимодействия гамма-квантов от их энергии

Величина  $Y_{\text{погл.}}$  определяет эффективность детектора, т. к. дает число гамма-квантов, поглощенных в веществе (детектора) толщиной  $x$ . Все приведенные выше формулы для удельных ионизационных потерь, тормозного излучения, сечения взаимодействия гамма-квантов с веществом выведены в предположении, что взаимодейст-

вие частиц с веществом носит случайный характер, а атомы среды расположены хаотически относительно трека частицы. Это приближение справедливо и для регулярных кристаллических структур, поскольку трек движущейся частицы расположен случайно относительно атомов кристаллической решетки.

Однако в том случае, если трек ориентирован относительно кристаллической оси или плоскости, т. е. совпадает с направлением этой оси в пределах относительно небольшого угла около  $1^\circ$ , картина взаимодействия меняется кардинальным образом. В этом случае частица движется в регулярном потенциале атомов кристаллической решетки, и анализ ее взаимодействия с атомами решетки требует совершенно иного подхода — при небольшом отклонении траектории частицы от направления кристаллической оси трек частицы фокусируется вдоль оси. Этот эффект называется эффектом *каналирования*.

При каналировании частицы изменяются удельные ионизационные потери, сечение тормозного излучения, сечения рождения пар и ряд других параметров. Так, например, в случае каналирования гамма-квантов в кристалле Si с энергией гамма-квантов 205 ГэВ сечение рождения электрон-позитронных пар возрастает по сравнению со случайным направлением в 15 раз.

Эффект каналирования уже находит практическое применение при фокусировке частиц в ускорителях.

**Взаимодействие нейтронов с веществом.** Нейтроны, в отличие от заряженных частиц и гамма-квантов, практически вообще не взаимодействуют с веществом электромагнитным образом. Поэтому единственно возможным каналом взаимодействия является сильное взаимодействие. Простейшим видом сильного взаимодействия нейтронов с ядром является упругое рассеяние нейтронов на ядрах. При рассеянии нейтронов на ядрах возникают ядра отдачи с кинетической энергией, равной:

$$E_A = \frac{4A}{(1+A)^2} E_n \cos^2 \varphi, \quad (10.19)$$

где  $E_A$  — кинетическая энергия ядра отдачи,  $A$  — массовое число ядра отдачи,  $E_n$  — первоначальная энергия нейтрона,  $\varphi$  — угол



вылета ядра отдачи по отношению к направлению налетающего нейтрона.

При  $A=1$  (водород) энергия протона отдачи связана с энергией налетающего нейтрона согласно следующей формуле:

$$E_p = E_n \cos^2 \varphi. \quad (10.20)$$

При лобовом ударе ( $\varphi=0$ ) энергия протона отдачи равна энергии налетающего нейтрона:  $E_p = E_n$ , т. е. нейтрон полностью передает свою кинетическую энергию протону отдачи. Процесс упругого рассеяния нейтронов на водороде имеет большое сечение (около 10 барн при энергии нейтронов 100 КэВ) и широко используется при детектировании нейтронов с энергией более или порядка 100 КэВ. При меньших энергиях нейтронов энергия протона отдачи слишком мала, чтобы ее хватило для надежной регистрации нейтронов. Тем более это утверждение справедливо для нейтронов тепловых энергий ( $E_n = 0.025$  эВ), которые вообще находятся в тепловом равновесии со средой и, следовательно, ни о каких протонах отдачи речи идти не может.

Для регистрации тепловых, надтепловых и резонансных нейтронов используются экзоэнергетические ядерные реакции. Среди них в первую очередь используются реакции на легкодоступных веществах, имеющие большое сечение и большой выход энергии:

${}_2\text{He}^3 + n \rightarrow p + {}_1\text{H}^3$  (суммарная кинетическая энергия  $p$  и  ${}_1\text{H}^3$  составляет 0.77 МэВ);

${}_3\text{Li}^6 + n \rightarrow {}_2\text{He}^4 + {}_1\text{H}^3$  (суммарная кинетическая энергия  $\alpha$ -частицы  ${}_2\text{He}^4$  и ядра трития  ${}_1\text{H}^3$  составляет 4.78 МэВ);

${}_5\text{B}^{10} + n \rightarrow {}_2\text{He}^4 + {}_3\text{Li}^7$  (суммарная кинетическая энергия  $\alpha$ -частицы  ${}_2\text{He}^4$  и ядра лития  ${}_3\text{Li}^7$  составляет 2.78 МэВ).

Особенно популярна последняя реакция, т. к. в естественной смеси изотопов бора количество  ${}_5\text{B}^{10}$  составляет 19.8%; сечение взаимодействия тепловых нейтронов с естественной смесью равно  $\sigma = 758$  барн.

Для регистрации тепловых и резонансных нейтронов используются также и другие ядерные реакции, в частности реакции деления на  $U^{235}$ ,  $Pu^{239}$  и других тяжелых ядрах.

## 10.2. Газонаполненные детекторы

*Ионизационная камера* — представляет собой прибор, состоящий из двух плоскопараллельных электродов площадью несколько десятков квадратных сантиметров, разнесенных на расстояние  $d$  порядка 1 см. Пространство между электродами заполнено рабочим веществом — газом — при атмосферном давлении. В некоторых случаях давление газа может превышать атмосферное на 1-2 порядка.

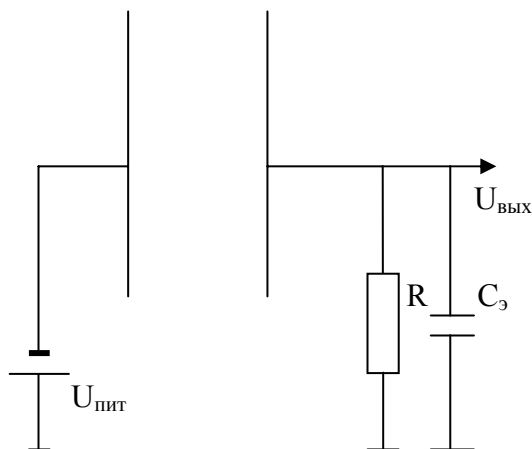


Рис. 10.3. Включение ионизационной камеры

При прохождении заряженной частицы через рабочий газ вследствие ионизационного эффекта вдоль трека частицы образуются ионы, практически находящиеся в тепловом равновесии со средой, и электроны, обладающие избыточной кинетической энергией по сравнению с тепловой. Эти электроны термализуются за время порядка  $10^{-9}$ – $10^{-8}$  с. В отсутствие электрического поля термализовавшиеся электроны диффундируют, а также рекомбинируют с положительными ионами с образованием нейтральных атомов. Если к электродам приложить электрическое поле с напряженностью в

несколько сотен В/см, вследствие разделения частиц разного знака в электрическом поле рекомбинацию можно полностью прекратить. В этом случае электроны начинают дрейфовать в электрическом поле к положительному электроду, а ионы — к отрицательному. Во внешней цепи камеры на сопротивлении нагрузки  $R$  (см. рис. 10.3) возникает электрический импульс, длящийся до тех пор, пока все электроны и ионы не будут собраны на соответствующие электроды.

При небольших напряженностях приложенного поля  $E$  скорости дрейфа электронов и ионов постоянны и определяются выражениями:  $v_{др}^+ = \mu^+ E$ ,  $v_{др}^- = \mu^- E$ , где  $v_{др}^+$ ,  $v_{др}^-$  — скорости дрейфа ионов и электронов соответственно,  $\mu^+$ ,  $\mu^-$  — подвижности ионов и электронов соответственно,  $E$  — напряженность электронного поля между электродами.

Подвижность электронов и ионов  $\mu^+$ ,  $\mu^-$  сильно отличаются по своей величине. Обычно при атмосферном давлении  $\mu^- \sim 10^4 \div 10^3 \frac{\text{см}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$ ,  $\mu^+ \sim$  единиц  $\frac{\text{см}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$ ; скорости дрейфа электронов и ионов в поле напряженностью порядка 1000 В/см равны соответственно:  $v_{др}^+ \sim 10^3$  см/с,  $v_{др}^- \sim 10^6 \div 10^7$  см/с.

Времена собирания ионов и электронов на электроды при  $d \sim 1$  см равны  $T^+ \sim 10^{-3}$  с,  $T^- \sim 10^{-6} \div 10^{-7}$  с. Импульс электрического тока во внешней цепи  $R_n C_3$  ( $C_3 \approx C_{\text{детектора}}$ ) двухкомпонентен — он состоит из электронного и ионного токов. При  $R_n C_3 \gg T^+$  обе компоненты полностью интегрируются во внешней цепи, и собранный заряд на  $C_3$  равен:

$$q = e \frac{E_{\text{част}}}{\omega},$$

где  $e$  — заряд электрона,  $E_{\text{част}}$  — энергия частицы.

Амплитуда сигнала на  $C_3$  равна:

$$U_{\text{вых}} = \frac{q}{C_3} = \frac{eE_{\text{част}}}{\omega C_3}. \quad (10.21)$$

Если частица прошла на расстоянии  $x$  от положительного электрода, то относительные доли зарядов, вносимых в общий заряд  $q$  электронной и ионной компонентами тока будут равны:

$$q^- = \frac{eE_{\text{част.}}}{\omega} \cdot \frac{x}{d}, \quad q^+ = \frac{eE_{\text{част.}}}{\omega} \cdot \frac{d-x}{d}. \quad (10.22)$$

При полном интегрировании обеих компонент тока длительность снимаемого сигнала  $U_{\text{вых}} \sim R_{\text{н}}C_{\text{э}}$ , т. е. много больше  $T^+$  и составляет более  $10^{-2}$  с. Для исключения наложения сигналов от отдельных частиц друг на друга скорость регистрации (скорость счета) должна быть примерно на два порядка меньше длительности сигнала, т. е. около 1 частицы/с. Это значение недопустимо мало. При выборе значения  $R_{\text{н}}C_{\text{э}}$  таким, что  $T^+ \gg R_{\text{н}}C_{\text{э}} \gg T^-$  интегрируется только электронная компонента. Однако в этом случае величина сигнала будет зависеть не только от энергии частицы, но и от ориентации трека частицы  $x$  (индукционный эффект).

Обычно ионизационные камеры применяются для измерения энергий  $\alpha$ -частиц и осколков деления. При этом  $\alpha$ -источник или делящийся материал наносят на отрицательный электрод. Пробеги  $\alpha$ -частиц естественной радиоактивности и более тяжелых осколков в газе при атмосферном давлении невелики, обычно менее или около 1 см,  $\alpha$ -частицы и осколки деления в рабочем объеме камеры полностью теряют свою энергию.

Для того чтобы избежать индукционного эффекта и при этом использовать только электронную компоненту применяются трех-электродные ионизационные камеры — между двумя электродами вводится сетка, свободно пропускающая дрейфующие электроны. Пробег частицы должен полностью укладываться между отрицательным электродом и сеткой (имеющий положительный потенциал), а сигнал снимается с промежутка сетка – положительный электрод. При этом электроны, образованные частицей, проходят одинаковое расстояние между сеткой и положительным электродом (анодом) независимо от ориентации трека в промежутке отрицательный электрод (катод) — сетка, и индукционный эффект пропадает.

Многие молекулы газа (например, кислород) являются электроотрицательными: их молекулы быстро захватывают свободные электроны и образуют отрицательные ионы. Этот эффект может полностью уничтожить электронную компоненту — ток будет состоять только из тока положительных и отрицательных ионов. Поэтому в ионизационных камерах (и газонаполненных детекторах вообще) применяются электронейтральные газы, не захватывающие электроны. Это в первую очередь благородные газы He, Ar, Ne, Kr, Xe. Среди них наиболее доступным и поэтому наиболее широко применяемым является аргон.

В качестве рабочего вещества в ионизационной камере может применяться и жидкость, и кристаллическая структура. Последние образуют класс кристаллических детекторов и будут рассмотрены ниже.

Что касается жидкостей, то вследствие высокой плотности образованных частицей электронов и ионов вдоль трека, в них практически при всех допустимых значениях напряженностей электрического поля рекомбинацию электронов и ионов остановить не удастся. Кроме того, подвижность ионов в жидкостях столь мала, что использовать ионную компоненту тока также нельзя.

Однако здесь есть исключения, в первую очередь жидкие благородные газы при регистрации релятивистских частиц. В этом случае трек частицы разряжен, и электроны удастся вытянуть из трека, не дав рекомбинировать с ионами при разумных значениях напряженности электрического поля. Однако, поскольку положительные ионы в жидкости малоподвижны, работать можно только на электронной компоненте. Индукционный эффект в двухэлектродной конструкции несущественен, если все треки частиц в камере ориентированы одинаково. Такие ионизационные камеры на жидком аргоне применяются в адронных калориметрах (см. ниже).

Ионизационная камера имеет ограниченную область применения из-за малости сигнала, возникающего во внешней RC-цепи. При регистрации  $\alpha$ -частиц с энергией порядка 5 МэВ величина

сигнала составляет примерно  $10^{-4}$  В, что требует большого внешнего усиления.

Применение эффекта газового усиления в газонаполненных приборах сильно расширяет их возможности. При напряженностях поля порядка  $10^4$  В/см и выше образованные частицей свободные электроны могут набрать в этом поле энергию, достаточную для ударной ионизации атомов или молекул газа. Возникает электронно-ионная лавина.

Если где-то в промежутке между анодом и катодом возникло в результате ионизации, вызванной заряженной частицей,  $N_0$  свободных электронов, то на расстоянии  $x$  от этой точки общее число электронов  $N$  будет равно:

$$N = N_0 e^{\alpha x}, \quad m = e^{\alpha x}, \quad (10.23)$$

где  $\alpha$  — коэффициент ударной ионизации, зависящий от напряженности электрического поля  $E$  и давления газа  $P$ ,  $m$  — коэффициент газового усиления.

Из формулы (10.23) видно, что величина коэффициента газового усиления зависит от расстояния между треком и анодом, и плоскопараллельная геометрия не годится для измерения энергии частицы. Для того чтобы практически исключить эту зависимость, в *пропорциональных счетчиках* обычно применяется цилиндрическая геометрия (рис.10.4): катод выполняется в виде цилиндра диаметром 1-2 см, по оси которого натянута анодная нить диаметром 100 мкм или меньше (до 20 мкм).

Напряженность электронного поля  $E$  в такой геометрии растет по мере приближения к нити:

$$E = \frac{V}{r \ln(r_k/r_a)}, \quad (10.24)$$

где  $V$  — приложенная разность потенциалов,  $r_k$  — радиус катода,  $r_a$  — радиус анодной нити. В такой геометрии напряженность электрического поля, достаточная для ударной ионизации газа, достигается на расстоянии нескольких радиусов анодной нити. В остальном объеме счетчика (95-99%) поле относительно мало, и в нем

происходит дрейф электронов к области ударной ионизации. В силу малости объема области ударной ионизации коэффициент газового усиления  $\alpha$  уже практически не зависит от ориентации трека.

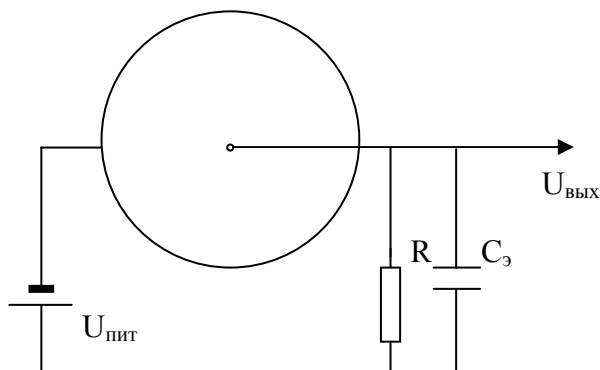


Рис. 10.4. Включение пропорционального счетчика

Формула (10.24) для коэффициента газового усиления справедлива при значениях  $m \leq 10^3$ . При больших значениях напряженности электрического поля существенную роль в образовании электронно-ионной лавины начинают играть и другие, более слабые эффекты. Во-первых, в самой электронно-ионной лавине, помимо электронно-ионных пар образуются возбужденные атомы аргона. При переходе возбужденных атомов аргона в основное состояние высвечиваются жесткие кванты ультрафиолетового излучения. Подавляющая часть этого излучения испытывает резонансное поглощение вблизи точки излучения и в столкновительных процессах атомов возбужденных атомов аргона и атомов аргона, находящихся в основном состоянии, так или иначе перерабатывается в тепло. Однако небольшая часть фотонов в конечном счете может все же достичь катода. Поскольку работа выхода электронов из катода (для меди это 4,5 эВ) существенно меньше энергии фотонов (потенциал возбуждения аргона  $I_{\text{возб}} = 11,5$  эВ), поглощение фотонов катодом будет приводить к внешнему фотоэффекту, т. е. появлению дополнительных свободных электронов в объеме счетчика.

Кроме того, подходящие к катоду положительные ионы при своей нейтрализации на катоде также вызывают появление допол-

нительных свободных электронов, поскольку потенциал ионизации аргона составляет 15,7 эВ, а работа выхода электрона из металла всего 4,5 эВ (для меди). Разности этих энергий более чем хватает на вырыв из катода дополнительного свободного электрона.

Оба эти процесса объединяются одним коэффициентом — коэффициентом поверхностной ионизации  $\gamma$ , дающим относительный выход электронов с катода на один приходящий к катоду положительный ион (безотносительно к механизму появления этого свободного электрона). Для обычно применяемых материалов катода и газов типа аргона  $\gamma \sim 10^{-4}$ .

С учетом этих эффектов полное число электронно-ионных пар газового усиления равно:

$$N = mN_0 + \gamma m^2 N_0 + \gamma^2 m^3 N_0 + \dots$$

Если  $\gamma m < 1$ , возникает сходящаяся геометрическая прогрессия, для которой:

$$N = N_0 M, \quad (10.25)$$

где  $M = \frac{m}{1 - \gamma m}$  — полный коэффициент газового усиления.

Формула (10.25) имеет два важных следствия.

1. При  $\gamma m \rightarrow 1$ ,  $M \rightarrow \infty$ . На практике это означает возникновение в объеме счетчика непрерывного газового разряда. Это область работы счетчика Гейгера-Мюллера. Для того чтобы возникший разряд прекратился, т. е. чтобы можно было считать отдельные частицы — а это единственное применение счетчика Гейгера-Мюллера — разряд необходимо погасить. Гашение разряда достигается путем включения в цепь счетчика большого ( $\sim 10^8 \div 10^9$  Ом) сопротивления нагрузки. При возникновении в счетчике газового разряда протекающий через счетчик ток вызывает значительное падение напряжения на сопротивлении нагрузки и соответственно, снижение разности потенциалов между электродами счетчика до величины, недостаточной для поддержания разряда. В таком режиме работают так называемые *несамогасящиеся* счетчики Гейгера.

2. При значениях коэффициента  $\gamma \sim 10^{-4}$ , обычно коэффициент газового усиления  $M \sim 10^3$ , т. к. при  $m = 10^4$  возникает газовый разряд. Однако можно значительно уменьшить коэффициент по-



верхностной ионизации  $\gamma$  путем введения в газ специальной примеси. Обычно в качестве таких примесей применяются пары спирта, метан, изобутан и (реже) ряд других органических соединений.

Применяемые примеси обладают двумя замечательными свойствами. Во-первых, вследствие того, что потенциал ионизации примеси меньше первого потенциала возбуждения аргона, равного 11,5 эВ, газовая примесь поглощает жесткое ультрафиолетовое излучение аргона с образованием ионов примеси. Во-вторых, при дрейфе ионов аргона к катоду они неизбежно сталкиваются с молекулами примеси. При этом происходит перезарядка: ионы аргона нейтрализуются, а примесь ионизируется, поскольку потенциал ионизации примеси меньше потенциала ионизации аргона. В результате к катоду приходят только ионы примеси. Нейтрализуясь на катоде, ионы примеси возникают в возбужденном состоянии, т. к. потенциал ионизации примеси все же существенно превышает работу выхода электронов из материала катода. Однако, и это самое главное, возбужденные молекулы примеси не высвечивают фотоны, а диссоциируют с образованием свободных радикалов, и выход дополнительных электронов с катода сильно подавляется.

Варьируя тип и процентное содержание примесей, можно получать как пропорциональные счетчики с различными предельными значениями коэффициентов газового усиления (вплоть до  $10^6$ ) так и счетчики Гейгера (самогасящиеся счетчики), в которых гашение разряда происходит на первой стадии за счет упомянутых выше механизмов.

Пропорциональные счетчики имеют очень широкое применение для регистрации и измерения энергии различных частиц — от релятивистских до низкоэнергетических электронов  $\beta$ -распада радиоактивных источников.

Для измерения энергетических спектров электронов  $\beta$ -распада важно, чтобы электроны не теряли свою энергию в стенках счетчика, т. к. это сильно ограничивает возможность измерения низкоэнергетической части спектра. Поэтому источник  $\beta$ -распада обычно вводят в состав газовой смеси.

Для регистрации тепловых нейтронов применяются пропорциональные счетчики, заполненные газом  $\text{BF}_3$  либо в естественной смеси изотопов бора, либо с обогащением. Естественно, что это

именно счетчик нейтронов, так как амплитуда сигнала определяется энергией реакции  $B(n, \alpha)Li$ .

Пропорциональные счетчики широко применяются для регистрации релятивистских частиц. При больших коэффициентах усиления  $10^4$ - $10^5$  и выше, даже минимально ионизирующая частица создает в счетчике сигнал, на много порядков превышающий уровень шума внешнего усилителя. Тем самым появляется возможность измерения удельных ионизационных потерь частицы  $dE/dx$ .

Пропорциональные счетчики малого диаметра нашли массовое применение в приборах — трекерах, т. е. приборах, в которых прослеживаются треки частиц (при одновременном измерении удельных ионизационных потерь). Число пропорциональных счетчиков, применяемых в таких приборах, составляет величину около сотни тысяч на прибор. Диаметр счетчика невелик ( $\sim 4$  мм), поскольку в каждом отдельном счетчике координата частицы определяется с точностью до его диаметра. По причинам, объяснение которых выходит за рамки данного пособия, толщина стенки катода счетчика выбирается минимально возможной, а вещество катода — наиболее легким. Таким образом, катод изготавливается из органической пленки (каптона) толщиной 50 мкм. Такие счетчики получили название “straw” (соломинки). Анодная нить таких счетчиков — золоченый вольфрам диаметром 20 мкм.

В физике высоких энергий получили распространение также плоскопараллельные пропорциональные счетчики с резистивным электродом. Разумеется, как это уже отмечалось выше, при плоскопараллельной геометрии измерение энергии частиц практически невозможно. Поэтому плоскопараллельная геометрия применяется там, где измерение энергии и не требуется, а необходима очень высокая точность определения момента регистрации частицы (высокое временное разрешение). Плоскопараллельная геометрия в данном случае оправдана, поскольку позволяет получить детекторы предельно простой конструкции, покрывающие большую площадь (до сотни квадратных метров). Число отдельных счетчиков в такой конструкции может достигать величины в несколько десятков тысяч.

Применение резистивного электрода, т. е. электрода, изготовленного из высокоомного вещества (обычно — стекла или специ-

альной пластмассы с сопротивлением  $10^{12} \div 10^{14}$  Ом·см), позволяет получать большие коэффициенты газового усиления (с применением соответствующих газовых смесей) при очень коротких сигналах, что важно для получения высокой временной точности. В первом приближении использование высокоомного объемного (толщиной несколько миллиметров) электрода приводит к тому, что электронно-ионная лавина, проходящая через конкретный очень небольшой (около квадратного миллиметра) участок электрода вызывает локальное кратковременное падение напряжения на этом участке и тем самым мгновенное прекращение дальнейшего развития разряда. Снимаемый сигнал получается предельно коротким. Достигнутая на сегодняшний день точность измерения момента регистрации частицы (временное разрешение) такого рода детекторами составляет около 100 нс, т. е.  $10^{-10}$  с! Обычные пропорциональные счетчики с цилиндрической геометрией имеют временное разрешение на порядок хуже.

*Пропорциональные камеры* состоят из двух плоскопараллельных электродов (катодов), изготавливаемых обычно из алюминизированной полимерной пленки (майлара) и натянутых на изолирующую рамку. Расстояние между катодами составляет 10-20 мм. Между катодами на равном от них расстоянии  $l$  натянуты анодные нити диаметром до 20 мкм, с шагом между нитями  $s$  не менее 2 мм. Между катодами и анодными нитями прикладывается разность потенциалов порядка 1 кВ. Электрическое поле в такой системе имеет структуру, четко отделяющую поле одной нити от другой и, таким образом, пропорциональная камера, по существу, представляет собой набор большого количества пропорциональных счетчиков в одном газовом объеме. Электроны ионизации, создаваемые заряженной частицей в объеме детектора, дрейфуют к соответствующей анодной нити и в непосредственной близости от нити за счет ударной ионизации создают электронно-ионную лавину. Конструкция детектора и картина распределения электрического поля в нем показаны на рис. 10.5.

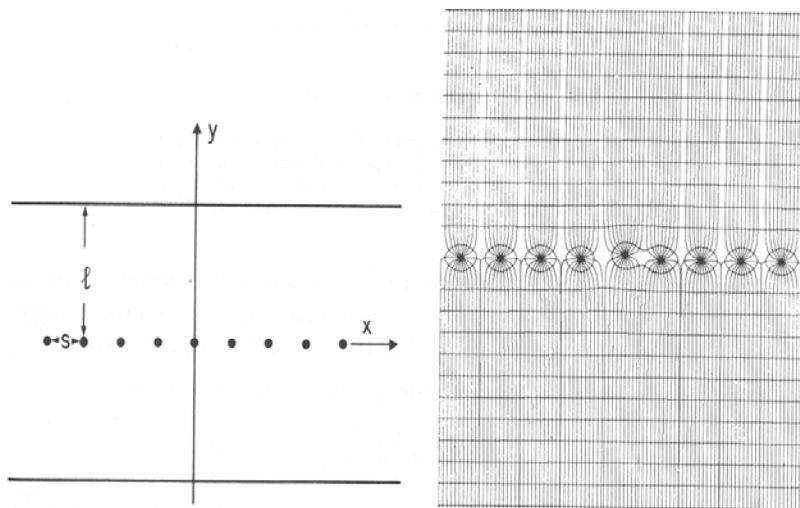


Рис. 10.5. Устройство пропорциональной камеры (слева) и распределение электрического поля в камере (справа). На рисунке справа показано также искажение поля, вызванное смещением анодных нитей

Площадь таких камер может составлять  $1 \text{ м}^2$  и более. Поскольку катоды изготовлены из тонкой пленки, давление рабочего газа в объеме камеры поддерживается равное атмосферному. Пропорциональные камеры применяются в основном в физике высоких энергий, т. е. для регистрации релятивистских частиц. Релятивистская частица на 1 см пути в газе при давлении, равном атмосферному, создает, в среднем, порядка сотни электронно-ионных пар, поэтому коэффициент газового усиления в пропорциональных камерах выбирается от  $10^4$  до  $10^6$  (иногда и более). Для достижения такого высокого коэффициента газового усиления без перехода в режим гейгеровского разряда необходимо уменьшить коэффициент поверхностной ионизации  $\gamma$  по сравнению с чистым аргоном на 1-2 и более порядков. С этой целью камеры заполняются газовой смесью, состоящей из (обычно) аргона и органического газа (метана, изобутана и т. п.), обладающего гасящими свойствами. Двухкомпонентная смесь, например аргон + изобутан, позволяет достичь коэффициента газового усиления в пропорциональном режиме до величин порядка  $10^6$ . Для достижения еще больших значений коэффициента

газового усиления в газовую смесь добавляют небольшое количество (менее 1%) электроотрицательного газа. Малое количество электроотрицательного газа практически не сказывается на развитии электронно-ионной лавины вблизи анодной нити, однако электроотрицательная примесь эффективно перехватывает вторичные электроны, выбиваемые с катода, тем самым подавляя развитие вторичных лавин. Например, «магическая смесь», предложенная лауреатом Нобелевской премии Ж. Шарпаком, состоящая из Ar (70%), изобутана (29,6%) фреона (0,4%), позволяет получить коэффициент газового усиления до  $10^8$ .

Поскольку пропорциональная камера регистрирует релятивистские частицы, пробег которых на много порядков превышает толщину камеры, энергетические потери заряженной частицы в объеме камеры пропорциональны удельным ионизационным потерям  $dE/dx$ . Распределение малых энергетических потерь в тонком поглотителе описывается распределением Ландау, которое в первом приближении дается выражением:

$$f(\lambda) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(\lambda + e^{-\lambda})}, \quad (10.26)$$

где  $\lambda = \frac{\Delta E - \Delta E_{\text{вер}}}{\xi}$ ,  $\Delta E$  — фактические потери энергии в поглотителе малой толщины,  $\Delta E_{\text{вер}}$  — наиболее вероятные потери в поглотителе малой толщины,  $\xi = dE/dx$  для нерелятивистского случая.

Распределение Ландау приведено на рис. 10.6. Как видно из рисунка, распределение несимметрично и имеет длинный «хвост» в области больших потерь энергии. Для того, чтобы определить  $dE/dx$  частицы и тем самым ее скорость, для каждой отдельно взятой частицы нужно получить это распределение и определить  $\Delta E_{\text{вер}}$ . Это приводит к необходимости измерить потери энергии в нескольких сотнях газовых промежутков на треке частицы, т. е. иметь большой набор пропорциональных камер. С другой стороны, поскольку пропорциональная камера позволяет определять в простейшем случае лишь одну координату  $x$  частицы по номеру сработавшей анодной нити, для измерения трека частицы (например, его кривизны в магнитном поле) также требуется большое количество

пропорциональных камер. Координатное разрешение пропорциональных камер определяется шагом анодных нитей. Сделать шаг анодных нитей менее 2 мм практически невозможно как из-за эффекта расталкивания нитей, находящихся под одинаковым потенциалом, так и по ряду других причин.

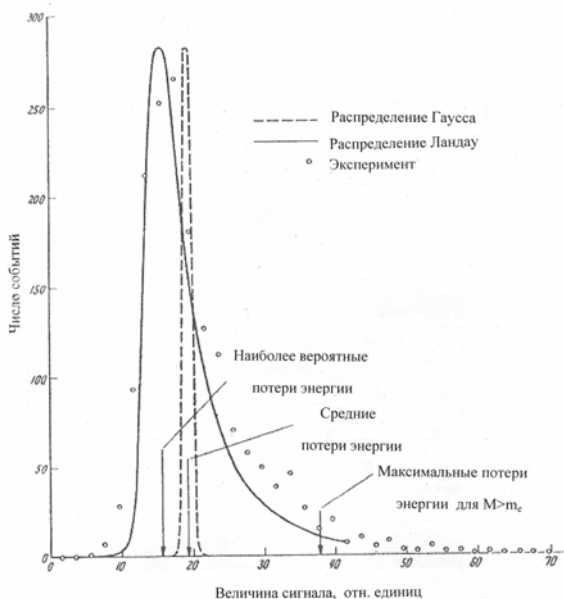


Рис. 10.6. Распределение Ландау — теория и эксперимент

Пространственное разрешение пропорциональных камер можно существенно улучшить путем применения так называемого «стрипового» катода. В этом случае катод разбивается на относительно узкие полоски (стрипы), и сигналы снимаются с каждого из стрипов. Появление сигналов на стрипах обязано эффекту электростатической индукции. Количество электронов в лавине, образующейся вблизи анодной нити, экспоненциально нарастает по мере приближения к нити, и, таким образом, основная часть электронов лавины проходит лишь небольшую разность потенциалов и дает небольшой ( $\sim 10 \div 15\%$ ) вклад в анодный сигнал. Основной вклад в сигнал дают ионы, образовавшиеся вблизи нити и движущиеся от нее в сильном электрическом поле. Поскольку электроны быстро

уходят на нить, вблизи нити остается нескомпенсированный положительный объемный заряд ионов. Этот заряд индуцирует сигналы противоположного знака на стрипах. Координата частицы определяется по формуле:

$$x = \frac{\sum x_i q_i}{\sum q_i} \text{ (метод центра тяжести),} \quad (10.27)$$

где  $x_i$  — координаты центров соответствующих стрипов,  $q_i$  — заряды, снимаемые со стрипов.

На практике для достаточно точного определения координаты частицы  $x$  достаточно измерить сигналы  $q_i$  с 5–7 стрипов, ближайших к треку частицы. При этом оптимальная ширина стрипов довольно большая — она равна расстоянию между катодными плоскостями, т. е. 5–10 мм. Позиционное разрешение, достигаемое при таком съеме информации, может быть получено порядка 100 мкм, т. е. превышающее шаг между нитями более чем на порядок величины.

Дальнейшее развитие этой методики — изготовление катода в виде отдельных прямоугольных площадок (пэдов), позволяющих получить пространственное разрешение порядка 100 мкм сразу по двум координатам в плоскости катода. Правда, количество электронных каналов регистрации при этом возрастает квадратично по сравнению со стриповым съемом информации.

Модификацией пропорциональной камеры является так называемая дрейфовая камера. Дрейфовая камера, не уступая пропорциональной в позиционном разрешении, позволяет на порядок и более снизить число электронных каналов регистрации. Конструкция дрейфовой камеры приведена на рис. 10.7.

Камера состоит из чередующихся анодных и катодных нитей, находящихся на расстоянии 10 см (или даже более) друг от друга. Пространство между анодной и катодной нитями образует дрейфовый промежуток. Для того чтобы напряженность электрического поля была постоянной в дрейфовом промежутке, за исключением малой области вблизи анодной нити, где происходит газовое усиление, в камеру вводится большое число потенциальных нитей, выравнивающих напряженность электрического поля в дрейфовом промежутке. Электроны ионизации, образовавшиеся в дрейфовом

промежутке на расстоянии  $x$  от анодной нити, собираются (и размножаются в лавине) на анодной нити за время  $t$  дрейфа

$$t_{\text{дрейфа}} = x/v_{\text{дрейфа}}, \quad (10.28)$$

$$v_{\text{дрейфа}} = \mu E. \quad (10.29)$$

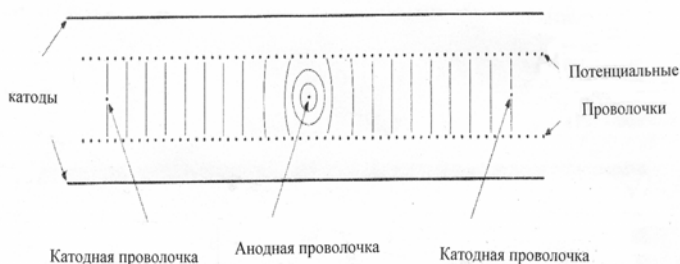


Рис. 10.7. Схематическое изображение дрейфовых промежутков дрейфовой камеры

Для того чтобы измерить  $t_{\text{дрейфа}}$ , надо с высокой точностью определить момент времени прохождения частицы через дрейфовый промежуток. Это делается с помощью дополнительного детектора, например, сцинтилляционного. При скоростях дрейфа около  $5 \cdot 10^6$  см/с в дрейфовом поле напряженностью около 1000 В/см (аргон – изобутан) и точности измерения времени  $t \sim 5 \cdot 10^{-9}$  с, точность измерения координаты будет около 250 мкм.

При большом количестве дрейфовых камер и дрейфовых промежутках в них трудно обеспечить точное равенство и постоянство напряженности электрического поля во всех промежутках. Спасительным, однако, является тот момент, что формула (10.29) для электронов, вообще говоря, не выполняется. Более того, в некоторых газовых смесях  $v_{\text{дрейфа}}$  вообще практически не зависит от напряженности электрического поля  $E$  в широком диапазоне значений напряженностей электрического поля. На рис. 10.8 приведена зависимость скорости дрейфа электронов в газовой смеси 62% Ar и 38% изобутана, из которой видно, что в диапазоне напряженностей



электрического поля  $E$  от 1200 до 2400 В/см скорость дрейфа электронов практически постоянна.

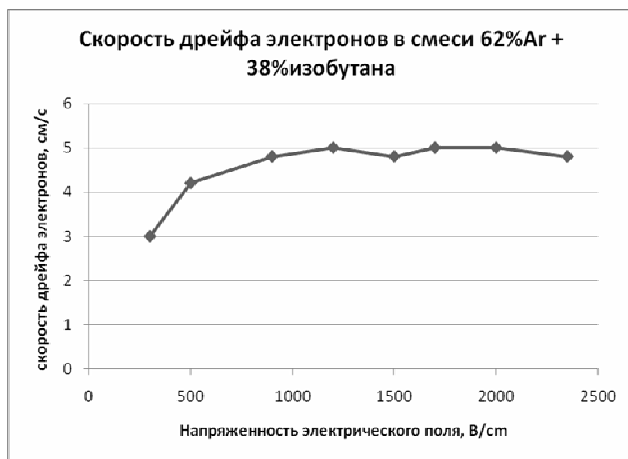


Рис. 10.8. Скорость дрейфа электронов в газовой смеси аргон-изобутан

Позиционное (пространственное) разрешение дрейфовых камер определяется в основном, тремя факторами (рис. 10.9.).

На малых расстояниях от анодной нити (1–2 мм) доминирующим фактором является пространственная статистика распределения электронов на треке частицы — несколько близко или далеко были рождены электроны ионизации от анодной нити. Вклад электроники (временное разрешение электроники) постоянен и не зависит от расстояния от трека до анодной нити. Диффузия электронов, напротив, тем больше, чем больший путь проходят электроны от места своего образования до анодной нити. Зависимость пространственного разрешения от времени дрейфа, вызванного диффузией электронов, описывается формулой:

$$\sigma_x = \sqrt{2Dt}, \quad (10.30)$$

где  $D$  — коэффициент диффузии электронов в газовой смеси,  $t$  — время,  $t = x/v_{\text{дрейфа}}$ .

Если  $v_{\text{дрейфа}} = \text{const}$ , то  $\sigma_x = \sqrt{x}$ .

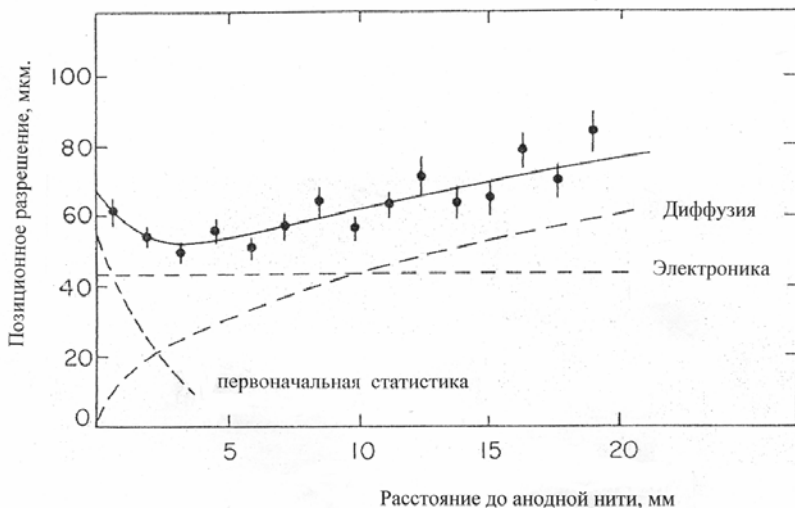


Рис. 10.9. Позиционное разрешение дрейфовой камеры

Как видно из рис. 10.9, достигнутое пространственное разрешение современных дрейфовых камер может составлять 50 мкм (сигма) или ~ 120 мкм (ширина на полувысоте).

Дрейфовые камеры часто используются во внешнем магнитном поле, которое позволяет по радиусу кривизны траектории определить импульс частицы по формуле:

$$pc = 300HR, \quad (10.31)$$

где  $p$  — импульс частицы, ГэВ/с,  $c$  — скорость света, м/с,  $H$  — напряженность магнитного поля, Гс,  $R$  — радиус кривизны траектории, м.

Вектор напряженности магнитного поля обычно направлен параллельно анодным и катодным нитям. В этом случае электроны, дрейфующие от области образования трека к анодной нити, отклоняются магнитным полем, что приводит как к изменению пути  $x$ , так и скорости дрейфа  $v_{\text{дрейфа}}$ .

В скрещенных электрическом и магнитном полях электроны дрейфуют по траектории, не совпадающей с силовыми линиями магнитного поля, а отклоняющейся от них на угол  $\alpha$ :

$$\text{tg } \alpha = \omega\tau,$$

где  $\omega$  — частота ларморовской процессии электрона,  $\tau$  — средний интервал времени между двумя последовательными столкновениями с атомами газа.

$$\omega = \frac{eH}{m_e}, \quad (10.32)$$

где  $e$  — заряд электрона,  $H$  — напряженность магнитного поля,  $m_e$  — масса электрона.

Скорость дрейфа в этом случае описывается формулой:

$$v_{\text{др.п.}} = \frac{v_{\text{дрейфа}}}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}}. \quad (10.33)$$

Примечательно, однако, что в газовых смесях, в которых скорость дрейфа в значительном диапазоне значений напряженностей электрического поля не зависит от величины напряженности электрического поля, т. е. выходит на насыщениях, в магнитном поле скорость дрейфа выходит на насыщение к тому же значению, что и в отсутствие магнитного поля, но при больших значениях напряженности электрического поля.

Для того чтобы скомпенсировать отклонение направления дрейфа электронов в магнитном поле приходится изменять напряжения на потенциальных проволочках дрейфовых камер таким образом, чтобы дрейф электронов по-прежнему проходил по кратчайшему пути от катодной к анодной нити.

*Время-проекционные камеры.* Эти камеры являются наиболее универсальным инструментом в физике высоких энергий, поскольку позволяют получать трехмерное электронное изображение трека со сравнимым пространственным разрешением по всем трем координатам. Конструкция время-проекционной камеры схематично изображена на рис. 10.10. По-существу она представляет собой комбинацию дрейфовой и пропорциональной камер. В дрейфовом объеме, заполненном газом, с помощью дополнительных электродов создается равномерное электрическое поле между двумя вертикальными плоскостями, ограничивающими объем камеры.

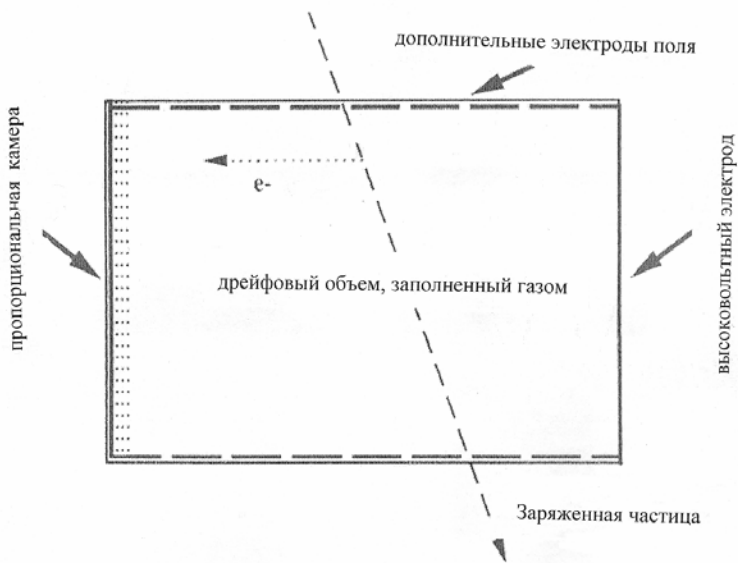


Рис. 10.10. Время-проекционная камера

Трек релятивистской заряженной частицы, пересекающей объем камеры, состоит из цепочки ионизационных кластеров. Каждый кластер содержит электрон первичной ионизации и (в основном) от нуля до 3–4 электронов вторичной ионизации, возникающих на треках  $\delta$ -электронов первичной ионизации. Количество кластеров на единицу длины невелико — оно равно числу актов первичной ионизации и, например, для аргона составляет около 30 штук на 1 см при атмосферном давлении. Таким образом, среднее расстояние между кластерами составляет около 330 мкм. Размер кластера мал по сравнению с этой величиной, поскольку  $\delta$ -электроны при ионизации вещества испытывают сильное расстояние. Таким образом, первоначально от трека в направлении электрического поля начинают дрейфовать отдельные электронные кластеры, содержащие от 1 до 5 электронов, пространственно разделенные друг от друга. Поскольку расстояние, на которое дрейфуют электроны, велико — до 2-х метров — диффузия электронов на таком дрейфовом промежутке приведет к перекрытию отдельных кластеров. Этого не происходит, если параллельно электрическому полю приложить достаточно сильное магнитное поле, в котором, как правило, такие

камеры и работают, поскольку магнитное поле позволяет измерить импульс частицы согласно формуле (10.31). Приложение магнитного поля с напряженностью  $B = 15$  кГс позволяет уменьшить диффузию электронов в направлении, поперечном к направлению их дрейфа (и вектору магнитного поля) почти на два порядка!

Благодаря этому электронные кластеры практически не перекрываясь дрейфуют к левой стенке камеры (рис. 10.10), где расположена многопроволочная пропорциональная камера с (как правило) пэдовым катодным съемом информации. Электронно-ионные лавины, образованные электронными кластерами, подошедшими к анодным проволочкам, создают индуцированные заряды на катодных пэдах. Таким образом, измеряются координаты  $x, y$  каждого кластера в отдельности в плоскости  $XY$ , перпендикулярной плоскости рисунка (в плоскости пэдов). Третья координата  $z$  измеряется по времени дрейфа электронного кластера от места своего образования до соответствующей анодной нити, с которой снимается сигнал, соответствующий окончанию дрейфа.

Позиционное разрешение камер по осям  $x, y$  определяется расстоянием от анодной нити до катодной плоскости и размерами пэда. Типичное разрешение по  $x, y$  координатам составляет 200 мкм или даже чуть менее. Разрешение по координате  $z$  обычно несколько хуже и составляет  $\sim 400 \div 500$  мкм. Благодаря пропорциональному режиму регистрации лавин, вызываемых отдельными кластерами, время-проекционная камера позволяет получить не только пространственное изображение трека (в виде комбинации электронных сигналов, которые следует обработать соответствующим образом), но и измерить удельные ионизационные потери частицы  $dE/dx$ .

Благодаря получению трехмерного изображения трека время-проекционные камеры позволяют регистрировать одновременно большое количество треков, т. е. события с большой множественностью рожденных частиц.

Однако серьезным недостатком время-проекционной камеры является ее большое мертвое время. Время дрейфа электронного кластера на расстояние 2 м составляет около 40 мкс. Если в течение времени дрейфа произойдет еще одно событие, треки двух событий наложатся друг на друга, и разобраться в них будет невозмож-

но. Поэтому средняя частота регистрации событий должна быть на 1–2 порядка меньше максимального времени дрейфа.

Кроме того, при больших размерах камеры число анодных проволочек может достигать значения нескольких тысяч, а число пэдов — нескольких десятков тысяч, что требует очень большого количества регистрирующей электроники и применения специальных процессоров предварительного анализа и подавления считывания каналов с нулевыми сигналами.

Так или иначе, время-проекционная камера на сегодняшний день является самым совершенным прибором в физике высоких энергий и широко применяется в уже идущих и планируемых экспериментах.

### 10.3. Кристаллические и полупроводниковые детекторы

В твердых кристаллических телах носителями электрического заряда являются электроны и дырки. В изоляторах свободные электроны и дырки отсутствуют, и электрический ток в них невозможен вследствие того, что в зоне проводимости нет свободных электронов, а в валентной зоне нет свободных дырок, которые могли бы двигаться (т. е. изменять свою энергию) во внешнем электрическом поле. Однако такие свободные электроны и дырки появляются в результате прохождения через кристалл заряженной частицы. Процесс генерации заряженной частицей (квази)свободных электронов и дырок (т. е. свободных только внутри кристалла) во многом аналогичен процессу генерации свободных электронов и ионов в газах и жидкостях и описывается теми же формулами. Энергия образования одной электронно-дырочной пары  $\omega$  в первом приближении не зависит ни от типа частицы, ни от ее энергии и, так же как и в газе, является параметром вещества. Приближенно  $\omega \sim 3E_g$ , где  $E_g$  — ширина запрещенной зоны.

Если вырезать из монокристалла пластинку толщиной  $d$  и площадью  $S$  и напылить на ее противоположные поверхности электроды, с тем, чтобы со стороны катода в кристалл осуществлялась инжекция электронов, а со стороны анода — нейтрализация дырок, то мы получим кристаллический счетчик.

К сожалению, в подавляющем большинстве изоляторов подвижность электронов, и, в особенности дырок, мала, время их жизни в соответствующих зонах также мало из-за большого количества ловушек, захватывающих электроны и дырки, и вследствие этого при приложении электрического поля электроны и дырки не доходят до электродов, застревая в ловушках.

Исключение составляют полупроводники (т. е. кристаллы с узкой запрещенной зоной), прежде всего германий Ge и кремний Si, а также ряд других полупроводников, например арсенид галлия GaAs.

Широкое распространение в настоящее время получили полупроводниковые детекторы на основе Ge и Si, другие материалы — GaAs и др. пока широкого применения не нашли.

В табл. 10.2 приводятся основные физические характеристики Ge и Si.

Таблица 10.2

Элемент	$E_g$ , эВ	$\mu_n$ , см <sup>2</sup> /В·с	$\mu_p$ , см <sup>2</sup> /В·с	$\omega$ , эВ
${}_{14}\text{Si}^{28}$	1,11	1350	480	3,6
${}_{32}\text{Ge}^{74}$	0,67	3900	1800	2,9

К сожалению, при комнатной температуре как Si, так и Ge обладают значительной собственной проводимостью. При приложении к кристаллу Ge или Si электрического поля через них начинает течь постоянный ток, флуктуации которого приводят к появлению сигналов, неотличимых от сигналов, создаваемых заряженными частицами. В плохо очищенных кристаллах Ge и Si появляется примесная проводимость, которая при комнатной температуре может превосходить собственную на много порядков.

Понижение температуры кристалла приводит к значительному уменьшению собственной и примесной проводимостей.

В настоящее время высокоочищенный германий, поскольку его заряд  $Z$  существенно больше, чем у кремния, применяется в прецизионной спектроскопии гамма-излучения. Объем такого кристалла может составлять  $\sim 100$  см<sup>3</sup>. Проводить измерения с таким кри-

сталлом возможно лишь при температуре жидкого азота (77° K), так как при более высоких температурах его проводимость недопустимо велика. Однако храниться он может и при комнатной температуре.

При комнатной температуре используются полупроводниковые детекторы с р–n-переходом. В качестве исходного материала берутся пластинки n-Si (или n-Ge) толщиной ~ 0,5 мм и площадью в несколько квадратных сантиметров, либо пластинки p-Si (или p-Ge). Если, например, в исходный материал — пластинку из p-Si — с одной стороны внедрить (путем высокотемпературной диффузии) донор — фосфор, то на поверхности такой пластинки с проводимостью р-типа возникает тонкий высокопроводящий слой n-типа. В переходной зоне между ними образуется р–n-переход, лежащий в основном в более высокоомной области, т. е. в области р-типа обедненный обоими типами носителей — как электронами, так и дырками. Толщина р–n-перехода при отсутствии внешнего поля невелика — около  $10^{-4}$  см. Однако при приложении к такому кристаллу, являющемуся по существу полупроводниковым диодом, внешнего напряжения, направленного в том же (запирающем) направлении, что и внутреннее поле р–n-перехода, можно растянуть ширину р–n-перехода до М значений 0,2–0,3 мм. Этот р–n-переход и является той областью, в которой происходит регистрация частицы, так как внешнее электрическое поле практически полностью сосредоточено в этой области и практически отсутствует в «р» и «n» областях; «n» - область изготавливают в этом случае предельно тонкой, т. к. через нее проходит облучение детектора частицами, а пробег частицы должен укладываться на ширине р–n-перехода. Вследствие небольшой ширины р–n-перехода диапазон измеряемых энергии заряженных частиц весьма ограничен.

Из всех применяемых в настоящее время детекторов полупроводниковые детекторы обладают наилучшим энергетическим разрешением. Предельное энергетическое разрешение любого детектора определяется выражением:

$$\Delta E = \omega \Delta N, \quad (10.34)$$

где  $\Delta E$  — энергетическое разрешение,  $\Delta N$  — среднеквадратичные флуктуации среднего числа электронно-ионных или электронно-дырочных пар.



Из распределения Пуассона  $\Delta N = \sqrt{\bar{N}}$ , где  $\bar{N} = E_{\text{част}}/\omega$ , однако флуктуации в числе электрон-ионных пар (или электронно-дырочных пар) не подчиняются закону Пуассона, и описываются следующим выражением:

$$\Delta N = \sqrt{F\bar{N}},$$

где  $F$  — фактор Фано.

Для газов  $F \sim 0,5$ , для полупроводников  $F \sim 0,1-0,2$ . Появление фактора Фано, т. е. сужение статистического распределения по сравнению с пуассоновским распределением связано с тем, что процесс ионизации веществ заряженными частицами нельзя рассматривать как статистически независимую цепочку случайных событий из-за того, что полная ионизация двухступенчатая — первичный  $\delta$ -электрон создает вторичную ионизацию на своем треке.

Поскольку  $\bar{N} = E_{\text{част}}/\omega$ , выражение (10.34) можно переписать в виде:

$$\Delta E = \omega \sqrt{F \frac{E_{\text{част}}}{\omega}}. \quad (10.35)$$

Из выражения (10.35) следует, что  $\Delta E$  тем меньше, чем меньше  $\omega$ . Для газов  $\omega \sim 30$  эВ, а для полупроводников, например Si,  $\omega \sim 3,65$  эВ, т. е. на порядок меньше. Поэтому энергетическое разрешение полупроводниковых детекторов в 4–5 раз лучше, чем газовых. Например, для кремниевого детектора при  $E_{\text{част}} = 1$  МэВ получаем  $\Delta E \sim 1$  КэВ, или  $\Delta E/E = 0,1\%$ .

В спектрометрии частиц высоких энергий тонкие полупроводниковые детекторы применяются для измерения удельных ионизационных потерь  $dE/dx$ .

В настоящее время кремниевые полупроводниковые детекторы нашли широкое применение в качестве позиционно-чувствительных (трековых) детекторов. Поскольку речь в данном случае идет об определении одной или двух координат релятивистских частиц, пересекающих детектор, главной величиной, определяющей качество детектора, является его координатное разрешение. Поскольку координатное разрешение, помимо качества самого детектора, определяется также и процессом многократного рассеяния частиц, средний угол которого растет с ростом материала де-

тектора  $Z$ , кремний имеет значительное преимущество перед германием благодаря существенно меньшему значению  $Z$ .

Среднее значение удельных ионизационных потерь однозарядной релятивистской частицей, имеющей скорость, соответствующую минимуму  $dE/dx$ , составляет 390 эВ/мкм, что дает, с учетом значения  $\omega$ , около 108 п-р-пар на 1 мкм. При типичной толщине детектора 300 мкм в среднем релятивистская частица создает  $3,2 \cdot 10^4$  электронно-дырочных пар.

Однако собственная проводимость кремния при комнатной температуре такова, что в детекторе площадью 1 см<sup>2</sup> и толщиной 300 мкм количество свободных электронно-дырочных пар, генерируемых теплом, составляет  $4,5 \cdot 10^8$  штук, что на 4 порядка превосходит величину сигнала, создаваемого релятивистской частицей. Существенно уменьшить концентрацию носителей опять-таки позволяет применение р-п-перехода.

*Кремнивые микростриповые* полупроводниковые детекторы имеют следующую конструкцию. В качестве основы обычно берется n-Si с максимально достижимым на сегодняшний день удельным сопротивлением 10<sup>5</sup> Ом·см. Монокристалл кремния разрезается на заготовки диаметром до 15 см и толщиной около 500 мкм. Затем полученные пластинки шлифуются и полируются до толщины 300 мкм. Полученные трехсотмикронные пластинки с идеально отполированными поверхностями окисляются с одной стороны при температуре 1030° С. Получившийся на поверхности тонкий слой двуокиси кремния SiO<sub>2</sub> является прекрасным изолятором. Затем со стороны, покрытой двуокисью кремния, фотолитографическим методом протравливаются полосы (стрипы) шириной от 10 до 3 мкм и с тем же шагом. Таким образом, часть поверхности кремниевой пластины вновь обнажается уже в виде отдельных полосок (стрипов). После этого в обнаженную поверхность путем ионной имплантации внедряется акцептор, образуя р-область на поверхности обнаженных стрипов. С противоположной стороны полностью обнаженная поверхность путем ионной имплантации дополнительно легируется акцепторной примесью, образуя n<sup>+</sup>-электрод. Затем происходит металлизация стрипов и всей противоположной поверхности. В результате описанной процедуры получается структура, схематично изображенная на рис. 10.11.

Под металлическими алюминиевыми электродами, выполненными в виде полосок (стрипов) располагается очень тонкий слой р-кремния, (образованный путем ионной имплантации). Между слоями р-Si и основным кристаллом n-Si образуется тонкий р-n-переход. При приложении к электродам такого детектора (напряжение  $V > 0$  прикладывается к  $n^+$ -кремнию) разности потенциалов около 100 В, ширина р-n-перехода становится равной 300 мкм, т. е., по существу, детектор по всей толщине (за исключением очень тонких р-слоев со стороны стрипов и  $n^+$ -слоя с противоположной стороны) становится единым р-n-переходом! Собственно этим и объясняется выбор толщины кремниевой пластины, равной 300 мкм, т. к. до ширины в 300 мкм можно легко растянуть р-n-переход, а выше уже могут начаться пробойные явления.

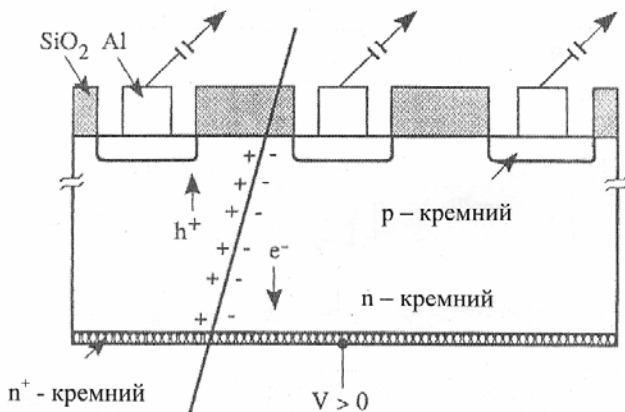


Рис. 10.11. Устройство микрострипового детектора

Позиционное разрешение такого детектора, вообще говоря, определяется тем местом, где частица пересекла детектор. Если частица пересекла детектор под одним из стрипов, то позиционное (пространственное) разрешение определяется с точностью до ширины стрипа. Если же частица прошла между двумя стрипами, то образованный частицей заряд делится между ними обратно пропорционально расстояниям до трека, и координата частицы может быть определена точнее, чем ширина стрипа. Предельное про-

странственное разрешение, полученное на сегодня, составляет около 2,5 мкм.

Современная технология позволяет получать не только одномерные позиционно-чувствительные кремниевые детекторы, но и двухмерные. В последнем случае электроды выполняются в виде отдельных квадратиков (пэдов). Считывать сигналы с отдельных пэдов — задача нетривиальная, однако она решается с помощью современных высоких технологий.

В последние годы особый интерес вызывает позиционно-чувствительные микростриповые детекторы, изготовленные на основе алмазных пленок. Кристалл алмаза обладает уникальными свойствами. Он является идеальным изолятором, и в то же время подвижности электронов и дырок в нем даже выше, чем в кремнии. Некоторые физические характеристики алмаза приведены ниже (табл. 10.3).

Ввиду очень низкой собственной проводимости алмаз не требует создания p–n-перехода и может использоваться как однородный кристаллический детектор.

Таблица 10.3

Ширина запрещенной зоны, эВ	5,5
Пробивное поле, В/см	$10^7$
Удельное сопротивление, Ом·см	$> 10^{11}$
Плотность носителей заряда, 300 К	$< 10^3$
Подвижность электронов, $\text{см}^2/\text{В}\cdot\text{с}$	1800
Подвижность дырок, $\text{см}^2/\text{В}\cdot\text{с}$	1200
Энергия, идущая на образование одной p–n-пары, $\omega$ , эВ	13,6

В настоящее время алмазные пленки выращиваются из газовой фазы на кремниевой подложке. При этом алмаз не выращивается в виде однородного монокристалла, а растет в виде отдельных зернышек, вытянутых в направлении, перпендикулярном подложке.

После удаления подложки на алмазную пленку с двух сторон напыляются металлические электроды. Поскольку электрическое поле в таком детекторе направленно вдоль направления роста зерен, электроны и дырки под действием внешнего электрического поля будут также двигаться вдоль зерен.

Одной из основных характеристик кристаллических детекторов является длина переноса носителей — тот путь, который в среднем проходят носители под действием внешнего поля до их захвата на ловушки. В идеальном кристаллическом детекторе длина переноса должна быть больше межэлектродного расстояния — в этом случае электроны и дырки достигают соответствующих электродов, где и нейтрализуются.

В 1991 г., когда начались первые исследования алмазных пленок, длина переноса составила всего несколько мкм, а в 1997 г. она уже составляла 250 мкм, что вполне достаточно для разработки полноценного твердотельного детектора.

При выращивании алмазных пленок из газовой фазы в них неизбежно возникают глубокие ловушки электронов и дырок, захватывающие свободные носители и тем самым значительно уменьшающие длину переноса. Для увеличения длины переноса используется оригинальный прием — предварительное облучение («накачка») алмазной пленки с помощью нейтронного или  $\beta$ -источника. При величине поглощенной дозы не менее 10 Гр практически все ловушки оказываются заполненными и в дальнейшем не влияют на длину переноса носителей.

В качестве примера приведем позиционно-чувствительный детектор на основе алмазных пленок, разработанный в ЦЕРН. На алмазные пленки размером  $2 \times 2 \text{ см}^2$  с одной стороны напылялись сплошные электроды, а с другой — стрипы шириной 25 мкм и шагом 25 мкм. Толщина пленки составляла около 500 мкм, а измеренная длина переноса в ней — около 210 мкм. Позиционное разрешение, полученное в таком детекторе, измеренное на пучке релятивистских мюонов составило в среднем около 16 мкм.

#### 10.4. Сцинтилляционные детекторы

*Сцинтилляционные детекторы* конструктивно состоят из двух элементов: сцинтиллятора, преобразующего энергию заряженной

частицы в световую вспышку, и фотоприемника, преобразующего эту световую вспышку в электрический импульс. Свойством светиться под действием ионизирующего излучения обладают многие вещества. К сцинтилляторам относят лишь те вещества, у которых длительность свечения не превышает  $10^{-6}$  с.

Класс сцинтилляторов довольно обширен. Сцинтилляторами являются некоторые газы (благородные газы — аргон, неон, криптон, ксенон), кристаллические вещества, а также широкий класс органических соединений.

Основными характеристиками сцинтилляторов являются следующие.

1. Конверсионная эффективность. Конверсионной эффективностью называется отношение:

$$\kappa = \frac{E_{\text{св}}}{E_{\text{част}}}, \quad (10.36)$$

где  $E_{\text{св}}$  — энергия световой вспышки,  $E_{\text{част}}$  — энергия, потерянная частицей в сцинтилляторе.

В связи с тем, что абсолютные измерения величины  $\kappa$  довольно затруднительны, часто используется величина относительной конверсионной эффективности. Она характеризует конверсионную эффективность сцинтиллятора по отношению к эталону. За эталон, относительная конверсионная эффективность которого равна единице, принят органический сцинтиллятор — кристалл антрацена.

Вообще говоря, величина  $\kappa$  зависит от удельных ионизационных потерь частицы. Для релятивистских частиц удельные ионизационные потери слабо зависят от энергии частицы, и поэтому конверсионная эффективность практически перестает зависеть от удельных ионизационных потерь. Поэтому при регистрации релятивистских частиц часто используется другая величина — удельный световой выход  $dL/dE$ , который дает количество световых фотонов на 1 МэВ энергии, потерянной частицей.

2. Спектр свечения сцинтилляторов.

По большей части спектр свечения сцинтилляторов представляет собой широкую полосу и характеризуется  $\lambda_{\text{max}}$  — значением длины волны света, в максимуме спектра свечения.

Обычно  $\lambda_{\max}$  лежит в видимой области и хорошо сопрягается с максимумом спектральной чувствительности фотоприемников. Однако у ряда сцинтилляторов, в частности, у благородных газов,  $\lambda_{\max}$  лежит в области ультрафиолета. Для преобразования ультрафиолетового спектра в видимый применяют сместители спектра — органические вещества, у которых спектр поглощения совпадает со спектром свечения сцинтиллятора, а спектр излучения, лежащий в более длинноволновой области, совпадает со спектральной чувствительностью фотоприемника.

3. Прозрачность к собственному излучению.

В большинстве сцинтилляторов спектр излучения частично перекрывается со спектром поглощения. Чем меньше степень перекрытия спектров, тем прозрачнее сцинтиллятор к собственному излучению. Обычно прозрачность к собственному излучению характеризуется длиной ослабления  $l_{\text{осл}}$  — расстоянием, на котором собственное излучение ослабляется в  $e$  раз. Длина ослабления хороших сцинтилляторов лежит в диапазоне от десятков сантиметров до нескольких метров.

4. Время высвечивания.

5. В первом (достаточно грубом) приближении зависимость числа испускаемых фотонов от времени описывается следующим уравнением:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{N_0}{t} e^{-t/\tau}, \quad (10.37)$$

где  $\frac{dN}{dt}$  — скорость высвечивания фотонов,  $N_0$  — число возбужденных центров свечения, вызванных потерей энергии частицы  $E_{\text{част}}$ ,  $t$  — время высвечивания.

$$\int_0^{\infty} \frac{dN}{dt} dt = N_0. \quad (10.38)$$

Большинство сцинтилляторов обладает несколькими временами высвечивания  $\tau$ , при этом, как правило, сцинтиллятор характеризуется наименьшей величиной из нескольких  $\tau$ . Время высвечивания играет определяющую роль в одной из важнейших характеристик сцинтилляционного детектора — временного разрешения. Значения  $\tau$  для различных сцинтилляторов лежат в пределах от  $10^{-6}$  до  $10^{-9}$  с.

Сцинтилляционный процесс в благородных газах связан с образованием на треке частицы возбужденных молекул  $X_2^*$ . Эти молекулы не существуют в основном состоянии и отсутствуют в составе благородных газов, они образуются только на треке частицы, и при переходе в основное состояние распадаются на два нейтральных атома. Поскольку спектр излучения молекулы  $X_2^*$  не перекрывается со спектром поглощения атомов благородных газов, благородные газы оказываются в высокой степени прозрачными к собственному излучению. Отличительной особенностью благородных газов является сохранение их хороших сцинтилляционных свойств в жидком и твердом состоянии.

В кристаллических неорганических сцинтилляторах, как правило, сцинтилляционный процесс связан с рекомбинацией электронов и дырок на активаторе — ионе примеси, которая специально водится в состав основной кристаллической решетки. Активатора вводится довольно много — порядка нескольких молярных процентов. Типичным представителем сцинтилляторов подобного рода является кристалл NaI, активированный Tl (таллием). Ионы таллия располагаются в регулярных узлах ионной кристаллической решетки, замещая ионы натрия, и образуют локальные уровни захвата электронов и дырок в запрещенной зоне решетки NaI. Спектр излучения возбужденного иона  $Tl^*$  благодаря этому имеет заметно меньшую энергию, чем спектр фундаментального поглощения решетки NaI. Спектр излучения ионов  $(Tl^+)^*$  энергетически сдвинут относительно спектра поглощения этих же ионов из-за влияния окружающей решетки, модифицирующей энергетические уровни поглощения и испускания ионов Tl, благодаря чему кристалл NaI(Tl) имеет длину ослабления собственного излучения в несколько десятков сантиметров. Кристаллы CsI(Tl), несколько уступающие NaI(Tl) в конверсионной эффективности и времени высвечивания (см. табл. 10.4), также широко применяются в эксперименте благодаря меньшей по сравнению с NaI(Tl) радиационной длине. При низкой температуре ( $-150^\circ\text{C}$ ) хорошим сцинтиллятором является также неактивированный CsI, свечение в котором возникает благодаря рекомбинации электронов с автолокализованными (остановленными в решетке) дырками.



Кристаллы NaI(Tl) и CsI(Tl) прежде всего широко применяются для регистрации и спектрометрии гамма-излучения, так как благодаря большому среднему атомному номеру  $Z$  и высокой плотности они позволяют получить высокую (десятки процентов) эффективность регистрации гамма-излучения при сравнительно небольших размерах кристаллов (толщиной 3–5 см). Они также широко применяются в электромагнитных калориметрах, рассчитанных на сравнительно небольшие энергии электронов или гамма-квантов.

В калориметрах, рассчитанных на максимально достижимые на сегодняшний день энергии первичных частиц (сотни ГэВ), требуемые размеры кристаллов NaI(Tl) или CsI(Tl) становятся неприемлемо большими, поэтому в подобных калориметрах применяются кристаллы, хотя и уступающие по своим сцинтилляционным свойствам (прежде всего по конверсионной эффективности) кристаллами NaI(Tl) и CsI(Tl), но имеющие заметно меньшую радиационную длину, и, к тому же, в ряде случаев, гораздо меньшее время высвечивания, что существенно повышает быстродействие калориметров.

Большой интерес в последнее время вызывает сцинтиллятор  $\text{Lu}_2\text{Ce}_2(\text{SiO}_4)_2\text{O}$  или LSO. Он обладает большим световым выходом ( $\sim 75\%$  от NaI(Tl)), высокой плотностью, относительно малым временем высвечивания, и хорошо перекрывающимся со спектральной чувствительностью фотоприемников спектром свечения. Кристаллы LSO в настоящее время широко применяются в медицинских позитрон-эмиссионных томографах для регистрации аннигиляционного гамма-излучения позитронов (0,511 МэВ).

Параметры некоторых наиболее часто применяемых неорганических сцинтилляторов приведены в табл. 10.4.

Практически все органические соединения, используемые в качестве сцинтилляторов, имеют в своем составе бензольное кольцо. Три двойные электронные связи бензольного кольца содержат по одному  $\sigma$ -электрону и одному  $\pi$ -электрону каждая. Механизм свечения органических молекул основан на возбуждении и последующем девозбуждении (переходе в основное состояние)  $\pi$ -электронов. Благодаря тому, что в возбужденном состоянии равновесное межатомное расстояние в бензольном кольце больше, чем в невозбужденном, энергия возбуждения оказывается больше, чем энергия излучения, благодаря чему спектры поглощения и излуче-

ния не совпадают — спектр излучения лежит в более длинноволновой области, хотя в той или иной степени частично перекрывается со спектром поглощения. Оба спектра (поглощения и излучения) представляют собой широкие полосы, т. к. энергия электронного перехода расщепляется при комнатной температуре на большое число колебательных и вращательных подуровней.

Таблица 10.4

Вещество	NaI(Tl)	CsI(Tl)	CsI	Bi <sub>4</sub> Ge <sub>3</sub> O <sub>12</sub>	PbWO <sub>4</sub>	LSO
Плотность, г/см <sup>3</sup>	3,67	4,51	4,51	7,13	8,25	7,4
Радиационная длина, см	2,59	1,85	1,85	1,12	0,89	1,14
Время высвечивания, нс	250	600	16	300	15	~ 40
$\lambda_{\text{max}}$ , нм	410	560	315	480	440	420
Относит. конверсионная эффективность	2	1,5	0,4	0,3	0,026	~ 1,5

Органические сцинтилляторы используются в виде органических кристаллов (антрацен, стильбен, толан), состоящих только из вещества-сцинтиллятора, органических растворов и пластмассовых сцинтилляторов. Последние два представляют собой жидкие или твердые растворы вещества-сцинтиллятора в растворителе. Поскольку концентрация вещества-сцинтиллятора в растворе невелика (около нескольких молярных процентов), а органические сцинтилляторы имеют достаточно хорошую конверсионную эффективность (в среднем от 1 до 0,5 по отношению к антрацену), очевидным образом существует эффективный механизм передачи энергии от растворителя, в котором частица теряет свою энергию, к сцинтиллирующей примеси. Неудивительно поэтому, что наиболее эффективными растворителями являются вещества, содержащие, так же, как и сцинтилляторы, в своем составе бензольные кольца. Эффективными механизмами передачи энергии являются радиационная (излучательная) передача энергии от молекулы (или полимерной цепочки) растворителя к сцинтиллятору или безизлучательная диполь-дипольная передача энергии возбуждения от одной моле-

кулы к другой. Растворители, хотя обычно и содержат в своем составе бензольные кольца, не являются эффективными сцинтилляторами из-за сильного перекрытия спектров поглощения и испускания, однако они прозрачны для излучения сцинтиллирующей примеси, энергия излучения которой значительно ниже энергии возбуждения молекул растворителя. В жидкие, и в особенности в твердые растворы (пластмассовые сцинтилляторы), часто вводят еще одну добавку — смеситель спектра, которая, поглощая излучение вещества-сцинтиллятора, излучает поглощенную энергию в более длинноволновой по сравнению со сцинтиллятором области спектра. Тем самым достигается большая прозрачность сцинтиллятора к собственному излучению и лучшее совпадение спектра излучения сцинтиллятора со спектральной чувствительностью фотоприемников. Особую роль играют переизлучатели в тех случаях, когда по конструктивным причинам невозможно прямое сочленение сцинтиллятора с фотоприемниками. В этом случае в сцинтиллятор (пластмассовый) внедряются (вклеиваются) тонкие волокна (фибры), состоящие из пластмассы и переизлучателя с длиной волны, большей, чем длина волны излучения сцинтиллятора. Свет, излучаемый в сцинтилляторе, поглощается в волокнах и переизлучается. Поскольку излучение происходит внутри волокна, часть света захватывается в угол полного внутреннего отражения и по волокну может быть выведена на большое (1 м и более) расстояние от сцинтиллятора. Набор органических сцинтилляторов довольно широк и ежегодно пополняется, поэтому в табл. 10.5 мы приводим в качестве примера типичные характеристики лишь трех наиболее характерных сцинтилляторов.

Таблица 10.5

Сцинтиллятор	Плотность, г/см <sup>3</sup>	$\lambda_{\max}$ , нм	Относит. конверс.	Время высвечивания, нс
Органический кристалл, антрацен C <sub>14</sub> H <sub>10</sub>	1,25	445	1 (~ 6%)	30
Жидкий, NE-213	~ 0,84	370	0,78	3,7
Пластмассовый: полистирол + паратерфи-	~ 1	380	0,5	3

Органические сцинтилляторы находят в экспериментальной практике очень широкое применение. Поскольку сцинтилляторы такого типа содержат много водорода, их широко применяют для регистрации и спектрометрии быстрых нейтронов по протонам отдачи. Для регистрации тепловых и медленных нейтронов применяют пластмассовые сцинтилляторы, содержащие  ${}^3\text{V}^{10}$ .

Жидкие сцинтилляторы применяют для спектрометрии  $\beta$ -излучения источников  $\beta$ -распада. При этом источник в виде раствора добавляется непосредственно в сцинтиллятор. Объем жидких сцинтилляторов практически неограничен, поэтому в больших объемах (до сотни кубометров) они применяются для регистрации нейтрино.

Пластмассовые сцинтилляторы обычно изготавливаются в виде тонких (от 1 мм до нескольких сантиметров толщиной) пластин самой разнообразной площади и конфигурации. Они применяются для регистрации заряженных частиц в широком диапазоне энергий, в том числе релятивистских частиц. Широкое применение находят пластмассовые сцинтилляторы в электромагнитных и адронных калориметрах (см. ниже). Наконец, пластмассовые сцинтилляторы могут изготавливаться в виде цельных колпаков, накрывающих собой экспериментальные установки и служащие антисовпадательной защитой, препятствующей регистрации заряженных частиц, попадающих в установку извне. Особым случаем использования пластмассовых сцинтилляторов является позиционно-чувствительный детектор, применяемый в физике высоких энергий для определения треков частиц. Такой детектор набирается в виде жгута отдельных сцинтилляционных волокон. Каждое волокно имеет диаметр 0,5–1 мм. Оно изготовлено из пластмассового сцинтиллятора с показателем преломления  $n$ , и покрыто тонкой (несколько длин волн) прозрачной несцинтиллирующей оболочкой с показателем преломления  $n_2$ . Благодаря разнице в показателях преломления  $n_2 < n_1$  оболочки и волокна, часть сцинтилляционного света, испускаемого изотропно вдоль трека частицы, пересекающей данное волокно, захватывается в угол полного внутреннего отражения и распространяется вдоль волокна. Эффективность захвата света  $\varepsilon$  в угол полного внутреннего отражения в одну сторону вдоль волокна описывается формулой:

$$\varepsilon = 0,5(1 - n_2/n_1), \quad (10.39)$$

и обычно составляет от 3 до 6%.

Жгут сцинтилляционных волокон сочленяется с позиционно-чувствительным фотоприемником (например, ФЭУ на МКП, см. ниже), благодаря чему возможно определить координаты  $x$ ,  $y$  трека частицы в плоскости, перпендикулярной направлению жгута.

В качестве фотоприемников в сцинтилляционных детекторах применяются фотоумножители различной конструкции, а также полупроводниковые фотодетекторы.

Обычные фотоумножители (ФЭУ) представляют собой вакуумный прибор, состоящий из плоского фотокатода, системы динодов, чаще всего коробчатой или корытообразной формы, и анода. Фотокатод наносится тонким полупрозрачным слоем на внутреннюю поверхность входного окна ФЭУ. Кванты света от сцинтиллятора или черенковского радиатора проходят через входное окно ФЭУ, изготовленное из обычного боросиликатного стекла (коротковолновая граница пропускания 300 нм) или кварцевого стекла (коротковолновая граница пропускания 150 нм), и, поглощаясь фотокатодом, вызывают внешний фотоэффект, т. е. выбивание электрона из фотокатода в вакуум. Фотокатод характеризуется спектральной чувствительностью — отношением тока фотокатода к потоку энергии фотонов данной длины волны.

*Зависимость спектральной чувствительности* от длины волны проходит через максимум, спадая как в область более длинных, так и более коротких длин волн. Положение максимума зависит от материала фотокатода. Наиболее распространенными являются сурьмяно-цезиевые ( $\lambda_{\max} \approx 350$  нм) катоды, хотя применяются и другие комбинации металлов (калий-натриевые, висмут-сурьмяно-цезиевые и другие). Квантовая эффективность фотокатода определяет вероятность появления фотоэлектрона внешнего фотоэффекта в зависимости от длины волны регистрируемого фотона. Поскольку толщина фотокатода мала (при большой толщине фотоэлектроны не будут выходить в вакуум), в максимуме спектральной чувствительности квантовая эффективность обычно не превышает 25%.

При хорошем совпадении максимума спектра излучения сцинтиллятора с максимумом спектральной чувствительности ФЭУ, средняя квантовая эффективность, проинтегрированная по всему спектру излучения и спектральной чувствительности ФЭУ, обычно не превышает 15%, т. е. в среднем около 15% фотонов сцинтилляционной вспышки, попадающих на фотокатод фотоумножителя, преобразуется в фотоэлектроны, вылетающие с фотокатода ФЭУ.

Между фотокатодом ФЭУ, динодами и анодом прикладывается разность потенциалов, ускоряющая электроны в каждом межэлектродном промежутке. Фотоэлектроны, вылетевшие с фотокатода, благодаря положительной разности потенциалов, приложенной между фотокатодом и первым динодом, попадают на первый динод. Падая на поверхность динода, ускоренные в поле катод – динод электроны выбивают с поверхности динода в среднем  $\sigma$  вторичных электронов на один падающий. Коэффициент  $\sigma$  – коэффициент вторичной эмиссии зависит от энергии падающий электронов. До энергий примерно в 500 эВ он растет до величины  $\sigma \approx 7 \div 10$ , в зависимости от материала динодов, а затем довольно быстро спадает. Электроны, выбитые из первого динода, подхватываются полем между первым и вторым динодом и вызывают вторичную эмиссию на втором диноде. Этот процесс многократно повторяется до тех пор, пока поток электронов не достигает анода, где на сопротивлении нагрузки появляется импульс электронного тока. Если разность потенциалов, приложенная в промежутках катод – первый динод, первый динод – второй динод и т.д., постоянна, то будет постоянным и коэффициент вторичной эмиссии  $\sigma$ . В этом случае общий коэффициент усиления фотоумножителя  $M$  равен:

$$M = \sigma^N,$$

где  $N$  — число динодов.

Схематично конструкция ФЭУ изображена на рис. 10.12.

Обычно у фотоумножителей, применяемых в сцинтилляционных детекторах,  $N = 10 \div 12$ , что позволяет получить  $M = 10^6 \div 10^8$ , причем  $M$  можно менять, меняя напряжение на высоковольтном

источнике питания ФЭУ. При этом разность потенциалов от источника ( $\sim 1$  кВ) прикладывается между фотокатодом и анодом ФЭУ (обычно анод заземлен) через сопротивление нагрузки, а разность потенциалов между всеми электродами задается внешним делителем напряжения.

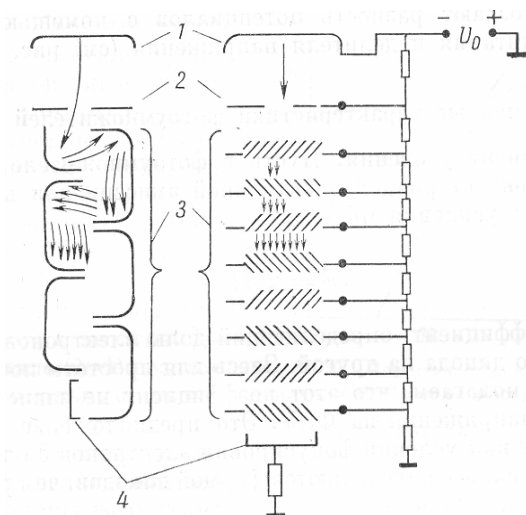


Рис. 10.12. Схема расположения динодов в фотоумножителе:  
1 — фотокатод, 2 — диафрагма, 3 — диноды, 4 — анод

Высокий коэффициент усиления ФЭУ позволяет регистрировать очень слабые световые потоки, вплоть до отдельных фотонов. Однако в случае регистрации слабых световых потоков существенным ограничением могут стать шумы фотоумножителя, вызванные термоэмиссией электронов с фотокатода ФЭУ и имеющие случайный характер.

В фотоумножителях обычной конструкции с коробчатыми или корытообразными динодами эффективный сбор электронов с одного электрода на следующий достигается благодаря тщательно рассчитанной электростатической фокусировке. Эта фокусировка нарушается при помещении ФЭУ во внешнее, даже довольно слабое, магнитное поле. Для работы в сильных магнитных полях применяются фотоумножители специальной конструкции.

Фотоумножители с сетчатыми динодами состоят из плоского фотокатода и набора плоских динодов, параллельных катоду и изготовленных из сеток с шагом сетки около 5 мкм и расстояния между катодом и первым динодом, а также между динодами, между последним динодом и анодом около 1 мм. Электроны, испускаемые фотокатодом, попадают на первый сетчатый динод и рождают электроны вторичной эмиссии. Часть этих электронов проникает сквозь отверстия в сетчатом диноде и подхватываются полем следующего динода. Из-за того, что сквозь сетку проникает лишь часть электронов вторичной эмиссии, суммарный коэффициент вторичной эмиссии оказывается небольшим, около 2,5, и для получения коэффициента усиления  $10^6$ , требуемое число динодов равно 15. Благодаря очень близкому расположению электродов и линейной конфигурации электрического поля, магнитное поле, если вектор его направлен вдоль оси ФЭУ либо под небольшим углом к оси, почти не оказывает дефокусирующего влияния вплоть до полей напряженностью  $0,5 \div 2$  Тл в зависимости от конструкции.

Другой конструкцией ФЭУ, малочувствительной к сильным магнитным полям, является конструкция фотоумножителей на микроканальных пластинах. Микроканальные пластины (МКП), применяемые и отдельно и в качестве электронных умножителей в установках с глубоким вакуумом, представляют собой диски из свинцового стекла с большим числом отверстий малого диаметра (микроканалов).

Диаметр диска составляет до нескольких сантиметров, толщина 0,5–2 мм, а диаметр микроканалов и зазор между каналами (толщина стенки) — от 10 до 100 мкм. Обе поверхности диска МКП металлизируются и к ним прикладывается напряжение около 1 кВ. В условиях глубокого вакуума каждый микроканал работает как электронный умножитель с непрерывной динодной системой — электрон, попавший в микроканал, ускоряется приложенной разностью потенциалов, ударяется о стенки канала, выбивая вторичные электроны. Таким образом, на выходе микроканала получается до  $10^3$  электронов на один первичный, вошедший в микроканал. Две последовательно расположенные на расстоянии около 1 мм МКП, позволяющие получить суммарный коэффициент усиления около  $10^6$ . Замечательным свойством ФЭУ на МКП является сохранение позиционной информации. Электрон, вылетевший из точки фотока-



тогда с координатами  $x, y$  в плоскости фотокатода приводит к образованию электронной лавины на выходе первой и второй пластин с теми же координатами  $x, y$  с точностью до размера 1-2 каналов. Для того чтобы считать пространственную информацию, анод ФЭУ на МКП выполняется в виде матрицы из отдельных элементов (например, 16 x 16). Вследствие высокой стоимости ФЭУ на МКП, а также вследствие некоторых присущих им недостатков, (в частности, малый средний ток), ФЭУ на МКП в основном применяются в тех случаях, где требуется высокое пространственное разрешение, например в позитронно-эмиссионных томографах, в позиционно-чувствительных детекторах на основе сцинтилляционных волокон.

Помимо фотоэлектронных умножителей, в настоящее время в качестве фотоприемников сцинтилляционных детекторов применяются полупроводниковые фотодиоды. Эти фотодиоды могут просто преобразовывать световой поток в электрический сигнал без усиления сигнала, но многие конструкции позволяют получать и значительное усиление электрического сигнала от световой вспышки внутри самого диода. Полупроводниковые диоды могут работать в сильных магнитных полях без ухудшения их характеристик.

Наиболее распространенным типом фотодиодов являются кремниевые PIN-диоды. Они представляют собой p-n переходы из высокоомного кремния с удельным сопротивлением несколько кОм/см и очень тонким пропускающим свет передним электродом. Чаще всего p-n переход изготавливают из кремния n-типа с тонким слоем p-типа, со стороны которого и происходит регистрация света. В некоторых типах диодов в качестве входного окна используют золотое покрытие толщиной около 20 нм. Такой электрод пропускает только видимую часть спектра.

На самом деле название PIN-диоды применяются как к диодам, изготовленным без компенсации примесной проводимости, как описано выше, так и к диодам, в которые вводится примесь, приводящая к компенсации собственной проводимости (i-область).

Простой фотодиод, в отличие от ФЭУ, не имеет внутреннего усиления, и измеряемый заряд в этом случае определяется произведением числа зарегистрированных фотонов и квантовой эффективности фотодиода. Амплитуда сигнала, снимаемого с фотодиода, невелика, порядка 1 мВ, однако современные маломощные усили-

тели позволяют регистрировать сигналы от таких фотодиодов при потоках света более  $10^4$  фотонов с энергетическим разрешением, практически не уступающим, и даже несколько превосходящим энергетическое разрешение, полученное при применении фотоумножителей.

Из-за отсутствия внутреннего усиления PIN-диоды применяются при регистрации достаточно больших световых потоков от сцинтилляторов. Однако в настоящее время разработано большое число конструкций с внутренним усилением. Эти конструкции условно можно разбить на две большие группы. К первой группе относятся диоды с пропорциональным усилением сигнала во всем объеме чувствительной области. Для этого путем соответствующего введения примесей область генерации электронов падающими фотонами и область размножения электронов разделены — в первой области происходит поглощение фотонов и их дрейф в сравнительно небольшом электрическом поле. Во второй области, находящейся глубже, происходит размножение электронов и дырок в сильном электрическом поле. В лавинном процессе размножения могут участвовать как электроны, так и дырки. Такие диоды называются *лавинными фотодиодами* (ЛФД). Коэффициент внутреннего усиления ЛФД может достигать значения  $10^3$  и более (до  $10^4$ ). Квантовая эффективность ЛФД в видимой области спектра (как и PIN-диодов) может достигать 80%, т. е. значительно выше, чем квантовая эффективность фотокатодов ФЭУ. Недостатком ЛФД является сильная зависимость коэффициента усиления от температуры и приложенного напряжения. Площадь ЛФД и PIN-диодов обычно около  $1 \text{ см}^2$ , но в отдельных конструкциях доходит до  $10 \text{ см}^2$ , что сравнимо с размерами фотокатодов ФЭУ.

Ко второй группе фотодиодов с внутренним усилением относятся так называемые SiPM. SiPM неоднородны по своей структуре. Не вдаваясь в детали технологии, отметим, что на поверхности р-полупроводника (кремния) создаются  $p^+$ -микрообласти (ячейки) размером около 50 мкм, которые соединяются вместе в одну цепь через индивидуальные микрорезисторы. Приложенная разность потенциалов сконцентрирована, в основном, в отдельных ячейках, и достаточна для лавинного (подобно гейгеровскому разряду) размножения электронов в этих ячейках, т. е. приводит к лавинному разряду, в которых размер электронно-дырочной лавины уже не

зависит от числа первичных электронов, инициировавших разряд. Необратимого пробоя диода не происходит благодаря как малому размеру ячеек в структуре полупроводника так и, в основном, благодаря тому, что гашение разрядов происходит на индивидуальных микрорезисторах, гасящих разряд. Число ячеек на  $1 \text{ мм}^2$  составляет до  $\sim 10^3$ , а размеры SiPM в настоящее время невелики (до  $\sim 10 \text{ мм}^2$ ).

Пропорциональность между сигналами, снимаемыми с детектора такого типа, и потоком световых фотонов достигается, если число фотонов, падающих на единицу площади такого детектора невелико по сравнению с числом ячеек на единицу площади. В таком случае суммарный сигнал, снимаемый с детектора, пропорционален числу ячеек, зарегистрировавших отдельные фотоны. Чувствительность SiPM очень велика — с их помощью можно регистрировать отдельные фотоны. Кроме того, SiPM обладают отличными временными характеристиками, поскольку размер лавины очень мал. К недостаткам SiPM, разработанных к настоящему моменту, относятся: малая площадь отдельных детекторов (типичные  $1 \times 1 \text{ мм}^2$ ) и высокий уровень шумов, поскольку любой тепловой электрон проводимости, попавший в ячейку, вызывает сигнал детектора. Именно уровень шумов около  $1 \text{ МГц/мм}^2$  и ограничивает размер SiPM. Технология SiPM в настоящее время активно развивается.

Сцинтилляционные детекторы позволяют не только регистрировать нейтральные и заряженные частицы, но и измерять их энергию, поскольку в диапазоне изменения энергии частицы на 1-2 порядка амплитуда световой вспышки пропорциональна энергии частицы. Фотоумножитель же линеен в значительно более широком диапазоне сигналов. Энергетическое разрешение сцинтилляционных детекторов весьма посредственное, поскольку на каждом этапе преобразования энергии частицы (в свет, и далее в электрический сигнал), имеются значительные потери. Наилучшее энергетическое разрешение сцинтилляционного детектора с кристаллом NaI(Tl) диаметром 3 см и толщиной 2 см составляет около 6% на  $\gamma$ -линии  $\text{Cs}^{137}$  (0,661 КэВ), что примерно на два порядка хуже, чем энергетическое разрешение полупроводникового детектора на основе сверхчистого германия.

Однако сцинтилляционные детекторы на основе пластмассовых сцинтилляторов, обладающих наименьшим временем высвечивания ( $\sim 1$  нс), и специальных временных фотоумножителей, позволяют получить точность определения момента времени регистрации частицы (временное разрешение) около  $10^{-10}$  с, и по этой характеристике более чем на порядок превосходят полупроводниковые детекторы, являясь одними из лучших детекторов для временного анализа (наряду с черенковскими детекторами и некоторыми специальными конструкциями газонаполненных детекторов).

### 10.5. Черенковские детекторы

Эффект Черенкова был открыт советским физиком (позже — академиком) П. А. Черенковым в 1934 г. Он наблюдал свечение, вызываемое движением электронов, возникающих в результате комптоновского рассеяния гамма-квантов в воде. Удивительно, что не имея в руках практически никаких объективных средств исследования свечения (наблюдения проводились глазами в темной комнате), он выявил почти все закономерности, присущие излучению Черенкова: зависимость от показателя преломления среды  $n$ , от относительной скорости частицы  $\beta$  ( $\beta = v/c$ ), измерил спектральное распределение и полную интенсивность, а также показал, что интенсивность излучения пропорциональна длине пробега электрона, и что излучение поляризовано.

Большое затруднение (скорее морального порядка) вызвало объяснение этого явления. Согласно законам классической электродинамики равномерно движущийся заряд не мог излучать! Кроме того, немалое смущение вызывала необходимость принять условие, что скорость частицы превышает скорость света в среде. Впрочем, все вскоре выяснилось очень просто: выяснилось, что излучает не движущаяся частица, а поляризованная ею среда. Что касается скорости света, то абсолютное значение имеет лишь скорость света в вакууме  $c$ , которое в любом случае не превышает.

Простая геометрическая интерпретация этого эффекта состоит в следующем. Предположим, что частица движется прямолинейно в некой среде с показателем преломления  $n > 1$  и со скоростью  $v > c/n$ , т. е. большей, чем скорость света в данной среде (рис. 10.13).

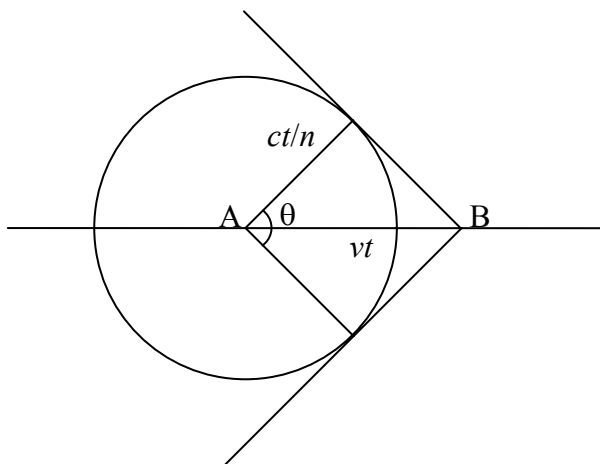


Рис.10.13. Геометрическая интерпретация возникновения излучения Черенкова

Предположим, что находясь в точке А, частица поляризует среду сферически-симметрично, и излучение, вызываемое этой поляризацией, распространяется из точки А со скоростью  $c/n$ . Через время  $t$  частица окажется в точке В, и, поскольку скорость частицы  $v > c/n$ , то частица опередит световую волну, испущенную в точке А, причем в точке В световая волна, вызванная поляризацией среды в этой точке будет в той же фазе, что и на конической поверхности, проведенной из точки В касательно к сфере с центром в точке А и имеющей радиус  $r = ct/n$ . Поскольку это утверждение справедливо для любой точки, лежащей между А и В, все волны, находящиеся на поверхности конуса, проведенного из точки В по касательной к сфере радиуса  $r = ct/n$ , будут находиться в одной фазе, т. е. когерентны. Очевидно, что условие когерентности выполнимо только в том случае, если  $v > c/n$ .

В таком случае, свет черенковского излучения будет испущен из любой точки траектории под углом  $\theta$ , удовлетворяющим условию:

$$\cos\theta = \frac{1}{\beta n}. \quad (10.40)$$

Таким образом, главное условие возникновения черенковского излучения состоит в том, что оно носит пороговый характер и воз-

никает лишь при условии  $\beta n \geq 1$ , или, что то же самое  $v \geq c/n$ . Поэтому для регистрации черенковского излучения нужны три специальных условия: во-первых, скорость частицы в вакууме должна быть близка к скорости света, так как коэффициент преломления в видимой области спектра для подавляющего числа веществ обычно менее 2-х, во-вторых, вещество, в котором происходит черенковское свечение (обычно называемое радиатором) должно иметь подходящий (в зависимости от скорости частицы) коэффициент преломления, и, в-третьих, вещество должно быть прозрачно к черенковскому излучению.

Теория черенковского эффекта была развита И. М. Франком и И. Е. Таммом в 1937 г., за открытие и объяснение этого эффекта П. А. Черенков, И. Е. Тамм и И. М. Франк были в 1958 г. удостоены Нобелевской премии.

Согласно теории, потери энергии движущейся частицей на единицу длины и единицу частоты испускаемого излучения даются выражением:

$$\frac{dE}{dx d\omega} = \frac{z^2 r_e m_e c^2}{c^2} \left( 1 - \frac{1}{\beta^2 n^2} \right) \omega, \quad (10.41)$$

где  $r_e$  — классический радиус электрона,  $m_e$  — масса электрона,  $z$  — заряд частицы.

Для однозарядной частицы и при замене частоты излучения на более привычное значение длины волны  $\lambda$  получим:

$$\frac{dE}{dx d\lambda} = 4\pi^2 r_e m_e c^2 \frac{1}{\lambda^3} \left( 1 - \frac{1}{\beta^2 n^2} \right). \quad (10.42)$$

Для оценки излучения в числе испущенных фотонов на единицу длины траектории частицы лучше воспользоваться преобразованным выражением:

$$\frac{dN}{dx d\lambda} = 2\pi\alpha \frac{1}{\lambda^2} \left( 1 - \frac{1}{\beta^2 n^2} \right), \quad (10.43)$$

где  $\alpha$  — постоянная тонкой структуры.

Для оценки полного количества испущенных фотонов на единицу длины траектории частицы получим выражение:

$$\frac{dN}{dx} = 2\pi\alpha \int_{\beta n > 1} \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n^2(\lambda)}\right) \frac{d\lambda}{\lambda}. \quad (10.44)$$

Последнее выражение в явном виде учитывает тот факт, что показатель преломления  $n$  среды является функцией длины волны (дисперсия света). Зависимость коэффициента преломления от длины волны для ряда материалов приведена на рис.10.14.

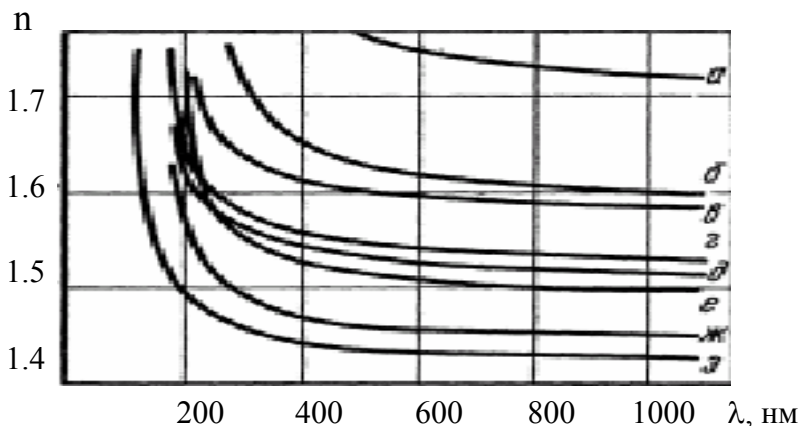


Рис. 10.14. Зависимость коэффициента преломления от длины волны для некоторых черенковских радиаторов: *a* — тяжелый флинт, *b* — легкий флинт, *v* — баритовый флинт, *z* — кристаллический кварц, *d* — крон I, *e* — крон II, *ж* — плавленный кварц, *з* — флюорит

Из рисунка видно, что в диапазоне длин волн 200–1000 нм коэффициент преломления среды  $n$  меняется слабо. С учетом того, что практически все фотоприемники имеют спектральную чувствительность в еще более узком диапазоне длин волн, можно в формуле (10.44) пренебречь зависимостью  $n(\lambda)$ .

Тогда получается очень простое и практически важное выражение:

$$\frac{dN}{dx} = 2\pi\alpha \sin^2 \theta \left( \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right). \quad (10.45)$$

Это выражение позволяет рассчитать число фотонов, испускаемое на единицу длины пробега однозарядной частицей в диапазоне

длин волн от  $\lambda_1$  до  $\lambda_2$ , определяемых спектральной чувствительностью фотоприемника. Так, для часто применяемых Sb-Cs фотокатодов фотоумножителей, чья спектральная чувствительность лежит от 350 до 500 нм, число фотонов черенковского излучения, испускаемых в этой области длин волн, составляет

$$\frac{dN}{dx} = 390 \sin^2 \theta \text{ фотонов/см}. \quad (10.46)$$

Эта формула дает среднее число фотонов на единицу длины, флуктуации числа испущенных фотонов хорошо описываются распределением Пуассона.

Из выражения (10.42) можно также легко получить формулу потерь энергии заряженной частицы на единицу длины траектории (в приближении, что показатель преломления  $n = \text{const}$ ):

$$\frac{dE}{dx} = 2\pi^2 r_e m c^2 \sin^2 \theta \left( \frac{1}{\lambda_1^2} - \frac{1}{\lambda_2^2} \right). \quad (10.47)$$

Для того же интервала длин волн 350–500 нм получим:

$$\frac{dE}{dx} = 1180 \sin^2 \theta \text{ эВ/см}. \quad (10.48)$$

Для быстрого электрона с  $\beta \sim 1$ , проходящего через дистиллированную воду ( $n = 1,33$ ), угол черенковского излучения составляет  $41,2^\circ$ . Из этого следует, что в данном интервале длин волн потери на черенковское излучение составляют всего около 500 эВ/см, а число излученных фотонов в данном диапазоне длин волн равно всего 120.

Следует оговориться, что для оценки взят довольно ограниченный диапазон длин волн излучаемого света.

Строго говоря, формула (10.43) при  $\lambda > 0$  имеет расхожимость, приводящую к бесконечным потерям энергии. Этот факт есть всего лишь следствие того, что значения показателя преломления  $n > 1$  не применимы к сверхвысоким частотам, где  $n$  не только не перестает расти, но и принимает отрицательные значения. Если частота проходящей через вещество световой волны не равна  $\omega_0$  — собственной частоте колебаний электрона, вещество прозрачно для света, и затуханием можно пренебречь. Показатель преломления вещества в этой области частот (или длин волн) почти не зависит от



длины волны падающего света, слегка увеличиваясь с уменьшением длины волны. Однако при больших частотах с приближением частоты падающего света к резонансной для данного вещества показатель преломления начинает падать и даже становится меньше единицы. Это явление носит название аномальной дисперсии. Зависимость показателя преломления от длины волны в области аномальной дисперсии приведена на рис. 10.15.

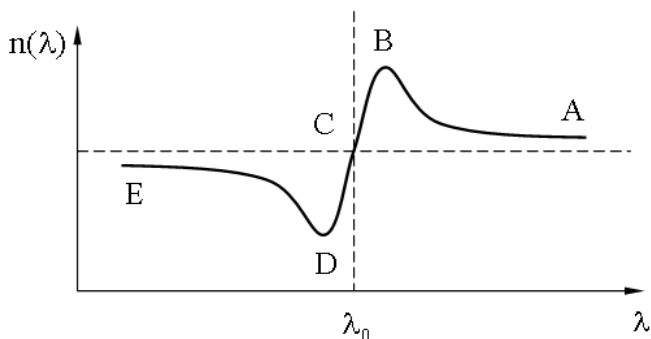


Рис. 10.15. Зависимость показателя преломления от длины волны в области аномальной дисперсии. На участке АВ — нормальная дисперсия. На участках BCD и DE — аномальная

Поэтому все приведенные выше формулы действительны лишь до некоторого  $\lambda_{\min}$ . Это приводит к тому, что общие потери на черенковское излучение от  $\lambda \rightarrow \infty$  до некоторого  $\lambda_{\min}$  невелики и составляют всего порядка киловольт на сантиметр, что на три порядка меньше, чем ионизационные потери заряженных частиц в минимуме ионизационных потерь (2 МэВ/см).

Сравнительно небольшое количество испускаемых фотонов в видимой области спектра (170 фотонов на см для 350-500 нм) не идет ни в какое сравнение даже с очень плохими сцинтилляторами, поэтому черенковские радиаторы не должны обладать сцинтилляционными свойствами.

Вместе с тем, заметное (примерно вдвое) повышение выхода черенковских фотонов происходит при смещении спектральной чувствительности фотоприемника в области ближнего ультрафиолета (до 150-200 нм). Это оказывается существенным, когда стремятся

получить от черенковского детектора наилучшее временное разрешение.

**Пороговые черенковские детекторы.** Особые свойства черенковского детектора излучения в значительной мере определяют специфику и области применения черенковских детекторов. Конструктивно черенковский детектор представляет собой вещество-радиатор (твердый, жидкий или газообразный — в последних случаях помещаемый в контейнеры), просматриваемый фотоприемником — обычно фотоумножителем со специально подобранной областью спектральной чувствительности.

Поскольку главная особенность черенковских детекторов — это пороговость, т. е. способность регистрировать только те частицы, скорость которых превышает заданный порог, то одно из основных применений черенковских детекторов — это дискриминация частиц по скоростям. Для гибкого установления порога регистрации имеется широкий набор радиаторов с различным значением коэффициента преломления. Данные некоторых твердых и жидких радиаторов приведены в табл. 10.6.

Таблица 10.6

Вещество	Химическая формула	Показатель преломления	Плотность
Вода	$H_2O$	1,333	1,00
1-бутанол	$C_4H_9OH$	1,397	0,810
Глицерин	$C_3H_5(OH)_3$	1,474	1,26
Толуол	$C_6H_5CH_3$	1,494	0,867
Стирол	$C_6H_5CHCH_2$	1,545	0,910
Дисульфид углерода	$CS_2$	1,628	1,263
Диодометан	$CH_2I_2$	1,749	3,325
Люсит	$C_5H_8O_2$	1,49	1,16-2,0
Оргстекло		1,58	1,03

Таблица 10.6. Продолжение

Вещество	Химическая формула	Показатель преломления	Плотность
Кристалл, кварц	SiO <sub>2</sub>	1,54	2,65
Боросиликатное стекло		1,474	2,23
Фторид бария	BaF <sub>2</sub>	1,474	4,89
Иодид натрия	NaI	1,775	3,667
Иодид цезия	CsI	1,788	4,51
Германат висмута	Bi <sub>4</sub> Ge <sub>3</sub> O <sub>12</sub>	2,15	7,13
Кремниевый аэрогель	n(SiO <sub>2</sub> ) + 2n(H <sub>2</sub> O)	1,024 и выше	0,1-0,3

Отметим, что для большинства радиаторов коэффициент преломления колеблется в пределах 1,276–1,788. Исключение составляет особое вещество — кремниевый аэрогель — у которого коэффициент преломления в зависимости от технологии можно менять в довольно широких пределах. Кремниевый аэрогель состоит из взвешенных частичек — сфер диаметром ~ 4 нм аморфного кремния, окруженных такими же малыми сферами воздуха около 60 нм в диаметре. Коэффициент преломления такой смеси может меняться от значения, присущего чистому кремнию ( $n = 1,46$ ) до значений, немного превышающих единицу (напр. 1,024) с увеличением количества захваченного воздуха.

Столь малые коэффициенты преломления важны для работ на современных ускорителях, где скорость даже таких тяжелых частиц, как протоны, мало отличается от скорости света.

Второе уникальное свойство черенковских детекторов — это направленность излучения. Действительно, черенковский свет излучается под фиксированным полярным углом  $\theta$ , определяемым условием  $\cos\theta = \frac{1}{\beta n}$  равновероятно в азимутальном угле от 0 до  $2\pi$

по отношению к направлению траектории частицы. Это дает возможность построения телескопов черенковских счетчиков, регистрирующих частицы строго определенного направления.

Наконец, следует остановиться еще на одной уникальной особенности черенковских счетчиков — чрезвычайно малой длительности черенковской вспышки — ее конечное значение определяется в основном дисперсией света (фотоны разной длины волны вылетают под разными углами и проходят разный путь до фотоприемника). Во многих случаях этот разброс мал, и длительность черенковской вспышки может быть  $10^{-10}$  с и менее.

Такая малая длительность черенковской вспышки позволяет достичь временного разрешения детекторов лучше, чем  $10^{-10}$  с.

Действительно, в общем виде можно записать, что временное разрешение  $\Gamma_t$  сцинтилляционного или черенковского детектора зависит как от длительности вспышки, так и от числа фотонов во вспышке следующим образом:

$$\Gamma_t \sim K \frac{\tau}{\sqrt{N}}, \quad (10.49)$$

где  $\tau$  — длительность вспышки (время высвечивания),  $K \sim 10$  — коэффициент, зависящий от конструкции, условий светосбора и т. д.,  $N$  — полное число фотонов во вспышке.

Так, для частицы с энергией 6,2 ГэВ и наиболее быстрого плазмассового сцинтиллятора с  $\tau \sim 10^{-9}$  с и конверсионной эффективностью (световыходом) несколько менее  $10^4$  фотонов/МэВ экспериментально полученное временное разрешение сцинтилляционного детектора с радиатором длиной 3 см и диаметром 3 см составило величину (FWHM) не лучше 150 пс. В то же время за счет краткости черенковской вспышки ( $\sim 100$  пс) и при выходе фотонов порядка 1000 штук черенковский детектор с тем же фотоумножителем и кварцевым радиатором того же размера, что и сцинтиллятор, позволил получить временное разрешение около 70 пс (FWHM), что почти вдвое лучше, чем для самого быстрого сцин-

тиллятора. Для некоторых задач это может иметь решающее значение.

В условиях работы на современных ускорителях, когда энергии (и, соответственно, скорости) частиц чрезвычайно велики ( $\beta > 0.99$ ), жидкие и твердые радиаторы неприемлемы — они уже не могут осуществлять дискриминацию частиц столь высоких энергий.

В этом случае применяются газовые радиаторы. Газы, как правило, имеют коэффициент преломления, незначительно превышающий единицу. Для идеального газа можно записать следующее соотношение:

$$n - 1 = (n_0 - 1)P/P_0, \quad (10.50)$$

где значения  $n_0$  и  $P_0$  относятся к атмосферному давлению. Заменяя  $n - 1 = \eta$ ,  $n_0 - 1 = \eta_0$ , получим:  $\eta = \eta_0 P/P_0$ .

Эта формула позволяет вычислить значение коэффициента преломления газа при любом атмосферном давлении выше критической температуры и ниже критического давления.

Основные параметры ( $\eta_0$  и  $\theta_{\max}$ ) для ряда газов приведены в табл. 10.7. Следует заметить, что значение  $\theta_{\max}$  соответствует условию  $\beta n = 1$ .

Как видно из таблицы, выход фотонов на единицу длины в диапазоне видимого света очень мал: от 0,027 фотонов/см для гелия до 1,3 фотона/см для пентана. Это приводит к двум важным следствиям. Во-первых, для получения сколько-нибудь заметного количества света газовые счетчики должны иметь длину в 1 м и более (даже на длине 1 м в гелии в среднем рождается 2,7 фотона).

Во-вторых, для повышения выхода фотонов в газовых счетчиках необходимо регистрировать ультрафиолетовую часть спектра, что позволяет увеличить число регистрируемых фотонов в несколько раз.

Наконец, в газовых черенковских счетчиках крайне желательно применять малошумящие фотоумножители.

Полезно также отметить, что увеличение давления уменьшает порог регистрации как  $1/\sqrt{P}$ .

Таблица 10.7

Газ	Формула	$\eta_0 \times 10^{-4}$	$\theta_{\max}$ , град.	Выход фот./см (350 – 500 нм)
Гелий	He	0,35	0,48	0,027
Неон	Ne	0,67	0,66	0,052
Водород	H <sub>2</sub>	1,38	0,95	0,11
Кислород	O <sub>2</sub>	2,72	1,33	0,21
Аргон	Ar	2,84	1,36	0,22
Азот	N <sub>2</sub>	2,97	1,4	0,23
Метан	CH <sub>4</sub>	4,41	1,7	0,34
Углекислый газ	CO <sub>2</sub>	4,50	1,72	0,35
Этилен	C <sub>2</sub> H <sub>4</sub>	6,96	2,14	0,54
Этан	C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	7,06	2,15	0,55
Фреон 13	CClF <sub>3</sub>	7,82	2,27	0,61
Гексафторид серы	SF <sub>6</sub>	7,83	2,27	0,61
Пропан	C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	10,05	2,57	0,78
Фреон 12	CCl <sub>2</sub> F <sub>2</sub>	11,27	2,72	0,88
Фреон 114	C <sub>2</sub> Cl <sub>2</sub> F <sub>4</sub>	14	3,03	1,09
Пентан	C <sub>5</sub> H <sub>12</sub>	17,1	3,3	1,3

**Дифференциальные черенковские детекторы.** В отличие от пороговых черенковских детекторов, регистрирующих все части-

цы, скорость которых удовлетворяет условию  $v > c/n$ , дифференциальные детекторы регистрируют частицы в узком угле черенковского излучения  $\Delta\theta$ , что соответствует узкому диапазону скоростей  $\Delta v$ . Однако обычно говорят не о разрешении по скорости  $\Delta v$ , а о разрешении по относительной скорости  $\Delta\beta$ .

Примером такого детектора может служить конструкция, приведенная на рис.10.16.

В конце черенковского детектора, заполненного подходящим радиатором, устанавливается сферическое зеркало радиуса  $2R$ . Можно показать (это будет сделано ниже), что все фотоны, испускаемые вдоль центральной траектории частицы под одним и тем же углом  $\theta$ , отражаясь от зеркала, пересекаются на одном и том же расстоянии от зеркала в его фокальной плоскости в кольце радиуса  $r = f \operatorname{tg} \theta$ , где  $f = R$  — фокальная длина зеркала, радиус зеркала при этом равен  $2R$ . Поставив в фокальной плоскости диафрагму с круговой щелью радиусом  $f \operatorname{tg} \theta$ , будем регистрировать лишь те частицы, которые имеют угол черенковского излучения, равный  $\theta$ . Свет, испускаемый частицами под углами больше или меньше  $\theta$ , не будет попадать в щель диафрагмы. Если ширина щели равна  $\Delta r$ , сквозь щель будут проходить только те фотоны, которые удовлетворяют условию  $\Delta\theta = \cos^2 \theta \Delta r / f$ , что соответствует при данном значении коэффициента преломления  $n$  разрешению по импульсу  $\Delta\beta/\beta = \operatorname{tg} \theta \Delta\theta$ . Таким образом, для получения высокого разрешения по импульсу требуется узкая щель  $\Delta\theta$  и малый угол  $\theta$ .

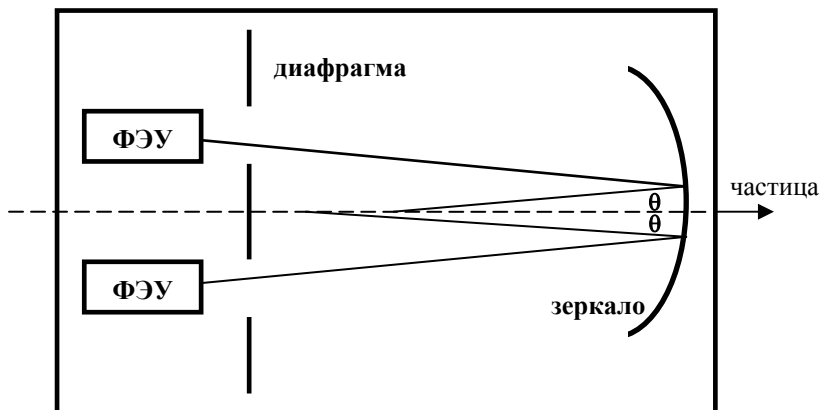


Рис. 10.16. Пример дифференциального черенковского детектора с диафрагмой

Дифференциальные счетчики подобного типа с фиксированным  $\Delta\theta$ , широко применявшиеся пару десятилетий назад, ныне уступили особому типу дифференциальных счетчиков — счетчикам кольца черенковского излучения (Ring Image Cherenkov Counters), которые в дальнейшем по установившейся терминологии будем именовать как RICH.

**Детекторы кольца черенковского излучения (RICH). RICH с зеркальной фокусировкой.** Первоначальная идея RICH довольно проста. Действительно, рассмотрим еще раз геометрию счетчика со сферическим зеркалом (рис. 10.17).

Рассмотрим пространство между двумя сферическими поверхностями с радиусами  $R$  и  $2R$ . Сфера с радиусом  $2R$  — вогнутое зеркало. Если сферическое зеркало имеет радиус  $2R$ , то его фокусное расстояние равно  $R$ . Рассмотрим частицы,двигающиеся строго по оптической оси счетчика от фокуса зеркала к направлению зеркала. Фотон, испущенный из фокуса зеркала под черенковским углом  $\theta$ , по определению после отражения от зеркала пойдет по траектории, параллельной главной оптической оси (обозначим этот луч цифрой (1)) и, пренебрегая малой поправкой на разницу в кривизне двух сфер, пересечет фокальную поверхность (сферу радиуса  $R$ ) на расстоянии от главной оптической оси  $r = R \operatorname{tg} \theta$ .

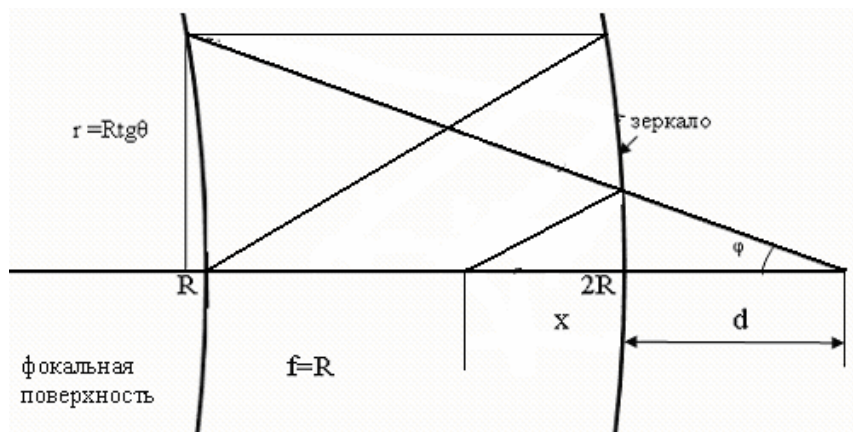


Рис. 10.17. Принцип образования кольца черенковского излучения при отражении от сферического зеркала радиусом  $2R$



Покажем, что любой фотон, испускаемый из точки, находящейся на оптической оси правее фокуса при отражении от зеркала пересечет фокальную поверхность на том же самом расстоянии от оси  $r = R \operatorname{tg} \theta$ .

Возьмем, например, фотон, испускаемый из точки, находящейся на расстоянии  $x$  от зеркала под углом  $\theta$  (луч 2). Поскольку луч 2 — расходящийся, его мнимое изображение будет лежать правее поверхности зеркала.

Из формулы зеркала можно записать:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} - \frac{1}{d},$$

где  $f$  — фокусное расстояние равно  $R$ ,  $x$  — расстояние от источника до зеркала,  $d$  — расстояние от зеркала до изображения (мнимого). С учетом этого:

$$\frac{1}{R} + \frac{1}{d} = \frac{1}{x}, \text{ или } x = \frac{Rd}{R+d}.$$

Тогда  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{x \operatorname{tg} \theta}{d}$ . Высота  $H$ , на которой отраженный луч пересечет фокальную поверхность, с точностью до малых поправок на разницу в кривизне сфер  $R$  и  $2R$ , равна:  $H = (R+d) \operatorname{tg} \varphi = (R+d) Rd \operatorname{tg} \theta / d(R+d) = R \operatorname{tg} \theta$ , что и требовалось доказать. Это же рассуждение справедливо для любого луча 3, испущенного под углом  $\theta$ . Выведенные формулы строго точны для зеркал с бесконечно малой кривизной.

Эти тривиальные соображения, открывают, однако, совершенно новые возможности для конструирования дифференциальных черенковских счетчиков RICH, позволяющих одновременно измерять скорость различных частиц в широком диапазоне скоростей. Действительно, из приведенных выше доказательств следует, что фотоны, испущенные под азимутальным углом  $\theta$  к главной оси детектора при случайном (равновероятном) полярном угле  $\varphi$  и отраженные от сферического зеркала радиусом  $2R$ , образуют на поверхности сферы радиусом  $R$ , проведенной из того же центра,

кольцо фотонов радиусом  $R \operatorname{tg} \theta$ , т. е. радиус кольца пропорционален углу черенковского излучения  $\theta$ .

Таким образом, необходимо создать некий замкнутый объем, заключенный между двумя полусферами (или точнее, фрагментами сферических поверхностей) с радиусом  $R$  и  $2R$  соответственно. Внутренняя поверхность фрагмента сферы радиуса  $2R$  — это зеркало. Внешняя поверхность сферы радиуса  $R$  — это позиционно-чувствительная область, способная регистрировать и фиксировать на поверхности сферы две координаты зарегистрированного фотона. Объем между двумя фрагментами сфер должен быть заполнен радиатором с соответствующим коэффициентом преломления. По технологическим соображениям, очевидно, что это должны быть жидкость или газ. Схематично конструкция такого RICH представлена на рис. 10.18. В силу сферической симметрии прибора любая из осей, проведенных из центра (источника излучения), является главной, и прибор обладает очень широкой апертурой. Он позволяет определять импульс зарегистрированной частицы по радиусу кольца, а ее направление — по центру кольца.

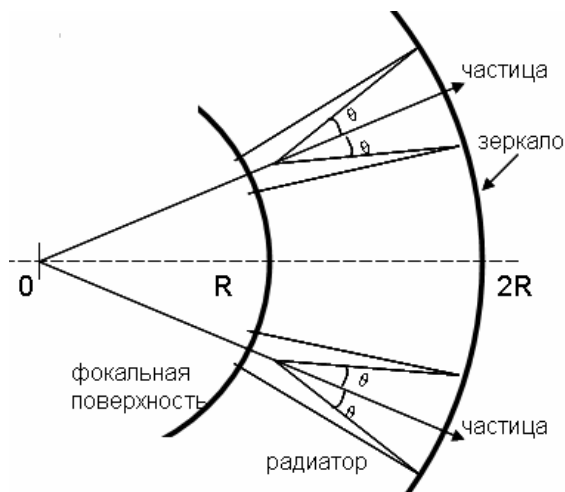


Рис. 10.18. Схематическое изображение детектора кольца черенковского излучения со сферическим зеркалом

Эта простая схема потребовала, однако, от физиков очень больших усилий для ее практической реализации.

Вернемся к формуле (10.45), позволяющей подсчитать число испущенных фотонов на единицу длины радиатора.

Зададимся вопросом, а какое число фотонов (из общего числа испускаемых) может быть реально зарегистрировано детекторами, которые, очевидно, должны располагаться на сферической поверхности радиуса  $R$  и для *каждого зарегистрированного фотона* определять его две координаты (поверхность  $R$  не обязательная должна быть сферичной, она может быть составлена из некоторого числа плоских детекторов, образующих мозаичную структуру). Тогда задача сводится к определению координат  $x$  и  $y$  с заданной точностью в пределах одного детектирующего элемента.

Оценим, прежде всего, количество реально зарегистрированных фотонов. Для этого придется в формулу (10.45) ввести коэффициент отражения зеркала, прозрачность среды и квантовую эффективность регистрирующего фотонного элемента. Для газовой среды и практически идеального зеркала можно принять прозрачность среды равную единице, коэффициент отражения зеркала 0,9, квантовую эффективность фотоприемника в видимой области 0,15.

Это приводит к формуле:  $N = N_0 Z^2 L \sin^2 \theta$ , где  $L$  — длина трека частицы в радиаторе,  $N_0$  — среднее число фотоэлектронов, зарегистрированных фотоприемником в области 3,2–2 эВ (видимая область света). Подсчеты дают  $N_0 = 60$  электронов/см. Эти рассуждения, однако, применимы в том случае, когда на поверхности сферы радиуса  $R$  располагается большое число координатно-чувствительных фотоумножителей (например, ФЭУ на микроканальных пластинах). Практически такая схема нереализуема как из-за сравнительно малых размеров ФЭУ (диаметр 2–5 см), их высокой стоимости и большого числа мертвого пространства — диаметр фотокатода составляет лишь  $\sim 60\%$  от диаметра колбы ФЭУ.

Поэтому для регистрации черенковских фотонов в RICH получили применение газовые детекторы со специальными добавками. Здесь следует отметить, что RICH применяются для измерения скоростей частиц с  $\beta > 0,99$ . Эта область наиболее трудна для измерения скоростей частиц (идентификация частиц) другими методами — методом времени пролета или  $dE/dx$  методом, т. к. в первом случае скорости слишком велики для прямых измерений, во

втором  $\beta \sim 0.99$  соответствует минимуму ионизационных потерь, где все частицы имеют практически одинаковые  $dE/dx$ . Отсюда следует вывод, что наиболее подходящим радиатором, заполняющим объем между сферами  $R$  и  $2R$ , является газ. Но как уже отмечалось выше, выход фотонов в газовых радиаторах на 1 см пробега частицы в видимой области чрезвычайно мал (0,1–1 фотон/см для области 350–500 нм). Это вынуждает сдвигать области регистрации фотонов в ближайший ультрафиолет, где выход фотонов может быть в несколько раз больше, хотя все же остается очень малым. Увеличение общего числа фотонов растет с длиной трека, поэтому RICH — довольно громоздкое сооружение с длиной радиатора, достигающей 1 м и более, и все же число зарегистрированных тем или иным способом фотонов составляет порядка десятка и менее.

Разрешение RICH детектора по импульсу определяется простым выражением:  $\frac{\sigma_\beta}{\beta} = \text{tg } \theta \frac{\sigma_\theta}{\sqrt{N}}$ , где  $\theta$  — угол черенковского излучения,  $N$  — число зарегистрированных фотоэлектронов в кольце.

Принимая средний угол черенковского излучения в газе  $\theta \sim 2,5^\circ$ ,  $\text{tg } \theta = 0,04$ ,  $N \sim 10$ , получим:

$$\frac{\sigma_\beta}{\beta} \approx 0,01 \cdot \sigma_\theta,$$

где  $\sigma_\theta$  определяется позиционным разрешением детектора. Полагая, что  $\sigma_{x,y} \sim 0,2$  мм (среднее значение для газовой пропорциональной камеры со стриповым съемом информации) запишем, что

$\sigma_\theta = \frac{\sigma_x}{x}$ , где  $x = R$ . Возьмем среднее значение  $R = 0,5$  м. Тогда

$\sigma_\theta = \frac{2 \cdot 10^{-3} \text{ м}}{0,5 \text{ м}} = 4 \cdot 10^{-3}$  рад. Отсюда  $\frac{\sigma_\beta}{\beta} \approx 10^{-4} \div 10^{-5}$  — отличная

величина даже для весьма средних параметров детектора.

Обратим внимание, что выше в неявном виде было принято, что основным детектирующим прибором черенковских фотонов является газовая многопроволочная микростриповая или микропэддовая камера, расположенная на сфере радиусом  $R$ . Фактически нет никакой необходимости делать камеру сферичной, возникающие иска-

жения, вызванные несферичностью, можно учесть при обработке данных.

Один из простых вариантов такой газонаполненной камеры приведен на рис. 10.19.

Ультрафиолетовое черенковское излучение, проходя через прозрачное к этому излучению окно, попадает в конверсионный газовой объем, где происходит фотоионизация газа.

Это — самый важный этап работы камеры. Дело в том, что обычные газы, применяемые для работы в пропорциональных камерах имеют потенциал ионизации 13–15 эВ, что значительно выше границы ближнего ультрафиолета.

Поэтому к обычному газу-наполнителю (гелию, аргону, метану и т.п.) добавляется специальная добавка с гораздо более низким потенциалом ионизации. Применение в настоящее время нашли две добавки: тетракис-диметил-амино-этилен (ТМАЕ) с потенциалом ионизации 5,6 эВ и триэтиламин (ТЕА) с потенциалом ионизации 7,45 эВ.

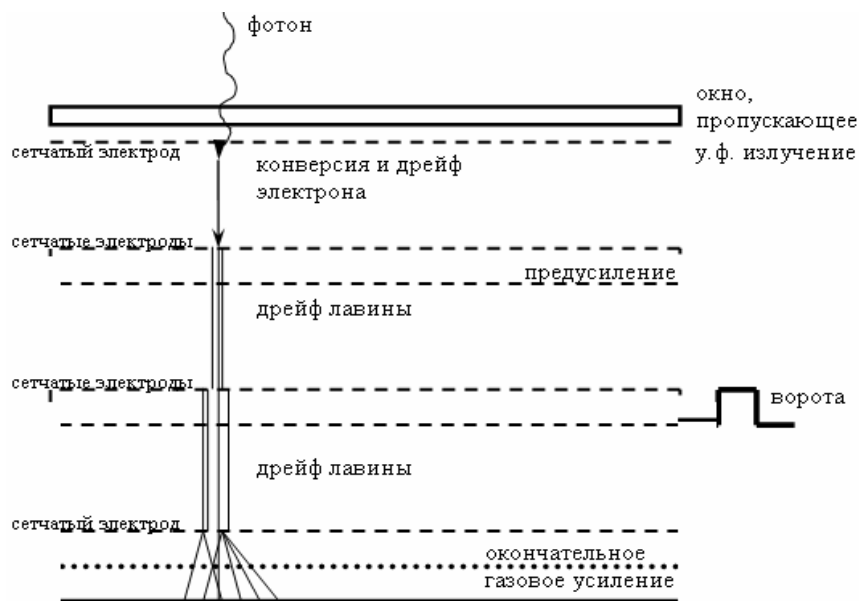


Рис. 10.19. Схема многопроволочной камеры для регистрации фотонов RICH

Благодаря наличию в газовом объеме той или иной добавки в газовой области, непосредственно примыкающей к окну, происходит фотопоглощение черенковского фотона и рождается свободный электрон, дрейфующий вниз в область предварительного усиления с небольшим коэффициентом усиления порядка нескольких десятков.

Усиленная электронная лавина дрейфует далее, попадая в область ворот, где она может быть либо пропущена в следующий дрейфовый объем, либо остановлена (заперта по внешней команде), если этого требует логика эксперимента.

Пропущенная лавина, пройдя через еще одну дрейфовую область, попадает в область ударной ионизации — в многопроволочную пропорциональную камеру с двумя сетчатыми катодами. Сфера светящейся газовой области от образовавшейся электронно-ионной лавины вокруг проволоочки считывается с помощью усилителей изображения и приборов с зарядовой связью, образуя двухмерное изображение светящейся точки.

Ниже приводятся примеры таких изображений. Видно, что черенковское кольцо проведено через ограниченное ( $\sim 10$ ) точек, что достаточно для восстановления радиуса и центра кольца. Обращает на себя внимание, что для проведения окружности требуется всего три точки, однако на практике с учетом неизбежных фоновых событий для надежной идентификации требуется порядка 10 точек.

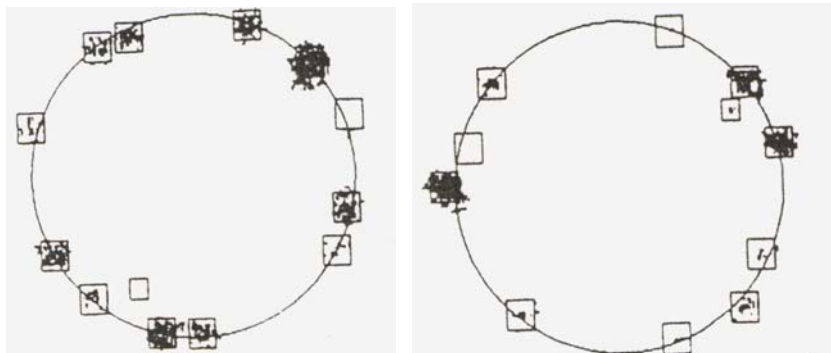


Рис. 10.20. Примеры регистрации колец черенковского излучения с помощью камеры, приведенной на рис 10.19. Квадратами показаны области, где наблюдались электронно-фотонные лавины регистрируемой мощности

**Ближнефокусные RICH.** Термин «ближнефокусные» — это попытка перевести английский термин «close proximity», фактически же в конструкции этих RICH вообще нет никакого фокуса, поскольку отсутствует фокусирующий элемент — зеркало. Это сильно упрощает конструкцию ближнефокусных RICH.

Принцип работы такого прибора чрезвычайно прост. Частица, проходя через радиатор с коэффициентом преломления  $n > 1$ , излучает конус света под углом  $\theta$  к направлению своего движения. Поскольку излучение возможно из любой точки траектории, на нижней поверхности радиатора образуется световое пятно радиусом  $h \operatorname{tg} \theta$ , где  $h$  — толщина радиатора (рис. 10.21).

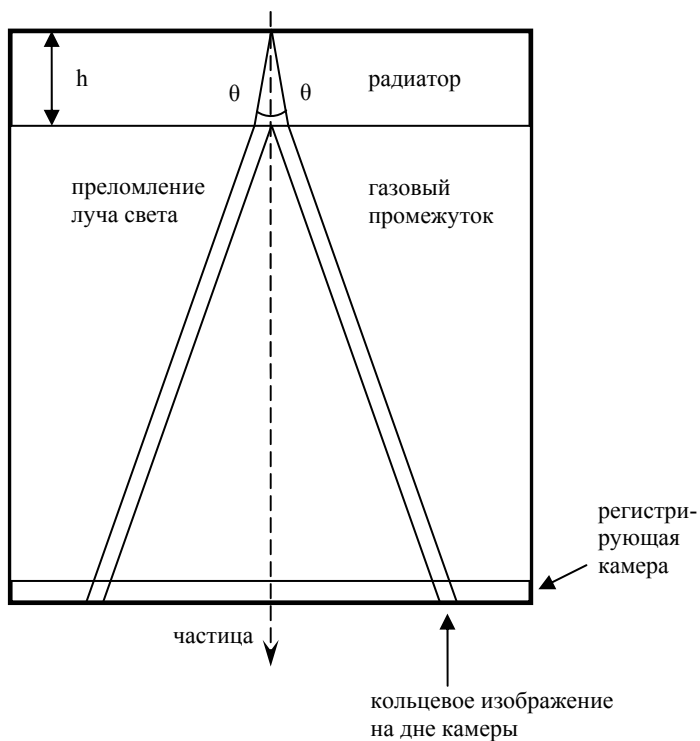
Обычно толщина радиатора невелика — около 1 см. Для частиц с импульсом 1-5 ГэВ/с (типичный рабочий диапазон ближнефокусных RICH) следует, что радиатор должен быть твердым или жидким, т. е. иметь коэффициент преломления  $n_1 > 1,2$ .

Конус света, выходя из радиатора в газовый объем, испытывает преломление согласно хорошо известному закону  $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$ . Поскольку  $n_2$  можно принять равным 1, в воздушном зазоре образуется коническая поверхность конечной толщины.

Типичные цифры, например для ближнефокусного RICH проекта ALICE таковы: радиатор — жидкость  $C_6F_{14}$ , прозрачная в далеком ультрафиолете  $\lambda \leq 200$  нм и коэффициентом преломления 1,2. Толщина радиатора 10 мм. Воздушный зазор отделяет от жидкости (кюветы с жидкостью) тонкое кварцевое стекло, также прозрачное в далеком ультрафиолете. Ширина воздушного зазора 103 мм. При этом частицы с  $\beta \approx 1$  образуют на поверхности радиатора пятно света радиусом порядка 5 мм. Изображение этого пятна на дне камеры имеет средний радиус около 145 мм при той же исходной ширине 5 мм. Таким образом, на дне камеры образуется изображение кольца конечной ширины, причем эта ширина составляет всего  $\sim 3\%$  от радиуса кольца. При достаточном количестве фотонов, зарегистрированных на дне камеры, точность локализации центра кольца возрастает как  $\sqrt{N_{\text{фотонов}}}$ , и, таким образом, некоторая «раз-

мытость» изображения не сказывается на разрешении детектора

$$\frac{\Delta\beta}{\beta}$$



### Дно камеры крупным планом

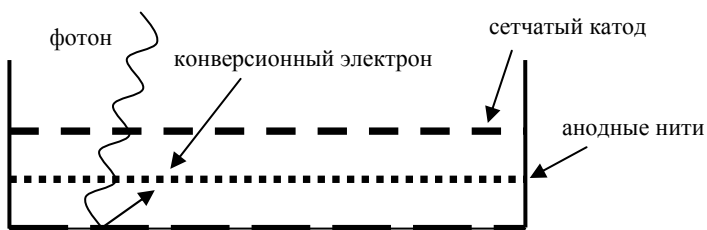


Рис. 10.21. Конструкция ближнефокусного RICH



Эта конструкция обладает еще одним полезным свойством. Нелегко убедиться в том, что для треков частиц, падающих наклонно к плоскости радиатора, на дне прибора получаются изображения в виде конических сечений (для небольших углов — это эллипсы).

Главная «изюминка» этой простой по сравнению с зеркальными RICH конструкции состоит в способе регистрации и определении координат отдельных фотонов, попадающих на дно камеры.

Фактически дно камеры представляет собой многопроволочную пэдовую камеру. Изюминка, собственно, состоит в том, что пэды катода покрыты тонким слоем CsI. Примерно в 1990 г. было обнаружено, что тонкие пленки CsI обладают очень высоким квантовым выходом (внешним фотоэффектом) в области длин волн 150–200 нм, причем этот высокий квантовый выход сохраняется не только в вакууме, но также и в газовой, и даже в жидкой среде, окружающей пленку CsI. Таким образом, если покрыть пэды многопроволочной камеры тонким слоем CsI, то фотон, попав на поверхность пэда выбьет из него (с некоторой вероятностью) электрон.

Квантовый выход CsI начинает отличаться от нуля при 210 нм, и при 150 нм имеет значение около 45%. Это обстоятельство, собственно, и диктует выбор рабочего вещества и остальных конструктивных элементов камеры: радиатор должен излучать в этой области и быть в ней прозрачным, кварцевое стекло и газовая среда также должны быть прозрачны в указанной области длин волн.

Если все условия соблюдены, то выбитый из CsI в газовую среду электрон будет подхвачен электрическим полем ближайшей анодной нити и вызовет локальный газовый разряд. По номеру сработавшего пэда определяются координаты  $x$  и  $y$  фотона с точностью до размера пэда. Прибор подобного типа разработан и создан для проекта ALICE по поиску кварк-глюонной плазмы в ЦЕРНе. Он позволяет разделять пионы, каоны и протоны с импульсами от 1 до 5 ГэВ/с.

Пример регистрации частицы с помощью такого детектора приведен на рис. 10.22.

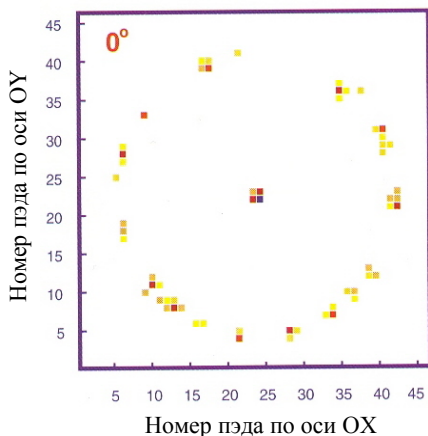


Рис. 10.22. Пример регистрации частицы RICH детектора ALICE

## 10.6. Электромагнитные и адронные калориметры

Как уже отмечалось в первом разделе, электроны теряют свою энергию не только через ионизационные потери, но также и путем радиационного торможения. Сечение радиационного торможения практически не зависит от энергии электронов. Поэтому удельные радиационные потери можно записать в следующем виде:

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад}} = NE\sigma_{\text{рад}}, \quad (10.51)$$

где  $N$  — число атомов в единице объема среды,  $E$  — энергия электрона,  $\sigma_{\text{рад}}$  — сечение радиационного торможения,  $\sigma_{\text{рад}} = \text{const}$  при  $E > E_{\text{кр}}$ .

Радиационные потери энергии электронов растут с увеличением их энергии. Поэтому, при некоторой энергии  $E_{\text{кр}}$ , называемой критической энергией:

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад}} = \left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{ион}}. \quad (10.52)$$

При  $E < E_{\text{кр}}$ ,  $(dE/dx)_{\text{ион}} > (dE/dx)_{\text{рад}}$ , и наоборот при  $E > E_{\text{кр}}$   $(dE/dx)_{\text{рад}} > (dE/dx)_{\text{ион}}$ . При  $E \gg E_{\text{кр}}$  радиационные потери становятся существенно выше ионизационных. Приблизительно,  $E_{\text{кр}} = 800/Z$  МэВ, и таким образом, чем больше заряд вещества  $Z$ , тем меньше критическая энергия.

При движении частицы через среду ее энергия убывает по закону:

$$E = E_0 \exp(-xN\sigma_{\text{рад}}) \text{ или } E = E_0 \exp(-x/X_R), \quad (10.53)$$

где  $X_R = 1/N\sigma_{\text{рад}}$  — так называемая радиационная длина, физический смысл которой очевиден из данного уравнения.

В первом приближении  $X_R \sim 1/Z$ , где  $Z$  — заряд вещества.

Значения критических энергий и радиационных длин для некоторых практически важных веществ приведены в таблице 10.8.

Таблица 10.8

Вещество	$X_R$ , г/см <sup>2</sup>	$X_R$ , см	$E_{\text{кр}}$ , МэВ
Fe	13,84	1,76	24
Pb	6,37	0,56	6,9
Свинцовое стекло	9,6	2,5	11,8
Оргстекло	40,4	34,4	80
NaI(Tl)	9,49	2,59	12,5
Bi <sub>4</sub> Ge <sub>3</sub> O <sub>12</sub>	7,97	1,12	7
PbWO <sub>4</sub>	7,37	0,89	
Поливинилтолуол	43,83	42,5	78

На одной радиационной длине частица теряет около половины своей энергии, причем в основном, в силу статистической природы

процесса, эта энергия теряется в виде излучения одного электромагнитного кванта (гамма-кванта) с энергией, примерно равной половине энергии частицы. Этот тормозной квант излучается под малым углом по отношению к направлению движения частицы. При больших энергиях основным процессом взаимодействия гамма-квантов с веществом является рождение электрон-позитронных пар. Каждая из двух рожденных частиц уносит в среднем половину энергии  $\gamma$ -кванта и, в свою очередь, если энергия частиц все еще остается выше критической, испускает тормозной гамма-квант. Сечение рождения пар при больших энергиях  $\gamma$ -квантов также постоянно и связано с сечением тормозного излучения простым соотношением:

$$\sigma_{\text{пар}} = 7/9 \sigma_{\text{рад}}. \quad (10.54)$$

Таким образом, в среде при больших энергиях падающей частицы  $E_{\text{част}} \gg E_{\text{кр}}$  возникает электромагнитный каскад (ливень), состоящий из тормозных гамма-квантов, электронов и позитронов. Число частиц в ливне растет экспоненциально по мере развития ливня до тех пор, пока энергия вторичных электронов и позитронов остается больше  $E_{\text{кр}}$ . Когда их энергия падет до значения (в среднем) меньше  $E_{\text{кр}}$ , ливень затухает. Глубина вещества, на которой число частиц в ливне достигает максимального значения, определяется выражением:

$$t_{\text{max}} = \ln \left( \frac{E_{\text{част}}}{E_{\text{кр}}} \right) \pm 0,5, \quad (10.55)$$

где  $t_{\text{max}}$  — глубина в числе радиационных длин,  $+0,5$  — если ливень начинается с гамма-кванта,  $-0,5$  — если ливень начинается с электрона.

Заметим, что в электромагнитном ливне в конечном итоге вся первоначальная энергия частицы преобразуется в ионизационные потери и, таким образом, легко поддается измерению.

Электромагнитным калориметром называется прибор (детектор), в котором энергия регистрируемой частицы полностью преобразуется в электромагнитный ливень и измеряется тем или иным способом.

Любой calorиметр рассчитывается на конкретное максимальное значение энергии регистрируемой частицы исходя из условий эксперимента. Поскольку процесс развития ливня есть процесс статистический, то обычно размеры calorиметра рассчитываются таким образом, чтобы в нем поглощалось не менее 95 или 98% первоначальной энергии по формуле:

$$t_{98\%} \approx 3,0 \left( \ln E_{\max} / E_{\text{кр}} + 1,2 \right), \quad (10.56)$$

где  $t$  — размер calorиметра в радиационных длинах.

Электромагнитный ливень развивается не только в продольном, но и в поперечном направлении, в основном из-за многократного рассеяния электронов. При этом 95% ливня содержится в цилиндре радиусом  $2\rho_m$ , где  $\rho_m \approx \frac{21,2 \text{ МэВ}}{E_{\text{кр}}}$  см,  $\rho_m$  — так называемый мольеровский радиус,  $E_{\text{кр}}$  — критическая энергия в МэВ.

В районе  $t_{\max}$  практически весь ливень сосредоточен в цилиндре, радиус которого  $\rho_m \sim X_R$ , но в конце каскада за счет интенсивного рассеяния электронов сравнительно небольших энергий он расширяется таким образом, что примерно 95% каскада содержится в цилиндре, радиус которого  $2\rho_m$ .

Важнейшей характеристикой calorиметра является его энергетическое разрешение. Последнее определяется не столько флуктуациями ионизационных потерь, сколько флуктуациями развития самого электромагнитного ливня. В общем виде энергетическое разрешение имеет вид:

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{A}{\sqrt{E(\text{ГэВ})}}, \quad (10.57)$$

где коэффициент  $A$  сильно зависит от конструкции calorиметра и применяемого рабочего вещества.

Конструктивно электромагнитные calorиметры делят на гомогенные и гетерогенные. И те, и другие, в свою очередь могут быть обычными (монокристаллическими) или ячеистыми (sampling).

В гомогенных calorиметрах рабочее вещество детектора однородно. В качестве рабочего вещества обычно применяют или скинтилляторы, или черенковские радиаторы. Среди скинтилляторов

выбирают те, которые имеют максимальный заряд  $Z$  и, следовательно, минимальную радиационную длину  $X_R$ . Из обычных сцинтилляторов применяют NaI(Tl) и CsI(Tl) в виде монокристаллов большого размера, либо в виде сцинтиллятора, набранного из большого числа отдельных кристаллов. CsI(Tl), хотя и обладает меньшей радиационной длиной, применяется сравнительно редко из-за его высокой стоимости. Кристалл сцинтиллятора (или набор кристаллов) просматривается большим числом фотоумножителей, либо большим числом полупроводниковых pin-диодов, сигналы которых суммируются. Таким образом, суммарный сигнал будет пропорционален полной энергии ливня, выделившейся в виде ионизационных потерь, и, следовательно, пропорционален энергии частицы.

С ростом максимальной измеряемой энергии электрона или  $\gamma$ -кванта  $E_{\max}$ , размеры калориметра растут (хотя и логарифмически). Стремление уменьшить размеры калориметра приводит к необходимости применения сцинтилляторов с малой радиационной длиной, каковыми являются сцинтилляторы  $\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$  и  $\text{PbWO}_4$ . Оба они (в особенности последний) сильно уступают кристаллу NaI(Tl) по удельному световыходу. Однако при энергиях частиц в десятки и сотни гигаэлектронвольт, в любом случае, света выделяется достаточно, и определяющим фактором, ограничивающим энергетическое разрешение детектора, являются флуктуации развития самого электромагнитного ливня.

В ряде конструкций калориметров используется не сцинтиллятор, а свинцовое стекло. В свинцовом стекле быстрые электроны и позитроны электромагнитного ливня испускают черенковский свет, который и собирается на фотокатодах фотоумножителей. Поскольку полное число частиц в электромагнитном ливне пропорционально энергии падающей частицей, суммарный черенковский свет также пропорционален энергии регистрируемой частицы.

Значительное удешевление конструкции электромагнитного калориметра достигается при применении гетерогенного калориметра. В гетерогенной конструкции активная часть, т. е. та часть, с которой снимается сигнал, чередуется с пассивной, т. е. с той частью, где происходит развитие электромагнитного ливня. Энергия, потерянная частицами в пассивной части, не измеряется. Наиболее по-

пулярной является конструкция из чередующихся слоев свинца толщиной (типично) 1–2 мм и органического пластмассового сцинтиллятора толщиной около 5 мм. Поскольку радиационная длина свинца (0,56 см) существенно меньше радиационной длины пластмассового сцинтиллятора (~ 40 см), электромагнитный каскад развивается в основном в свинце, а быстрые электроны, выходящие из свинца в сцинтиллятор, создают в нем соответствующий сцинтилляционный эффект. Поскольку вся энергия ионизационных потерь в свинце теряется безвозвратно, энергетическое разрешение такого калориметра оказывается значительно хуже, чем гомогенного калориметра.

В ячеистых (sampling) калориметрах рабочий объем разбивается на отдельные двухмерные, а чаще трехмерные элементы. Сигналы снимаются с каждого элемента отдельно. Это позволяет получить трехмерную картину электромагнитного ливня, что в свою очередь дает возможность не только измерить полную энергию частицы, но и определить направление (вектор) ее импульса. Определение вектора импульса дает возможность восстановления кинематики процесса. В сущности, гетерогенный калориметр одновременно является и ячеистым, т. к. разбивается на отдельные двумерные элементы. Однако ячеистым может быть и гомогенный калориметр. Так, в эксперименте ALICE (ЦЕРН) используется электромагнитный калориметр, состоящий из большого числа отдельных кристаллов  $\text{PbWO}_4$ , размером  $2,2 \times 2,2 \times 20 \text{ см}^3$ , просматриваемых каждый своим фотодиодом. Этот калориметр является гомогенным, т. к. рабочее вещество в нем однородно — кристаллы сцинтиллятора  $\text{PbWO}_4$ . В заключение этого раздела приведем типичные значения энергетического разрешения, достигнутые в электромагнитных калориметрах различных конструкций (табл. 10.9).

Таблица 10.9

Конструкция	$\Delta E/E$ ( $E$ берется в ГэВ)
Гомогенный, NaI(Tl)	$2,7\%/E^{1/4}$
Свинцовое стекло (черенковский)	$5\%/\sqrt{E}$
Гетерогенный (свинце-пластмассовый сцинтиллятор)	$9\%/\sqrt{E}$

**Адронные калориметры.** При высоких энергиях сильно взаимодействующих частиц (адронов) сечение их взаимодействия с ядрами перестает зависеть от энергии налетающих адронов. Структура ядерных ливней, вызываемых адронами, весьма сложна. Примерно половина энергии налетающего адрона расходуется на множественное рождение вторичных частиц относительно небольшой энергии, а вторая половина уносится несколькими лидирующими частицами больших энергий. Возникающий ядерный каскад в основном состоит из нуклонов и  $\pi$ -мезонов. Среди  $\pi$ -мезонов примерно  $1/3$  составляют  $\pi^0$ -мезоны, которые, распадаясь на два гамма-кванта, приводят к образованию электромагнитного каскада. Таким образом, ядерный каскад всегда содержит электромагнитную компоненту, однако доля этой компоненты в значительной мере флуктуирует, так как количество  $\pi^0$ -мезонов в каждом акте столкновения адронов с ядрами случайно.

Поскольку сечения ядерного взаимодействия при больших энергиях постоянны, по аналогии с радиационной длиной вводится понятие ядерной длины:

$$\lambda_{\text{яд}} \sim 35A^{1/3} \text{ г/см}^2. \quad (10.58)$$

Ядерная длина существенно больше, чем радиационная. В табл. 10.10 приведены значения ядерных длин для некоторых веществ, используемых в адронных калориметрах.

Таблица 10.10

Вещество	$\lambda_{\text{яд}}, \text{ г/см}^2$
Железо Fe	135
Свинец Pb	210
Уран U	227

Значительно большее значение ядерной длины  $\lambda_{\text{яд}}$  по сравнению с радиационной  $X_R$  (ср. для железа  $\lambda_{\text{яд}} = 135 \text{ г/см}^2$ ,  $X_R = 13,84 \text{ г/см}^2$ ) приводит к тому, что при равных энергиях первичных частиц размеры адронных калориметров на порядок больше, чем размеры электромагнитных калориметров. Как и в случае электромагнитных калориметров, размеры адронных калориметров логарифмически растут с ростом максимальной измеряемой энер-



гии. В первом приближении ядерный ливень описывается следующими полуэмпирическими формулами:

$$t_{\max} = [0,2 \ln E (\text{ГэВ}) + 0,7], \quad t_{95\%} = t_{\max} + 2,5E (\text{ГэВ}),$$

где  $t_{\max}$  — расстояние в ядерных длинах, на котором количество вторичных частиц достигает максимального значения,  $t_{95\%}$  — расстояние в ядерных длинах, на котором выделяется 95% энергии первичной частицы.

Для получения хорошего энергетического разрешения длину калориметра обычно берут равной  $t = t_{95\%} + 3\lambda_{\text{яд}}$ .

Так же, как и электромагнитный ливень, ядерный ливень растет в поперечных размерах по мере своего развития. Около 95% вторичных частиц содержится внутри цилиндра радиусом  $\lambda_{\text{яд}}$ , остальные 5% — внутри цилиндра радиусом  $2\lambda_{\text{яд}}$ .

Как уже отмечалось выше, ядерный ливень двухкомпонентный — он содержит в себе собственно ядерный каскад, а также электромагнитные каскады, рожденные  $\pi^0$ -мезонами. В электромагнитном каскаде практически вся кинетическая энергия частиц выделяется в детекторе в виде ионизационных потерь. В ядерной части каскада ситуация более сложная. В табл. 10.11 приводятся средние потери энергии первоначального адрона по различным каналам для протона с энергией 10 ГэВ.

Таблица 10.11

Канал	Расход энергии
Прямая ионизация	~ 32% (p) + 8% $\pi^\pm$ (~ 40% суммарно)
Электромагнитный каскад от $\pi^0$ -мезонов	~ 21%
Энергия связи ядер + нейтрино	~ 20%
Нейтроны	~ 9%
Прочие ( $\mu^\pm$ и др.)	~ 10%

Из табл. 10.11 следует, что около 30% первоначальной энергии частицы теряется безвозвратно (энергия связи ядер, нейтрино, ней-

троны). С точки зрения энергетического разрешения адронного калориметра еще более важно, что соотношение между собственно адронной и электромагнитной составляющими адронного ливня сильно флуктуирует. Поскольку среднее число  $\pi^0$ -мезонов, рожденных в ливне, невелико:

$$N_{\pi^0} \sim 5 \ln E (\text{ГэВ}) - 4,6, \quad (10.59)$$

относительные флуктуации этой величины значительны, и, следовательно, существует значительная флуктуация электромагнитной части ливня. Поэтому энергетическое разрешение адронных калориметров значительно хуже, чем электромагнитных при тех же значениях измеряемой энергии.

Отклик калориметра  $R$  на выделенную в нем энергию можно записать как:

$$R = \varepsilon_h E_h + \varepsilon_e E_e,$$

где  $\varepsilon_h$  и  $\varepsilon_e$  — эффективности калориметра для адронной и электромагнитной составляющей ливня соответственно,  $E_h$  и  $E_e$  — доли энергии частицы, ушедшие в адронную и электромагнитную составляющие ливня.

Поскольку в адронной части ливня не вся расходуемая энергия частицы регистрируется,  $\varepsilon_e > \varepsilon_h$ , это соотношение обычно записывается в виде  $e/h > 1$ .

Значительные флуктуации в долях энергий  $E_e$  и  $E_h$  приводят к существенному ухудшению разрешения электромагнитного калориметра. Энергетическое разрешение калориметра можно улучшить, если сделать калориметр таким образом, чтобы в нем выполнялось соотношение  $e/h = 1$ . Тогда флуктуации соотношения  $E_e$  и  $E_h$  не сказываются на флуктуации отклика калориметра  $R$ .

Калориметр, в котором  $e/h = 1$ , называют компенсированным. Осуществить компенсацию можно двумя способами: либо увеличить  $\varepsilon_h$ , либо уменьшить  $\varepsilon_e$ . Любой из методов возможен только в гетерогенной конструкции. Увеличение  $\varepsilon_h$  достигается, если использовать гетерогенную конструкцию уран (пассивная часть) + пластмассовый сцинтиллятор (активная часть). Дополнительная энергия в адронной части ливня получается благодаря как делению

урана, так и тому, что быстрые нейтроны отдают свою энергию протонам отдачи в пластмассовом сцинтилляторе.

В гетерогенной системе, не содержащей уран, при соответствующем подборе толщин активной и пассивной частей (например, свинца) можно заметно уменьшить  $\epsilon_e$ , воспользовавшись тем фактом, что электромагнитный ливень содержит большое количество сравнительно мягких гамма-квантов. Эти гамма-кванты поглощаются за счет фотоэффекта (сечение которого зависит от  $Z$  вещества  $\sim Z^5$ ) в пассивной части калориметра с большим  $Z$ , не давая вклада в сигнал активной части.

Конструктивно адронные калориметры в настоящее время практически всегда гетерогенные и ячеистые. Это связано с двумя обстоятельствами. Во-первых, в силу того, что адронные калориметры существенно больше электромагнитных по своим размерам, для адронов больших энергий гомогенная конструкция оказывается практически неосуществимой. Во-вторых, регистрация адронных ливней по своим физическим задачам требует определения вектора импульса адронов и адронных струй.

В гетерогенных ячеистых адронных калориметрах в качестве пассивной части используется свинец, уран или железо. В качестве активной части обычно используются пластмассовые сцинтилляторы, а также ионизационные камеры как газонаполненные, так и заполненные жидким аргоном. Энергетическое разрешение адронных калориметров обычно достижимо не лучше  $30\%/\sqrt{E(\text{ГэВ})}$ , что почти на порядок хуже показателей электромагнитных калориметров.

Разумеется, адронные калориметры одновременно могут регистрировать и чисто электромагнитные ливни, так что обычно электромагнитные калориметры не нужны там, где есть адронные.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 10.1. *Абрамов А.И., Казанский Ю.А., Матусевич Е.С.* Основы экспериментальных методов ядерной физики. М.: Атомиздат, 1970.
- 10.2. *Калашикова В.И., Козодаев М.С.* Детекторы элементарных частиц. М.: Наука, 1966.
- 10.3. *Ляпидевский В. К.* Методы детектирования излучений. М.: Энергоатомиздат, 1987.
- 10.4. *Акимов Ю.К.* Фотонные методы регистрации излучений. Дубна: ОИЯИ, 2006.

## 11. ИЗБРАННЫЕ ВОПРОСЫ ОБРАБОТКИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

### 11.1. Оценки и их свойства

Из-за наличия случайных флуктуаций разной природы в эксперименте невозможно получить точное значение измеряемой физической величины. Вследствие этого любую физическую величину нужно считать случайной с некоторой функцией распределения  $F(x)$ , или плотностью распределения  $p(x)$ , если она принимает непрерывный ряд значений. Множество значений, которые может принимать случайная величина, называется генеральной совокупностью. Если эксперимент произведен  $n$  раз, то можно говорить, что получена выборка объема  $n$  из генеральной совокупности значений измеряемой физической величины. По выборке можно судить о параметрах генеральной совокупности (генеральном среднем, дисперсии и т. д.), если строить некоторые функции от элементов выборки, называемые оценками. Пусть, для определенности, говорится об оценке  $\hat{x}$  математического ожидания генеральной совокупности  $\bar{X}$  (генерального среднего). Очевидно, что не любая, произвольно взятая функция выборки, может служить оценкой  $\bar{X}$ . Будучи функцией случайной величины (выборку можно представить как вектор с  $n$  случайными компонентами), оценка сама является случайной величиной с некоторой плотностью распределения  $p(\hat{x})$ , в общем случае отличного от распределения генеральной совокупности. К оценке разумно предъявить следующие требования:

- она должна быть состоятельной, т. е. при  $n \rightarrow \infty$   $\lim \hat{x}(n) = \bar{X}$ ,  $\lim D[\hat{x}(n)] = 0$ , где  $D[\hat{x}(n)]$  — дисперсия оценки;
- она должна быть несмещенной, т. е. при любом  $n$   $\langle \hat{x} \rangle = \bar{X}$ .

Известно, что этим требованиям удовлетворяют известные оценки математического ожидания и дисперсии генеральной совокупности:

$$\hat{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \quad \hat{D}(X) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x})^2}{n-1}.$$

Это так называемые точечные оценки, когда величина оценивается одним числом. Подобная оценка неинформативна, поскольку не ясно, насколько она близка к оцениваемой величине. Для выполнения отмеченного пробела используют интервальные оценки.

Пусть задано совместное распределение  $p(\hat{a}, \alpha)$  оценки  $\hat{a}$  и оцениваемого параметра генеральной совокупности  $\alpha$ . Выберем любые малые числа  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$ . Из соотношений:

$$\int_{a_2}^{\infty} p(a, \alpha) da = \varepsilon_2, \quad \int_{-\infty}^{a_1} p(a, \alpha) da = \varepsilon_1$$

можно найти величины  $a_1$  и  $a_2$ , такие, что с вероятностью  $1 - \varepsilon_1 - \varepsilon_2$  величина  $\hat{a}$  лежит в пределах  $[a_1, a_2]$ . Естественно,  $a_1$  и  $a_2$  являются функциями  $\alpha$ :  $a_1 = a_1(\alpha)$ ,  $a_2 = a_2(\alpha)$ .

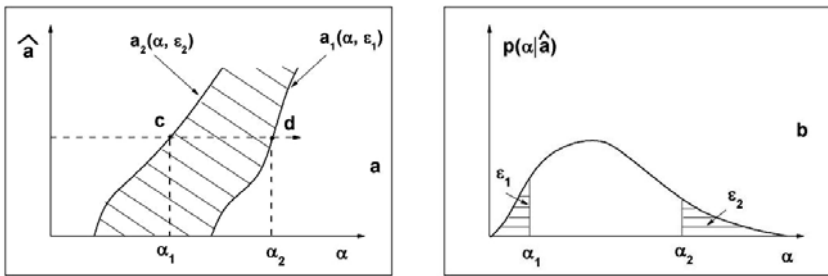


Рис. 11.1. Иллюстрация метода доверительных интервалов (а), плотность распределения оцениваемого параметра при известной оценке (б).

На рис. 11.1, а пересечение линии  $\alpha = \text{const}$  с кривыми  $a_1(\alpha, \varepsilon_1)$  и  $a_1(\alpha, \varepsilon_2)$  задает интервал, в котором при заданном параметре  $\alpha$  генеральной совокупности лежит его оценка. Можно рассечь заштрихованную область и в ортогональном направлении, т. е. прямой  $\hat{a} = \text{const}$ . Вид сечения показан на рис. 11.1, б. Точки пересечения с границами в этом случае определяют интервал, в котором с

вероятностью  $1 - \varepsilon_1 - \varepsilon_2$  лежит значение  $\alpha$ . Таким образом, если известна условная плотность  $p(\alpha | \hat{a})$ , то по полученной в эксперименте оценке, являющейся случайной величиной, можно указать интервал, в котором с заданной вероятностью лежит неслучайное истинное значение оцениваемого параметра генеральной совокупности. Интервал  $[\alpha_1, \alpha_2]$  (рис. 11.1, b) называется доверительным интервалом, а вероятность  $\eta = 1 - \varepsilon_1 - \varepsilon_2$  — доверительной вероятностью. Изложенный метод доверительных интервалов позволяет определить интервальную оценку в виде:

$$\hat{a} \pm \Delta(\eta).$$

Такая запись означает, что, с учетом полученной оценки, истинное значение оцениваемого параметра лежит в интервале  $\hat{a} \pm \Delta$  с вероятностью  $\eta$ .

**Пример получения интервальной оценки.** Пусть измеряемая физическая величина распределена по нормальному закону

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \exp\left(-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right).$$

Получена выборка  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , по

которой надо получить интервальную оценку  $\hat{a}$ , причем дисперсия генеральной совокупности  $\sigma^2$  считается известной. Для оценки математического ожидания получим:  $\hat{a} = \frac{\sum x_i}{n}$  с дисперсией  $\sigma^2(\hat{a}) = \sigma^2/n$ . Так как все  $x_i$  в выборке распределены нормально, то и оценка  $\hat{a}$  распределена нормально:

$$p(\hat{a}, a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma / \sqrt{n}} \exp\left(-\frac{n(\hat{a}-a)^2}{2\sigma^2}\right). \quad (11.1)$$

Целесообразно ввести параметр  $t = (\hat{a} - a) / [\sigma / \sqrt{n}]$ . Тогда распределение (11.1) примет вид:

$$p(t) = 1/2\pi \cdot \exp(-t^2/2). \quad (11.2)$$

Распределение (11.2) симметрично, поэтому при заданной надежности  $\eta$  минимальный доверительный интервал получается, если положить  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon/2$ , т. е.  $\eta = 1 - \varepsilon$ . Таким образом:

$$\begin{aligned}
 p(|t| < t_1) &= 1 - \varepsilon, \\
 p\left[\left|\frac{(\hat{a} - a)}{\varsigma} \sqrt{n}\right| < t_1\right] &= 1 - \varepsilon, \\
 p\left(\hat{a} - \frac{t_1 \sigma}{\sqrt{n}} < a < \hat{a} + \frac{t_1 \sigma}{\sqrt{n}}\right) &= 1 - \varepsilon.
 \end{aligned}
 \tag{11.3}$$

Выражение (11.3) является решением задачи в рассматриваемом случае.

Следует отметить, что в более реалистичной постановке, когда распределение генеральной совокупности также нормально, но генеральная дисперсия неизвестна, ее оценивают по выборке. Совместное распределение генерального среднего и его оценки уже не является нормальным, и распределение (11.1) заменяется распределением Стьюдента с  $n-1$  степенью свободы. Соответственно в выражении (11.3) связь между величинами  $t_1$  и  $1-\varepsilon$  также определяется распределением Стьюдента.

## 11.2. Метод Монте-Карло

Метод Монте-Карло позволяет получать конкретные реализации (значения) случайной величины, если задана функция плотности ее распределения, воспроизводить траектории естественных физических процессов подверженных воздействию случайных факторов. В этом качестве данный метод — метод проведения «бумажного эксперимента» с теми же конечными результатами, что и для реального эксперимента.

**Моделирование дискретной случайной величины (алгоритм №1).** Пусть требуется получать реализации дискретной случайной величины  $X$ , распределенной по закону  $P(x)$ . Для этого:

1) отрезки  $P_1, P_2, \dots, P_n$  складываются так, что образуется отрезок длины 1 (рис. 11.2);

2) обращением к таблице случайных равномерно распределенных на отрезке  $[0, 1]$  чисел получаем конкретную реализацию  $\gamma$ ;

3) проверяем, в какой из отрезков попала точка с координатой  $\gamma$ . Так, если  $\gamma$  принадлежит отрезку  $P_i$  — получено значение моделируемой случайной величины —  $x_i$ .

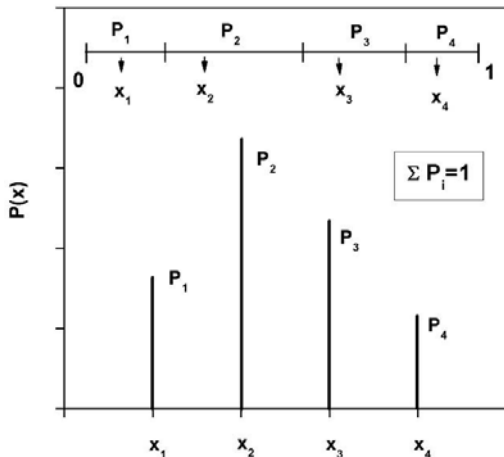


Рис. 11.2. Иллюстрация алгоритма моделирования значений дискретной случайной величины  $X$ , принимающей значения  $x_1 \div x_4$  с вероятностями  $P_1 \div P_4$  соответственно

Приведем также два различных алгоритма моделирования непрерывной случайной величины с произвольным законом распределения.

**Метод обращения функции вероятности (алгоритм №2).** Его можно сформулировать в виде следующей теоремы.

Пусть,  $F(x) = \int_a^x P(u) du$ , где  $P(x)$  — плотность распределения случайной величины  $X$ .

Случайная величина  $\xi$ , удовлетворяющая уравнению

$$F(\xi) = \gamma,$$

где  $\gamma$  — равномерно распределено на отрезке  $[0, 1]$ , имеет плотность распределения  $P(x)$ .



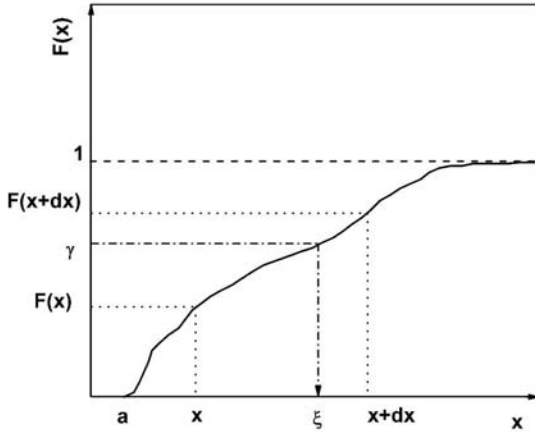


Рис. 11.3. Иллюстрация метода обращения функции вероятности

Действительно,  $P(x < \xi < x + dx) = P\{F(x) < \gamma < F(x + dx)\}$  в силу непрерывности  $F(x)$ . Так как  $\gamma$  — равномерно распределена в интервале  $(0, 1)$ , то  $P(x < \xi < x + dx) = F(x + dx) - F(x) = P(x)dx$ .

**Метод Неймана (алгоритм №3).** Теорема. Пусть  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  — независимые случайные числа и

$$\xi' = a + \gamma_1(b - a), \quad \eta' = c\gamma_2.$$

Случайная величина  $\xi$ , определенная из условия

$$\xi = \xi', \text{ если } \eta' < P(\xi'),$$

имеет плотность распределения  $P(x)$ .

В соответствии с формулой полной вероятности:

$$\begin{aligned} P(\xi < z) &= P\{\xi' < z \mid \eta' < P(\xi')\} = \\ &= P\{\xi' < z, \eta' < P(\xi')\} / P\{\eta' < P(\xi')\}. \end{aligned} \quad (11.4)$$

Знаменатель дроби есть вероятность попадания точки  $Q(\xi', \eta')$  под кривую  $y = P(x)$ . Плотность точки  $Q$  постоянна и равна  $[c(b - a)]^{-1}$  и

$$P\{\eta' < P(\xi')\} = \int_a^b dx \int_0^{P(x)} [c(b-a)]^{-1} dy = [c(b-a)]^{-1}. \quad (11.5)$$

В то же время

$$\begin{aligned} P\{\xi' < z, \eta' < P(\xi')\} &= \\ &= \int_a^z dx \int_0^{P(x)} [c(b-a)]^{-1} dy = [c(b-a)]^{-1} \int_a^z P(x) dx. \end{aligned} \quad (11.6)$$

Окончательно, подставляя выражения (11.5) и (11.6) в (11.4) имеем:

$$P(\xi < z) = \int_a^z P(x) dx,$$

что и требовалось доказать.

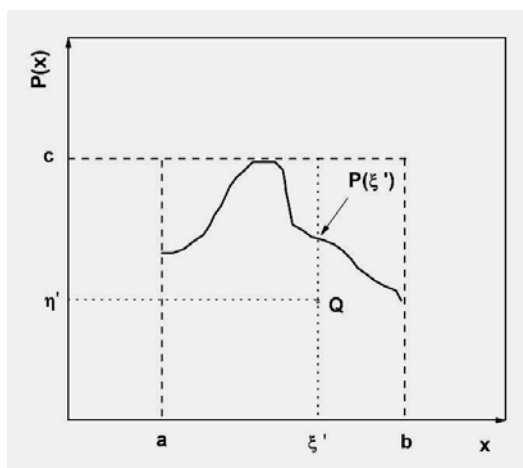


Рис. 11.4. Иллюстрация метода Неймана

Резюмируя, можно сказать, что метод Неймана — это метод отбора: из всех точек  $Q$ , равномерно распределенных в прямоугольной области  $(0, c, b, a)$ , отбираются только те, которые лежат под кривой  $y = P(x)$ . Абсциссы этих точек и образуют выборку значений случайной величины, распределенной с плотностью  $P(x)$ .

**Моделирование многомерных случайных величин (алгоритм №4).** Пусть случайные величины  $\xi_1, \dots, \xi_n$  в общем случае за-

висимы, и надо получить алгоритм моделирования  $n$ -мерной точки  $Q$ , распределенной с плотностью  $P_Q$ . Представим  $P_Q$  в виде:

$$P_Q(x_1, \dots, x_n) = P_1(x_1)P_2(x_2 | x_1)P_3(x_3 | x_1, x_2) \dots P_n(x_n | x_1 \dots x_{n-1}).$$

Все входящие в это выражение плотности можно выразить через совместную плотность  $P_Q$ :

$$P_1(x_1) = \int \dots \int P_Q dx_2 \dots dx_n,$$

$$P_2(x_2 | x_1) = \int \dots \int P_Q dx_3 \dots dx_n / P_1(x_1).$$

Ниже рассмотрен частный случай моделирования многомерной случайной величины.

**Алгоритм выбора случайного направления в пространстве (алгоритм №5).** Рассмотрим сначала алгоритм моделирования точки, равномерно распределенной в шаре, т. е.

$$P_Q(x, y, z) = \left(\frac{4}{3}\pi R^3\right)^{-1}.$$

Перейдем к сферическим координатам, соответствующим симметрии задачи:

$$x = r \sin \theta \cos j,$$

$$y = r \sin \theta \sin j,$$

$$z = r \cos \theta.$$

В новых координатах шар превращается в параллелепипед:

$$0 \leq r < R,$$

$$0 \leq \theta < \pi,$$

$$0 \leq \varphi < 2\pi.$$

Якобиан преобразования  $\partial(x, y, z) / \partial(r, \theta, \varphi) = r^2 \sin \theta$  и плотность распределения в новых координатах можно записать:

$$P_Q(r, \theta, \varphi) = \left[\frac{4}{3}\pi R^3\right]^{-1} r^2 \sin \theta.$$

Легко видеть, что это произведение трех плотностей:

$$P_Q(r, \theta, \varphi) = (3r^2 R^{-3})(2^{-1} \sin \theta)(2\pi)^{-1},$$

т. е. сферические координаты  $r$ ,  $\theta$ ,  $\varphi$  точки  $Q$  независимы. В рамках метода обращения функции вероятности:

$$\int_0^r \frac{3r^2 dr}{R^3} = \gamma_1, \quad \int_0^\theta \frac{\sin \theta d\theta}{2} = 1 - \gamma_2, \quad \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{2\pi} = \gamma_3.$$

Решение этих уравнений приводит к формулам:

$$r = R\sqrt[3]{\gamma_1}, \quad \cos \theta = 2\gamma_2 - 1, \quad \varphi = 2\pi\gamma_3.$$

**Собственно алгоритм выбора случайного направления.** Пусть направление задается единичным вектором:

$$\vec{\omega} = \vec{i}\omega_1 + \vec{j}\omega_2 + \vec{k}\omega_3,$$

$$\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 1.$$

Необходимо отыскать случайный вектор  $\vec{\omega}$ , такой, чтобы для любого телесного угла  $\Omega$

$$P(\vec{\omega} \in \Omega) = \Omega/4\pi. \quad (11.7)$$

Если случайная точка  $Q$  равномерно распределена в шаре, то радиус-вектор этой точки обладает нужным свойством. Действительно, если  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  — два равных телесных угла, то равны и объемы соответствующих шаровых секторов. В силу этого, вероятности попадания точки  $Q$  в эти сектора равны, что доказывает утверждение. Таким образом, формулы для выбора случайного направления:

$$\cos \theta = 2\gamma_1, \quad \varphi = 2\pi\gamma_2.$$

**Пример моделирования естественного процесса: задача о поглощении нейтронов.** Пусть имеется выпуклая область  $G$ , не содержащая делящихся ядер. Считаем известными сечения рассеяния и поглощения

$$\Sigma(r, E) = \Sigma_s(r, E) + \Sigma_a(r, E),$$

а также индикатрису рассеяния  $p_s(r', \Omega'; \Omega)$ , которая определяет вероятность того, что нейтрон в точке  $r'$ , летевший в направлении  $\Omega'$ , в результате рассеяния полетит в направлении  $\Omega$ . В точке  $r_0 \in G$  расположен источник нейтронов с энергией  $E_0$  и равновероятными направлениями  $\Omega_0$  начальной скорости. Требуется вычислить вероятность  $p_A$  того, что нейтрон, вылетевший из источника, поглотился в области  $G$ . Рассмотрим задачу в одностороннем приближении, т. е. считаем, что энергия нейтрона при рассеянии не изменяется. Пренебрегаем также возможностью возвращения ней-

трона в область  $G$ , если он ее покинул. Алгоритм моделирования включает следующие шаги.

— Выберем случайное направление скорости нейтрона  $\Omega_0$  при его вылете из источника (см. алгоритм №5);

— Разыграем для него длину свободного пробега  $\xi_0$  в соответствии с формулой:

$$\xi = -(1/\Sigma) \ln \gamma .$$

Она получается, если применить к экспоненциальному распределению, которому подчиняется величина  $\xi$  (алгоритм №2).

— Находим точку столкновения нейтрона:

$$r_1 = r_0 + \xi_0 \Omega_0 .$$

Если  $r_1 \notin G$ , то история нейтрона закончилась его вылетом из области  $G$ . Такому событию соответствует  $\eta_A = 0$ .

— При  $r_1 \in G$  разыгрываем судьбу нейтрона, т. е. получаем конкретное значение случайной величины, имеющей два значения –  $s$  (рассеяние) и  $a$  (поглощение), используя алгоритм 1.

— Если нейтрон поглотился, полагаем  $\eta_A = 1$ .

— Если нейтрон рассеялся, то в соответствии с индикатрисой рассеяния  $p_s(r', \Omega'; \Omega)$  разыгрываем новое направление скорости  $\Omega = \Omega_1$  (алгоритм №4 и далее алгоритм №2 или алгоритм №3) и переходим на блок программы, где вычисляется длина свободного пробега.

Расчет траектории продолжается до вылета нейтрона или его поглощения. Оценку искомой вероятности поглощения можно записать как

$$\hat{p}_A = 1/N \sum_{s=1}^N (\eta_A)_s .$$

Или, в другом виде,

$$\hat{p}_A = N_A / N ,$$

где  $N$  — полное число разыгранных траекторий, а  $N_A$  — количество траекторий, завершившихся поглощением.

Дисперсия полученной оценки совпадает с дисперсией величины  $\eta_A$ :

$$D(\eta_A) = p_A(1 - p_A).$$

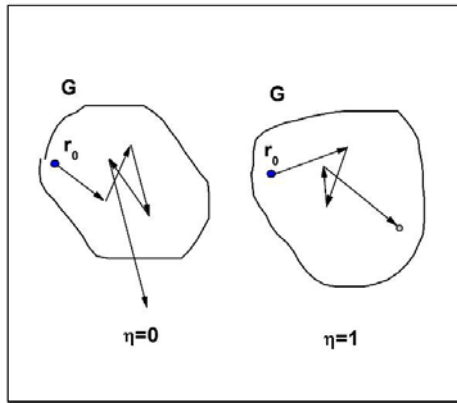


Рис. 11.5. К задаче о поглощении нейтрона: вылет из области  $G$  маркируется значением  $\eta = 0$ , поглощение —  $\eta = 1$

### 11.3. Проверка статистических гипотез

Пусть имеется выборка объема  $n$ :  $x_1, \dots, x_n$ , и есть основания предполагать, что она взята из генеральной совокупности, распределенной с плотностью  $P(x)$  (будем считать, что параметры распределения известны). Требуется проверить эту статистическую гипотезу.

Представим выборку в виде полигона накопленных частот (рис. 11.6), т. е. укажем количество элементов выборки, попавших в интервал  $\Delta x_i$  (другими словами, абсолютные частоты  $\nu(x_i)$ ). Кроме того, на этом же рисунке отложим значения ожидаемого числа событий в соответствующем интервале, если проверяемая гипотеза верна:

$$np_i = n \int_{\Delta x_i} P(u) du.$$

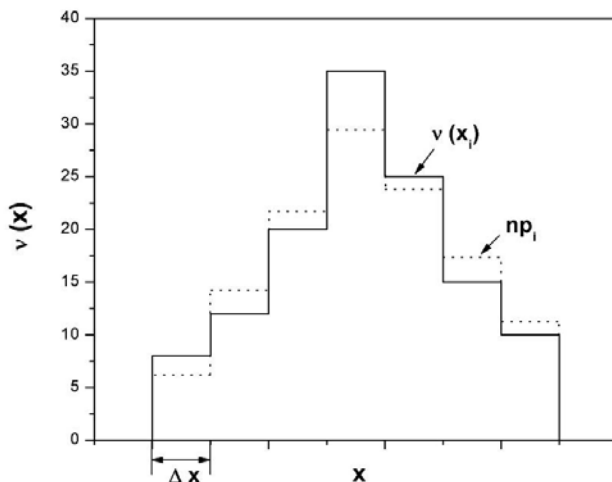


Рис. 11.6. Полигон накопленных частот для исходной выборки (сплошные линии) и ожидаемое число событий в интервале  $\Delta x$ , если выборка взята из генеральной совокупности, распределенной с плотностью  $P(x)$

В излагаемом подходе дело, по существу, сводится к решению вопроса — похожи ли друг на друга две гистограммы, показанные на рис. 11.6. Чтобы суждение было объективным, необходимо выбрать меру близости между сравниваемыми объектами. Естественной мерой близости представляется величина:

$$S_0 = \sum_{i=1}^r (v_i - np_i),$$

однако отклонения разных знаков могут скомпенсировать друг друга, так что  $S_0 \sim 0$  не будет свидетельством близости сравниваемых гистограмм. Отмеченная неопределенность снимается, если в качестве меры выбрать:

$$S = \sum_{i=1}^r (v_i - np_i)^2,$$

где  $r$  — число интервалов разбиения, т. е. число столбиков в гистограммах на рис. 11.6.

Покажем, что при некоторых условиях немного измененная мера  $S$  распределена по  $\chi^2$ . По определению, распределение  $\chi^2$  имеет величина:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^f \xi^2, \quad (11.8)$$

где  $\xi$  — нормально распределенная со средним «0» и дисперсией «1» случайная величина,  $f$  — число независимых слагаемых в сумме, называемое числом степеней свободы.

Определим  $S_1$  как:

$$S_1 = \sum_{i=1}^r (v_i - np_i)^2 / np_i. \quad (11.9)$$

Сформулируем условия, при которых статистика  $S_1$  (называемая проверочной статистикой или критерием) распределена по  $\chi^2$ .

1. Все  $v_i$  должны быть распределены нормально. Что для этого требуется? Если рассматривать один отдельный столбик гистограммы, представляющей экспериментальные данные, его высота  $v_i$  распределена по биному. Действительно, для любого элемента исходной выборки есть только две возможности: попасть в данный интервал  $\Delta x_i$  либо в любой другой. Такое «испытание» происходит  $n$  раз, число «успехов» равно  $v_i$ . Как известно, биномиальное распределение может быть аппроксимировано нормальным, если среднее число успехов, в данном случае,  $v_i \gg 1$ . *На практике это означает, что для любого  $i$  должно быть  $v_i \geq 10$ .*

2. Каждое слагаемое в сумме (11.9) должно иметь нулевое среднее. Посмотрим, что вытекает из такого требования. Если  $\langle v_i \rangle - np_i = 0$ ,  $\langle v_i \rangle = np_i$ , т. е. условие выполняется только для заведомо правильной гипотезы.

3. Дисперсия каждого слагаемого (без квадрата — см. формулу (11.8)) должна быть равна единице. Вычислим эту дисперсию:

$$D[(v_i - np_i) / \sqrt{np_i}] = D(v_i) / np_i.$$

Она равна 1, если  $D(v_i) = np_i = \langle v_i \rangle$ . Так будет, если  $v_i$  распределены по закону Пуассона. Де-факто, как отмечалось выше,  $v_i$



распределены по биномиальному закону. В тоже время известно, что при выполнении условий  $v_i/n \rightarrow 0$ ,  $n \rightarrow \infty$ , биномиальное распределение можно аппроксимировать распределением Пуассона. В свою очередь, указанные требования выполняются, если объем исходной выборки  $n$  велик и велико число интервалов разбиения  $r$ . Таким образом, практическая рекомендация состоит в том, что при выполнении условия  $v_i \geq 10$  число интервалов разбиения должно быть максимальным.

Резюмируя, можно сказать, что только при выполнении всех трех рассмотренных выше условий статистика  $S_1$  (формула (11.9)) распределена по  $\chi^2$  с  $r-1$  степенью свободы. Условие  $\sum_{i=1}^r v_i = n$  уменьшило на 1 число независимых слагаемых в выражении (11.9) и, следовательно, число степеней свободы распределения  $\chi^2$ .

Расчетное число степеней свободы изменится, если исходная выборка взята из генеральной совокупности с плотностью  $P(x, \vec{\alpha})$ , где  $\vec{\alpha}$  — неизвестный вектор параметров. Он может быть оценен по той же выборке, например, методом максимального правдоподобия. Уравнения правдоподобия (скажем,  $s$  штук — по числу неизвестных параметров), уменьшат число независимых слагаемых в формуле (11.9) также на  $s$  штук. Окончательно, формула для числа степеней свободы  $f$  в общем случае записывается так:

$$f = r - s - 1.$$

Итак, мы знаем, что проверочная статистика (11.9) распределена по  $\chi^2$  при выполнении условий 1-3, причем второе из условий выполняется только для заведомо правильной гипотезы (т. е. если гипотеза состоит в том, что выборка взята из генеральной совокупности с плотностью  $P(x, \vec{\alpha})$  и она действительно взята из этой генеральной совокупности). Как воспользоваться распределением проверочной статистики (11.9), известным только для заведомо правильной гипотезы (распределение  $\chi^2$ ), в реальной задаче, когда истинное распределение генеральной совокупности неизвестно и мы пытаемся его «угадать»? Подход состоит в следующем.

Выделим область значений критерия, вероятность попадания в которую  $\alpha$  мала для заведомо правильной гипотезы (типичные значения  $\alpha = 0.01 \div 0.05$ ) (рис. 11.7). Эта область называется критической (правосторонняя критическая область). Отрезок от начала координат до точки  $\chi^2_{\text{крит}}$  называется областью допустимых значений. Пусть найденное по выборке значение критерия равно  $\chi^2_{\text{exp}}$  (формула (11.9)). Если гипотеза верна, а  $\chi^2_{\text{exp}} > \chi^2_{\text{крит}}$ , то произошло маловероятное событие, в силу чего проверяемую гипотезу следует отклонить. И наоборот — если  $\chi^2_{\text{exp}} < \chi^2_{\text{крит}}$  — гипотеза не противоречит экспериментальным данным.

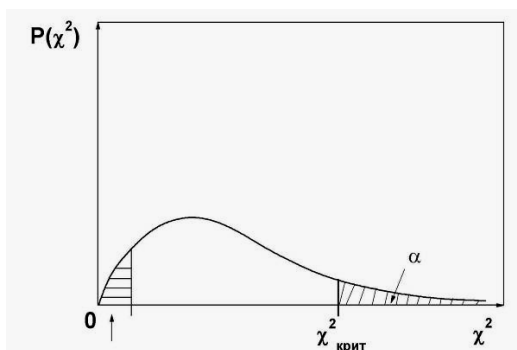


Рис. 11.7. Распределение  $\chi^2$ . Справа от точки  $\chi^2_{\text{крит}}$  лежит правосторонняя критическая область. При этом  $P(\chi^2 > \chi^2_{\text{крит}}) = \alpha$ .

Из рис. 11.7 видно, что, в принципе, область маловероятных значений критерия можно выделить и в окрестности 0. Как интерпретировать попадание  $\chi^2_{\text{exp}}$  в эту левостороннюю критическую область? Получается, что эксперимент «слишком хорошо» соответствует ожиданиям (теоретической модели). Во избежание такого искусственного согласия должно быть обеспечено  $n/s \gg 1$ . Для обеспечения автоматического контроля выполнения этого условия разумно выбрать двухстороннюю критическую область.

Резюмируем все сказанное в этом параграфе в виде *пошагового алгоритма проверки гипотезы* о виде распределения генеральной совокупности с помощью критерия  $\chi^2$  (Пирсона).

1. Весь диапазон значений исследуемой случайной величины разбивается на несколько ( $r$ ) интервалов группирования (разбиения)  $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_r$  не обязательно одинаковой длины. Это разбиение на интервалы необходимо подчинить следующим условиям:

а) в каждый интервал группирования  $\Delta x_i$  должно попасть не менее  $7 \div 10$  выборочных значений, при этом желательно, чтобы в разные интервалы попало примерно одинаковое число точек;

б) общее число интервалов должно быть максимальным при соблюдении условия а);

в) если диапазон значений исследуемой случайной величины — вся числовая прямая (полупрямая), то крайние интервалы группирования будут полупрямыми (соответственно один из них).

2. По выборке  $x_1, x_2, \dots, x_n$  находятся статистические оценки неизвестных параметров  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_s$ , от которых зависит предполагаемый закон распределения генеральной совокупности, например, методом максимального правдоподобия.

3. Подсчитывается число  $v_i$  точек, попавших в каждый  $i$ -й интервал группирования  $\Delta x_i$  и вычисляются теоретические вероятности попадания случайной величины в соответствующий интервал, если она распределена с предполагаемой плотностью  $P(x, \hat{\theta})$ .

4. Вычисляется «экспериментальное» значение критерия  $\chi^2$  по формуле:

$$\chi^2_{\text{exp}} = \sum_{i=1}^r \frac{(v_i - np_i)^2}{np_i}.$$

5. Число степеней свободы  $\chi^2$ -распределения находится из условия  $f = r - s - 1$ , где  $r$  — число интервалов разбиения;  $s$  — число параметров предполагаемого распределения, *оцениваемых по той же выборке*.

6. Из таблиц  $\chi^2$ -распределения для заданного уровня значимости  $\alpha$  находится критическое значение «хи-квадрат» (имеется в виду таблица, содержащая решения уравнения):

$$\int_{\chi_0^2}^{\infty} p(\chi^2) d\chi^2 = \alpha.$$

7. Проверяется, попадает ли экспериментальное значение  $\chi^2$  в область допустимых значений критерия. Если  $\chi_{\text{exp}}^2 < \chi_{\text{крит}}^2$ , то экспериментальные данные не противоречат проверяемой гипотезе, в противном случае гипотезу следует отвергнуть.

Рассмотрим другой тип гипотез, касающихся предположения о значении некоторого параметра генеральной совокупности.

Пусть имеется выборка из нормальной генеральной совокупности  $x_1, x_2, \dots, x_n$  объема  $n$  и найдено выборочное среднее

$$\bar{x} = (1/n) \sum x_i.$$

Генеральное среднее  $\bar{X}$  не известно, но есть основания предполагать, что оно равно  $a_0$ . Требуется проверить нулевую гипотезу о равенстве генерального среднего гипотетическому значению  $a_0$ , т. е. гипотеза  $H_0: \bar{X} = a_0$ . Задача будет рассмотрена для двух частных случаев: а) генеральная дисперсия известна и равна некоторому значению  $\sigma_0^2$ ; б) генеральная дисперсия не известна и ее надо оценивать по выборке. В каждом из частных случаев проверка нулевой гипотезы осуществляется с применением различных критериев, а именно: критерия Лапласа (а) и критерия Стьюдента (б).

Отметим, что в обоих случаях критическая область строится в зависимости от выбора конкурирующей гипотезы либо  $H_1: \bar{X} \neq a_0$  (двусторонняя область), либо  $H_1: \bar{X} > a_0$  (правосторонняя), либо  $H_1: \bar{X} < a_0$  (левосторонняя).

Генеральная дисперсия известна.

В качестве критерия проверки нулевой гипотезы используется случайная величина  $u = (\bar{x} - a_0) / \sigma(\bar{x})$ . Здесь  $\bar{x}$  распределено нормально,  $\sigma(\bar{x})$  — среднеквадратичное отклонение случайной величины, связанное с дисперсией соотношением  $\sigma(\bar{x}) = \sigma_0 / \sqrt{n}$ . При этом, если нулевая гипотеза верна, то случайная величина  $u = (\bar{x} - a_0) \sqrt{n} / \sigma_0$  распределена нормально с математическим ожиданием, равным нулю, и дисперсией, равной 1.

Генеральная дисперсия не известна.

Для проверки нулевой гипотезы используется случайная величина

$$t = \frac{\bar{x} - a_0}{\sigma(\bar{x})},$$

где

$$\sigma^2(\bar{x}) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2.$$

Можно показать, что  $t$  подчиняется распределению Стьюдента с  $n - 1$  степенью свободы.

Техника применения критериев аналогична приведенной выше для критерия  $\chi^2$ .

Гипотезы о значении параметра генеральной совокупности можно проверять при наличии альтернативной гипотезы. Пусть проверяется  $H_0: \bar{X} = a_0$  при наличии альтернативы  $H_1: \bar{X} = 2a_0$ . На рис. 11.8 представлены распределения проверочной статистики  $\xi$  для нулевой и альтернативной гипотез. Назначим критическую область для проверки  $H_0$  (справа от  $\xi_{\text{крит}}$ ) с вероятностью попадания критерия в ту область  $\alpha$ . С некоторой вероятностью может произойти событие, состоящее в том, что принята гипотеза  $H_0$ , в то время как верна  $H_1$ .

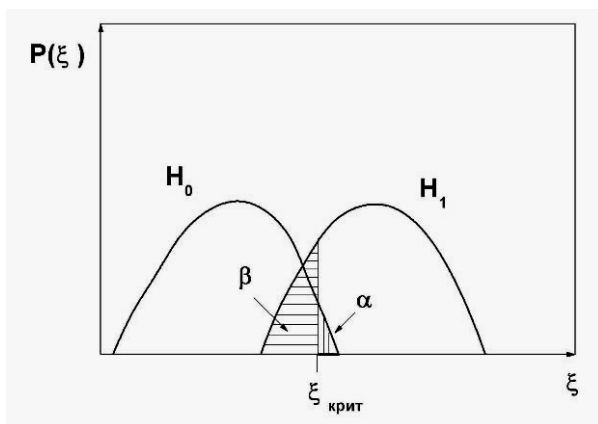


Рис. 11.8. Проверка гипотезы  $H_0$  относительно альтернативы  $H_1$

В этом случае с вероятностью  $\beta$  совершается ошибка второго рода. Чем эта вероятность меньше, тем надежнее различаются конкурирующие гипотезы. Можно ввести параметр  $1 - \beta$ , называемый мощностью критерия при проверке гипотезы  $H_0$  относительно альтернативы  $H_1$ . Мощности критерия «1» соответствует достоверное различение конкурирующих гипотез.

#### 11.4. Метод наименьших квадратов

Нередко при анализе экспериментальных данных требуется их сопоставить с соответствующими теоретическими предсказаниями. В частности, речь может идти о сравнении экспериментально полученной функциональной зависимости с аналитической кривой, следующей из теории. Чаще всего теоретическая кривая известна с точностью до вектора параметров, который необходимо оценить по тем же данным и указать погрешность найденных оценок.

Задачу можно сформулировать следующим образом. Пусть в результате измерения некоторой физической величины  $y$ , зависящей от  $x$  для ряда значений  $x_i$ , известных точно, получены независимо друг от друга значения  $y_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) с погрешностью  $\varepsilon_i$ . Все погрешности измерений независимы и имеют нулевое математиче-

ское ожидание. Предположим, что экспериментальная зависимость может быть описана (аппроксимирована) выражением

$$y_i = f(x_i, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k) + \varepsilon_i, \quad (11.10)$$

где  $\alpha_1, \dots, \alpha_k$  — неизвестные параметры функции  $f$ . При выбранной зависимости  $f(x, \vec{\alpha})$  задача сводится к отысканию вектора параметров, обеспечивающего наилучшее (в выбранной метрике) приближение аппроксимирующей функции (называемой также линией регрессии) к вектору экспериментальных данных.

В регрессионном анализе постулируется выбор среднеквадратичной меры близости, согласно которой расстояние между набором теоретических точек  $f(x_i, \alpha_1, \dots, \alpha_k)$  и набором экспериментальных значений определяется формулой

$$S(\alpha_1, \dots, \alpha_k) = \sum \omega_i [y_i - f(x_i, \alpha_1, \dots, \alpha_k)]^2, \quad (11.11)$$

где  $\omega_i$  — статистический вес  $i$ -го измерения. Обычно выбирают  $\omega_i = 1/\sigma_i^2$ , где  $\sigma_i$  — среднеквадратичная погрешность измерений  $y_i$ , которая считается известной.

Естественным рецептом нахождения вектора параметров представляется минимизация статистики  $S$  (11.11) по  $\alpha_i$ , т. е. реализуется принцип «наименьших квадратов». Оценки по методу наименьших квадратов (МНК-оценки) параметров  $\alpha_j$  могут быть найдены как решение системы уравнений

$$\frac{\partial S}{\partial \alpha_j} = 0, \quad j = 1, \dots, k. \quad (11.12)$$

Пусть функция  $f(x, \alpha_1, \dots, \alpha_k)$  в (11.11) зависит от параметров  $\alpha_j$  линейно, т. е.

$$f(x, \alpha_1, \dots, \alpha_k) = \sum_{j=1}^k \varphi_j(x) \alpha_j.$$

Для решения этой задачи вводится матрица  $A$ , с элементами  $A_{ij} = \varphi_j(x_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, k$ ). Она называется конструкционной матрицей. Тогда (1.11) запишется в виде

$$S(\alpha_1, \dots, \alpha_k) = \sum_{i=1}^n \omega_i \left( y_i - \sum_{j=1}^k A_{ij} \alpha_j \right)^2.$$

Решая систему уравнений (11.12), имеем

$$\sum_{i=1}^n \omega_i A_{ik} y_i = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \omega_i A_{ij} A_{ik} \alpha_j. \quad (11.13)$$

Для дальнейшего изложения целесообразно перейти к матричной форме обозначений. Введем вектор-столбец  $\alpha$  с компонентами  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$ , вектор-столбец  $y$  с компонентами  $(y_1, \dots, y_n)$

$$\vec{y} = A\vec{\alpha}. \quad (11.14)$$

Обозначим через  $W$  диагональную матрицу с отличными от нуля элементами  $\omega_i$ :

$$W = \begin{pmatrix} \omega_1 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \dots & \omega_n \end{pmatrix}.$$

Тогда система (11.13), называемая системой нормальных уравнений, примет вид

$$A^T W y = A^T W A \alpha, \quad (11.15)$$

где  $A^T$  — транспонированная матрица  $A$ .

Выражая  $\vec{\alpha}$  из (11.15), получаем оценку

$$\tilde{\alpha} = (A^T W A)^{-1} A^T W y. \quad (11.16)$$

Поскольку значения случайных величин  $\bar{y}_i$  получены независимо друг от друга и дисперсия  $\bar{y}_i$  равна  $\sigma_i^2$ , то ковариационная матрица (или матрица ошибок) вектора  $\vec{y}$  может быть представлена в виде

$$D(\vec{y}) = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \dots & \sigma_n^2 \end{pmatrix}.$$

Так как  $\omega_i = 1/\sigma_i^2$ , имеем

$$D(\tilde{y}) = W^{-1},$$



где  $W^{-1}$  — матрица, обратная  $W$ .

#### 11.4.1. Свойства МНК-оценок

Оценки параметров  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$ , получаемые с помощью МНК, — случайные величины, поскольку они основаны на результатах измерений случайных величин  $y_i$ . Используя формулу переноса погрешности, можно получить дисперсионную матрицу вектора параметров

$$D(\tilde{\alpha}) = (A^T W A)^{-1}. \quad (11.17)$$

По разным причинам  $\sigma_i$ , указанные как экспериментальные погрешности  $y_i$ , могут отличаться от соответствующих истинных значений. Оказывается, можно получить их независимую оценку по тем же исходным экспериментальным данным.

Пусть известны только отношения дисперсий  $\sigma_i^2 / \sigma_{i+1}^2$  — т. е. значения дисперсий известны с точностью до постоянного множителя. В этом случае целесообразно ввести статистические веса следующим образом:

$$\omega_i = \sigma_0^2 / \sigma_i^2,$$

где величина  $\sigma_0^2$ , называется дисперсией наблюдения с единичным весом.

Оценка дисперсионной матрицы параметров в этом случае будет умножаться на  $\sigma_0^2$

$$D(\tilde{\alpha}) = \sigma_0^2 (A^T W A)^{-1}.$$

Чтобы получить матрицу ошибок  $D(\tilde{\alpha})$ , необходимо либо знать точно  $\sigma_0^2$ , либо иметь ее оценку.

Можно показать, что несмещенная оценка  $\sigma_0^2$  в МНК дается выражением

$$\hat{\sigma}_0^2 = V^T W V / (n - k),$$

где  $\vec{V}$  — вектор остатков:

$$\vec{V} = \vec{y} - A\tilde{\alpha},$$

$S_{\text{ост}}$  — остаточная сумма квадратов невязок,  $n$  — число экспериментальных точек,  $k$  — число неизвестных коэффициентов аппроксимирующей функции.

Окончательно, несмещенная ковариационная матрица оценок параметров имеет вид:

$$D(\tilde{\alpha}) = \frac{V^T W V}{(n-k)} (A^T W A)^{-1}. \quad (11.18)$$

МНК-оценки параметров линии регрессии обладают меньшей дисперсией, чем любые другие оценки линейного вида, т. е. являются эффективными. Это утверждение известно под названием теоремы Гаусса—Маркова. Кроме того, МНК-оценки являются состоятельными, а для линейного случая они еще и не смещены.

Покажем, что оценка  $\hat{\sigma}_0^2$  может использоваться как критерий согласия. Найдем условия, при которых статистика  $S_{\text{ост}} = V^T W V = \sum_i [y_i - f(x_i, \hat{\alpha})]^2 / \sigma_i^2$  распределена по  $\chi^2$ . Для этого требуется, чтобы каждое слагаемое в  $S_{\text{ост}}$ :

- 1) было распределено нормально;
- 2) со средним «0»;
- 3) дисперсией «1».

Для выполнения первого условия требуется, чтобы все  $y_i$  были распределены нормально.

Второе условие выполняется, если  $\langle [y_i - f(x_i, \hat{\alpha})] \rangle = 0$ , т. е.  $\langle y_i \rangle = f(x_i, \hat{\alpha})$ . Последнее равенство означает, что выбранная зависимость  $f(x)$  является «истинным аппроксиматором», проходящим через все  $\langle y_i \rangle$ .

Последнее из условий можно представить так:  $D(y_i) / \sigma_i^2 = 1$ . Равенство выполняется только, если все  $\sigma_i$  указаны правильно.

Таким образом, при выполнении сформулированных условий статистика  $S_{\text{ост}}$  распределена по  $\chi^2$  с  $n-k$  степенью свободы, другими словами  $S_{\text{ост}} / (n-k) \sim 1$ , если вспомнить, что  $\langle \chi^2 \rangle$  совпадает с

числом степеней свободы и при  $(n - k) \gg 1$  среднее распределения  $\chi^2$  близко к моде.

#### 11.4.2. Влияние погрешностей в аргументе

Одним из исходных предположений для изложенного выше варианта метода наименьших квадратов было отсутствие погрешности в аргументе аппроксимирующей функции. Пусть теперь и  $x_i$  — случайные величины, распределение каждой из которых имеет дисперсию  $\sigma_{x_i}^2$ . Учет этих погрешностей может быть произведен на основе формулы переноса погрешностей. Так как предполагается, что  $\langle y_i \rangle = f(x_i, \bar{\alpha})$ , то

$$(\sigma'_{y_i})^2 = \sigma_{y_i}^2 + (\partial f(x_i) / \partial x)^2 \sigma_{x_i}^2.$$

В то же время, так как случайные величины  $\bar{y}$  и  $\bar{x}$  независимы, то исходное выражение (11.11) примет вид:

$$S(\alpha_1, \dots, \alpha_k) = \sum_{i=1}^n \frac{[y_i - f(x_i, \alpha_1, \dots, \alpha_k)]^2}{\sigma_{y_i}^2 + [\partial f(x_i, \alpha_1, \dots, \alpha_k) / \partial x]^2 \sigma_{x_i}^2}. \quad (11.19)$$

Недостаток соотношения (11.19) заключается в том, что оно в явном виде зависит от функции  $f(x, \alpha)$ , параметры которой и требуется определить. Проблема обычно решается методом последовательных приближений или использованием алгоритмов численной минимизации многомерных функций (нелинейного программирования).

#### 11.4.3. Неравноточные измерения

Рассмотрим частный случай получения оценки физической величины  $Y$  по результатам нескольких неравноточных измерений, т. е. пусть имеется ряд:

$$\begin{cases} y_1, y_2, y_3, \dots, y_n, \\ \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots, \sigma_n. \end{cases} \quad (11.20)$$

где  $x_i$  — результат  $i$ -го измерения величины  $Y$ , выполненного с погрешностью  $\sigma_i$ .

Задачу можно переформулировать следующим образом: провести методом наименьших квадратов через точки с известной погрешностью прямую вида  $y = b$ , т. е. параллельную оси  $x$ . В этом случае исходное соотношение (11.14) можно представить в виде:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \cdot [b].$$

В соответствии с (11.16) для оценки единственного параметра  $b$  имеем:

$$\hat{b} = (A^T W A)^{-1} A W \bar{y} = \left[ \sum 1/\sigma_i^2 \right]^{-1} \sum y_i / \sigma_i^2 = \frac{\sum w_i y_i}{\tilde{W}}, \quad (11.21)$$

где, по определению,  $\tilde{W} = \sum w_i$ , а  $w_i = 1/\sigma_i^2$ . Оценку по формуле (11.21) называют средневзвешенной. Погрешность оценки, в свою очередь, можно найти по формуле (11.18):

$$D(\hat{b}) = \frac{V^T W V}{(n-k)} (A^T W A)^{-1} = \frac{\sum w_i (y_i - \hat{b})^2}{\tilde{W}(n-1)}. \quad (11.22)$$

Легко видеть, что при равенстве всех  $\sigma_i$ , т. е. когда  $\sigma_i = \sigma_0$  и  $\sigma_0^2$  — дисперсия генеральной совокупности, выражения (11.21) и (11.22) переходят, соответственно, в известные оценки:

$$\hat{b} = \frac{\sum y_i}{n} \text{ — среднее арифметическое,}$$

$$D(\hat{b}) = \frac{\sigma_0^2}{n}.$$

#### 11.4.4. Сплайн-МНК

В экспериментальной практике часто требуется аппроксимировать некоторую зависимость, полученную в виде набора точек, аналитической кривой, причем вид зависимости заранее не извест-

тен. Например, дифференциальная нелинейность спектрометра, которую требуется учитывать при прецизионной обработке данных, характерна только для этого конкретного спектрометра. Если не удастся добиться требуемого качества аппроксимации с помощью простых средств, например, полиномов невысокой степени, рекомендуется использовать метод сплайн — наименьших квадратов. Выберем, например, в качестве аппроксиматора кубический сплайн, состоящий из двух кусков  $f_1$  и  $f_2$ . По определению, сплайн — суть кусочногладкая функция, состоящая из полиномов второго или третьего порядка, гладко «сшитых» в точках перехода от одного куска к соседнему. Техника нахождения параметров сплайна (коэффициентов полиномов  $f_1$  и  $f_2$ ) в рамках МНК состоит в следующем. Если коэффициенты  $f_1$  и  $f_2$  находить из условия минимума квадратичных форм:

$$S_1 = \frac{\sum_{i=1}^{k_{\text{тр}}} [y_i - f_1(x_i, \alpha)]^2}{\sigma_i^2}, \quad S_2 = \frac{\sum_{i=k}^n [y_i - f_2(x_i, \alpha_2)]^2}{\sigma_i^2},$$

где  $\sigma_i$  — среднеквадратичная погрешность измерения  $y_i$ , то найденные полиномы  $f_1$  и  $f_2$  не обязаны сшиваться в граничной точке  $x_k$  ни по значениям  $f_1$  и  $f_2$ , ни по значениям их производных. Условия сшивки легко учесть при минимизации  $S_1$  и  $S_2$ , воспользовавшись методом поиска условного экстремума с методом неопределенных множителей Лагранжа. Будем минимизировать выражение  $\Phi = S_1 + S_2 + \sum \lambda_i \psi_i$ , где  $\lambda_i$  — неопределенные множители Лагранжа;  $\psi_i$  — условия сшивки, записанные в виде  $\psi_i = 0$ .

Коэффициенты  $f_1$  и  $f_2$  находятся из системы:

$$\begin{cases} \partial\Phi/\partial\alpha_i = 0, & i = 1 \div 8 - \text{число коэффициентов в } f_1 \text{ и } f_2; \\ \partial\Phi/\partial\lambda_j = 0, & j = 1, 2 - \text{число условий сшивки.} \end{cases}$$

В явном виде функция  $\psi_i$  выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \psi_1 &= f_1(x_{\text{тр}}) - f_2(x_{\text{тр}}); \\ \psi_2 &= f_1'(x_{\text{тр}}) - f_2'(x_{\text{тр}}); \end{aligned}$$

$$\psi_3 = f_1''(x_{\text{гр}}) - f_2''(x_{\text{гр}}),$$

где  $x_{\text{гр}}$  — точка сшивки.

Для реализации метода сплайн — наименьших квадратов удобно использовать соответствующие матричные выражения МНК при наличии линейных связей. При наложении линейных связей на  $\alpha_i$  вида

$$\bar{z} = Q\bar{\alpha},$$

соответствующая МНК-оценка вектора  $\bar{\alpha}$  дается формулой

$$\alpha^T = \alpha^T + (Z^T - \alpha^T Q^T)(QB^{-1}Q^T)^{-1}QB^{-1},$$

а ковариационная матрица оценок

$$D(\tilde{\alpha}) = B^{-1} - B^{-1}Q^T(QB^{-1}Q^T)^{-1}(QB^{-1}).$$

Здесь  $\alpha^T = (\alpha_1^1, \alpha_2^1, \alpha_3^1, \alpha_4^1, \alpha_1^2, \alpha_2^2, \alpha_3^2, \alpha_4^2)$  — вектор параметров; вектор  $z$  и матрица  $Q$  задают линейные связи параметров, в данном случае — условия сшивки.

В рассмотренном примере кубический сплайн состоял из двух участков. Всегда ли этого достаточно для аппроксимации заданного набора точек или число кусков, из которых состоит сплайн, должно быть увеличено? Критерием качества аппроксимации, как и в более простом случае использования полинома (раздел 11.4.1), является статистика  $S_{\text{ост}}/(n-k)$ . Эта величина должна быть близка к единице.

#### 11.4.5. Нелинейный метод наименьших квадратов

Даже если по смыслу задачи нас устраивает квадратичная мера близости между имеющимся набором точек и искомым аппроксиматором, далеко не всегда аппроксимирующая функция линейна по параметрам. А это требование является необходимым условием применимости МНК. Как поступают в этом случае?

Пусть требуется найти минимум некоторой многомерной функции  $f(\bar{x})$  — необязательно квадратичной формы. Эту функцию

принято называть «целевой функцией». Строится последовательность  $\{\bar{x}_k\}$ , сходящаяся к точке минимума  $\bar{x}^*$  функции  $f(\bar{x})$ :

$$\bar{x}_{k+1} = \bar{x}_k + \alpha_k \bar{p}_k, \quad k = 0, 1, \dots, \quad (11.23)$$

где  $\bar{p}_k$  — вектор направления движения к минимуму,  $\alpha_k$  — длина шага в направлении движения. Ниже в этом разделе знак «вектор» будет опускаться для краткости.

Разложим  $f(x)$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $x_k$  с точностью до второго члена разложения:

$$f(x) \approx (x_k) + \alpha (f'_k, p) + \alpha^2 \left( f''(x_0) p, p \right) = \psi(x), \quad (11.24)$$

где  $x_0 = x_k + \theta(x - x_k)$ ,  $\theta \in [0, 1]$ ;  $f'_k$  — значение градиента в точке  $x_k$ ;  $f''_k$  — матрица вторых производных в этой же точке;  $x = x_k + \alpha p$ .

Потребуем, чтобы последовательность (11.23) сходилась к минимуму монотонно. Это означает, что  $f(x_{k+1}) > f(x_k)$  для любого  $x_k$ . С учетом того, что в окрестностях минимума матрица  $f''_k$  положительно определена, для обеспечения монотонной сходимости требуется выполнения условия:

$$(f'_k, p) < 0. \quad (11.25)$$

Это универсальное требование для любого метода минимизации.

**Метод антиградиента.** Неравенство (11.25) с очевидностью выполняется, если в качестве направления движения выбрать  $p_k = -f'_k$ , т. е. направление антиградиента. Итерационная процедура для метода антиградиента имеет вид:

$$x_{k+1} = x_k - \alpha_k p_k, \quad k = 0, 1, \dots \quad (11.26)$$

Поучительна геометрическая интерпретация метода антиградиента. Пусть требуется найти минимум функции  $f = \frac{1}{2} \left( \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \right)$ .

Линии уровня этой функции  $f(x, y) = \text{const}$  выглядят как концентрические эллипсы (рис. 11.9). Пусть одна из них проходит через начальную точку  $x_0$ . Через эту же точку проведем касательную (а, б) к линии уровня. Тогда проекция вектора градиента, как известно,

будет перпендикулярна касательной. Сам градиент, по определению, направлен в сторону возрастания функции. След плоскости, в которой лежит градиент (и антиградиент) показан на рисунке пунктиром. Сечение функции  $f(x, y)$  этой плоскостью представляет собой параболу. Двигаться в направлении антиградиента следует до достижения минимума сечения (параболы) в направлении движения (точка d). На следующем шаге касательная к соответствующей линии уровня проводится уже через точку d, находится перпендикуляр и т. д. Естественно, существует аналитический аналог представленного геометрического подхода к выбору длины шага.

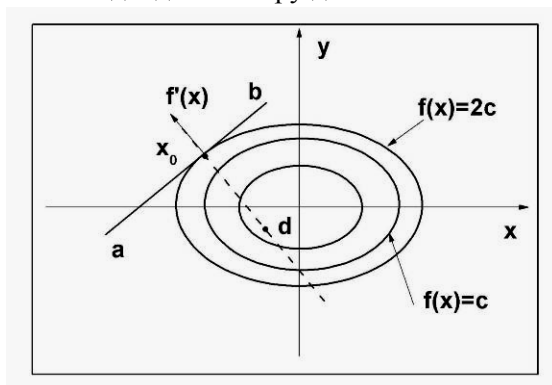


Рис. 11.9. Графическая иллюстрация поиска минимума двумерной функции методом антиградиента

Так как градиент, по определению, задает направление наискорейшего изменения функции, то последовательность (11.26) быстро сходится к точке минимума  $x^*$ . К сожалению, в непосредственной близости от точки минимума, когда компоненты вектора градиента малы, процедура поиска может возмущаться погрешностями численного вычисления градиента. От этого недостатка свободен другой метод поиска минимума, в котором используется информация о второй производной целевой функции.

**Метод Ньютона.** Можно показать, что функция  $\psi(x)$  (выражение (11.24)), если  $f(x)$  — выпуклая функция, достигает минимума, если



$$p = -(f'')^{-1} f' ,$$

где  $(f'')^{-1}$  — матрица, обратная матрице вторых производных. Такое направление движения также удовлетворяет требованию (11.25). Действительно:

$$(f', p) = -(f''p, p) > 0 ,$$

в силу выпуклости функции  $f(x)$ . Окончательно, итерационная процедура с выбранным вектором направлений выглядит следующим образом:

$$x_{k+1} = x_k - \alpha_k (f'')^{-1} f' . \quad (11.27)$$

Определяемый формулой (11.27) метод поиска называется методом Ньютона с регулировкой шага. В отличие от предыдущего, этот метод уже «не слепнет» в непосредственной близости от точки минимума. Основным недостатком метода Ньютона является необходимость обращения матрицы вторых производных. Эта процедура может быть неустойчивой. К настоящему времени разработаны методы многомерного поиска, близкие по эффективности методу Ньютона, но не требующие обращения матриц (например, метод двойственных направлений). Существуют также методы, представляющие суперпозицию методов антиградиента и Ньютона (метод Дэвидсона).

Различные методы численной многомерной минимизации реализованы в виде компьютерных программ доступных пользователю в открытых библиотеках (например, ЦЕРН). Важно представлять объективные трудности, возникающие при использовании даже таких профессионально написанных программных кодов. Рассмотрим для примера тестовую задачу по нахождению минимума некоторой функции (функции Розенброка):

$$f(x) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2 . \quad (11.28)$$

Линии уровня этой функции показаны на рис. 11.10.

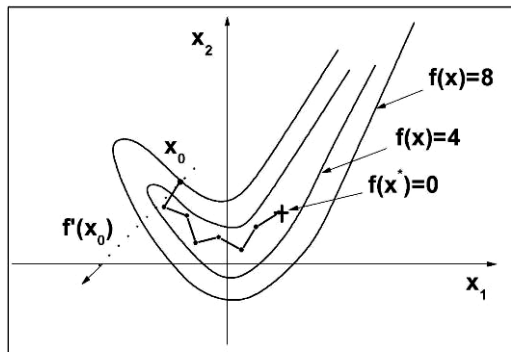


Рис. 11.10. Линии уровня функции Розенброка

Функция задает поверхность, напоминающую овраг с пологим дном и достаточно крутым изгибом в начале координат. Минимум достигается в точке  $(1, 1)$  (отмечена на рисунке крестом). Представим, что ищется минимум такой функции методом антиградиента, причем поиск стартует из точки  $x_0$ . Имея в виду геометрическую иллюстрацию метода антиградиента (рис. 11.9), легко видеть, что направление движения (показано стрелкой из точки  $x_0$ ) будет практически ортогональным направлению склонов «оврага» в окрестности точки  $x_0$ , так как именно это направление — направление наискорейшего изменения функции. Траектория поиска, задаваемая методом антиградиента, никогда не повернет «за угол», где располагается точка минимума. Это означает, что для метода антиградиента функция Розенброка является патологической. В то же время метод Ньютона (траектория поиска показана ломаной линией) позволяет найти минимум вследствие использования информации о вторых производных целевой функции при выборе направления поиска.

Численные методы минимизации многомерных функций (соответствующий раздел математики называется нелинейным программированием) представляют собой итерационные процедуры (11.23)), позволяющие достичь наперед заданной окрестности точ-

ки минимума. Имея в виду, что задача может оказаться патологической для выбранного метода минимизации, необходимо задать критерий останова программы, учитывающий это обстоятельство. Обычно итерации продолжаются до тех пор, пока значения аргумента и функции отличаются не менее чем на заданную величину для двух последовательных итераций. Завершение работы программы может быть обусловлено следующими причинами:

- найдена точка минимума (с наперед заданной погрешностью);
- найден локальный минимум;
- задача оказалась патологической.

Проблему с наличием локального минимума (или минимумов) легко понять на следующем примере. Пусть имеется горный рельеф, состоящий из нескольких котловин, дно которых расположено на разных высотах от уровня моря. Функция, описывающая такой рельеф, имеет несколько локальных минимумов, но только один глобальный — соответствующий самой глубокой из впадин. Критерии останова программы будут выполняться в любом из локальных минимумов и требуются дополнительные исследования, чтобы убедиться, что найденный минимум — глобальный.

### **11.5. Апостериорное улучшение разрешения измерительного тракта (восстановление спектров)**

Рассмотрим типичную задачу спектрометрии гамма-излучения. Пусть спектр возбужденных состояний некоторого ядра насчитывает три уровня. Их разрядка (переход ядра в основное состояние) происходит путем испускания гамма-квантов трех фиксированных энергий. Пусть для их регистрации используется ионизационный, например, полупроводниковый детектор. Даже в относительно простом случае, когда энергия регистрируемых квантов не превышает 1 МэВ, спектр амплитуд сигналов с детектора, облучаемого монохроматическими гамма-квантами, далек от дельта-функции (рис. 11.11). Наряду с узким пиком полного поглощения в сторону

меньших амплитуд тянется «хвост», обусловленный частичной потерей энергии регистрируемого кванта в результате комптоновского рассеяния.

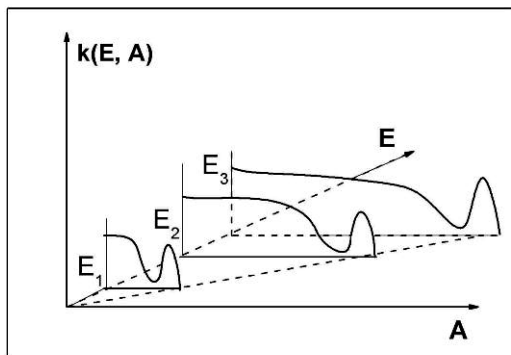


Рис. 11.11. Схематичное представление функции отклика ионизационного гамма-детектора. При облучении детектора гамма-квантами фиксированной энергии  $E$  регистрируется целый спектр сигналов с различными амплитудами  $A$

Как будет выглядеть регистрируемый амплитудный спектр  $u(A)$  при облучении детектора спектром гамма-квантов с интенсивностью  $z(E)$ ? Очевидно, что они будут связаны следующим соотношением:

$$\int_{E_{\min}}^{E_{\max}} k(E, A) z(E) dE = u(A). \quad (11.29)$$

Можно поставить задачу: найти «истинный» спектр гамма-квантов  $z(E)$  по измеренному амплитудному спектру  $u(A)$  и известной из калибровок функции отклика спектрометра  $k(E, A)$ . Дело сводится к решению интегрального уравнения, так как искомая функция в выражении (11.29) находится под знаком интеграла. Это уравнение называется уравнением Фредгольма первого рода с ядром  $k(E, A)$ .

Выражение (11.29) выходит далеко за рамки рассмотренного частного примера. Оно определяет влияние на измеряемый спектр значений некоторой физической величины характеристик измери-

тельного прибора, всегда не идеальных. Возникает весьма общая задача — по завершении измерений, апостериори, учесть искажающее влияние прибора, другими словами, восстановить истинный спектр или решить обратную задачу. Для того, чтобы подчеркнуть общий характер соотношения (11.29), перепишем его в переменных, не связанных с конкретным рассмотренным примером:

$$\int_a^b k(x,s)z(s) ds = u(x), \quad c \leq x \leq d \quad (11.30)$$

или в операторной форме

$$Az = u. \quad (11.31)$$

Оказывается, что при решении уравнения (11.30) относительно функции  $z(s)$  возникают специфические трудности, требующие специального анализа.

**Устойчивость задачи нахождения решения уравнения Фредгольма.** Убедимся, что решение уравнения (11.31), понимаемое в классическом смысле т. е.  $z = A^{-1}u$ , где  $A^{-1}$  — обратный оператор, не обладает свойством устойчивости к малым изменениям правой части. Рассмотрим функцию  $z_2 = z_1 + N \sin \omega s$ , где  $N$  и  $\omega$  — произвольные константы. Эта функция является решением уравнения

(11.31) с правой частью  $u_2 = u_1 + N \int_a^b k(x,s) \sin \omega s ds$ . Введем понятие

расстояния между двумя функциями. Так, если расстояние определяется в соответствии с выражением:

$$\rho_u(u_1, u_2) = \left\{ \int_c^d [u_1(x) - u_2(x)]^2 dx \right\}^{1/2} \quad (11.32)$$

то говорят, что расстояние задано в метрике  $L_2$  (среднеквадратичной). Если ввести:

$$\rho_F(z_1, z_2) = \max |z_1(s) - z_2(s)|, \quad s \in [a, b], \quad (11.33)$$

то расстояние измерено в метрике  $C$ .

Оценим расстояние между функциями  $u_1$  и  $u_2$  в метрике  $L_2$ :

$$\rho_u(u_1, u_2) = |N| \left\{ \int_c^d \int_a^b k(x, s) \sin \omega s \, ds \right\}^2 \Bigg\}^{1/2}, \quad (11.34)$$

а уклонение решений в метрике С:

$$\rho_F(z_1, z_2) = \max |z_2(s) - z_1(s)| = \max |N \sin \omega s| = |N|. \quad (11.35)$$

Из выражения (11.34) видно, что за счет выбора  $\omega$  расстояние между правым частями  $u_1$  и  $u_2$  можно сделать сколь угодно малым (под знаком интеграла стоит быстро осциллирующая знакопеременная функция). В то же время, расстояние между соответствующими решениями (11.35) может быть сколь угодно большим, что и демонстрирует отсутствие устойчивости. Полезно зафиксировать полученный результат в рамках следующего определения.

Пусть определено понятие «решение» и  $\forall$  (любому) элементу  $u \in U$  отвечает единственное решение  $z = R(u)$  из пространства  $F$ .

Задача нахождения  $z$  называется *устойчивой* на пространствах  $(F, U)$  если для  $\forall \varepsilon > 0 \exists$  (существует)  $\delta(\varepsilon) > 0$  такое, что из условия  $\rho_u(u_1, u_2) \leq \delta(\varepsilon)$  следует, что  $\rho_F(z_1, z_2) \leq \varepsilon$ .

В свою очередь: задача определения решения  $z$  из  $F$  по «исходным данным»  $u$  из  $U$  называется *корректно поставленной* на паре метрических пространств  $(F, U)$ , если:

- для  $\forall u \in U \exists z \in F$ ;
- решение определено однозначно;
- задача устойчива на  $(F, U)$ .

Таким образом, задача нахождения решения уравнения Фредгольма (11.30) является примером некорректно поставленной задачи. Следует подчеркнуть, что в соответствии с приведенными определениями устойчивость и корректность задачи зависят от выбора метрики функциональных пространств, на которых она рассматривается.

### 11.5.1. Регуляризирующий оператор

Решение некорректно поставленных задач потребовало нового подхода, впервые развитого академиком Тихоновым в рамках функционального анализа. Целью дальнейшего изложения является

неформальное ознакомление читателя с идеями и алгоритмами, предложенными для решения уравнения Фредгольма (11.31).

Прежде всего, более детально обсудим причину возникновения неустойчивости решения обратной задачи. Пусть решение  $z_1(s)$  выглядит так, как показано на рис.11.12, а. Функция  $z_2(s)$  получена из  $z_1(s)$  наложением знакопеременной осциллирующей функции.

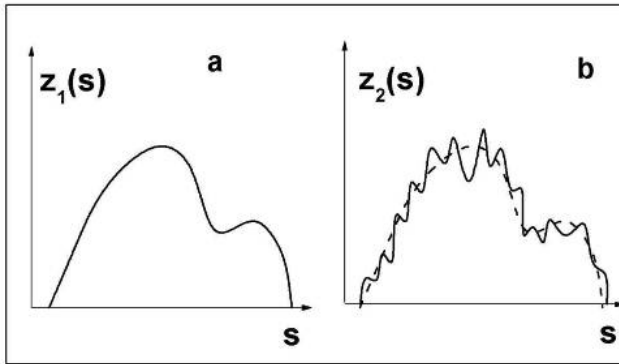


Рис. 11.12. Решение уравнения Фредгольма  $z_1(s)$  (а) и близкая функция  $z_2(s)$ , отличающаяся по гладкости (б)

Как уже отмечалось, интегралы от этих функций будут мало отличаться, хотя сами функции отличаются существенно. Так как проинтегрированная с весом  $k(x,s)$  функция  $z(s)$  и есть измеряемый в эксперименте спектр  $u(x)$ , то обсуждаемое отличие в интегралах может не превышать неопределенности, с которой известна  $u(x)$  из-за погрешности ее измерения  $\delta$ . Чтобы подчеркнуть это обстоятельство, далее будем обозначать измеренный спектр как  $u_\delta(x)$ . Таким образом, первичным источником «неприятностей» является неопределенность в  $u_\delta(x)$ , а интегральный оператор  $A$  из (11.31) позволяет «втиснуться» в эту щель очень разным функциям  $z(s)$ , в том числе, имеющим физически необусловленные осцил-

ляции. Общая идея метода регуляризации состоит в привлечении для нахождения устойчивого решения дополнительной (априорной) информации относительно свойств будущего решения. Из сравнения функций  $z_1(s)$  и  $z_2(s)$  ясно, что это должна быть информация о гладкости искомого решения. Техника его нахождения состоит в следующем.

Если ничего не знать о неустойчивости решения уравнения (11.31), то в рамках «наивного» подхода можно было бы искать решение как функцию, минимизирующую функционал:

$$N = \int_c^d (Az - u_\delta)^2 dx \quad (11.36)$$

аналогичный, по смыслу, исходному выражению (11.11) в методе наименьших квадратов. Однако оказывается, что найденное таким образом решение будет неустойчиво относительно малых изменений правой части  $u_\delta(x)$ .

Было предложено вместо исходной неустойчивой задачи решать близкую к ней, сводящуюся к минимизации функционала:

$$M^\alpha [z, u_\delta] = N(z, u_\delta) + \alpha \Omega[z], \quad (11.37)$$

где  $\alpha$  — положительный скалярный множитель, который называется параметром регуляризации, а функционал  $\Omega[z]$  — тихоновским стабилизатором.

По определению, тихоновским стабилизатором  $p$ -го порядка называется функционал вида:

$$\Omega[z] = \int_a^b \sum_{n=0}^p q_n(s) \left( \frac{d^n z}{ds^n} \right)^2 ds, \quad (11.38)$$

где  $q_n(s)$  — известные неотрицательные функции. Например, стабилизатор второго порядка в частном случае может иметь вид:

$$\Omega[z] = \int_a^b q(s) (z'')^2 ds. \quad (11.39)$$

Имея в виду, что решение находится минимизацией функционала  $M^\alpha$ , можно понять роль, которую играют в процессе нахождения решения его составные части:



$N(z, u_\delta)$  — очевидно, отвечает за близость будущего решения истинному или точному решению  $z_T$ ;

$\Omega[z]$  — определяет гладкость искомого решения. Действительно, функционал  $M^\alpha$  состоит из двух неотрицательных слагаемых, и минимум может доставить только такая функция  $z(s)$ , которая одновременно близка к  $z_T$  и обладает достаточной гладкостью (как известно, вторые производные, входящие в стабилизатор, например, (11.39), могут служить мерой кривизны соответствующей функции);

$\alpha$  — играет роль «дозатора» априорной информации о требуемой гладкости решения, содержащейся в стабилизаторе  $\Omega[z]$ .

Упомянутая выше близость решаемой задачи по поиску минимума функционала  $M^\alpha$  к исходной, сводящейся к минимизации функционала  $N$ , формально фиксируется требованием:  $\alpha \rightarrow 0$  при  $\delta \rightarrow 0$ .

Другими словами, найденное в рамках процедуры регуляризации решение тем ближе к  $z_T$ , чем меньше погрешность измеренного спектра  $\delta$ . Таким образом, процедура регуляризации обеспечивает нахождение устойчивого решения уравнения (11.31). Для технической реализации этой процедуры надо выбрать вид стабилизатора  $\Omega[z]$  и параметр регуляризации  $\alpha$ . Пусть они выбраны. Соответствующие подходы обсудим позднее, а теперь кратко остановимся на процедуре поиска минимума функционала  $M^\alpha$  (11.37).

В вариационном исчислении доказывается, что функция, доставляющая минимум функционалу, удовлетворяет уравнению Эйлера—Лагранжа (равенство нулю первой вариации):

$$\delta \{M^\alpha [z, u]\} = 0. \quad (11.40)$$

Будем считать, что условия, при которых теорема справедлива, выполнены. Тогда для нахождения минимума первой вариации надо произвести замену:

$$z \rightarrow z + \beta \varphi, \quad (11.41)$$

где  $\beta$  — малый параметр, а  $\varphi$  принадлежит тому же классу функций, что и  $z$  и ее квадрат нормы не превышает единицы. Если под-

ставить в функционал  $M^\alpha$  вместо  $z$  выражение (11.41), то получим функцию от  $\beta$ :

$$M^\alpha [u_\delta, z + \beta\varphi] = f(\beta). \quad (11.42)$$

Наконец, утверждается, что решение уравнения:

$$\frac{df}{d\beta}(\beta = 0) = 0 \quad (11.43)$$

и доставляет минимум функционалу  $M^\alpha$ . Выражение (11.43) представляет собой уравнение Эйлера—Лагранжа (11.40), записанное в развернутой форме. Де факто это интегро-дифференциальное уравнение, получаемое после выполнения преобразований (11.40—11.43). Для нахождения единственного решения этого уравнения необходимо задать краевые условия, например, значения искомой функции на границах:  $z(a) = c_1$ ,  $z(b) = c_2$ . В общем случае аналитическое решение уравнения отсутствует, поэтому его решают численно. Функции  $k(x, s)$ ,  $z(x)$  и  $u(s)$  заменяют на соответствующие сеточные функции  $k_{ij} = k(x_i, s_j)$ ,  $z_i = z(x_i)$ ,  $u_j = u(s_j)$  интегралы и производные приближают формулами численного интегрирования и дифференцирования. В результате уравнение (11.43) приводится к виду:

$$K\bar{z} = \bar{b}, \quad (11.44)$$

где  $\bar{z}$  — вектор решения,  $K$  — матрица и  $\bar{b}$  — вектор с компонентами, зависящими только от  $k_{ij}$ ,  $u_j$ , а также коэффициентов, входящих в формулы численного интегрирования. Окончательно регуляризованное решение уравнения (11.31) получается в виде:

$$\bar{z} = K^{-1}\bar{b}. \quad (11.45)$$

Как уже отмечалось, функционал  $M^\alpha$  (11.37) должен быть полностью определен перед процедурой его минимизации, т. е. должны быть известны стабилизатор  $\Omega[z]$  и параметр регуляризации  $\alpha$ . Чем более гладкое решение ожидается, исходя из априорных (физических) соображений, тем выше может быть степень использу-

мого стабилизатора. Один из наиболее последовательных подходов к нахождению  $\alpha$  будет обсужден ниже.

### 11.5.2. Нахождение параметра регуляризации

Для каждой из ряда  $\alpha_k$  и заданного  $\Omega[z]$  найдем решение  $z^{\alpha_k}$  (пользуясь выражением (11.45)) и поставим ему в соответствие

$u^{\alpha_k} = \int_a^b k(x, s) z^{\alpha_k} ds$ . Построим функцию  $Y$ :

$$Y = \int_c^d \left( \frac{u^{\alpha_k} - u_\delta}{S(x)} \right)^2 dx, \quad (11.46)$$

где  $S(x)$  — среднеквадратичная погрешность измерения спектра  $u_\delta$ . Покажем, что при некоторых условиях  $Y$  распределено по  $\chi^2$ . Заменяем в (11.46) интеграл суммой, а все функции на их сеточный аналог, как это уже делалось в предыдущем разделе. Тогда:

$$Y = \Delta x \sum_{k=1}^n \left( \frac{u^{\alpha_k}(x_k) - u_\delta(x_k)}{S_k} \right)^2. \quad (11.47)$$

Как это уже многократно показывалось, для того, чтобы статистика  $Y$  была распределена по  $\chi^2$  с  $n$  степенями свободы, требуется выполнение трех условий: каждое слагаемое в (11.47) должно быть распределено нормально, с нулевым средним и единичной дисперсией. Так как случайной величиной является только вектор  $u_\delta(x_k)$ , то именно компоненты этого вектора должны быть распределены нормально.

Это выполняется, если измеренный спектр  $u_\delta$  хорошо статистически обеспечен, так что биномиальное распределение числа отсчетов в конкретном канале можно аппроксимировать нормальным.

Допустим, что выполняется второе из перечисленных условий:

$$\langle u^{\alpha_k}(x_k) - u_\delta(x_k) \rangle = 0,$$

тогда  $\langle u_{\delta}(x_k) \rangle = u^{\alpha_k}(x_k)$ , но, по определению,  $\langle u_{\delta}(x_k) \rangle = u_T$ , т. е. точной правой части. Таким образом, обсуждаемое условие выполняется, если удалось выбрать такое  $\alpha_k$ , что  $u^{\alpha_k} = u_T$ .

Наконец, выполнение третьего из условий обеспечивается наличием в знаменателе дроби в формуле (11.47)  $S_k = \sqrt{D(u_{\delta}(x_k))}$ .

С учетом полученного, предлагается следующий алгоритм выбора  $\alpha_{\text{опт}}$  (рис. 11.13).

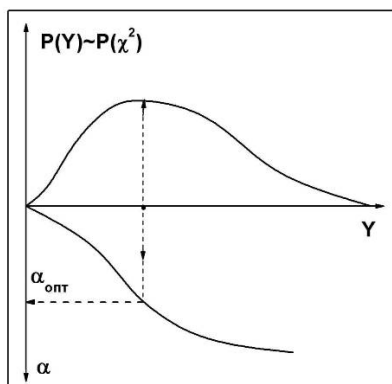


Рис. 11.13. Схема выбора оптимального значения параметра регуляризации  $\alpha_{\text{опт}}$

Строится зависимость  $Y(\alpha)$ , показанная в нижней части рис. 11.13. С этой целью для каждого задаваемого значения  $\alpha$  находится регуляризованное решение (11.45) и вычисляется  $Y$  согласно формуле (11.47). Определяем значение аргумента  $Y_{\max}$ , соответствующее максимуму распределения  $\chi^2$  с  $n$  степенями свободы (рис. 11.13, верхний график) и по графику  $Y(\alpha)$  находим  $\alpha_{\text{опт}}$ .

### 11.5.3. Уравнение типа свертки

Рассмотрим, прежде всего, следующую задачу. Пусть имеется случайная величина  $X$  с функцией распределения  $P_X$  и случайная

величина  $Y$  с функцией распределения  $P_Y$ . Как распределена их сумма:  $Z = X + Y$ ?

Вероятность получить конкретное  $z$  есть  $P_Z = P_X(x) \cdot P_Y(y)$ , но нас устраивают только пары  $(x, y)$ , дающие в сумме  $z$ , поэтому  $P_Z = P_X(x) \cdot P_Y(z - x)$ . Событие  $z = x + y$  реализуется в ряде частных случаев. Для получения полной вероятности наступления этого события надо просуммировать все парциальные вероятности (формула полной вероятности), поэтому окончательно (уже для непрерывных случайных величин  $X$  и  $Y$ ):

$$P_Z(z) = \int_G P_X(x) P_Y(z - x) dx, \quad (11.48)$$

где  $G$  — область определения  $X$ . Полученное выражение называется сверткой. По смыслу задачи можно констатировать, что свертка получается тогда, когда каждое фиксированное значение одной случайной величины «размывается» одним и тем же спектром значений другой. Типичный пример — суммирование спектров сигнала и шума в электронных приборах. Выражение (11.48) можно воспринимать и как частный случай соотношения (11.29). Действительно, если функция отклика спектрометра не зависит от энергии, т. е. одна и та же для любых значений энергии, связь измеренного спектра  $P_Z(z)$  с истинным спектром  $P_X(x)$  задается выражением (11.48). Восстановление истинного спектра в этом случае сводится к решению интегрального уравнения типа свертки.

Проанализируем устойчивость задачи нахождения решения уравнения типа свертки. В обозначениях, введенных ранее в (11.30), (11.31):

$$Az = \int_{-\infty}^{\infty} k(t - \tau) z(\tau) d\tau = u(t). \quad (11.49)$$

Пусть правая часть уравнения известна приближенно:

$$u(t) = u_T(t) + \xi(t), \quad (11.50)$$

где  $\xi(t)$  — помеха, шум, а  $u_T(t)$  — точная правая часть уравнения (11.49).

Как известно, фурье-образ свертки равен произведению фурье-образов подынтегральных функций. Поэтому:

$$z(\omega) = \frac{z(\omega)}{k(\omega)} = \frac{u_T(\omega)}{k(\omega)} + \frac{\zeta(\omega)}{k(\omega)}$$

или

$$z(\omega) = z_T(\omega) + \frac{\xi(\omega)}{k(\omega)}. \quad (11.51)$$

Естественным выглядит желание в качестве решения уравнения (11.49) взять обратное фурье-преобразование от выражения (11.51):

$$\begin{aligned} z(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} z(\omega) \exp(-i\omega t) d\omega = \\ &= z_T(t) + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\xi(\omega)}{k(\omega)} \exp(-i\omega t) d\omega. \end{aligned} \quad (11.52)$$

Определенная таким образом функция  $z(t)$  может и не существовать из-за расходимости второго слагаемого в (11.52). Действительно, так как  $k(\omega) \rightarrow 0$  и  $\zeta(\omega) \rightarrow 0$  при  $\omega \rightarrow \infty$ , но это стремление к нулю *несогласованное* — фурье-образ шума  $\zeta(\omega)$  спадает с ростом частоты медленнее, чем фурье-образ функции отклика  $k(\omega)$ . Таким образом, и обсуждаемая задача является неустойчивой.

Для получения устойчивого решения (обеспечения сходимости второго слагаемого в (11.52)) необходимо «задать» влияние высоких частот. Для этого можно умножить дробь  $\frac{u(\omega)}{k(\omega)}$  на некото-

рый множитель  $f(\omega, \alpha)$ , зависящий от параметра  $\alpha$  — как это и должно быть при введении регуляризирующего оператора. В качестве  $f(\omega, \alpha)$  часто выбирают функцию вида:

$$f(\omega, \alpha) = \frac{L(\omega)}{L(\omega) + \alpha M(\omega)}, \quad (11.53)$$

где  $L(\omega) = k(\omega)k(-\omega)$ , а  $M(\omega)$  — произвольная четная положительная функция.

Регуляризованное решение уравнения (11.49) определяется формулой:

$$z_\alpha(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{k(-\omega)u(\omega)\exp(-i\omega t)}{L(\omega) + \alpha M(\omega)} d\omega. \quad (11.54)$$

Эта функция минимизирует функционал:

$$M^\alpha[u, z] = \int_{-\infty}^{\infty} (Az - u)^2 dt + \alpha \Omega[z],$$

со стабилизатором:

$$\Omega[z] = \int_{-\infty}^{\infty} M(\omega) |z(\omega)|^2 d\omega. \quad (11.55)$$

Полагая  $M(\omega) = \sum_{n=0}^p q_n \omega^{2n}$ , где  $q_n$  — заданные неотрицательные константы, получаем по выражению (11.55) тихоновские стабилизаторы порядка  $p$ . Практика показывает, что почти всегда достаточно полагать  $M(\omega) = \omega^2$ .

**Определение параметра регуляризации.** В принципе, подходы к нахождению  $\alpha$ , развитые для решения уравнения Фредгольма первого рода с ядром общего вида (см., в частности, раздел 11.5.2), работают и для уравнения типа свертки. Вместе с тем, именно здесь удобно продемонстрировать тот факт, что регуляризация чревата внесением в решение ошибок метода.

Рассмотрим разность:

$$z_\alpha(t) - z_T(t) = \Delta_1(t, \alpha) + \Delta_2(t, \alpha), \quad (11.56)$$

где

$$\Delta_1 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u_T(\omega)}{k(\omega)} (f - 1) \exp(-i\omega t) d\omega \quad (11.57)$$

уклонение, связанное с ошибкой метода, а

$$\Delta_2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\omega)}{k(\omega)} f(\omega, \alpha) \exp(-i\omega t) d\omega \quad (11.58)$$

уклонение, связанное с ошибкой правой части уравнения (11.49).

Можно показать, что

$$\Delta_1 \rightarrow 0, \quad \Delta_2 \rightarrow \infty \quad \text{при} \quad \alpha \rightarrow 0.$$

Соответствующие тенденции изменения обсуждаемых погрешностей отражены в рис. 11.14, из которого следует, что существует некоторый оптимальный параметр регуляризации  $\alpha_{\text{опт}}$ .

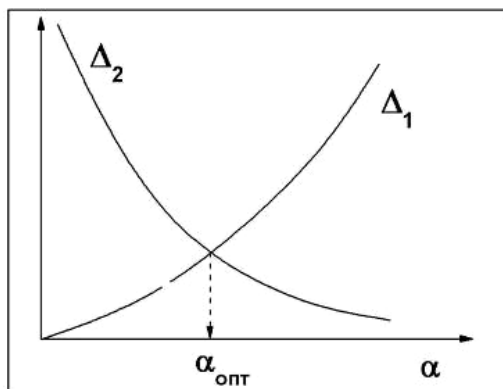


Рис. 11.14. Выбор оптимального параметра регуляризации при решении уравнения типа свертки

В заключение этого раздела следует отметить, что при решении практических задач восстановления спектров, искаженных измерительной аппаратурой, неустойчивость в решении обратной задачи плавно нарастает с увеличением погрешности измеренного спектра. Другими словами, растет коридор неопределенности, в который попадает найденное решение. Если по физической постановке задачи соответствующий коридор приемлем, решение может быть найдено и без введения регуляризации. Формально это предельный случай регуляризации с  $\alpha = 0$ .



## ПРИЛОЖЕНИЯ

### Приложение 1. Связь между лабораторной системой координат и системой центра масс

Предположим, что ядра мишени  $A$  с массой  $m_A$  остаются всегда в лабораторной системе координат (ЛСК) и взаимодействуют с ядрами бомбардирующей частицы “ $a$ ” с массой  $m_a$  и скоростью  $v_a$ . Скорость в системе центра масс (СЦМ) связана со скоростью в ЛСК:

$$V_{\text{СЦМ}} = \frac{m_a}{m_A + m_a} v_a. \quad (\text{П1.1})$$

Скорость бомбардирующей частицы в СЦМ:

$$v'_a = v_a - V_{\text{СЦМ}} \approx \frac{m_a}{m_A + m_a} v_a, \quad (\text{П1.2})$$

где  $v'_a$  обозначает скорость движения относительно СЦМ. Ядро мишени будет иметь скорость в СЦМ  $v_a = -V_{\text{СЦМ}}$ . Полный импульс равен нулю в СЦМ. И тогда  $m_a v'_a = -m_A v'_A$ , а скорости относятся как

$$\frac{v'_a}{v'_A} = \frac{m_A}{m_a}. \quad (\text{П1.3})$$

Энергия бомбардирующей частицы  $E = m_a v_a^2/2$  трансформируется:

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} m_a v_a^2 = \frac{1}{2} m_a v'^2_a + \frac{1}{2} m_A v'^2_A + \frac{1}{2} (m_a + m_A) V_{\text{СЦМ}}^2 = \\ &= \frac{1}{2} \mu_a v_a^2 + \frac{1}{2} M V_{\text{СЦМ}}^2 = E_a + E_{\text{СЦМ}}, \end{aligned} \quad (\text{П1.4})$$

где  $\mu_a$  — приведенная масса:

$$\mu_a = \frac{m_a m_A}{m_a + m_A} \quad (\text{П1.5})$$

и  $M$  — суммарная масса  $M = m_a + m_A$ .  $E_{\text{СЦМ}}$  — кинетическая энергия, соответствующая движению центра масс, а  $E_a$  — кинетическая энергия относительного движения в СЦМ:

$$E_a = \frac{m_A}{m_a + m_A} E. \quad (\text{П1.6})$$

После столкновения движение центра масс с энергией  $E_{\text{СЦМ}}$  и скоростью  $V_{\text{СЦМ}}$  не будет меняться. Энергия относительного движения  $E_a$  также не будет меняться при упругих столкновениях, однако направление движения двух частиц изменится. Если рассмотреть случай неупругого столкновения А(а,б)В и обозначить дефект масс в этой реакции  $Q_{\alpha\beta}$ , то

$$E_\beta = E_a + Q_{\alpha\beta}, \quad (\text{П1.7})$$

а приведенная масса в выходном канале:

$$\mu_\beta = \frac{m_b m_B}{m_b + m_B}. \quad (\text{П1.8})$$

В случае упругого рассеяния  $m_b = m_a$  и  $m_B = m_A$ ,  $\mu_a = \mu_\beta$ . Полный импульс в СЦМ равен нулю, а две остальные частицы разлетаются в противоположном направлении с равными, но противоположными импульсами. Их скорости в системе центра масс будут относиться:

$$(\text{П1.9})$$

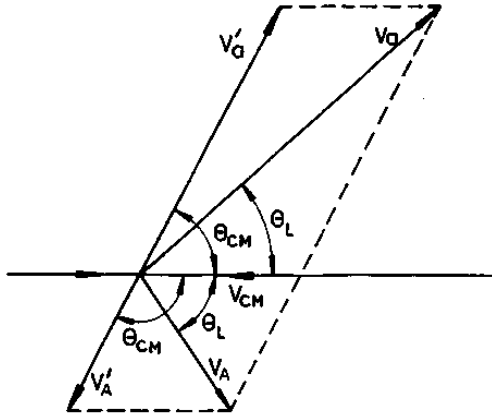


Рис. П1.1. Соотношение между скоростями в ЛСК и СЦМ при упругом рассеянии частиц

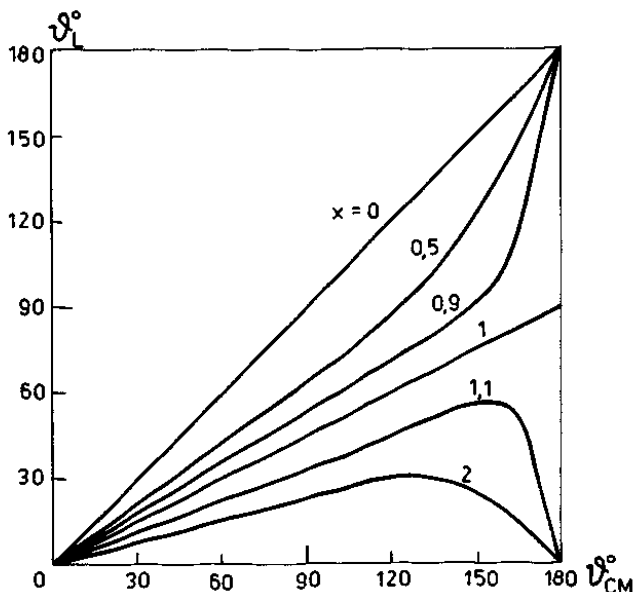


Рис. П1.2. Соотношение между углами рассеяния в ЛСК и СЦМ при различных соотношениях масс частицы и ядра мишени  $x = m_a/m_A$

### Частные случаи реакций

#### 1. Упругое рассеяние.

После упругого рассеяния скорости двух частиц не меняются. Однако в ЛСК их скорости оказываются другими в результате взаимодействия с ядром мишени. Рис. П1.1 показывает распределение скоростей после столкновения. Из этой диаграммы, учитывая геометрические правила синусов для треугольников, получаем

$$\frac{\sin(\theta_{\text{СЦМ}} - \theta_{\text{ЛСК}})}{\sin \theta_{\text{ЛСК}}} = \frac{V_{\text{СЦМ}}}{v'_a} = x, \quad (\text{П1.10})$$

где с учетом выражения (П1.2)

$$x = \frac{m_a}{m_A}. \quad (\text{П1.11})$$

Уравнение (П1.10) связывает углы рассеяния для частицы “а” в СЦМ и ЛСК. Соотношение этих углов показано на рис. П2.2 для

нескольких значений  $x$ . Когда  $x \leq 1$ ,  $\theta_{\text{ЛСК}}$  монотонно увеличивает-ся от 0 до  $\pi$ . Для  $x > 1$  два значения  $\theta_{\text{СЦМ}}$  получаются для одного и того же значения  $\theta_{\text{ЛСК}}$ , причем  $\theta_{\text{ЛСК}}$  имеет максимум при углах, меньших  $\pi$ . Этот случай можно объяснить физически так:  $x > 1$  означает, что налетающая частица тяжелее ядра мишени, и при центральном столкновении с ядром мишени она будет двигаться вперед. В СЦМ этот случай будет соответствовать рассеянию, в котором соответствующие углы отдачи провзаимодействовавших частиц связаны:

$$\alpha_{\text{СЦМ}} = 2\alpha_{\text{ЛСК}}, \quad (\text{П1.12})$$

т. к.  $v'_A = V_{\text{СЦМ}}$ . Учитывая, что  $\alpha_{\text{СЦМ}} = \pi - \theta_{\text{СЦМ}}$ , получаем

$$\alpha_{\text{ЛСК}} = \frac{1}{2}(\pi - \theta_{\text{СЦМ}}). \quad (\text{П1.13})$$

Другое соотношение между углами может быть получено из равенства перпендикулярного и параллельного составляющих импульса:

$$\begin{aligned} v'_a \sin \theta_{\text{СЦМ}} &= v_a \sin \theta_{\text{ЛСК}}, \\ v'_a \cos \theta_{\text{СЦМ}} + V_{\text{СЦМ}} &= v_a \cos \theta_{\text{ЛСК}}, \end{aligned}$$

отсюда получаем

$$\tan \theta_{\text{ЛСК}} = \frac{\sin \theta_{\text{СЦМ}}}{x + \cos \theta_{\text{СЦМ}}} \quad (\text{П1.14})$$

или

$$\cos \theta_{\text{ЛСК}} = \frac{x + \cos \theta_{\text{СЦМ}}}{(1 + x^2 + 2x \cos \theta_{\text{СЦМ}})^{1/2}}. \quad (\text{П1.15})$$

Полное конечное сечение определяется числом частиц, рассеянных внутри телесного угла  $d\Omega_{\text{ЛСК}}$  в направлении  $(\theta_{\text{ЛСК}}, \varphi_{\text{ЛСК}})$  или рассеянных в  $d\Omega_{\text{СЦМ}}$  и соответствующих направлениям  $(\theta_{\text{СЦМ}}, \varphi_{\text{СЦМ}})$ . Тогда дифференциальное сечение в двух системах координат соотносятся как

$$\sigma_{\text{ЛСК}}(\theta_{\text{ЛСК}})d\Omega_{\text{ЛСК}} = \sigma_{\text{СЦМ}}(\theta_{\text{СЦМ}})d\Omega_{\text{СЦМ}}. \quad (\text{П1.16})$$

Учитывая, что переход между ЛСК и СЦМ симметричен по азимуту относительно направления пучка, имеем

$$\varphi_{\text{ЛСК}} = \varphi_{\text{СЦМ}} = \varphi$$

и соотношение сечений:

$$\frac{\sigma_{\text{СЦМ}}}{\sigma_{\text{ЛСК}}} = \frac{d\Omega_{\text{ЛСК}}}{d\Omega_{\text{СЦМ}}} = \frac{d(\cos\theta_{\text{ЛСК}})}{d(\cos\theta_{\text{СЦМ}})}. \quad (\text{П1.17})$$

Подставляя выражение (П1.15), мы получаем

$$\frac{d(\cos\theta_{\text{ЛСК}})}{d(\cos\theta_{\text{СЦМ}})} = \frac{1 + x \cos\theta_{\text{СЦМ}}}{(1 + x^2 + 2x \cos\theta_{\text{СЦМ}})^{3/2}}. \quad (\text{П1.18})$$

Это выражение можно преобразовать для ЛСК в таком виде:

$$\frac{d(\cos\theta_{\text{ЛСК}})}{d(\cos\theta_{\text{СЦМ}})} = \frac{(1 - x^2 \sin^2\theta_{\text{ЛСК}})^{1/2}}{x \cos\theta_{\text{ЛСК}} + (1 - x^2 \sin^2\theta_{\text{ЛСК}})^{1/2}}. \quad (\text{П1.19})$$

## 2. Неупругое рассеяние.

В случае неупругого рассеяния частицы на ядре мишени выражения (П1.10) и (П1.14) ÷ (П1.19) для  $x$  сохраняются. Для реакции типа  $A(a,b)B$  выражение для  $x$  имеет вид:

$$x = \frac{V_{\text{СЦМ}}}{v'_b} = \left[ \frac{m_a m_b}{m_A m_B} \cdot \frac{E_a}{E_a + Q_{\alpha\beta}} \right]^{1/2}. \quad (\text{П1.20})$$

Здесь  $x$  означает отношение скоростей СЦМ к скорости рассеяния частицы в СЦМ (сравнить с выражением (П1.10)). Соотношение (П1.12) не работает, поскольку в основном не имеем  $v'_B = V_{\text{СЦМ}}$ .

## 3. Специальный случай

Когда  $x=1$  для упругого рассеяния двух частиц одинаковой массы, формула (П1.10) дает  $\theta_{\text{СЦМ}} = 2\theta_{\text{ЛСК}}$ , и, таким образом,  $\theta_{\text{ЛСК}}$  будет равняться  $\pi/2$  (см. рис. П2.2). Сечения в двух системах в этом случае связаны как:

$$\frac{\sigma_{\text{ЛСК}}(\theta_{\text{ЛСК}})}{\sigma_{\text{СЦМ}}(\theta_{\text{СЦМ}})} = 4 \cos\theta_{\text{ЛСК}}. \quad (\text{П1.21})$$

Поскольку часто угловые распределения являются симметричными в СЦМ ( $\sigma_{\text{СЦМ}} = \text{const}$  в случае низкоэнергетического упругого рассеяния нейтрона на протоне), угловые распределения в ЛСК

пропорциональны  $\cos\theta_{\text{ЛСК}}$ . Поэтому выражение (П1.13) для этого случая упругого рассеяния приобретает вид:

$$\alpha_{\text{ЛСК}} + \theta_{\text{ЛСК}} = \pi/2. \quad (\text{П1.22})$$

Отсюда видно, что рассеянная частица и частица отдачи движутся в одном угле в ЛСК. Когда  $x \ll 1$ , можно перейти к степенной зависимости от  $x$ , например,

$$\theta_{\text{СЦМ}} \approx \theta_{\text{ЛСК}} + x \sin \theta_{\text{ЛСК}},$$

и  $\theta$  также мало:

$$\theta_{\text{СЦМ}} \approx (1+x)\theta_{\text{ЛСК}}.$$

Тогда

$$\frac{\sigma_{\text{ЛСК}}(\theta_{\text{ЛСК}})}{\sigma_{\text{СЦМ}}(\theta_{\text{СЦМ}})} = 1 + 2x \cos \theta_{\text{ЛСК}},$$

$$\frac{\sigma_{\text{ЛСК}}(\theta_{\text{ЛСК}})}{\sigma_{\text{СЦМ}}(\theta_{\text{СЦМ}})} = 1 - 2x \cos \theta_{\text{ЛСК}}.$$

## Приложение 2. Квантовые характеристики ядерных уровней

Таблица П.2.1.

Энергии уровней  $2^+$ , приведенные вероятности электрических квадрупольных переходов, ядерные квадрупольные моменты и параметры деформации четно-четных ядер

Ядро	E(2+), кэВ	B(E2, 0-2)e <sup>2</sup> , барн <sup>2</sup>	Q <sub>0</sub> , барн	$\langle \beta^2 \rangle^{1/2}$
<sup>20</sup> Ne	1633,7	0,0340(30)	0,584(26)	0,73(3)
<sup>22</sup> Ne	1274,6	0,0230(10)	0,481(10)	0,56(1)
<sup>24</sup> Mg	1368,7	0,0432(11)	0,659(8)	0,61(1)
<sup>26</sup> Mg	1808,7	0,0305(13)	0,554(12)	0,48(1)
<sup>28</sup> Si	1779,0	0,0326(12)	0,572(11)	0,41(1)
<sup>30</sup> Si	2235,3	0,0215(10)	0,465(11)	0,31(1)
<sup>32</sup> S	2230,3	0,0300(13)	0,549(15)	0,31(1)
<sup>34</sup> S	2127,6	0,0212(12)	0,461(13)	0,25(1)
<sup>36</sup> S	3290,9	0,0104(28)	0,320(44)	0,17(2)
<sup>36</sup> Ar	1970,4	0,0300(30)	0,548(27)	0,26(1)
<sup>38</sup> Ar	2167,5	0,0130(10)	0,361(14)	0,16(1)

Ядро	$E(2^+)$ , кэВ	$B(E2, 0-2)\epsilon^2$ , барн <sup>2</sup>	$Q_0$ , барн	$\langle\beta^2\rangle^{1/2}$
<sup>40</sup> Ar	1460,9	0,0330(40)	0,575(35)	0,25(1)
<sup>40</sup> Ca	3904,4	0,0099(17)	0,314(27)	0,12(1)
<sup>42</sup> Ca	1534,7	0,0420(30)	0,649(23)	0,25(1)
<sup>44</sup> Ca	1157,0	0,0470(20)	0,687(15)	0,253(5)
<sup>46</sup> Ca	1346,0	0,0182(13)	0,427(15)	0,153(5)
<sup>48</sup> Ca	3831,7	0,0095(32)	0,30(5)	0,11(2)
<sup>46</sup> Ti	889,3	0,095(5)	0,977(26)	0,317(8)
<sup>48</sup> Ti	983,5	0,072(4)	0,850(24)	0,269(7)
<sup>50</sup> Ti	1553,8	0,029(4)	0,539(7)	0,166(11)
<sup>50</sup> Cr	783,9	0,108(6)	1,042(29)	0,293(8)
<sup>52</sup> Cr	1434,0	0,066(3)	0,814(19)	0,223(5)
<sup>54</sup> Cr	834,9	0,087(4)	0,935(22)	0,250(6)
<sup>54</sup> Fe	1408,2	0,062(5)	0,789(32)	0,195(8)
<sup>56</sup> Fe	846,8	0,098(4)	0,992(20)	0,239(5)
<sup>58</sup> Fe	810,8	0,120(4)	1,098(18)	0,259(4)
<sup>58</sup> Ni	1454,0	0,069(2)	0,836(12)	0,183(3)
<sup>60</sup> Ni	1332,6	0,093(2)	0,968(8)	0,207(2)
<sup>62</sup> Ni	1172,9	0,089(2)	0,946(13)	0,198(3)
<sup>64</sup> Ni	1345,7	0,076(8)	0,873(46)	0,179(9)
<sup>64</sup> Zn	991,6	0,160(15)	1,27(6)	0,242(11)
<sup>66</sup> Zn	1039,4	0,135(10)	1,64(4)	0,218(8)
<sup>68</sup> Zn	1077,4	0,124(15)	1,11(7)	0,205(12)
<sup>70</sup> Zn	884,8	0,160(14)	1,27(6)	0,228(10)
<sup>70</sup> Ge	1039,2	0,176(4)	1,330(15)	0,224(3)
<sup>72</sup> Ge	834,0	0,213(6)	1,463(21)	0,242(4)
<sup>74</sup> Ge	595,8	0,300(6)	1,737(17)	0,282(3)
<sup>76</sup> Ge	562,9	0,268(8)	1,641(25)	0,262(4)
<sup>74</sup> Se	634,8	0,387(8)	1,972(20)	0,302(3)
<sup>76</sup> Se	559,1	0,420(10)	2,055(24)	0,309(4)
<sup>78</sup> Se	613,7	0,335(9)	1,835(25)	0,271(4)
<sup>80</sup> Se	666,2	0,235(6)	1,595(19)	0,232(5)
<sup>82</sup> Se	654,7	0,182(5)	1,353(19)	0,193(3)

Ядро	$E(2^+)$ , кэВ	$B(E2, 0-2)e^2$ , барн <sup>2</sup>	$Q_0$ , барн	$\langle\beta^2\rangle^{1/2}$
<sup>78</sup> Kr	445,0	0,63(4)	2,52(8)	0,35(1)
<sup>80</sup> Kr	616,6	0,37(2)	1,93(5)	0,26(1)
<sup>82</sup> Kr	776,5	0,22(1)	1,50(3)	0,202(4)
<sup>84</sup> Kr	881,6	0,125(6)	1,12(3)	0,149(4)
<sup>86</sup> Kr	1564,9	0,12(1)	1,11(4)	0,145(6)
<sup>84</sup> Sr	793,3	0,29(4)	1,70(13)	0,214(16)
<sup>86</sup> Sr	1076,7	0,13(1)	1,13(6)	0,140(8)
<sup>88</sup> Sr	1836,1	0,092(5)	0,96(3)	0,117(3)
<sup>90</sup> Zr	2186,3	0,061(4)	0,78(3)	0,089(4)
<sup>92</sup> Zr	934,5	0,083(6)	0,91(3)	0,102(4)
<sup>94</sup> Zr	918,8	0,066(14)	0,81(9)	0,09(1)
<sup>96</sup> Zr	1750,5	0,055(22)	0,73(15)	0,08(2)
<sup>92</sup> Mo	1509,5	0,097(6)	0,99(3)	0,106(3)
<sup>94</sup> Mo	871,1	0,203(4)	1,43(1)	0,151(2)
<sup>96</sup> Mo	778,2	0,271(5)	1,65(2)	0,172(2)
<sup>98</sup> Mo	787,4	0,367(10)	1,64(3)	0,168(3)
<sup>100</sup> Mo	535,6	0,510(10)	2,28(2)	0,231(2)
<sup>96</sup> Ru	832,6	0,25(1)	1,59(3)	0,158(3)
<sup>98</sup> Ru	652,4	0,39(1)	1,98(3)	0,195(3)
<sup>100</sup> Ru	539,5	0,49(1)	2,22(1)	0,215(1)
<sup>102</sup> Ru	475,1	0,63(1)	2,52(2)	0,240(2)
<sup>104</sup> Ru	358,0	0,82(1)	2,87(2)	0,271(2)
<sup>102</sup> Pd	556,4	0,46(3)	2,15(7)	0,196(6)
<sup>104</sup> Pd	555,8	0,56(3)	2,32(8)	0,209(7)
<sup>106</sup> Pd	511,8	0,66(3)	2,57(7)	0,229(6)
<sup>108</sup> Pd	433,9	0,76(4)	2,76(7)	0,243(6)
<sup>110</sup> Pd	373,8	0,87(4)	2,96(7)	0,257(6)
<sup>106</sup> Cd	632,6	0,41(2)	2,03(5)	0,173(4)
<sup>108</sup> Cd	639,0	0,43(2)	2,08(5)	0,175(4)
<sup>110</sup> Cd	657,7	0,45(2)	2,13(5)	0,177(4)
<sup>112</sup> Cd	617,5	0,51(2)	2,26(4)	0,186(4)
<sup>114</sup> Cd	558,5	0,54(2)	2,34(4)	0,191(4)



Ядро	$E(2^+)$ , кэВ	$B(E2, 0-2)e^2$ , барн <sup>2</sup>	$Q_0$ , барн	$\langle \beta^2 \rangle^{1/2}$
<sup>116</sup> Cd	511,8	0,56(2)	2,37(4)	0,191(4)
<sup>112</sup> Sn	1256,8	0,24(1)	1,55(4)	0,123(4)
<sup>114</sup> Sn	1299,9	0,24(5)	1,54(16)	0,121(13)
<sup>116</sup> Sn	1293,6	0,209(6)	1,45(2)	0,110(2)
<sup>118</sup> Sn	1229,7	0,209(8)	1,45(3)	0,110(2)
<sup>120</sup> Sn	1178,8	0,202(4)	1,42(1)	0,108(1)
<sup>122</sup> Sn	1149,5	0,192(4)	1,39(1)	0,104(1)
<sup>124</sup> Sn	1131,7	0,166(4)	1,29(2)	0,095(1)
<sup>120</sup> Te	560,4	0,77(16)	2,77(9)	0,20(2)
<sup>122</sup> Te	564,1	0,660(6)	2,58(1)	0,185(1)
<sup>124</sup> Te	602,7	0,568(6)	2,39(1)	0,169(1)
<sup>126</sup> Te	666,3	0,475(10)	2,18(2)	0,153(2)
<sup>128</sup> Te	743,3	0,383(6)	1,96(2)	0,136(1)
<sup>130</sup> Te	839,5	0,295(7)	1,72(2)	0,118(1)
<sup>124</sup> Xe	354,1	0,96(6)	3,11(10)	0,212(7)
<sup>126</sup> Xe	388,6	0,77(3)	2,78(4)	0,188(3)
<sup>128</sup> Xe	442,9	0,75(4)	2,74(7)	0,184(5)
<sup>130</sup> Xe	536,1	0,65(5)	2,55(10)	0,169(7)
<sup>132</sup> Xe	667,7	0,46(3)	2,15(7)	0,141(5)
<sup>134</sup> Xe	847,0	0,34(6)	1,84(10)	0,132(7)
<sup>36</sup> Xe	1313,0	0,36(6)	1,90(16)	0,122(10)
<sup>30</sup> Ba	357,4	1,16(2)	3,42(2)	0,218(2)
<sup>32</sup> Ba	464,6	0,86(6)	2,94(10)	0,186(6)
<sup>134</sup> Ba	604,7	0,66(1)	2,57(1)	0,161(1)
<sup>136</sup> Ba	818,5	0,41(1)	2,03(2)	0,126(1)
<sup>138</sup> Ba	1435,8	0,23(1)	1,52(3)	0,093(2)
<sup>136</sup> Ce	552,2	0,81(9)	2,85(16)	0,170(9)
<sup>138</sup> Ce	788,7	0,45(3)	2,13(7)	0,126(4)
<sup>140</sup> Ce	1556,2	0,30(1)	1,73(2)	0,102(1)
<sup>142</sup> Ce	641,3	0,48(1)	2,20(1)	0,128(1)
<sup>142</sup> Nd	1575,8	0,256(6)	1,63(2)	0,092(1)
<sup>144</sup> Nd	696,5	0,491(5)	2,22(1)	0,124(1)

Ядро	$E(2^+)$ , кэВ	$B(E2, 0-2)e^2$ , барн <sup>2</sup>	$Q_0$ , барн	$\langle \beta^2 \rangle^{1/2}$
<sup>146</sup> Nd	453,8	0,76(3)	2,76(4)	0,152(2)
<sup>148</sup> Nd	301,7	1,35(5)	3,68(7)	0,201(4)
<sup>150</sup> Nd	130,2	2,76(4)	5,27(4)	0,285(2)
<sup>144</sup> Sm	1660,2	0,262(6)	3,41(4)	0,087(1)
<sup>148</sup> Sm	550,2	0,72(3)	5,55(12)	0,142(3)
<sup>150</sup> Sm	323,8	1,35(3)	7,38(8)	0,193(2)
<sup>152</sup> Sm	121,8	3,46(6)	11,9(1)	0,306(3)
<sup>154</sup> Sm	82,0	4,86(5)	13,3(1)	0,341(2)
<sup>152</sup> Gd	344,3	1,67(14)	4,04(17)	0,206(9)
<sup>154</sup> Gd	123,1	3,89(7)	6,25(6)	0,312(3)
<sup>156</sup> Gd	89,0	4,64(5)	6,83(4)	0,338(2)
<sup>158</sup> Gd	79,5	5,02(5)	7,10(4)	0,348(2)
<sup>160</sup> Gd	75,3	5,25(6)	7,26(4)	0,353(2)
<sup>156</sup> Dy	137,8	3,71(4)	6,11(3)	0,293(2)
<sup>158</sup> Dy	98,9	4,66(5)	6,84(4)	0,325(7)
<sup>160</sup> Dy	86,8	5,1(1)	7,18(8)	0,329(4)
<sup>162</sup> Dy	80,7	5,3(1)	7,33(8)	0,343(4)
<sup>164</sup> Dy	73,4	5,60(5)	7,50(3)	0,348(2)
<sup>162</sup> Er	102,0	5,01(6)	7,10(4)	0,322(2)
<sup>164</sup> Er	91,4	5,45(6)	7,40(4)	0,333(2)
<sup>166</sup> Er	80,6	5,83(5)	7,66(3)	0,342(2)
<sup>168</sup> Er	79,8	5,79(10)	7,63(7)	0,338(3)
<sup>170</sup> Er	78,6	5,82(10)	7,65(7)	0,339(3)
<sup>168</sup> Yb	87,7	5,6(3)	7,49(20)	0,322(5)
<sup>170</sup> Yb	84,3	5,8(1)	7,63(9)	0,326(4)
<sup>172</sup> Yb	78,7	6,04(7)	7,79(4)	0,330(2)
<sup>174</sup> Yb	76,5	5,94(6)	7,73(4)	0,325(2)
<sup>176</sup> Yb	82,1	5,3(2)	7,30(13)	0,305(5)
<sup>174</sup> Hf	91,0	4,9(3)	7,0(2)	0,286(9)
<sup>176</sup> Hf	88,4	5,3(1)	7,28(7)	0,295(3)
<sup>178</sup> Hf	93,2	4,8(1)	6,96(4)	0,280(2)
<sup>180</sup> Hf	93,3	4,7(1)	6,85(9)	0,274(4)

Ядро	$E(2^+)$ , кэВ	$B(E2, 0-2)e^2$ , барн <sup>2</sup>	$Q_0$ , барн	$\langle \beta^2 \rangle^{1/2}$
<sup>180</sup> W	103,5	4,2(2)	6,5(2)	0,254(7)
<sup>182</sup> W	100,1	4,2(1)	6,5(1)	0,261(3)
<sup>184</sup> W	111,2	3,8(1)	6,2(1)	0,236(4)
<sup>186</sup> W	122,3	3,5(1)	5,9(1)	0,226(4)
<sup>184</sup> Os	119,8	3,2(2)	5,7(1)	0,213(5)
<sup>186</sup> Os	137,2	2,9(1)	5,4(1)	0,200(4)
<sup>188</sup> Os	155,0	2,55(5)	5,06(5)	0,186(2)
<sup>190</sup> Os	186,7	2,35(6)	4,86(6)	0,177(2)
<sup>192</sup> Os	205,8	2,10(3)	4,59(3)	0,167(1)
<sup>190</sup> Pt	295,8	1,7(2)	4,2(3)	0,149(9)
<sup>192</sup> Pt	316,5	1,87(4)	4,34(5)	0,153(2)
<sup>194</sup> Pt	328,5	1,64(2)	4,06(3)	0,143(1)
<sup>196</sup> Pt	355,7	1,37(2)	3,72(2)	0,130(1)
<sup>198</sup> Pt	407,2	1,08(1)	3,29(2)	0,114(1)
<sup>196</sup> Hg	426,0	1,15(5)	3,40(7)	0,115(2)
<sup>198</sup> Hg	411,8	0,99(1)	3,15(2)	0,1065(6)
<sup>200</sup> Hg	367,9	0,85(1)	2,93(2)	0,0982(6)
<sup>202</sup> Hg	439,5	0,61(1)	2,48(2)	0,0826(7)
<sup>204</sup> Hg	436,5	0,42(1)	2,07(2)	0,0686(6)
<sup>204</sup> Pb	899,2	0,162(4)	1,28(2)	0,0412(5)
<sup>206</sup> Pb	803,1	0,100(2)	1,00(1)	0,0322(3)
<sup>208</sup> Pb	4085,4	0,30(3)	1,73(9)	0,055(3)
<sup>226</sup> Ra	67,0	5,15(14)	7,2(2)	0,23(3)
<sup>232</sup> Th	53,4	9,28(10)	9,66(5)	0,282(3)
<sup>234</sup> U	49,4	10,66(20)	10,3(1)	0,282(3)
<sup>238</sup> U	43,5	12,09(20)	11,0(1)	0,301(2)
<sup>242</sup> Pu	49,5	13,40(15)	11,61(7)	0,310(2)
<sup>244</sup> Pu	45,0	13,68(16)	11,73(7)	0,312(20)
<sup>246</sup> Cm	42,7	13,96(18)	12,26(7)	0,315(2)
<sup>248</sup> Cm	43,4	14,99(18)	12,28(7)	0,316(2)
<sup>252</sup> Cf	45,7	16,7(4)	13,0(4)	0,31(1)

Таблица П.2.2.  
Характеристики электрических октупольных состояний в четно-четных ядрах

Ядро	$E(3^-)$ , МэВ	$B(E3, 0 \rightarrow 3)e^2$ , барн <sup>2</sup>	$\beta_3$
<sup>70</sup> Ge	2,511	0,064(10)	0,27(4)
<sup>72</sup> Ge	2,515	0,057(11)	0,23(4)
<sup>74</sup> Se	2,350	0,021(5)	0,15(4)
<sup>76</sup> Se	2,429	0,030(5)	0,16(3)
<sup>78</sup> Se	2,507	0,027(3)	0,17(2)
<sup>80</sup> Se	2,726	0,009(2)	0,16(4)
<sup>94</sup> Mo	2,534	0,062(12)	0,070(14)
<sup>96</sup> Mo	2,235	0,092(12)	0,095(13)
<sup>98</sup> Mo	2,018	0,133(13)	0,109(12)
<sup>100</sup> Mo	1,908	0,154(15)	0,132(13)
<sup>100</sup> Ru	2,167	0,092(10)	0,15(2)
<sup>102</sup> Ru	2,044	0,066(10)	0,14(2)
<sup>104</sup> Ru	1,970	0,098(4)	0,16(1)
<sup>104</sup> Pd	2,194	0,072(7)	0,12(1)
<sup>106</sup> Pd	2,084	0,128(20)	0,16(2)
<sup>108</sup> Pd	2,047	0,104(30)	0,14(4)
<sup>110</sup> Pd	2,038	0,098(16)	0,14(2)
<sup>106</sup> Cd	2,378	0,16(4)	0,19(5)
<sup>108</sup> Cd	2,202	0,15(1)	0,19(2)
<sup>110</sup> Cd	2,079	0,13(1)	0,18(1)
<sup>112</sup> Cd	2,005	0,115(19)	0,14(2)
<sup>114</sup> Cd	1,958	0,131(15)	0,18(2)
<sup>116</sup> Cd	1,922	0,100(11)	0,13(1)
<sup>112</sup> Sn	2,355	0,087(12)	0,09(1)
<sup>114</sup> Sn	2,275	0,127(17)	0,11(1)
<sup>116</sup> Sn	2,166	0,097(14)	0,10(2)
<sup>118</sup> Sn	2,234	0,094(13)	0,10(2)
<sup>120</sup> Sn	2,401	0,090(17)	0,09(2)
<sup>122</sup> Sn	2,492	0,110(17)	0,11(2)
<sup>132</sup> Ba	2,069	0,176(22)	0,17(2)

Ядро	$E(3^-)$ , МэВ	$B(E3, 0-3)e^2$ , барн <sup>2</sup>	$\beta_3$
<sup>134</sup> Ba	2,254	0,148(18)	0,15(2)
<sup>136</sup> Ba	2,552	0,155(18)	0,16(2)
<sup>138</sup> Ba	2,881	0,133(13)	0,14(1)
<sup>140</sup> Ce	2,464	0,26(16)	0,14(2)
<sup>142</sup> Ce	1,653	0,202(13)	0,12(2)
<sup>144</sup> Nd	1,511	0,263(10)	0,14(1)
<sup>146</sup> Nd	1,190	0,40(8)	0,16(3)
<sup>148</sup> Nd	0,999	0,32(7)	0,14(3)
<sup>150</sup> Nd	0,935	0,18(3)	0,11(2)
<sup>144</sup> Sm	1,810	0,27(5)	0,17(3)
<sup>148</sup> Sm	1,161	0,35(4)	0,21(2)
<sup>150</sup> Sm	1,071	0,32(5)	0,20(3)
<sup>154</sup> Gd	1,252	0,21(5)	0,14(3)
<sup>156</sup> Gd	1,276	0,171(7)	0,11(1)
<sup>158</sup> Gd	1,042	0,124(7)	0,08(1)
<sup>160</sup> Gd	1,289	0,121(7)	0,08(1)
<sup>156</sup> Dy	1,369	0,22(7)	0,14(4)
<sup>158</sup> Dy	1,397	0,23(5)	0,15(3)
<sup>160</sup> Dy	1,287	0,171(10)	0,11(1)
<sup>162</sup> Dy	1,210	0,124(7)	0,08(1)
<sup>164</sup> Dy	1,039	0,121(7)	0,08(1)
<sup>162</sup> Er	1,357	0,19(4)	0,12(3)
<sup>164</sup> Er	1,434	0,15(3)	0,10(2)
<sup>166</sup> Er	1,514	0,061(10)	0,04(1)
<sup>168</sup> Er	1,431	0,043(6)	0,03(1)
<sup>170</sup> Yb	1,397	0,11(4)	0,07(2)
<sup>172</sup> Yb	1,222	0,045(3)	0,03(1)
<sup>174</sup> Yb	1,382	0,09(3)	0,06(2)
<sup>176</sup> Yb	1,542	0,015(5)	0,010(3)
<sup>176</sup> Hf	1,313	0,09(3)	0,06(2)
<sup>178</sup> Hf	1,322	0,053(10)	0,04(1)
<sup>180</sup> Hf	1,374	0,019(7)	0,012(4)

<sup>184</sup> W	1,221	0,082(6)	0,07(1)
<sup>186</sup> W	1,045	0,101(8)	0,09(1)
<sup>190</sup> Os	1,387	0,154(19)	0,12(2)
<sup>192</sup> Os	1,341	0,131(9)	0,11(1)
<sup>194</sup> Pt	1,432	0,121(7)	0,10(1)
<sup>196</sup> Pt	1,447	0,102(4)	0,09(1)
<sup>198</sup> Pt	1,680	0,084(18)	0,07(2)
<sup>198</sup> Hg	1,930	0,041(14)	0,031(10)
<sup>200</sup> Hg	2,151	0,039(13)	0,030(10)
<sup>202</sup> Hg	2,357	0,043(14)	0,031(10)
<sup>204</sup> Pb	2,621	0,66(4)	0,38(3)
<sup>206</sup> Pb	2,648	0,65(4)	0,37(3)
<sup>208</sup> Pb	2,615	0,611(9)	0,35(6)
<sup>226</sup> Ra	0,322	1,14(6)	0,66(3)
<sup>230</sup> Th	0,572	0,64(6)	0,37(4)
<sup>232</sup> Th	0,774	0,54(6)	0,33(4)
<sup>234</sup> U	0,849	0,50(18)	0,30(12)
<sup>236</sup> U	0,744	0,53(7)	0,32(5)
<sup>238</sup> U	0,732	0,58(4)	0,34(3)
<sup>238</sup> Pu	0,661	0,71(12)	0,40(7)
<sup>240</sup> Pu	0,649	0,41(6)	0,28(4)
<sup>242</sup> Pu	0,832	0,42(7)	0,29(4)
<sup>244</sup> Pu	0,708	0,30(10)	0,21(7)
<sup>244</sup> Cm	0,970	0,52(7)	0,32(7)
<sup>248</sup> Cm	1,094	0,41(10)	0,28(7)
<sup>250</sup> Cf	0,906	0,20(2)	0,13(1)

Таблица П.2.3.

Электрические квадрупольные моменты (спектроскопические) и параметры деформации ядер в первых возбужденных состояниях  $2^+$

Ядро	$E(2^+)$ , кэВ	$Q_s(2^+)e^2$ , барн	$\beta_2$
$^{46}\text{Ti}$	783	-0,21(6)	0,24(8)
$^{50}\text{Cr}$	984	-0,36(7)	0,34(7)
$^{52}\text{Cr}$	1434	-0,14(8)	0,14(8)
$^{54}\text{Cr}$	835	-0,21(8)	0,21(8)
$^{56}\text{Fe}$	847	-0,23(3)	0,20(3)
$^{58}\text{Fe}$	811	-0,27(5)	0,22(4)
$^{58}\text{Ni}$	1454	-0,10(6)	0,09(6)
$^{60}\text{Ni}$	1333	-0,10(2)	0,09(6)
$^{64}\text{Zn}$	992	-0,26(6)	0,17(4)
$^{72}\text{Ge}$	834	-0,13(6)	0,07(3)
$^{74}\text{Ge}$	596	-0,25(6)	0,14(3)
$^{76}\text{Ge}$	563	-0,19(6)	0,11(4)
$^{74}\text{Se}$	635	-0,36(7)	0,22(4)
$^{76}\text{Se}$	559	-0,34(7)	0,21(4)
$^{78}\text{Se}$	613	-0,26(9)	0,15(5)
$^{80}\text{Se}$	666	-0,31(7)	0,18(4)
$^{82}\text{Se}$	654	-0,22(7)	0,13(3)
$^{94}\text{Mo}$	871	-0,13(8)	0,06(4)
$^{96}\text{Mo}$	778	-0,20(9)	0,09(5)
$^{98}\text{Mo}$	787	-0,26(9)	0,12(4)
$^{100}\text{Mo}$	535	-0,42(7)	0,20(3)
$^{96}\text{Ru}$	832	-0,13(9)	0,06(4)
$^{98}\text{Ru}$	653	-0,20(9)	0,09(4)
$^{100}\text{Ru}$	540	-0,43(7)	0,20(5)
$^{102}\text{Ru}$	475	-0,57(7)	0,25(4)
$^{104}\text{Ru}$	358	-0,70(8)	0,29(5)
$^{104}\text{Pd}$	555	-0,25(12)	0,11(5)
$^{106}\text{Pd}$	512	-0,49(6)	0,22(3)
$^{108}\text{Pd}$	434	-0,48(5)	0,22(3)
$^{110}\text{Pd}$	374	-0,55(8)	0,24(4)
$^{106}\text{Cd}$	633	-0,28(8)	0,12(4)
$^{108}\text{Cd}$	633	-0,45(8)	0,20(3)
$^{110}\text{Cd}$	658	-0,36(8)	0,17(3)

Ядро	$E(2^+)$ , кэВ	$Q_s(2^+)e^2$ , барн	$\beta_2$
$^{112}\text{Cd}$	617	-0,39(8)	0,18(3)
$^{114}\text{Cd}$	558	-0,35(5)	0,17(2)
$^{116}\text{Cd}$	513	-0,42(8)	0,19(2)
$^{116}\text{Sn}$	1293	-0,08(8)	0,04(4)
$^{118}\text{Sn}$	1230	-0,05(4)	0,02(2)
$^{122}\text{Te}$	564	-0,50(5)	0,22(2)
$^{124}\text{Te}$	603	-0,45(5)	0,21(2)
$^{126}\text{Te}$	666	-0,20(9)	0,09(4)
$^{128}\text{Te}$	743	-0,14(12)	0,06(5)
$^{130}\text{Te}$	839	-0,15(10)	0,06(4)
$^{130}\text{Ba}$	337	-0,86(8)	0,16(2)
$^{134}\text{Ba}$	605	-0,34(16)	0,07(3)
$^{136}\text{Ba}$	818	-0,19(6)	0,04(2)
$^{138}\text{Ba}$	1436	-0,14(6)	0,03(2)
$^{142}\text{Ce}$	696	-0,37(5)	0,07(1)
$^{144}\text{Nd}$	697	-0,18(12)	0,04(3)
$^{146}\text{Nd}$	454	-0,78(9)	0,15(2)
$^{148}\text{Nd}$	302	-1,46(13)	0,25(3)
$^{150}\text{Nd}$	130	-2,0(5)	0,31(7)
$^{148}\text{Sm}$	550	-1,0(3)	0,15(5)
$^{150}\text{Sm}$	334	-1,3(2)	0,17(3)
$^{182}\text{W}$	100	-2,1(4)	0,26(5)
$^{184}\text{W}$	111	-1,9(2)	0,24(3)
$^{186}\text{W}$	123	-1,6(3)	0,23(4)
$^{184}\text{Os}$	120	-2,4(1)	0,27(2)
$^{186}\text{Os}$	137	-1,2(2)	0,13(2)
$^{188}\text{Os}$	155	-1,3(1)	0,14(1)
$^{190}\text{Os}$	187	-1,0(1)	0,11(1)
$^{192}\text{Os}$	206	-0,9(2)	0,10(2)
$^{192}\text{Pt}$	317	+0,62(6)	-0,08(1)
$^{194}\text{Pt}$	328	+0,63(6)	-0,08(1)
$^{196}\text{Pt}$	355	+0,66(12)	-0,08(2)
$^{198}\text{Pt}$	408	+0,54(12)	-0,07(2)
$^{198}\text{Hg}$	412	+0,68(12)	-0,08(2)
$^{200}\text{Hg}$	368	+1,0(2)	-0,12(3)
$^{202}\text{Hg}$	439	+0,87(13)	-0,10(2)
$^{204}\text{Hg}$	437	+0,4(2)	-0,05(3)
$^{204}\text{Pb}$	899	+0,23(9)	-0,03(1)



## Приложение 3. Основы квантовой хромодинамики

### Лагранжиан КХД

Квантовая хромодинамика — это теория сильных взаимодействий, в которой фундаментальными объектами являются цветные кварки, антикварки и глюоны, не наблюдаемые в свободном состоянии. Исторически КХД возникла при объединении наивной кварковой модели с идеей локальной  $SU(3)$  калибровочной инвариантности сильных взаимодействий.

В кварковой модели большое число адронов строится с помощью нескольких фундаментальных составляющих — кварков и антикварков. При этом барионы состоят из трех кварков, а мезоны — из кварков и антикварков. Например, протон состоит из двух  $u$ -кварков и одного  $d$ -кварка:  $|p\rangle = |uud\rangle$ , а  $|\pi^+\rangle = |u\bar{d}\rangle$  — из  $u$ -кварка и  $d$ -антикварка.

Однако кварковая модель в своей наивной форме не полна, поскольку принцип Паули исключает наличие спина  $3/2$  у  $\Delta^{++}$  изобары с кварковым составом  $|\Delta^{++}\rangle = |uuu\rangle$ . Единственный путь — построение полностью антисимметричной волновой функции  $\Delta^{++}$  — постулировать наличие у кварков и антикварков дополнительного квантового числа, названного цветом. Кварки могут существовать в трех различных цветовых состояниях, условно названных красным, зеленым, голубым.

Поэтому кварковое состояние характеризуется тремя компонентами:

$$q(x) = \begin{pmatrix} q^{red}(x) \\ q^{green}(x) \\ q^{blue}(x) \end{pmatrix}. \quad (\text{ПЗ.1})$$

Переход от кварковой модели с цветными составляющими к КХД происходит тогда, когда цвет начинает трактоваться подобно

электрическому заряду в электродинамике. Известно, что электродинамика обладает локальной калибровочной инвариантностью, т. е. инвариантностью по отношению к фазовому вращению электронных полей,  $\exp(i\alpha(x))$ , причем  $\alpha$  зависит от пространственно-временной координаты. Можно потребовать подобную инвариантность и для кварковых полей, имея только в виду, что в электродинамике один заряд, в то время как в КХД — три цветных заряда.

В отсутствие взаимодействий между фундаментальными составляющими лагранжиан КХД имеет следующий вид:

$$L_{\text{своб.}} = \sum_{q=u,d,s,\dots,\text{цвет}} \sum \bar{q}(x) \left( i\gamma_{\mu} \frac{\partial}{\partial x_{\mu}} - m_q \right) q(x). \quad (\text{П3.2})$$

Этот лагранжиан инвариантен при вращениях кварковых полей в цветовом пространстве:

$$q^j(x) \rightarrow U_{jk}(x) q^k(x), \quad (\text{П3.3})$$

где индексы  $j, k \in \{1, 2, 3\}$  и по повторяющимся индексам предполагается суммирование. В электродинамике есть только один электрический заряд, и калибровочное преобразование включает один фазовый фактор:  $U = \exp(i\alpha(x))$ .

В КХД — три различных цвета, и  $U$  становится унитарной  $3 \times 3$  матрицей, т. е.  $U^+U = 1$  и  $\det U = 1$ . Это матрицы фундаментального представления группы  $SU(3)$ , где «3» — число цветов,  $N_c = 3$ . Матрица  $U$  имеет  $N_c^2 - 1 = 8$  независимых элементов, поэтому она параметризуется с помощью 8 генераторов  $T_{kj}^a$ ,  $a \in \{1, \dots, 8\}$  фундаментального представления группы  $SU(3)$ :

$$U(x) = \exp(-i\varphi_a(x) T^a). \quad (\text{П3.4})$$

При этом матрицы  $T^a$  эрмитовы — ( $T^a = T^{a+}$ ) и  $\text{tr} T^a = 0$ . Матрицы  $T^a$  не коммутируют между собой, их коммутатор выражается через структурные константы  $f_{abc}$  группы  $SU(3)$ :

$$[T^a, T^b] = if_{abc} T^c. \quad (\text{ПЗ.5})$$

Это коммутационное соотношение не имеет аналогов в квантовой электродинамике, поскольку эта теория основана на абелевой калибровочной группе  $U(1)$ . КХД же основана на неабелевой калибровочной группе  $SU(3)$ , поэтому называется неабелевой калибровочной теорией.

Поскольку матрицы  $U$  зависят от пространственно-временной точки  $x$ , свободный лагранжиан (ПЗ.2) не инвариантен при калибровочных преобразованиях (ПЗ.3). Для того чтобы восстановить калибровочную инвариантность, нужно, по аналогии с электродинамикой, ввести калибровочное (глюонное) поле  $A_{kj}^\mu(x)$  и заменить в (ПЗ.2) производную ковариантной производной:

$$\partial^\mu q^j(x) \rightarrow D_{kj}^\mu q^j(x) \equiv \left\{ \partial_{kj} \partial^\mu - i A_{kj}^\mu(x) \right\} q^j(x). \quad (\text{ПЗ.6})$$

Заметим, что калибровочное поле  $A_{kj}^\mu(x) = A_a^\mu T_{kj}^a$ , как и ковариантная производная, является  $3 \times 3$  матрицами в цветовом пространстве.

При замене производной на ковариантную производную все изменения в лагранжиане при калибровочных преобразованиях сокращаются, если поле  $A^\mu$  преобразуется следующим образом:

$$A^\mu(x) \rightarrow U(x) A^\mu(x) U^+(x) + i U(x) \partial^\mu U^+(x). \quad (\text{ПЗ.7})$$

Тогда КХД-лагранжиан можно записать в виде:

$$L_{\text{КХД}} = \sum \bar{q}(x) (i \gamma^\mu D_\mu - m_q) q(x) - \frac{1}{4g^2} \text{tr} G^{\mu\nu}(x) G_{\mu\nu}(x), \quad (\text{ПЗ.8})$$

где первое слагаемое описывает динамику кварков и их связь с глюонами, а второе слагаемое — динамику глюонных полей. Константа связи сильных взаимодействий является аналогом элементарного электрического заряда  $e$  в квантовой электродинамике.

Глюонный полевой тензор в (ПЗ.8):

$$G^{\mu\nu}(x) \equiv i [D^\mu, D^\nu] = \partial^\mu A_\nu(x) - \partial^\nu A_\mu(x) - i [A^\mu(x), A^\nu(x)]. \quad (\text{ПЗ.9})$$

Видно, что существенная разница между КХД и КЭД заключается в коммутаторе полей в выражении (ПЗ.9). Этот коммутатор приводит к глюон-глюонным взаимодействиям в КХД и весьма нетривиальной динамике сильных взаимодействий.

## Асимптотическая свобода

Для того, чтобы разобраться в динамике, следует прежде всего установить, как зависит константа связи от характерных пространственных масштабов теории.

Это поведение, в свою очередь, определяется откликом вакуума на присутствие пробного заряда. Вакуум — это основное состояние теории. В квантовой теории вакуум — это отнюдь не пустое пространство-время, принцип неопределенности допускает существование пар частиц-античастиц в течение времени, обратно пропорционального их энергии. В КХД электрон-позитронные пары оказывают экранирующее воздействие на пробный электрический заряд. Поэтому электромагнитная константа связи (заряд) растет с уменьшением расстояния по закону:

$$e^2(r) = \frac{e^2(r_0)}{1 + \frac{2e^2(r_0)}{3\pi} \ln \frac{r}{r_0}}, \quad (\text{ПЗ.10})$$

где  $r_0$  — фиксированный масштаб расстояний.

Формула (ПЗ.10) имеет два удивительных свойства:

1) при больших  $r \gg r_0$  можно пренебречь единицей в знаменателе, на таких расстояниях «одетый» заряд  $e(r)$  не зависит от величины «голового» заряда  $e(r_0)$ ;

2) в локальном пределе  $r_0 \rightarrow 0$ , если потребовать конечности  $e(r_0)$ , эффективный заряд  $e(r) \rightarrow 0$ , на любых конечных расстояниях от голого заряда! Это знаменитая проблема нуль-заряда, представляет собой серьезную трудность для КЭД. Для разрешения этой проблемы следует предположить, что либо КЭД не является истинно фундаментальной теорией, либо соотношение (ПЗ.10), полученное в рамках теории возмущений КЭД, значительно изменяется в режиме сильной связи теории. Последняя возможность, по видимому, более предпочтительна, поскольку на малых расстояниях электрический заряд становится очень большим, и его взаимодействие с электрон-позитронным вакуумом нельзя рассчитывать по теории возмущений.

К счастью, из-за малости  $\alpha_{em}(r) = \frac{e^2(r)}{4\pi} = \frac{1}{137}$ , эта фундаментальная проблема теории проявляет себя на очень малых расстояниях  $\sim \exp(-3/8\alpha_{em})$ , которые находятся далеко за пределами нынешних, и вероятно, будущих экспериментов. Это обстоятельство и позволяет рассматривать КЭД как весьма эффективную теорию.

В КХД ситуация качественно другая: имеет место антиэкранирование пробного цветового заряда, поэтому эффективный заряд мал на малых расстояниях. Это свойство теории называют асимптотической свободой. Проиллюстрируем это свойство полевой теории на примере физике конденсированных сред. Будем рассматривать вакуумное состояние как непрерывную среду с диэлектрической постоянной  $\epsilon$ . Как известно, диэлектрическая постоянная связана с магнитной постоянной  $\mu$  и скоростью света соотношением

$$\epsilon\mu = \frac{1}{c^2} = 1. \quad (\text{ПЗ.11})$$

Таким образом, экранирующая среда ( $\epsilon > 1$ ) должна быть диамагнетиком ( $\mu < 1$ ), и наоборот, парамагнитная среда ( $\mu > 1$ ) должна проявлять антиэкранирующие свойства, приводящие к асимптотической свободе.

Почему в КХД вакуум парамагнитный, а КЭД диамагнитный? Как известно, величина  $\mu$  связана с магнитной восприимчивостью  $\chi$  соотношением:

$$\mu = 1 + 4\pi\chi. \quad (\text{ПЗ.12})$$

Когда электроны в КЭД движутся во внешнем электрическом поле, два конкурирующих эффекта определяют знак магнитной восприимчивости:

а) электроны в магнитном поле двигаются по квантовым орбитам (уровням Ландау). Токи, возникающие при таком движении, создают магнитное поле, направленное противоположно внешнему полю. При этом диамагнитный отклик  $\chi > 0$ ;

б) спины электронов выстраиваются вдоль внешнего магнитного поля, это дает положительный парамагнитный отклик ( $\chi > 0$ ).

В квантовой электродинамике диамагнитный эффект сильнее, поэтому вакуум экранирует заряды. В КХД глюоны несут цветовой

заряд. Так как они имеют больший спин (спин 1), чем кварки (или электроны), парамагнитный эффект доминирует, и вакуум проявляет свойства антиэкранирования. В КХД аналогом соотношения (ПЗ.10) в низшем порядке теории возмущений является следующее выражение:

$$\alpha_s(r_1) = \frac{\alpha_s(r_2)}{1 + \frac{11N_c - 2N_f}{6\pi} \alpha_s(r_2) \ln \frac{r_1}{r_2}}. \quad (\text{ПЗ.13})$$

Очевидно, если  $r_1 < r_2$ , то и  $\alpha_s(r_1) < \alpha_s(r_2)$ . При больших переданных импульсах, соответствующим малым расстояниям, константа связи (ПЗ.13) становится малой, поэтому применима теория возмущений.

### Конфайнмент

Асимптотическая свобода в КХД подразумевает уменьшение константы связи на малых расстояниях и, соответственно, увеличение на больших расстояниях. В квантовой электродинамике режим сильной связи начинается на чрезвычайно малых расстояниях, не достижимых в современных экспериментах. В КХД многие свойства адронов определяются свойствами теории в режиме сильной связи, и необходимо строить ускорители для изучения КХД в режиме слабой связи, т. е. в теории возмущений. Ядро-ядерные столкновения, рассмотренные в настоящей книге, как раз позволяют создать условия для реализации режима слабой связи.

Свойство конфайнмента КХД означает отсутствие фундаментальных полей (кварков и глюонов) лагранжиана (ПЗ.8) в спектре частиц как асимптотических состояний. По некоторым, пока неизвестным причинам, все физические состояния с конечной энергией оказываются синглетной по цвету комбинацией кварков и глюонов, т. е. кварки и глюоны в обычных условиях заперты в адронах на расстояниях  $\leq 1$  фм.

Свойства конфайнмента можно представить качественно, рассматривая распространение тяжелой кварк-антикварковой пары на расстоянии  $R$  за время  $T$ . Для этого определяется вильсоновская петля:

$$W(R, T) = \text{tr} \left[ P \exp \left( i \int_C A_\mu^a T^a dx^\mu \right) \right], \quad (\text{ПЗ.14})$$

где  $A_\mu^a$  — глюонное поле,  $T^a$  — генераторы группы  $SU(3)$  и контур  $C$  выбран в виде прямоугольника со стороной  $R$  в одном из пространственных измерений и стороной  $T$  во временном направлении.

Можно показать, что при  $T \rightarrow \infty$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} W(R, T) = \exp[-TV(R)], \quad (\text{ПЗ.15})$$

где  $V(R)$  — статический потенциал взаимодействий тяжелых кварков. На больших расстояниях этот потенциал

$$V(R) = \sigma R, \quad (\text{ПЗ.16})$$

где  $\sigma \approx 1$  ГэВ/фм — коэффициент натяжения струны, связывающей кварки. Таким образом, при больших  $T$  и  $R$  вильсоновская петля ведет себя

$$W(R, T) \approx \exp[-\sigma TR], \quad (\text{ПЗ.17})$$

эта формула — знаменитый «закон площадей», определяющий конфайнмент в КХД.

Свойство конфайнмента присуще КХД при обычных температурах и плотностях ядерной материи. Как мы уже обсуждали, в столкновениях релятивистских тяжелых ионов можно создать такие условия, когда КХД материя утратит свойства конфайнмента, кварки и глюоны станут способными распространяться на расстояния, большие 1 фм. Сигналам такого состояния посвящена значительная часть главы 9.

## Нарушение киральной симметрии

Как известно, масса  $\pi$ -мезона гораздо меньше масс других элементарных частиц. Можно даже полагать, что масса  $\pi$ -мезона равна нулю, при этом свойства мира с безмассовым пионом весьма близки свойствам физического мира. Однако существование безмассовых частиц — проявление определенной симметрии теории. Фотоны, например, являются следствием локальной калибровочной инвариантности электродинамики. Но, в отличие от фотонов, пионы

имеют спин, равный нулю, и они не могут быть калибровочными бозонами какой либо симметрии. Другая возможность объяснения безмассовости  $\pi$ -мезона задается теоремой Голдстоуна. Согласно этой теореме, проявление безмассовых мод в спектре является следствием спонтанного нарушения симметрии, т. е. симметрия лагранжиана нарушена в основном состоянии теории.

Предположим, что в лагранжиане КХД (ПЗ.8) массы кварков равны нулю. В этом пределе лагранжиан не содержит слагаемых, связывающих правые и левые компоненты кварковых полей:

$$\begin{aligned} q_R &= \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)q; \\ q_L &= \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)q. \end{aligned} \tag{ПЗ.18}$$

Лагранжиан (ПЗ.8) инвариантен при независимых преобразованиях правых и левых полей (*киральные вращения*). В пределе безмассовых кварков КХД обладает дополнительной симметрией  $U_L(N_f) \times U_R(N_f)$  по отношению к независимым преобразованиям левых и правых кварковых полей:

$$\begin{aligned} q_L &\rightarrow V_L q_L; \\ q_R &\rightarrow V_R q_R. \end{aligned} \tag{ПЗ.19}$$

Очевидно, что в физическом мире симметрия между левыми и правыми состояниями отсутствует. Поэтому следует предположить, что симметрия (ПЗ.19) спонтанно нарушена в вакууме. Наличие кваркового конденсата  $\langle q\bar{q} \rangle$  в вакууме КХД является сигналом спонтанного нарушения киральной симметрии, т. к. соотношение

$$\langle q\bar{q} \rangle = \langle q_L \bar{q}_R \rangle + \langle q_R \bar{q}_L \rangle \tag{ПЗ.20}$$

означает, что левые и правые кварки и антикварки могут преобразовываться друг в друга. Кварковый конденсат можно использовать в качестве параметра порядка. Вычисления на пространственно-временной решетке показывают, что при фазовом переходе деконфайнмента кварковый конденсат стремится к нулю, сигнализируя о восстановлении киральной симметрии.