

Б. С. ИШХАНОВ, И. М. КАПИТОНОВ

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ  
ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО  
ИЗЛУЧЕНИЯ  
С АТОМНЫМИ  
ЯДРАМИ

ИЗДАТЕЛЬСТВО  
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА  
1979

Печатается по постановлению  
Редакционно-издательского совета  
Московского университета

## Р е ц е н з е н т ы:

докт. физ.-матем. наук В. В. Комаров,  
канд. физ.-матем. наук Ф. А. Живописцев

Ишханов Б. С., Капитонов И. М.

Взаимодействие электромагнитного излучения с атомными ядрами. М., Изд-во Моск. ун-та, 1979.

216 с. 97 ил.

В учебном пособии изложены физические основы взаимодействия электромагнитного излучения с атомными ядрами, систематизирован и проанализирован обширный экспериментальный материал по фоторасщеплению атомных ядер в диапазоне энергий возбуждения от порога выбивания нуклонов до порога фотогорождения мезонов, рассмотрены современные экспериментальные методы исследования структуры атомных ядер с помощью электромагнитного поля. Значительная часть материала отведена гигантскому дипольному резонансу, представлениям о механизме его формирования и распада.

20408—144  
И 077(02)—79 86—79 1704040000

© Издательство Московского университета, 1979 г.

## Оглавление

## Введение

5

ЧАСТЬ I  
ОСНОВЫ ТЕОРИИ

## Глава 1. Элементарная теория взаимодействия квантовой системы с электромагнитным излучением

§ 1. Вероятность перехода квантовой системы под действием электромагнитного излучения . . . . .	13
§ 2. Классическое представление излучения и фотоны . . . . .	16
§ 3. Классификация фотонов и мультипольные волны . . . . .	17
§ 4. Правила отбора по спину и четности для электромагнитных переходов . . . . .	19
§ 5. Длинноволновое приближение . . . . .	20
§ 6. Матричные элементы электромагнитных переходов различной мультипольности в длинноволновом приближении . . . . .	21
§ 7. Правило сумм Томаса — Райха — Куна для электрических дипольных переходов в атоме . . . . .	27

## Глава 2. Приложение элементарной теории к атомным ядрам

§ 8. Эффективные заряды нуклонов. Правило сумм для электрических дипольных переходов в атомных ядрах . . . . .	31
§ 9. Мезонные эффекты. Правило сумм Бете — Левинджера . . . . .	34
§ 10. Фоторасщепление дейтона. Эффективное сечение Бете — Пайерлса . . . . .	38

## Глава 3. Фоторасщепление сложных ядер

§ 11. Основные экспериментальные результаты для энергий возбуждения ниже 50 МэВ. Гигантский резонанс . . . . .	47
§ 12. Мультипольность гигантского резонанса . . . . .	53
§ 13. Интерпретация гигантского дипольного резонанса простейшими коллективными моделями . . . . .	54
§ 14. Составное ядро и прямой фотоэффект . . . . .	58
§ 15. Описание гигантского дипольного резонанса одиночечной оболочечной моделью . . . . .	63

## Глава 4. Современные представления о механизме фоторасщепления атомных ядер

§ 16. Многочастичная модель оболочек. Формирование коллективного дипольного состояния . . . . .	69
	69

§ 17. Проблема структуры и ширины гигантского дипольного резонанса . . . . .	79
§ 18. Изоспиновое расщепление гигантского дипольного резонанса . . . . .	89
§ 19. Фоторасщепление ядер в области энергий выше гигантского резонанса . . . . .	99
Литература к первой части . . . . .	102

## ЧАСТЬ II ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ

<b>Глава 5. Источники <math>\gamma</math>-излучения</b>	
§ 20. Радиоактивные источники . . . . .	105
§ 21. $\gamma$ -кванты из ядерных реакций . . . . .	105
§ 22. Тормозное излучение от электронных ускорителей . . . . .	108
§ 23. Сравнительные характеристики электронных ускорителей . . . . .	109
<b>Глава 6. Принципы работы с пучком тормозного излучения</b>	
§ 24. Выход фотоядерной реакции и эффективное сечение . . . . .	115
§ 25. Изменение и стабилизация верхней границы спектра тормозного излучения . . . . .	115
§ 26. Многоканальный метод измерения выхода фотоядерной реакции . . . . .	119
§ 27. Энергетические спектры фотонуклонов . . . . .	124
<b>Глава 7. Методы монохроматизации <math>\gamma</math>-излучения высокой энергии</b>	
§ 28. Аннигиляция на лету быстрых позитронов . . . . .	129
§ 29. Меченные фононы . . . . .	134
§ 30. Комптон-эффект на покоящемся и движущемся электроне . . . . .	142
<b>Глава 8. Методы определения характеристик фотоядерных реакций</b>	
§ 31. Метод полного поглощения . . . . .	145
§ 32. Метод наведенной активности . . . . .	150
§ 33. Прямые методы измерения выходов фотоядерных реакций . . . . .	154
§ 34. Разделение фотонейтронных реакций различной множественности . . . . .	158
§ 35. Измерение фотонуклонных энергетических спектров. Пороговые фотонейтронные сечения . . . . .	166
§ 36. Исследование реакций типа $(\gamma, x\gamma)$ . . . . .	168
§ 37. Обратные фотоядерные реакции . . . . .	176
§ 38. Исследование структуры атомных ядер с помощью рассеяния электронов . . . . .	181
Литература ко второй части . . . . .	188
<b>Приложение</b>	202
	205

## Введение

Одним из основных источников информации о строении атомного ядра являются ядерные реакции, которые могут быть разбиты на два класса:

1. Реакции, происходящие за счет сильного взаимодействия налетающей частицы с ядром (такие ядерные реакции осуществляются с помощью протонов, дейтонов,  $\alpha$ -частиц, нейtronов и т. д.).

2. Реакции, происходящие за счет взаимодействия ядер с полями слабыми по сравнению с полями, действующими между нуклонами, т. е. реакции, вызываемые электромагнитным и слабым взаимодействием.

Реакциям первого типа посвящено наибольшее число экспериментальных работ. Однако реакции второго типа — не менее важный инструмент исследования структуры атомных ядер. Прежде всего это связано с тем, что интерпретация экспериментальных результатов, полученных в реакциях второго типа, значительно упрощается возможностью использования теории возмущений. Особые преимущества дает изучение ядерных реакций, протекающих за счет электромагнитного поля, поскольку свойства последнего хорошо изучены и механизм передачи энергии от налетающей частицы ядру в данном случае известен точно. Поэтому из реакций с электромагнитным взаимодействием можно получать более надежную информацию о строении ядра, чем из реакций с сильным взаимодействием, где трудно отделить эффекты проявления структуры ядра от механизма его возбуждения, поскольку последний также тесно связан с недостаточно хорошо изученным характером ядерных сил.

Возбуждение ядер электромагнитным полем можно осуществить фотонами, электронами, а также тяжелыми заряженными

частицами (протонами, дейтонами,  $\alpha$ -частицами и ионами более тяжелых ядер). В последнем случае, называемом кулоновским возбуждением, энергия налетающей частицы должна быть меньше высоты кулоновского барьера, чтобы исключить сближение частицы и ядра до расстояний, меньших радиуса действия ядерных сил.

В данной книге рассмотрены особенности реакций, вызываемых электромагнитным полем, главным образом на примере реакций с фотонами. Ядерная реакция, вызываемая фотоном, или фотоядерная реакция, — наиболее простой и типичный случай ядерной реакции, протекающей за счет электромагнитного взаимодействия. Для фотоядерной реакции обычно используется запись  $A(\gamma, b)B$ , где  $\gamma$  — фотон,  $A$  — ядро-мишень,  $B$  — остаточное ядро и  $b$  — выбитые из ядра  $A$  частицы.

Энергия фотона определяет набор частиц « $b$ », которые могут быть выбиты из ядра. Будем рассматривать фотоядерные реакции, протекающие в диапазоне энергий фотонов от порога выбивания из ядра нуклона (несколько МэВ) до порога рождения мезонов ( $\approx 135$  МэВ). В этом диапазоне энергий из ядра могут выбиваться один или несколько нуклонов, а также более сложные частицы — такие, как дейтоны, тритоны,  $\alpha$ -частицы. Определенную роль могут играть процессы деления (для самых тяжелых ядер) и рассеяния фотонов. Основные процессы, однако, — это процессы выбивания из ядра нуклонов.

Первую фотоядерную реакцию, реакцию фоторасщепления дейтона ( $\gamma + d \rightarrow p + n$ ) осуществили в 1934 г. Чадвик и Голдхабер [1]. Они наблюдали протоны в заполненном дейтерием пропорциональном счетчике, бомбардируемом  $\gamma$ -квантами с энергией 2,62 МэВ от радиоактивного источника  $^{208}\text{Tl}$ . К концу 1939 г. было выполнено около 20 экспериментальных работ по фотоядерным реакциям.

Ранние фотоядерные эксперименты проводились с помощью  $\gamma$ -квантов от радиоактивных источников, а также  $\gamma$ -квантов, генерируемых в некоторых специальных ядерных реакциях. Лишь после 1940 г., с созданием первого ускорителя электронов — бетатрона, появилась возможность систематического изучения фотоядерных реакций. Интенсивное развитие этой области ядерной физики началось в послевоенные годы, когда было введено в строй большое число электронных ускорителей. И уже в 1947 г. обнаружено принципиально новое явление — существование сильного резонанса в сечениях фоторасщепления ядер. Наличие этого резонанса, получившего название гигантского, — универсальное свойство всех ядер. Его максимум располагается при энергиях 12—25 МэВ, а ширина меняется в пределах 4—10 МэВ.

Природа гигантского резонанса была правильно понята советским физиком Мигдалом еще в 1945 г. [2], до его экспериментального обнаружения. Основываясь на полуклассическом представлении о ядре как о совокупности взаимопроникающих протонной и нейтронной жидкостей, он показал, что гигантскому ре-

зонансу отвечает колебание всех протонов относительно всех нейтронов с резонансной частотой, определяемой свойствами ядра. Такие колебания носят название электрических дипольных колебаний и за их возникновение ответственна электрическая дипольная компонента падающей электромагнитной волны.

То, что поглощение электрических дипольных фотонов является определяющим в области энергий гигантского резонанса, есть следствие малости ядра по сравнению с длиной электромагнитной волны. Действительно, в этом случае напряженность электриче-

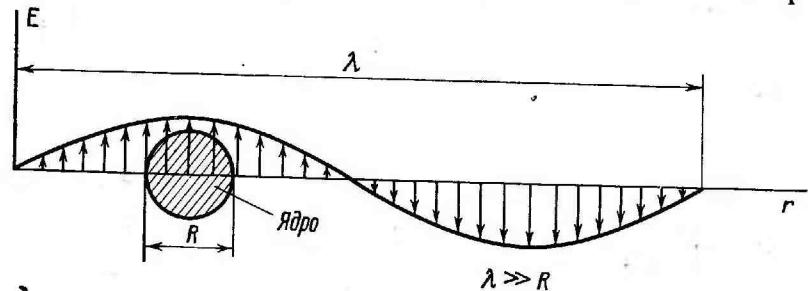


Рис. 1. Ядро в поле электромагнитной волны

ского поля волны в любой момент времени будет иметь приблизительно одну и ту же фазу во всех точках ядра, что и будет вызывать перемещение всех протонов относительно всех нейтронов с частотой внешнего поля (рис. 1).

Однако тот факт, что резонанс этих колебаний возникает при указанных выше энергиях, является проявлением структуры ядра.

Независимое доказательство доминирующей роли электрических дипольных возбуждений в формировании гигантского резонанса дает модифицированное для ядра правило сумм Томаса — Райха — Куна, которое хорошо согласуется с величиной интегрального сечения поглощения фотонов ядрами. Этот факт вместе с выполнением условия длинноволнового приближения ( $\lambda \ll R$ ) означает, что вкладом фотонов другого типа в формирование гигантского резонанса можно пренебречь. Гигантский резонанс по этой причине часто называют гигантским дипольным резонансом.

Вышеупомянутые простые соображения указывают на существенно коллективный характер возбуждений ядер в области гигантского резонанса (движение всех протонов относительно всех нейтронов). Не случайно поэтому в первые годы после открытия этого явления для его интерпретации привлекались в основном коллективные модели (Голдхабер и Теллер, 1948 г. [3], Штейнвейдел и Йенсен, 1950 г. [4]). Эти модели сравнительно хорошо описывали энергетическое положение максимума гигантского резонанса для различных ядер.

Вместе с тем в эти же годы стали появляться экспериментальные данные, которые дали толчок к совершенно новому подходу

к проблеме гигантского резонанса. Оказалось, что энергетические спектры нуклонов содержат неожиданно большое число нуклонов высоких энергий, что нельзя было объяснить в рамках господствовавшей в то время концепции составного ядра Бора. Рассчитанные на основе этой концепции выходы фотопротонов из средних и тяжелых ядер были во много раз меньшими, чем в действительности (впервые это показано в экспериментах Хирцеля и Веффлера в 1947 г. [5]). Иенсен [6] и Курант [7] независимо друг от друга предположили, что это связано с большой ролью прямого взаимодействия. Согласно этому предположению, которое по существу противоположно концепции Бора, энергия фотона непосредственно передается одному из нуклонов, который и покидает ядро, не успев обменяться этой энергией с остальными нуклонами. Механизм прямого взаимодействия был затем с успехом использован для объяснения особенностей реакций под действием нуклонов.

Признание важной роли прямого взаимодействия стимулировало развитие микроскопических теорий фоторасщепления ядер и, прежде всего, одночастичной модели оболочек, согласно которой гигантский резонанс формируется группой сильных одночастичных переходов, расположенных в узком интервале энергий. Однако одночастичная модель оболочек, даже в наиболее законченном варианте (Уилкинсон, 1956 г. [8]), давала для средних и тяжелых ядер примерно в два раза более низкую по сравнению с экспериментом энергию гигантского резонанса. Как показали дальнейшие теоретические исследования, это было связано с пренебрежением остаточным взаимодействием между нуклонами.

Первый расчет в рамках модели оболочек с учетом остаточного взаимодействия выполнен Эллиотом и Флауэрсом в 1957 г. [9]. Оказалось, что учет этого взаимодействия приводит к формированию одного-двух состояний, которые сильно смещаются вверх по энергии и оказываются в области гигантского резонанса. Эти состояния вбирают в себя практически всю вероятность одночастичных электрических дипольных переходов и имеют коллективный характер, так как являются когерентной суперпозицией многих одночастичных возбуждений. Таким образом, можно говорить о сближении микроскопических и коллективных теорий в понимании природы гигантского резонанса. Механизм формирования коллективных дипольных состояний в модели оболочек вскрыт Брауном и Болстерли [10]. Большую роль в развитии подхода к проблеме фоторасщепления ядер, основанного на многочастичной модели оболочек, сыграли работы [11—13].

Наряду с развитием теоретических представлений о гигантском дипольном резонансе шло интенсивное развитие экспериментальных исследований. Необходимо отметить, что экспериментальное исследование процесса фоторасщепления связано с целым рядом специфических трудностей. Назовем две из них — это малая по сравнению с реакциями под действием нуклонов величина эф-

фективных сечений фотоядерных реакций и непрерывный характер энергетического спектра тормозного  $\gamma$ -излучения, которое обычно используется для исследований. Совершенствование экспериментальных методик привело к тому, что в настоящее время эти трудности в значительной степени преодолены. Специально разработанные методы накопления и обработки информации в экспериментах с тормозным  $\gamma$ -излучением, а также создание установок, генерирующих квазимохроматические фотоны методом аннигиляции на лету быстрых позитронов (предложен Тзарой в 1957 г. [14]), позволило в последнее десятилетие значительно увеличить точность экспериментальных исследований. Это привело к обнаружению сложной структуры гигантского резонанса, которую не удавалось объяснить ни в рамках традиционного варианта многочастичной модели оболочек, ни в рамках коллективных моделей. Кроме того, модель оболочек встретила большие трудности при интерпретации ширины гигантского резонанса и энергетических спектров фотонуклонов.

Пути дальнейшего развития теории были указаны в 1962 г. в работах Балашова и Чернова [15], а также Юдина [16]. Они обратили внимание на необходимость учета связи электрических дипольных возбуждений с коллективными возбуждениями другой природы, в частности с квадрупольными колебаниями ядерной поверхности. Достаточно полный учет таких возбуждений в принципе позволяет получить в области гигантского резонанса большое число сравнимых по интенсивности состояний и приблизиться к экспериментально наблюдаемой форме сечений фоторасщепления. Такой подход приводит также к выводу о том, что механизм прямого взаимодействия, так же как и механизм составного ядра, в своем первоначальном варианте мало пригоден для описания фотоядерных реакций. Деление на эти традиционные механизмы весьма условно и является отражением двух крайних идеализаций реальных процессов.

Область энергий возбуждения выше гигантского резонанса (50—150 МэВ) исследована не так обстоятельно, как район самого гигантского резонанса. Длина волны фотона в этой области становится меньше размеров ядра, в силу чего большую роль приобретают процессы взаимодействия  $\gamma$ -квантов с отдельными образованиями из малого числа нуклонов, которые могут существовать в ядре. К числу таких образований относятся «квазидейтон» и «квазиальфа частица». Модели процесса фоторасщепления ядра, развитые на основе гипотезы о существовании таких образований, носят название квазидейтонной и квазиальфа частично моделей. Первая из них была развита в 1951 г. Левинджером [17] и подтверждена рядом экспериментальных фактов.

Изложенный выше материал по существу является кратким содержанием первой части книги, посвященной основам теории фоторасщепления атомных ядер. Помимо тех вопросов, которые уже упоминались, здесь рассмотрены фоторасщепление простей-

шей ядерной системы — дейтона, а также интенсивно исследуемая как экспериментально, так и теоретически проблема изоспинового расщепления гигантского резонанса.

Первая глава носит вводный характер и посвящена знакомству с основными понятиями, необходимыми для понимания последующих глав.

Ряд вспомогательных вопросов (вывод выражения для оператора взаимодействия квантовой системы с электромагнитным излучением, разложение плоской волны по мультипольям, теорема Вигнера — Эккарта и изоспиновый формализм) вынесен в приложение.

Исследование процесса взаимодействия электромагнитного излучения с атомными ядрами — чрезвычайно информативный метод изучения их структуры. Однако экспериментаторам приходится сталкиваться с весьма специфическими трудностями, основной из которых следует считать отсутствие источника монохроматических фотонов с необходимыми параметрами. Это привело, с одной стороны, к попыткам создания таких источников, а с другой — к развитию методов работы с имеющим непрерывный энергетический спектр тормозным излучением. В обоих направлениях за последние 10—15 лет достигнут существенный прогресс и в настоящее время можно говорить о том, что основные приемы исследований в этой области ядерной физики сформировались. Их обзор и является задачей второй части книги.

Своебразие фотоядерных экспериментов во многом объясняется характеристиками существующих и разрабатываемых источников высокоэнергичного  $\gamma$ -излучения. Описанию этих источников и методов работы с ними посвящены 5—7 главы.

Идеальным источником  $\gamma$ -квантов для исследования фотоядерных реакций явился бы такой источник монохроматических фотонов, энергию и интенсивность которого можно было бы плавно менять в широких пределах. Ни один из существующих  $\gamma$ -источников нельзя назвать идеальным. Реальные источники либо не монохроматичны, либо не обладают свойством плавного изменения энергии или интенсивности в необходимых границах. В силу этого каждый из существующих типов  $\gamma$ -источников может быть сравнительно успешно использован для решения лишь определенного и довольно ограниченного круга экспериментальных задач.

Работы по созданию  $\gamma$ -источников со свойствами, близкими к идеальному, ведутся уже в течение длительного времени. Суть их — разработка наиболее оптимальных методов монохроматизации  $\gamma$ -излучения высокой энергии. Наиболее законченные и перспективные из этих работ описаны в гл. 7. Мы не рассматриваем метод монохроматизации, основанный на использовании особенностей тормозного излучения кристаллов, поскольку он в интересующей нас области энергий ( $< 100$  МэВ) значительно уступает другим методам.

Обзор  $\gamma$ -источников начинается с описания наиболее простых и часто используемых источников  $\gamma$ -квантов (гл. 5). Электронные ускорители, создающие тормозное излучение, — наиболее распространенные источники высокоэнергичных  $\gamma$ -квантов. Это объясняется двумя обстоятельствами: во-первых, исключительной простотой метода генерации тормозных  $\gamma$ -квантов и, во-вторых, тем, что тормозное излучение обеспечивает наиболее интенсивные потоки жестких фотонов. Последнее особенно важно, так как эффективные сечения фотоядерных реакций малы.

В то же время практическое использование тормозного излучения сильно усложняется непрерывным характером его энергетического спектра. Непрерывность энергетического спектра фотонов не позволяет в экспериментах с тормозным излучением получать непосредственную информацию о характеристиках какого-либо фотоядерного процесса, относящуюся к определенной энергии возбуждения ядра. Для извлечения такой информации были разработаны специальные методы получения и обработки экспериментальных данных. Их краткое описание дано в гл. 6.

В отдельном эксперименте, как правило, исследуется весьма ограниченный набор характеристик процесса фоторасщепления — либо эффективное сечение одной из возможных реакций, либо энергетическое или угловое распределение одного из продуктов. Выбор исследуемой характеристики во многом определяется типом  $\gamma$ -источника, который имеет в своем распоряжении экспериментатор. Это связано с тем, что особенности каждого  $\gamma$ -источника неизбежно создают преимущества только для определенного круга исследований. Аналогично этому стремление добиться наилучшей точности приводит к тому, что с изменением исследуемой характеристики меняется и тип устройства, регистрирующего продукты фоторасщепления. Поэтому наиболее полная и точная информация о процессе фоторасщепления получается в результате большого числа разнородных экспериментов, выполненных как с использованием различных  $\gamma$ -источников, так и различных средств регистрации.

В последней главе основное внимание уделено средствам регистрации продуктов фоторасщепления. В том случае, когда эксперимент выполняется с использованием тормозного излучения, необходимым этапом последующей обработки должно быть получение исследуемых характеристик, отвечающих определенной энергии возбуждения, с помощью методов, изложенных в § 24 и 27 гл. 6. Исключение составляет лишь метод непосредственного измерения сечения полного поглощения (метод полного поглощения, § 31), который автоматически включает в себя процесс определения энергии фотонов. В этой же главе описываются два метода, в которых не используются источники  $\gamma$ -излучения — метод обратных фотоядерных реакций (§ 37) и метод исследования структуры атомных ядер с помощью рассеяния электронов (§ 38). Результаты, получаемые обоими этими методами, тесно связаны с результатами собственно фотоядерных исследований.

Материал второй части книги излагается таким образом, чтобы дать представление не только об общих принципах проведения фотоядерных экспериментов, но также и об устройстве отдельных действующих установок. Большое внимание уделяется возможностям того или иного метода, их сравнительным характеристикам, а также конкретным физическим результатам.

Предлагаемая читателю книга написана на основе курса лекций, который в течение ряда лет читался авторами для студентов кафедры ядерных взаимодействий и ускорителей физического факультета МГУ. Она предназначена для первого знакомства с теорией и методами исследования фотоядерных реакций. Для более детального изучения теоретических вопросов читатель может обратиться к соответствующим разделам трехтомной монографии И. Айзенберга и В. Грайнера «Теория ядра» (М., Атомиздат, 1973, 1975, 1976). Несомненную пользу принесет также знакомство с книгой Дж. Левинджера «Фотоядерные реакции» (М., ИЛ, 1962), несмотря на то что в ней систематизированы результаты исследований двадцатилетней давности. В качестве дополнительной литературы ко второй части книги можно рекомендовать книгу О. В. Богдановича и Ф. А. Николаева «Работа с пучком тормозного излучения» (М., Атомиздат, 1964).

Список литературы в соответствии с учебным характером книги не претендует на полноту. Значительное число ссылок относится к работам, результаты которых использованы в качестве примеров.

В заключение авторы выражают искреннюю благодарность рецензентам доктору физ.-матем. наук В. В. Комарову и доценту Ф. А. Живописцеву, которые прочитали книгу в рукописи и сделали ряд полезных замечаний.

## Часть I ОСНОВЫ ТЕОРИИ

### ГЛАВА 1 ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ТЕОРИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КВАНТОВОЙ СИСТЕМЫ С ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

#### § 1. Вероятность перехода квантовой системы под действием электромагнитного излучения

Одна из основных задач теории — вычисление вероятностей переходов системы (атома или ядра) из начального состояния в конечные под действием электромагнитного поля. Для получения вероятностей электромагнитных переходов будем использовать зависящую от времени (нестационарную) теорию возмущений, а электромагнитное поле рассматривать как классический объект. Такой подход позволяет в относительно простой форме получить основные результаты. Правомерность использования теории возмущений следует из сравнительной слабости электромагнитного взаимодействия, характеризуемого малой безразмерной константой  $e^2/\hbar c = 1/137$ .

Напомним некоторые положения нестационарной теории возмущений.

**1.1. Нестационарная теория возмущений.** Пусть  $H_0$  — не зависящий от времени гамильтониан квантовой системы в отсутствие внешних полей, причем для этого гамильтониана уравнение Шредингера допускает точное решение. Тогда гамильтониан  $H$  этой системы в присутствии нестационарного внешнего поля имеет вид

$$H = H_0 + V(\mathbf{r}, t),$$

где  $V(\mathbf{r}, t)$  — оператор, описывающий взаимодействие внешнего поля с системой (оператор возмущения). Теория возмущений используется тогда, когда выполняется условие  $V(\mathbf{r}, t) \ll H_0$ .

Пусть квантовая система находится в поле, характеристики которого периодически меняются со временем с частотой  $\omega$  (примером такого поля является поле монохроматической электромагнитной волны). Тогда оператор возмущения  $V(\mathbf{r}, t)$  также будет периодически меняться со временем с той же частотой  $\omega$ , следовательно, может быть записан в виде

$$V(\mathbf{r}, t) = 2v(\mathbf{r}) \cos \omega t = v(\mathbf{r}) e^{i\omega t} + v(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}.$$

Введем обозначение  $V^\pm(\mathbf{r}, t) = v(\mathbf{r}) e^{\pm i\omega t}$ , тогда

$$V(\mathbf{r}, t) = V^+(\mathbf{r}, t) + V^-(\mathbf{r}, t).$$

В первом порядке зависящей от времени теории возмущений вероятность перехода  $\omega$  квантовой системы в единицу времени из состояния, описываемого волновой функцией  $\psi_i$ , в состояние, описываемое волновой функцией  $\psi_f$  ( $\psi_i$  и  $\psi_f$  — собственные функции оператора  $H_0$ ) под действием возмущения  $v(\mathbf{r}) e^{\pm i\omega t}$ , дается выражением

$$\omega = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \int \psi_f^* v(\mathbf{r}) \psi_i d\mathbf{r} \right|^2 \rho_f(E_f) = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle f | v(\mathbf{r}) | i \rangle \right|^2 \rho_f(E_f), \quad (1.1)$$

причем переходы происходят в состояния, обладающие энергией  $E_f = E_i \mp \hbar\omega$  и плотностью  $\rho_f(E_f)$  ( $E_i$  и  $E_f$  — собственные значения оператора  $H_0$ , отвечающие собственным функциям  $\psi_i$  и  $\psi_f$ ).

Возмущение  $V^+(\mathbf{r}, t)$  приводит к тому, что квантовая система теряет энергию  $\hbar\omega$  путем вынужденного испускания,  $E_f = E_i - \hbar\omega$ . Под действием возмущения  $V^-(\mathbf{r}, t)$  система приобретает энергию  $\hbar\omega$  и  $E_f = E_i + \hbar\omega$ . В дальнейшем мы будем рассматривать лишь последний случай, соответствующий поглощению энергии поля, оставляя в операторе возмущения  $V(\mathbf{r}, t)$  лишь второе слагаемое  $V^-(\mathbf{r}, t)$ , которое зависит от времени как  $e^{-i\omega t}$ .

Для того чтобы вычислить с помощью выражения (1.1) вероятность поглощения электромагнитного излучения квантовой системой, требуется знание конкретного вида оператора взаимодействия системы с электромагнитным полем. Для этого оператора можно получить точное выражение (см. прил. 1). Подчеркнем, что в том случае, когда между квантовой системой и налетающей частицей осуществляется сильное взаимодействие, выражение для гамильтониана этого взаимодействия можно получить лишь в определенных модельных приближениях.

Будем рассматривать случай, когда на квантовую систему падает плоская монохроматическая электромагнитная волна.

**1.2. Квантовая система в поле плоской электромагнитной волны.** Полный гамильтониан  $\mathcal{H}$  системы частиц и электромагнитного поля имеет вид

$$\mathcal{H} = H_0 + H_\omega + V(\mathbf{r}, t),$$

где  $H_0$  — гамильтониан системы в отсутствие внешних полей,  $H_\omega$  — гамильтониан электромагнитного поля и  $V(\mathbf{r}, t)$  — гамильтониан взаимодействия системы с электромагнитным полем (оператор возмущения).

В дальнейшем под системой будем понимать совокупность  $A$  нерелятивистских частиц. Тогда

$$H_0 = \sum_{\alpha=1}^A \frac{\mathbf{p}_\alpha^2}{2m_\alpha} + \sum_{\alpha<\beta} W_{\alpha\beta},$$

где  $\mathbf{p}_\alpha$  и  $m_\alpha$  — оператор импульса и масса частиц системы, а  $W_{\alpha\beta}$  — энергия взаимодействия частиц  $\alpha$  и  $\beta$ .  $H_\omega$  — не что иное, как энергия электромагнитного поля. Классическое выражение для нее

$$H_\omega = \frac{1}{8\pi} \int (\mathbf{E}^2 + \mathbf{H}^2) d\mathbf{r},$$

где  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  — напряженности электрического и магнитного полей. Если поле квантовано и представляет собой совокупность  $n$  фотонов энергии  $\hbar\omega$ , то

$$H_\omega = n\hbar\omega.$$

Выражение для оператора  $V(\mathbf{r}, t)$  выводится в прил. 1 и имеет в случае бесспиновых частиц вид

$$V(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{c} \sum_{\alpha=1}^A \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \mathbf{A} \mathbf{p}_\alpha, \quad (1.2)$$

где  $e_\alpha$  — электрические заряды частиц системы, а  $\mathbf{A}$  — векторный потенциал электромагнитной волны в той точке, где находится частица  $\alpha$ .

Конкретизируем это выражение для случая, когда система поглощает падающую на нее плоскую монохроматическую волну. Векторный потенциал такой волны можно записать в виде

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = 2A_0 \mathbf{e} \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t) = A_0 \mathbf{e} e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)} + A_0 \mathbf{e}^{-i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)}, \quad (1.3)$$

где  $\mathbf{k}$  — волновой вектор, направление которого определяет направление распространения волны ( $\mathbf{k} = \mathbf{n} \frac{\omega}{c}$ , а  $\mathbf{n}$  — единичный вектор в направлении  $\mathbf{k}$ ), и  $\mathbf{e}$  — единичный вектор поляризации излучения.

Векторный потенциал  $\mathbf{A}$  должен удовлетворять условию  $\operatorname{div} \mathbf{A} = 0$  (см. прил. 1). Для плоской волны это условие равносильно требованию

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{e} = 0, \quad (1.4)$$

которое выполняется для волны, поляризованной перпендикулярно направлению распространения, т. е. поперечной волны.

Подставляя в формулу (1.2) для  $V(\mathbf{r}, t)$  лишь первый член из выражения (1.3) для векторного потенциала плоской волны, который имеет отрицательную частоту и, следовательно, отвечает поглощению излучения, получаем

$$V(\mathbf{r}, t) = v(\mathbf{r}) e^{-i\omega t} = -A_0 e^{-i\omega t} \cdot \frac{1}{c} \sum_{\alpha=1}^A \frac{e_\alpha}{m_\alpha} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_\alpha} \cdot \mathbf{p}_\alpha,$$

причем  $A_0 = A_0 \epsilon$ .

Для  $v(\mathbf{r})$  имеем

$$v(\mathbf{r}) = -\frac{i}{c} A_0 \sum_{\alpha=1}^A \frac{e_\alpha}{m_\alpha} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_\alpha} \cdot \mathbf{p}_\alpha. \quad (1.5)$$

Именно этот оператор и будет использован ниже в выражении (1.1) для вычисления вероятности перехода квантовой системы в единицу времени.

## § 2. Классическое представление излучения и фотоны

В предыдущем параграфе электромагнитное излучение представлено в форме плоской поперечной ( $\mathbf{k} \cdot \mathbf{e} = 0$ ) монохроматической волны (см. (1.3)). Такое представление электромагнитного поля — классическое. Последовательное описание электромагнитного поля как совокупности фотонов требует использования довольно громоздкого аппарата вторичного квантования. Получим основные результаты, сохранив классическое представление поля, учитывая, однако, там, где это необходимо, то, что это поле состоит из фотонов, свойства которых будем считать заранее известными.

Прежде всего учтем то, что электромагнитная волна, состоящая из фотонов, не может иметь любую интенсивность. Для этого амплитуду векторного потенциала  $A_0$  нормируем так, чтобы она соответствовала  $n$  фотонам в единице объема. В этом случае усредненная по времени плотность энергии электромагнитной волны будет равна энергии  $n$  фотонов, т. е.

$$\frac{1}{8\pi} \langle \mathbf{E}^2 + \mathbf{H}^2 \rangle = n \hbar \omega,$$

где знак  $\langle \rangle$  означает усреднение по времени. Используя то, что

$$\langle \mathbf{E}^2 \rangle = \langle \mathbf{H}^2 \rangle, \quad \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad \text{и} \quad \langle \sin^2 \omega t \rangle = \frac{1}{2},$$

можно получить

$$\frac{1}{8\pi} \langle \mathbf{E}^2 + \mathbf{H}^2 \rangle = \frac{A_0^2 \omega^2}{2\pi c^2}.$$

Следовательно,

$$\frac{A_0^2 \omega^2}{2\pi c^2} = n \hbar \omega \quad \text{и} \quad A_0 = \sqrt{\frac{2\pi \hbar n}{\omega}} \cdot c.$$

Поскольку нас интересует только процесс поглощения излучения, то в дальнейшем для плоской электромагнитной волны используем выражение

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \sqrt{\frac{2\pi \hbar n}{\omega}} c \mathbf{e}^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)}.$$

Нормируем плоскую волну так, чтобы она давала один фотон в единице объема, тогда

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \sqrt{\frac{2\pi \hbar}{\omega}} c \mathbf{e}^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)}. \quad (2.1.)$$

## § 3. Классификация фотонов и мультипольные волны

Состояния рассматриваемых нами квантовых систем (атома и ядра) характеризуются определенными значениями момента количества движения  $J$  и четности  $P$ . Поэтому в любом процессе, в котором такие квантовые системы переходят из одного состояния в другое, должны учитываться правила отбора по моменту и четности. Если атом или ядро переходят из одного состояния в другое в результате поглощения электромагнитного излучения, то законы сохранения момента количества движения и четности требуют, чтобы поглощенное излучение также имело определенные значения  $J$  и  $P$ . Поэтому участвовать в атомных и ядерных процессах может лишь такое электромагнитное излучение, волновая функция которого — собственная функция операторов момента и четности.

Плоская волна не имеет определенного момента и четности. Однако векторный потенциал такой волны можно разложить в ряд по состояниям с определенными значениями  $J$  и  $P$ . Это разложение носит название разложения по мультипольным волнам (или просто мультиполям). Отдельные члены такого разложения будут отвечать электромагнитным волнам (фотонам) с определенными значениями момента и четности, которые могут быть поглощены атомами и ядрами.

Таким образом, задача состоит в том, чтобы перейти от поля фотонов с определенным значением импульса ( $\hbar \mathbf{k}$ ) к полю фотонов с определенными значениями момента и четности. Прежде чем записать разложение плоской волны по мультиполям (выход этого разложения дан в прил. 2), напомним классификацию фотонов по моменту и четности.

Полный момент количества движения фотона  $J$  принимает целочисленные значения, начиная с единицы:  $J=1, 2, 3, \dots$ . Невозможность для фотона  $J=0$  следует из того, что электромагнитная волна поперечна и поэтому не может быть описана сферически симметричной волновой функцией.

К фотону неприменимо обычное определение спина как момента количества движения в системе покоя, так как такой системы для фотона не существует. Поскольку, однако, фотон — квант векторного поля, а любое векторное поле пригодно для описания частицы со спином 1 (это можно показать, рассматривая свойства векторного поля по отношению к вращениям системы координат), то фотону удобно присвоить спин  $S=1$ . Из этого следует, что полный момент фотона  $J$  можно формально рассматривать как векторную сумму спинового  $S$  и орбитального  $L$  моментов ( $J=L+S$ ), причем орбитальный момент  $L$  в данном случае не что иное, как ранг сферических функций  $Y_{Lm}$ , входящих в состав волновой функции фотона (см. прил. 2).

Фотоны с определенным значением  $J$  называются  $2^J$ -польными (дипольными, если  $J=1$ ; квадрупольными, если  $J=2$ ; октупольными, если  $J=3$  и т. д.). Для данного  $J$  квантовое число орбитального момента  $L$  может принимать три значения:  $L=J+1$ ,  $J$ ,  $J-1$ , так как спин фотона  $S=1$ .

Четность фотона  $P_\Phi$  определяется правилом (см. прил. 2)

$$P_\Phi = (-1)^{L+1}.$$

Таким образом, фотоны с одинаковым  $J$  могут иметь различные значения орбитального момента, а следовательно, и четности. Фотоны, для которых орбитальный момент совпадает с полным, т. е.  $L=J$ , имеют четность  $(-1)^{J+1}$  и называются магнитными (или кратко  $\mathcal{M}J$ ) фотонами. Фотоны, для которых  $L=J+1$ , имеют четность  $(-1)^J$  и называются электрическими (или  $\mathcal{E}J$ ) фотонами. Основания для такой классификации изложены в прил. 2. Таким образом, фотоны электрического типа, в отличие от фотонов магнитного типа, не имеют определенного значения орбитального момента. Их волновая функция является линейной комбинацией состояний с  $L=J\pm 1$ .

Для описания электрического ( $\mathcal{E}J$ ) и магнитного ( $\mathcal{M}J$ ) излучений используются электрические и магнитные мультипольные потенциалы  $A_{JM}^\mathcal{E}$  и  $A_{JM}^\mathcal{M}$  (см. прил. 2), которые можно рассматривать как собственные функции  $\mathcal{E}J$  и  $\mathcal{M}J$  излучений, имеющих проекцию полного момента, равную  $M$ . Разложение плоской волны по мультипольям есть разложение по функциям  $A_{JM}^\mathcal{E}$  и  $A_{JM}^\mathcal{M}$ .

Наиболее простой вид это разложение имеет тогда, когда плоская волна поляризована по кругу и ее волновой вектор  $\mathbf{k}$  направлен вдоль оси  $z$ . (Левая и правая круговые поляризации описываются единичными векторами  $e_p$  ( $p=\pm 1$ ), связанными с единичными векторами декартовой системы координат соотношениями (II.4) и (II.5), приведенными в прил. 2.) В этом частном случае разложение по мультипольям имеет вид (см. (II.10)):

$$\begin{aligned} A(\mathbf{r}, t) &= A_0 e_p e^{i(kz-\omega t)} = \\ &= A_0 e^{-i\omega t} \sum_{J=1}^{\infty} i^J \sqrt{2\pi(2J+1)} (iA_{Jp}^\mathcal{E} + pA_{Jp}^\mathcal{M}), \quad p = \pm 1, \end{aligned} \quad (3.1)$$

причем левой круговой поляризации отвечает  $p=+1$ , а правой —  $p=-1$ . В соответствии с этим проекция полного момента фотона может принимать значения либо  $+1$ , либо  $-1$ .

Если волновой вектор  $\mathbf{k}$  имеет произвольное направление, то разложение по мультипольям более сложно

$$\begin{aligned} A(\mathbf{r}, t) &= A_0 e_p e^{i(kr-\omega t)} = A_0 e^{-i\omega t} \sum_{J=1}^{\infty} \sum_{M=-J}^J i^J \sqrt{2\pi(2J+1)} \times \\ &\times D_{Mp}^J(\tilde{\varphi}, \tilde{\theta}, 0) (iA_{JM}^\mathcal{E} + pA_{JM}^\mathcal{M}), \quad p = \pm 1, \end{aligned} \quad (3.2)$$

где  $D_{Mp}^J$  — матрица вращений (подробнее см. прил. 2 и 3), зависящая от углов  $\tilde{\theta}$  и  $\tilde{\varphi}$ , которые определяют направление волнового вектора  $\mathbf{k}$  в полярной системе координат. В этом случае проекция полного момента фотона  $M$  принимает все возможные значения ( $M=\pm J, \pm(J-1), \dots$ ).

#### § 4. Правила отбора по спину и четности для электромагнитных переходов

Правила отбора по спину и четности для электромагнитных переходов непосредственно следуют из законов сохранения момента количества движения и четности. Так, если начальные и конечные спины квантовой системы равны  $J_i$  и  $J_f$ , а спин фотона равен  $J$ , то из правил сложения моментов следует, что  $|J_i - J_f| \leq J \leq J_i + J_f$ , или  $|J_i - J| \leq J_f \leq J_i + J$ . Проекции  $M_i$  и  $M_f$  моментов  $J_i$  и  $J_f$ , а также проекция  $M$  момента фотона  $J$  связаны условием  $M_i - M_f = M$ , также вытекающим из закона сложения моментов.

Закон сохранения четности требует, чтобы четности начального и конечного состояний  $P_i$  и  $P_f$  квантовой системы были связаны с четностью фотона  $P_\Phi$  следующим правилом:  $P_i P_f = P_\Phi$ . Для фотонов электрического типа, таким образом, получаем  $P_i P_f = (-1)^J$ . Для фотонов магнитного типа  $P_i P_f = (-1)^{J+1}$ . Остановимся на некоторых следствиях из сформулированных правил отбора.

Во-первых, так как для фотона  $J \geq 1$ , переходы между состояниями квантовой системы с нулевыми значениями полного момента (т. е. переходы  $0 \rightarrow 0$ ) с испусканием или поглощением одного фотона запрещены.

При поглощении дипольных фотонов спин конечного состояния может принимать значения  $|J_i - 1| \leq J_f \leq J_i + 1$ , причем если поглощаются электрические дипольные ( $\mathcal{E}1$ ) фотоны, четность конечного состояния противоположна четности начального. Если поглощаются дипольные фотоны магнитного типа ( $\mathcal{M}1$ ), то четность конечного состояния совпадает с четностью начального.

При поглощении квадрупольных фотонов спин конечного состояния может принимать значения  $|J_i - 2| \leq J_f \leq J_i + 2$ , причем четность конечного состояния не изменяется по сравнению с чет-

ностью начального, если был поглощен электрический квадрупольный ( $\mathcal{E} 2$ ) фотон. Поглощение магнитного квадрупольного ( $\mathcal{M} 2$ ) фотона меняет четность конечного состояния.

Для наиболее простого случая, когда начальное состояние квантовой системы имеет нулевой спин и положительную четность ( $J_i^P = 0^+$ ), возможные конечные состояния ( $J_f^P$ ) системы, воз-

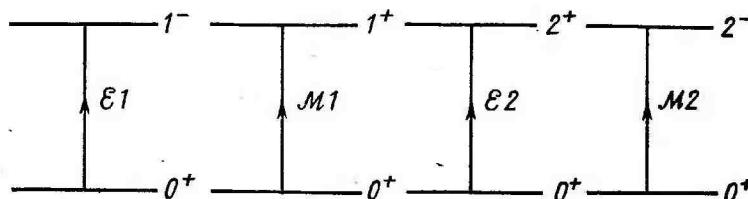


Рис. 2. Примеры электромагнитных переходов простейшего типа

никающие при поглощении дипольных и квадрупольных фотонов электрического и магнитного типа, показаны на рис. 2.

## § 5. Длинноволновое приближение

Вернемся к оператору взаимодействия электромагнитного поля с квантовыми системами, для которого нами получено выражение (1.2). В соответствии с разложением (3.2) плоской волны по мультиполям оператор взаимодействия квантовой системы с чистым электрическим или магнитным излучением мультипольности  $J$  можно записать в виде

$$V_{JM}^{\text{или } \mathcal{M}} = -\frac{1}{c} \sum_{\alpha} \frac{e_{\alpha}}{m_{\alpha}} A_{JM}^{\mathcal{E} \text{ или } \mathcal{M}} \cdot \mathbf{p}_{\alpha}. \quad (5.1)$$

Вероятность перехода системы из состояния  $|i\rangle$  в состояние  $|f\rangle$  в результате поглощения чистого электрического или магнитного излучения мультипольности  $J$ , согласно (1.1), будет определяться квадратом матричного элемента

$$\langle f | V_{JM}^{\mathcal{E} \text{ или } \mathcal{M}} | i \rangle.$$

Рассмотрим случай, когда размеры системы  $R$  много меньше длины волны излучения  $\lambda$ . Примерами систем малой протяженности, для которых это условие часто выполняется, являются прежде всего атом и атомное ядро. Условие  $\lambda \gg R$  эквивалентно условию  $kR \ll 1$ , так как  $\lambda = 2\pi/k$ . Кроме того, поскольку волновые функции  $|i\rangle$  и  $|f\rangle$  дискретных состояний заметно отличны от нуля только внутри квантовой системы, то в матричном элементе можно ограничиться интегрированием в области  $r \leq R$ . Поэтому если  $kR \ll 1$ , то и  $kr \ll 1$ . В этом случае в качестве мультипольных

потенциалов можно использовать приближенные выражения (см. (II.15))

$$A_{JM}^{\mathcal{M}} \approx \frac{(kr)^J}{(2J+1)!!} Y_{JJM}(\theta, \varphi), \quad (5.2)$$

$$A_{JM}^{\mathcal{E}} \approx \frac{(kr)^{J-1}}{(2J-1)!!} \sqrt{\frac{J+1}{2J+1}} Y_{J,J-1,M}(\theta, \varphi).$$

Тогда, пренебрегая видом волновых функций начального и конечного состояний, а также не учитывая деталей угловой зависимости мультипольных потенциалов, получаем следующие оценки по порядку величины для отношений вероятностей поглощения электрического и магнитного мультипольного излучения в длинноволновом приближении (т. е. при  $R \ll \lambda$ ):

$$\frac{w(\mathcal{M} J)}{w(\mathcal{E} J)} \sim (kR)^2 \ll 1, \quad (5.3)$$

$$\frac{w(\mathcal{E} J+1)}{w(\mathcal{E} J)} \approx \frac{w(\mathcal{M} J+1)}{w(\mathcal{M} J)} \sim (kR)^2 \ll 1.$$

Таким образом, в длинноволновом приближении при отсутствии запрета по четности и полному моменту вероятность поглощения излучения сильно уменьшается с увеличением его мультипольности. Кроме того, вероятность поглощения электрического излучения существенно превосходит вероятность поглощения магнитного излучения той же мультипольности. При прочих равных условиях в длинноволновом приближении должна преобладать вероятность поглощения электрических дипольных ( $\mathcal{E} 1$ ) фотонов.

## § 6. Матричные элементы электромагнитных переходов различной мультипольности в длинноволновом приближении

Напомним разложение плоской волны, распространяющейся вдоль оси  $z$  по собственным функциям несвязанного представления (см. соотношение (II.7) прил. 2):

$$A_0 e^{i(kz-\omega t)} = A_0 e^{-i\omega t} \sum_{L=0}^{\infty} i^L \sqrt{4\pi(2L+1)} j_L(kr) Y_{L0}(\theta). \quad (6.1)$$

$\mathcal{M} J$  фотонам в этом ряду соответствуют члены с  $L=J$ ,  $\mathcal{E} J$  фотонам — члены с  $L=J\pm 1$ . Запишем три члена разложения:

$$A_0 e^{i(kz-\omega t)} = A_0 e^{-i\omega t} [\sqrt{4\pi} j_0(kr) Y_{00}(\theta) + i\sqrt{4\pi \cdot 3} j_1(kr) Y_{10}(\theta) + i^2 \sqrt{4\pi \cdot 5} j_2(kr) Y_{20}(\theta) + \dots]. \quad (6.2)$$

Очевидно, что первому члену с  $L=0$  соответствуют  $\mathcal{E}1$  фотоны. Второй — содержит в неразделенном виде  $\mathcal{M}1$  и  $\mathcal{E}2$  фотоны, для которых  $L=1$ , а  $J$  принимает значения 1 и 2. Третий член отвечает совместному вкладу  $\mathcal{E}1$ ,  $\mathcal{M}2$  и  $\mathcal{E}3$  фотонов, для которых  $L=2$ , а  $J$  равно 1, 2, 3 и т. д. Подставляя в разложение (6.2) явный вид функций Бесселя для малых  $L$  при  $kr \ll 1$ :

$$j_0(kr) = \frac{\sin kr}{kr} \approx 1 - \frac{(kr)^2}{3!},$$

$$j_1(kr) = \frac{\sin kr}{(kr)^2} - \frac{\cos kr}{kr} \approx \frac{kr}{3},$$

$$\begin{aligned} j_2(kr) &= \left[ \frac{3}{(kr)^3} - \frac{1}{kr} \right] \sin kr - \\ &- \frac{3}{(kr)^2} \cos kr \approx \frac{(kr)^2}{3 \cdot 5} \end{aligned}$$

и сферических гармоник

$$Y_{00}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}},$$

$$Y_{10}(\theta) = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta,$$

$$Y_{20}(\theta) = \sqrt{\frac{5}{16\pi}} (3 \cos^2 \theta - 1)$$

и принимая во внимание то, что  $r \cos \theta = z$ , получаем

$$A_0 e^{ikz} = A_0 \left[ 1 + ikz + \frac{1}{2!} (ikz)^2 + \dots \right],$$

где выражение в квадратных скобках представляет собой разложение  $e^{ikz}$  в ряд по степеням  $ikz$ . Очевидно, что при произвольном направлении волнового вектора  $k$

$$A_0 e^{i(kr-\omega t)} = A_0 e^{-i\omega t} \left[ 1 + ikr + \frac{1}{2!} (ikr)^2 + \dots \right]. \quad (6.3)$$

Этот результат можно было бы получить сразу. Однако, выводя его из разложения (6.1), можно заключить, что первому члену в квадратных скобках (единице) в выражении (6.3) соответствуют  $\mathcal{E}1$  фотоны, второму ( $ikr$ ) —  $\mathcal{M}1$  и  $\mathcal{E}2$  фотоны, третьему

$$\left( \frac{1}{2!} (ikr)^2 \right) = \mathcal{E}1, \mathcal{M}2 \text{ и } \mathcal{E}3 \quad \text{фотоны и т. д.}$$

Итак, в качестве первого приближения для  $A_0 e^{i(kr-\omega t)}$  при  $kr \ll 1$  можно использовать первый член в разложении (6.3), отвечающий электрическим дипольным фотонам:

$$A_0 e^{i(kr-\omega t)} \approx A_0 e^{-i\omega t}.$$

Тогда матричный элемент электромагнитного перехода будет иметь следующий вид (см. (1.1) и (1.5)):

$$\begin{aligned} \langle f | v(r) | i \rangle_{\mathcal{E}1} &= - \left\langle f \left| A_0 \frac{1}{c} \sum_{\alpha} \frac{e_{\alpha}}{m_{\alpha}} e^{i k r_{\alpha}} p_{\alpha} \right| i \right\rangle_{\mathcal{E}1} \approx \\ &\approx - A_0 \frac{1}{c} \sum_{\alpha} \frac{e_{\alpha}}{m_{\alpha}} \langle f | p_{\alpha} | i \rangle. \end{aligned}$$

Заменим в этом выражении матричный элемент от оператора импульса на матричный элемент от оператора координаты, используя известное в квантовой механике соотношение

$$\langle f | p_{\alpha} | i \rangle = \frac{m_{\alpha}}{i\hbar} (E_i - E_f) \langle f | r_{\alpha} | i \rangle. \quad (6.4)$$

С учетом этого соотношения получаем

$$\langle f | v(r) | i \rangle_{\mathcal{E}1} \approx A_0 (E_f - E_i) \frac{1}{ic\hbar} \langle f \left| \sum_{\alpha} e_{\alpha} r_{\alpha} \right| i \rangle, \quad (6.5)$$

где  $\sum_{\alpha} e_{\alpha} r_{\alpha}$  — не что иное, как статический электрический дипольный момент системы, обозначаемый в дальнейшем  $\mathcal{D}$ .

Итак, мы показали, переходя от импульсов частиц, образующих квантовую систему, к их координатам, что в длинноволновом приближении, когда учитывается поглощение лишь электрических дипольных фотонов, матричный элемент электромагнитного перехода может быть сведен к матричному элементу оператора электрического дипольного момента этой системы.

Очевидно, что при поглощении  $\mathcal{E}1$  фотонов возникают колебания электрического дипольного момента системы с частотой, равной частоте внешнего поля. Действительно, в длинноволновом приближении

$$A(r, t) \approx A_0 e^{-i\omega t}$$

и напряженность электрического поля, определяемая выражением

$$E(r, t) = - \frac{1}{c} \frac{\partial A}{\partial t} \approx i \frac{\omega}{c} A_0 e^{-i\omega t},$$

в каждый момент времени приблизительно одна и та же для всех точек системы. Иначе говоря, частицы системы все время находятся в электрическом поле приблизительно одинаковой фазы. Под действием этого поля заряженные частицы будут перемещаться относительно своего первоначального положения, что приведет к колебанию электрического дипольного момента системы с частотой, равной частоте внешнего поля.

Если электрические дипольные колебания в системе при данной энергии возбуждения невозможны, то для вычисления вероятностей электромагнитных переходов необходимо использовать следующие члены разложения векторного потенциала плоской волны в ряд по степеням  $i\kappa$ , и прежде всего второй член, ответственный за поглощение  $\mathcal{M}_1$  и  $\mathcal{E}_2$  фотонов. Можно показать, что в этом случае в длинноволновом приближении матричные элементы электромагнитных переходов сводятся к матричным элементам операторов магнитного дипольного и электрического квадрупольного моментов системы. Возникающие при поглощении  $\mathcal{M}_1$  и  $\mathcal{E}_2$  фотонов возбуждения носят характер колебаний соответственно магнитного дипольного и электрического квадрупольного моментов системы с частотой, равной частоте внешнего поля.

Более того, можно показать, что и в общем случае в длинноволновом приближении матричный элемент электрического перехода любой мультипольности

$$\langle f | V_{JM}^* | i \rangle,$$

где  $V_{JM}^*$  дается выражением (5.1), может быть сведен с точностью до множителя, не зависящего от координат, к матричному элементу

$$\langle f | \mathcal{D}_{JM} | i \rangle,$$

где  $\mathcal{D}_{JM}$  — компонента статического электрического момента системы той же мультипольности, определяемая выражением

$$\mathcal{D}_{JM} = \sqrt{\frac{4\pi}{2J+1}} \sum_{\alpha} e_{\alpha} r_{\alpha} Y_{JM}(\theta_{\alpha}, \varphi_{\alpha}). \quad (6.6)$$

Аналогично показывается, что в длинноволновом приближении матричный элемент магнитного перехода любой мультипольности

$$\langle f | V_{JM}^* | i \rangle$$

сводится к матричному элементу оператора  $\mathfrak{M}_{JM}$  статического магнитного момента системы той же мультипольности, который в отсутствии у частиц спина дается выражением

$$\mathfrak{M}_{JM} = \sqrt{\frac{4\pi}{2J+1}} \sum_{\alpha} \frac{e_{\alpha}}{m_{\alpha} c} \cdot \frac{\mathbf{L}_{\alpha}}{J+1} \text{grad}[r_{\alpha} Y_{JM}(\theta_{\alpha}, \varphi_{\alpha})], \quad (6.7)$$

где  $\mathbf{L}_{\alpha}$  — оператор орбитального момента, действующий на переменные частицы  $\alpha$  ( $\mathbf{L}_{\alpha} = [\mathbf{r}_{\alpha} \times \mathbf{p}_{\alpha}]$ ).

Мультипольными электрическими и магнитными моментами обладает любая система, состоящая из движущихся заряженных частиц (в том числе и атомное ядро). При  $J=0$   $\mathcal{D}_{JM}$  имеет всего одну компоненту

$$\mathcal{D}_{00} = \sum_{\alpha} e_{\alpha} = Q,$$

где  $Q$  — суммарный электрический заряд системы. При  $J=1$   $\mathcal{D}_{JM}$  имеет три компоненты  $(\mathcal{D}_{1,+1}, \mathcal{D}_{1,-1}, \mathcal{D}_{1,0})$ , непосредственно определяемые через проекции вектора  $\mathcal{D}$  электрического дипольного момента системы на оси комплексных циркулярных координат (II.4). Действительно, вспоминая, что

$$Y_{10} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta, \text{ а } Y_{1,\pm 1} = \mp \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{\pm i\varphi},$$

$$\text{имеем } \mathcal{D}_{10} = \sum_{\alpha} e_{\alpha} r_{\alpha} \cos \theta = \mathcal{D}_z,$$

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{1,\pm 1} &= \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \sum_{\alpha} e_{\alpha} r_{\alpha} \left( \mp \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{\pm i\varphi} \right) = \\ &= \mp \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \sum_{\alpha} e_{\alpha} r_{\alpha} \sin \theta \cos \varphi \pm i \sum_{\alpha} e_{\alpha} r_{\alpha} \sin \theta \sin \varphi \right) = \\ &= \mp \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \sum_{\alpha} e_{\alpha} x_{\alpha} \pm i \sum_{\alpha} e_{\alpha} y_{\alpha} \right) = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathcal{D}_x \pm i\mathcal{D}_y). \end{aligned} \quad (6.8)$$

Подчеркнем, что для получения вероятностей электрических дипольных переходов между состояниями квантовой системы, характеризующимися определенными значениями полного момента  $J$  и его проекции  $M$ , правильнее вычислять матричные элементы не от оператора  $\mathcal{D} = \sum_{\alpha} e_{\alpha} r_{\alpha}$  вектора электрического дипольного

момента системы, который отвечает поглощению  $\mathcal{E}_1$  фотонов с любыми возможными значениями проекции ( $M=0, \pm 1$ ) полного момента ( $J=1$ ) на выделенное направление, а от операторов  $\mathcal{D}_{1M}$  ( $M=0, \pm 1$ ), что обеспечивает выполнение закона сохранения проекции момента.

При  $J=2$   $\mathcal{D}_{2M}$  имеет пять компонент, образующих, как известно, тензор электрического квадрупольного момента системы, и т. д.

Для магнитных мультипольных моментов при  $J=0$   $\mathfrak{M}_{00}=0$ , что очевидно, так как в природе не существует магнитных зарядов.

При  $J=1$  компоненты  $\mathfrak{M}_{1M} (\mathfrak{M}_{10}, \mathfrak{M}_{1,+1}, \mathfrak{M}_{1,-1})$  непосредственно определяются через проекции вектора магнитного дипольного момента системы

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{2c} \sum_{\alpha} \frac{e_{\alpha}}{m_{\alpha}} [\mathbf{r}_{\alpha} \times \mathbf{p}_{\alpha}] = \frac{1}{2c} \sum_{\alpha} \frac{e_{\alpha}}{m_{\alpha}} \mathbf{L}_{\alpha} \quad (6.9)$$

на оси комплексных циркулярных координат аналогично соотношению (6.8) и т. д.

Итак, для вычисления вероятностей электромагнитных переходов различной мультипольности между состояниями  $|i\rangle$  и  $|f\rangle$  в длинноволновом приближении достаточно рассчитать недиагональные матричные элементы

$$\langle f | \mathcal{D}_{JM} | i \rangle \text{ и } \langle f | \mathfrak{M}_{JM} | i \rangle$$

операторов статических электрических и магнитных моментов соответствующей мультипольности.

Диагональные матричные элементы этих операторов

$$\langle i | \mathcal{D}_{JM} | i \rangle, \langle i | \mathfrak{M}_{JM} | i \rangle, \langle f | \mathcal{D}_{JM} | f \rangle \text{ и } \langle f | \mathfrak{M}_{JM} | f \rangle,$$

очевидно, дадут нам статические электрические и магнитные моменты системы в этих состояниях. Напомним, что если состояния  $\psi_i$  квантовой системы характеризуются определенной четностью, то для таких состояний отсутствуют все нечетные статические электрические моменты (дипольный, октупольный и т. д.). Это непосредственно следует из того, что в диагональном матричном элементе  $\int \psi_i^* \mathcal{D}_{JM} \psi_i d\tau$   $\psi_i^* \psi_i$  — всегда четная функция и интеграл обращается в нуль, если  $\mathcal{D}_{JM}$  — нечетная функция, что имеет место для нечетного  $J$ , так как четность  $\mathcal{D}_{JM}$  определяется четностью сферических функций  $Y_{JM}$  (см. выражение (6.6)) и равна  $(-1)^J$ . Аналогично показывается, что для таких квантовых систем отсутствуют все четные магнитные моменты, так как четность  $\mathfrak{M}_{JM}$  равна  $(-1)^{J+1}$ .

Выражения (6.6) и (6.7) для мультипольных операторов электрических и магнитных переходов справедливы при отсутствии у частиц спина. В том случае, когда спины частиц, образующих квантовую систему, отличны от нуля, эти операторы имеют вид (см., например, [18]):

$$\mathcal{D}_{JM}|_{S \neq 0} = \sqrt{\frac{4\pi}{2J+1}} \left\{ \sum_{\alpha=1}^A e_{\alpha} r_{\alpha}^J Y_{JM} - \frac{ik}{J+1} \cdot \frac{e_{\alpha}}{m_{\alpha}c} \mu_{\alpha} (\mathbf{S}_{\alpha} \times \mathbf{r}_{\alpha}) \operatorname{grad}(r_{\alpha}^J Y_{JM}) \right\}, \quad (6.10)$$

$$\mathfrak{M}_{JM}|_{S \neq 0} = \sqrt{\frac{4\pi}{2J+1}} \left\{ \sum_{\alpha=1}^A \frac{e_{\alpha}}{m_{\alpha}c} \left[ \frac{\mathbf{L}_{\alpha}}{J+1} + \mu_{\alpha} \mathbf{S}_{\alpha} \right] \operatorname{grad}(r_{\alpha}^J Y_{JM}) \right\},$$

где  $\mu_{\alpha}$  и  $\mathbf{S}_{\alpha}$  — величина магнитного момента и спиновый оператор частицы  $\alpha$ . В частности, для оператора магнитного дипольного момента можно получить выражение

$$M = \sum_{\alpha=1}^A \frac{e_{\alpha}}{m_{\alpha}c} \left( \frac{1}{2} \mathbf{L}_{\alpha} + \mu_{\alpha} \mathbf{S}_{\alpha} \right). \quad (6.11)$$

Для атома и атомного ядра спиновым членом в мультипольном операторе электрического перехода можно пренебречь. Действительно, для  $EJ$  перехода с учетом того, что  $S_{\alpha} = \frac{\hbar}{2} \sigma_{\alpha}$ , где  $\sigma_{\alpha}$  — оператор, выражающийся через матрицы Паули, второй (спиновый) член по отношению к первому (связанному с орбитальным движением частиц) дает вклад

$$\left| \frac{\mu_{\alpha}}{J+1} \cdot \frac{k\hbar}{m_{\alpha}c} \right|^2 = \left| \frac{\mu_{\alpha}}{J+1} \cdot \frac{\hbar\omega}{m_{\alpha}c^2} \right|^2 \ll 1, \quad (6.12)$$

так как для электронов и нуклонов  $\mu_{\alpha} \geq 1$  (для электронов, протонов и нейтронов  $\mu_{\alpha}$  принимает значения соответственно 1, 2,79 и  $-1,91$ ) и энергия атомных и ядерных переходов существенно меньше массы электрона и нуклона в энергетических единицах. Например, для рассматриваемых ниже ядерных переходов  $\hbar\omega \approx 20$  МэВ, в то время как  $m c^2 \approx 940$  МэВ. В этой связи в дальнейшем при рассмотрении электрических дипольных переходов мы будем пренебречь спиновым членом.

Для магнитных переходов орбитальный и спиновый члены сравнимы по величине.

Из сказанного, также следует, что выводы, сформулированные в конце § 5 для вероятностей электромагнитных переходов в системах бесспиновых частиц, остаются справедливыми и для таких систем, состоящих из частиц с неравными нулю спинами, какими являются атомы и атомные ядра.

## § 7. Правило сумм Томаса — Райха — Куна для электрических дипольных переходов в атоме

Выражение для вероятности перехода квантовой системы в единицу времени под действием внешнего возмущения, зависящего от времени по гармоническому закону, имеет следующий вид (см. (1.1)):

$$w = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle f | v(r) | i \rangle|^2 \rho_f(E_f). \quad (7.1)$$

Эффективное сечение поглощения фотонов квантовой системой определяется из выражения  $\sigma = w/\text{поток фотонов}$ .

Пусть амплитуда векторного потенциала электромагнитной волны нормирована так, чтобы соответствовать одному фотону в единице объема. Тогда поток фотонов будет численно равен их скорости  $c$  и

$$\sigma = \frac{w}{c} = \frac{2\pi}{\hbar c} |\langle f | v(r) | i \rangle|^2 \rho_f(E_f). \quad (7.2)$$

Будем считать, что конечные состояния квантовой системы, поглощающей фотоны, принадлежат дискретному спектру. В этом случае вместо выражения (7.2), содержащего плотность состояний, можно записать эквивалентное ему выражение

$$\sigma = \frac{2\pi}{\hbar c} \cdot \frac{1}{dE_f} \sum_f |\langle f | v(r) | i \rangle|^2,$$

где сумма берется по конечным состояниям, лежащим внутри интервала энергий от  $E_f$  до  $E_f + dE_f$ . Переходя далее к сечению поглощения фотонов, проинтегрированному по всей энергетической области, имеем

$$\int \sigma dE = \frac{2\pi}{\hbar c} \sum_f |\langle f | v(r) | i \rangle|^2, \quad (7.3)$$

где сумма берется теперь по всем конечным состояниям.

Если интересоваться только электрическими дипольными переходами, вызванными взаимодействием системы с плоской электромагнитной волной, то для матричных элементов таких переходов в длинноволновом приближении мы можем использовать выражение (6.5)

$$\langle f | v(r) | i \rangle_{el} = A_0 \frac{E_f - E_i}{i\hbar} \langle f | \mathcal{D} | i \rangle, \quad (7.4)$$

$$\text{где } \mathcal{D} = \sum_{\alpha} e_{\alpha} r_{\alpha}.$$

Так как амплитуда векторного потенциала  $A_0$  соответствует одному фотону в единице объема, то в соответствии с (2.1)

$$A_0 = \sqrt{\frac{2\pi\hbar}{\omega}} c \epsilon, \quad (7.5)$$

причем  $\omega = \omega_{fi} = (E_f - E_i)/\hbar$ . Пусть единичный вектор поляризации электромагнитной волны  $\epsilon$  направлен вдоль оси  $z$ , тогда из (7.4) с учетом (7.5) получаем

$$\begin{aligned} \langle f | v(r) | i \rangle_{el} &= \frac{1}{i} \sqrt{2\pi\hbar\omega_{fi}} \epsilon \langle f | \mathcal{D} | i \rangle = \\ &= \frac{1}{i} \sqrt{2\pi\hbar\omega_{fi}} \langle f | \epsilon \mathcal{D} | i \rangle = \frac{1}{i} \sqrt{2\pi\hbar\omega_{fi}} \langle f | \mathcal{D}_z | i \rangle, \end{aligned}$$

$$\text{где } \mathcal{D}_z = \sum_{\alpha} e_{\alpha} z_{\alpha}.$$

Используя полученное соотношение, приходим к выражению для интегрального сечения поглощения  $\sigma_{el}$  фотонов в длинноволновом приближении:

$$\int \sigma_{el} dE = \frac{4\pi^2}{c} \sum_f \omega_{fi} |\langle f | \mathcal{D}_z | i \rangle|^2. \quad (7.6)$$

Для простейших квантовых систем выражение (7.6) допускает существенные упрощения. Уточним прежде всего, что в данном случае следует понимать под простейшей квантовой системой.

Как известно, свободная заряженная частица не может поглотить фотон, не изменив своего внутреннего состояния. Мы, однако, не рассматриваем процессы, приводящие к внутренним возбуждениям отдельных частиц системы, считая, что энергии излучения для этого недостаточно. Взаимодействие электромагнитной волны со свободным зарядом приводит в этом случае лишь к рассеянию излучения. Таким образом, простейшая система, которая может поглотить фотон, — это система двух связанных частиц, из которых по крайней мере одна заряжена. Такой системой является одноэлектронный атом, для которого мы и проведем дальнейшие расчеты. Очевидно, что энергия излучения, поглощенного системой связанных частиц, идет, с одной стороны, на изменение энергии относительного движения частиц, или, иначе говоря, на изменение внутреннего состояния системы, а с другой — на изменение энергии движения системы как целого, т. е. на изменение энергии движения центра тяжести системы. Поскольку нас интересуют внутренние возбуждения системы, то мы должны исключить из рассмотрения эффекты, связанные с изменением состояния движения системы как целого. Это достигается переходом к системе координат, в которой начало координат совпадает с положением центра тяжести системы частиц. Как известно, в такой системе координат задача о нахождении состояний системы из двух частиц, потенциальная энергия взаимодействия которых  $U(r_1, r_2)$  зависит только от расстояния между ними, т. е.  $U(r_1, r_2) = U(|r_1 - r_2|)$ , сводится к задаче о нахождении состояний одной частицы, имеющей массу, равную приведенной массе системы, во внешнем поле  $U(r)$ , где  $r = |\mathbf{r}| = |r_1 - r_2|$ . Так как масса атомного ядра  $M$  во много раз больше массы электрона  $m$ , то приведенная масса одноэлектронного атома  $\mu = mM/(m+M)$  практически совпадает с массой электрона, а в качестве координат центра тяжести атома могут быть взяты координаты ядра. Тогда в системе центра масс электрический дипольный момент одноэлектронного атома будет даваться выражением  $\mathcal{D}_{at} = er$ , где  $r$  — радиус-вектор электрона.

В соответствии с этим для одноэлектронного атома выражение (7.6) приобретает вид

$$\int \sigma_{el}^{at} dE = \frac{4\pi^2 e^2}{c} \sum_f \omega_{fi} |\langle f | z | i \rangle|^2. \quad (7.7)$$

Введем понятие силы осциллятора  $F_{fi}$  перехода электрона из состояния  $|i\rangle$  в состояние  $|f\rangle$ :

$$F_{fi} = \frac{2m}{\hbar} \omega_{fi} |\langle f | z | i \rangle|^2. \quad (7.8)$$

Выражение (7.7) может быть теперь переписано в виде

$$\int \sigma_{el}^{at} dE = \frac{2\pi^2 e^2 \hbar}{mc} \sum_f F_{fi}.$$

Строго говоря, здесь вместо массы электрона  $m$  должна стоять приведенная масса атома, которая, однако, практически совпадает с массой электрона.

Таким образом, интегральное сечение поглощения  $\sigma_{el}^{at}$  фотонов выражается через сумму сил осцилляторов  $\sum_f F_{fi}$ .

Докажем, что

$$\sum_f F_{fi} = 1. \quad (7.9)$$

Выражение (7.9) носит название правила сумм Томаса — Райха — Куна. Используя комплексно сопряженные матричные элементы, запишем (7.8) в виде

$$F_{fi} = \frac{m}{\hbar} \omega_{fi} [\langle f | z | i \rangle^* \langle f | z | i \rangle + \langle f | z | i \rangle \langle f | z | i \rangle^*].$$

Так как оператор  $z$  эрмитов, то

$$\langle f | z | i \rangle^* = \langle i | z | f \rangle. \quad (7.10)$$

Используем также выражение (6.4), связывающее матричные элементы операторов координаты и импульса частицы, записывая его в виде

$$im\omega_{fi} \langle f | z | i \rangle = \langle f | p_z | i \rangle. \quad (7.11)$$

С учетом (7.10) и (7.11)

$$F_{fi} = \frac{1}{i\hbar} [\langle i | z | f \rangle \langle f | p_z | i \rangle - \langle i | p_z | f \rangle \langle f | z | i \rangle].$$

При суммировании  $F_{fi}$  по  $f$  используем общее правило, по которому для двух произвольных операторов  $K$  и  $L$  справедливо выражение

$$\langle a | KL | b \rangle = \sum_c \langle a | K | c \rangle \langle c | L | b \rangle, \quad (7.12)$$

где суммирование ведется по полному набору собственных функций  $|c\rangle$  любого оператора, имеющего дискретный спектр состоя-

ний. Это правило является следствием условия полноты системы собственных функций оператора, имеющего дискретный спектр.

Итак, суммируя по всем конечным состояниям с учетом (7.12), имеем

$$\sum F_{fi} = \frac{1}{i\hbar} [\langle i | z p_z | i \rangle - \langle i | p_z z | i \rangle] = \frac{1}{i\hbar} \langle i | z p_z - p_z z | i \rangle.$$

Используя известное перестановочное соотношение  $[z, p_z] = i\hbar$ , получаем соотношение (7.9).

Итак, для одноэлектронного атома

$$\int \sigma_{el}^{at} dE = \frac{2\pi^2 e^2 \hbar}{mc}.$$

Если у атома имеется  $Z$  электронов, то интегральное сечение поглощения  $\sigma_{el}^{at}$  фотонов для такого атома будет даваться выражением

$$\int \sigma_{el}^{at} dE = \frac{2\pi^2 e^2 \hbar}{mc} Z, \quad (7.13)$$

так как каждый электрон вносит независимый вклад в сечение.

## ГЛАВА 2 ПРИЛОЖЕНИЕ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ ТЕОРИИ К АТОМНЫМ ЯДРАМ

### § 8. Эффективные заряды нуклонов Правило сумм для электрических дипольных переходов в атомных ядрах

В гл. 1 было показано, что интегральное сечение поглощения электрических дипольных фотонов атомами определяется чрезвычайно простым соотношением (7.13). Как следует изменить это соотношение, чтобы оно было применимо к атомному ядру? Прежде всего, в противоположность атому, где электрон может считаться связанным с бесконечно тяжелым ядром, само ядро является системой частиц приблизительно одинаковой массы. Поскольку нас интересуют внутренние возбуждения ядра, то в матричные элементы  $\sigma_{el}^{at}$  переходов должен войти оператор электрического дипольного момента ядра в системе центра масс. В произвольной системе координат оператор электрического дипольного момента ядра имеет вид

$$\mathcal{D} = \sum_{\alpha=1}^A e_{\alpha} r_{\alpha}. \quad (8.1)$$

Положение центра масс ядра в этой системе координат определяется из соотношения

$$\mathbf{R} = \frac{1}{A} \sum_{\alpha=1}^A \mathbf{r}_\alpha. \quad (8.2)$$

Перейдем в систему центра масс ядра. Положение нуклона с индексом  $\alpha$  в новой системе координат будет определяться радиус-вектором  $\mathbf{r}'_\alpha$ , причем (рис. 3)  $\mathbf{r}'_\alpha = \mathbf{r}_\alpha - \mathbf{R}$ .

В системе центра масс оператор электрического дипольного момента будет иметь вид

$$\mathcal{D}' = \sum_{\alpha=1}^A e_\alpha \mathbf{r}'_\alpha = \sum_{\alpha=1}^A e_\alpha (\mathbf{r}_\alpha - \mathbf{R}). \quad (8.3)$$

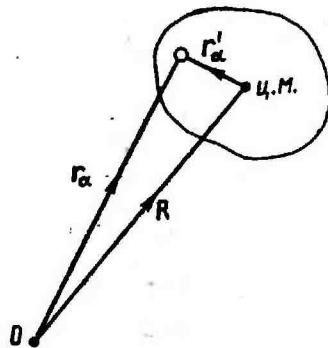


Рис. 3. Переход из произвольной системы координат в систему центра масс

$$\begin{aligned} \mathcal{D}' &= \sum_{\alpha=1}^A e_\alpha \left( \mathbf{r}_\alpha - \frac{1}{A} \sum_{\beta=1}^A \mathbf{r}_\beta \right) = \\ &= e \sum_{\alpha=1}^Z \mathbf{r}_\alpha - \frac{eZ}{A} \sum_{\beta=1}^A \mathbf{r}_\beta = \\ &= e \sum_{\alpha=1}^Z \left( 1 - \frac{Z}{A} \right) \mathbf{r}_\alpha - \frac{eZ}{A} \sum_{\beta=Z+1}^A \mathbf{r}_\beta = \frac{eN}{A} \sum_{\alpha=1}^Z \mathbf{r}_\alpha - \frac{eZ}{A} \sum_{\beta=Z+1}^A \mathbf{r}_\beta. \end{aligned} \quad (8.4)$$

Здесь первое суммирование проводится по  $Z$  протонам, а второе — по  $N=A-Z$  нейtronам. Если сравнить это выражение с выражением (8.1), то можно прийти к выводу, что в расчетах вероятностей поглощения  $\delta 1$  фотонов атомными ядрами можно использовать любую систему координат при условии, что каждому протону приписать положительный «эффективный» заряд

$$e_p = \frac{eN}{A} \approx \frac{e}{2}, \quad (8.5)$$

а каждому нейтрону — отрицательный «эффективный» заряд

$$e_n = -\frac{eZ}{A} \approx -\frac{e}{2}. \quad (8.6)$$

Итак, для электрических дипольных переходов эффективные заряды нейтронов и протонов приблизительно одинаковы по абсолютной величине и противоположны по знаку. Отсюда следует, что поглощение  $\delta 1$  фотонов ядром должно вызывать одинаковые, но противоположные направленные смещения нейтронов и протонов относительно их положения равновесия внутри ядра. Иначе говоря, в процессе электрических дипольных возбуждений протоны и нейтроны в ядре двигаются в противофазе. Таким образом, несмотря на то что с электромагнитным полем непосредственно взаимодействуют лишь имеющие электрический заряд протоны, связанные с ними силами притяжения нейтроны при поглощении ядром фотонов испытывают, в силу сохранения импульса, существенную отдачу, эффект которой и учитывается введением эффективных зарядов нуклонов. В противоположность этому в атоме эффектом отдачи ядра при поглощении излучения можно пренебречь.

Полученные эффективные заряды справедливы лишь для  $\delta 1$  переходов. Можно показать [18], что для электрических переходов любой мультипольности эффективные заряды определяются соотношениями

$$e_p = e \frac{1}{A^J} [(A-1)^J + (-1)^J (Z-1)], \quad e_n = eZ \left( -\frac{1}{A} \right)^J.$$

При  $J=1$  получаем те же значения эффективных зарядов, что и ранее. Видно также, что при  $J \geq 2$   $e_p \approx e$ ,  $e_n \approx 0$ .

Итак, для того чтобы учесть только внутренние возбуждения атомного ядра, вызванные взаимодействием с  $\delta J$  фотонами, достаточно в выражениях для операторов электрических мультипольных переходов заменить истинные заряды на эффективные.

Из выражений (8.1) и (8.3) следует, что между операторами электрического дипольного момента ядра в произвольной системе координат и в системе центра масс существует связь:

$$\mathcal{D} = \mathcal{D}' + eZR. \quad (8.7)$$

Член  $eZR$  описывает томсоновское рассеяние излучения на ядре как на целом объекте заряда  $eZ$ .

Установив, чему равны эффективные заряды нуклонов при взаимодействии с  $\delta 1$  фотонами, мы можем из выражения (7.13) легко получить интересующее нас правило сумм для электрических дипольных переходов в атомных ядрах. Очевидно, что для ядра

$$\int \sigma_{\delta 1}^{\text{погл}} dE = \frac{2\pi^2 \hbar}{Mc} \sum_{\alpha=1}^A \varepsilon_\alpha^2, \quad (8.8)$$

где  $M \approx M_p \approx M_n$  — массы нуклонов, а  $\varepsilon_\alpha$  — их эффективные заряды. Итак, учитывая (8.5) и (8.6), получаем

$$\int \sigma_{\text{E1}}^{\text{погл}} dE = \frac{2\pi^2\hbar}{Mc} \left( Z \frac{e^2 N^2}{A^2} + N \frac{e^2 Z^2}{A^2} \right) = \\ = \frac{2\pi^2 e^2 \hbar}{Mc} \cdot \frac{NZ}{A} = 60 \frac{NZ}{A} \text{ МэВ·мб.}$$

Полученное правило сумм относится лишь к внутренним возбуждениям ядра. Полное правило сумм для E1 переходов в атомных ядрах, включающее как возбуждение внутренних степеней свободы, так и движение ядра как целого, по-прежнему будет определяться выражением, аналогичным (7.13):

$$\int \sigma_{\text{E1}}^{\text{полн}} dE = \frac{2\pi^2 e^2 \hbar}{Mc} Z.$$

Это можно проверить, суммируя интегральные сечения E1 поглощения и томсоновского рассеяния на ядре. Для того чтобы выполнить это суммирование, представим оператор электрического дипольного момента ядра в виде (см. (8.1) и (8.7)):

$$\mathcal{D} = \sum_{\alpha=1}^A e_{\alpha} \mathbf{r}_{\alpha} = \frac{eN}{A} \sum_{k=1}^Z \mathbf{r}_k - \frac{eZ}{A} \sum_{l=1}^N \mathbf{r}_l + \frac{eZ}{A} \sum_{k=1}^Z \mathbf{r}_k + \frac{eZ}{A} \sum_{l=1}^N \mathbf{r}_l.$$

В этом выражении, где индекс « $k$ » относится к протонам, а « $l$ » — к нейтронам, первые два члена ответственны за поглощение E1 фотонов, а третий и четвертый — за томсоновское рассеяние. Видно, что в процессе рассеяния каждый из  $A$  нуклонов ядра ведет себя как частица с зарядом  $eZ/A$ . Поэтому интегральное сечение томсоновского рассеяния E1-фотонов имеет вид

$$\int \sigma_{\text{E1}}^{\text{расc}} dE = \frac{2\pi^2\hbar}{Mc} A \left( \frac{eZ}{A} \right)^2 = \frac{2\pi^2 e^2 \hbar}{Mc} \cdot \frac{Z^2}{A}. \quad (8.10)$$

Полное интегральное сечение взаимодействия ядра с E1 фотонами получается суммированием (8.9) и (8.10):

$$\int \sigma_{\text{E1}}^{\text{полн}} dE = \frac{2\pi^2 e^2 \hbar}{Mc} \left( \frac{NZ}{A} + \frac{Z^2}{A} \right) = \frac{2\pi^2 e^2 \hbar}{Mc} Z. \quad (8.11)$$

Из выражений (8.11) и (7.13), в частности, следует, что взаимодействие E1 фотонов с атомами в  $M/m$  раз вероятнее, чем с атомными ядрами ( $M/m \approx 1800$ ).

### § 9. Мезонные эффекты. Правило сумм Бете — Левинджера

При выводе правила сумм для электрических дипольных переходов в атоме (§ 7 гл. I) использовано соотношение (7.11) между матричными элементами от операторов координаты и импульса частицы. Запишем это соотношение для частицы с индексом  $\alpha$ :

$$\omega_{fi} \langle f | z_{\alpha} | i \rangle = \frac{1}{iM} \langle f | p_{z_{\alpha}} | i \rangle. \quad (9.1)$$

Рассмотрим вопрос о том, в каких случаях справедливо это соотношение. Для этого левую часть выражения (9.1) представим в виде

$$\omega_{fi} \langle f | z_{\alpha} | i \rangle = \frac{1}{\hbar} \langle f | (E_f - E_i) z_{\alpha} | i \rangle = \\ = \frac{1}{\hbar} [\langle f | E_f z_{\alpha} | i \rangle - \langle f | E_i z_{\alpha} | i \rangle]. \quad (9.2)$$

Так как волновые функции  $|i\rangle$  и  $|f\rangle$  — собственные функции невозмущенного гамильтониана

$$H_0 = \sum_{\beta=1}^A \frac{\mathbf{p}_{\beta}^2}{2M} + W \quad (9.3)$$

системы из  $A$  частиц, то

$$\langle f | E_i z_{\alpha} | i \rangle = \langle f | z_{\alpha} E_i | i \rangle = \langle f | z_{\alpha} H_0 | i \rangle. \quad (9.4)$$

Из эрмитовости операторов  $z_{\alpha}$  и  $H_0$  также следует, что

$$\langle f | E_f z_{\alpha} | i \rangle = \langle i | z_{\alpha} E_f | f \rangle^* = \langle i | z_{\alpha} H_0 | f \rangle^* = \langle f | H_0 z_{\alpha} | i \rangle. \quad (9.5)$$

С учетом (9.2), (9.4) и (9.5) получаем

$$\omega_{fi} \langle f | z_{\alpha} | i \rangle = \frac{1}{\hbar} \langle f | H_0 z_{\alpha} - z_{\alpha} H_0 | i \rangle = \frac{1}{\hbar} \langle f | [H_0, z_{\alpha}] | i \rangle. \quad (9.6)$$

Раскроем коммутатор  $[H_0, z_{\alpha}]$ , пользуясь явным видом гамильтониана  $H_0$ . Имеем

$$\omega_{fi} \langle f | z_{\alpha} | i \rangle = \frac{1}{\hbar} \left\{ \langle f | \left[ \sum_{\beta=1}^A \frac{\mathbf{p}_{\beta}^2}{2M}, z_{\alpha} \right] | i \rangle + \langle f | [W, z_{\alpha}] | i \rangle \right\}. \quad (9.7)$$

Выражение (9.7) можно упростить, принимая во внимание то, что  $[\mathbf{p}_{\beta}^2, z_{\alpha}] = 0$  при  $\alpha \neq \beta$  и  $[\mathbf{p}_{x_{\alpha}}^2, z_{\alpha}] = [\mathbf{p}_{y_{\alpha}}^2, z_{\alpha}] = 0$ . Тогда

$$\omega_{fi} \langle f | z_{\alpha} | i \rangle = \frac{1}{\hbar} \left\{ \langle f | \left[ \frac{\mathbf{p}_{z_{\alpha}}^2}{2M}, z_{\alpha} \right] | i \rangle + \langle f | [W, z_{\alpha}] | i \rangle \right\}$$

Можно показать, основываясь на перестаньочном соотношении  $[z_{\alpha}, p_{z_{\alpha}}] = i\hbar$ , что

$$\langle f | \left[ \frac{\mathbf{p}_{z_{\alpha}}^2}{2M}, z_{\alpha} \right] | i \rangle = -\frac{i\hbar}{M} \langle f | p_{z_{\alpha}} | i \rangle. \quad (9.8)$$

С учетом (9.8) получаем окончательное соотношение между матричными элементами от оператора координаты и импульса частицы:

$$\omega_{fi} \langle f | z_\alpha | i \rangle = -\frac{1}{iM} \langle f | p_{z_\alpha} | i \rangle + \frac{1}{\hbar} \langle f | [W, z_\alpha] | i \rangle. \quad (9.9)$$

Подчеркнем, что при выводе этого соотношения не сделано никаких упрощающих предположений.

Если потенциал взаимодействия  $W$  между частицами системы зависит только от координат, то

$$[W, z_\alpha] = 0$$

и выражение (9.9) переходит в выражение (7.11). Это имеет место в атоме, где между электронами и ядром действуют кулоновские силы. Если же, например, между частицами системы действуют силы, зависящие от скорости, то потенциал таких сил не коммутирует с координатами. Соотношение  $[W, z_\alpha] = 0$  не будет выполняться также и в тех случаях, когда между частицами системы действуют обменные силы. Действительно, рассмотрим систему из двух частиц  $\alpha$  и  $\beta$ , между которыми действуют обменные силы, описываемые потенциалом  $\tilde{W} = V(r_{\alpha\beta})P_{\alpha\beta}$ , где оператор  $P_{\alpha\beta}$  меняет пространственные координаты частиц. Тогда

$$[\tilde{W}, z_\alpha] = VP_{\alpha\beta}z_\alpha - z_\alpha VP_{\alpha\beta} = (z_\beta - z_\alpha)VP_{\alpha\beta} \neq 0.$$

Очевидно, что во всех случаях, когда  $[W, z_\alpha] \neq 0$ , при вычислении суммы сил осцилляторов необходимо использовать соотношение (9.9), а не (7.11). При этом  $\Sigma F_H$  будет отличаться от единицы. Повторяя вычисления, проделанные в § 7, но с учетом (9.6) и (9.9) вместо (7.11), получаем

$$\begin{aligned} F_{fi} &= \frac{2M}{\hbar^2} \omega_{fi} |\langle f | z_\alpha | i \rangle|^2 = \frac{M}{\hbar} \omega_{fi} [\langle i | z_\alpha | f \rangle \langle f | z_\alpha | i \rangle + \\ &+ \langle i | z_\alpha | f \rangle \langle f | z_\alpha | i \rangle] = \frac{M}{\hbar^2} [\langle i | z_\alpha | f \rangle \langle f | [H_0, z_\alpha] | i \rangle - \\ &- \langle i | [H_0, z_\alpha] | f \rangle \langle f | z_\alpha | i \rangle] \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} \sum_f F_{fi} &= \frac{M}{\hbar^2} \langle i | [z_\alpha, [H_0, z_\alpha]] | i \rangle = \frac{1}{i\hbar} \langle i | [z_\alpha, p_{z_\alpha}] | i \rangle + \\ &+ \frac{M}{\hbar^2} \langle i | [z_\alpha, [W, z_\alpha]] | i \rangle = 1 + \frac{M}{\hbar^2} \langle i | [z_\alpha, [W, z_\alpha]] | i \rangle = 1 + \delta_\alpha, \end{aligned} \quad (9.10)$$

где

$$\delta_\alpha = \frac{M}{\hbar^2} \langle i | [z_\alpha, [W, z_\alpha]] | i \rangle.$$

Итак, наиболее общее выражение для правила сумм следующее (см. (8.8)):

$$\int \sigma_{g1}^{\text{погл}} dE = \frac{2\pi^2 \hbar}{Mc} \sum_{\alpha=1}^A \varepsilon_\alpha^2 (1 + \delta_\alpha). \quad (9.11)$$

Именно в такой форме оно должно быть применено к атомному ядру, в котором между нуклонами действуют обменные силы.

Таким образом, правило сумм для ядра не является модельно независимым, так как для его вычисления необходимо знание не только потенциала ядерных сил  $W$ , но и волновых функций основного состояния ядра.

Выражение (9.11) можно записать в виде

$$\int \sigma_{g1}^{\text{погл}} dE = \frac{2\pi^2 e^2 \hbar}{Mc} \frac{NZ}{A} (1 + \Delta),$$

где

$$\Delta = \frac{1}{A} \left( \frac{N}{Z} \sum_{k=1}^Z \delta_k + \frac{Z}{N} \sum_{l=1}^N \delta_l \right),$$

причем индекс « $k$ » относится к протонам, а « $l$ » — к нейтронам.

Если потенциал  $W_{\alpha\beta} = V(r_{\alpha\beta})P_{\alpha\beta}$ , то для нуклона  $\alpha$  справедливо выражение

$$\begin{aligned} \delta_\alpha &= -\frac{M}{\hbar^2} \sum_{\beta=1}^A \langle i | (z_\alpha - z_\beta)^2 V(r_{\alpha\beta}) P_{\alpha\beta} | i \rangle = \\ &= -\frac{M}{3\hbar^2} \sum_{\beta=1}^A \langle i | r_{\alpha\beta}^2 V(r_{\alpha\beta}) P_{\alpha\beta} | i \rangle. \end{aligned}$$

Для обычных притягивающих обменных сил Гейзенберга и Майорана  $V(r_{\alpha\beta}) < 0$  и поэтому сумма сил осцилляторов становится больше единицы.

Более детальные расчеты, выполненные Левинджером и Бете [19], дают следующее выражение для правила сумм атомного ядра:

$$\int \sigma_{g1}^{\text{погл}} dE = \frac{2\pi^2 e^2 \hbar}{Mc} \cdot \frac{NZ}{A} \left[ 1 + 0,8 \left( x + \frac{y}{2} \right) \right], \quad (9.12)$$

где  $x$  и  $y$  — доли обменных сил Майорана и Гейзенберга в двухчастичном потенциале ядерных сил. Для типичных примесей обменных сил величина  $(x+y/2) \approx 0,5$ .

## § 10. Фоторасщепление дейтона. Эффективное сечение Бете — Пайерлса

Простейшая система нуклонов, которая может поглотить фотон, — это связанная система из одного протона и одного нейтрана, или дейтона. Поскольку не существует устойчивых возбужденных состояний дейтона, то поглощение фотона приводит к его расщеплению. Все основные особенности процесса фоторасщепления дейтона могут быть поняты на основе довольно грубых представлений о его строении.

Получим, прежде всего, сечение фоторасщепления дейтона фотонами.

Если нормировать плоскую электромагнитную волну, падающую на дейтон так, чтобы в единице объема был один фотон, то поперечное сечение фоторасщепления будет определяться выражением (7.2)

$$\sigma = \frac{2\pi}{\hbar c} |\langle f | v | i \rangle|^2 \rho_f. \quad (10.1)$$

Рассмотрим последовательно необходимые для вычисления  $\sigma$  волновые функции  $\psi_i = |i\rangle$  и  $\psi_f = |f\rangle$  начального и конечного состояний дейтона, оператор взаимодействия  $v$  и плотность конечных состояний  $\rho_f$ .

**10.1. Основное состояние дейтона.** Будем предполагать, что между протоном и нейтроном действуют центральные силы нулевого радиуса. Тогда волновая функция дейтона имеет вид

$$\psi_i(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi R}} \cdot \frac{e^{-r/R}}{r}, \quad (10.2)$$

где  $r$  — расстояние между нейтроном и протоном, а  $R$  — так называемый радиус дейтона, определяемый соотношением

$$R = \hbar / V M \Delta W, \quad (10.3)$$

в котором  $M$  — масса нуклона, а  $\Delta W$  — энергия связи дейтона ( $2,22 \text{ МэВ}$ ).

Основное состояние дейтона, как видно из (10.2), является сферически симметричным (следствие предположения о центральных силах взаимодействия между протоном и нейтроном) и поэтому имеет орбитальный момент  $L=0$ . Полный момент дейтона  $J=1$ . Он складывается из орбитального ( $L=0$ ) и спинового ( $S=1$ ) моментов. В свою очередь, спин дейтона  $S$  обусловлен сложением параллельно направленных спинов протона и нейтрана.

Напомним, что для дейтона, как и для других легких ядер, справедливо приближение  $L=S$ -связи, когда интегралами движения являются не только полный момент  $J$ , но и суммарный орбитальный момент  $L$  и суммарный спин  $S$ . В этой схеме для классификации состояний используются обозначения  $S(L=0)$ ,

$P(L=1), D(L=2)$  и т. д., причем вверху слева от буквы ставится число  $2S+1$ , определяющее мультиплетность состояния, а внизу справа — полный момент  $J$ . Основное состояние дейтона — это триплетное  $S$ -состояние. Записывается оно следующим образом:

$$^3S_1.$$

Связанного синглетного состояния  $^1S_0$  ( $L=0, S=0$ ) у дейтона нет.

В более точных расчетах сечения фоторасщепления дейтона, чем те, которые мы выполняем, необходимо учитывать, что состояние дейтона не чистое  $S$ -состояние и имеет небольшую (4%) примесь  $D$ -состояния.

**10.2. Конечное состояние дейтона.** Для упрощения расчета мы будем рассматривать конечное состояние дейтона как состояние свободного движения протона и нейтрана друг относительно друга. Таким образом, мы пренебрегаем взаимодействием протона и нейтрана в конечном состоянии. В произвольной системе координат волновая функция  $\psi_f$  невзаимодействующих протона и нейтрана есть просто произведение волновых функций  $\Psi_p$  и  $\Psi_n$ , описывающих состояние свободного движения каждой из частиц. Волновые функции  $\Psi_p$  и  $\Psi_n$  есть не что иное, как плоские волны:

$$\Psi_p = A_p e^{\frac{i}{\hbar} \mathbf{p}_p \mathbf{r}_p}, \quad \Psi_n = A_n e^{\frac{i}{\hbar} \mathbf{p}_n \mathbf{r}_n},$$

где  $\mathbf{p}_p$ ,  $\mathbf{p}_n$  и  $\mathbf{r}_p$  и  $\mathbf{r}_n$  — импульсы и радиус-векторы соответственно протона и нейтрана ( $\mathbf{p}_p = M_p \frac{d\mathbf{r}_p}{dt}$ ,  $\mathbf{p}_n = M_n \frac{d\mathbf{r}_n}{dt}$ ).

Поэтому

$$\psi_f = A_p A_n e^{\frac{i}{\hbar} (\mathbf{p}_p \mathbf{r}_p + \mathbf{p}_n \mathbf{r}_n)} = A e^{\frac{i}{\hbar} (\mathbf{p}_p \mathbf{r}_p + \mathbf{p}_n \mathbf{r}_n)}. \quad (10.4)$$

Можно показать, что в системе центра масс протона и нейтрана  $\psi_f$  приводится к виду

$$\psi_f = A e^{\frac{i}{\hbar} \mathbf{p}_{pr}}, \quad (10.5)$$

где  $\mathbf{r}$  — вектор относительного расстояния протона и нейтрана,

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_p - \mathbf{r}_n, \quad (10.6)$$

а  $\mathbf{p}$  — импульс их относительного движения,

$$\mathbf{p} = \mu \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{M}{2} \frac{d\mathbf{r}}{dt} \quad (10.7)$$

( $\mu$  — приведенная масса системы протон — нейtron, которая при условии  $M_p = M_n = M$  равна  $M/2$ ).

Коэффициент  $A$  находится из условия нормировки волновой функции  $\psi_f$ ;  $\psi_f$  нельзя нормировать условием

так как

$$\int_0^\infty |\psi_r|^2 dr = 1,$$

$$\int_0^\infty |e^{\frac{i}{\hbar} p_r^2} \psi_r|^2 dr = \infty.$$

Как обычно в таких случаях, волновую функцию можно нормировать так, чтобы она удовлетворяла условию периодичности на стенах куба с длиной ребра  $l$  (нормировка в «ящике»). При этом вектор импульса уже не меняется непрерывно, а принимает ряд дискретных значений. Для проекций импульса в этом случае имеем:

$$p_x = \frac{2\pi\hbar}{l} n_x, \quad p_y = \frac{2\pi\hbar}{l} n_y \text{ и } p_z = \frac{2\pi\hbar}{l} n_z, \quad (10.8)$$

где  $n_x, n_y$  и  $n_z$  — положительные или отрицательные целые числа, включая нуль.

Условие нормировки в «ящике» записывается следующим образом:  $|A|^2 \int_p |e^{i\mathbf{kr}}|^2 dr = 1$ , где  $\mathbf{k} = \mathbf{p}/\hbar$ . Откуда  $A = \frac{1}{l^{3/2}}$ .

Итак,

$$\psi_f = \frac{1}{l^{3/2}} e^{i\mathbf{kr}} = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\mathbf{kr}}. \quad (10.9)$$

Здесь  $V=l^3$  — объем куба.

Рассматривая куб единичного объема ( $V=1$ ), окончательно получаем

$$\psi_f = e^{i\mathbf{kr}}. \quad (10.10)$$

**10.3. Плотность конечных состояний.** Плотность состояний, отвечающих свободному движению, находится с учетом ограничений (10.8), налагаемых на проекции относительного импульса. Имеем для числа состояний  $\Delta\rho_f$ , приходящихся на единичный энергетический интервал,

$$\Delta\rho_f = \frac{dn}{dE} = \frac{dn_x dn_y dn_z}{dE} = \frac{dp_x dp_y dp_z}{dE (2\pi\hbar)^3} V. \quad (10.11)$$

Так как

$$dp_x dp_y dp_z = p^2 dp d\Omega_p,$$

где  $d\Omega_p$  — элемент телесного угла, то

$$\Delta\rho_f = \frac{p^2 dp d\Omega_p}{dE (2\pi\hbar)^3} V. \quad (10.12)$$

Поскольку  $E = \frac{p^2}{2\mu}$  ( $\mu$  — приведенная масса дейтона, равная  $M/2$ ), то

$$dE = \frac{pd\mu}{\mu} = \frac{2pd\mu}{M},$$

$$\Delta\rho_f = \frac{Mp d\Omega_p}{2(2\pi\hbar)^3} V = \frac{d\Omega_p}{(2\pi\hbar)^3} \cdot \frac{M\hbar k}{2} V.$$

С учетом того, что мы нормировали волновую функцию конечного состояния на единичный объем ( $V=1$ ), получаем

$$\Delta\rho_f = \frac{d\Omega_p}{(2\pi\hbar)^3} \cdot \frac{M\hbar k}{2}. \quad (10.13)$$

**10.4. Учет правил отбора по моменту и четности.** Поскольку нас интересует сечение фоторасщепления дейтона под действием фотонов определенного типа ( $\mathcal{E} 1$  фотонов), то вид волновой функции конечного состояния нуждается в уточнении. В самом деле, правила отбора требуют, чтобы конечное состояние дейтона характеризовалось определенным моментом и четностью. Состояние, описываемое волновой функцией (10.10), не обладает этими свойствами. В соответствии с известным разложением плоской волны в ряд по сферическим функциям (см. прил. 2)

$$\psi_f = e^{i\mathbf{kr}} = \sum_{L=0}^{\infty} i^L \sqrt{4\pi(2L+1)} j_L(kr) Y_{L0}(\theta_{kr}), \quad (10.14)$$

где  $\theta_{kr}$  — угол между векторами  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{r}$ .

Волновая функция  $\psi_f$ , таким образом, является суперпозицией состояний со всеми возможными значениями орбитального момента. Очевидно также, что в разложении (10.14) присутствуют члены, имеющие различную четность. Не все члены суммы (10.14) будут поэтому удовлетворять правилам отбора по моменту и четности. Для того чтобы выяснить, какие члены должны быть оставлены в разложении, необходимо определить квантовые характеристики конечного состояния дейтона, возникающего при поглощении  $\mathcal{E} 1$  фотонов.

Запишем правила отбора для  $\mathcal{E} 1$  переходов (см. § 4) по полному моменту

$$|J_i - 1| \leq J_f \leq J_i + 1 \text{ или } J_f = J_i, \quad |J_i \pm 1|, \quad (10.15)$$

по четности

$$P_i P_f = -1 \text{ или } P_f = -P_i. \quad (10.16)$$

Так как состояния дейтона характеризуются определенными значениями орбитального ( $L$ ) и спинового ( $S$ ) моментов, то следует также установить правила отбора по  $L$  и  $S$ . Поскольку оператор  $\sum_{\alpha} e_{\alpha} \Gamma_{\alpha}$ , ответственный за электрические дипольные переходы,

скаляр в спиновом пространстве и в то же время обладает свойствами неприводимого тензора первого ранга в обычном пространстве, то, используя теорему Вигнера — Эккарта (см. прил. 3), получаем

$$S_f = S_i \text{ и } L_f = |L_i \pm 1| \quad (10.17)$$

(Значение  $L_f = L_i$  не удовлетворяет правилу отбора по четности (см. (10.16)), которая, как известно, определяется соотношением  $P = (-1)^L$ ).

Так как для дейтона  $L_i = 0$ ,  $S_i = 1$ ,  $J_i = 1$  и  $P_i = +1$ , то из только что полученных правил отбора следует, что при поглощении  $\mathcal{E}1$  фотонов дейтон переходит в состояние с квантовыми характеристиками  $L_f = 1$ ;  $S_f = 1$ ;  $J_f = 0, 1, 2$ ;  $P_f = -1$ . Это состояние триплетное ( $2S_f + 1 = 3$ ) и записывается следующим образом:

$$^3P_{0,1,2}.$$

Возвращаясь к соотношению (10.14), приходим к заключению, что в этом разложении должен быть оставлен один член с  $L = 1$ . Итак, выражение для волновой функции конечного состояния дейтона, которое образуется при поглощении электрических дипольных фотонов, имеет вид

$$\psi_f^{e1} = i\sqrt{4\pi \cdot 3} j_1(kr) Y_{10}(\theta_{kr}). \quad (10.18)$$

Модифицируем это выражение таким образом, чтобы им удобно было пользоваться при вычислении матричного элемента  $\mathcal{E}1$  перехода. Для этого используем известное в сферической тригонометрии соотношение

$$\cos \theta_{kr} = \cos \theta_k \cos \theta_r + \sin \theta_k \sin \theta_r \cos (\varphi_k - \varphi_r),$$

где  $\theta_k$ ,  $\varphi_k$ ,  $\theta_r$  и  $\varphi_r$  — углы, определяющие направление векторов  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{r}$  в полярной системе координат. Тогда

$$\begin{aligned} Y_{10}(\theta_{kr}) &= \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta_{kr} = \\ &= \sqrt{\frac{3}{4\pi}} (\cos \theta_k \cos \theta_r + \sin \theta_k \sin \theta_r \cos (\varphi_k - \varphi_r)). \end{aligned}$$

Второе слагаемое в этой сумме в дальнейшем (при вычислении матричного элемента) можно не учитывать, так как интегрирование по телесному углу  $d\Omega_r$  от этой части выражения дает нуль. (Возникающий при этом интеграл  $\int \cos (\varphi_k - \varphi_r) d\varphi_r = 0$ ).

Итак, для  $\psi_f^{e1}$  будем использовать окончательное выражение, учитывая явный вид  $j_1(kr)$ :

$$\psi_f^{e1} = \frac{3i}{kr} \left( \frac{\sin kr}{kr} - \cos kr \right) \cos \theta_k \cos \theta_r +$$

+ член, дающий при дальнейшем интегрировании нуль. (10.19)

**10.5. Оператор взаимодействия  $\mathcal{E}1$  фотонов с дейтоном.** В соответствии с выражением (6.5) оператор взаимодействия  $\mathcal{E}1$  фотонов с дейтоном в длинноволновом приближении можно записать в виде

$$v = A_0 \frac{E_f - E_i}{ic\hbar} \sum_{\alpha} e_{\alpha} \mathbf{r}_{\alpha}. \quad (10.20)$$

Используя в качестве зарядов нуклонов эффективные заряды  $e_{\alpha}$ , а не истинные —  $e_{\alpha}$ , исключаем из рассмотрения эффекты, связанные с движением центра масс дейтона.

Если электромагнитная волна нормирована так, чтобы давать один фотон в единице объема (см. § 2), то

$$A_0 = \sqrt{\frac{2\pi\hbar}{\omega}} \cdot c,$$

где  $\omega = (E_f - E_i)/\hbar$ .

Учитывая это обстоятельство, а также выражения (8.5) и (8.6) для эффективных зарядов нуклонов, получаем

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{2\pi\hbar}{\omega}} c \frac{E_f - E_i}{ic\hbar} e (e_p \mathbf{r}_p + e_n \mathbf{r}_n) = \\ &= \sqrt{\frac{2\pi\hbar}{\omega}} \cdot \frac{\omega e}{i} \cdot \frac{e}{2} (\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_n) = \frac{e}{2i} \sqrt{2\pi\hbar\omega} \mathbf{e} \cdot \mathbf{r}, \end{aligned} \quad (10.21)$$

где  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_p - \mathbf{r}_n$ .

Теперь можем перейти к непосредственному вычислению сечения поглощения  $\mathcal{E}1$  фотонов дейтоном.

**10.6. Сечение Бете — Пайерлса.** Вычислим вначале матричный элемент, входящий в выражение (10.1), используя (10.2), (10.19) и (10.21). Вычисление матричного элемента сводится к интегрированию по относительной координате:

$$\begin{aligned} \langle f | v | i \rangle_{\mathcal{E}1} &= \int_0^{\infty} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \left[ -\frac{3i}{kr} \left( \frac{\sin kr}{kr} - \cos kr \right) \cos \theta_k \cos \theta_r \right] \times \\ &\times \frac{e}{2i} \sqrt{2\pi\hbar\omega} \mathbf{e} \cdot \mathbf{r} \frac{1}{\sqrt{2\pi R}} \cdot \frac{1}{r} \exp(-r/R) r^2 dr \sin \theta_r d\theta_r d\varphi_r. \end{aligned}$$

Здесь  $r^2 dr \sin \theta_r d\theta_r d\varphi_r = r^2 dr d\Omega_r$  — элемент объема в полярной системе координат. Мы учли также, что

$$(\psi_f^{e1})^* = -\psi_f^{e1}.$$

Интегрирование по  $\varphi_r$  сводится к появлению множителя  $2\pi$ .

Будем далее считать, что падающая электромагнитная волна поляризована вдоль оси  $z$ . Тогда

$$\mathbf{e} \cdot \mathbf{r} = r \cos \theta_r.$$

Кроме того, заменяя  $\sin \theta_r d\theta_r$  на  $-d \cos \theta_r$  (меняются соответственно и пределы интегрирования), получаем

$$\langle f | v | i \rangle_{\varepsilon 1} = -\frac{3\pi e}{k} \sqrt{\frac{\hbar\omega}{R}} \cos \theta_k \int_0^\infty \left( \frac{\sin kr}{kr} - \cos kr \right) r \times \\ \times \exp\left(-\frac{r}{R}\right) dr \int_{-1}^{+1} \cos^2 \theta_r d(\cos \theta_r).$$

Можно показать, что двойной интеграл равен  $\frac{4}{3} \frac{k^2 \pi}{(R^{-2} + k^2)^2}$ . Тогда

$$\langle f | v | i \rangle_{\varepsilon 1} = -4\pi e \sqrt{\frac{\hbar\omega}{R}} \frac{k}{(R^{-2} + k^2)^2} \cos \theta_k. \quad (10.22)$$

Теперь можно записать эффективное сечение фоторасщепления дейтона для тех случаев, когда вектор относительного импульса  $\hbar k$  протона и нейтрона лежит в пределах телесного угла  $d\Omega_k$  в направлениях, составляющих с осью  $z$  угол  $\theta_k$ . Обозначая это сечение  $\Delta\sigma$ , имеем, используя (10.1), (10.13) и (10.22),

$$\Delta\sigma = \frac{2\pi}{\hbar c} |\langle f | v | i \rangle_{\varepsilon 1}|^2 \Delta\Omega_f = \frac{2e^2}{\hbar^2 c} \cdot \frac{M}{R} \cdot \frac{\omega k^3}{(R^{-2} + k^2)^4} \cos^2 \theta_k d\Omega_k. \quad (10.23)$$

Интегрирование по телесному углу  $\Omega_k$  с учетом того, что

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi \cos^2 \theta_k d\Omega_k = \frac{4\pi}{3},$$

дает полное поперечное сечение поглощения  $\varepsilon 1$  фотонов

$$\sigma_{\varepsilon 1}(k) = \frac{16\pi}{3} \cdot \frac{e^2}{\hbar^2 c} \cdot \frac{M\omega}{R} \cdot \frac{k^3}{(R^{-2} + k^2)^4}.$$

Упростим это выражение, используя закон сохранения энергии,

$$\hbar\omega - \Delta W = E_k, \quad (10.24)$$

где  $\Delta W$  — энергия связи дейтона,  $\hbar\omega$  — энергия фотона, а

$$E_k = \frac{p^2}{2\mu} = \frac{\hbar^2 k^2}{M} \quad (10.25)$$

кинетическая энергия относительного движения протона и нейтрона (после расщепления).

Получаем

$$\frac{\hbar^2 k^2}{M} = \hbar\omega - \frac{\hbar^2}{MR^2}, \quad (10.26)$$

или

$$\omega = \frac{\hbar}{M} (k^2 + R^{-2}).$$

Отсюда

$$\sigma_{\varepsilon 1}(k) = \frac{8\pi}{3} \cdot \frac{e^2}{\hbar c} \cdot \frac{1}{R} \cdot \frac{k^3}{(R^{-2} + k^2)^3}.$$

Для удобства анализа перейдем в этом выражении от относительного импульса  $k$  к энергии фотона  $\hbar\omega$ . Это легко сделать, используя

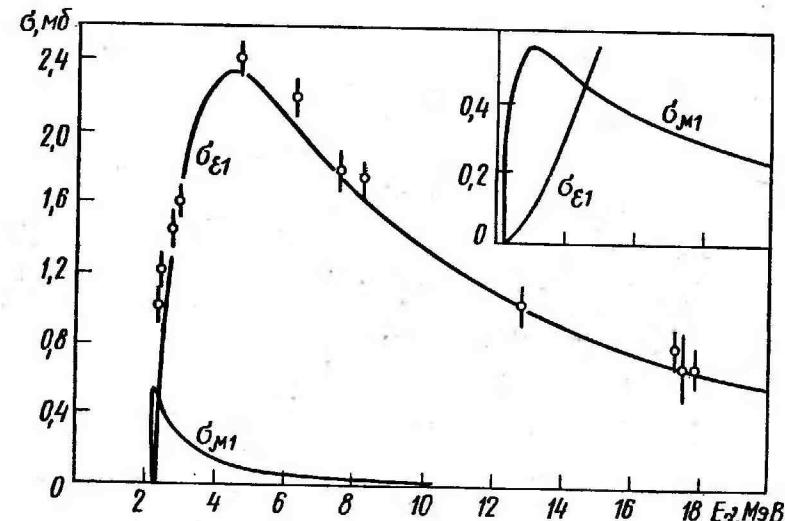


Рис. 4.  $\sigma_{\varepsilon 1}$  — эффективное сечение Бете—Пайерлса, умноженное на 1,7;  $\sigma_{M1}$  — эффективное сечение фотомагнитного расщепления дейтона. В верхнем углу — ход этих сечений вблизи порога. Экспериментальные точки из работы [21]

зая (10.24), (10.25) и (10.26). Окончательное выражение для сечения  $\sigma_{\varepsilon 1}(\hbar\omega)$  фоторасщепления дейтона  $\varepsilon 1$  фотонами в зависимости от их энергии имеет вид

$$\sigma_{\varepsilon 1}(\hbar\omega) = \frac{8\pi}{3} \cdot \frac{e^2 \hbar}{Mc} \sqrt{\Delta W} \frac{(\hbar\omega - \Delta W)^{3/2}}{(\hbar\omega)^3}. \quad (10.27)$$

Это сечение было впервые получено Бете и Пайерлсом [20] в 1935 г. (рис. 4). Оно имеет максимум при  $\hbar\omega = 2\Delta W = 4,4$  МэВ и обращается в нуль при  $\hbar\omega \rightarrow \Delta W$  и  $\hbar\omega \rightarrow \infty$ .

За исключением пороговой области ( $< 3$  МэВ) и области выше 100 МэВ формула Бете—Пайерлса хорошо описывает экспериментально полученную энергетическую зависимость сечения фоторасщепления дейтона. Отметим, что по абсолютной вели-

чине экспериментальное сечение превышает сечение Бете — Пайерлса примерно в 1,7 раза (в области 3—100 МэВ). Это расхождение является следствием предположения о нулевом радиусе действия ядерных сил и устраняется в более точных расчетах, чем те, которые здесь приведены. В целом, учитывая большое число существенных упрощений, которые были использованы при выводе сечения Бете — Пайерлса (нулевой радиус действия сил между нейтроном и протоном, предположение об основном состоянии дейтона как о чистом  $S$ -состоянии, пренебрежение взаимодействием протона и нейтрона после расщепления дейтона) следует признать, что оно хорошо описывает экспериментальные данные.

**10.7. Угловое распределение нуклонов при фоторасщеплении дейтона & 1 фотонами.** Если пучок фотонов линейно поляризован, то угловое распределение нуклонов определяется множителем  $\cos^2 \theta_k$  (см. выражение (10.23)), где  $\theta_k$  — угол вылета нуклонов относительно направления поляризации фотонов. То есть максимальное число нуклонов вылетает в направлении поляризации (или в направлении вектора напряженности электромагнитного поля). Если фотоны не поляризованы, то в этом случае угловое распределение должно иметь осевую симметрию относительно направления падающего пучка фотонов (электромагнитная волна, естественно, считается поперечной). Пусть направление падающего пучка совпадает с осью  $x$ . В этом случае достаточно определить угловое распределение в плоскости  $xy$ . Очевидно, что

$$\cos^2 \theta_k = \cos^2(z, k) = \sin^2(\theta_{xk}) = \sin^2 \theta,$$

где  $\theta_{xk}$  — угол между направлением падающего фотона и вылетающего нуклона.

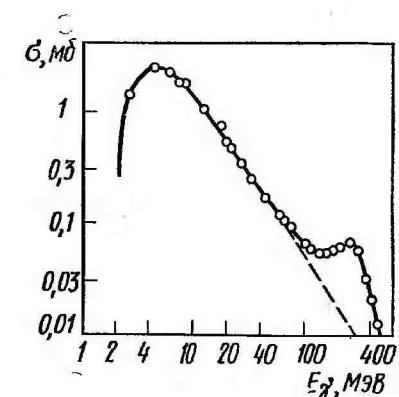
**10.8. Фотомагнитное расщепление дейтона.** Как уже говорилось выше, сечение Бете — Пайерлса не объясняет поведения экспериментального сечения фоторасщепления вблизи порога. В этой области основной вклад дают переходы в  $S$ -состояние, которые при поглощении & 1 фотонов запрещены правилами отбора. Переходы в  $S$ -состояние могут, однако, происходить при поглощении & 1 фотона. Гамильтониан взаимодействия & 1 фотона с дейтоном пропорционален оператору его магнитного дипольного момента. Так как в рассматриваемом случае начальное и конечное состояние дейтона имеет равный нуль орбитальный момент, то в матричный элемент & 1 перехода дает вклад лишь та часть магнитного дипольного момента дейтона, которая определяется собственными магнитными моментами протона и нейтрона, т. е.

$$v_{\text{M1}} = \mu_p + \mu_n = \frac{e}{Mc} (\mu_p S_p + \mu_n S_n).$$

В дейтоне два антипараллельных магнитных момента (протона и нейтрона). Магнитное поле излучения стремится сделать их параллельными и, следовательно, вызывает переходы из триплет-

ного состояния в синглетное (так как при этом спины протона и нейтрона становятся антипараллельными), т. е. в состояние  $S_0$ . Так как синглетного связанных  $S$ -состояния у дейтона нет, то наступает расщепление. Поскольку конечное состояние дейтона в этом случае является  $S$ -состоянием, то разлетающиеся нуклоны должны иметь изотропное угловое распределение. Сечение фотомагнитного расщепления также показано на рис. 4.

Рис. 5. Эффективное сечение фоторасщепления дейтона до 400 МэВ. Пунктир — эффективное сечение Бете — Пайерлса, умноженное на 1,7, выше 100 МэВ. Экспериментальные точки из работы [21]



В заключение отметим, что рост сечения фоторасщепления при  $\hbar\omega > 100$  МэВ связан с резонансом при энергии 300 МэВ в мезонных процессах, в том числе процессах фоторождения π-меронов на нуклонах (рис. 5).

## ГЛАВА 3 ФОТОРАСЩЕПЛЕНИЕ СЛОЖНЫХ ЯДЕР

### § 11. Основные экспериментальные результаты для энергий возбуждения ниже 50 МэВ. Гигантский резонанс

Перейдем теперь к рассмотрению основных закономерностей фоторасщепления ядер более сложных, чем дейтон. Как уже упоминалось во введении, систематическое изучение механизма взаимодействия таких ядер с электромагнитным полем продолжается уже около 30 лет. За это время получен огромный объем экспериментальной информации по этому вопросу. Причем в большей или меньшей степени исследовано большинство ядер периодической системы элементов. Накопленный экспериментальный материал исключительно разнообразен. Поэтому остановимся лишь на основных и наиболее надежно изученных характеристиках процесса фоторасщепления. К таким характеристикам будем относить:

- 1) полные сечения поглощения ядром γ-квантов —  $\sigma_\gamma$ .
- 2) сечения основных парциальных реакций, вызываемых фотонами —  $\sigma(\gamma, b)$ , где  $b$  — выбитые из ядра частицы.

3) энергетические распределения частиц  $b$ , образующихся в результате фоторасщепления ядра.

4) угловые распределения продуктов фотоядерных реакций. В основном мы будем рассматривать область энергий возбужде-

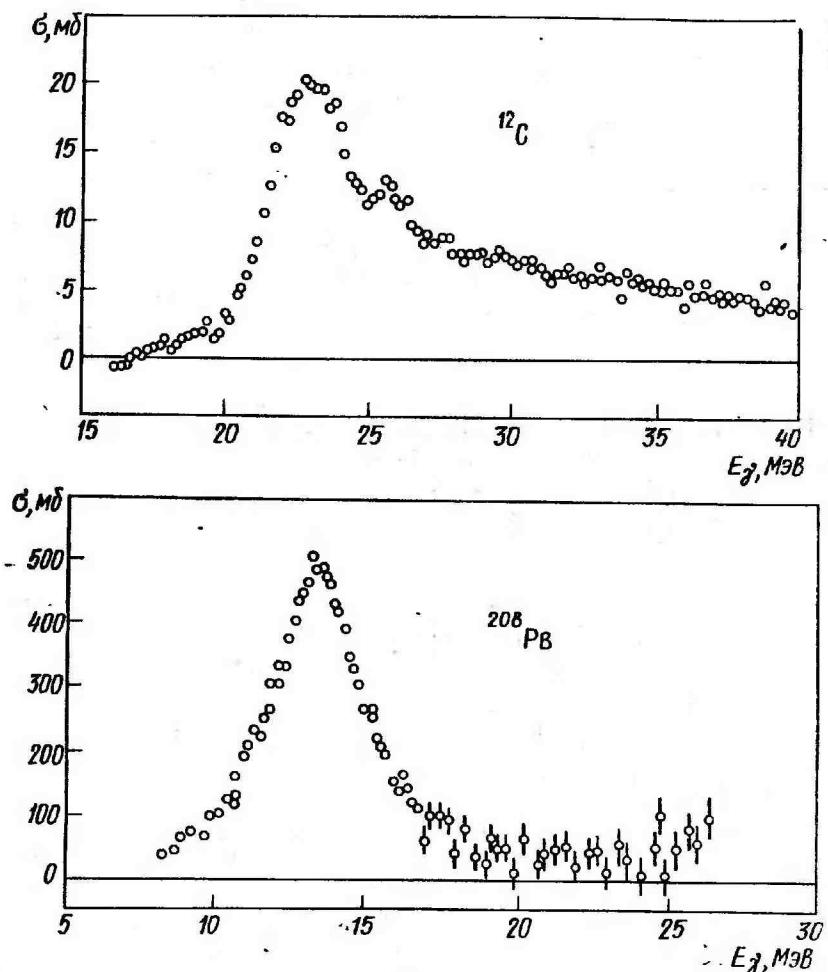


Рис. 6. Полные сечения поглощения фотонов (сечения фотопоглощения) для ядер  $^{12}\text{C}$  [22] и  $^{208}\text{Pb}$  [23]

ния от порога выбивания нуклона ( $\approx 5-10$  МэВ) до 50 МэВ. Закономерности фоторасщепления ядер в области выше 50 МэВ (до порога рождения мезонов) будут затронуты в § 19. Остановимся прежде всего на главных особенностях сечения поглощения фотонов ядрами  $\sigma_\gamma$  как функции энергии возбуждения  $E$  (послед-

няя практически совпадает с энергией  $E_\gamma^0$  падающего фотона). Мы уже говорили о том, что для всех ядер  $\sigma_\gamma$  имеет форму широкого (не менее нескольких мегаэлектронвольт) резонанса, получившего в этой связи название «гигантского». В качестве примера на рис. 6 приведены сечения поглощения  $\gamma$ -квантов ядрами углерода ( $^{12}\text{C}$ ) и свинца ( $^{208}\text{Pb}$ ). Если не учитывать тонких особенностей сечений и говорить лишь об их общей (грубой) форме, то сечения фоторасщепления могут быть охарактеризованы тремя параметрами (рис. 7): положением основного максимума  $E_m$ , полушириной  $\Gamma$  и интегральным сечением  $\sigma_\gamma^{int} = \int \sigma_\gamma(E) dE$ . оказывается, что положение максимума гигантского резонанса  $E_m$  уменьшается по мере увеличения атомного веса ядра примерно от 25 МэВ в легких ядрах до 13 МэВ в тяжелых. Экспериментальная зависимость  $E_m$  от  $A$  показана на рис. 8, а.

Интегральное сечение гигантского резонанса  $\sigma_\gamma^{int}$  увеличивается с ростом атомного веса (рис. 8, б). Причем зависимость  $\sigma_\gamma^{int}$  от  $A$  приблизительно линейная.

Ширина  $\Gamma$  гигантского резонанса не имеет какой-либо систематической зависимости от  $A$  и для большинства ядер меняется в пределах 4—10 МэВ (для ядер с  $A < 10$   $\Gamma$  достигает 20 МэВ). Более подробно вопрос о ширине гигантского резонанса будет обсуждаться ниже.

В области энергий, соответствующих гигантскому резонансу, ядро, поглотившее  $\gamma$ -квант, обычно испускает один или два нуклона (один или два нейтрона, протон, протон и нейtron). В соответствии с этим сечение полного поглощения  $\sigma_\gamma$  может быть представлено в виде суммы сечений основных парциальных реакций —  $\sigma(\gamma, n)$ ,  $\sigma(\gamma, 2n)$ ,  $\sigma(\gamma, p)$  и  $\sigma(\gamma, np)$ :

$$\sigma_\gamma \approx \sigma(\gamma, n) + \sigma(\gamma, 2n) + \sigma(\gamma, p) + \sigma(\gamma, np).$$

Парциальные сечения также имеют форму гигантских резонансов, максимумы которых хотя и располагаются примерно в той же энергетической области, что и максимум в сечении поглощения, однако, за исключением реакции  $(\gamma, n)$ , могут и не совпадать с ним (рис. 9).

В дальнейшем будем часто использовать понятие фотопротонной ( $\gamma, xp$ ) и фотонейтронной ( $\gamma, xn$ ) реакций, сечения которых мы определим следующим образом:

$$\sigma(\gamma, xp) = \sigma(\gamma, p) + \sigma(\gamma, np),$$

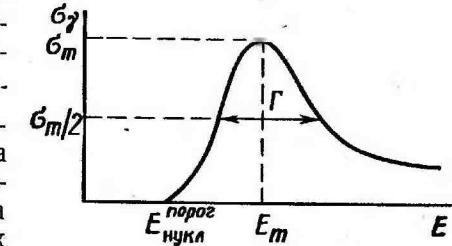


Рис. 7. Грубая форма гигантского резонанса

$$\sigma(\gamma, xn) = \sigma(\gamma, n) + \sigma(\gamma, 2n).$$

Оказывается, что в легких ядрах ( $A \leq 40$ ) энергии максимумов фотопротонных и фотонейтронных сечений, так же как их интег-

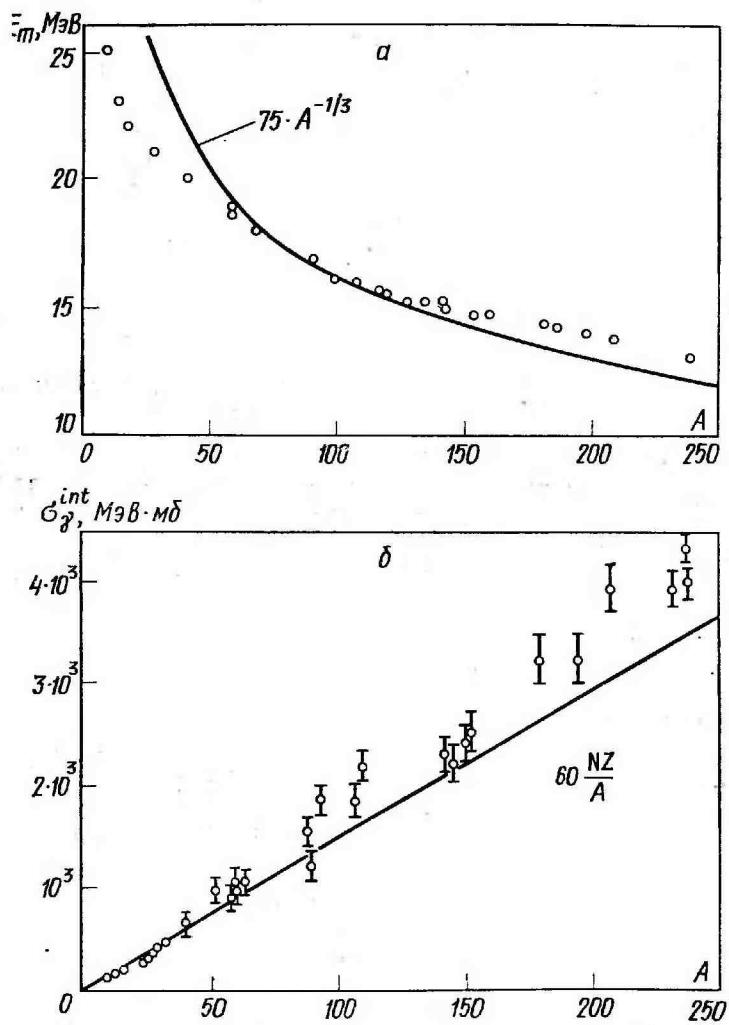


Рис. 8. Зависимости положения максимума гигантского резонанса (а) и интегрального сечения поглощения фотонов (б) от массового числа  $A$

ральные величины, приблизительно одни и те же. По мере перехода в область тяжелых ядер максимум сечения фотонейтронной

реакции смещается в область более низких энергий по сравнению с максимумом в сечении фотопротонной реакции (рис. 10), причем для ядра  $^{208}\text{Pb}$  это смещение достигает 12 МэВ. Кроме того, интегральное сечение фотонейтронной реакции с ростом  $A$  увеличивается, а интегральное сечение фотопротонной реакции, наоборот, уменьшается. Так как для ядра  $^{208}\text{Pb}$  интегральное сечение реакции  $(\gamma, xp)$  составляет всего лишь 0,7% от интегрального сечения фотонейтронной реакции (см. рис. 11), то сечение поглощения фотонов тяжелыми ядрами практически совпадает с сечением фотонейтронной реакции.

Примеры энергетических спектров фотонуклонов (фотопротонов и фотонейтронов)

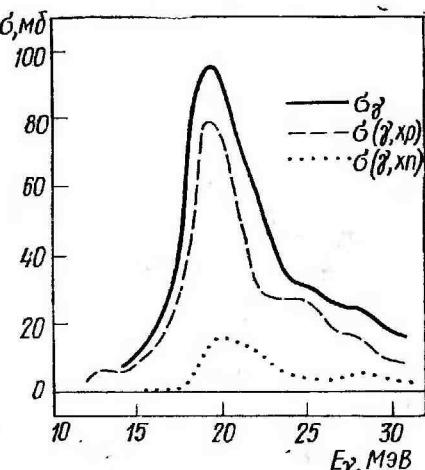


Рис. 9. Сечение фотопоглощения и основных парциальных реакций для ядра  $^{40}\text{Ca}$

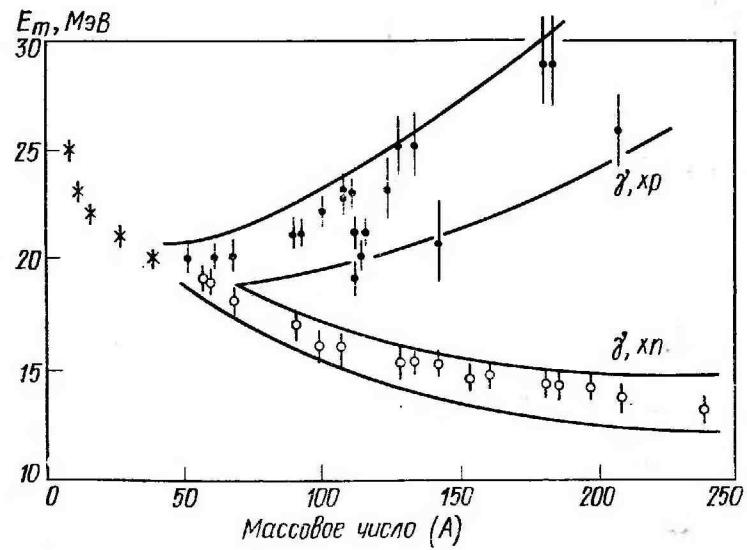


Рис. 10. Энергетическое положение максимумов сечений фотопротонной (темные точки) и фотонейтронной (светлые) реакций в зависимости от  $A$ . При  $A < 50$  максимумы этих сечений совпадают

приведены на рис. 12. Энергетические распределения имеют максимумы при энергиях в несколько мегаэлектронвольт. Верхняя граница спектров приблизительно соответствует кинематической границе. Для легких ядер положения максимумов фотопротонных и фотонейтронных спектров мало отличаются друг от друга. По мере увеличения атомного веса максимум фотопротонного спектра смещается в область более высоких энергий, достигая 12 МэВ в

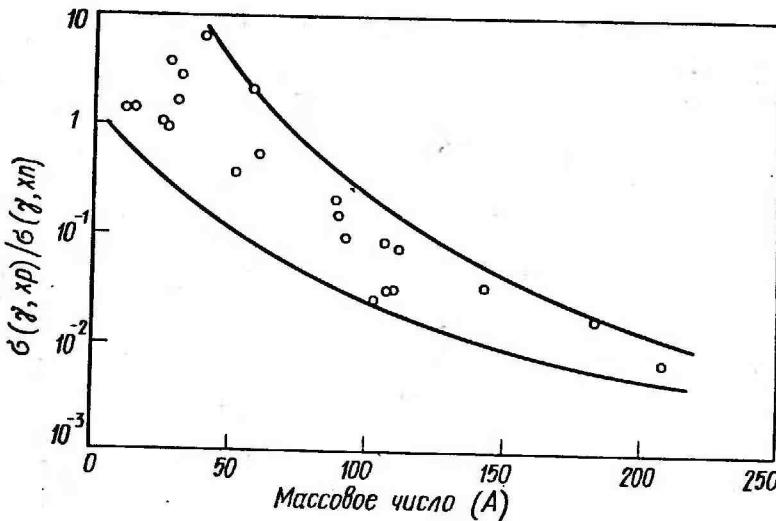


Рис. 11. Отношение интегральных сечений фотопротонной и фотонейтронной реакций в зависимости от  $A$

свинце. Максимум фотонейтронного спектра для легких и тяжелых ядер располагается примерно при одних и тех же энергиях (1–3 МэВ).

Угловые распределения продуктов фотоядерных реакций (протонов и нейтронов) в области энергий возбуждения, соответствующих гигантскому резонансу, могут быть описаны зависимостью  $a+b \sin^2\theta$ , где  $\theta$  — угол между направлением вылета нуклона и направлением движения фотона. Это означает, что угловое распределение нуклонов симметрично относительно угла  $\theta=90^\circ$ . При энергиях больших, чем энергия  $E_m$  максимума гигантского резонанса, угловые распределения нуклонов становятся несимметричными относительно  $90^\circ$ , причем их максимумы смещаются в область передних ( $\theta < 90^\circ$ ) углов. Угловые распределения в этом случае могут быть описаны формулой  $a+b \sin^2\theta(1+p \cos \theta)$ ,

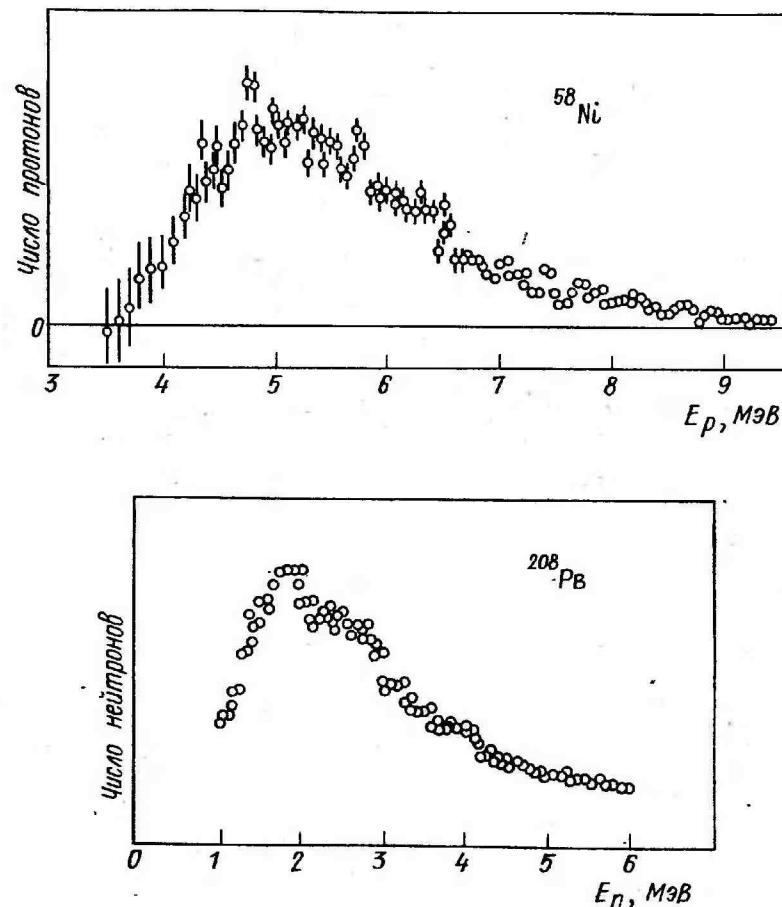


Рис. 12. Энергетический спектр фотопротонов для ядра  $^{58}\text{Ni}$  [24] (а), фотонейтронов для ядра  $^{208}\text{Pb}$  [25] (б)

## § 12. Мультипольность гигантского резонанса

Существование гигантского резонанса в сечениях поглощения является главной особенностью процесса фоторасщепления ядер в рассматриваемой энергетической области. Прежде чем обсуждать механизм возбуждения гигантского резонанса в рамках различных ядерных моделей, рассмотрим вопрос о том, какие сведения можно получить о нем на основании общих представлений о процессе взаимодействия излучения с квантовыми системами.

Длина волны  $\lambda$  фотона, энергия  $E_\nu$ , которого соответствует максимуму гигантского резонанса ( $\approx 15$  МэВ), много больше радиуса  $R$  ядра. Действительно,

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi \hbar c}{E_v} = \frac{6.28 \cdot 1.05 \cdot 10^{-27} \cdot 3 \cdot 10^{10}}{1.6 \cdot 10^{-6} \cdot 15} \approx 8 \cdot 10^{-12} \text{ см.}$$

В то же время даже для ядра с  $A \approx 200$

$$R = 1.2 \cdot A^{1/3} \cdot 10^{-13} \text{ см} \approx 7 \cdot 10^{-13} \text{ см.}$$

Отсюда следует, что в рассматриваемой энергетической области применимо длинноволновое приближение, а значит, вероятность поглощения электрических дипольных фотонов должна во много раз превосходить вероятность поглощения фотонов другого типа. Этот вывод однозначно подтверждается хорошим совпадением интегральных сечений поглощения фотонов с классическим правилом сумм для  $\mathcal{E}1$  переходов (8.9), которое наблюдается по всей периодической системе элементов (см. рис. 8, б). Если бы гигантский резонанс не был вызван преимущественным поглощением электрических дипольных фотонов, то его интегральное сечение было бы во много раз меньше величины  $60 \frac{N_Z}{A} \text{ МэВ}\cdot\text{мб.}$

Эти выводы подтверждаются также формой угловых распределений протонов и нейтронов, испускаемых ядрами после поглощения фотонов с энергиями, соответствующими максимуму гигантского резонанса. Как уже говорилось в предыдущем параграфе, форма угловых распределений фотонуклонов подчиняется выражению  $a + b \sin^2 \theta$ . Можно показать, что такие угловые распределения возникают лишь при поглощении либо чистого  $\mathcal{E}1$  либо чистого  $\mathcal{E}2$  излучения. При энергиях возбуждения больших, чем энергия максимума гигантского резонанса, в угловых распределениях появляется асимметрия относительно  $90^\circ$ , причем максимум распределения смещается к малым углам. Такая форма углового распределения может быть описана выражением  $a + b \sin^2 \theta (1 + p \cos \theta)$ , которое отвечает совместному поглощению  $\mathcal{E}1$  и  $\mathcal{E}2$  фотонов.

Итак, можно считать твердо установленным, что гигантский резонанс в сечениях фоторасщепления атомных ядер вызван преимущественным поглощением электрических дипольных фотонов. В этой связи его обычно называют гигантским дипольным резонансом.

### § 13. Интерпретация гигантского дипольного резонанса простейшими колективными моделями

В § 6 установлено, что поглощение  $\mathcal{E}1$  фотонов квантовыми системами вызывает колебание электрического дипольного момента системы с частотой, равной частоте электромагнитного поля. Колебание электрического дипольного момента ядра обусловлено колебанием всех протонов относительно всех нейтронов (см. § 8). Таким образом,  $\mathcal{E}1$  возбуждения носят существенно кол-

лективный характер. Не случайно поэтому первые попытки интерпретации гигантского резонанса были связаны с коллективными моделями. Причем без детальных расчетов было ясно, что энергия  $\mathcal{E}1$  возбуждений, обусловленных движением всех нуклонов ядра, должна быть во много раз больше, чем энергия поверхностных колебаний ядра ( $\leq 1 \text{ МэВ}$ ), в которых участвуют лишь несколько нуклонов, находящихся на поверхности.

Первой коллективной (и вообще первой) моделью гигантского дипольного резонанса явилась модель Мигдала [2], давшая правильное объяснение этому явлению. В этой модели ядро рассматривается как совокупность взаимопроникающих сжимаемых протонной и нейтронной жидкостей. Внешнее электрическое поле вызывает колебание протонной жидкости относительно нейтронной и одновременно изменение их плотностей. Ядро, таким образом, ведет себя как осциллятор, вынужденные колебания которого возбуждаются внешним электромагнитным полем. Резонанс в сечении поглощения излучения возникает при совпадении частоты  $\omega$  внешнего поля с собственной частотой  $\omega_m$  осциллятора.

Голдхабер и Теллер [3] рассмотрели несколько вариантов коллективных движений протонов относительно нейтронов:

1. Каждый протон совершает колебание около своего положения равновесия подобно ионам в кристалле. В этой модели частота колебаний должна быть примерно одинаковой для всех ядер, и, следовательно, положение максимума гигантского резонанса не зависит от  $A$ .

2. Протоны и нейтроны колеблются друг относительно друга как две сжимаемые жидкости, причем поверхность ядра остается неизменной (вариант Мигдала). Это приводит к изменению плотности внутри ядра. Резонансная энергия  $E_m$  пропорциональна  $A^{-1/3}$ .

3. Протоны и нейтроны колеблются друг относительно друга подобно двум несжимаемым сферам.  $E_m$  зависит от атомного веса как  $A^{-1/6}$ .

Первый вариант противоречит эксперименту (см. рис. 8, а). Второй и третий варианты коллективных движений объясняют наблюдаемое на опыте уменьшение резонансной энергии с ростом  $A$ .

Остановимся более подробно на третьем варианте. Под действием внешнего электрического поля происходит смещение протонной сферы относительно нейтронной, так что вблизи поверхности они уже не перекрываются (рис. 13).

Резонансная частота  $\omega_m$  осциллятора, как известно, может быть определена по формуле

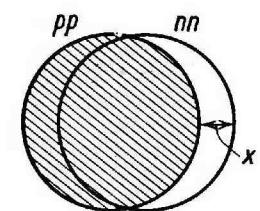


Рис. 13. Неперекрывающиеся протонная и нейтронная сферы

$$\omega_m = \sqrt{k/m}, \quad (13.1)$$

где  $k$  — коэффициент упругости, а  $m$  — масса осциллятора. Роль упругой силы играет взаимодействие сдвинутых (неперекрывающихся) частей протонной и нейтронной сфер с остальной частью ядра. При малых  $x$  число неперекрывающихся (оголенных) нуклонов, а следовательно, и коэффициент упругости пропорциональны поверхности ядра, т. е.  $R^2$ . Масса ядра пропорциональна  $R^3$ . Отсюда получаем

$$E_m = \hbar \omega_m = \hbar \sqrt{\frac{k}{m}} = \text{const} \sqrt{\frac{R^2}{R^3}} = \text{const} \cdot A^{-1/6}.$$

Следуя Голдхаберу и Теллеру, найдем значение константы в этом выражении. Пусть  $\rho$  — плотность протонов и нейтронов (предполагается, что их плотности равны), а  $x$  — смещение протонной жидкости относительно нейтронной. Если  $x < a$ , где  $a$  — радиус ядерных сил, то на каждый нуклон действует возвращающая сила, пропорциональная  $x$ . Потенциальная энергия смещения нуклона из положения равновесия должна поэтому определяться выражением

$$kx^2/2. \quad (13.2)$$

При  $x \gg a$  число полностью разделенных нуклонных пар равно  $2\pi R^2 \rho x/M$ , где  $M$  — масса нуклона.

Если  $V_0$  — глубина притягивающего ядерного потенциала, то энергия, необходимая для разъединения стольких нуклонных пар, будет равна

$$\frac{2\pi R^2 \rho x}{M} V_0. \quad (13.3)$$

Потребуем, чтобы (13.2) и (13.3) совпадали при  $x=a$ , тогда

$$k = \frac{4\pi R^2 \rho V_0}{aM}.$$

С учетом того, что масса ядра  $m$  равна  $\frac{4}{3}\pi R^3 \rho$  и  $R = r_0 A^{1/3}$ , получаем

$$E_m = \hbar \sqrt{\frac{k}{m}} = \hbar \sqrt{\frac{3V_0}{aRM}} = \hbar \sqrt{\frac{3V_0}{ar_0 M}} A^{-1/6}.$$

Полагая  $r_0 = 1.2 \cdot 10^{-13}$  см,  $a = 2 \cdot 10^{-13}$  см и  $V_0 = 40$  МэВ, имеем  $E_m \approx 45 \cdot A^{-1/6}$  МэВ. Модель сжимаемых протонной и нейтронной жидкостей (второй вариант коллективных движений) была развита Штейнведелом и Йенсеном [4], а также Даносом [26]. Эта модель дает следующее выражение для энергии максимума гигантского резонанса:

$$E_m = \sqrt{34.7 \frac{NZ}{A^2} \beta \frac{\hbar^2}{MR^2}},$$

где  $\beta = 23$  МэВ — численный коэффициент в выражении для энергии симметрии ( $\beta(N-Z)^2/A$ ) в полуэмпирической формуле Вайцзеккера. Полагая  $N = Z = \frac{A}{2}$ , получаем следующую зависимость  $E_m$  от  $A$ :

$$E_m = 75 \cdot A^{-1/3} \text{ МэВ}. \quad (13.4)$$

Эта зависимость хорошо аппроксимирует экспериментальные данные (см. рис. 8, а) в области  $A = 50 \div 150$ .

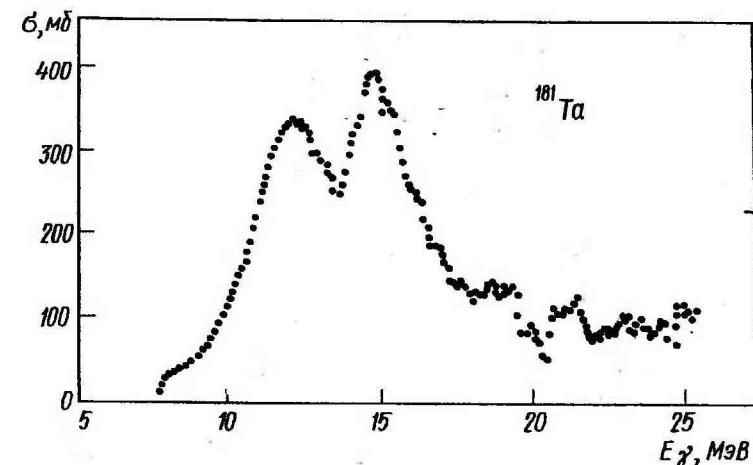


Рис. 14. Сечение фотонейтронной реакции для сильно деформированного ядра  $^{181}\text{Ta}$  [27]

Простейшая коллективная модель с большим успехом интерпретировала форму гигантского дипольного резонанса деформированных ядер. Для деформированных ядер, имеющих форму эллипсоида вращения, сечение поглощения  $\mathcal{E}1$  фотонов должно иметь два широких максимума, а не один, как в случае сферических ядер. Это непосредственно следует из зависимости энергии  $E_m$  от радиуса ядра ( $E_m \sim A^{-1/3} \sim 1/R$ ). Если ядро имеет положительный электрический квадрупольный момент, т. е. вытянуто вдоль оси симметрии  $z$ , то  $R_z > R_{xy}$  и величина расщепления  $\Delta E_m$  гигантского резонанса должна быть пропорциональна  $(1/R_z) - (1/R_x)$ , причем меньшему по энергии максимуму должны соответствовать колебания вдоль длинной оси ядерного эллипса, а большему — вдоль короткой. У сильно деформированных ядер такое расщепление отчетливо наблюдается на эксперименте

(рис. 14). По величине расщепления  $\Delta E_m$  можно судить об эксцентризите ядра  $\epsilon = \sqrt{\frac{(R_{xy}^2 - R_z^2)}{R^2}}$ , где  $R$  — радиус сферы равного объема, а значит, и о его электрическом квадрупольном моменте  $Q$ , который, как известно, пропорционален  $\epsilon$ :

$$Q = \frac{2}{5} Z R^2 \epsilon.$$

При небольшой деформации должно наблюдаться не расщепление, а уширение гигантского резонанса. Полуширина его в этом случае будет даваться выражением

$$\Gamma = \Gamma_0 + \Delta\Gamma,$$

где  $\Gamma_0$  — полуширина недеформированного (сферического) ядра того же объема, а  $\Delta\Gamma$  — дополнительное уширение, пропорциональное  $\frac{1}{R_{xy}} - \frac{1}{R_z}$ . Таким образом, между полушириной гигантского резонанса и величиной эксцентризита ядра должна

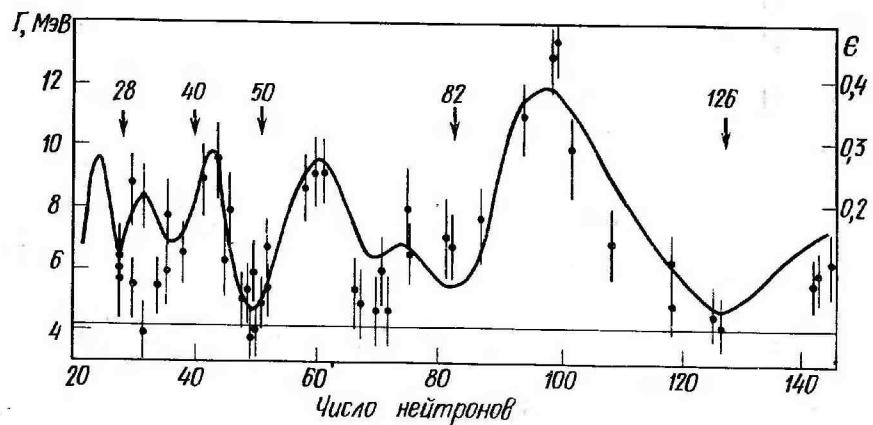


Рис. 15. Зависимость полуширины гигантского резонанса  $\Gamma$  (экспериментальные точки) и эксцентризита ядер (сплошная линия) от числа нейтронов [28]

быть четкая корреляция (на это впервые указали в 1958 г. Данос [26] и Окамото [28]), что находит экспериментальное подтверждение (рис. 15).

#### § 14. Составное ядро и прямой фотоэффект

Перейдем к вопросу об интерпретации распадных характеристик гигантского резонанса. Обсудим энергетические и угловые распределения фотонуклонов (фотопротонов и фотонейtronов), а

также их относительные выходы для ядер с разным атомным весом.

Первые попытки интерпретации основных особенностей распада гигантского дипольного резонанса были связаны с концепцией составного ядра. Справедливость применения этой концепции к данному явлению кажется вполне обоснованной, так как электрические дипольные возбуждения носят существенно коллективный характер и поэтому энергия поглощенного фотона должна распределяться среди многих нуклонов ядра.

В области энергий возбуждения выше 10 МэВ среднее расстояние между уровнями составного ядра в средних и тяжелых ядрах по разным оценкам уменьшается до 10—100 эВ и становится существенно меньше ширины отдельных уровней. Это означает, что если поглощение 61 фотонов приводит к образованию составного ядра, то гигантский резонанс должен состоять из большого числа сильно перекрывающихся уровней и основные характеристики его распада могут быть объяснены в рамках статистического подхода.

Основное содержание статистической модели сводится к тому, что вследствие усреднения по большому числу сильно перекрывающихся состояний можно пренебречь индивидуальными особенностями матричных элементов, описывающих распад отдельных состояний, и считать, что все эти матричные элементы одинаковы. Тогда вероятность распада будет просто пропорциональна таким статистическим множителям, как плотности конечных состояний, реализуемых в данной реакции.

Применим статистическую модель для описания нуклонных энергетических спектров. Для этого рассмотрим процесс распада возбужденного ядра  $A$  с испусканием частицы  $b$  и образованием конечного ядра  $B$ :  $\gamma + A \rightarrow A^* \rightarrow B + b$ . Найдем общее выражение для плотности конечных состояний системы  $B+b$ . Если считать, что конечное ядро  $B$  может иметь (так же, как и частицы  $b$ ) лишь одно внутреннее состояние, то искомая плотность конечных состояний есть не что иное, как плотность состояний их свободного относительного движения. В системе центра масс эта плотность, как и в случае расщепленного дейтона, будет даваться соотношением (10.12). Если  $V=1$ , то

$$\rho_f = \frac{p^2 dp d\Omega}{dE (2\pi\hbar)^3} = \frac{p^2 dp d\Omega}{d \left( \frac{p^2}{2\mu} \right) (2\pi\hbar)^3} = \frac{\mu pd\Omega}{(2\pi\hbar)^3}.$$

где  $p^2 dp d\Omega$  есть доступный в данном процессе фазовый объем (объем в пространстве импульсов), а  $\mu = m_b M_B / (m_b + M_B)$  — приведенная масса системы.

Если  $m_b \ll M_B$ , то  $\mu \approx m_b$  и относительный импульс  $p$  практически совпадает с импульсом частицы  $b$ , т. е.  $p \approx p_b$ . Поэтому фазовый объем системы сводится к фазовому объему частицы  $b$ :

$$\rho_f \approx \rho_b = \frac{m_b p_b d\Omega}{(2\pi\hbar)^3} = \frac{m_b \sqrt{2m_b E_b}}{(2\pi\hbar)^3} d\Omega.$$

Итак, плотность конечных состояний, а следовательно, и вероятность вылета частицы  $b$  пропорциональна корню квадратному из ее кинетической энергии. Подчеркнем, что это справедливо лишь в том случае, когда для остаточного ядра  $B$  разрешено лишь одно внутреннее состояние. В общем случае конечное ядро  $B$  может образовываться в состояниях с различными внутренними возбуждениями, поэтому при прочих равных условиях (в том числе без учета проницаемостей центробежного и кулоновского барьеров) вероятность вылета частицы  $b$  будет пропорциональна произведению фазового множителя  $\rho_b$  вылетающей частицы на плотность  $\rho_B$  конечных состояний ядра  $B$ . Плотность уровней составного ядра, как известно, растет с увеличением энергии возбуждения  $E^*$  и при  $E^* > 1$  МэВ может быть аппроксимирована зависимостью

$$\rho_B \sim \exp(\text{const } V E^*).$$

Итак, статистическая модель дает следующее предсказание для формы  $W(E_b)$  фотонуклонного энергетического спектра:

$$W(E_b) \sim \rho_b \rho_B \sim \\ V \overline{E}_b \exp(\text{const } V E^*) = \\ = V \overline{E}_b \times \\ \times \exp(\text{const } V \sqrt{E_\gamma - E_b^\text{порог} - E_b}), \quad (14.1)$$

где  $E_\gamma$  — энергия падающего фотона, а  $E_b^\text{порог}$  — порог выбивания частицы  $b$  (протона или нейтрона) из ядра  $A$  (рис. 16, а).

Форма предсказываемого статистической моделью спектра напоминает максвелловское распределение (рис. 16, б). Таким образом, статистическая модель объясняет грубые черты фотонуклонных спектров — наличие широкого максимума и уменьшение числа нуклонов по мере удаления от него в обе стороны. Вылет малоэнергичных нуклонов ограничивается фазовым множителем, а высокоенергичных — малой плотностью состояний конечного ядра при низких энергиях возбуждения.

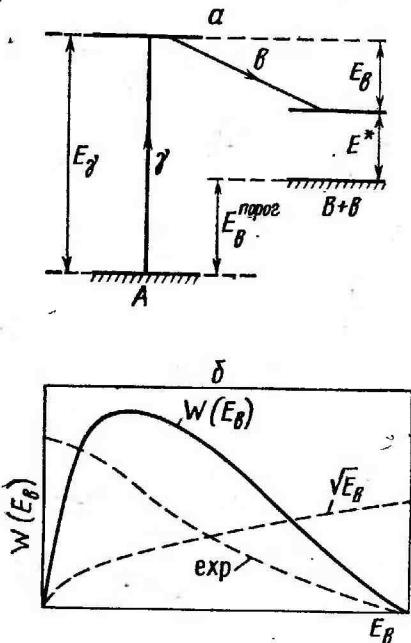


Рис. 16. Схема возбуждения и распада ядра  $A$  (а); энергетический спектр нуклонов, предсказываемый статистической моделью (б)

В составном ядре энергия возбуждения распределена среди большого числа нуклонов и проходит сравнительно долгое время, прежде чем один из них получит достаточную энергию, чтобы покинуть ядро. Поэтому испускание нуклонов из ядра напоминает испарение молекул из капли жидкости, причем для легких и средних ядер наибольшее количество нуклонов «испаряется» с энергией

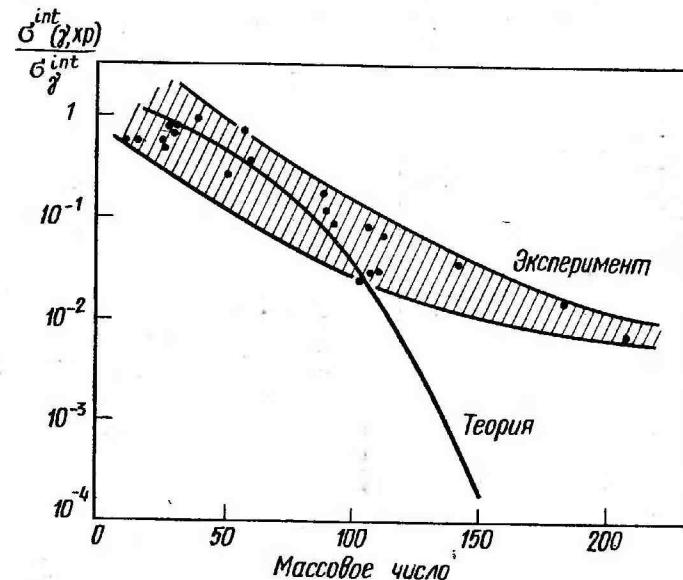


Рис. 17. Экспериментальная и предсказываемая статистической теорией зависимость от  $A$  относительного вклада сечения фотопротонной реакции в полное сечение поглощения

гий 1—2 МэВ, соответствующей температуре составного ядра при энергии возбуждения  $\approx 15$  МэВ. В тяжелых ядрах кулоновский барьер сильно подавляет выход малоэнергичных протонов так, что максимум фотопротонного спектра смещается вправо и располагается при энергиях нескольких меньших высоты кулоновского барьера ( $1,4 Z/A^{1/3}$  МэВ). В силу того что проницаемость кулоновского барьера близка к нулю для большей части спектра, предсказываемого выражением (14.1), это приводит к резкому снижению выхода протонов из тяжелых ядер.

Статистическая модель предсказывает изотропное угловое распределение для фотонуклонов вследствие усреднения по большому числу состояний конечного ядра. Исключение должны составлять лишь нуклоны, испускаемые с энергией вблизи верхней границы спектров, так как в этом случае конечное ядро образуется в основном и первых возбужденных состояниях.

Статистическая модель не предсказывает асимметрии в угловых распределениях фотонуклонов при совместном поглощении § 1

и  $\theta$  2 фотонов, так как интерференционный член, пропорциональный  $\sin^2\theta \cos\theta$  в выражении  $a+b \sin^2\theta(1+p \cos\theta)$ , должен обращаться в нуль из-за случайного соотношения между фазами большого числа уровней составного ядра.

Детальное экспериментальное изучение распадных характеристик гигантского дипольного резонанса показало, что статистическая модель, базирующаяся на концепции составного ядра, имеет ограниченное применение к ядерному фотоэффекту.

Во-первых, было обнаружено, что фотонуклонные спектры отличаются от статистических

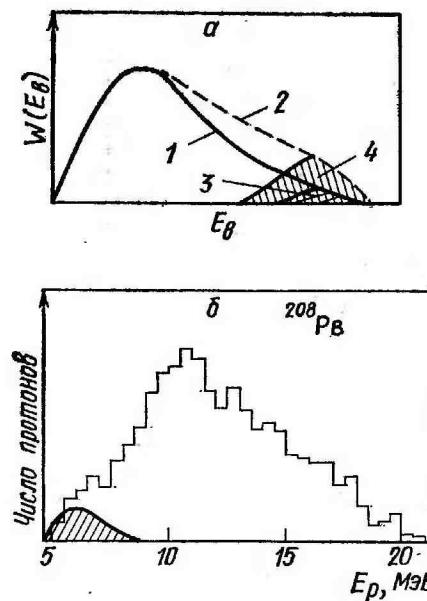


Рис. 18. Спектры фотопротонов для тяжелого ядра (a): 1 — рассчитанный по статистической модели без учета кулоновского барьера; 2 — реальный спектр в области больших энергий протонов без учета кулоновского барьера; 3 и 4 — те же спектры с учетом проницаемости кулоновского барьера; гистограмма (б) — экспериментальный спектр фотопротонов для ядра  $^{208}\text{Pb}$  [29]. Заштрихованный участок — спектр, предсказываемый статистической моделью

являются, как правило, не изотропными, а подчиняются зависимостям  $a+b \sin^2\theta$  и, кроме того, в области энергий возбуждения за максимумом гигантского резонанса эти распределения становятся асимметричными.

Все эти факты могут быть объяснены существенным вкладом прямых процессов, т. е. таких, в которых вся или большая часть энергии поглощенного фотона непосредственно передается одному нуклону, который вылетает из ядра, не успев передать эту энергию остальным нуклонам. Составное ядро при этом не образуется. Очевидно, что если вклад прямых процессов существен, то это приведет к увеличению доли высокоэнергичных нуклонов в спектрах. Это в свою очередь вызовет значительное возрастание выхода фотопротонов в тяжелых ядрах, так как проницаемость кулоновского барьера увеличивается с ростом энергии заряженных частиц. Эти эффекты поясняются рис. 18. В качестве конкретного примера приведены экспериментальный и рассчитанный по статистической теории спектры фотопротонов из  $^{208}\text{Pb}$ .

Экспериментальные указания на важную роль прямого взаимодействия фотона с ядром послужили толчком к развитию такого подхода к проблеме ядерного фотоэффекта, который, по крайней мере в первых вариантах, был прямо противоположен коллективным теориям. Этот подход, основанный на концепции одночастичных возбуждений, привел к весьма плодотворному развитию микроскопических теорий гигантского дипольного резонанса.

### § 15. Описание гигантского дипольного резонанса одночастичной оболочечной моделью

Микроскопические теории, в отличие от коллективных, рассматривают поведение отдельных нуклонов в ядре. Самой распространенной микроскопической теорией атомного ядра является модель оболочек. Ее простейший вариант — одночастичная модель, применяется для описания свойств гигантского дипольного резонанса различными авторами. Наиболее полное развитие такой подход получил в работах Уилкинсона (см., например, [8]).

Напомним некоторые основные положения одночастичной модели оболочек. Согласно этой модели гамильтониан ядра  $H$ , в общем случае имеющий вид

$$\sum_{\alpha=1}^A \frac{p_{\alpha}^2}{2M_{\alpha}} + \sum_{\alpha<\beta} W_{\alpha\beta}, \quad (15.1)$$

где  $W_{\alpha\beta}$  — энергия взаимодействия частиц  $\alpha$  и  $\beta$ , может быть представлен в виде суммы гамильтонианов  $h_{\alpha}$  отдельных нуклонов, т. е.

$$H \approx \sum_{\alpha=1}^A h_{\alpha} = \sum_{\alpha=1}^A \left( \frac{p_{\alpha}^2}{2M_{\alpha}} + V_{\alpha} \right), \quad (15.2)$$

где  $V_{\alpha} \equiv V(r)$  — некоторый центральный потенциал, одинаковый для всех нуклонов ядра.

Используются центральные потенциалы различного вида. Простейшими потенциалами являются потенциал гармонического осциллятора

$$V_0(r) = -V_0 + \frac{1}{2} M \omega^2 r^2 \quad (15.3)$$

и потенциал бесконечной прямоугольной ямы

$$V_0(r) = \begin{cases} -V_0 & \text{при } r < R, \\ \infty & \text{при } r > R. \end{cases}$$

Более реалистичен потенциал Вудса — Саксона

$$V_0(r) = -V_0 \left[ 1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right) \right]^{-1}.$$

Для того чтобы получить правильную последовательность одночастичных уровней и, в частности, объяснить магические числа, необходимо добавить к потенциалу  $V_0(r)$  дополнительный член  $-V_1(r)ls$ , учитывающий спин-орбитальное взаимодействие.

Для любого вида центрального потенциала интегралом движения является орбитальный момент  $l$  нуклона. Для каждого квантового числа  $l$  имеется последовательность уровней, энергия которых зависит от числа узлов радиальной волновой функции. На рис. 19 для потенциала гармонического осциллятора, а также для более реального ядерного потенциала (Вудса — Саксона) без учета и с учетом спин-орбитального взаимодействия приведены последовательности низких одночастичных уровней, характеризуемые числами  $n$  и  $l$ , где  $n$  — число узлов радиальной волновой функции в области  $r>0$  (поскольку один узел расположен при  $r=\infty$ , то в области  $0<r\leq R$  число узлов равно  $n-1$ ). Для значений  $l=0, 1, 2, 3, \dots$  используются обычные спектроскопические обозначения  $s, p, d, f, \dots$ . Расположение орбит для потенциала Вудса — Саксона со спин-орбитальным взаимодействием получило экспериментальное подтверждение. Уровни гармонического осциллятора характеризуются полным вырождением одночастичных состояний в пределах одной оболочки. Они эквидистанты и отстоят друг от друга на величину  $\hbar\omega$ . В потенциале Вудса — Саксона, так же как и в потенциале бесконечной прямоугольной ямы, снимается вырождение по  $l$  в пределах одной оболочки. Сpin-орбитальное взаимодействие снимает вырождение по полному моменту  $j$  нуклона, который для данного  $l$  принимает два значения  $l\pm(1/2)$ .

Состояния  $\Phi_i$  ядра в одночастичной модели называются конфигурациями и определяются расположением нуклонов по орбитам. Эти состояния есть не что иное, как удовлетворяющие условию антисимметрии комбинации произведений волновых функций отдельных нуклонов. Число нуклонов, которые могут находиться в одном энергетическом состоянии, определяется принципом Пау-

ли. Для потенциала со спин-орбитальным взаимодействием это число равно  $2j+1$ . Основному состоянию  $\Phi_0$  в одночастичной модели соответствует такое расположение нуклонов, при котором все одночастичные орбиты заняты вплоть до поверхности Ферми. Возбужденные состояния получаются перемещением одного или нескольких нуклонов на более высокие свободные или частично

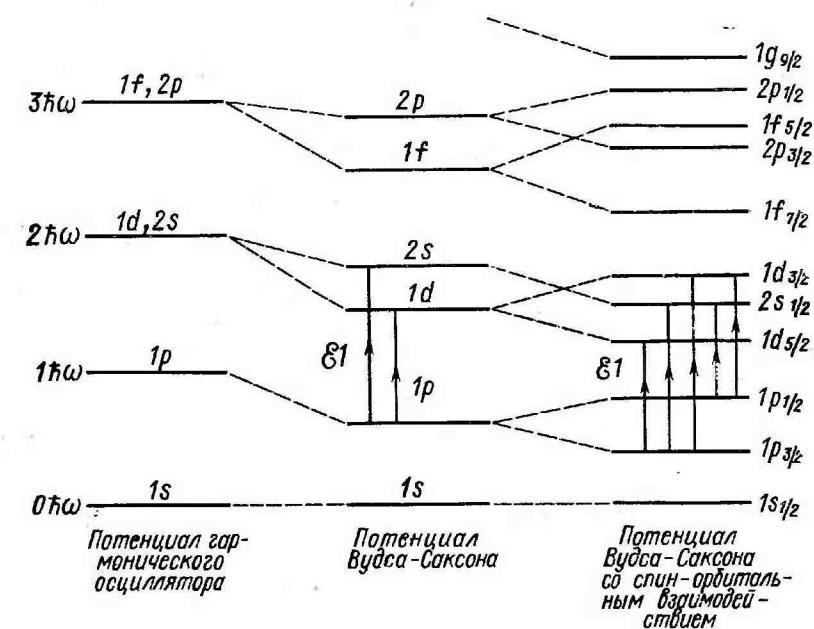


Рис. 19. Последовательность одночастичных уровней для потенциалов различного типа. Стрелками указаны основные  $\epsilon_1$  переходы для ядра  $^{16}\text{O}$

свободные уровни. Удобно рассматривать основное состояние ядра  $\Phi_0$  как вакуум, тогда при возбуждениях, вызванных перемещением нуклона из состояния  $j_1$  в состояние  $j_2$ , возникает «дырка» на уровне  $j_1$  и «частица» на уровне  $j_2$ . Образуется так называемое «частично-дырочное» или  $1p-1h$  (one particle — one hole) состояние. Если возбуждение связано с переходом двух нуклонов, то возникает «двухчастично-двухдырочное» ( $2p-2h$ ) состояние и т. д. В дальнейшем, если это не будет специально оговорено, мы будем рассматривать только одночастичные ( $1p-1h$ ) возбуждения. Волновую функцию  $\Phi_i$ , описывающую одночастичные возбуждения ядра, определяют указанием тех орбит  $j_1$  и  $j_2$ , которые были затронуты при переходе, а также значениями основных квантовых чисел получившегося состояния, например полного момента  $J$  и четности  $\pi$  ( $J_\pi$ ). Так, если нуклон перешел с орбиты  $1p_{3/2}$  на орбиту  $2s_{1/2}$  и образовалось состояние с  $J^\pi=1^-$ , то вол-

новая функция  $\Phi_i$  такого возбужденного состояния записывается следующим образом:

$$\Phi_i \equiv |1p_{3/2}^{-1} 2s_{1/2}; 1^-\rangle.$$

В общем случае

$$\Phi_i \equiv |j_1^{-1} j_2; J^\pi\rangle. \quad (15.4)$$

Мы будем предполагать, что имеем дело с четно-четным ядром. Тогда для волновой функции основного состояния можно использовать обозначение  $|0^+\rangle$ .

Рассмотрим теперь, как интерпретируется гигантский дипольный резонанс одночастичной моделью оболочек. При поглощении ядром фотона один из нуклонов совершает переход на более высокую орбиту. Возникает «частично-дырочное» возбуждение. Для нахождения возможных «частично-дырочных» состояний необходимо учесть правила отбора для электромагнитных переходов. Так как мы рассматриваем поглощение  $\approx 1$  фотонов, а одночастичные орбиты характеризуются определенными значениями полного момента  $j$  и орбитального момента  $l$  нуклона, то соответствующие правила отбора будут, согласно (10.15) и (10.17), иметь вид

$$\begin{aligned} j_f &= j_i, \quad j_i \pm 1 \quad \text{или} \quad |\Delta j| = 0, 1, \\ l_f &= l_i \pm 1 \quad \text{или} \quad |\Delta l| = 1. \end{aligned}$$

Это означает, что возможны переходы в соседнюю оболочку, через две оболочки, через четыре и т. д. В приводимых ниже примерах ( $^{16}\text{O}$ ,  $^{40}\text{Ca}$  и  $^{208}\text{Pb}$ ) рассматриваются переходы лишь в соседнюю оболочку, которые, как показывают расчеты, дают основной вклад в формирование гигантского резонанса. В свою очередь, из всех возможных переходов в соседнюю оболочку наиболее сильными оказываются переходы между состояниями с наибольшими орбитальными моментами, поскольку радиальные волновые функции таких состояний в области  $0 < r \leq R$  не имеют узлов и, следовательно, не ослабляют друг друга при интегрировании и, кроме того, такие состояния содержат наибольшее число нуклонов.

Для потенциала гармонического осциллятора все  $\approx 1$  переходы будут иметь одинаковую энергию  $\hbar\omega$ , равную расстоянию между соседними оболочками (рис. 19). Следовательно, в этом случае, так же как и в простейшей коллективной модели для сферических ядер, получается единственное возможное возбужденное состояние. Его энергия будет определять положение гигантского дипольного резонанса. Чтобы найти эту энергию, положим в выражении (15.3)  $r=R$ , тогда

$$V_0(R) = 0 \quad \text{и} \quad \omega = \sqrt{\frac{2V_0}{MR^2}}.$$

Следовательно,

$$E_m = \hbar\omega = \hbar \sqrt{\frac{2V_0}{MR^2}} \approx 42 \cdot A^{-1/3} \text{ МэВ}. \quad (15.5)$$

(Численный коэффициент 42 получен для такого значения глубины ямы  $V_0$ , которое обеспечивает наилучшее совпадение по энергии рассчитанных одночастичных уровней с экспериментальными). Сравнивая это выражение с аналогичным выражением для коллективной модели (см. (13.4)), которое в среднем неплохо согласуется с экспериментом (см. рис. 8, a), приходим к выводу, что одночастичная модель с потенциалом гармонического осциллятора дает сильно заниженное значение для энергии максимума гигантского резонанса. Так, для ядра  $^{16}\text{O}$  формула (15.5) дает  $E_m \approx 17$  МэВ вместо экспериментального значения 22 МэВ. Для средних и тяжелых ядер предсказываемые одночастичной моделью значения  $E_m$  примерно в два раза меньше экспериментально наблюдаемых. Если использовать ядерный потенциал со спин-орбитальным взаимодействием, то вследствие снятия вырождения по  $l$  и  $j \approx 1$  переходы будут иметь, вообще говоря, различные энергии. Так, в дважды магическом ядре  $^{16}\text{O}$  имеется пять возможных переходов с энергией  $\approx \hbar\omega$  (они указаны стрелками на рис. 19). Так как основное состояние ядра  $^{16}\text{O}$  имеет характеристики  $J^\pi = 0^+$ , то возбужденные состояния будут иметь  $J^\pi = 1^-$ . Поэтому «частично-дырочные» конфигурации, возникающие при поглощении ядром  $^{16}\text{O}$   $\approx 1$  фотонов, записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} &|1p_{1/2}^{-1} 2s_{1/2}; 1^-\rangle, |1p_{1/2}^{-1} 1d_{3/2}; 1^-\rangle, |1p_{3/2}^{-1} 2s_{1/2}; 1^-\rangle, \\ &|1p_{3/2}^{-1} 1d_{5/2}; 1^-\rangle, |1p_{3/2}^{-1} 1d_{3/2}; 1^-\rangle. \end{aligned} \quad (15.6)$$

В другом дважды магическом ядре  $^{40}\text{Ca}$  таких переходов восемь (см. § 16). В тяжелых ядрах и в ядрах с незаполненными оболочками количество возможных возбуждений увеличивается. Таким образом, модель оболочек в самом грубом варианте (одночастичная модель), в отличие от простейших коллективных моделей, предсказывает определенную структуру гигантского резонанса, обусловленную различием в энергиях «частично-дырочных» возбуждений. Структура гигантского резонанса действительно была обнаружена в экспериментах с высоким энергетическим разрешением (более подробно это будет обсуждаться ниже).

Расчет сечения фотопоглощения в одночастичной модели оболочек проводится по следующей схеме:

1. Из уравнения Шредингера находятся волновые функции  $\Phi_i$  и энергии  $E_i$  ядра для данного одночастичного потенциала.
2. Из состояний  $\Phi_i$  отбираются такие конфигурации  $|j_1^{-1} j_2; J^\pi\rangle$ , которые образуются при поглощении фотонов рассматриваемого

типа (например §1). Это делается с помощью соответствующих правил отбора.

3. Для получения вероятностей переходов из основного состояния в отобранные возбужденные состояния вычисляются матричные элементы типа  $\langle \Phi_i | \mathcal{D} | \Phi_0 \rangle$ , где  $\Phi_0$  — основное состояние ядра, а  $\mathcal{D}$  — оператор электрического дипольного момента (если рассматриваются §1 переходы). Для четно-четных ядер, в том числе и магических, эти матричные элементы имеют вид  $\langle j_1^{-1} j_2; 1^- | \mathcal{D} | 0^+ \rangle$ .

4. Эффективные сечения переходов рассчитываются затем по обычным формулам (см., например, выражение (7.6)).

На рис. 20 в качестве иллюстрации сравнивается сечение реакции ( $\gamma, xn$ ) для  $^{63}\text{Cu}$ , рассчитанное в рамках одночастичной

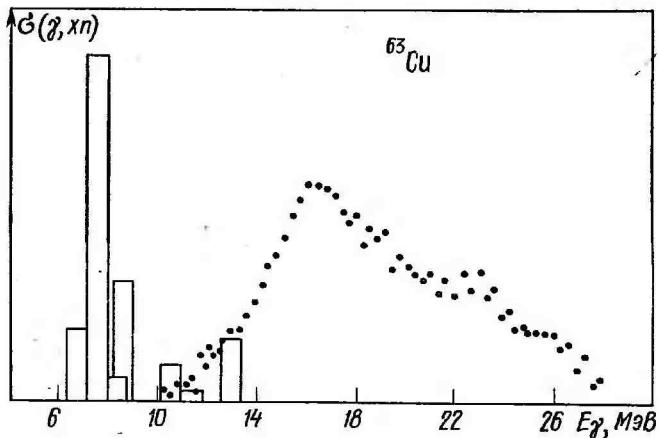


Рис. 20. Сечение фотонейтронной реакции для ядра  $^{63}\text{Cu}$ . Точки — эксперимент [30]. Столбики — теория [31]. Высота столбиков пропорциональна силе осциллятора (см. (7.8))

модели с экспериментальным сечением (для ядра  $^{63}\text{Cu}$  сечение реакции ( $\gamma, xn$ ) дает основной вклад в сечение фотопоглощения). Как видно, в одночастичной модели оболочек гигантский резонанс формируется группой сильных одночастичных переходов, занимающих сравнительно узкий энергетический интервал. При этом появляется возможность объяснить ширину Г гигантского резонанса «разбросом» этих переходов по энергии. Согласно расчетам этот разброс обычно равен  $\approx 2\text{--}3$  МэВ. Однако, несмотря на эти несомненные достижения, связанные с возможностью объяснить природу структуры и ширины сечений фотопоглощения (простейшие коллективные модели на это не претендовали), все расчеты,

выполненные в рамках одночастичной модели оболочек, давали, как и в случае потенциала гармонического осциллятора, резко заниженное (почти в два раза) значение для энергии максимума гигантского дипольного резонанса. Причины этой неудачи одночастичной модели стали понятными после того, как были проведены расчеты в рамках более совершенных вариантов модели оболочек.

## ГЛАВА 4

### СОВРЕМЕННЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ О МЕХАНИЗМЕ ФОТОРАСПЩЕПЛЕНИЯ АТОМНЫХ ЯДЕР

#### § 16. Многочастичная модель оболочек. Формирование коллективного дипольного состояния

Взаимодействие между нуклонами в ядре можно лишь приближенно свести к центральному полю, одинаковому для всех нуклонов. Наряду с этим между нуклонами существует дополнительное парное взаимодействие  $v_{\alpha\beta}$ , принципиально не сводимое к центральному одинаковому для всех нуклонов потенциальному. Это дополнительное взаимодействие носит название остаточного. В соответствии с этим ядерный гамильтониан (15.1) можно представить в виде

$$H = \sum_{\alpha=1}^A \left( \frac{\mathbf{p}_{\alpha}^2}{2M_{\alpha}} + V_{\alpha} \right) + \sum_{\alpha<\beta} v_{\alpha\beta} = \sum_{\alpha} h_{\alpha} + \sum_{\alpha<\beta} v_{\alpha\beta} = H_0 + v, \quad (16.1)$$

где  $H_0$  — гамильтониан одночастичной модели ( $H_0 = \sum_{\alpha} h_{\alpha}$ ), а  $v = \sum_{\alpha<\beta} v_{\alpha\beta}$  — остаточное взаимодействие.

Запишем уравнение Шредингера для собственных функций  $\psi_n$  и собственных значений  $E_n$  ядра

$$H \psi_n = E_n \psi_n. \quad (16.2)$$

Для того чтобы решить это уравнение, представим  $\psi_n$  в виде разложения

$$\psi_n = \sum_k a_k^n \Phi_k \quad (16.3)$$

по полному набору известных собственных функций  $\Phi_k$  какого-либо оператора  $R$ .

Подставляя (16.3) в (16.2), имеем

$$H \sum_k a_k^n \Phi_k = E_n \sum_k a_k^n \Phi_k.$$

Произведем очевидные преобразования

$$\int \Phi_i^* H \sum_k a_k^n \Phi_k d\tau = E_n \int \Phi_i^* \sum_k a_k^n \Phi_k d\tau,$$

$$\sum_k \langle \Phi_i | H | \Phi_k \rangle a_k^n = E_n a_i^n,$$

$$\sum_k H_{ik} a_k^n = E_n a_i^n, \quad (16.4)$$

или

где  $H_{ik} = \langle \Phi_i | H | \Phi_k \rangle$  — оператор  $H$  в  $R$ -представлении, а соотношение (16.4) — не что иное, как уравнение Шредингера в  $R$ -представлении.

Соотношения (16.4) образуют систему однородных линейных уравнений относительно неизвестных коэффициентов  $a_i^n$ . Для ее решения необходимо знать величины  $E_n$ . Собственные значения  $E_n$  гамильтониана  $H$  находятся приведением матрицы  $H_{ik}$  к диагональному виду. Диагональные элементы такой матрицы и будут являться искомыми собственными значениями.

Итак, для получения волновых функций  $\psi_n$  и собственных значений  $E_n$  гамильтониана  $H$  необходимо иметь полный набор ортогональных волновых функций  $\Phi_k$  какого-либо оператора. Этот набор носит название базисного набора. Выбор базисных волновых функций чрезвычайно важен, так как лишь в том случае, когда базисные волновые функции  $\Phi_k$  будут близки к искомым волновым функциям  $\psi_n$ , в разложении (16.3) без существенных искажений для  $\psi_n$  может быть оставлено сравнительно небольшое число членов. В противном случае в этом разложении должно быть использовано большое число или даже весь полный набор функций  $\Phi_k$ , который, как правило, является бесконечным. В математическом плане задача становится практически неразрешимой.

В многочастичной модели оболочек в качестве базисных функций используются собственные функции  $\Phi_k$  одночастичного гамильтониана  $H_0$ :

$$H_0 \Phi_k = E_k^0 \Phi_k.$$

В качестве центрального потенциала в одночастичном гамильтониане  $H_0$  чаще всего используется потенциал гармонического осциллятора.

Разложение  $\psi_n$  по собственным функциям  $\Phi_k$  имеет вид

$$\psi_n = \sum_k c_k^n \Phi_k. \quad (16.5)$$

Это означает, что возбужденные состояния  $\psi_n$  ядра в многочастичной модели оболочек являются смесью чистых оболочечных конфигураций  $\Phi_k$ . Естественно, что набор функций  $\Phi_k$  бесконечен и необходимо его разумным образом ограничить. В многочастичной модели оболочек предполагается, что можно ограничиться состояниями «одна частица — одна дырка», т. е. состояниями типа (15.4). Это предположение непосредственно следует из того, что микроскопические теории рассматривают процесс возбуждения ядра как изменение состояния отдельного нуклона. Более того, среди возможных  $1p-1h$  конфигураций, как правило, оставляются лишь самые низкие по энергии. Это означает, что при возбуждениях отрицательной четности (в том числе и электрических дипольных) учитываются переходы нуклона лишь в соседнюю оболочку, имеющие энергию  $\approx \hbar\omega$ , и отбрасываются переходы через 2, 4 и т. д. оболочки, энергии возбуждения которых ( $3\hbar\omega$ ,  $5\hbar\omega$  и т. д.) много больше.

Основное состояние ядра в многочастичной модели считается в первом приближении совпадающим с основным состоянием  $\Phi_0$  в одночастичной модели ( $H_0 \Phi_0 = E_0 \Phi_0$ ). Это справедливо главным образом для ядер с заполненными оболочками ( $^{16}\text{O}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{60}\text{Ni}$ ,  $^{90}\text{Zr}$ ,  $^{208}\text{Pb}$ ) или близких к ним, а также для ряда четно-четных ядер. Ожидается, что именно для этих ядер и применим описываемый здесь подход.

Перейдем теперь к математической стороне задачи. Уравнение Шредингера (16.2) в  $H_0$ -представлении записывается следующим образом (см. (16.4) и (16.5)):

$$\sum_k H_{ik} c_k^n = E_n c_i^n, \quad (16.6)$$

где  $H_{ik} = \langle \Phi_i | H | \Phi_k \rangle$ .

С учетом (16.1) уравнение (16.6) можно переписать в виде

$$\sum_k (\langle \Phi_i | H_0 | \Phi_k \rangle + \langle \Phi_i | v | \Phi_k \rangle) c_k^n = E_n c_i^n$$

или, так как  $H_0 | \Phi_k \rangle = E_k^0 | \Phi_k \rangle$  и  $E_k^0 \langle \Phi_i | \Phi_k \rangle = E_k^0 \delta_{ik}$ ,

$$\sum_k (E_k^0 \delta_{ik} + \langle \Phi_i | v | \Phi_k \rangle) c_k^n = E_n c_i^n. \quad (16.7)$$

Это уравнение носит название секулярного. По мере увеличения числа возможных конфигураций в разложении (16.5) решение этого уравнения приближается к точному.

Учитывая, что  $\sum_k E_k^0 \delta_{ik} = E_i^0$ , преобразуем (16.7) к виду

$$c_i^n = \frac{1}{E_n - E_i^0} \sum_k \langle i | v | k \rangle c_k^n \quad (16.8)$$

Здесь и далее для волновых функций  $\Phi_j$  используем обозначение  $|j\rangle$ .

Оказывается (более подробно см. [32, 33]), что для матричного элемента  $\langle i|v|k\rangle$  справедливо приближенное соотношение

$$\langle i|v|k\rangle \approx G \langle i|\chi|0\rangle \langle k|\chi|0\rangle, \quad (16.9)$$

где  $|0\rangle$  — основное состояние ядра,  $\chi$  — некоторый одиночный оператор, т. е. оператор, изменяющий состояние одного нуклона в ядре, а  $G$  — константа, значение которой зависит от характера относительного движения протонов и нейтронов в процессе возбуждения. При электрических дипольных возбуждениях протоны и нейтроны движутся в противофазе, и, как можно показать, в этом случае  $G > 0$ . Именно этот случай и будет рассматриваться ниже.

Остановимся на тех следствиях, к которым приводит соотношение (16.9). Перепишем его в более простом виде

$$v_{ik} \approx G v_i v_k, \quad (16.10)$$

где  $v_i = \langle i|\chi|0\rangle$ , а  $v_k = \langle k|\chi|0\rangle$ .

Умножая уравнение (16.8) на  $\langle j|v|i\rangle$  и суммируя по  $i$  с использованием (16.10), получаем

$$\sum_i \langle j|v|i\rangle c_i^n = \sum_i \frac{\langle j|v|i\rangle}{E_n - E_i^0} \sum_k \langle i|v|k\rangle c_k^n,$$

или

$$G v_j \sum_i v_i c_i^n = G^2 v_j \sum_i \frac{v_i^2}{E_n - E_i^0} \sum_k v_k c_k^n.$$

После сокращения имеем

$$\frac{1}{G} = \sum_i \frac{v_i^2}{E_n - E_i^0}. \quad (16.11)$$

Анализ этого уравнения удобно провести графически. Очевидно, что собственные значения  $E_n$  даются пересечением горизонтальной прямой, отстоящей от оси энергий на величину  $1/G$  (рис. 21), с функцией  $\sum_i \frac{v_i^2}{(E - E_i^0)}$ , имеющей вид, сходный с

графиком котангенса.

При этом одно из собственных значений ( $E_N$ ) оказывается сдвинутым далеко в сторону из области расположения энергий  $E_i^0$  невозмущенных конфигураций  $\Phi_i$ . Остальные решения ( $E_1, E_2, \dots, E_{N-1}$ ) находятся примерно в той же энергетической области, что и  $E_i^0$ . Свойства сдвинутого состояния четко проявляются

в предельном случае полного вырождения одиночестичных состояний. Пусть все невозмущенные энергии  $E_i^0$  равны  $E^0$  (это, в частности, имеет место для потенциала гармонического осциллятора без учета спин-орбитального расщепления). Тогда из (16.11) следует, что энергия сдвинутого состояния

$$E_N = E^0 + G \sum_i v_i^2, \quad (16.12)$$

а все другие энергии по-прежнему равны  $E^0$  (это непосредственно видно из рис. 21). Причем энергия сдвинутого уровня может

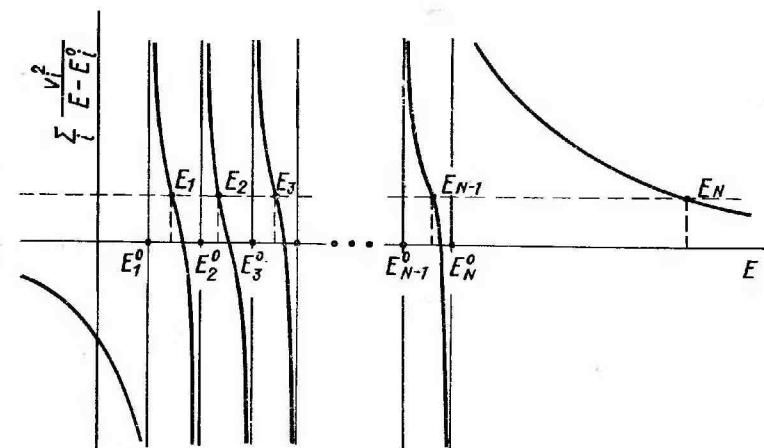


Рис. 21. К анализу решений секулярного уравнения

оказаться значительно больше, чем энергия одиночестичных состояний (при  $G < 0$  сдвинутый уровень имеет энергию меньшую, чем  $E_i^0$ ).

Итак, сдвиг состояния  $\Phi_N$  при прочих равных условиях будет тем больше, чем больше членов в сумме  $\sum_i v_i^2$ . Этот сдвиг должен

быть максимальным в тяжелых ядрах, где число возможных  $1p-1h$  возбуждений велико. В легких ядрах, где число возможных частично-дырочных возбуждений значительно меньше, этот сдвиг менее существен.

Найдем теперь волновую функцию  $\Phi_N$ , соответствующую сдвинутой энергии  $E_N$ . Для  $\Phi_N$  имеем (см. (16.5))

$$\Phi_N = \sum_k c_k^N \Phi_k.$$

Подставляя (16.10) в (16.8), получаем следующее соотношение для  $c_k^N$ :

$$c_i^N = \frac{Gv_i}{E_N - E^0} \sum_k v_k c_k^N.$$

Используем условие нормировки  $\sum_i (c_i^N)^2 = 1$ . Тогда

$$1 = \sum_i (c_i^N)^2 = \left( \sum_i v_i^2 \right) \frac{G^2}{(E_N - E^0)^2} \left( \sum_k v_k c_k^N \right)^2.$$

Отсюда

$$\begin{aligned} \sum_k v_k c_k^N &= \frac{1}{\sqrt{\sum_i v_i^2} \frac{G}{E_N - E^0}}, \\ c_i^N &= \frac{v_i}{\sqrt{\sum_i v_i^2}}. \end{aligned} \quad (16.13)$$

Следовательно,

$$\Psi_N = \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^L v_i^2}} \sum_{i=1}^L v_i \Phi_i,$$

где  $L$  — число конфигураций, включенных в рассмотрение, причем мы пронумеровали состояния  $\Psi_n$  таким образом, что  $L=N$  (см. рис. 21). Если ввести дальнейшее упрощение  $v_i=\text{const}=v$ , то

$$\Psi_N = \frac{1}{\sqrt{L}} \sum_{i=1}^L \Phi_i = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N \Phi_i. \quad (16.13a)$$

Таким образом, все конфигурации дают одинаковый вклад в волновую функцию  $\Psi_N$ .

Для остальных, вырожденных состояний  $\Psi_m$  ( $m=1, 2, \dots, N-1$ ), энергии которых  $E_m$  совпадают с энергией  $E^0$  базисных одночастичных конфигураций, уравнение (16.7) имеет вид

$$\sum_k (E_k^0 \delta_{ik} + \langle i | v | k \rangle) c_k^m = c_i^m E_m,$$

или

$$E^0 c_i^m + \sum_k v_{ik} c_k^m = c_i^m E_m.$$

Так как  $E_m=E^0$  и  $v_{ik}=Gv_i v_k=Gv^2 \neq 0$ , то отсюда следует, что

$$\sum_k c_k^m = 0. \quad (16.13b)$$

Найдем теперь вероятность перехода ядра из начального состояния  $|\Phi_0\rangle = |0\rangle$  в сдвинутое состояние  $\Psi_N$ . Будем иметь в виду электрические дипольные переходы, хотя рассмотрение справедливо для переходов любой мультипольности. Вероятность перехода в состояние  $\Psi_N$  определяется квадратом матричного элемента  $\langle \Psi_N | \mathcal{D} | 0 \rangle$ , который с учетом (16.13a) можно записать в виде

$$\langle \Psi_N | \mathcal{D} | 0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N \langle \Phi_i | \mathcal{D} | 0 \rangle.$$

Упростим рассмотрение, полагая, что все матричные элементы  $\langle \Phi_i | \mathcal{D} | 0 \rangle$  переходов на невозмущенные одночастичные состояния одинаковы и равны  $a$  ( $\langle \Phi_i | \mathcal{D} | 0 \rangle = a$ ). Тогда

$$\begin{aligned} \langle \Psi_N | \mathcal{D} | 0 \rangle &= a \sqrt{N}, \\ |\langle \Psi_N | \mathcal{D} | 0 \rangle|^2 &= a^2 N. \end{aligned} \quad (16.14)$$

С другой стороны, вероятность  $\mathcal{E}1$  переходов во все невозмущенные одночастичные состояния, определяемая суммой квадратов матричных элементов  $\langle \Phi_i | \mathcal{D} | 0 \rangle$ , тоже равна  $a^2 N$ . Действительно,

$$\sum_{i=1}^N |\langle \Phi_i | \mathcal{D} | 0 \rangle|^2 = a^2 N. \quad (16.15)$$

Таким образом, приходим к выводу, что сдвинутое по энергии состояние  $\Psi_N$  вбирает в себя всю вероятность  $\mathcal{E}1$  перехода, первоначально, до учета остаточного взаимодействия, равномерно распределенную между всеми невозмущенными одночастичными состояниями. Отсюда также следует, что суммарная вероятность  $\mathcal{E}1$  переходов на остальные (не сдвинутые) состояния  $\Psi_m$  ( $m=1, 2, \dots, N-1$ ) равна нулю. Это можно проверить непосредственным вычислением. Действительно, используя (16.13b), получаем

$$|\langle \Psi_m | \mathcal{D} | 0 \rangle|^2 = \left| \sum_k c_k^m \langle \Phi_k | \mathcal{D} | 0 \rangle \right|^2 = a^2 \left( \sum_k c_k^m \right)^2 = 0. \quad (16.16)$$

Подведем итоги рассмотрения. Если для матричного элемента остаточного взаимодействия справедливо соотношение (16.9), называемое условием сепарельности, то одно из возбужденных состояний смещается из области невозмущенных энергий  $E_i^0$ . Это смещение зависит от величины и знака константы взаимодействия  $G$ . Для  $\mathcal{E}1$  переходов  $G>0$  и это состояние смещается в сторону больших энергий, вбирая в себя практически всю вероятность электрических дипольных переходов. Это особенно отчетливо проявляется тогда, когда все  $v_i=v$ . В этом случае одночастич-

ные волновые функции входят в состав сдвинутого состояния с такими коэффициентами, которые имеют одинаковый знак, что обеспечивает когерентный вклад отдельных одночастичных переходов в полную вероятность возбуждения этого состояния. В отличие от сдвинутого, «когерентного» состояния, остальные состояния по-прежнему располагаются при энергиях  $E_i^m$ , близких к одночастичным. Вероятность  $\mathcal{E}1$  перехода в эти состояния резко ослабляется за счет того, что одночастичные волновые функции входят в его состав с разными по знаку коэффициентами (см. (16.13б)), что приводит к «некогерентному» (ослабляющему друг друга) вкладу одночастичных вероятностей в полную вероятность перехода.

В процессе рассмотрения было использовано еще два предположения — о предельном вырождении одночастичных возбуждений ( $E_i^0 = E^0$ ) и о равенстве матричных элементов  $\langle \Phi_i | \mathcal{D} | 0 \rangle$ . Эти предположения, так же как и предположение о том, что  $v_i = v = \text{const}$ , лишь более ярко подчеркивают обсуждаемые эффекты и, как показывают детальные расчеты, не оказывают принципиального влияния на основные выводы.

Таким образом, многочастичная модель оболочек предсказывает появление сильных (когерентных)  $\mathcal{E}1$  возбуждений в области энергий существенно больших, чем энергии одночастичных электрических дипольных возбуждений. Причем относительная величина энергетического сдвига этих состояний должна быть наибольшей в тяжелых ядрах, где число возможных частично-дипольных возбуждений увеличивается. Как показывают конкретные численные расчеты для  $^{40}\text{Ca}$  и  $^{208}\text{Pb}$  (рис. 22 и 23), учет этого сдвига приводит к правильному предсказанию положения максимума гигантского резонанса. В этой связи становится понятной причина неудачи одночастичной модели оболочек в объяснении положения максимума гигантского резонанса. Она кроется в преубеждении остаточным взаимодействием между нуклонами. Впервые расчеты фоторасщепления ядер в рамках многочастичной модели оболочек были проведены Эллиотом и Флауэрсом в 1957 г. [9]. Механизм образования сдвинутых по энергии «когерентных» состояний был рассмотрен Брауном и Болстерли [10] в их так называемой «схематической модели», основные положения которой были изложены выше.

Существенным итогом расчетов, проведенных в рамках многочастичной модели оболочек, явилось предсказание в области гигантского дипольного резонанса одного-двух сильных возбуждений, вбирающих в себя практически всю сумму  $\mathcal{E}1$  переходов (см. рис. 22 и 23). Полученный результат практически совпадает с тем, что дает простейшая коллективная модель. Это совпадение не является случайным, так как «когерентное» состояние, являясь суперпозицией многих чистых конфигураций, формируется за счет возбуждения многих нуклонов. По этой причине когерентное дипольное состояние  $\Psi_L$  часто называют коллективным дипольным

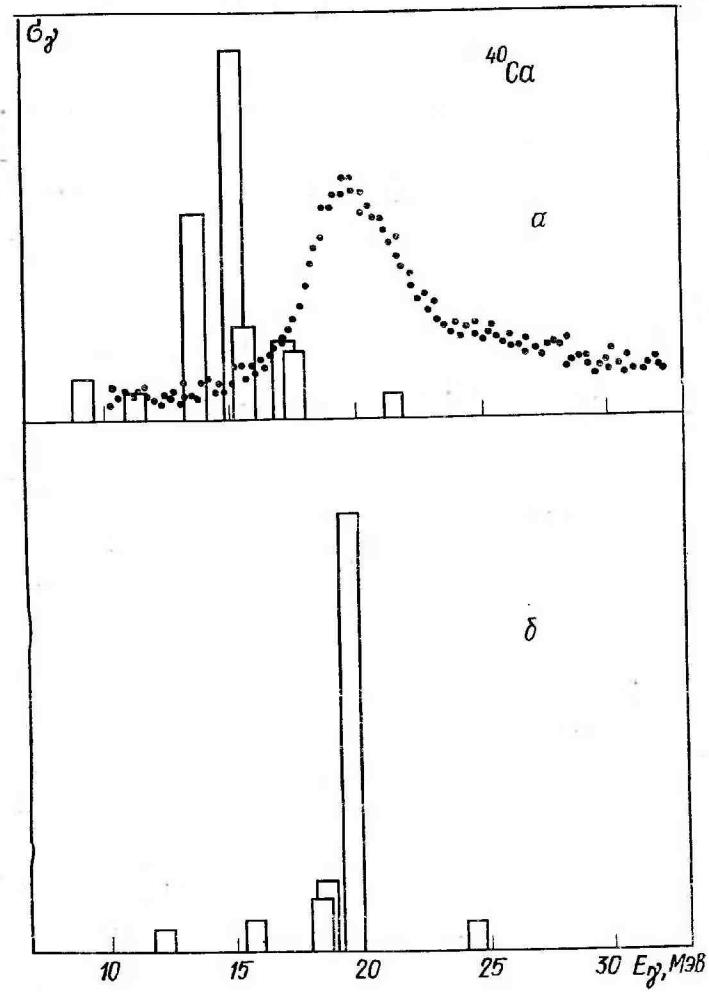


Рис. 22. Сечение фотопоглощения для ядра  $^{40}\text{Ca}$ . Точки — эксперимент [22]. Столбики — расчет по модели оболочек [12]: а — без учета смешивания конфигураций, т. е. до диагонализации матрицы (см. (16.4)); б — с учетом смешивания конфигураций. Высота столбиков пропорциональна силе осциллятора перехода. Число конфигураций — 8. Сдвиг максимума гигантского резонанса в результате диагонализации — 4,5 МэВ

состоянием и обозначают  $\psi_{\text{д}}.$  (Заметим, в частности, что степень колективности любого состояния  $\psi$  по отношению к какому-либо колективному возбуждению, описываемому оператором  $\Theta$ , опре-

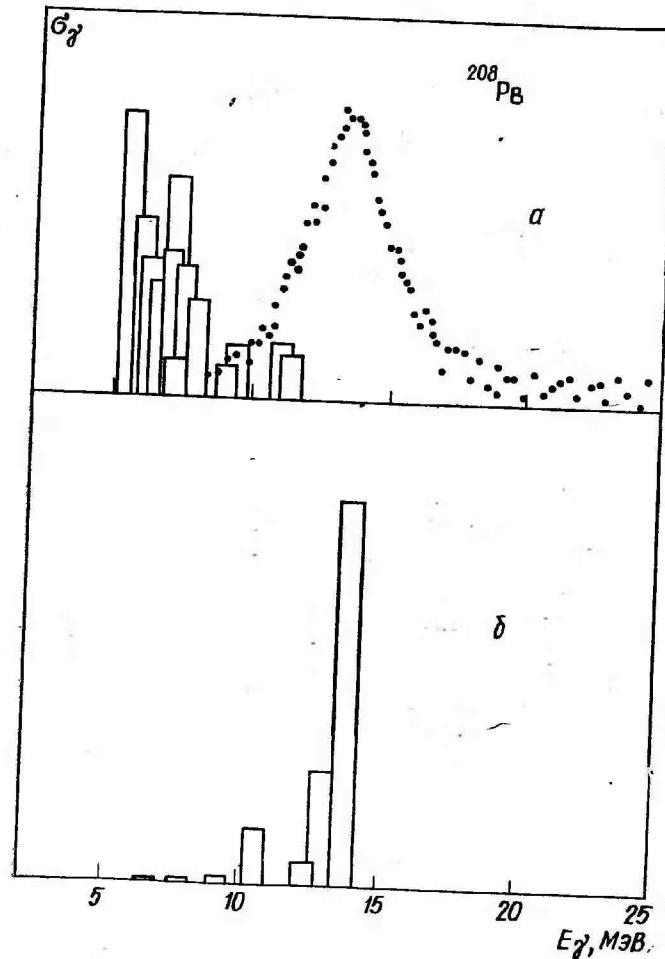


Рис. 23. Сечение фотопоглощения для ядра  $^{208}\text{Pb}.$  Точки — эксперимент [23]. Столбики — расчет по модели оболочек [13]:  $a$  — без учета смешивания конфигураций;  $b$  — с учетом смешивания конфигураций. Число конфигураций — 30. Сдвиг максимума гигантского резонанса в результате диагонализации — 7 МэВ.

деляется величиной матричного элемента  $\langle \psi | \Theta | 0 \rangle.$  Если  $\langle \psi | \Theta | 0 \rangle \approx 1,$  то состояние существенно колективно, если же  $\langle \psi | \Theta | 0 \rangle \approx 0,$  то это состояние не является состоянием колективного движения, описываемого оператором  $\Theta.)$

Таким образом, расчеты, проведенные в рамках многочастичной модели оболочек, вскрывают микроскопическую природу образования колективных дипольных возбуждений.

### § 17. Проблема структуры и ширины гигантского дипольного резонанса

Основным достижением многочастичной модели оболочек явилось правильное предсказание энергии гигантского дипольного резонанса. Однако в плане интерпретации ширины и структуры сечений фотопоглощения эта модель близка к простейшим кол-

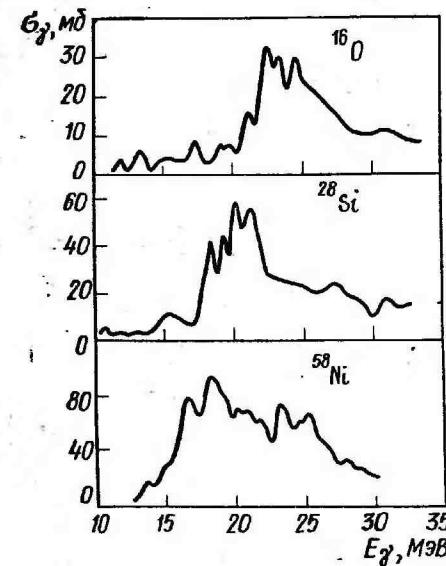


Рис. 24. Структура гигантского резонанса, наблюдаемая в сечениях поглощения фотонов ядрами  $^{16}\text{O}$  [22],  $^{28}\text{Si}$  [22] и  $^{56}\text{Ni}$  [34]

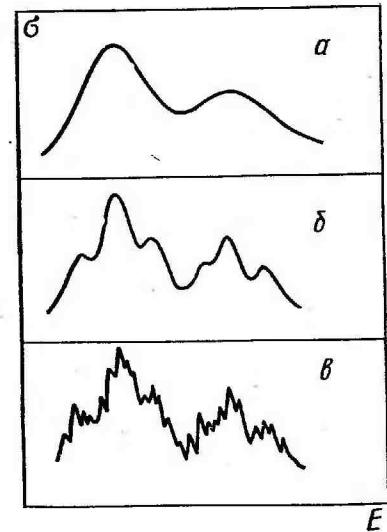


Рис. 25. Классификация структуры эффективных сечений:  $a$  — гросс-структура;  $b$  — промежуточная структура;  $c$  — тонкая структура

лективным теориям. Как было показано в предыдущем параграфе, учет остаточного взаимодействия при условии ряда допущений, которые в реальной ситуации приближенно выполняются, приводит к формированию одного-двух когерентных (коллективных) состояний, включающих в себя практически всю дипольную сумму. Таким образом, предсказываемый многочастичной моделью оболочек спектр  $\mathcal{E}_1$  возбуждений оказывается чрезвычайно бедным. Он удовлетворительно описывает лишь результаты ранних, грубых экспериментов и находится в противоречии с современными опытными данными (см., например, рис. 24). Как видно из

этого рисунка, экспериментальное сечение фотопоглощения, измеренное уже со средним энергетическим разрешением, содержит несколько сравнимых по величине максимумов, разбросанных в широком ( $\approx 10$  МэВ) энергетическом интервале. Эксперименты с более высоким разрешением показывают, что на фоне этих максимумов видны и более узкие максимумы меньшей амплитуды. В настоящее время имеется устоявшаяся терминология

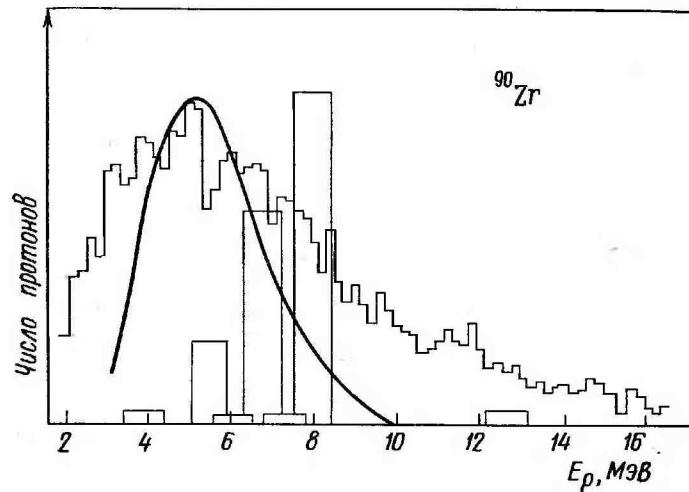


Рис. 26. Гистограмма — экспериментальный спектр фотопротонов для ядра  $^{90}\text{Zr}$  [35]. Столбики — расчет по модели оболочек, кривая — по статистической модели

столь разнообразной по классу структуры эффективных сечений. Различают структуру трех видов: а) грубую, или гросс-структурную, б) промежуточную структуру и в) тонкую структуру. Эта классификация поясняется рис. 25. Многочастичная модель оболочек объясняет лишь гросс-структурную гигантского дипольного резонанса.

Другим существенным недостатком многочастичной модели оболочек является то, что предсказываемые ею спектры фотонуклонов, как правило, сильно отличаются от наблюдаемых. Расчетные спектры содержат в основном нуклоны больших энергий (прямые фотонуклоны), в то время как в экспериментальных спектрах основная часть нуклонов находится в области малых энергий, которая лучше описывается статистической моделью (рис. 26).

Для того чтобы разобраться в причинах неудач многочастичной модели оболочек, достаточно вспомнить, какие ограничения накладывались ею на характер возбуждений ядра. В многочастичной модели оболочек рассматриваются лишь возбуждения типа «одна частица — одна дырка» ( $1p-1h$ ). С другой стороны,

нуклон, получивший энергию от фотона и передавший на более высокий уровень, может отдать часть своей энергии другому нуклону, что приведет к появлению еще одной частично-дырочной пары (рис. 27).

Процесс обмена энергиями между нуклонами может продолжаться и дальше, в результате чего будут образовываться многочастично-многодырочные ( $pr-nh$ ) возбуждения. Используя для графического представления «частиц» и «дырок» сплошные линии, идущие соответственно вправо и влево, процесс последовательного увеличения числа частично-дырочных пар в ядре, поглотившем фотон, можно изобразить на рис. 28, где волнистая линия соответствует фотону, а кружки — взаимодействию между нуклонами.

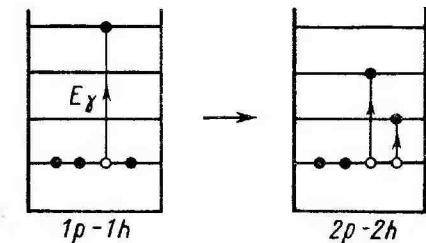


Рис. 27. Образование 2p-2h-возбуждений

В силу того что ядерное взаимодействие является двухнуклонным, возбужденный нуклон не может обменяться энергией больше, чем с одним из своих соседей, и поэтому число частично-дырочных пар увеличивается последовательно

$$1p - 1h \rightarrow 2p - 2h \rightarrow 3p - 3h \rightarrow \dots$$

Наряду с процессом увеличения числа частично-дырочных пар определенную роль играет и обратный процесс их аннигиляции.

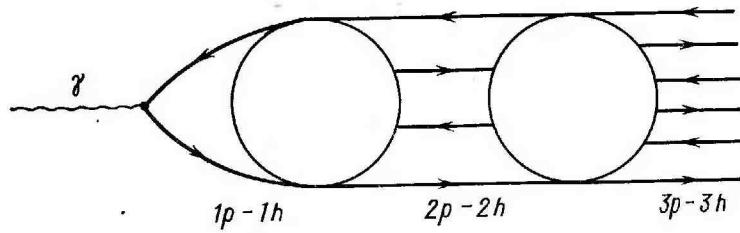


Рис. 28. Процесс последовательного увеличения числа частично-дырочных пар

Следует отметить, что для создания многочастично-многодырочных возбуждений не всегда требуется большая энергия, так как энергия уровня может существенно зависеть от числа находящихся на нем нуклонов. Так, взаимодействие между нуклонами на уровнях  $j_1$  и  $j_2$  может быть таким, что при каждом новом пере-

ходе с уровня  $j_1$  на уровень  $j_2$  происходит повышение первого и понижение второго (рис. 29).

Итак, волновая функция  $\psi$ , описывающая истинные возбуждения ядра, не всегда может быть представлена в виде линейной комбинации только  $1p-1h$  возбуждений и в общем случае должна представлять собой сложную суперпозицию  $1p-1h, 2p-2h, \dots, np-nh$  состояний

$$\psi = \sum_{\alpha} a_{\alpha} |1p\ 1h\rangle_{\alpha} + \sum_{\beta} b_{\beta} |2p\ 2h\rangle_{\beta} + \sum_{\gamma} c_{\gamma} |3p\ 3h\rangle_{\gamma} + \dots$$

Состояния  $1p-1h$  возникают лишь в первый момент после поглощения ядром фотона и поэтому носят название «входных» (doorway) состояний.

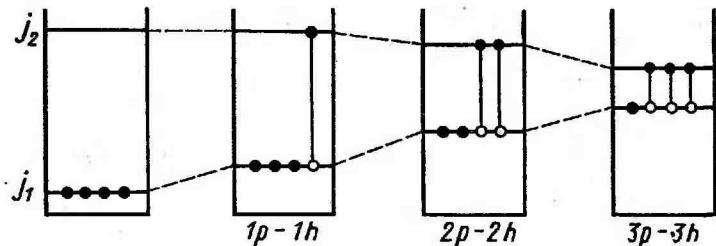


Рис. 29. Пояснение к вопросу об энергии пр-nh-возбуждений

Естественно, что в процессе увеличения числа частично-дырочных пар их полный момент и четность не меняются. Так, если был поглощен 61 фотон, то на любой стадии этого процесса возбуждение характеризуется моментом и четностью 1- (по-прежнему рассматриваются ядра, имеющие основное состояние  $0^+$ ).

Теперь попытаемся разобраться в том, как изменятся предсказания многочастичной модели оболочек при учете многочастично-многодырочных возбуждений. Для этого воспользуемся аналогией между ядром и системой связанных осцилляторов.

Сопоставим коллективному дипольному состоянию  $\Psi_{dp}$ , которое формируется в многочастичной модели оболочек, состояние свободного колебания маятника с собственной частотой  $\omega_0$ , а одному из возможных возбужденных состояний ядра  $\Phi_1$ , являющемуся, начиная с  $2p-2h$ , сложной суперпозицией многочастично-многодырочных состояний:

$$\Phi_1 = \sum_{\beta} b_{\beta}^1 |2p\ 2h\rangle_{\beta} + \sum_{\gamma} c_{\gamma}^1 |3p\ 3h\rangle_{\gamma} + \dots \quad (17.1)$$

— состояние свободного колебания другого маятника с собственной частотой  $\omega_1$ .

Возбуждению ядра в многочастичной модели оболочек соответствует возбуждение колебаний первого маятника под действием внешней силы  $F_0 e^{-i\omega t}$ . Очевидно, что аналогом гигантского резонанса в этом случае будет резонанс амплитуды колебаний маятника при  $\omega = \omega_0$ . Так как в многочастичной модели оболочек пр-nh-возбуждения ( $n \geq 2$ ) не рассматриваются, то колебания второго маятника возбуждаться не будут и система двух этих маятников в данном случае является не связанный (рис. 30, а).

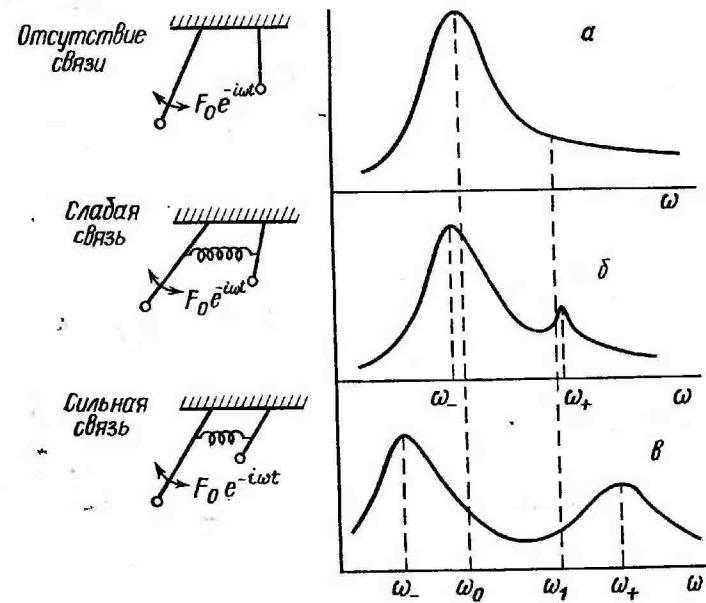


Рис. 30. Резонансные кривые системы двух связанных маятников

В действительности после поглощения ядром фотона часть энергии от входных  $1p-1h$  возбуждений передается через состояния  $2p-2h$  многочастично-многодырочным состояниям. Это соответствует появлению связи между маятниками. Из теории связанных осцилляторов следует, что при возбуждении одного из маятников (в данном случае первого) резонанс в системе будет наблюдаться при двух частотах  $\omega_-$  и  $\omega_+$ , называемых нормальными и отличак-щихся от собственных частот  $\omega_0$  и  $\omega_1$  каждого маятника в отдельности, причем более низкая нормальная частота  $\omega_- < \omega_0$ , а более высокая  $\omega_+ > \omega_1$ , т. е. резонансные частоты раздвигаются. Далее, чем сильнее связь между маятниками (чем жестче пружина, их соединяющая), тем большая часть энергии передается от первого маятника второму и, следовательно, тем больше амплитуда колебаний второго маятника при вынужденных колебаниях первого.

При сильной связи наблюдается также сильное раздвигание резонансных частот  $\omega_-$  и  $\omega_+$ . И наоборот, при ослаблении связи (уменьшении жесткости соединяющей пружины) нормальные частоты приближаются к собственным частотам  $\omega_0$  и  $\omega_1$  и амплитуда колебаний второго маятника уменьшается. Все эти эффекты иллюстрируются рис. 30.

Кроме того, амплитуда колебаний второго маятника увеличивается также и при сближении собственных частот  $\omega_0$  и  $\omega_1$ .

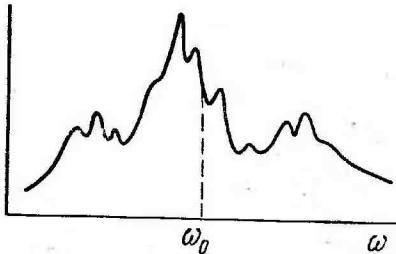


Рис. 31. Резонансная кривая системы большого числа связанных маятников

кривой будет близок к собственной частоте  $\omega_0$  возбуждаемого маятника.

Если вернуться к ядерным возбуждениям, то можно прийти к выводу, что учет многочастично-многодырочных конфигураций приводит к дроблению (разбросу) коллективного дипольного состояния  $\Psi_{\text{dip}}$  по состояниям  $1^-$  более сложной природы, чем  $1p-1h$ . Причем сильная связь  $1p-1h$  состояний с более сложными состояниями приводит к формированию промежуточной структуры гигантского резонанса, а слабая связь — к формированию тонкой структуры. Центр тяжести кривой фотопоглощения при этом остается близким к энергии  $\Psi_{\text{dip}}$ .

Для того чтобы произвести полный расчет ядерного фотоэффекта с учетом сложных возбуждений, необходимо отобрать все возможные конфигурации типа

$$\begin{aligned} & |1p1h; 1^-\rangle \\ & |2p2h; 1^-\rangle \\ & |3p3h; 1^-\rangle \\ & \dots \\ & |nph; 1^-\rangle, \end{aligned} \quad (17.2)$$

а затем составить полную конфигурационную матрицу

$$\langle nph; 1^- | H | mpmh; 1^- \rangle, \quad n, m = 1, 2, 3, \dots, \quad (17.3)$$

где  $H$  — гамильтониан ядра, и диагонализовать ее:

	$1p - 1h$	$2p - 2h$	$3p - 3h$	...
$1p - 1h$	$1p - 1h$	$\times$	0	0
$2p - 2h$	$\times$	$2p - 2h$	$\times$	0
$3p - 3h$	0	$\times$	$3p - 3h$	$\times$
:	0	0	$\times$	

(17.4)

Крестами обозначены не равные нулю недиагональные элементы матрицы, описывающие взаимодействие между частично-дырочными конфигурациями различного типа. Эти недиагональные элементы имеют вид

$$n = 1, 2, 3, \dots,$$

$$\langle nph; 1^- | v | mpmh; 1^- \rangle, \quad m = n \pm 1 \quad (17.5)$$

(при  $n = 1$   $m = n + 1$ ),

где  $v$  — остаточное парное взаимодействие между нуклонами, которое, как уже упоминалось, в основном описывается двухнуклонными силами.

В многочастичной модели оболочек рассматривается лишь верхний левый блок конфигурационной матрицы, который включает только  $1p-1h$  возбуждения.

Прямая диагонализация полной конфигурационной матрицы является, однако, неразрешимой задачей из-за ее высокого ранга. Так, даже в легком ядре  $^{16}\text{O}$  имеется около 500 только  $2p-2h$  конфигураций  $1^-$  с энергией до  $3\hbar\omega$  ( $\approx 30$  МэВ). В  $^{208}\text{Pb}$  таких конфигураций  $\approx 10^4$ . Предположим тем не менее, что мы смогли выполнить диагонализацию той части матрицы, которая содержит  $2p-2h$ ,  $3p-3h$  и т. д. конфигурации. В результате этого получим состояния  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  и т. д., которые теперь уже будут сложной суперпозицией всех многочастично-многодырочных конфигураций, начиная с  $2p-2h$ . Функции  $\varphi_i$  могут быть записаны в виде (17.1). Конфигурационная матрица после такой диагонализации имеет вид

	$1p - 1h$	$\Phi_1$	$\Phi_2$	$\Phi_3$	...
$1p - 1h$	$1\bar{p} - 1h$	×	×	×	×
$\Phi_1$	×	$E_1$	0	0	0
$\Phi_2$	×	0	$E_2$	0	0
$\Phi_3$	×	0	0	$E_3$	0
:	×	0	0	0	..

(17.6)

Помимо недиагональных матричных элементов внутри матрицы  $1p - 1h$  она будет содержать отмеченные крестами не равные нулю недиагональные матричные элементы взаимодействия  $1p - 1h$  состояний с состояниями  $\Phi_i$ :

$$\langle 1p1h; 1^- | v | \Phi_i; 1^- \rangle. \quad (17.7)$$

Степень связи  $1p - 1h$  состояний с более сложными состояниями  $\Phi_i$ , как можно понять из рассмотренной выше аналогии между ядром и системой связанных осцилляторов, будет зависеть от величины параметра  $\eta = v_{int}/D$ , где  $v_{int} = V |\langle ph; 1^- | v | \Phi_i; 1^- \rangle|^2$  и характеризует взаимодействие  $1p - 1h$  состояний с состояниями более сложного типа, а  $D = V(E_i - E_{ph})^2$  — расстояние между энергиями состояний  $\Phi_i$  и  $1p - 1h$ .

Те  $\Phi_i$ , для которых  $\eta$  велико, будут участвовать в формировании промежуточной структуры, остальные — в формировании тонкой структуры. Если интересоваться только промежуточной структурой, то необходимо отобрать состояния  $\Phi_i$  первого типа ( $\eta$  — велико). При этом ранг конфигурационной матрицы будет существенно уменьшен. Поскольку  $\mathcal{E}1$ -воздействия описывают существенно коллективное движение нуклонов в ядре, то естественно предположить (и это предположение подтверждается непосредственными вычислениями), что они должны быть сильно связаны с другими формами коллективных возбуждений ядра. Следовательно, для описания промежуточной структуры необходимо оставить в конфигурационной матрице такие состояния  $\Phi_i$ , которые попадают в область гигантского дипольного резонанса и включают коллективные возбуждения различного типа. В сферических ядрах с незаполненными оболочками такими возбуждениями являются прежде всего квадрупольные колебания ядерной поверхности (возбуждения с  $J^\pi = 2^+$ ), лежащие при энергиях  $\lesssim 1$  МэВ. В магнитных ядрах существенно коллективными возбуждениями яв-

ляются возбуждения с  $J^\pi = 3^-$  и  $5^-$ , имеющие энергию  $\approx 2 \div 5$  МэВ. Все эти возбуждения, так же как и коллективные дипольные возбуждения, являются когерентной линейной комбинацией  $1p - 1h$  конфигураций и поэтому могут быть получены в результате диагонализации соответствующей матрицы. Часто при рассмотрении сложных конфигураций для упрощения задачи ограничиваются только состояниями  $2p - 2h$ . Тогда конфигурационная матрица будет формироваться из состояний двух типов

$$| ph; 1^- \rangle \text{ и } | 2p2h; 1^- \rangle_{\text{колл}} = | p_1 h_1 J_1^{\pi_1}, p_2 h_2 J_2^{\pi_2}; 1^- \rangle, \quad (17.8)$$

где одна «частица-дырка» ( $p_1 h_1$ ) описывает низшее коллективное возбуждение ядра ( $J_1^{\pi_1} = 2^+, 3^-, 5^-$ ), а другая ( $p_2 h_2$ ) — обычное, неколлективное возбуждение. Очевидно, что последняя частично-дырочная пара должна иметь такой момент и четность  $J_2^{\pi_2}$ , чтобы, складываясь с  $J_1^{\pi_1}$ , дать результирующий момент и четность  $1^-$ .

Современные коллективные модели также пошли по пути расширения базиса возможных возбуждений. Наиболее последовательный подход в рамках этой модели состоит в едином описании различных коллективных движений нуклонов (вращений ядра, поверхностных колебаний, дипольных колебаний и т. д.), а также взаимодействия между ними. Это взаимодействие и приводит к формированию промежуточной структуры гигантского дипольного резонанса.

Многие современные расчеты гигантского резонанса выполняются с использованием одновременно и микроскопического подхода и коллективных моделей. Широко используемый вариант таких расчетов состоит в описании  $\mathcal{E}1$  возбуждений в рамках частично-дырочного формализма модели оболочек, в то время как поверхностные колебания описываются на языке коллективной модели.

Итак, подводя итоги рассмотрения природы структуры и ширины гигантского дипольного резонанса (под шириной мы понимаем величину области концентрации наиболее сильных  $\mathcal{E}1$  возбуждений), приходим к заключению, что гросс-структура сечений фотопоглощения определяется коллективными входными  $1p - 1h$  состояниями, промежуточная структура формируется за счет связи входных состояний с более сложными состояниями коллективного характера, а тонкая структура возникает за счет взаимодействия входных состояний с неколлективными многочастично-многодырочными возбуждениями. В целом, несмотря на несомненные успехи в описании гигантского дипольного резонанса, достигнутые современными микроскопическими и коллективными теориями (рис. 32), интерпретация формы гигантского резонанса остается еще далеко не завершенной. Это связано с тем, что проведение достаточно последовательных и полных расчетов

наталкивается на большие вычислительные трудности и отсутствие достоверной информации о ряде важных параметров теории.

Учет более сложных, чем  $1p-1h$  возбуждений, позволяет также приблизиться к пониманию природы фотонуклонных энергетических спектров. Действительно, процесс последовательного увеличения числа частично-дырочных пар в возбужденном ядре в конце концов завершается стадией составного ядра (рис. 33), причем на каждой стадии этого процесса ядро может испустить нуклоны. Если нуклоны испускаются на первой стадии, то мы получаем довольно жесткий спектр, предсказываемый мно-

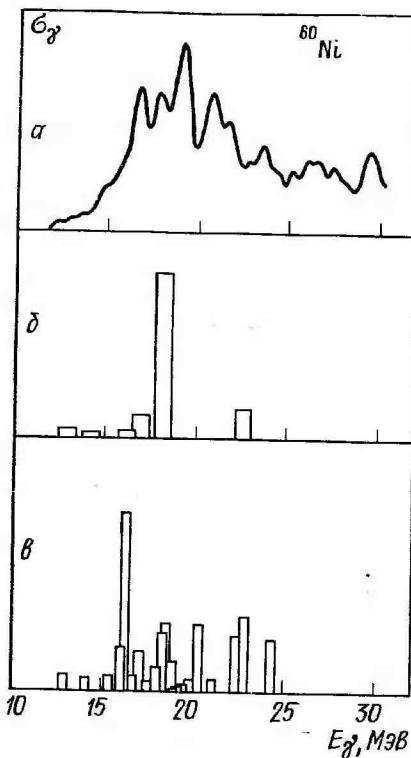


Рис. 32. Сечение поглощения фотонов ядром  $^{60}\text{Ni}$ : *a* — эксперимент [34]; *b* — расчет в рамках традиционного варианта многочастичной модели оболочек (с учетом только  $1p-1h$ -возбуждений) [36]; *c* — расчет, учитывающий влияние на форму гигантского резонанса квадрупольных колебаний ядерной поверхности [37].

гочастичной моделью оболочек. Если нуклоны испускаются на последней стадии, то спектр носит испарительный характер. Оба

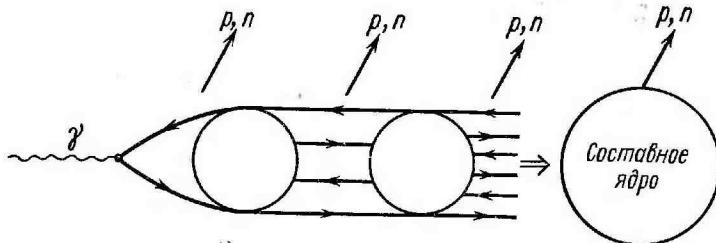


Рис. 33. Переход от  $1p-1h$ -возбуждений к составному ядру

эти спектра являются двумя крайними идеализациями реальной ситуации. Очевидно, что спектр, близкий к экспериментально на-

блодаемому, может быть получен, если учесть испускание нуклонов на всех стадиях рассматриваемого процесса, причем по мере увеличения числа частично-дырочных пар испускаемые нуклоны становятся все более мягкими и спектр от «прямого» постепенно переходит к «испарительному».

## § 18. Изоспиновое расщепление гигантского дипольного резонанса

**18.1. Введение.** В начале шестидесятых годов было установлено, что изобарический спин является хорошим квантовым числом для всех ядер (как легких, так и тяжелых). Это означает, что состояния атомных ядер характеризуются не только определенным значением полного момента и четности, но также определенным значением изобарического спина  $T$  и его проекции  $T_z$ . Указанное обстоятельство является следствием изобарической инвариантности ядерного взаимодействия, т. е. независимости ядерного гамильтониана  $H$  от поворотов в изобарическом пространстве. Математическим выражением этого являются условия коммутации

$$[H, T^2] = 0 \text{ и } [H, T_z] = 0.$$

Гамильтониан  $H$  не зависит от поворотов в пространстве изобарического спина в том случае, если он является скаляром в этом пространстве (изоскаляром). Для этого необходимо, чтобы двухчастичный потенциал взаимодействия  $v_{\alpha\beta}$  также был изоскаляром. Наиболее общий вид такого взаимодействия следующий:

$$v_{\alpha\beta} = v_{\alpha\beta}^0 + v_{\alpha\beta}^1 (\mathbf{t}_\alpha \cdot \mathbf{t}_\beta), \quad (18.1)$$

где  $(\mathbf{t}_\alpha \cdot \mathbf{t}_\beta)$  — скалярное произведение изоспинов частиц  $\alpha$  и  $\beta$ , а величины  $v_{\alpha\beta}^0$  и  $v_{\alpha\beta}^1$  зависят только от пространственных и спиновых координат.

Тот факт, что состояния ядра характеризуются определенным значением изобарического спина, существенным образом сказывается на особенностях различных ядерных реакций, в том числе и реакций, вызываемых электромагнитным излучением. Наша задача — рассмотреть то, как проявляется специфика изоспина при формировании и распаде гигантского дипольного резонанса.

Итак, система нуклонов должна быть инвариантной относительно поворотов в изоспиновом пространстве. Отсюда следует, что свойства ядер с одинаковыми  $A$ , но различными  $T_z$  ( $T_z = (N-Z)/2$ ) должны быть приблизительно одинаковыми. В частности, такие ядра должны обладать идентичными последовательностями уровней с одинаковым  $T$ . Состояния ядер с одинаковыми  $A$  и  $T$  носят название аналоговых. Эти состояния отличаются лишь проекцией  $T_z$  и образуют так называемый изобарический мультиплет. Кажд-

дое ядро, входящее в состав изобарического мультиплета, имеет несколько систем уровней, отличающихся значением  $T$  ( $T_z, T_z+1, T_z+2, \dots$ ). Самая нижняя последовательность уровней имеет  $T=T_z$ . По мере увеличения энергии возбуждения к этой последовательности уровней добавляются уровни с  $T=T_z+1$ , затем  $T_z+2$  и т. д. Аналоги (уровни с одинаковым  $T$ ) у двух соседних членов изобарического мультиплета сдвинуты по энергии на величину  $\Delta_c - \delta$ , где  $\Delta_c$  — кулоновская энергия добавленного протона ( $\Delta_c \approx$

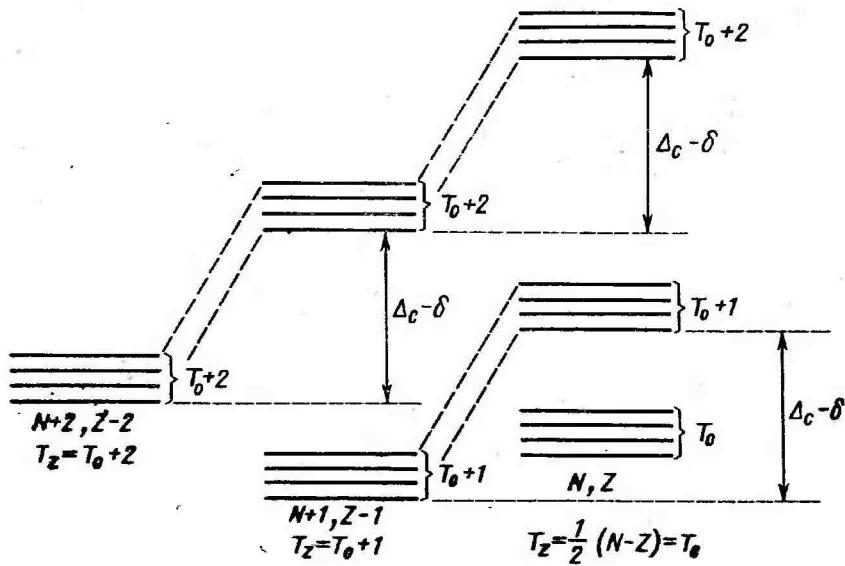


Рис. 34. Состояния изобарического мультиплета

$\approx 1,444 Z/A^{1/3} - 1,13$  МэВ), а  $\delta$  — разность масс нейтрона и протона, равная 1,3 МэВ (рис. 34). Для того чтобы понять, какие из уровней могут возбуждаться при поглощении ядром фотона, нужно рассмотреть правила отбора по изоспину для электромагнитных переходов.

**18.2. Правила отбора по изоспину для электромагнитных переходов.** Рассмотрим подробно правила отбора по изоспину для  $\mathcal{E}1$  переходов. Можно показать с помощью аналогичных рассуждений, что такие же правила отбора будут выполняться для фотонов любого типа.

Оператор электрического дипольного момента ядра можно записать в виде

$$\mathcal{D} = e \sum_{k=1}^Z \mathbf{r}_k,$$

где суммирование ведется только по протонам. Используя далее проекционный оператор  $t_p = \frac{1}{2}(1 - \tau_z)$  (см. прил. 4), оператор электрического дипольного момента можно представить в виде

$$\mathcal{D} = \frac{e}{2} \sum_{\alpha=1}^A \mathbf{r}_{\alpha} - \frac{e}{2} \sum_{\alpha=1}^A (\tau_z \cdot \mathbf{r})_{\alpha} = \mathcal{D}_0 + \mathcal{D}_1, \quad (18.2)$$

где суммирование ведется по всем нуклонам ядра. Первый член в этом выражении

$$\mathcal{D}_0 = \frac{e}{2} \sum_{\alpha=1}^A \mathbf{r}_{\alpha},$$

являющийся изоскаляром, в системе центра масс ядра равен нулю и может не учитываться, а второй

$$\mathcal{D}_1 = -\frac{e}{2} \sum_{\alpha=1}^A (\tau_z \cdot \mathbf{r})_{\alpha} = -\frac{e}{2} \sum_{\alpha=1}^A \mathbf{r}_{\alpha} \cdot \tau_z^{\alpha}$$

выражается через проекцию вектора  $\tau$  на ось  $z$  в пространстве изоспина.

Итак, имеем

$$\mathcal{D} = \mathcal{D}_1 = -\frac{e}{2} \sum_{\alpha=1}^A \mathbf{r}_{\alpha} \cdot \tau_z^{\alpha}. \quad (18.3)$$

Используя теорему Вигнера — Эккарта (см. прил. 3) для вычисления матричных элементов переходов ядра под действием неприводимых тензорных операторов, получаем следующие правила отбора для  $\mathcal{E}1$  переходов, определяемые изовекторным характером оператора  $\mathcal{D}_1$ , для которого  $s_{\tau} = 1$  и  $p_{\tau} = 0$ :

$$T_f = T_i, \quad T_i \pm 1 \text{ или } \Delta T = 0, \pm 1,$$

$$T_{f_z} = T_{i_z},$$

причем переходы из  $T_i = 0$  в  $T_f = 0$  запрещены. Сформулированные правила отбора, за исключением последнего условия, справедливы для электромагнитных переходов любого типа.

Таким образом,  $\mathcal{E}1$  фотонами ведут себя как частицы с изоспином 1. При поглощении фотонов другого типа наряду с изовекторной не равна нулю и изоскалярная часть оператора взаимодействия. Поэтому фотону нельзя приписать определенное значение изоспина, так как изоскалярная часть оператора взаимодействия соответствует поглощению фотонов с изоспином, равным нулю.

Для ядер с  $N=Z$  в правилах отбора появляется дополнительное ограничение, запрещающее  $\mathcal{E}1$  переходы без изменения изоспина, так как  $\langle T_i 010 | T_f 0 \rangle = 0$  при  $T_i = T_f$ . Итак, для ядер с  $N=Z$  в случае  $\mathcal{E}1$  переходов возникают специальные правила отбора

$$\Delta T = \pm 1.$$

При этом, если  $T_i=0$ , то для конечных состояний остается единственная возможность  $T_f=1$ . Этот случай реализуется при переходах из основного состояния ядра.

Так как изоспин ядра  $T$  в основном состоянии равен  $T_z$ , то из приведенных правил отбора следует, что в ядрах с  $N \neq Z$  при поглощении  $\mathcal{E}1$  фотонов возможны переходы двух типов — в состояния с  $T_f = T_z$  и  $T_f = T_z + 1$ , т. е. в состояния с изоспином, равным изоспину основного состояния, и с изоспином, большим на единицу. В дальнейшем для таких состояний будут использоваться следующие обозначения:  $T_<=T_z$ ,  $T_>=T_z+1$ . В ядрах с  $N=Z$ , как уже говорилось, конечными состояниями будут состояния с одним изоспином, равным единице. Возможные переходы в ядрах показаны на рис. 35.

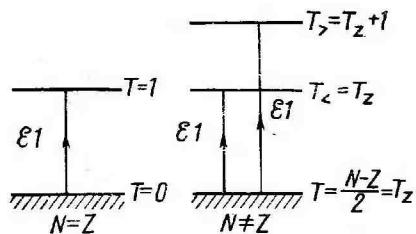


Рис. 35. Возможные типы  $\mathcal{E}1$  переходов в ядрах с  $N=Z$  и  $N \neq Z$

ставляя пока в стороне вопрос об энергетическом положении ветвей  $T_<$  и  $T_>$ , попытаемся разобраться в том, чем отличаются друг от друга состояния с разным изоспином, и получим оценку вероятности их возбуждения.

**18.3. Вероятность возбуждения состояний  $T_<$  и  $T_>$ .** Поглощение фотонов приводит к появлению в ядре пары «частица-дырка». Так как у рассматриваемых ядер  $N > Z$  и, следовательно, в основном состоянии количество заполненных нейтронами нижних одиноческих уровней больше, чем количество нижних одиноческих уровней, заполненных протонами, то возможны частично-дырочные переходы четырех типов (рис. 36). Покажем, что возбуждения типа  $a$  и  $b$  не могут участвовать в формировании гигантского резонанса с изоспином  $T_>$ . Для этого используем соотношение

$$T_+ \Psi_{T_z, T_z} = \sqrt{(T - T_z)(T + T_z + 1)} \Psi_{T_z+1, T_z} \quad (18.4)$$

для повышающего проекцию изоспина оператора, введенного в прил. 4.

Если бы возбуждения типов  $a$  и  $b$  формировали состояния с изоспином  $T_>$ , то волновая функция таких возбуждений имела бы вид

$$\Psi_{ab} = \Psi_{T_z+1, T_z} = \Psi_{T_>}$$

и, действуя на нее оператором  $T_+$ , мы получили бы не равный нулю результат

$$T_+ \Psi_{T_z+1, T_z} = \sqrt{2(T_z + 1)} \Psi_{T_z+1, T_z+1} \neq 0. \quad (18.5)$$

Но, с другой стороны, действие оператора  $T_+$  на волновую функцию, описывающую возбуждения типов  $a$  и  $b$ , должно давать

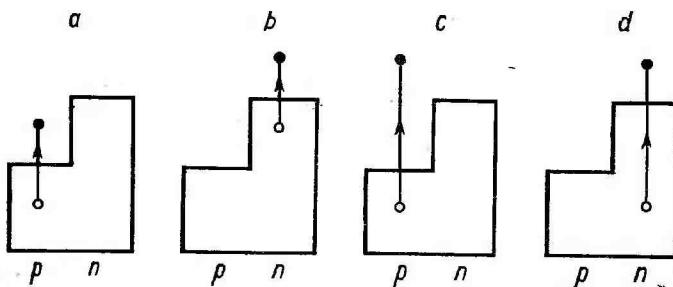


Рис. 36. Типы  $1p-1h$ -возбуждений в ядрах с  $N \neq Z$ :  $a$  — протон перешел в оболочку с нейтронным избытком;  $b$  — нейтрон перешел из оболочки с нейтронным избытком в свободную оболочку,  $c$  и  $d$  — протон и нейтрон перешли в свободную оболочку из оболочки, заполненной протонами

нуль, так как нет свободных нейтронных состояний, куда могли бы перейти протоны (см. рис. 36). Таким образом, возбуждения типов  $a$  и  $b$  имеют единственно возможный изоспин  $T_<$ , т. е.

$$\Psi_{ab} = \Psi_{T_z, T_z} = \Psi_{T_<}$$

Возбуждения типов  $c$  и  $d$  участвуют в формировании состояний с  $T_>$ , так как в этом случае действие оператора  $T_+$  на волновую функцию  $\Psi_{cd}$  приводит к не равному нулю результату из-за того, что у протона появляется возможность занять вакантные нейтронные состояния (рис. 37).

Итак, возбуждения типов  $c$  и  $d$ , в отличие от возбуждения  $a$  и  $b$ , дают вклад как в гигантский резонанс с  $T_<$ , так и в гигант-

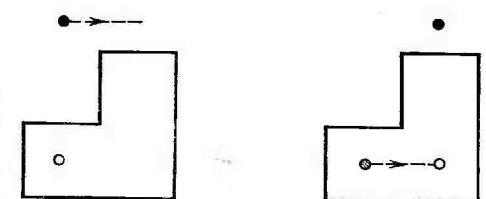


Рис. 37. Пояснение к действию оператора  $T_+$  на волновую функцию состояния  $\Psi_{cd}$

ский резонанс с  $T_>$ . Оценим относительный вклад возбуждений  $c$  и  $d$  в формирование этих двух ветвей гигантского резонанса.

Пусть возбуждения типов  $c$  и  $d$  образуют коллективное дипольное состояние, тогда волновую функцию этого состояния можно представить в виде

$$\Psi_{cd} = c_{T_z} \Psi_{T_z T_z} + c_{T_z+1} \Psi_{T_z+1, T_z} = c_{T<} \Psi_{T<} + c_{T>} \Psi_{T>}. \quad (18.6)$$

Коэффициенты  $c_{T<}$  и  $c_{T>}$  определяют вероятность возбуждения в результате поглощения ядром фотона состояний с  $T<=T_z$  и  $T>=T_z+1$ .

Используя то обстоятельство, что функции  $\Psi_{T<}$  и  $\Psi_{T>}$  ортонормированы и  $\Psi_{cd} = \mathcal{D} |\Psi_0\rangle$ , где  $\Psi_0$  — основное состояние ядра, имеем

$$c_{T<} = \langle \Psi_{T<} | \Psi_{cd} \rangle = \langle \Psi_{T<} | \mathcal{D} | \Psi_0 \rangle, \quad (18.7)$$

$$c_{T>} = \langle \Psi_{T>} | \Psi_{cd} \rangle = \langle \Psi_{T>} | \mathcal{D} | \Psi_0 \rangle. \quad (18.8)$$

Используем теперь теорему Вигнера — Эккарта для оценки матричных элементов (18.7) и (18.8). Вспоминая, что  $\mathcal{D}$  соответствует изовекторный оператор (см. (18.3)), получаем

$$c_{T<} = \langle \Psi_{T<} | \mathcal{D}_1 | \Psi_0 \rangle = (T_z T_z 10 | T_z T_z) \langle T_z | \mathcal{D}_1 | T_z \rangle,$$

$$c_{T>} = \langle \Psi_{T>} | \mathcal{D}_1 | \Psi_0 \rangle = (T_z T_z 10 | T_z + 1, T_z) \langle T_z + 1 | \mathcal{D}_1 | T_z \rangle.$$

Так как

$$(T_z T_z 10 | T_z T_z) = \sqrt{\frac{T_z}{T_z + 1}}, \quad (T_z T_z 10 | T_z + 1, T_z) = \sqrt{\frac{1}{T_z + 1}},$$

то, полагая

$$\langle T_z | \mathcal{D}_1 | T_z \rangle \approx \langle T_z + 1 | \mathcal{D}_1 | T_z \rangle,$$

получаем соотношение для квадратов матричных элементов

$$\frac{|\langle \Psi_{T>} | \mathcal{D}_1 | \Psi_0 \rangle|^2}{|\langle \Psi_{T<} | \mathcal{D}_1 | \Psi_0 \rangle|^2} = \frac{c_{T>}^2}{c_{T<}^2} \approx \frac{1}{T_z}. \quad (18.9)$$

Отношение интегральных сечений возбуждения уровней  $T_>$  и  $T_<$  в данном случае тоже будет равно  $1/T_z$ , так как мы рассматриваем единственное коллективное дипольное состояние. В более общем случае для получения соотношения между сечениями  $\sigma_>$  и  $\sigma_<$  гигантских резонансов с различными изоспинами необходимо в соответствии с выражением (7.6) учесть энергетический множитель перед квадратом матричного элемента. Имеем поэтому следующую связь между  $\sigma_>$  и  $\sigma_<$ :

$$\int \frac{\sigma_>(E) dE}{E} / \int \frac{\sigma_<(E) dE}{E} \approx \frac{1}{T_z}. \quad (18.9a)$$

Подчеркнем, что полученные оценки справедливы только для переходов типа  $c$  и  $d$ . Ими можно пользоваться для оценки вероятностей возбуждения гигантских резонансов с  $T_>$  и  $T_<$  лишь в тех ядрах, где доля переходов  $a$  и  $b$  мала, т. е. в ядрах, где число нейтронов незначительно превышает число протонов (легкие и средние ядра). По мере роста  $A$  увеличивается разность  $N-Z$  и в соответствии с этим возрастает число возможных переходов типов  $a$  и  $b$ , дающих дополнительный вклад в гигантский резонанс с  $T_<$ . Наоборот, число переходов типа  $c$  и  $d$  уменьшается, так как  $\mathcal{D}_1$  переходы идут в соседнюю оболочку, а она при увеличении избытка нейтронов заполняется, ограничивая возможные переходы этого типа. Поэтому в тяжелых ядрах оценка  $\frac{1}{T_z}$  будет сильно завышенной. В том случае, когда нейтронный избыток заполняет целиком дополнительную по сравнению с протонами оболочку, возбуждения типа  $c$  и  $d$  становятся невозможными и остаются только возбуждения типов  $a$  и  $b$ . Это имеет место для ядер тяжелее дважды магического ядра  $^{208}\text{Pb}$  ( $Z=82, N=126$ ). С учетом указанных эффектов в работе [38] было получено уточнение для формулы (18.9)

$$\frac{c_{T>}^2}{c_{T<}^2} = \frac{1}{T_z} \left( \frac{A^{2/3} - 1,5 T_z}{A^{2/3} + 1,5} \right). \quad (18.9b)$$

**18.4. Расщепление состояний  $T_<$  и  $T_>$  по энергии.** Из рис. 34 видно, что центр тяжести гигантского резонанса с  $T_>$  может лежать при более высоких энергиях, чем центр тяжести гигантского резонанса с  $T_<$ . Для оценки относительного положения по энергии возбуждений с  $T_<$  и  $T_>$  воспользуемся некоторыми положениями оптической модели, которая, как известно, применяется при изучении взаимодействия налетающей частицы с ядром.

Напомним, что в этой модели уравнение Шредингера для налетающей частицы (например, нуклона), взаимодействующей с ядром, записывается в виде

$$\Delta\Phi + \frac{2M}{\hbar^2} [E - (V + iW)] \Psi = 0, \quad (18.10)$$

где ядерный потенциал  $V+iW$ , описывающий взаимодействие частицы с ядром, разделен на действительную и мнимую части, соответствующие рассеянию и поглощению частицы. Так как потенциал  $V+iW$  должен быть изобарически инвариантным, то он может содержать члены, пропорциональные скалярному произведению изоспинов налетающей частицы  $t$  и ядра  $T$ . Впервые такой

член был введен в оптический потенциал Лейном в 1962 г. Добавка Лейна имеет вид

$$V_{\text{Л}} = \frac{V_1}{A} (\mathbf{t} \cdot \mathbf{T}), \quad (18.11)$$

причем  $V_1 \approx 100$  МэВ. С помощью этого члена можно оценить величину изоспинового расщепления гигантских резонансов с  $T <$  и  $T >$ . Действительно, при поглощении фотона образуется «частица» и «дырка», поэтому ядро в возбужденном состоянии представляет собой совокупность частично-дырочной пары и остова. Рассмотрим взаимодействие частично-дырочной ( $ph$ ) пары с остовом, используя оптический потенциал с членом Лейна, в котором  $\mathbf{t}$  — изоспин  $ph$ -пары ( $\mathbf{t}_{ph}$ ), а  $\mathbf{T}$  — изоспин остова ( $\mathbf{T}_0$ ). Очевидно, для остова  $T_0 = T_z = (N-Z)/2$ .

Запишем оптический потенциал в виде

$$U = U_0 + U_1 (\mathbf{t}_{ph} \cdot \mathbf{T}_0), \quad (18.12)$$

причем  $U_1 = \frac{V_1}{A}$ . Суммарный изоспин  $\mathbf{T} = \mathbf{t}_{ph} + \mathbf{T}_0$ :

$$\mathbf{T}^2 = (\mathbf{t}_{ph} + \mathbf{T}_0)^2 = \mathbf{T}_0^2 + \mathbf{t}_{ph}^2 + 2(\mathbf{t} \cdot \mathbf{T}_0),$$

следовательно,

$$(\mathbf{t}_{ph} \cdot \mathbf{T}_0) = \frac{1}{2} (\mathbf{T}^2 - \mathbf{t}_{ph}^2 - \mathbf{T}_0^2),$$

или, заменяя операторы собственными значениями, получаем

$$(\mathbf{t}_{ph} \cdot \mathbf{T}_0) = \frac{1}{2} [T(T+1) - T_0(T_0+1) - t_{ph}(t_{ph}+1)],$$

откуда

$$(\mathbf{t}_{ph} \cdot \mathbf{T}_0) = \frac{1}{2} \begin{cases} -t_{ph}(t_{ph}+1) & \text{при } T = T_0, \\ 2(T_0+1) - t_{ph}(t_{ph}+1) & \text{при } T = T_0+1. \end{cases} \quad (18.13)$$

Итак, энергия взаимодействия  $ph$ -пары с остовом в случае, когда  $T = T_0$ , равна (см. (18.12))

$$U_{T_0} = U_0 - U_1 \frac{1}{2} t_{ph}(t_{ph}+1).$$

В случае, когда  $T = T_0+1$ ,

$$U_{T_0+1} = U_0 + U_1 (T_0+1) - \frac{U_1}{2} t_{ph}(t_{ph}+1).$$

Энергетическое расщепление ветвей  $ph$ -возбуждений с  $T = T_0$  и  $T = T_0+1$  поэтому определяется из соотношения

$$E_{T_0+1} - E_{T_0} = U_{T_0+1} - U_{T_0} = \frac{V_1}{A} (T_0 + 1).$$

Полученное согласно этой оценке расщепление превышает наблюдаемое расщепление ветвей гигантского резонанса с  $T <$  и  $T >$ . Это связано с тем, что не учтен эффект коллективизации отдельных  $ph$ -возбуждений, приводящий к сдвигу вверх по энергии электрических дипольных состояний (см. § 16). Так как число переходов  $T_0 \rightarrow T_0$  больше, чем  $T_0 \rightarrow T_0+1$ , то эффект сдвига вверх по энергии сильнее для уровней с  $T <$ , что приводит к сближению ветвей с различным изоспином и эффективному уменьшению константы  $V_1$  примерно в 1,5 раза. Более точное выражение имеет вид

$$E_{T>} - E_{T<} = 60 \frac{T_0 + 1}{A} \text{ МэВ.} \quad (18.14)$$

**18.5. Сравнение теоретических предсказаний с экспериментом.** В пунктах 18.3 и 18.4 получены оценки для отношений вероятностей возбуждений гигантских резонансов с  $T <$  и  $T >$ , а также

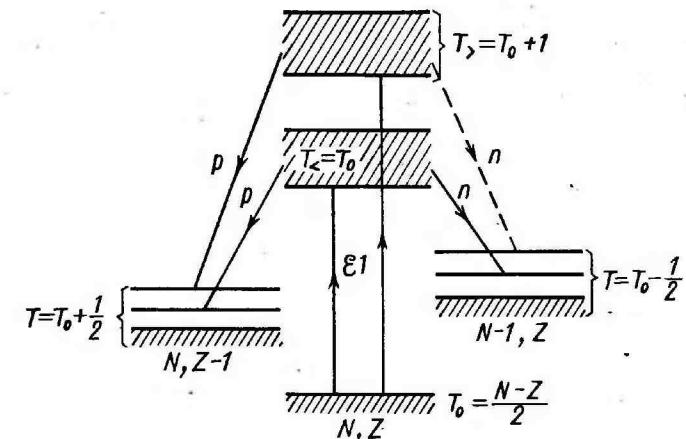


Рис. 38. Схема возбуждения и распада уровней гигантского резонанса ядра с  $N \neq Z$

для величины их расщепления по энергии. Вместе с правилами отбора по изобарическому спину, которые мы будем применять также и к распаду уровней гигантского резонанса с вылетом нейтронов и протонов, они позволяют объяснить целый ряд экспериментально наблюдавшихся закономерностей в поведении реакций  $(\gamma, xp)$  и  $(\gamma, xn)$  в ядрах с  $N \neq Z$ .

Рассмотрим схему возбуждений и распада уровней гигантского резонанса ядра с  $N \neq Z$  (рис. 38).

Центр тяжести гигантского резонанса с  $T >$  располагается при более высоких энергиях, чем центр тяжести гигантского резонанса с  $T <$ . Кроме того, распад уровней гигантского резонанса с

$T_> = T_0 + 1$  по нейтронному каналу на основной и низколежащие уровни конечного ядра ( $N=Z$ ) запрещен правилами отбора по изоспину, так как нейтрон, уносящий изоспин  $1/2$ , не может оставить конечное ядро в состоянии с  $T = T_0 - 1/2$ . С другой стороны, распад уровней гигантского резонанса с  $T <$  по протонному каналу на состояния ядра ( $N, Z-1$ ) сильно подавляется кулоновским барьером по сравнению с распадом более высоко расположенных уровней с  $T_>$ . Таким образом, распад гигантского резонанса с  $T <$  должен идти преимущественно по нейтронному каналу, а уровней с  $T_>$  — по протонному. В силу этого следует ожидать, что гигантский резонанс с  $T_>$  будет проявлять себя главным образом в фотопротонной реакции, а гигантский резонанс с  $T <$  — в фотонейтронной. Поэтому должно наблюдаться:

1) смещение максимума сечений реакций  $(\gamma, xp)$  по сравнению с максимумом сечений реакций  $(\gamma, xn)$  в ядрах с  $N \neq Z$  в

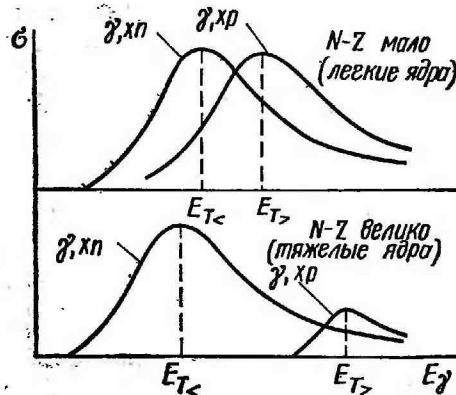


Рис. 39. Проявление изоспиновых эффектов в сечениях парциальных реакций

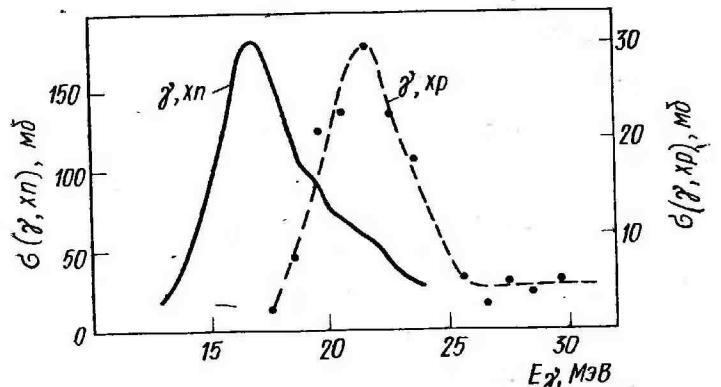


Рис. 40. Сечение фотонейтронной [39] и фотопротонной [35] реакций для ядра  $^{90}\text{Zr}$ . Сечение фотопротонной реакции увеличено в шесть раз по сравнению с сечением фотонейтронной реакции (см. правую шкалу)

сторону более высоких энергий на величину, предсказываемую формулой (18.14).

2) уменьшение сечения реакции  $(\gamma, xp)$  по сравнению с сечением реакции  $(\gamma, xn)$  по мере роста нейтронного избытка в соответствии с предсказанием (18.9а) и (18.9б).

Качественно ожидаемые эффекты показаны на рис. 39.

Отмеченные эффекты действительно наблюдаются (см., например, рис. 40), и с количественной стороны они хорошо согласуются с теоретическими оценками. Таким образом, удалось объяснить, в частности, причину смещения в сторону более высоких энергий максимума фотопротонных сечений относительно фотонейтронных (см. рис. 10).

### § 19. Фоторасщепление ядер в области энергий выше гигантского резонанса

Рассмотрим теперь область энергий возбуждения выше гигантского резонанса. Будем ограничиваться интервалом энергий  $\approx 50$ — $150$  МэВ. При более высоких энергиях важную роль играют мезонные эффекты (порог рождения мезонов  $\approx 135$  МэВ), которые в данном курсе не рассматриваются.

При энергиях, превышающих энергию максимума гигантского резонанса, длина волны электромагнитного излучения становится меньше размеров ядра ( $\lambda < R$ ), в силу чего роль прямого взаимодействия фотонов с отдельными нуклонами и образованиями, состоящими из малого числа нуклонов, должна возрастать. Следует, однако, учитывать, что в этой области энергия фотона не может быть передана целиком одному нуклону, так как в этом случае не будет выполняться закон сохранения импульса. Это связано с тем, что при одной и той же энергии нуклон обладает значительно большим импульсом, чем фотон. Так, например, если фотон с  $\hbar\omega = 100$  МэВ передаст всю свою энергию нуклону, то последний будет иметь импульс

$$p_N = \sqrt{2M\hbar\omega} \approx 430 \frac{\text{МэВ}}{\text{с}}, \quad (19.1)$$

что значительно больше первоначального импульса фотона

$$p_\gamma = \frac{\hbar\omega}{c} = 100 \frac{\text{МэВ}}{\text{с}}. \quad (19.2)$$

Оболочечная модель не может объяснить столь большой разницы импульса нуклона до взаимодействия с фотоном, т. е. импульсом в основном состоянии. Действительно, нуклон, находясь в ядерной потенциальной яме, глубина  $V_0$  которой, как известно, около 40 МэВ, будет иметь максимальный импульс  $p_F$ , если он находится вблизи границы Ферми. Этот импульс можно оценить из следующего соотношения (см. также рис. 41):

$$p_F = \sqrt{2ME_N^{\max}} = \sqrt{2M(V_0 - E_{\text{порог}})}. \quad (19.3)$$

Полагая  $E_{\text{порог}} \approx 5$  МэВ, имеем  $p_F \approx 250$  МэВ/с. Полученная оценка согласуется с результатами по изучению импульсного распределения нуклонов в ядре с помощью квазиупругого рассеяния электронов, из которых следует, что  $p_F$  увеличивается при переходе от лития к кальцию от 169 до 251 МэВ/с, а затем остается на одном уровне (260 МэВ/с) от никеля до свинца.

Таким образом, импульс нуклона после взаимодействия с фотоном, энергия которого 100 МэВ, не должен превышать величину

$$p_{\max} = p_\gamma + p_F \approx 350 \text{ МэВ/с.} \quad (19.4)$$

Если же поглощение фотона приводит к одновременному вылету двух или нескольких нуклонов в противоположных направлениях, то в этом случае их результирующий импульс может быть небольшим и поэтому равным импульсу фотона.

Таким образом, мы приходим к выводу о преимущественном взаимодействии фотона с системами из малого числа нуклонов и о возможности применения гипотезы нуклонного ассоциирования для объяснения особенностей фоторасщепления ядер в рассматриваемой области энергий. Эта гипотеза позволяет также объяснить причину появления в энергетических спектрах небольшого числа нуклонов с импульсами  $p > p_{\max}$ . Действительно, дополнительная связь нуклонов в таких ассоциациях позволяет им иметь большой импульс в основном состоянии.

Наиболее простой, устойчивой системой из малого числа нуклонов является дейтон. Естественно предположить (это предположение было впервые высказано Бете), что аналогичные образования — «квазидейтоны» существуют и в ядре. Квазидейтонная модель была впервые использована Левинджером [17] для объяснения фоторасщепления ядер в области энергий выше 50 МэВ. Согласно этой модели фотоны, преимущественно взаимодействуя с квазидейтонами, расщепляют их, что приводит к одновременному вылету протонов и нейтронов.

Квазидейтонная модель предполагает, что взаимодействием нейтрона и протона, образующими квазидейтон, с остальной частью ядра можно пренебречь. Поэтому волновую функцию ядра можно представить в виде

$$\psi(1, 2, \dots, A) = \psi(3, 4, \dots, A) \Phi_{qd}, \quad (19.5)$$

где волновая функция квазидейтона  $\Phi_{qd}$  описывает как движение

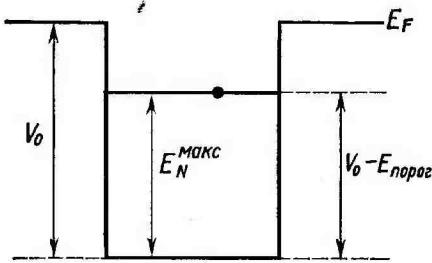


Рис. 41. Нуклон в потенциальной яме

центра масс квазидейтона, так и относительное движение в нем нуклонов

$$\Phi_{qd} = \varphi(r_{12}) \exp\left(i \frac{\mathbf{p}\mathbf{r}}{\hbar}\right). \quad (19.6)$$

Следует отметить, что квазидейтон существенно отличается от дейтона тем, что в нем нуклоны находятся на значительно мень-

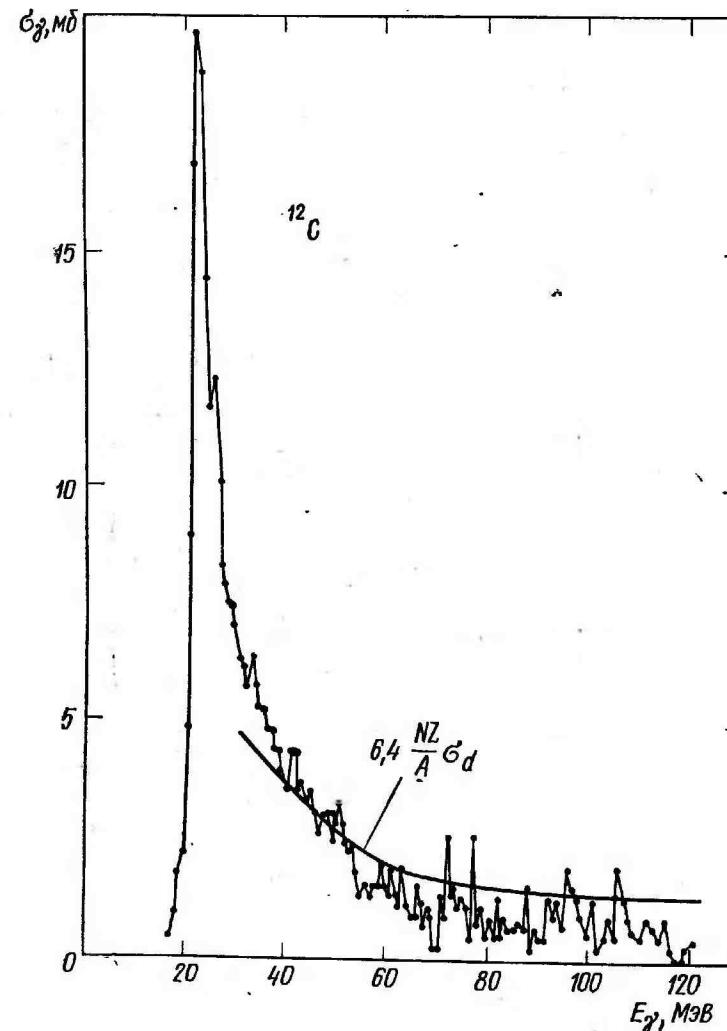


Рис. 42. Сравнение сечения поглощения фотонов ядром  $^{12}\text{C}$  выше гигантского резонанса [22] с предсказанием квазидейтонной модели (см. (19.7))

шем расстоянии друг от друга. Левинджер, однако, показал, что и на малых расстояниях двухнуклонная волновая функция пропорциональна волновой функции дейтона. Из этого следует, что в случае справедливости квазидейтонного механизма процесс фоторасщепления ядра будет сходен с процессом фоторасщепления дейтона. В частности, сечение поглощения фотонов ядром  $\sigma_v$  должно быть пропорционально сечению фоторасщепления дейтона  $\sigma_d$  (см. рис. 4 и 5), причем коэффициент пропорциональности должен быть равен эффективному числу квазидейтонов в ядре. Число квазидейтонов, в свою очередь, пропорционально числу нуклонов, поэтому

$$\sigma_v \sim A\sigma_d.$$

Левинджер показал, что ядро ведет себя как система примерно из  $6,4 \frac{NZ}{A}$  квазидейтонов, поэтому  $\sigma_v$  должна иметь вид

$$\sigma_v = 6,4 \frac{NZ}{A} \sigma_d \approx 1,6 A\sigma_d. \quad (19.7)$$

Квазидейтонная модель подтверждается следующими экспериментальными данными:

1. Эффективные сечения фоторасщепления уменьшаются с ростом  $E_v$  примерно так же, как и сечение фоторасщепления дейтона (см. рис. 4 и рис. 42), причем абсолютные величины согласуются с выражением (19.7).

2. Энергетические и угловые распределения фотонуклонов оказываются близкими к тем, которые наблюдаются у дейтона. В частности, так же, как и у дейтона, энергетические спектры фотопротонов резко спадают при энергии, равной половине  $E_v$ .

3. Наблюдается угловая корреляция между вылетом протонов и нейтронов.

4. Одновременное испускание нейтрона и протона происходит значительно чаще (примерно в 100 раз), чем одновременное испускание двух нуклонов одного типа.

В заключение отметим, что аналогично квазидейтонной модели существует также и квазиальфа частичная модель фоторасщепления.

## Литература к первой части

- Chadwick J., Goldhaber M. A nuclear photo-effect: disintegration of the diplon by  $\gamma$ -rays.—«Nature», 1934, v. 134, p. 237—238.
- Мигдал А. Б. Квадрупольное и дипольное  $\gamma$ -излучение ядер.—ЖЭТФ, 1945, т. 15, с. 81—88.
- Goldhaber M., Teller E. On nuclear dipole vibrations.—«Phys. Rev.», 1948, v. 74, p. 1046—1050.
- Steinwedel H., Jensen J. H. D. The hydrodynamics of nuclear dipole oscillations.—«Z. Naturforsch.», 1950, v. 5a, p. 413—420.

- Hirzel O., Wäffler H. Kernphotoeffekt unter emission eines protons.—«Helv. Phys. Acta», 1947, v. 20, p. 373—404.
- Jensen P. Ejection of protons from nuclei by gamma rays.—«Naturwiss.», 1948, v. 35, p. 190.
- Courant E. D. Direct photoelectric effects in nuclei.—«Phys. Rev.», 1951, v. 82, p. 703—709.
- Wilkinson D. H. Nuclear photodisintegration.—«Physica», 1956, v. 22, p. 1039—1061.
- Elliot J. P., Flowers B. H. The odd-parity states of  $^{16}\text{O}$  and  $^{16}\text{N}$ .—«Proc. Roy. Soc.», 1957, v. A242, p. 57—80.
- Brown G. E., Bolsterli M. Dipole state in nuclei.—«Phys. Rev. Lett.», 1959, v. 3, p. 472—476.
- Brown G. E., Castillejo L., Evans J. A. The dipole state in nuclei.—«Nucl. Phys.», 1961, v. 22, p. 1—13.
- Balashov V. V., Shevchenko V. G., Yudin N. P. Two-body forces and the giant resonance in photonuclear reactions.—«Nucl. Phys.», 1961, v. 27, p. 323—336.
- Балашов В. В., Шевченко В. Г., Юдин Н. П. Гигантский резонанс фоторасщепления  $\text{Pb}^{208}$ .—ЖЭТФ, 1961, т. 41, с. 1929—1933.
- Tzaga C. A method of producing a narrow spectrum of high-energy photons.—«Compt. Rend. Acad. Sci.», 1957, v. 245, p. 56—59.
- Балашов В. В., Чернов В. М. Влияние фотонных возбуждений ядра на характеристики гигантского резонанса фотопоглощения.—ЖЭТФ, 1962, т. 43, с. 227—229.
- Юдин Н. П. Влияние взаимодействия нуклонов с поверхностью на фоторасщепление ядра  $\text{O}^{16}$ .—«Изв. АН СССР. Сер. физ.», 1962, т. 26, с. 1222—1224.
- Levinger J. S. The high energy nuclear photoeffect.—«Phys. Rev.», 1951, v. 84, p. 43—51.
- Айзенберг Н., Грайнер В. Механизмы возбуждения ядра. М., Атомиздат, 1973, с. 99, 109.
- Levinger J. S., Bethe H. A. Dipole transitions in the nuclear photoeffect.—«Phys. Rev.», 1950, v. 78, p. 115—128.
- Bethe H. A., Peirls R. E. Quantum theory of the diplon.—«Proc. Roy. Soc.», 1935, v. A148, p. 146—156.
- Хюльтен Л., Сугавара М. Проблема взаимодействия двух нуклонов.—В кн.: Строение атомного ядра. М., ИЛ, 1959, с. 22, 130.
- Ahrens J., Epple H. B., Gimmler H. et al. Total photonuclear cross sections particularly above 30 MeV.—In: Proc. Intern. Conf. on Photonuclear Reactions and Applications. Pacific Grove, California, 1973, p. 23—36.
- Harvey R. R., Caldwell J. T., Bramblett R. L., Fultz S. C. Photoneutron cross sections of  $\text{Pb}^{206}$ ,  $\text{Pb}^{207}$ ,  $\text{Pb}^{208}$  and  $\text{Bi}^{209}$ .—«Phys. Rev.», 1964, v. 136, p. B126—131.
- Варламов В. В., Ишханов Б. С., Капитонов И. М. и др. Фотопротонные спектры из  $^{58}\text{Ni}$ .—«Ядерная физика», 1975, т. 21, с. 457—459.
- McNeill K. G., Jury J. W., Hewitt J. S. Fine structure in the photoneutron spectra from praseodymium-141 and lead.—«Can. J. Phys.», 1970, v. 48, p. 950—953.
- Danos M. On the long-range correlation model of the photonuclear effect.—«Nucl. Phys.», 1958, v. 5, p. 23—32.
- Ишханов Б. С., Капитонов И. М., Лазутин Е. В. и др. Гигантский дипольный резонанс для ядра  $^{181}\text{Ta}$ .—«Письма в ЖЭТФ», 1969, т. 10, с. 80—84.
- Okamoto K. Intrinsic quadrupole moment and the resonance width of photonuclear reactions.—«Phys. Rev.», 1958, v. 110, p. 143—153.
- Shevchenko V. G., Yurg'ev B. A. Photoprottons from heavy nuclei.—«Nucl. Phys.», 1962, v. 37, p. 495—505.
- Fultz S. C., Bramblett R. L., Caldwell J. T., Harvey R. R. Photoneutron cross sections for natural Cu,  $\text{Cu}^{63}$  and  $\text{Cu}^{65}$ .—«Phys. Rev.», 1964, v. B134, p. 1149—1154.