

Рис. 55

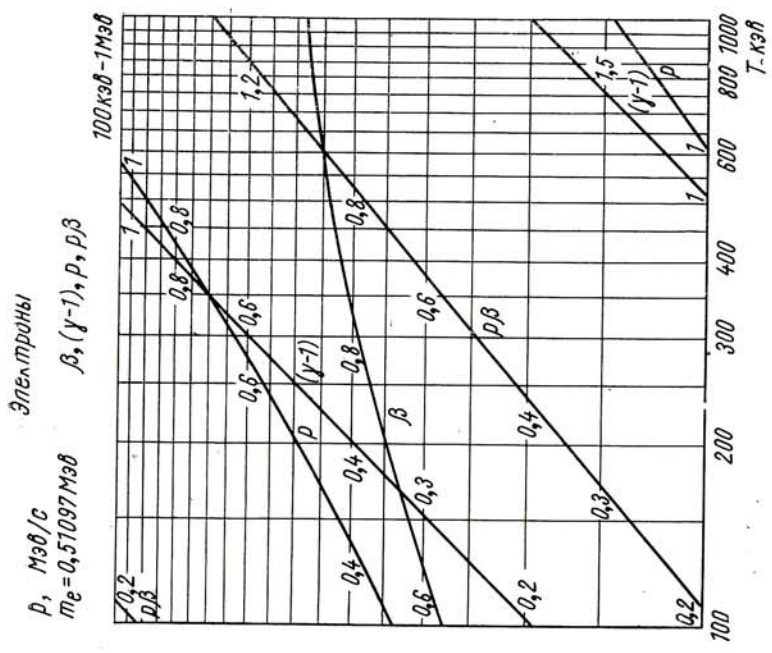


Рис. 56

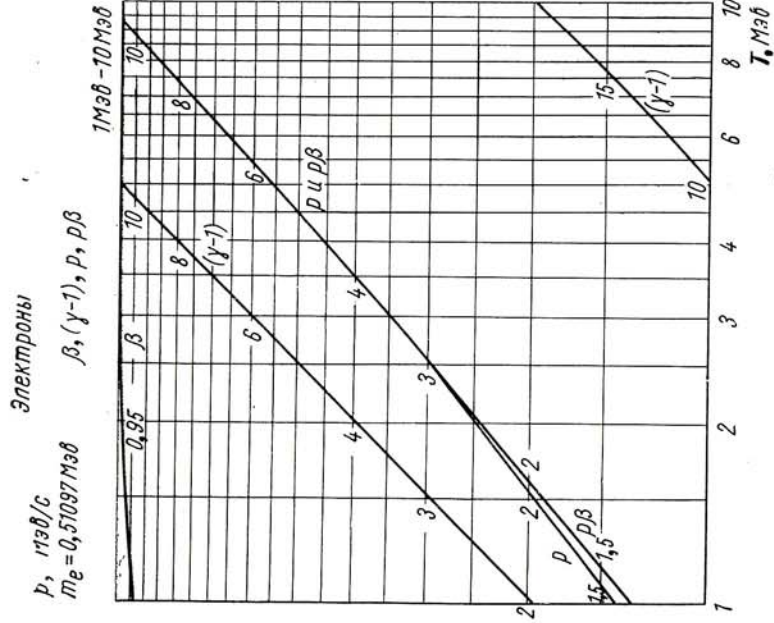


Рис. 57

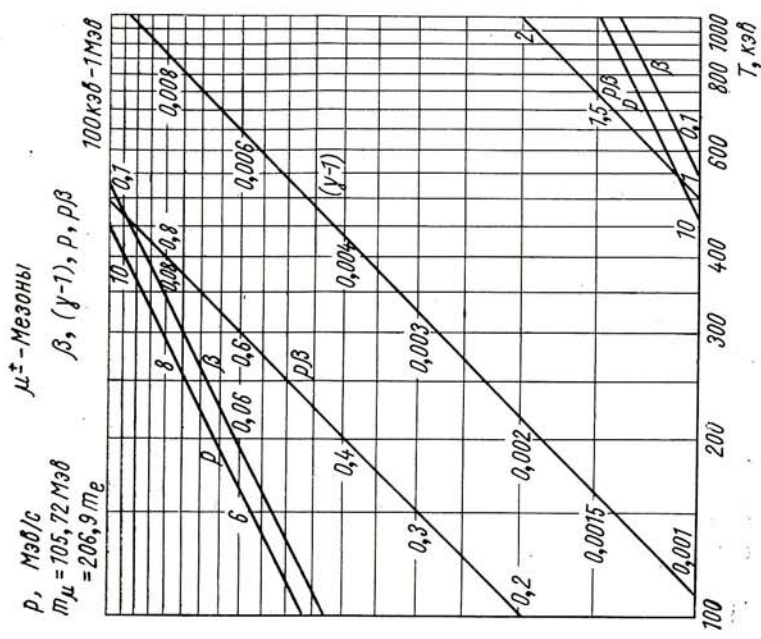


Рис. 58

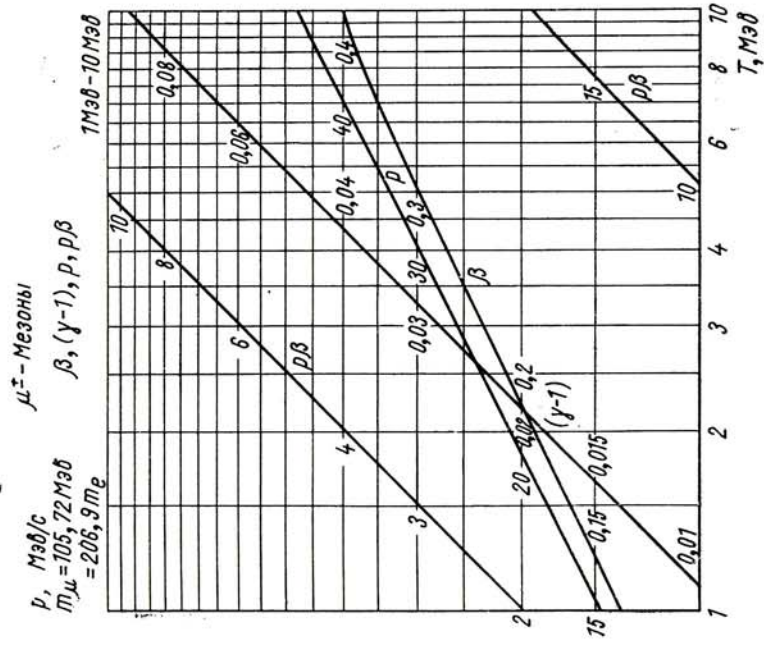


Рис. 59

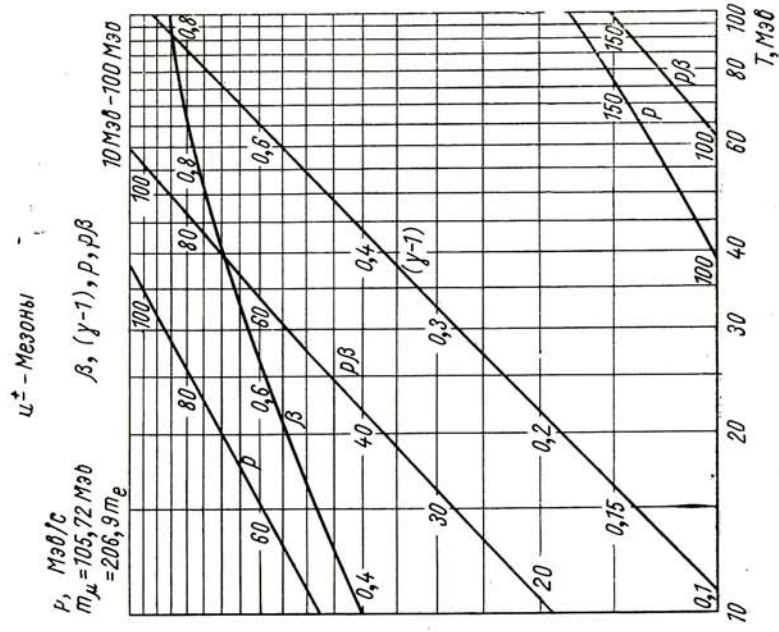


Рис. 60

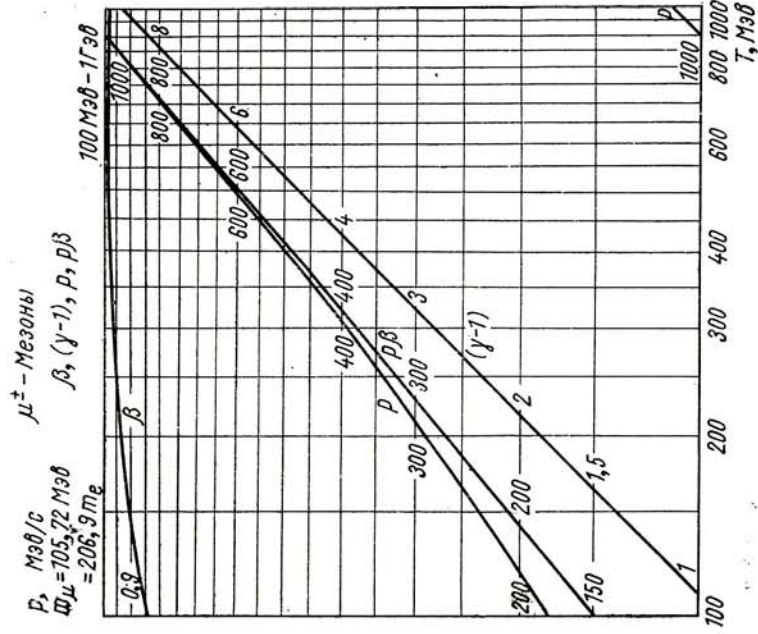


Рис. 61

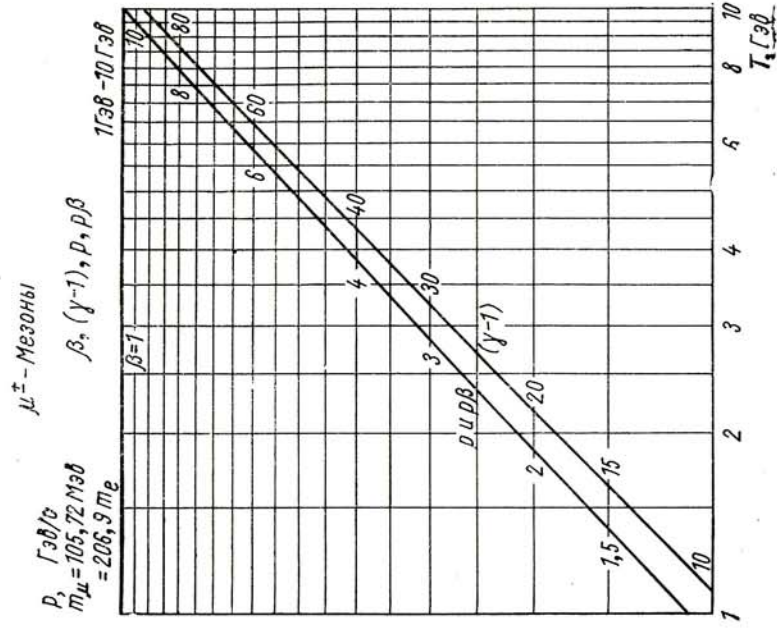


Рис. 62

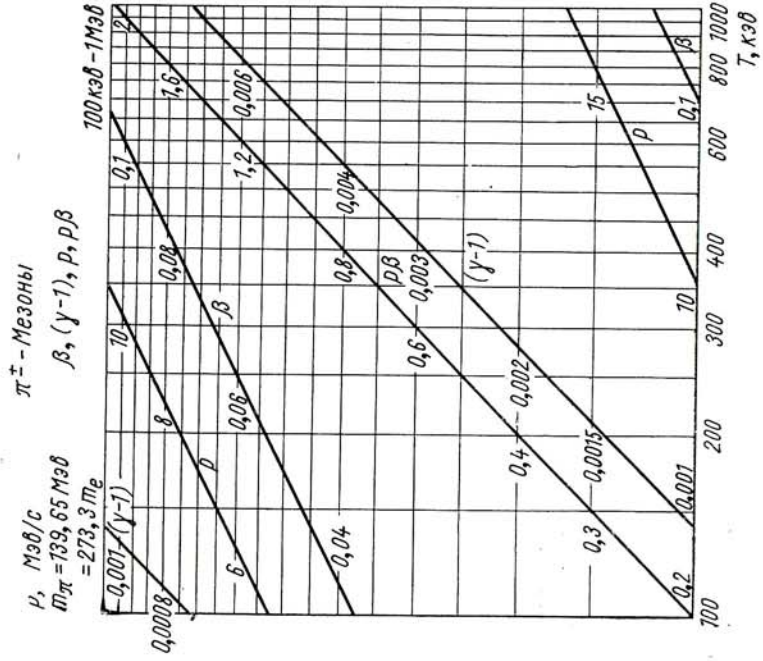


Рис. 63

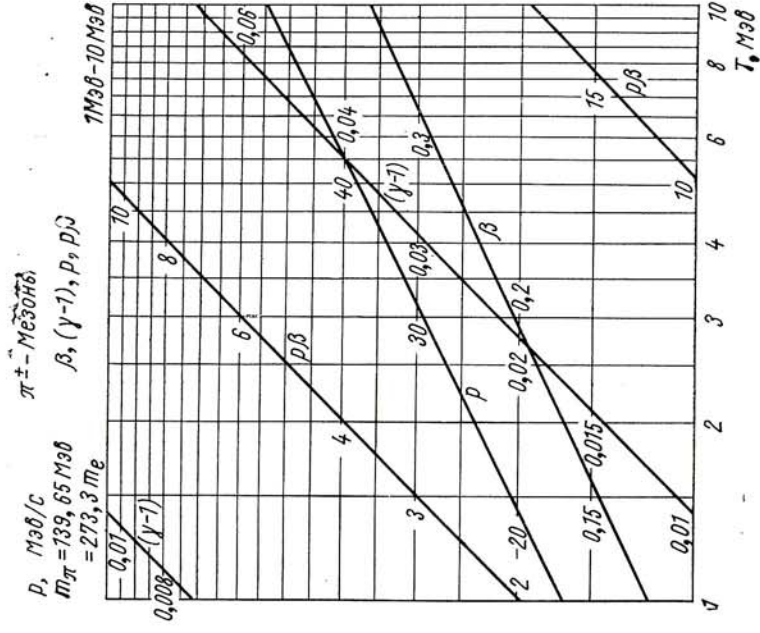


Рис. 64

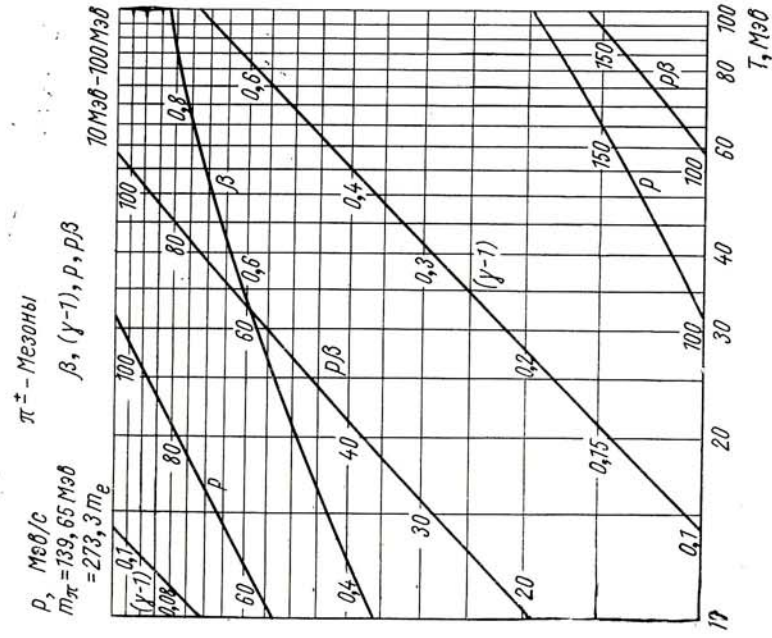


Рис. 65

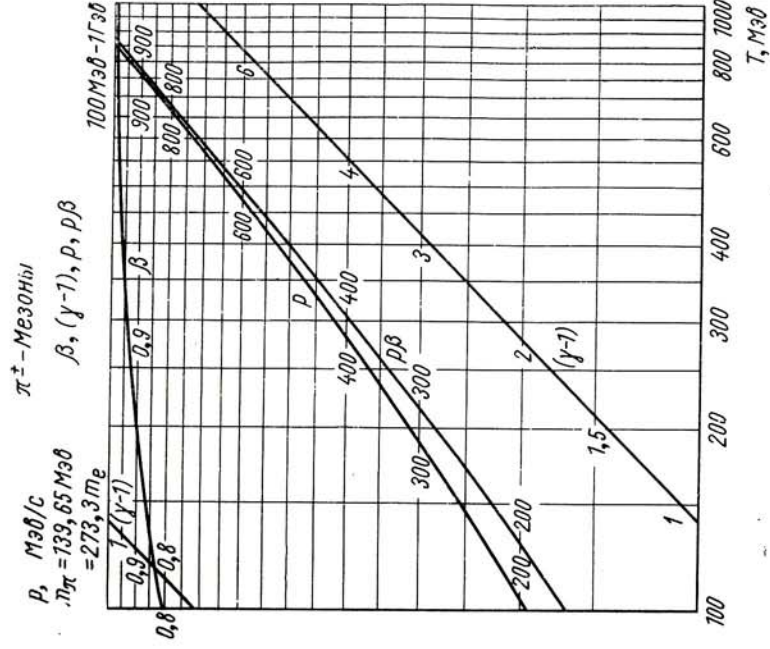


Рис. 66

$\pi^\pm$  - Мезоны

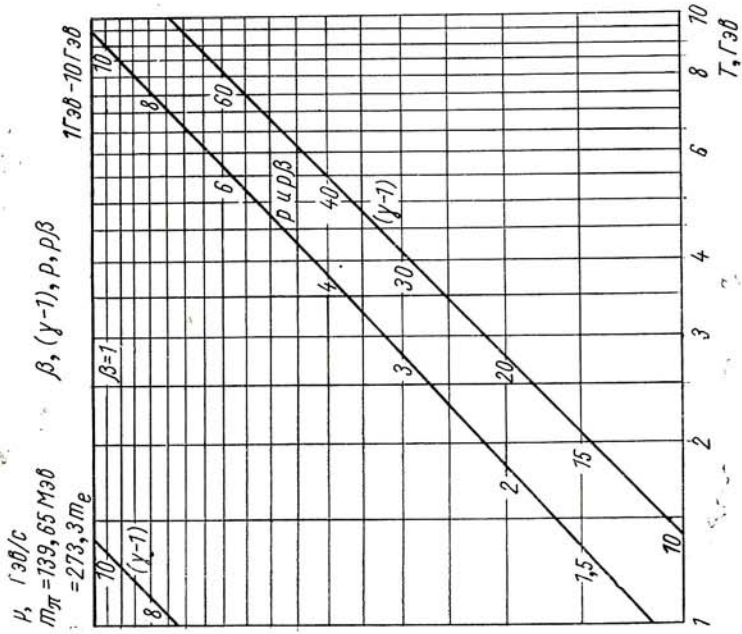


Рис. 67

$K^\pm$  - Мезоны

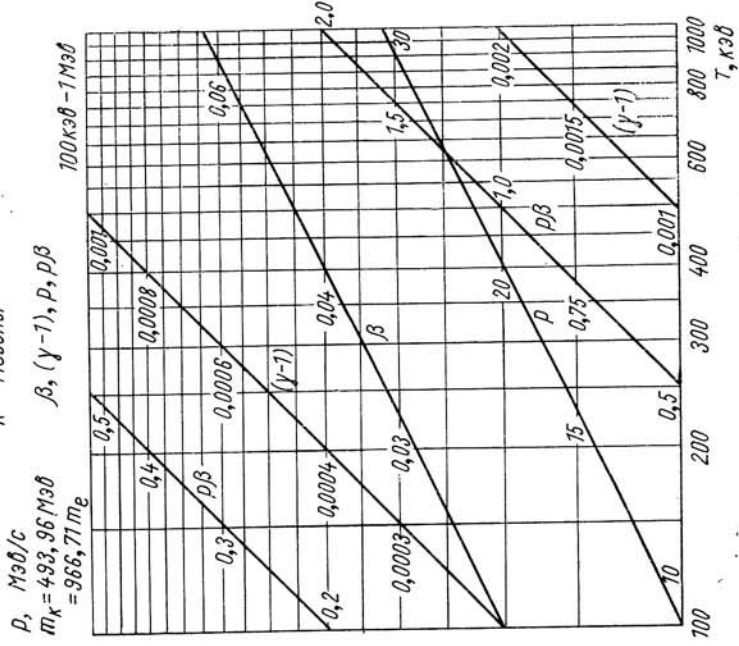


Рис. 68

$K^\pm$  - Мезоны

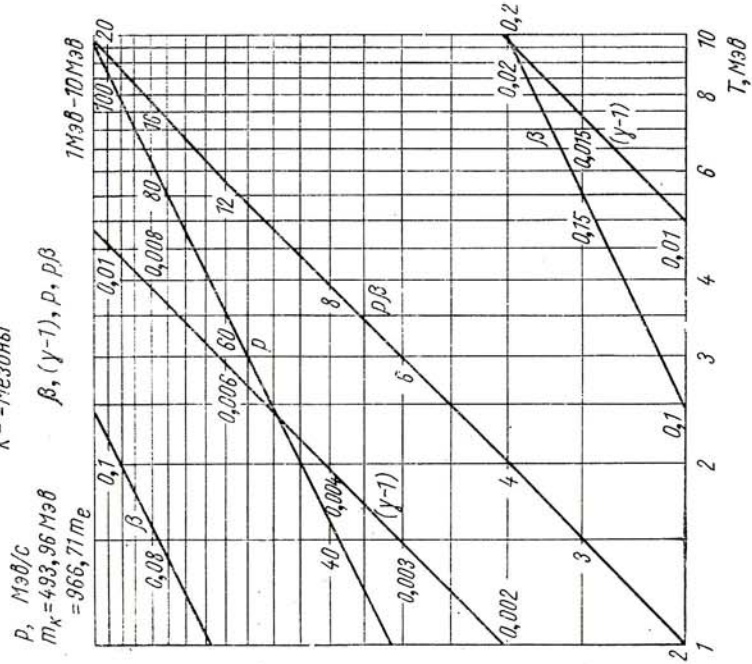


Рис. 69

$K^\pm$  - Мезоны

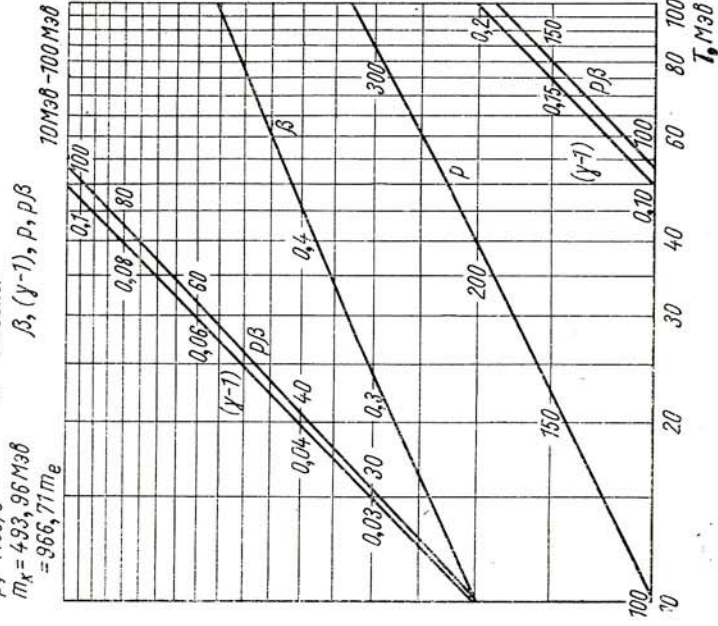


Рис. 70

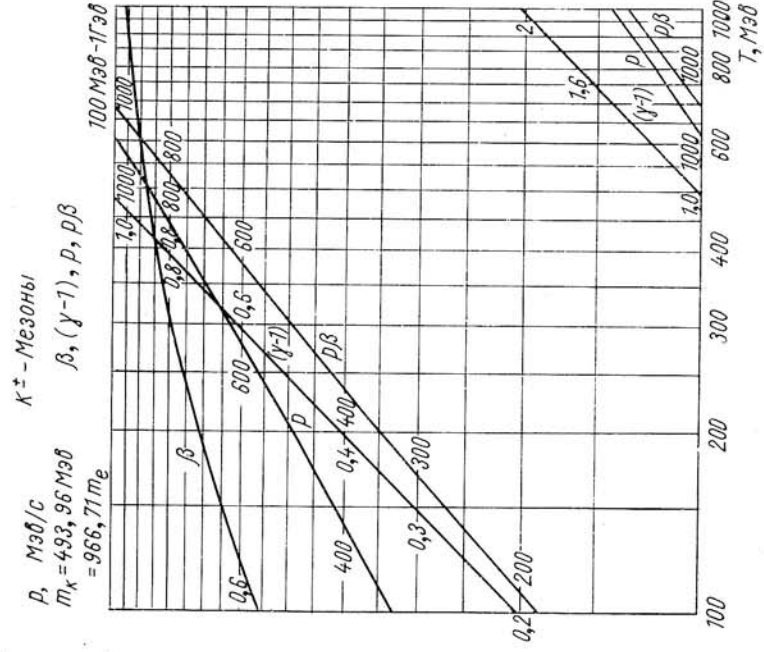


Рис. 71

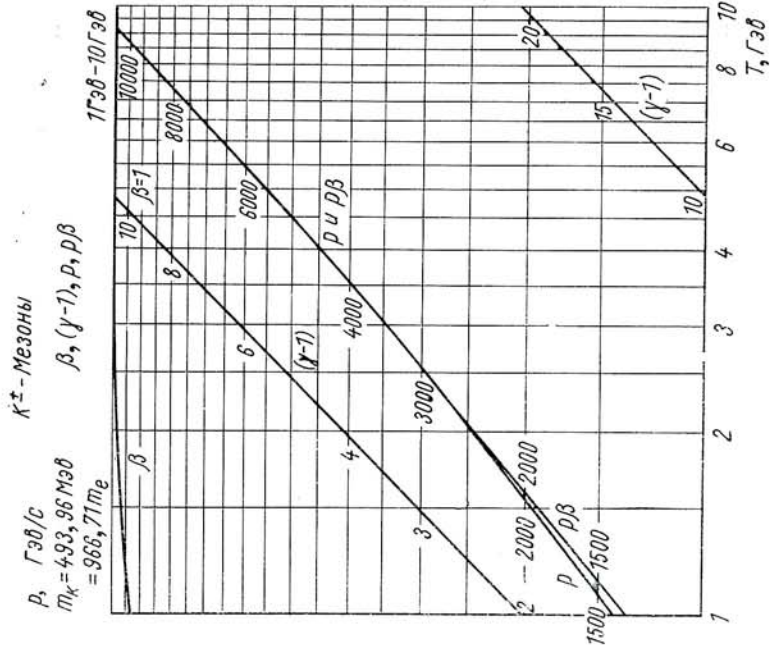


Рис. 72

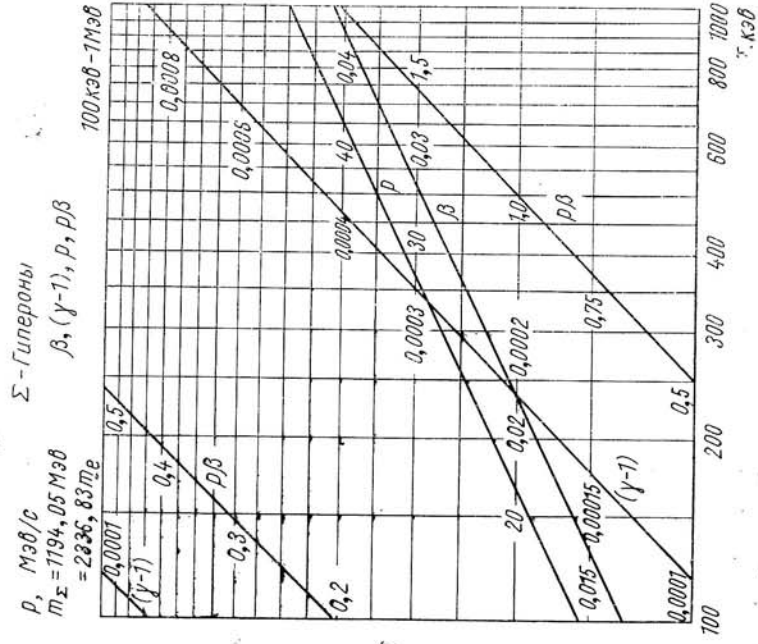


Рис. 73

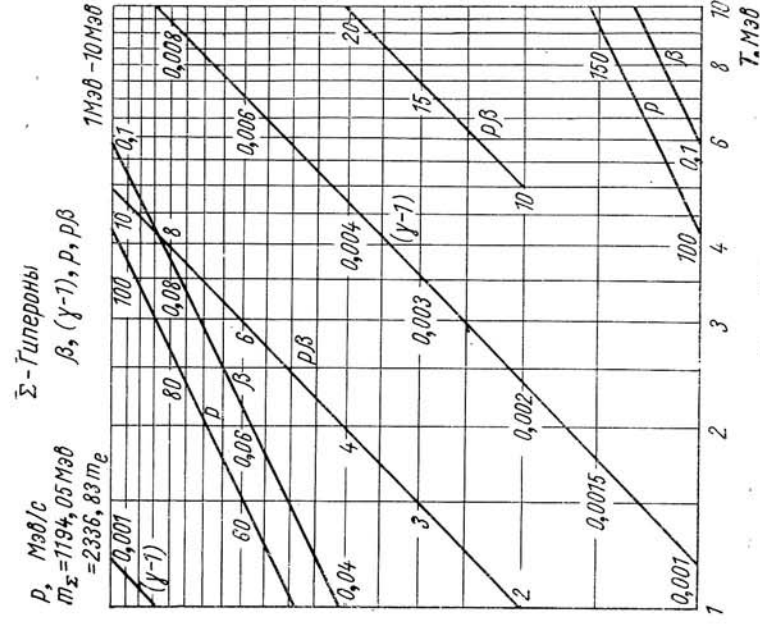


Рис. 74

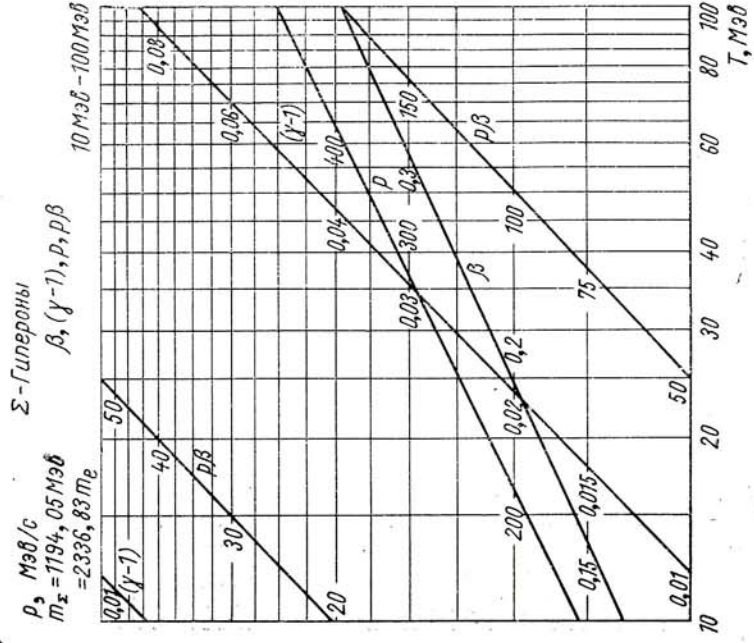


Рис. 75

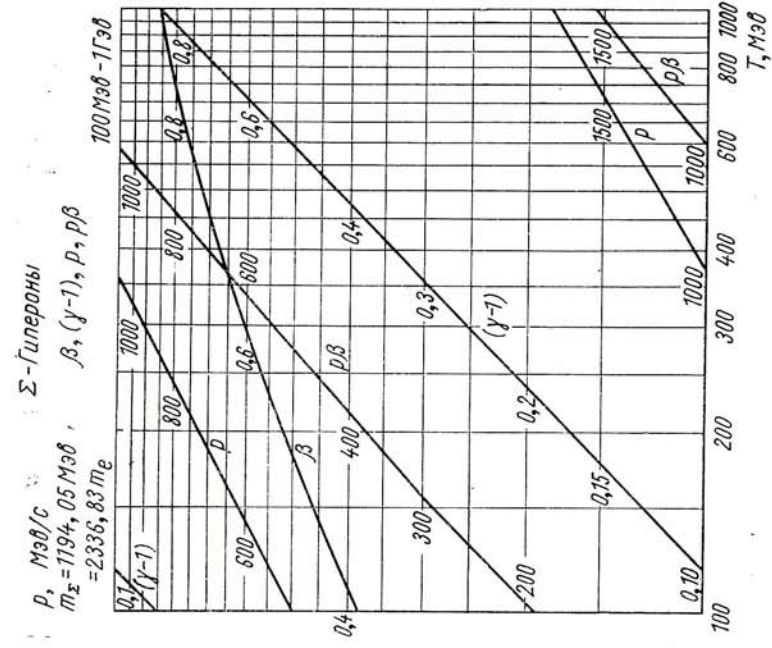


Рис. 76

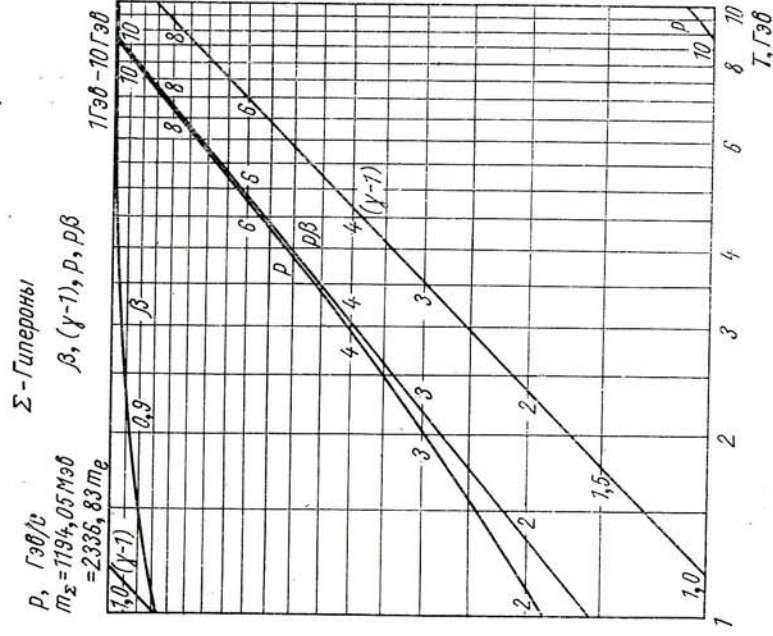


Рис. 77

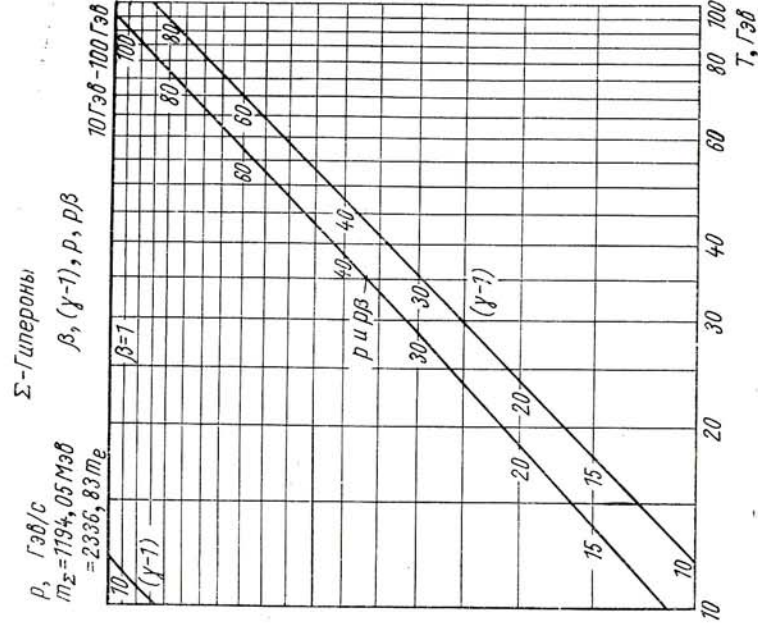


Рис. 78

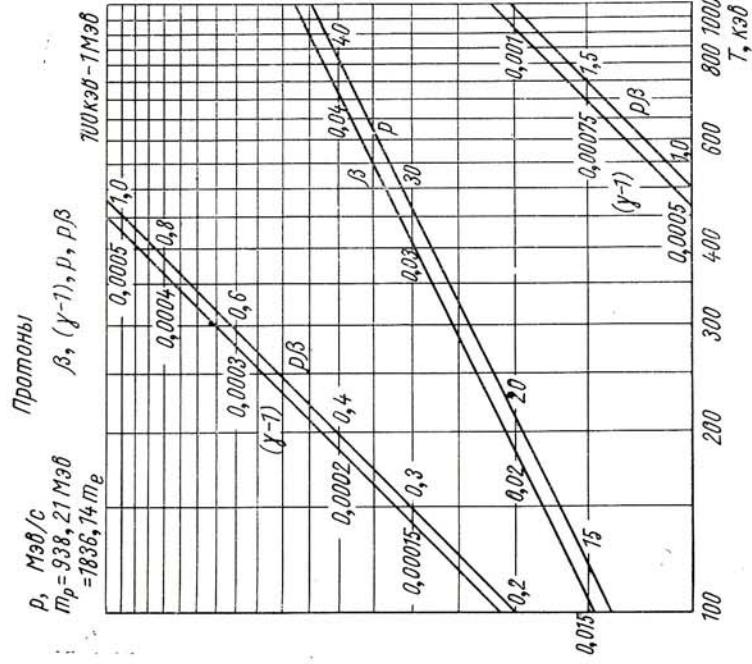


Рис. 79

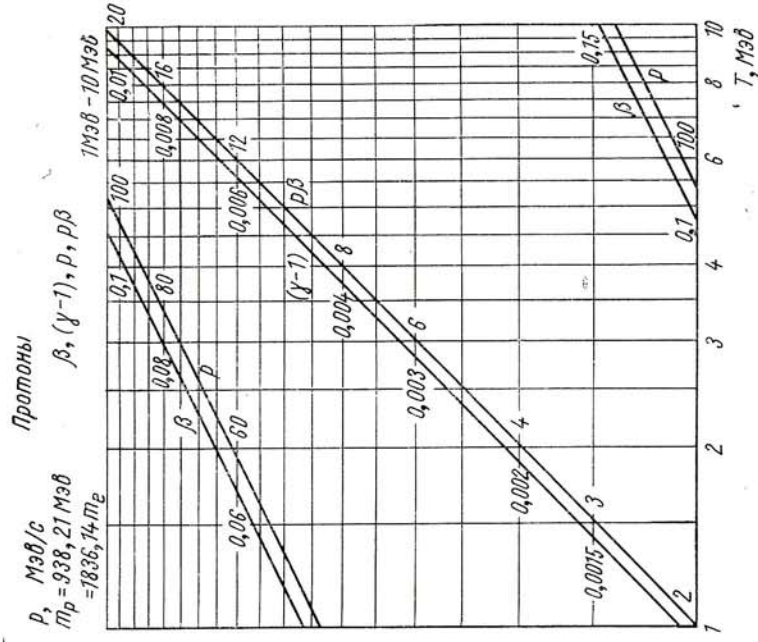


Рис. 80

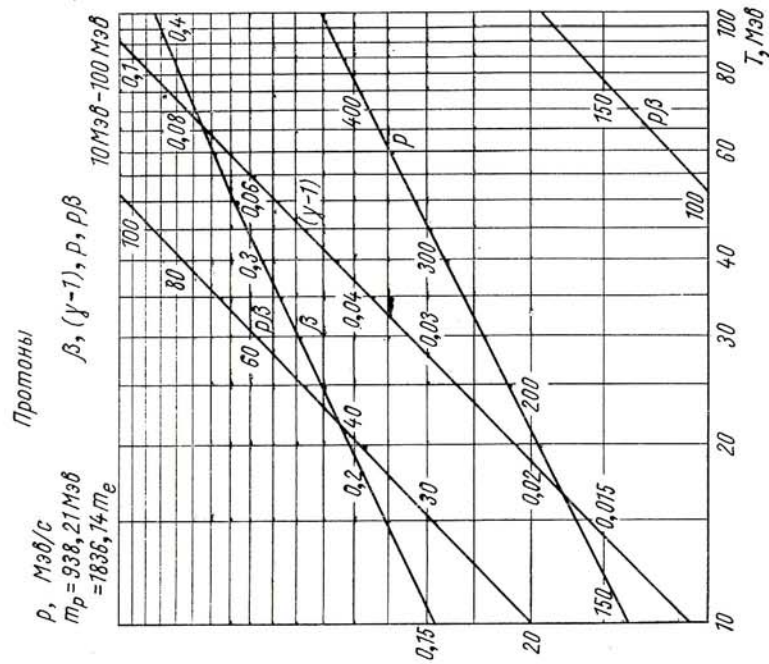


Рис. 81

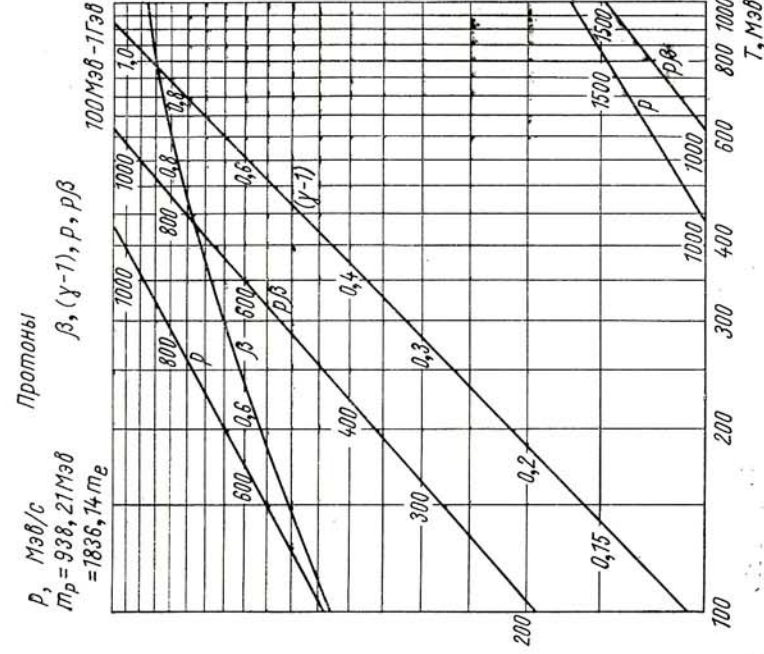


Рис. 82

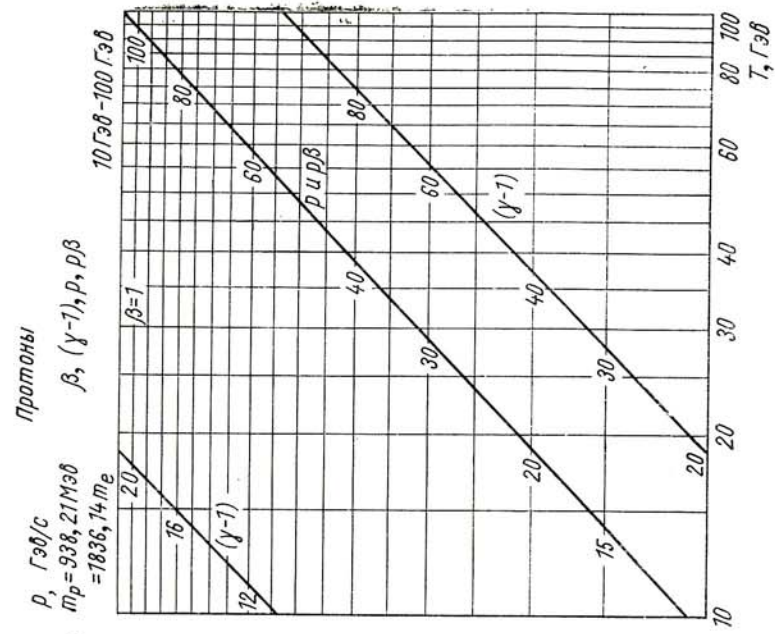


Рис. 82

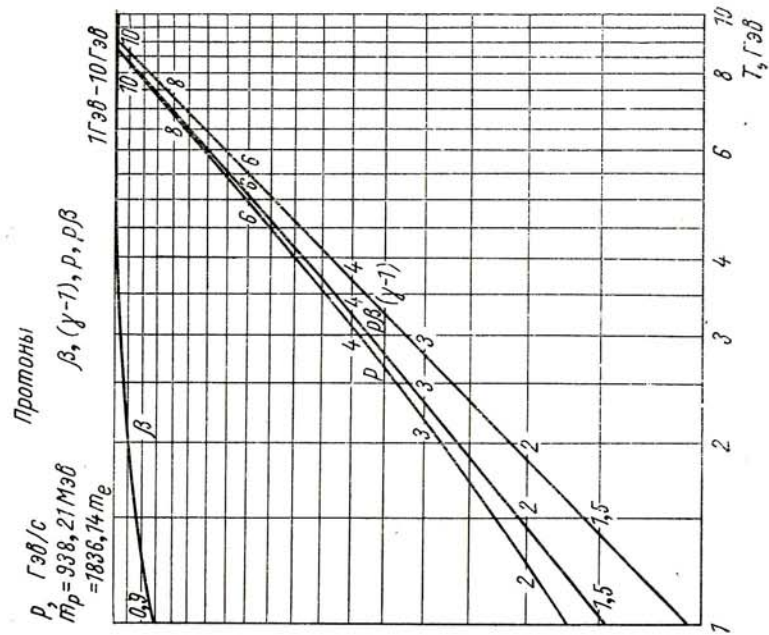


Рис. 83

## Приложение II

### ПЕРЕХОД ОТ ПОЛЯРНЫХ УГЛОВ $\vartheta$ В Л-СИСТЕМЕ К ПОЛЯРНЫМ УГЛАМ $\vartheta^*$ В Ц-СИСТЕМЕ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ЗНАЧЕНИЯХ $\gamma_c$ И $\beta$ (РИС. 86—100).

Для построения графиков были использованы таблицы, рассчитанные в секторе сильных взаимодействий Лаборатории космических лучей ордена Ленина Физического института им. П. Н. Лебедева АН СССР. Авторы выражают свою признательность этому коллективу за предоставление указанных таблиц.

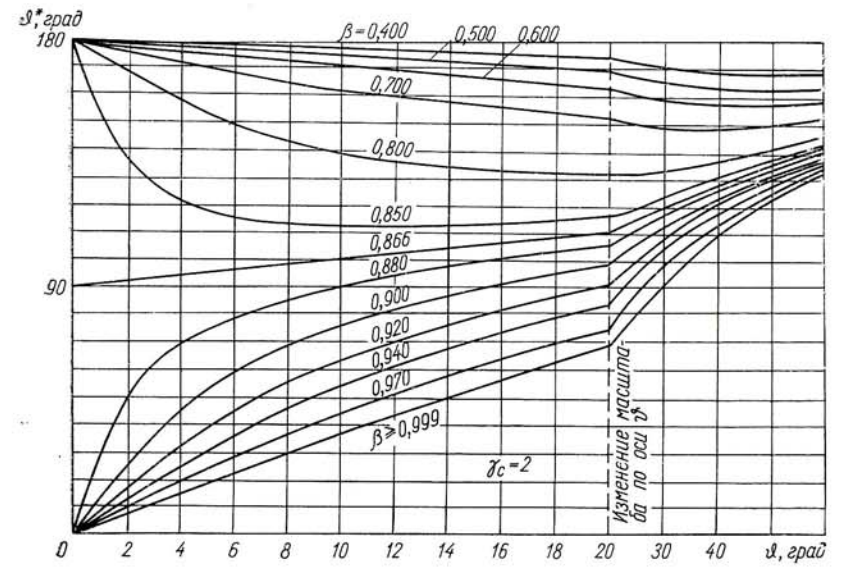


Рис. 85



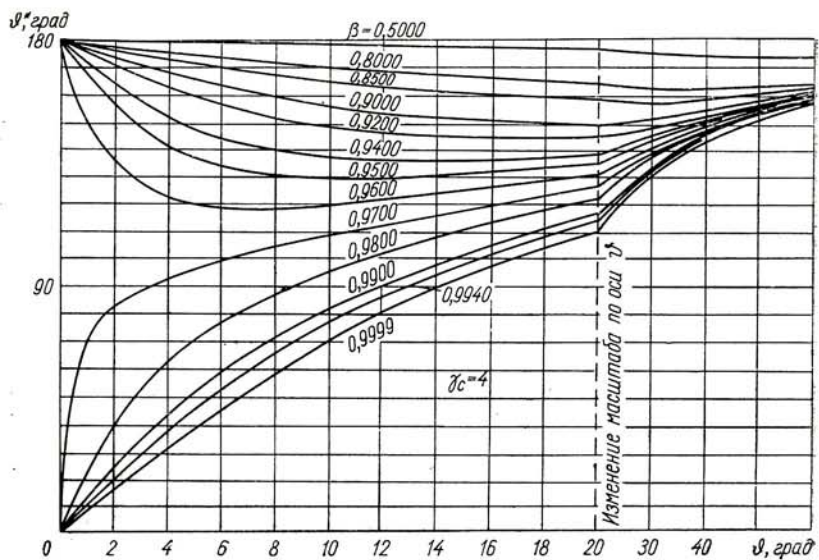


Рис 86

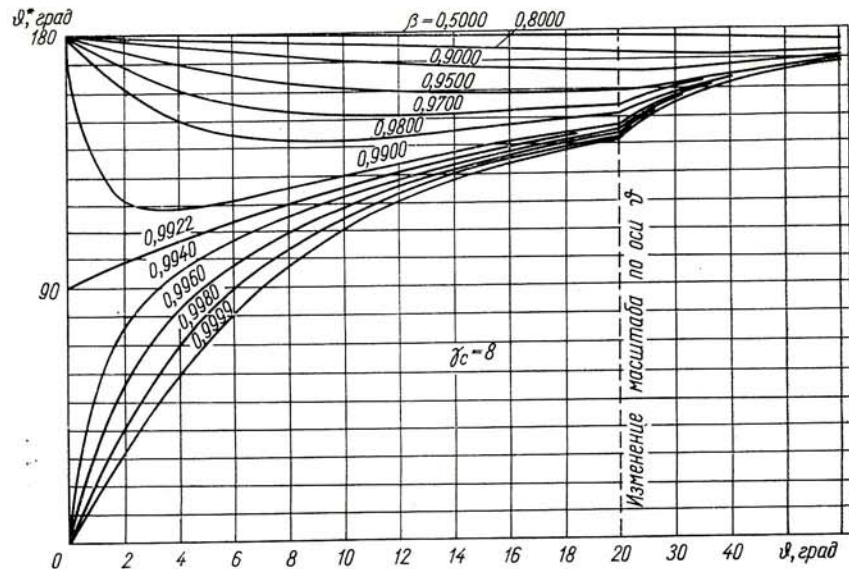


Рис. 88

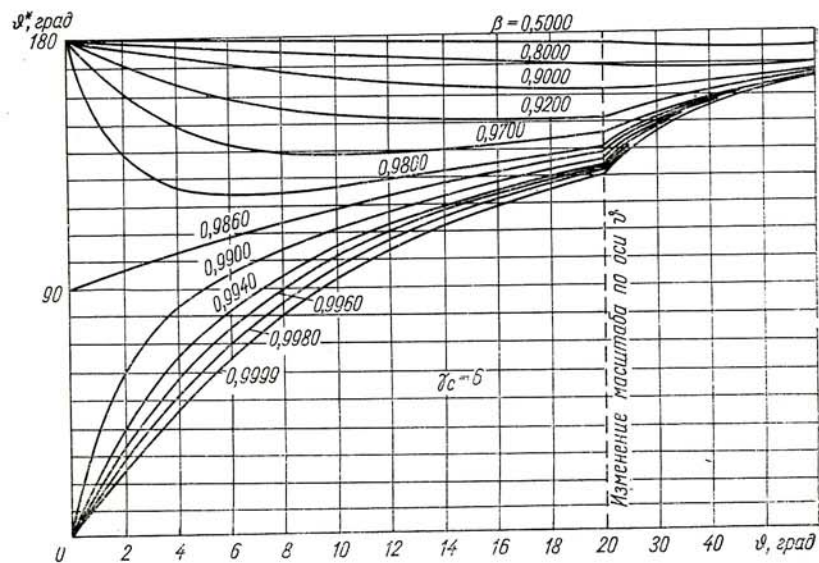


Рис. 87

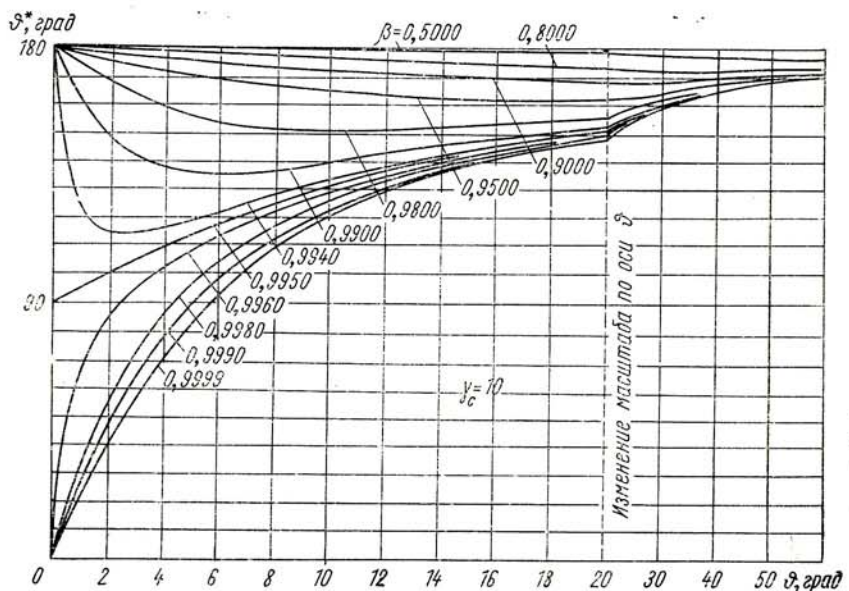


Рис. 89

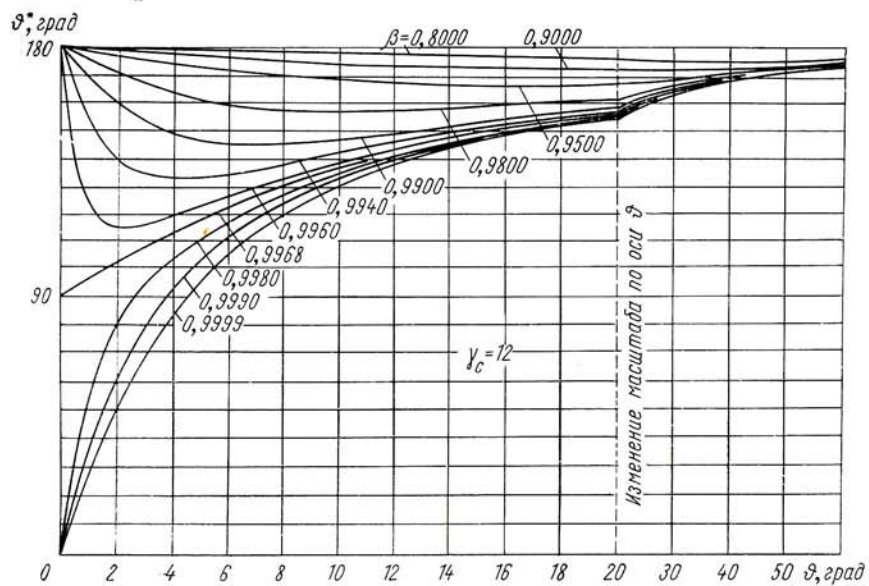


Рис. 90

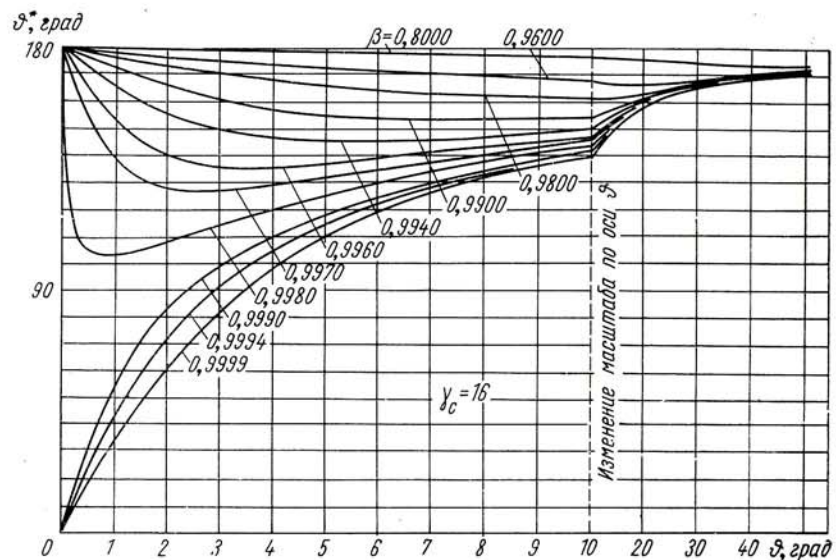


Рис. 92

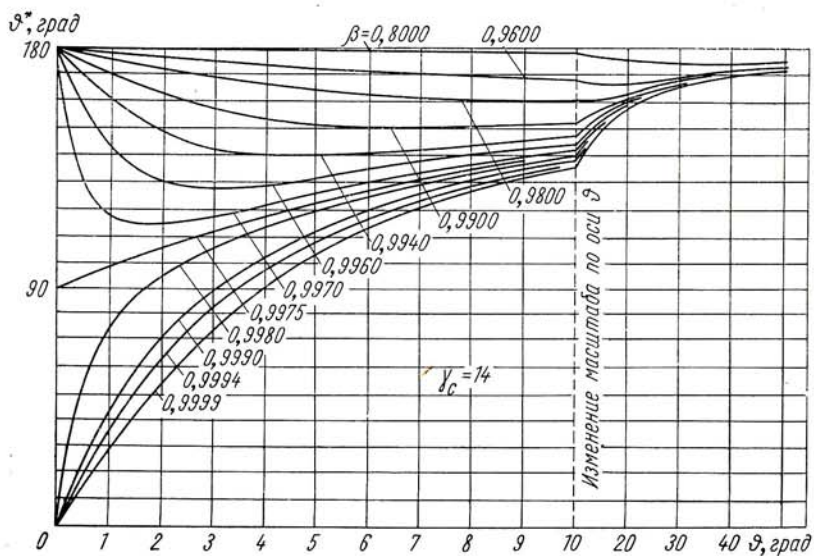


Рис. 91

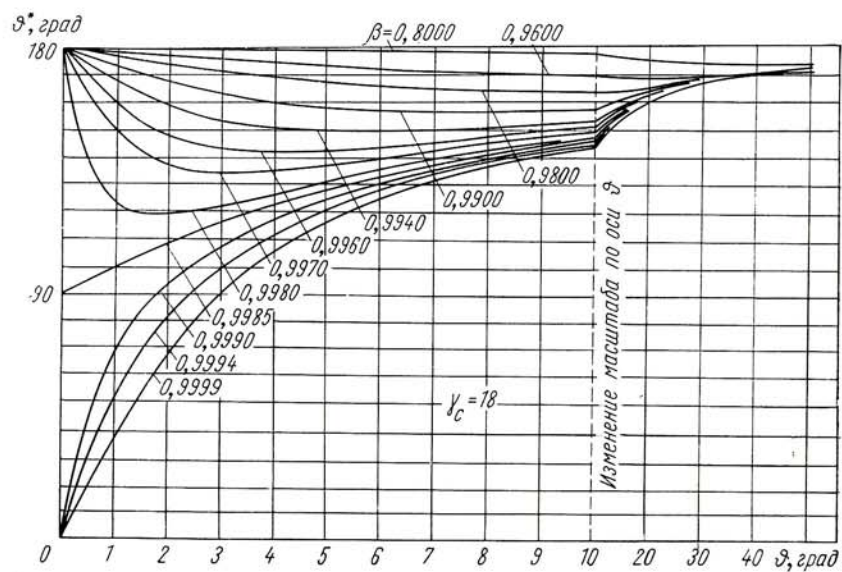


Рис. 93

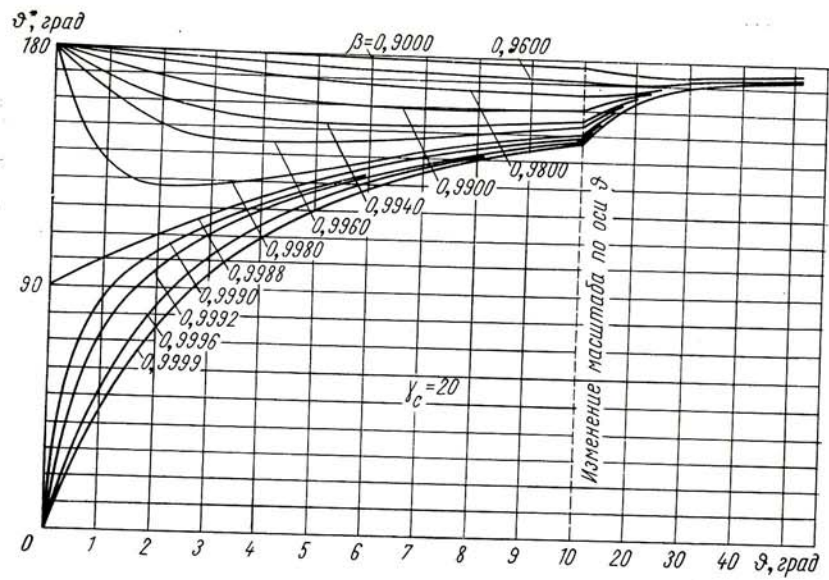


Рис. 94

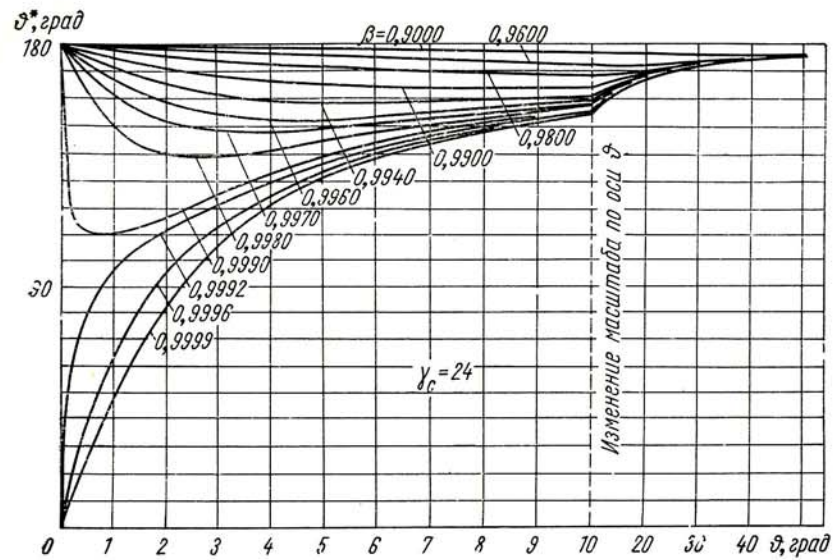


Рис. 96

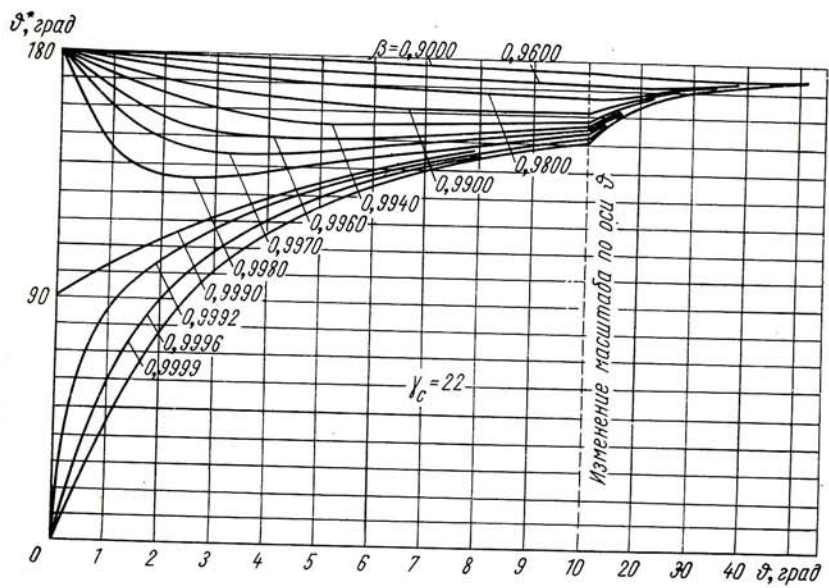


Рис. 95

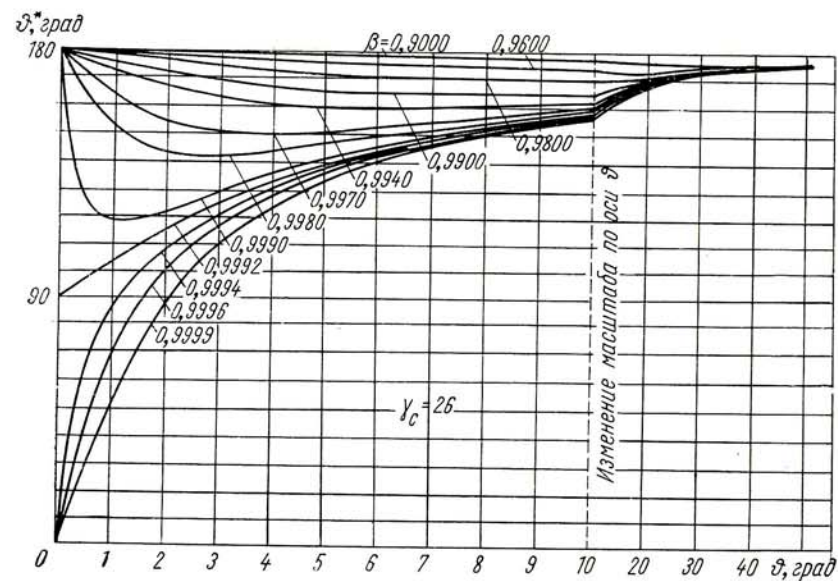


Рис. 97

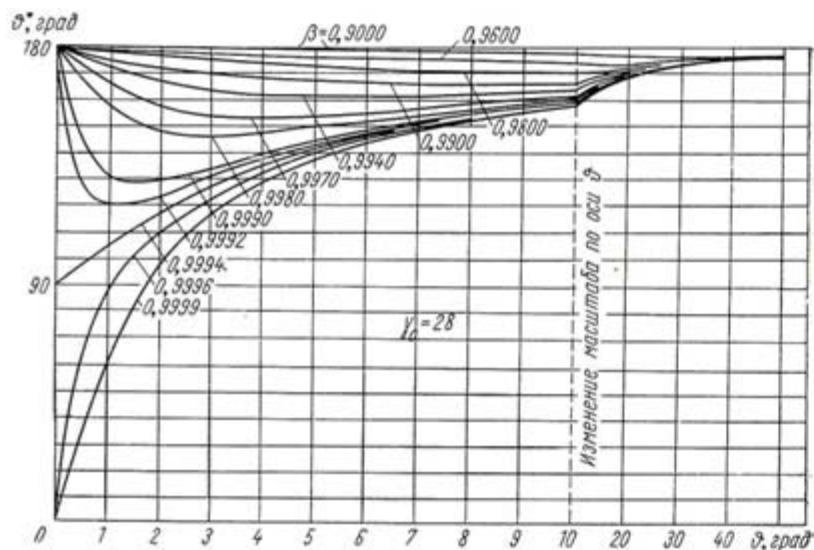


Рис. 98

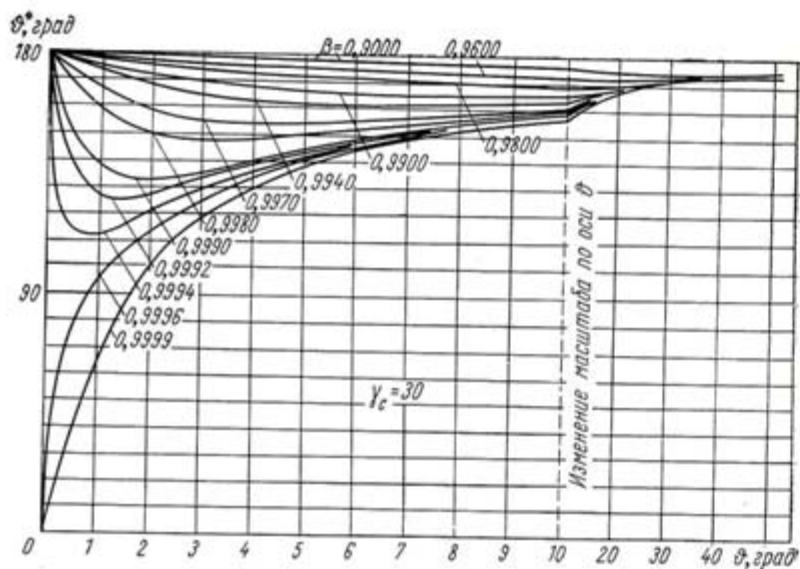


Рис. 99

### Приложение III

#### ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ПОРОГИ РЕАКЦИЙ

В табл. 1, 2, 3 и 4 приведены значения пороговой кинетической энергии  $T_{01}^{(порог)}$ ,  $G_{эв}$  некоторых реакций с 2, 3 и 4 частицами в конечном состоянии (С. О. Beasley, Jr., W. G. Holladay, Nuovo Cimento Suppl., 7, 77, 1958). Колонка с  $T_{02} = 0$  относится к покоящемуся нуклону-мишени, а колонка с  $T_{02} = 25 \text{ Мэв}$  — к нуклону-мишени, движущемуся с указанной кинетической энергией навстречу налетающей частице. При расчетах использованы следующие значения масс частиц ( $G_{эв}/c^2$ ):

$$m_N = 0,939; \quad m_{\pi} = 0,139; \quad m_K = 0,493; \quad m_{\Lambda} = 1,115; \quad m_{\Sigma} = 1,189; \quad m_{\Xi} = 1,321.$$

Таблица 1

Начальные частицы	$\gamma + N$ или $e + N^*$		$\pi + N$	
	$T_{02} = 0$	$T_{02} = 25 \text{ Мэв}$	$T_{02} = 0$	$T_{02} = 25 \text{ Мэв}$
$N + \pi$	0,15	0,12	—	—
$K + \Lambda^0$	0,91	0,72	0,76	0,58
$K + \Sigma$	1,04	0,82	0,89	0,68
$N + 2\pi$	0,32	0,26	0,17	0,11
$K + \Lambda^0 + \pi$	1,15	0,91	1,01	0,77
$K + \Sigma + \pi$	1,29	1,03	1,15	0,88
$N + \bar{K} + \bar{K}$	1,50	1,19	1,36	1,05
$2K + \Xi$	2,36	1,87	2,20	1,73
$2N + \bar{N}$	3,75	2,98	3,61	2,83
$N + \Lambda^0 + \bar{\Lambda}^0$	4,88	3,87	4,73	3,72
$N + \Lambda^0 + \bar{\Sigma}$	5,13	3,93	4,98	4,07
$N + \Lambda^0 + \Sigma$	5,13	3,93	4,98	4,07
$N + \Sigma + \bar{\Sigma}$	5,38	4,27	5,24	4,12
$2\Lambda^0 + \bar{\Xi}$	6,24	4,95	6,10	4,81
$N + \Xi + \bar{\Xi}$	6,35	5,04	6,21	4,89
$\Lambda^0 + \Sigma + \bar{\Xi}$	6,53	5,17	6,38	5,02
$2\Sigma + \bar{\Xi}$	6,82	5,40	6,67	5,25
$N + 3\pi$	0,51	0,40	0,36	0,26
$K + \Lambda^0 + 2\pi$	1,41	1,12	1,27	0,98

Продолжение табл. 1

Начальные частицы	$\gamma + N$ или $e + N^*$		$\pi + N$	
	$T_{02} = 0$	$T_{02} = 25 \text{ Мэв}$	$T_{02} = 0$	$T_{02} = 25 \text{ Мэв}$
Продукты реакции				
$K + \Sigma + 2\pi$	1,57	1,24	1,42	1,10
$K + N + \pi + \bar{K}$	1,79	1,42	1,65	1,28
$2K + \pi + \Xi$	2,71	2,15	2,56	2,01
$2K + \Lambda^0 + \bar{K}$	3,11	2,47	2,97	2,33
$2K + \Sigma + \bar{K}$	3,32	2,63	3,17	2,49
$2N + \pi + \bar{N}$	4,18	3,31	4,03	3,16
$N + \pi + \Lambda^0 + \bar{\Lambda}^0$	5,36	4,25	5,20	4,09
$N + \pi + \Sigma + \bar{\Lambda}^0$	5,61	4,45	5,46	4,31
$N + \pi + \Lambda^0 + \bar{\Sigma}$	5,61	4,45	5,46	4,31
$N + \pi + \Sigma + \bar{\Sigma}$	5,88	4,66	5,73	4,53
$N + \Lambda^0 + \bar{N} + K$	5,99	4,76	5,85	4,62
$2N + \bar{\Lambda}^0 + K$	5,99	4,76	5,85	4,62
$N + \Sigma + \bar{N} + K$	6,27	4,98	6,13	4,83
$2N + \bar{\Sigma} + \bar{K}$	6,27	4,98	6,13	4,83
$2\Lambda^0 + \bar{\Xi} + \pi$	6,77	5,37	6,62	5,23
$N + \Xi + \bar{\Xi} + \pi$	6,88	5,46	6,74	5,31
$\Lambda^0 + \Sigma + \bar{\Xi} + \pi$	7,07	5,60	6,92	5,46
$2\Sigma + \bar{\Xi} + \pi$	7,36	5,84	7,21	5,69
$2\Lambda^0 + \bar{\Lambda}^0 + K$	7,36	5,84	7,21	5,69
$N + \Xi + \bar{\Lambda}^0 + K$	7,49	5,94	7,35	5,80
$N + \Lambda^0 + \bar{\Xi} + \bar{K}$	7,49	5,94	7,35	5,80
$\Lambda^0 + \Sigma + \bar{\Lambda}^0 + K$	7,68	6,09	7,53	5,93
$2\Lambda^0 + \bar{\Sigma} + K$	7,68	6,09	7,53	5,93
$N + \Xi + \bar{\Sigma} + K$	7,8	6,2	7,66	6,05
$N + \Sigma + \bar{\Xi} + \bar{K}$	7,8	6,2	7,66	6,05
$2\Sigma + \bar{\Lambda}^0 + K$	8,0	6,3	7,8	6,2
$\Sigma + \Lambda^0 + \bar{\Sigma} + K$	8,0	6,3	7,8	6,2
$2\Sigma + \bar{\Sigma} + K$	8,3	6,6	8,2	6,4
$\Lambda^0 + \Xi + \bar{\Xi} + K$	9,1	7,3	9,0	7,1
$\Sigma + \Xi + \bar{\Xi} + K$	9,5	7,5	9,3	7,4

\* В этом случае электрон должен быть включен в число продуктов реакции.

Таблица 2

Начальные частицы	$N + N$		Начальные частицы	$K + N$	
	$T_{02} = 0$	$T_{02} = 25 \text{ Мэв}$		Продукты реакции	$T_{02} = 0$
Продукты реакции					
$2N + \pi$	0,29	0,14	$N + K + \pi$	0,22	0,12
$N + \Lambda^0 + K$	1,58	1,10	$\Lambda^0 + 2K$	1,26	0,91
$N + \Sigma + K$	1,78	1,26	$\Sigma + 2K$	1,43	1,05
$2N + 2\pi$	0,59	0,35	$2N + \bar{\Lambda}^0$	3,68	2,82
$N + \Lambda^0 + K + \pi$	1,96	1,40	$2N + \bar{\Sigma}$	3,91	3,01
$N + \Sigma + K + \pi$	2,17	1,57	$N + \Lambda^0 + \bar{\Xi}$	4,97	3,85
$2N + K + \bar{K}$	2,49	1,81	$N + \Sigma + \bar{\Xi}$	5,24	4,06
$2\Lambda^0 + 2K$	3,63	2,70	$N + K + 2\pi$	0,46	0,29
$N + 2K + \Xi$	3,73	2,78	$\Lambda^0 + 2K + \pi$	1,58	1,17
$2K + \Lambda^0 + \Sigma$	3,88	2,91	$\Sigma + 2K + \pi$	1,76	1,31
$2K + 2\Sigma$	4,15	3,11	$N + 2K + \bar{K}$	2,03	1,52
$3N + \bar{N}$	5,63	4,21	$\Xi + 3K$	3,09	2,36
$2N + \Lambda^0 + \bar{\Lambda}^0$	7,10	5,45	$2N + \bar{\Lambda}^0 + \pi$	4,12	3,18
$2N + \Lambda^0 + \bar{\Sigma}$	7,43	5,72	$2N + \bar{\Sigma} + \pi$	4,37	3,37
$2N + \Sigma + \bar{\Lambda}^0$	7,43	5,72	$2N + \bar{N} + K$	4,75	3,67
$2N + \Sigma + \bar{\Sigma}$	7,76	5,98	$N + \Lambda^0 + \bar{\Xi} + \pi$	5,47	4,25
$N + 2\Lambda^0 + \bar{\Xi}$	8,9	6,8	$N + \bar{\Xi} + \Sigma + \pi$	5,76	4,47
$2N + \Xi + \bar{\Xi}$	9,0	7,0	$N + \Lambda^0 + \bar{\Lambda}^0 + K$	6,05	4,71
$N + \Lambda^0 + \Sigma + \bar{\Xi}$	9,2	7,1	$2N + \bar{\Xi} + \bar{K}$	6,17	4,79
$N + 2\Sigma + \bar{\Xi}$	9,6	7,4	$N + \Lambda^0 + \bar{\Sigma} + K$	6,35	4,94
			$N + \Sigma + \bar{\Lambda}^0 + K$	6,35	4,94
			$N + \Sigma + \bar{\Sigma} + K$	6,65	5,17
			$2\Lambda^0 + \bar{\Xi} + K$	7,61	5,95
			$N + \Xi + \bar{\Xi} + K$	7,75	6,05
			$\Lambda^0 + \Sigma + \bar{\Xi} + K$	7,94	6,21
			$2\Sigma + \bar{\Xi} + K$	8,27	6,46

Таблица 3

Начальные частицы Продукты реакции	$\tilde{K} + N$		Начальные частицы Продукты реакции	$\tilde{K} + N$	
	$T_{02} = 0$	$T_{02} = 25$ Мэв		$T_{02} = 0$	$T_{02} = 25$ Мэв
$\Lambda^0 + \pi$	экзотермическая		$N + \Lambda^0 + \tilde{N} + \pi$	4,12	3,18
$\Sigma + \pi$	экзотермическая		$N + \Sigma + \tilde{N} + \pi$	4,37	3,38
$\Xi + K$	0,66	0,45	$2N + \tilde{N} + \tilde{K}$	4,74	3,65
$\Lambda^0 + 2\pi$	экзотермическая		$2\Lambda^0 + \tilde{\Lambda}^0 + \pi$	5,36	4,17
$\Sigma + 2\pi$	экзотермическая		$N + \Xi + \tilde{\Lambda}^0 + \pi$	5,47	4,26
$\tilde{K} + N + \pi$	0,22	0,12	$2\Lambda^0 + \tilde{\Sigma} + \pi$	5,64	4,39
$\Xi + K + \pi$	0,93	0,66	$\Lambda^0 + \tilde{\Lambda}^0 + \Sigma + \pi$	5,64	4,39
$\Lambda^0 + K + \tilde{K}$	1,26	0,92	$N + \Xi + \tilde{\Sigma} + \pi$	5,75	4,48
$\Sigma + K + \tilde{K}$	1,43	1,05	$2\Sigma + \tilde{\Lambda}^0 + \pi$	5,92	4,60
$N + \Lambda^0 + \tilde{N}$	3,68	2,83	$\Lambda^0 + \Sigma + \tilde{\Sigma} + \pi$	5,92	4,60
$\Sigma + N + \tilde{N}$	3,92	3,02	$N + \Lambda^0 + \tilde{\Lambda}^0 + K$	6,05	4,71
$2\Lambda^0 + \Lambda^0$	4,87	3,77	$2\Lambda^0 + \tilde{N} + K$	6,05	4,71
$N + \Xi + \tilde{\Lambda}^0$	4,97	3,86	$N + \Xi + \tilde{N} + K$	6,17	4,80
$2\Lambda^0 + \tilde{\Sigma}$	5,13	3,98	$2\Sigma + \tilde{\Sigma} + \pi$	6,21	4,84
$\Lambda^0 + \tilde{\Lambda}^0 + \Sigma$	5,13	3,98	$\tilde{K} + N + \Lambda^0 + \tilde{\Sigma}$	6,34	4,94
$N + \Xi + \tilde{\Sigma}$	5,24	4,07	$\tilde{K} + N + \tilde{\Lambda}^0 + \Sigma$	6,34	4,94
$\Lambda^0 + 2\Sigma$	5,40	4,21	$K + \tilde{N} + \Lambda^0 + \Sigma$	6,34	4,94
$\Lambda^0 + \Sigma + \tilde{\Sigma}$	5,40	4,21	$\tilde{K} + N + \Sigma + \tilde{\Sigma}$	6,61	5,18
$2\Sigma + \tilde{\Sigma}$	5,68	4,42	$K + \tilde{N} + 2\Sigma$	6,61	5,18
$\Lambda^0 + \Xi + \tilde{\Xi}$	6,42	5,01	$\Lambda^0 + \Xi + \tilde{\Xi} + \pi$	6,98	5,45
$\Sigma + \Xi + \tilde{\Xi}$	6,72	5,25	$\Sigma + \Xi + \tilde{\Xi} + \pi$	7,29	5,70
$\Lambda^0 + 3\pi$	0,15	0,07	$\tilde{K} + 2\Lambda^0 + \tilde{\Xi}$	7,61	5,96
$\Sigma + 3\pi$	0,27	0,15	$K + \Lambda^0 + \tilde{\Lambda}^0 + \Xi$	7,61	5,96
$\tilde{K} + N + 2\pi$	0,46	0,29	$K + N + \Xi + \tilde{\Xi}$	7,74	6,06
$K + \Xi + 2\pi$	1,23	0,90	$\tilde{K} + \Lambda^0 + \Sigma + \tilde{\Xi}$	7,94	6,21
$\tilde{K} + K + \Lambda^0 + \pi$	1,57	1,16	$K + \tilde{\Lambda}^0 + \Sigma + \Xi$	7,94	6,21
$\tilde{K} + K + \Sigma + \pi$	1,75	1,31	$K + \Lambda^0 + \tilde{\Sigma} + \Xi$	7,94	6,21
$2\tilde{K} + K + N$	2,02	1,52	$\tilde{K} + 2\Sigma + \tilde{\Xi}$	8,26	6,47
$2K + \tilde{K} + \Xi$	3,08	2,36	$\tilde{K} + \Sigma + \tilde{\Sigma} + \Xi$	8,26	6,47
			$K + 2\Xi + \tilde{\Xi}$	9,48	7,43

Таблица 4

Начальные частицы Продукты реакции	$\tilde{N} + N$		Начальные частицы Продукты реакции	$\tilde{N} + N$	
	$T_{02} = 0$	$T_{02} = 25$ Мэв		$T_{02} = 0$	$T_{02} = 25$ Мэв
$\Lambda^0 + \tilde{\Lambda}^0$	0,77	0,48	$\Lambda^0 + \tilde{\Xi} + \tilde{K} + \pi$	3,13	2,32
$\Sigma + \tilde{\Lambda}^0$	0,95	0,62	$\Xi + \tilde{\Sigma} + K + \pi$	3,37	2,50
$\Lambda^0 + \tilde{\Sigma}$	0,95	0,62	$\Sigma + \tilde{\Xi} + \tilde{K} + \pi$	3,37	2,50
$\Sigma + \tilde{\Sigma}$	1,13	0,76	$\Lambda^0 + \tilde{\Lambda}^0 + K + \tilde{K}$	3,63	2,70
$\Xi + \tilde{\Xi}$	1,84	1,30	$N + \tilde{\Xi} + 2K$	3,73	2,78
$N + \tilde{N} + \pi$	0,29	0,14	$\Xi + \tilde{N} + 2K$	3,73	2,78
$\Lambda^0 + \tilde{\Lambda}^0 + \pi$	1,11	0,74	$\Sigma + \tilde{\Lambda}^0 + K + \tilde{K}$	3,88	2,91
$\Sigma + \tilde{\Lambda}^0 + \pi$	1,30	0,88	$\Lambda^0 + \tilde{\Sigma} + K + \tilde{K}$	3,88	2,91
$\Lambda^0 + \tilde{\Sigma} + \pi$	1,30	0,88	$\Sigma + \tilde{\Sigma} + K + \tilde{K}$	4,15	3,11
$\Sigma + \tilde{\Sigma} + \pi$	1,49	1,03	$\Xi + \Xi + K + \tilde{K}$	5,13	3,90
$\Lambda^0 + \tilde{N} + K$	1,58	1,10	$2N + 2\tilde{N}$	5,63	4,30
$N + \tilde{\Lambda}^0 + \tilde{K}$	1,58	1,10	$N + \Lambda^0 + \tilde{N} + \tilde{\Lambda}^0$	7,10	5,45
$\Sigma + \tilde{N} + K$	1,78	1,24	$N + \Lambda^0 + \tilde{N} + \tilde{\Sigma}$	7,43	5,72
$N + \tilde{\Sigma} + \tilde{K}$	1,78	1,24	$N + \Sigma + \tilde{N} + \tilde{\Lambda}^0$	7,43	5,72
$\Xi + \tilde{\Xi} + \pi$	2,23	1,61	$N + \Sigma + \tilde{N} + \tilde{\Sigma}$	7,76	5,98
$\Xi + \tilde{\Lambda}^0 + K$	2,69	1,97	$2\Lambda^0 + 2\tilde{\Lambda}^0$	8,7	6,7
$\Lambda^0 + \tilde{\Xi} + \tilde{K}$	2,69	1,97	$2\Lambda^0 + \tilde{N} + \tilde{\Xi}$	8,9	6,8
$\Xi + \tilde{\Sigma} + K$	2,93	2,16	$N + \Xi + 2\tilde{\Lambda}^0$	8,9	6,8
$\Sigma + \tilde{\Xi} + \tilde{K}$	2,93	2,16	$N + \Xi + \tilde{N} + \tilde{\Xi}$	9,0	7,0
$2K + 2\tilde{K}$	0,19	0,077	$2\Lambda^0 + \tilde{\Lambda}^0 + \tilde{\Sigma}$	9,1	7,0
$N + \tilde{N} + 2\pi$	0,59	0,35	$\Lambda^0 + \Sigma + 2\tilde{\Lambda}^0$	9,1	7,0
$\Lambda^0 + \tilde{\Lambda}^0 + 2\pi$	1,46	1,01	$N + \Xi + \tilde{\Lambda}^0 + \tilde{\Sigma}$	9,2	7,1
$\Lambda^0 + \tilde{\Sigma} + 2\pi$	1,66	1,17	$\Lambda^0 + \Sigma + \tilde{N} + \tilde{\Xi}$	9,2	7,1
$\Sigma + \tilde{\Lambda}^0 + 2\pi$	1,66	1,17	$2\Lambda^0 + 2\tilde{\Sigma}$	9,4	7,3
$\Sigma + \tilde{\Sigma} + 2\pi$	1,87	1,33	$\Lambda^0 + \Sigma + \tilde{\Lambda}^0 + \tilde{\Sigma}$	9,4	7,3
$\Lambda^0 + \tilde{N} + K + \pi$	1,96	1,40	$2\Sigma + 2\tilde{\Lambda}^0$	9,4	7,3
$N + \tilde{\Lambda}^0 + \tilde{K} + \pi$	1,96	1,40	$N + \Xi + 2\tilde{\Sigma}$	9,6	7,4
$\Sigma + \tilde{N} + K + \pi$	2,17	1,57	$2\Sigma + \tilde{N} + \tilde{\Xi}$	9,6	7,4
$N + \tilde{\Sigma} + \tilde{K} + \pi$	2,17	1,57	$\Lambda^0 + \Sigma + 2\tilde{\Sigma}$	9,8	7,6
$N + \tilde{N} + K + \tilde{K}$	2,49	1,81	$2\Sigma + \tilde{\Lambda}^0 + \tilde{\Sigma}$	9,8	7,6
$\Xi + \tilde{\Xi} + 2\pi$	2,65	1,94	$2\Sigma + 2\tilde{\Sigma}$	10,2	7,9
$\Xi + \tilde{\Lambda}^0 + K + \pi$	3,13	2,32	$\Lambda^0 + \Xi + \tilde{\Lambda}^0 + \tilde{\Xi}$	10,8	8,3

Продолжение табл. 4

Начальные частицы	$\bar{N} + N$		Начальные частицы	$\bar{N} + N$	
	$T_{02} = 0$	$T_{02} = 25 \text{ Мэв}$		$T_{02} = 0$	$T_{02} = 25 \text{ Мэв}$
$\Lambda^0 + \Xi + \bar{\Sigma} + \Xi$	11,1	8,7	$2\Xi + 2\Xi$	13,0	10,1
$\Sigma + \Xi + \bar{\Lambda}^0 + \Xi$	11,1	8,7	$(2-13)\pi$	экзотермическая	
$\Sigma + \Xi + \bar{\Sigma} + \Xi$	11,5	9,0	$K + \bar{K} + (0-6)\pi$	экзотермическая	

Для определения энергетических порогов реакций, не перечисленных в табл. 1—4, приведена пороговая кинетическая энергия  $T_{01}^{(\text{порог})}$  для соударения различных частиц с нуклонами в зависимости от суммы масс покоя всех продуктов реакции (рис. 100—103):

1 — нуклон-мишень движется в ядре в том же направлении, что и налетающая частица с  $T_{02} = 25 \text{ Мэв}$ ; 2 — нуклон-мишень покоится; 3 — нуклон-мишень движется в ядре навстречу налетающей частице с  $T_{02} = 25 \text{ Мэв}$ .

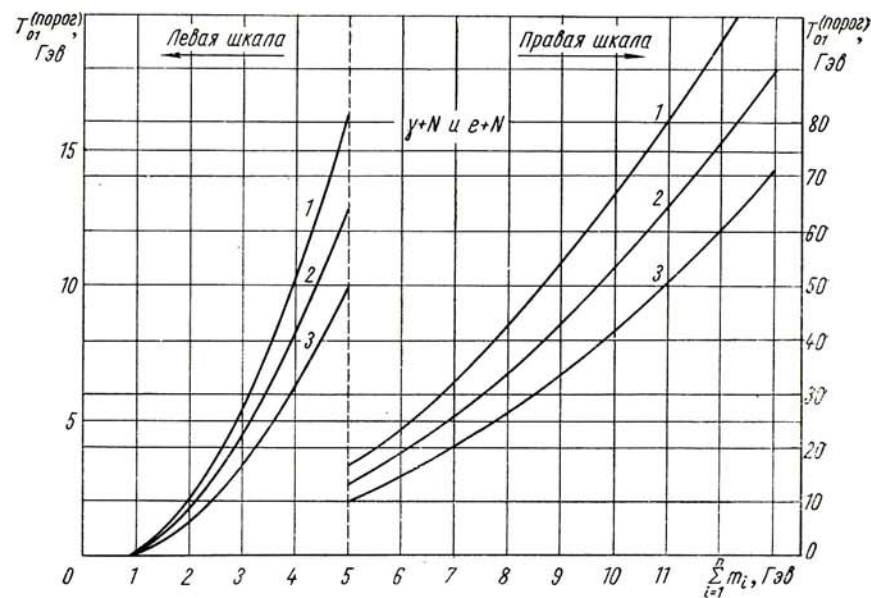


Рис. 100

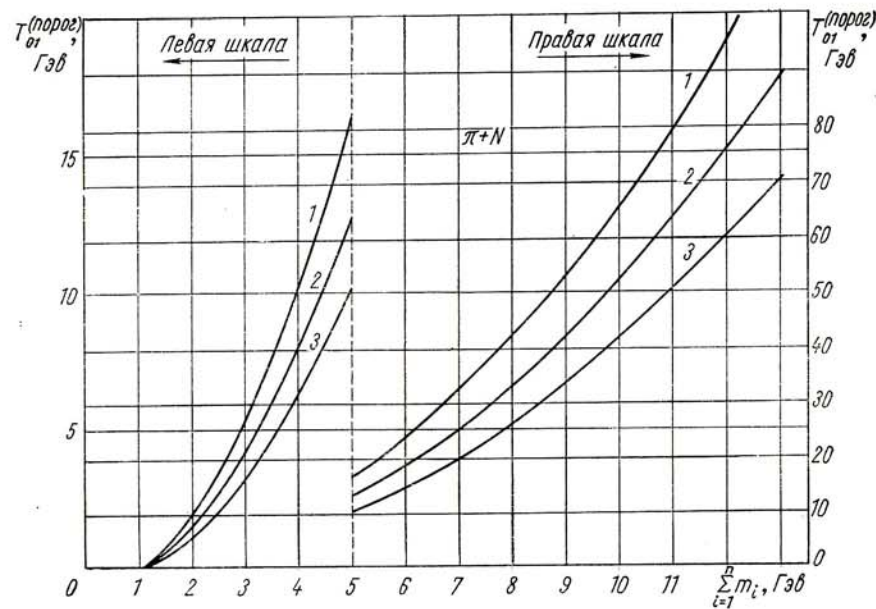


Рис. 101

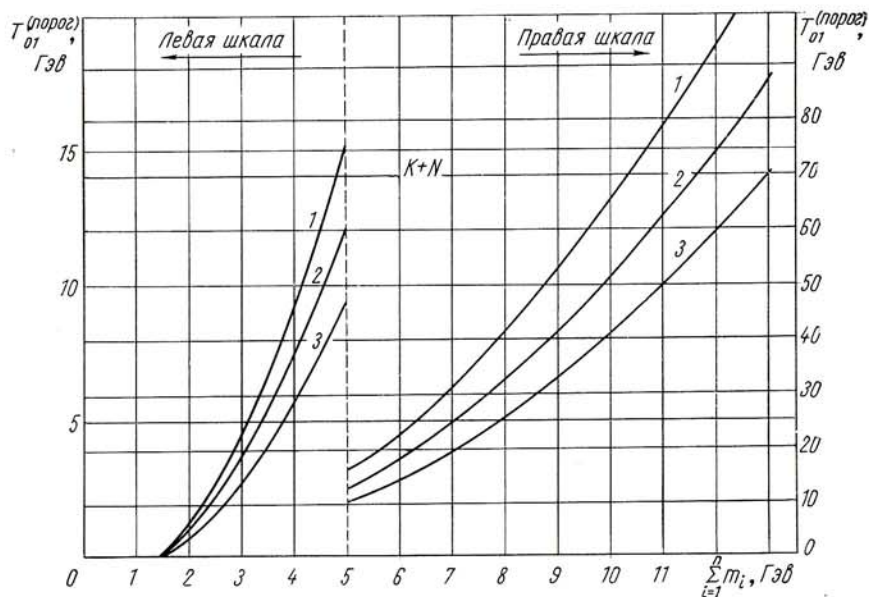


Рис. 102

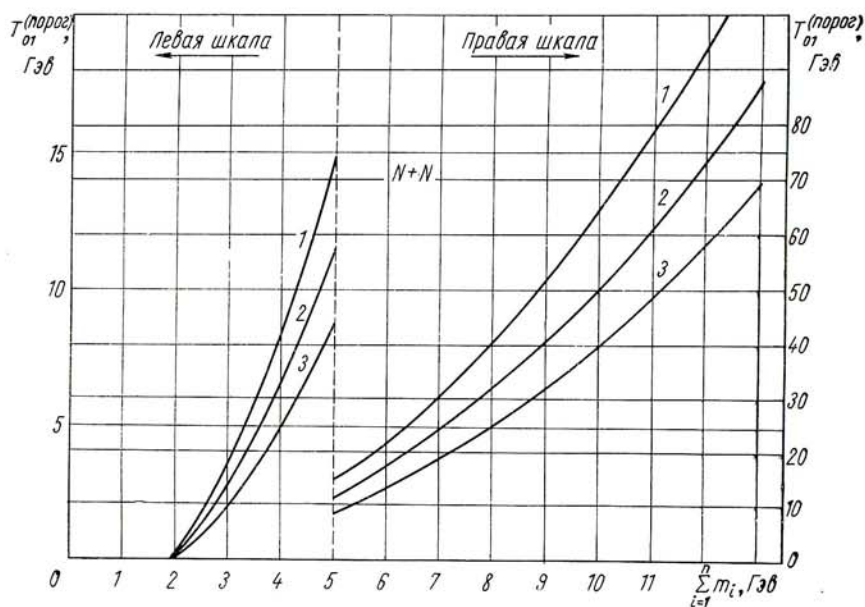


Рис. 103

#### Приложение IV

### ПРОСТЕЙШИЕ ПРИМЕРЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

На рис. 104—108 приведены данные для реакции фоторождения  $\pi^+$ -мезонов. Эти графики могут быть использованы для кинематического анализа других реакций фоторождения мезонов ( $\gamma + n \rightarrow \pi + p$  и  $\gamma + N \rightarrow \pi^0 + N$ , где  $N$  — символ нуклона). На рис. 105 и 106 дана зависимость кинетической энергии  $\pi$ -мезонов от углов их испускания при  $h\nu = E_\gamma = 160\text{--}1000$  Мэв. Аналогичная зависимость энергии нуклонов от углов их вылета дана на рис. 107 и 108. На рис. 109 изображена связь углов испускания  $\pi$ -мезонов и нуклонов в процессе фоторождения.

Кинематика фоторасщепления дейтона при энергии  $\gamma$ -квантов  $h\nu = 5 \div 1000$  Мэв дана на рис. 109—111.

Следующие шесть рисунков (рис. 112—117) заимствованы из статьи Пердетти [Perdetti, Nuovo Cimento, 3, № 5 (1956)] и относятся к взаимодействию  $K$ -мезонов с протонами\*. На рис. 112—114 приведены кинематические характеристики упругого рассеяния  $K + p \rightarrow K + p$ , а именно связь углов испускания  $K$ -мезонов и протонов в  $L$ -системе с соответствующими углами в  $C$ -системе при энергии  $K$ -мезонов в  $L$ -системе 50, 125 и 200 Мэв (см. рис. 112) и зависимость кинетической энергии  $K$ -мезонов и протонов от углов их испускания в  $L$ -системе (см. рис. 113, 114) при первичной энергии 100—200 Мэв.

Рис. 115—117 иллюстрируют кинематику реакции  $K + p \rightarrow \pi + \Sigma$  в области энергий  $K$ -мезонов от 60 до 160 Мэв, причем рис. 115 и 116 аналогичны рис. 112 и 113, а на рис. 117 кинетическая энергия  $\Sigma$ -гиперонов дана как функция углов вылета не этих частиц, а других продуктов реакции —  $\pi$ -мезонов.

\* Кинематике взаимодействия  $K$ -мезонов с нуклонами посвящены подробные таблицы, изданные в 1958 г. в виде приложения к журналу «Nuovo Cimento» (VIII, Suppl., № 1, 1958). В них рассматривается кинематика реакций  $K^- + p \rightarrow \Sigma^{\pm} + \pi^{\mp}$  и упругого рассеяния  $K + p \rightarrow K + p$ . Дана связь углов и энергий в  $L$ -системе для обоих продуктов реакции при разных углах вылета  $\pi$ - и  $K$ -мезонов в  $C$ -системе. Интервал изменения энергии первичных  $K$ -мезонов в этих таблицах от 5 до 200 Мэв (через 5 Мэв), а углов вылета  $\pi$  от 0 до 180 (через 2,5°).



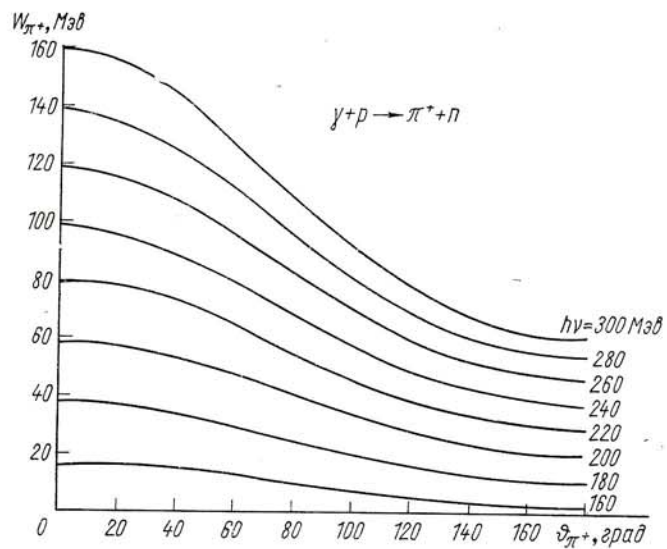


Рис. 104

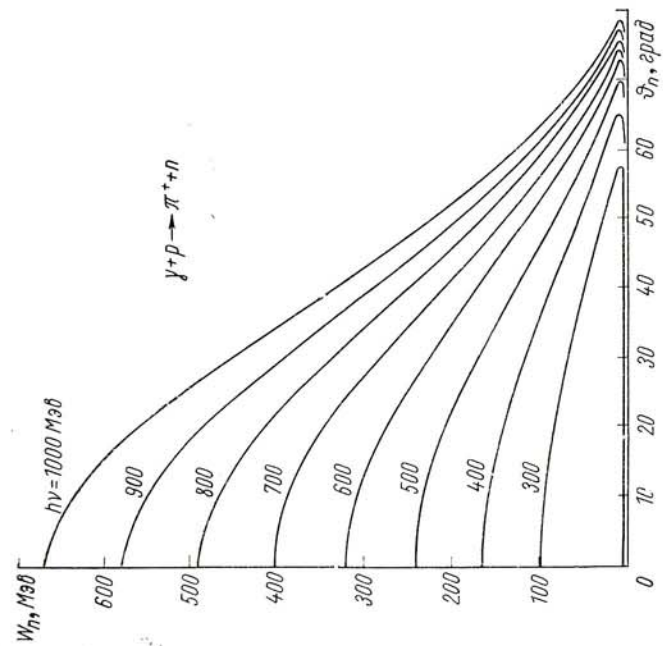


Рис. 107

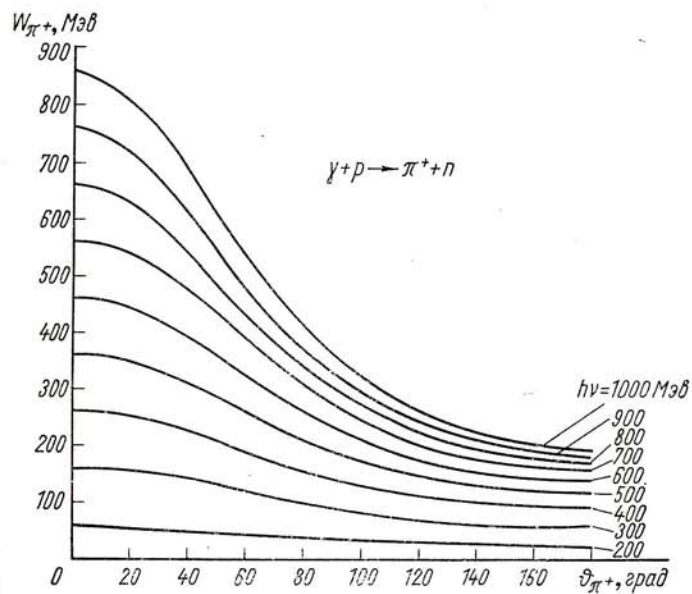


Рис. 105

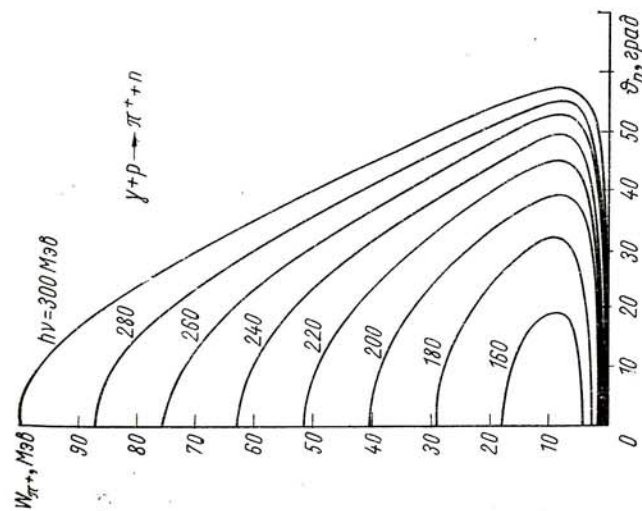


Рис. 106

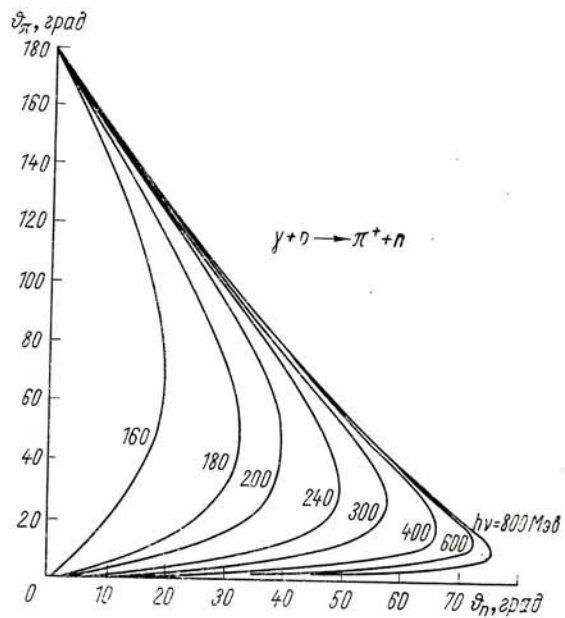


Рис. 108

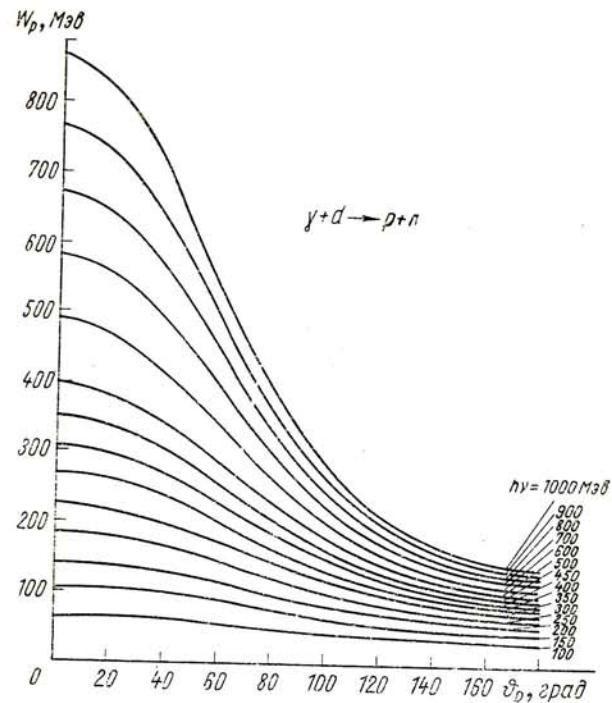


Рис. 110

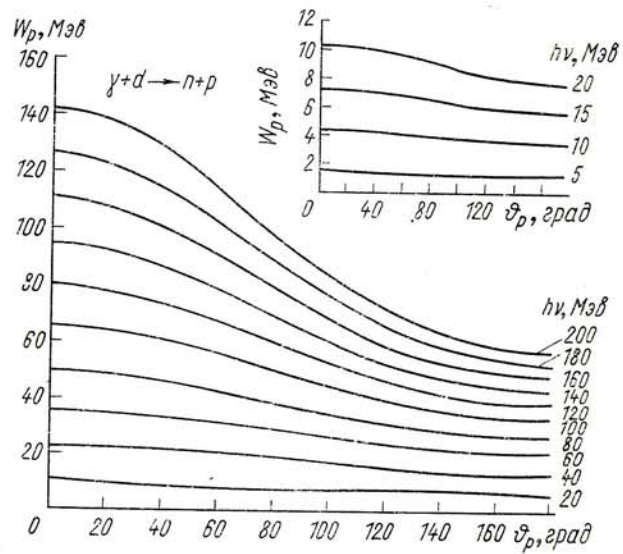


Рис. 109

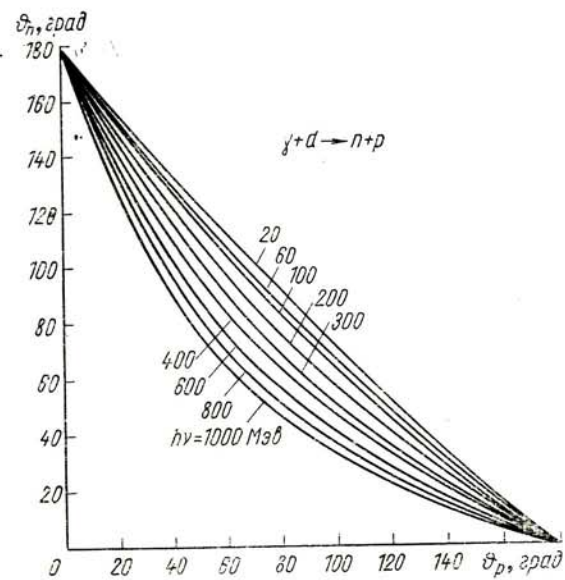


Рис. 111

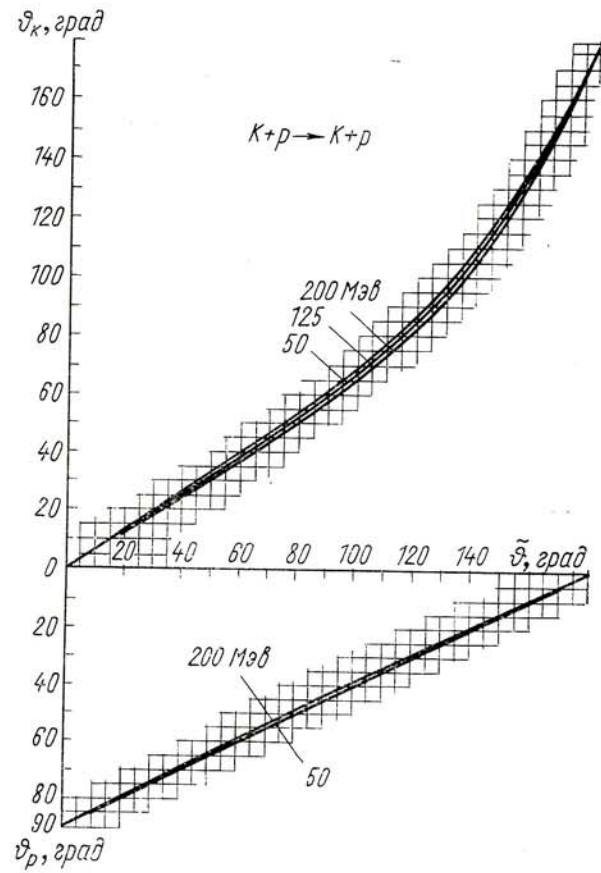


Рис. 112

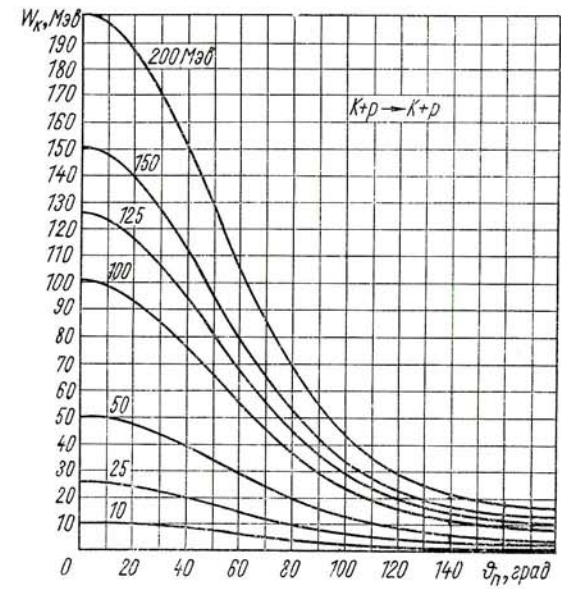


Рис. 113

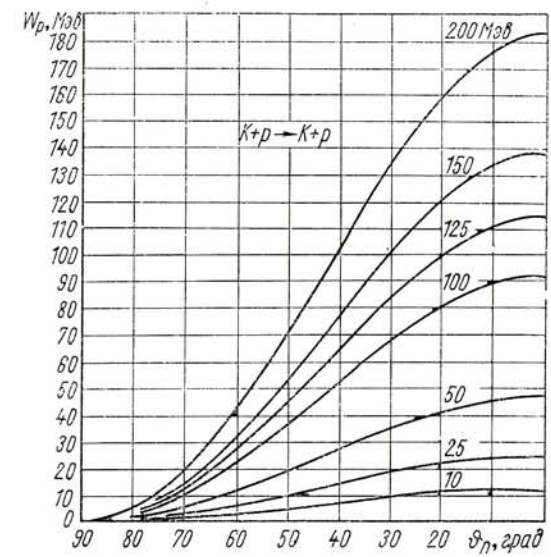


Рис. 114

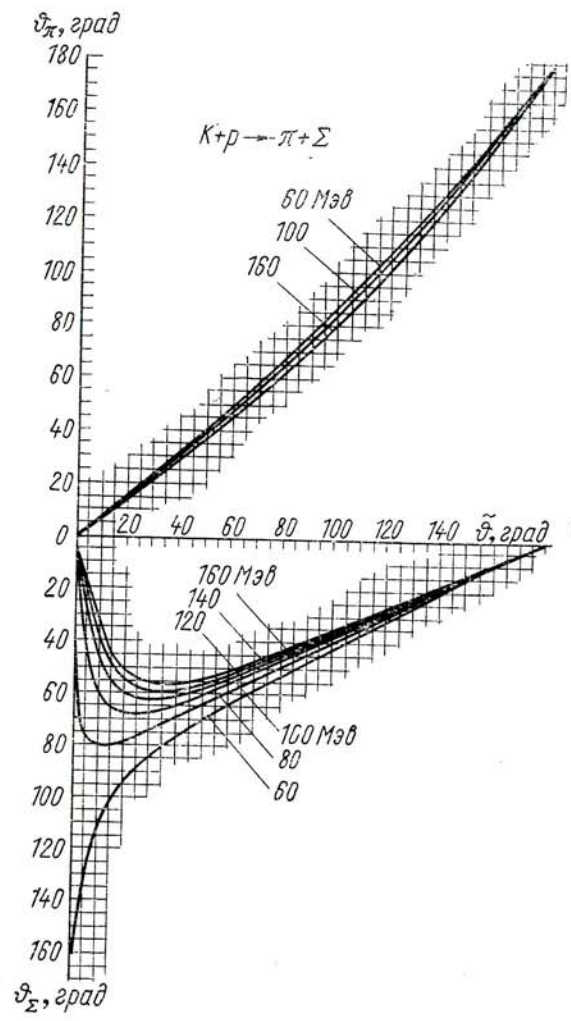


Рис. 115

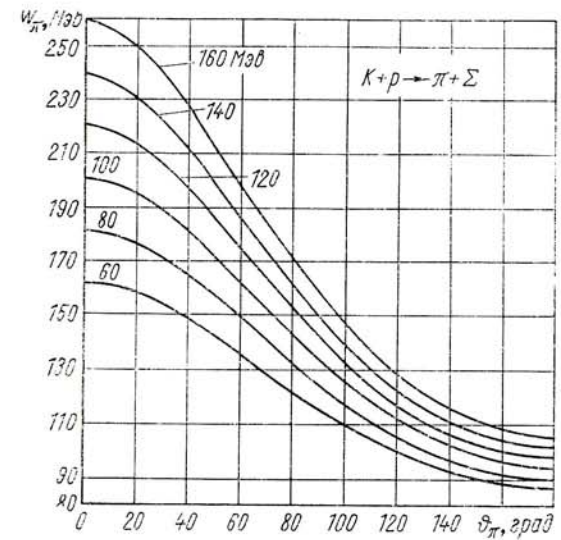


Рис. 116

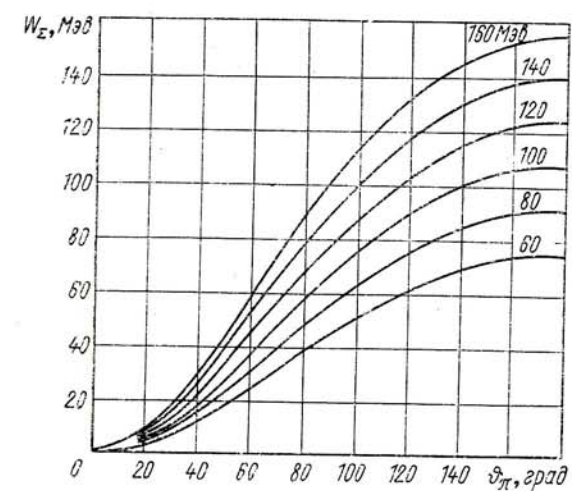


Рис. 117

## Приложение V

Как видно из основного текста книги, получение кинематических соотношений (сечений реакций, вероятностей распадов, угловых корреляций и др.) становится простой задачей, если известны некоторые специальные функции и коэффициенты, встречающиеся при сложении моментов. Настоящее приложение содержит для справочных целей таблицы этих функций и коэффициентов. По своему смыслу таблицы не могут быть исчерпывающими, но они достаточны для кинематических расчетов тех случаев, когда выделение среди закономерностей реакций кинематических закономерностей наиболее эффективно (нижние спины, нижние орбитальные моменты).

### а. Функции Лежандра

Нормированная сферическая гармоника определяется соотношением

$$Y_{LM}(\theta, \varphi) = \bar{P}_L^M(\cos \theta) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{iM\varphi},$$

где  $\bar{P}_L^M(x)$  — нормированная присоединенная функция Лежандра. Она следующим образом связана с присоединенной функцией  $P_L^M(x)$ :

$$\bar{P}_L^M(x) = (-1)^M \sqrt{\frac{2L+1}{2} \cdot \frac{(L-M)!}{(L+M)!}} P_L^M(x),$$

которая, в свою очередь, определяется формулой

$$P_L^M(x) = (1-x^2)^{M/2} \frac{1}{2^L L!} \cdot \frac{d^{L+M}}{dx^{L+M}} (x^2-1)^L.$$

Для  $M > 0$   $P_L^M(x)$  выражается через обычный полином Лежандра  $P_L(x)$

$$P_L^M(x) = (1-x^2)^{M/2} \frac{d^M}{dx^M} P_L(x),$$

причем

$$P_L(x) = \frac{1}{2^L L!} \cdot \frac{d^L}{dx^L} (x^2-1)^L.$$

$\bar{P}_L^M(x)$  удовлетворяет соотношению

$$\bar{P}_L^M(x) = (-1)^M \overline{P_L^{-M}(x)},$$

откуда

$$Y_{LM}^*(\theta, \varphi) = (-1)^M Y_{L, -M}(\theta, \varphi).$$

Выпишем явный вид  $P_L(x)$  и  $P_L^1(x)$  для  $L$ , принимающих целые значения от 0 до 4 включительно ( $x = \cos \theta$ ):

$$P_0(x) = 1;$$

$$P_1(x) = x = \cos \theta;$$

$$P_2(x) = \frac{1}{2} (3x^2 - 1) = \frac{1}{4} (3 \cos 2\theta + 1);$$

$$P_3(x) = \frac{1}{2} (5x^3 - 3x) = \frac{1}{8} (5 \cos^3 \theta + 3 \cos \theta);$$

$$P_4(x) = \frac{1}{8} (35x^4 - 30x^2 + 3) = \frac{1}{64} (35 \cos 4\theta + 20 \cos 2\theta + 9);$$

$$\bar{P}_1^1(x) = -\sqrt{\frac{3}{4}} (1-x^2)^{1/2} = -\sqrt{\frac{3}{4}} \sin \theta;$$

$$\bar{P}_2^1(x) = -\sqrt{\frac{15}{4}} (1-x^2)^{1/2} x = -\sqrt{\frac{15}{16}} \sin 2\theta;$$

$$\bar{P}_3^1(x) = -\sqrt{\frac{21}{32}} (1-x^2)^{1/2} (5x^2 - 1) = -\sqrt{\frac{21}{512}} (5 \sin 3\theta + \sin \theta);$$

$$\bar{P}_4^1(x) = -\sqrt{\frac{45}{32}} (1-x^2)^{1/2} (7x^3 - 3x) =$$

$$= -\sqrt{\frac{45}{2048}} (7 \sin 4\theta + 2 \sin 2\theta).$$

### б. d-Функции

Приведем  $d$ -функции вплоть до момента, равного трем. Отсутствующие в таблице функции легко получить, используя соотношения

$$d_{m'm}^j(\beta) = (-1)^{m-m'} d_{-m'-m}^j(\beta); \quad (1)$$

$$d_{m'm}^j(\beta) = (-1)^{m-m'} d_{mm'}^j(\beta). \quad (2)$$

Функции для более высоких моментов читатель может найти сам, используя следующие рекуррентные формулы:

$$(j+m)^{1/2} d_{mm'}^j(\beta) = (j+m)^{1/2} d_{m-1/2, m'-1/2}^{(j-1/2)}(\beta) \cos \frac{\beta}{2} + \\ + (j-m)^{1/2} d_{m+1/2, m'-1/2}^{(j-1/2)}(\beta) \sin \frac{\beta}{2}. \quad (3)$$

Интегрируя эту формулу, найдем:

$$2[(j+m')(j+m'-1)]^{1/2} d_{mm'}^j(\beta) = [(j+m)(j+m-1)]^{1/2} \times \\ \times (1+\cos\beta) d_{m-1, m'-1}^{j-1}(\beta) + 2(j^2-m^2)^{1/2} \sin\beta d_{m, m'-1}^{j-1}(\beta) + \\ + [(j-m)(j-m-1)]^{1/2} (1-\cos\beta) d_{m+1, m'-1}^{j-1}(\beta). \quad (4)$$

Если  $j$  — целое, то начинать получение  $d_{mm'}^j$  можно с

$$d_{m0}^j = (-1)^m d_{0m}^j(\beta) = \left[ \frac{2}{2l+1} \right]^{1/2} P_l^m(\cos\beta)$$

и вычислять  $d_{m1}^j, d_{m2}^j, \dots$ , используя формулу (4). Удобно воспользоваться также формулой

$$d_{m, m' \pm 1}^j = [(j \pm m' + 1)(j \mp m')]^{-1/2} \times \\ \times \left\{ \frac{-m}{\sin\beta} + m' \operatorname{ctg}\beta \mp \frac{\partial}{\partial\beta} \right\} d_{mm'}^j(\beta).$$

Если  $j$  — полуцелое, то аналогичную процедуру можно начать с  $d_{m, 1/2}^j$ :

$$d_{m, 1/2}^j = \left( j + \frac{1}{2} \right)^{-1/2} \left[ (j+m)^{1/2} d_{m-1/2, 0}^{(j-1/2)}(\beta) \cos \frac{\beta}{2} + \right. \\ \left. + (j-m)^{1/2} d_{m+1/2, 0}^{(j-1/2)}(\beta) \sin \frac{\beta}{2} \right].$$

### Таблицы

Для  $j = 1/2$

$$d_{1/2, 1/2}(\beta) = \cos \frac{\beta}{2}; \quad d_{-1/2, 1/2}(\beta) = \sin \frac{\beta}{2}.$$

Для  $j = 1$

$$d_{11}(\beta) = \frac{1+\cos\beta}{2}; \quad d_{01}(\beta) = \frac{\sin\beta}{\sqrt{2}};$$

$$d_{1,-1}(\beta) = \frac{1-\cos\beta}{2}; \quad d_{00}(\beta) = \cos\beta.$$

Для  $j = 3/2$

$$d_{3/2, 3/2}(\beta) = \frac{1+\cos\beta}{2} \cos \frac{\beta}{2}; \quad d_{3/2, 1/2}(\beta) = -\sqrt{3} \frac{1+\cos\beta}{2} \sin \frac{\beta}{2};$$

$$d_{3/2, -1/2}(\beta) = \sqrt{3} \frac{1-\cos\beta}{2} \cos \frac{\beta}{2}; \quad d_{3/2, -3/2}(\beta) = -\frac{1-\cos\beta}{2} \sin \frac{\beta}{2};$$

$$d_{1/2, 1/2}(\beta) = \frac{3\cos\beta-1}{2} \cos \frac{\beta}{2}; \quad d_{1/2, -1/2}(\beta) = -\frac{1+3\cos\beta}{2} \sin \frac{\beta}{2}.$$

Для  $j = 2$

$$d_{22}(\beta) = \left( \frac{1+\cos\beta}{2} \right)^2; \quad d_{21}(\beta) = -\frac{1+\cos\beta}{2} \sin\beta;$$

$$d_{20}(\beta) = \frac{\sqrt{6}}{4} \sin^2\beta; \quad d_{2,-1}(\beta) = -\frac{1-\cos\beta}{2} \sin\beta;$$

$$d_{2,-2}(\beta) = \left( \frac{1-\cos\beta}{2} \right)^2; \quad d_{11}(\beta) = \frac{1+\cos\beta}{2} (2\cos\beta-1);$$

$$d_{10}(\beta) = -\sqrt{\frac{3}{2}} \sin\beta \cos\beta; \quad d_{1,-1}(\beta) = \frac{1-\cos\beta}{2} (2\cos\beta+1);$$

$$d_{00}(\beta) = \frac{3\cos^2\beta-1}{2}.$$

Для  $j = 5/2$

$$d_{5/2, 5/2}(\beta) = \left( \frac{1+\cos\beta}{2} \right)^2 \cos \frac{\beta}{2}; \quad d_{5/2, 3/2}(\beta) = -\sqrt{5} \left( \frac{1+\cos\beta}{2} \right)^2 \sin \frac{\beta}{2};$$

$$d_{5/2, 1/2}(\beta) = \frac{\sqrt{10}}{4} \sin^2\beta \cos \frac{\beta}{2}; \quad d_{5/2, -1/2}(\beta) = -\frac{\sqrt{10}}{4} \sin^2\beta \sin \frac{\beta}{2};$$

$$d_{5/2, -3/2}(\beta) = \sqrt{5} \left( \frac{1-\cos\beta}{2} \right)^2 \cos \frac{\beta}{2}; \quad d_{5/2, -5/2}(\beta) = -\left( \frac{1+\cos\beta}{2} \right)^2 \sin \frac{\beta}{2};$$

$$d_{3/2, 3/2}(\beta) = \frac{5\cos\beta-3}{2} \cos^2 \frac{\beta}{2}; \quad d_{3/2, 1/2}(\beta) = \frac{-(5\cos\beta-1)}{\sqrt{2}} \cos^2 \frac{\beta}{2} \sin \frac{\beta}{2};$$

$$d_{3/2, -1/2}(\beta) = \frac{1+5\cos\beta}{\sqrt{2}} \sin^2 \frac{\beta}{2} \cos \frac{\beta}{2}; \quad d_{3/2, -3/2}(\beta) = -\frac{5\cos\beta+3}{2} \sin^2 \frac{\beta}{2};$$

$$d_{1/2, 1/2}(\beta) = \frac{5\cos^2\beta-2\cos\beta-1}{2} \cos \frac{\beta}{2};$$

$$d_{1/2, -1/2}(\beta) = -\frac{5\cos^2\beta+2\cos\beta-1}{2} \sin \frac{\beta}{2}.$$

Для  $j = 3$

$$d_{33}(\beta) = \left( \frac{1+\cos\beta}{2} \right)^2; \quad d_{32}(\beta) = -\frac{\sqrt{6}}{8} \sin\beta (1+\cos\beta)^2;$$

$$\begin{aligned}
d_{31}(\beta) &= \frac{\sqrt{15}}{8} \sin^2 \beta (1 + \cos \beta); & d_{30}(\beta) &= -\frac{\sqrt{5}}{4} \sin^3 \beta; \\
d_{3-1}(\beta) &= \frac{\sqrt{15}}{8} \sin^2 \beta (1 - \cos \beta); & d_{3-2}(\beta) &= -\frac{\sqrt{6}}{8} \sin \beta (1 - \cos \beta)^2; \\
d_{3-3}(\beta) &= \left(\frac{1 - \cos \beta}{2}\right)^3; & d_{22}(\beta) &= \left(\frac{1 + \cos \beta}{2}\right)^2 (3 \cos \beta - 2); \\
d_{21}(\beta) &= -\frac{\sqrt{5}}{4\sqrt{2}} \sin \beta (3 \cos^2 \beta + 2 \cos \beta - 1); & d_{20}(\beta) &= \frac{\sqrt{15}}{2\sqrt{2}} \cos \beta \sin^2 \beta; \\
d_{2-1}(\beta) &= \frac{\sqrt{5}}{4\sqrt{2}} \sin \beta (3 \cos^2 \beta - 2 \cos \beta - 1); \\
d_{2-2}(\beta) &= \left(\frac{1 - \cos \beta}{2}\right)^2 (3 \cos \beta + 2); \\
d_{11}(\beta) &= \frac{1 + \cos \beta}{8} (15 \cos^2 \beta - 10 \cos \beta - 1); \\
d_{10}(\beta) &= -\frac{\sqrt{3}}{4} \sin \beta (5 \cos^2 \beta - 1); \\
d_{1-1}(\beta) &= \frac{1 - \cos \beta}{8} (15 \cos^2 \beta + 10 \cos \beta - 1); & d_{00}(\beta) &= \frac{5 \cos^3 \beta - 3 \cos \beta}{2}.
\end{aligned}$$

Для ряда задач и для нахождения  $d$ -функций с  $j$  полуцелым полезны следующие формулы:

$$d_{l+1/2, 1/2}^j(\beta) = (l+1)^{-1} \cos \frac{\beta}{2} (P'_{l+1} - P'_l);$$

$$d_{-l+1/2, 1/2}^j(\beta) = (l+1)^{-1} \sin \frac{\beta}{2} (P'_{l+1} + P'_l);$$

$$d_{l+1/2, 3/2}^j(\beta) = (l+1)^{-1} \sin \frac{\beta}{2} \left\{ \sqrt{\frac{l}{l+2}} P'_{l+1} + \sqrt{\frac{l+2}{l}} P'_l \right\};$$

$$d_{-l+1/2, 3/2}^j(\beta) = (l+1)^{-1} \cos \frac{\beta}{2} \left\{ -\sqrt{\frac{l}{l+2}} P'_{l+1} + \sqrt{\frac{l+2}{l}} P'_l \right\};$$

здесь  $P'_l = \frac{dP_l}{d(\cos \beta)}$ ;  $P_l$  — полиномы Лежандра;  $P_l(\cos \beta)$ ,  $j = l \pm 1/2$ .

## Таблицы коэффициентов $W$ , $Z$ , $Z_\gamma$ и $X^*$

### а. Вводные замечания

Ниже приведены таблицы коэффициентов  $W$ ,  $Z$ ,  $Z_\gamma$  и  $X$  и даны краткие пояснения к ним, касающиеся в основном интервалов изменения аргументов и принятого способа записи численного значения коэффициента. Все необходимые сведения, связанные с определением и свойствами коэффициентов  $W$ ,  $Z$ ,  $Z_\gamma$  и  $X$ , имеются в основном тексте книги.

\* Этот раздел составлен А. И. Лебедевым и В. А. Петрунькиным.

Приводимые здесь числовые таблицы составлены на основании работ [30, 36—38]. Таблицы коэффициентов  $Z_\gamma$  составлены заново. Все таблицы были тщательно сверены, когда имелась такая возможность, с существующими таблицами. В сомнительных случаях коэффициенты вычислялись еще раз.

При подборе таблиц была поставлена задача привести значения коэффициентов для наиболее важных и вместе с тем простейших случаев ядерных реакций, которые бы тем не менее охватывали широкий круг явлений (ядерные реакции со спином канала, не превышающим  $3/2$ , фоторядные реакции и рассеяние фотонов на частицах со спином  $1/2$ , образование мезонов при столкновении частиц с суммарным спином, не превышающим  $3/2$ , фоторождение мезонов на частицах со спином  $1/2$  и др.). К сожалению, нам не удалось обеспечить этими таблицами главным образом из-за их значительного объема весь материал книги. В некоторых случаях (это в основном относится к возникновению поляризации частиц в ядерных реакциях и к реакциям с участием фотонов) при применении общих формул основного текста читателю придется воспользоваться более полными таблицами необходимых коэффициентов\* или вычислить их самому. Для облегчения последней задачи в этом приложении кроме основных таблиц коэффициентов  $W$ ,  $Z$ ,  $Z_\gamma$  и  $X$  приведены некоторые вспомогательные таблицы и формулы. Сюда относятся таблицы коэффициентов векторного сложения ( $l_1 0 l_2 | 0 L 0$ ) и ( $l_1 - l_2 | 1 L 0$ ), которые необходимы для вычисления коэффициентов  $Z$  и  $Z_\gamma$  по формулам (43.17) и (43.20) основного текста, таблица факториалов чисел, таблицы формул для вычисления коэффициентов векторного сложения и коэффициентов  $W$ . Во вспомогательных таблицах протабулирована также величина  $\Delta(abc)$ , которая определяется соотношением

$$\Delta(abc) = \left[ \frac{(a+b-c)!(b+c-a)!(c+a-b)!}{(a+b+c+1)!} \right]^{1/2},$$

причем  $a$ ,  $b$  и  $c$  удовлетворяют условию треугольника, и их сумма есть целое число. Очевидно, что величина  $\Delta(abc)$  симметрична по отношению к любым перестановкам ее аргументов. С ее помощью можно записать явный вид коэффициента

$$W(abcd; ef) = \Delta(abc) \Delta(cde) \Delta(acf) \Delta(bdf) \omega(abcd; ef),$$

$$\begin{aligned}
&\omega(abcd; ef) = \\
&= \sum_z \frac{(-1)^{a+b+c+d+z} (z+1)!}{(z-a-b-e)!(z-c-d-e)!(z-a-c-f)!(z-b-d-f)!} \times \\
&\times \frac{1}{(a+b+c+d-z)!(a+d+e+f-z)!(b+c+e+f-z)!},
\end{aligned}$$

\* Из более полных таблиц коэффициентов  $W$  и  $Z$  прежде всего укажем на обширные таблицы, составленные в лаборатории Ок-Риджа [30]. Таблицы коэффициентов  $W$ ,  $Z$  и  $X$  имеются в отчетах лаборатории Чок-Ривера [37]; эти таблицы приспособлены главным образом для анализа корреляций в ядерных реакциях. Область изменения переменных в них иная, чем в приводимых здесь. Коэффициенты  $W$  и  $X$  для довольно широкой области изменения аргументов можно найти соответственно в работах [36, 38]. Коэффициенты, близкие к  $Z_\gamma$ , протабулированы в обзоре Биденхарна и Роуза [27] и в отчетах лаборатории Чок-Ривера [37].

где  $z$  принимает лишь такие целые значения, которые не приводят к отрицательным аргументам факториалов в знаменателе. Коэффициент векторного сложения  $(a0b0/c0)$  для целых  $a, b, c$  с четной суммой  $a + b + c = 2g$  также выражается через  $\Delta(abc)$ :

$$(a0b0/c0) = (-1)^{g+c} (2c + 1)^{1/2} \Delta(abc) \frac{g!}{(g-a)!(g-b)!(g-c)!}.$$

Для  $a, b, c$ , не удовлетворяющих этому условию, коэффициент  $(a0b0/c0)$  обращается в нуль. В таблицах приведена величина  $[\Delta(abc)]^{-2}$ .

## б. Расположение таблиц и область изменения аргументов

Все коэффициенты приведены в виде 58 табл.

Первые 15 таблиц содержат коэффициенты  $W^2(l_1 J_1 l_2 J_2; sL)$ , у которых  $s$  принимает значения  $1/2, 1$  и  $3/2$ , а  $L$  пробегает целые значения от 0 до 4. В таблицах с  $s = 1/2, 3/2$   $l_1$  и  $l_2$  принимают целые значения от 0 до 5, а  $J_1$  и  $J_2$  изменяются от  $1/2$  до  $9/2$ . В таблицах с  $s = 1$   $l_1$  и  $l_2$  принимают целые значения от 0 до 5, а  $J_1$  и  $J_2$  изменяются от 0 до 4.

Коэффициенты  $Z^2(l_1 J_1 l_2 J_2; sL)$  приведены в табл. 16 — 33. Область изменения переменных такая же, как в случае коэффициентов  $W$ , за исключением того, что  $L$  принимает дополнительное значение  $L = 5$ .

Коэффициенты  $Z_1^2(l_1 J_1 l_2 J_2; sL)$ , которые необходимы для анализа фото-ядерных реакций, вычислены лишь для случая  $s = 1/2$  и приведены в табл. 34—38, в которых  $l_1, l_2$  принимают целые значения от 0 до 3, а  $J_1, J_2$  изменяются от  $1/2$  до  $5/2$ . Величина  $L$  пробегает целые значения от 0 до 4.

Коэффициенты  $W, Z$  и  $Z_1$  представлены в виде отдельных таблиц для каждого значения  $s$  и  $L$ , причем для  $l_1, l_2, J_1$  и  $J_2$  приводятся значения, при которых соответствующие коэффициенты определены. Таблицы расположены в порядке возрастания сначала  $L$  (при данном  $s$ ), а потом  $s$ . Мы не приводим в таблицах коэффициенты  $W, Z$  и  $Z_1$  с  $s = 0$ , так как обращение  $s$  в нуль существенно упрощает общие выражения для этих коэффициентов [см. формулы (43.10), (43.18) и (43.21) основного текста], и читатель без большой затраты труда сможет вычислить их сам.

Значения коэффициентов  $X^2(abc, def, ghk)$  приведены в виде шести табл. В таблицах 39—42  $g = h, c = f = 1/2, k = 1$ , а  $a$  и  $d$  принимают полуцелые значения от  $1/2$  до  $7/2$ ,  $b$  и  $e$  — целые значения от 0 до 4. Таблицы расположены в порядке возрастания  $g$ , которое изменяется от 1 до 4, принимая целые значения. Таблицы 43 и 44 соответственно содержат коэффициенты  $X^2(ab1, ab2, kkl)$  и  $X^2(alc, a3c, kkl)$ , где  $a$  и  $b$  изменяются от 1 до 3, принимая целые и полуцелые значения,  $c$  приобретает целые и полуцелые значения от 1 до  $5/2$ ,  $k$  принимает значения 2 и 4.

Вспомогательные таблицы начинаются с таблиц величины  $[\Delta(abc)]^{-2}$ . В табл. 45  $a, b$  и  $c$  являются целыми числами, причем  $a$  и  $b$  принимают значения от 1 до 8, а  $c$  изменяется от 0 до 6. В табл. 46  $a$  и  $b$  являются полуцелыми и изменяются в пределах от  $1/2$  до  $11/2$ ;  $c$  принимает все возможные значения. Коэффициенты векторного сложения  $(l_1 0 l_2 0 | L 0)^2$  для  $l_1, l_2$ , принимающих значения от 0 до 6, помещены в табл. 47. Табл. 48 содержит коэффициенты  $(l_1 - l_2 1 | L 0)^2$  для  $l_1$  и  $l_2$ , равных 1, 2 и 3. В табл. 49 приведены факториалы чисел от 1 до 24 включительно.

Иногда для получения значений коэффициентов  $X, (l_1 0 l_2 0 | L 0), (l_1 - l_2 1 | L 0)$  и величины  $\Delta(abc)$ , которых нет в приводимых здесь таблицах, достаточно воспользоваться свойствами симметрии этих коэффициентов.

Таблицы 50—53 и 54—57 соответственно содержат формулы для вычисления коэффициентов векторного сложения  $(j_1 m_1 j_2 m_2 | j m)$  и коэффициентов  $W(l_1 J_1 l_2 J_2; sL)$  для  $j_2$  и  $s$ , принимающих значения  $1/2, 1, 3/2$  и 2.

Таблица 58 содержит численные значения коэффициентов векторного сложения  $(j_1 m_1 j_2 m_2 | j m)$  для  $j_1$  от  $1/2$  до 2 и  $j_2$  от  $1/2$  до 1 включительно.

## в. Способ записи численных значений коэффициентов

Обращаем особое внимание читателя на то обстоятельство, что во всех численных таблицах, за исключением таблицы факториалов чисел, приводятся квадраты значений коэффициентов. Если сам коэффициент величина отрицательная, то перед его квадратом стоит значок \*.

Вычисленные значения квадратов коэффициентов — рациональные дроби, которые за редким исключением для рассмотренных пределов изменения аргументов содержат только простые множители не больше чем 19. Обычно в приложениях необходимо умножить несколько таких рациональных дробей, чтобы найти численный коэффициент при полиноме Лежандра  $P_L^M(\cos \theta)$  или при нормированной присоединенной функции Лежандра  $P'_L(\cos \theta)$ . Эта операция упрощается, если вместо самой дроби писать лишь показатели степеней тех простых чисел, на которые раскладывается числитель и знаменатель последней. Показатели степеней простых чисел записываются в следующем порядке: на первом месте пишется степень двойки, на втором — степень тройки, на третьем — степень пятерки и т. д. Если следующее по порядку простое число отсутствует в разложении, то вместо него пишется нуль. Отрицательные степени простых чисел отмечаются подчеркиванием снизу. Для более быстрой ориентации показатели степени простых чисел первого десятка отделяются запятой от остальных показателей. Если в разложении встречается простое число больше 19, то оно записывается справа в скобках в явной форме в соответствующей степени. Если показатель превышает десять, то пишется только величина превышения вместе с черточкой над ней. Для единицы принято обозначение в виде  $e$ . Такую запись будем называть представителем числа. Например, представителем числа 30 будет 111, так как  $30 = 2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^1 \rightarrow 111$ . Приведем еще ряд примеров:

$$198 = 2^1 \cdot 3^3 \cdot 5^0 \cdot 7^0 \cdot 11^1 \rightarrow 1300,1$$

$$65/7056 = 2^{-4} \cdot 3^{-2} \cdot 5^1 \cdot 7^{-2} \cdot 11^0 \cdot 13^1 \rightarrow 42 \ 12, 01$$

$$1 \rightarrow e$$

$$6144 = 2^{11} \cdot 3^4 \rightarrow \bar{1}\bar{1}$$

$$50410/17787 = 2^1 \cdot 3^{-1} \cdot 5^1 \cdot 7^{-2} \cdot 11^{-2} \cdot (71)^2 \rightarrow 11 \ 12, 2 \cdot (71)^2.$$

Умножение чисел выполняется посредством сложения их представителей:

$$\begin{array}{r} 2211 \\ 0001 \\ \hline 1260 \cdot 1/7 \cdot 1/210 \rightarrow 2211 + 0001 + 1111 = + \frac{\bar{1}\bar{1}\bar{1}\bar{1}}{110\bar{1}} \rightarrow 6/7 \\ \hline 100\bar{1} \\ 2/7 \cdot 252 \cdot 1/18 \rightarrow 1001 + 220\bar{1} + \bar{1}\bar{2} = + \frac{2201}{\bar{1}\bar{2}} \\ \hline 2 \rightarrow 4 \end{array}$$



Незаполненные ячейки и пропуски в таблицах означают, что соответствующие коэффициенты или не существуют, т. е. нарушены какие-либо условия определения коэффициента, или равны нулю.

### г. Краткое правило для получения из таблиц численного значения коэффициента

Чтобы получить численное значение самого коэффициента, необходимо число из таблицы перевести в обычное представление согласно правилу  $\overline{abcd}$ ,  $e... = 2^a \cdot 3^{-b} \cdot 5^{10+c} \cdot 7^d \cdot 11^e \dots$  и из полученного числа извлечь корень квадратный; если перед числом в таблице стоит значок \*, то для корня берется отрицательное значение.

Таблица 1

$$W^2 \left( l_1 J_1 l_2 J_2; \frac{1}{2} - 0 \right)$$

$J_2$	$J_1$ $l_1$	$1/2$		$3/2$		$5/2$		$7/2$		$9/2$	
		0	1	1	2	2	3	3	4	4	5
$1/2$	0	1									
	1		*11								
$3/2$	1			21							
	2				*201						
$5/2$	2					111					
	3						*1101				
$7/2$	3							3001			
	4								*32		
$9/2$	4									121	
	5										*1010, 1

$$W^2 \left( l_1 J_1, l_2 J_2; \frac{1}{2}, 1 \right)$$

$J_2$	$J_1$ $l_1$		$1/2$		$3/2$		$5/2$		$7/2$		$9/2$		
	$l_2$		0	1	1	2	1	2	2	3	3	4	5
1/2	0	11		11									
	1	02		*22		*21							
3/2	1	11		*22		*321		311		201			
	2			*21		311		322		*212		*111	
5/2	2					201		*212		*0221		1211	
	3							*111		1211		1212	*3001
7/2	3									1101		*3102	*3001
	4											*5302	5201
9/2	4											5201	5411
	5											32	*341
												*1420,1	1220,1
												*121	1220,1
													0320,2

$$W^2 \left( l_1 J_1, l_2 J_2; \frac{1}{2}, 2 \right)$$

$J_2$	$J_1$ $l_1$		$1/2$		$3/2$		$5/2$		$7/2$		$9/2$		
	$l_2$		0	1	1	2	1	2	2	3	3	4	5
1/2	0												
	1					101		101		101			
3/2	1				21	201		*021		*12			
	2												
5/2	2				31	*301		*2211		1201		2001	
	3				*301	*3021		202		0011		*3011	*301
7/2	2				*2211	202		112		*1111		*2111	231
	3				1201	*0011		*1111		*0002		3002	3321
9/2	3				2001	*3011		*2111		3002		5022	5101
	4				*301	*301		231		3321		*5101	*5300,1
	4							13		*0311		*3111,1	0321
	5									*1011		2011,1	*1120,1
												2111,1	*1020,21

$$W^2\left(l_1 J_1, l_2 J_2; \frac{1}{2} \quad 3\right)$$

$J_2$	$J_1$ $l_1$		$l_2$		3/2		5/2		7/2		9/2	
	0	1	1	2	2	3	3	4	4	5		
1/2	0						1001					
	1					12	1201				*31	
3/2	1			201	021	201	*2211	*2211	4101	42	22	
	2			102		102	*102	*102	4001	41	*212	*102
5/2	2			*102	021	*102	*102	0111	3001	*33	*0320,1	1020,1
	3	1001	1201	*2111	*2211	*2111	0111	1112	*2002	*2301,1	1301	0001,1
7/2	3	1001	*3001	4101	4101	4001	*3001	*2002	*4002,1	4101	2101	*3001,1
	4		*31	42	41	41	*33	*2301,1	4101	431	*231	*3110,11
9/2	4			22		*212	*0320,1	1301	2101	*231	*1320,01	0120,1
	5			*102		*102	1020,1	0001,1	*3001,1	*3110,11	0120,1	1022,2

$$W^2\left(l_1 J_1, l_2 J_2; \frac{1}{2} \quad 4\right)$$

$J_2$	$J_1$ $l_1$		$l_2$		3/2		5/2		7/2		9/2	
	0	1	1	2	2	3	3	4	4	5		
1/2	0											
	1											
3/2	1							2001	4111	*4301	*2310,1	0110,1
	2						111	2101	*4211	*4210,1	2221	1220,1
5/2	2			111		111	*0201	*0201	*3111,1	311	012	*1121,1
	3			2001	2101	2101	*1202,1	2112	2101	2101	*1111	*0111,11
7/2	3	31	4111	*4211	*4211	*4211	*3111,1	2112	4202	*4211	*2211,01	3211,1
	4	12	331	*4301	*4210,1	311	2101	2101	*4211	*4400,01	24	3201,1
9/2	4	12	*131	*2310,1	2221	012	*1111	*2511,01	24	1411	*0210,1	1210,2
	5		*111	0110,1	1220,1	*1121,1	*0111,11	3211,1	3211,1	*0210,1	1210,2	

$W^2(I_1 J_1 I_2 J_2; 10)$ 

$J_2$	$J_1$		0		1		2		3		4	
	$I_2$	$I_1$	1		2		3		4		5	
			0	1	0	1	2	3	4	5		
0	1	01										
1	0		01									
	1	1		*02								
2	2				011							
	3	1				*002	0011					
3	2									0011		
	3										*0002	0201
	4											
4	3											0201
	4											*04
	5											0200, 1

 $W^2(I_1 J_1 I_2 J_2; 11)$ 

$J_2$	$J_1$		0		1		2		3		4	
	$I_2$	$I_1$	1		2		3		4		5	
			0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
0	1		02	02	02							
1	0	02		02								
	1	02	02	*22	*22	*201						
	2	02		*22	*201	202	202	002				
2	1		02	*22	*201	202	202	002				
	2			*201	202	22	*022	*3211	002			
	3			002						0002		
3	2				002							
	3				*3211	0202	0202	*4002	*4111	0002		
	4				0002					*4002	*4111	44
	4									*4002	*4111	44
4	3											
	4											
	5											

$W^2(L_1, J_1, L_2, J_2; 12)$ 

$J_2 \backslash J_1, L_2$		0		1		2		3		4			
		$J_1, L_2$	1	0	1	2	1	2	3	2	3	4	5
0	1					011	011	011					
1	0			22	011	201	011	011	011	011			
	1			201	201	201	201	201	*201	*021	*1201		
	2			011	011	011	011	*2121	*112	0121	0111	0011	
2	1	011		201	*202	2121	*2121	0121	*112	0111	0111	0011	
	2	011		221	*2121	*2121	*202	1021	1021	1011	*1111	*1111	*13
	3	011		021	*112	0121	1021	3122	*0022	*1112	*1112	1212	1301
	0201												
3	2			021	*021	0121	*112	1021	*0022	3122	*1112	1212	1301
	3			*1201	0111	0111	0111	1011	*1112	*1112	*4202	4222	4311, 01
	4			0011			*1111	*1112	1212	4222	4322, 1	*4202	*4211, 1
	5												
4	3			0011	*1111	1212	*1112	*1112	*1112	4222	*4202	4322, 1	*4211, 1
	4				*13	1301	1301	4311, 01	*4211, 1	*4211, 1	4420, 002	1221, 1	1311, 1
	5					0201	*1211	*121	*121	1311, 1	1221, 1	3321, 21	

Таблица 9

 $W_2(L_1, J_1, L_2, J_2; 15)$ 

$J_2 \backslash J_1, L_2$		0		1		2		3		4			
		$J_1, L_2$	1	0	1	2	1	2	3	2	3	4	5
0	1												
1	0												
	1					021	1201	0101	0101	0101	0101	0101	
	2					002	112	112	002	112	112	002	
2	1			021	1201	0101	*0111	1021	*0121	*0112	2022	1002	
	2			021	112	112	*0121	*0121	*0121	*0121	*0121	*0121	
	3			0101	0101	0101	*0111	*0121	*0121	*0121	2022	1002	
3	2	0101		1201	*0111	1021	*0121	2022	*0112	1002	*1202	1202, 1	0211, 1
	3	0101		3201	*3001	*3001	*3011	1002	1002	2002	*2202, 1	*2311	1211, 1
	4	0101		*3001	*3001	3201	3211	1202, 1	*1202	*2202, 1	*2312, 1	2202	1201, 11
4	3			*3001	3201	*3001	3211	*1202	1202, 1	*2202, 1	2202	*2312, 1	2201
	4			*331	311	311	3322	*1311, 1	1311, 1	2201	2422	*1220, 11	*1220, 11
	5			021	*022	*2211	0211, 1	1211, 1	1201, 11	*1301, 1	*1220, 11	*0322, 21	



$$W^2(l_1 J_1 l_2 J_2;$$

$J_2$	$J_1$ $l_1$ $l_2$	1/2		3/2				5/2	
		1	2	0	1	2	3	1	2
		1/2	1	22	21	21	321	31	
	2	21	201		*311	*301	*201		
3/2	0	21			21			21	
	1	321	*311	21	121	*112		*301 *3021	
	2	31	*301		*112	*102	202	312 3121	
	3		*201			202	0011	*2121	
5/2	1			21	*301	312		*2211 202	
	2				*3021	3121	*2121	202 2221, 2	
	3					112	*1111	*6222	
	4						*1101		
7/2	2							111 *1111	
	3							*0002	
	4								
	5								
9/2	3								
	4								
	5								

$$\frac{3}{2} - 1)$$

$J_2$	$J_1$ $l_1$ $l_2$	5/2		7/2				9/2		
		3	4	2	3	4	5	3	4	5
		112								
*1111	*1101									
*6222				111						
				*1111	*0002					
	*3212, 002	3002	3112	5012	5022					
3002	3321		*5202	*5101	*32					
3112			*2111	3002				3001		
	5012	*5202	3002	1102	*1312		*5101	*5300, 1		
	5022	*5101		*1312	*5411	331	5311	5421, 1	0321	
			*32		331	2111, 1		*3320, 1	*1120, 1	
3001				*5101	5311		*3111, 1	331		
				*5300, 1	5421, 1	*3320, 1	331	3420, 1 (41) <sup>2</sup>	*6320, 2	
					0321	*1120, 1		*6320, 2	*2120, 202	

$$W^2 \left( l_1 J_1 l_2 J_2; \frac{3}{2}, \frac{3}{2} \right)$$

$J_1$ $l_1$		1/2		3/2					5/2	
		1	2	0	1	2	3	1	2	
1/2	1			201	311	301	201	201	2211	
	2				322	3021	102	102	*212	*202
3/2	0		201			201			201	
	1	311	322	201	112	102	*202	*202	3021	322
	2	301	3021	201	102	*102	*0121	*102	*3121	*3001
	3	201	102		*202	*102		2121	2121	1222
5/2	1	201	*212		3021	*3121	2121	1221	1221	*102
	2	2211	*202	201	322	*3001	1222	*102	*1102	
	3	021	*102		*5221	*0021	1322	1021	2122,02	
	4		*1111			0111	1112		*2012	
7/2	2			201	*102	1021	*3022	*102	1322	
	3				*2111	3111	*2012	0111	1012	
	4					3001	*2002		*3302	
	5						*3001			
	3							1101	*2002	*2301,1

Продолжение

$J_1$ $l_1$		5/2		7/2					9/2		
		3	4	2	3	4	5	3	4	5	
1/2	1	021									
	2	*102	*111								
3/2	0			201							
	1	*5221		*102	*2111						
	2	*0021	0111	1021	3111	3002					
	3	1322	1112	*3022	*2012	*2002	*3001				
5/2	1	1021		*102	0111						
	2	2122,02	*2012	1322	1012	*3302					
	3	4022,2	*4012	*4322	*5112,02	*5302,0002	4101				2101
	4	*4012	*4322,1	4212	5322	5212,1	431				*231
7/2	2	*4322	4212	2102	*4012	4102	*4002,1	4101			
	3	*5112,02	5322	*4012	*3222	3212	*4211	5212,1	5211		*3211,1
	4	*5302,0002	5212,1	4102	3212	3322,12	*402	*5022,1	*5321,1 (71) <sup>2</sup>		*1020,1
	5	4101	431		*4211	*402	*2221,11	4221,1	4021,2		1221,21
	3	4102	*4312	*4002,1	5212,1	*5022,1	4221,1	4201,1	*402		2220,1
9/2	4	4301,2	*4211	4101	5211	*5321,1 (71) <sup>2</sup>	4021,2	*402	*4303,2		2000,2
	5	2101	*231		*3211,1	*1020,1	1221,21	2220,1	2000,2		1200,21



$$W^2 \left( l_1 J_1 l_2 J_2; \frac{3}{2} - 3 \right)$$

$J_2$	$J_1$ $l_1$ $l_2$	1/2		3/2			5/2		
		1	2	0	1	2	3	1	2
1/2	1 2							111	1201 0011
3/2	0 1 2 3			2001	202 0011 102 0121	0011 0121	1112	*1111	2001 0011 0121 1112
5/2	1 2 3 4	111 0011 2111 2101			5221 4211 *4001	112 0021 *4121 *4111	*1111 *1322 *3312 *3102,1	0121 *1022 *3122,002 3112	
7/2	2 3 4 5	*3011 *4001 *4211 *301	2001	2001	2111 *0201	*3111 *2101 *2111 311	2012 3112 3102,1 2101	2011 *4111 4101	*3312 *4102 4312 (31) <sup>2</sup> *3111
9/2	3 4 5		2001	2001	*4211 *4210,1	4101 4120,1 012	*3112 *3111 *1111	*3111,1 311 *1111	*3102,1 *3321,02 *5121,1

Продолжение

$J_2$	$J_1$ $l_1$ $l_2$	5/2		7/2			9/2			
		3	4	2	3	4	5	3	4	5
1/2	1 2	2211 2111	2001 2101	2001 *3011	4101 *4001	4111 *4211	*801			
3/2	0 1 2 3	2001 4211 *4121 *3312	*4001 *4111 *3102,1	2111 *3111 2012	2001 *2101 3112	*0201 *2111 3102,1	2001 *2101 3112	*4210,1 4101 *3112		012 *1111
5/2	1 2 3 4	*3111 *3122,002 *3112 3102,1	3301 3112 3102,1 3422,1	2011 *3312 3212 *3202	*4111 *4102 2112 *2302,1	4101 4312 (31) <sup>2</sup> 2302,1 *2202,1	*3111,1 3102,1 *3112,1 3302	311 3321,02 *3311,1 (23) <sup>2</sup> 3211,1	*5121,1 *3112,1 3311,1	
7/2	2 3 4 5	3212 2112 2302,1 *3101	*3202 *2302,1 *2202,1 *3301,01	*4112,1 *3102,1 *3112,0 4111,1	3102,1 4202,1 *4012 3211,1	*3112,1 *4012 *4312,002 3011,11	4111,1 3211,1 3011,11 4212,21	*3101 *2001,1 2012 *3020,21	3101,1 4201,1 4221,11 *3222,21	
9/2	3 4 5	*3112,1 *3311,1 (23) <sup>2</sup> *3112,1	3302 3211,1 3311,11	3102,1 *3101 3101,1	*2202,1 *2001,1 4201,1	2012 2321,1(31) <sup>2</sup> 4221,11	*3211,1 *3020,21 *3222,21	3011,11 3320,23 *3420,2	*3211,11 *3420,2 *1222,2	

$$W^2 \left( l_1 j_1 l_2 j_2; \frac{3}{4} \right)$$

$J_2 \backslash J_1$ $l_2 \backslash l_1$		1/2		3/2			5/2		
		1	2	0	1	2	3	1	2
1/2	1								
	2								
	0								
	1								
3/2	1								
	2								
	0								
	1								
5/2	1						1101		
	2				0111		1112		5212
	3			4001	4111		3102,1	3001	3212
	4			22	41	4201,1	3202,1	*33	*3102,1
7/2	2		301				*2002		3102,1
	3	42	41	0201			*3102,1	4201,1	*4012,1
	4	4301	4210,1	232	*2221,1		*3222,1	*4120,1	*4122,0002
	5	22	311	*2221	311		*2121,01	2221,1	3220,1
	3	22	*212	4210,1			3111	3211,1	*3222,1
9/2	4	2310,1	*2221	*432	*4223,1		3220,1	*3121	*3121,1
	5	121	*012	*5220,1	*0120,1		1120,11	0221,1	1020,1

Продолжение

$J_2 \backslash J_1$ $l_2 \backslash l_1$		5/2			7/2			9/2					
		3	4	2	3	4	5	3	4	5			
1/2	1												
	2			301									
	0												
3/2	1	4001	22										
	2	4111	4201,1	3001									
	3	3102,1	3202,1	*2002									
	1	3001	*33										
5/2	2	3212	*3102,1	3102,1									
	3	*3202,1	*3102,1	*3102,1									
	4	*3102,1	*3402,11	3212									
	0				22								
7/2	2	*3102,1	3212	4012,1	*3102,1	3212							
	3	*2002	2322	*3102,1	4202	4302,2							
	4	2122	2202,01	3212	4302,2	4402,01							
	5	3221,11	3300,11	*4110,1	3201,11	*3300,11							
	3	3212	*3312	*3122,11	3202,01	*2302,01							
9/2	4	3121,101	*3201,11	3221,11	2311,11	*2431,1							
	5	3021,11	*3300,11	*3120,11	*4211,101	*4310,1							
	3	3212	*3312	*3122,11	3202,01	*2302,01							

Таблица 16

$$Z^2(l_1 J_1 l_2 J_2; \frac{1}{2} 0)$$

$J_2 \backslash J_1$	$l_2 \backslash l_1$	1/2		3/2		5/2		7/2		9/2	
		0	1	1	2	2	3	3	4	4	5
1/2	0 1	1	1								
3/2	1 2			*2		*2					
5/2	2 3					11		11			
7/2	3 4							*3		*3	
9/2	4 5									101	101

Таблица 17

$$Z^2(l_1 J_1 l_2 J_2; \frac{1}{2} 1)$$

$J_2 \backslash J_1$	$l_2 \backslash l_1$	1/2		3/2		5/2		7/2		9/2	
		0	1	1	2	2	3	3	4	4	5
1/2	0 1	*1	1	2							
3/2	1 2	*2	*2	201	*201	*221		*221			
5/2	2 3			221	221	*1211	1211	3201		3201	
7/2	3 4					*3201	*3201	3101	*3101	*311	*311
9/2	4 5							311			1110,1
								311	*1110,1		

Таблица 18

$$Z^2(l_1 J_1 l_2 J_2; \frac{1}{2} 2)$$

$J_2 \backslash J_1$	$l_2 \backslash l_1$	1/2		3/2		5/2		7/2		9/2	
		0	1	1	2	2	3	3	4	4	5
1/2	0 1				2	11					
3/2	1 2		*2		*2	*2101		*3201		*3201	
5/2	2 3			2101	*2101	4101		*3001		3001	2021
7/2	3 4		*3201	*3201	*3201	3001		*3121		*3121	*3121,1
9/2	4 5			2021	*3121,1	2021		3121,1		4120,1	4120,1

$$Z^2(l_1 J_1 l_2 J_2; \frac{1}{2} 3)$$

$J_2$	$J_1$ $l_1$		$1/2$		$3/2$		$5/2$		$7/2$			$9/2$	
	$l_2$		0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	
1/2	0												
	1						*11		11	3			
3/2	1					*221	*311		*311		*31		*311
	2												
	3		*11	11	311	311	*401	401	401	3	3	*2010, 1	2010, 1
7/2	3		*3			*31	*3						
	4			*3	31			*3	3100, 1				*3110, 1
9/2	4				311			*2010, 1	3110, 1				4110, 11
	5				311	311	*2010, 1	3110, 1	3110, 1				*4110, 11

$$Z^2(l_1 J_1 l_2 J_2; \frac{1}{2} 4)$$

$J_2$	$J_1$ $l_1$		$1/2$		$3/2$		$5/2$		$7/2$			$9/2$	
	$l_2$		0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	
1/2	0												
	1												
3/2	1												
	2						3201						
5/2	2												
	3				*3201								
7/2	3												
	4		3	*3	*3011			*3211, 1	*3401, 1				*3411, 11
9/2	4		101					3010, 1	4211, 1				
	5			101	*3010, 1			4211, 1	*3411, 11				2410, 11

$$Z^2 \left( l_1, J_1, l_2, J_2; \frac{1}{2}, 5 \right)$$

$J_2$	$J_1$		1/2		3/2		5/2		7/2		9/2	
	$l_2$	$l_1$	0	1	1	2	2	3	3	4	4	5
1/2	0	1									*101	101
3/2	1	2							311	*311	*211	*211
5/2	2	3					2021		3011	3011	*4010,01	4010,01
7/2	3	4							311	*311	*3121,01	*3110,01
9/2	4	5	*101	101	211	211	*4010,01	4010,01	3110,01	3110,01	*2110,01	2110,01

$$Z^2 (l_1, J_1, l_1, J_2; 10)$$

$J_2$	$J_1$		1		2		3		4	
	$l_2$	$l_1$	0	1	1	2	2	3	3	4
0	1	*e								
1	0	1	01	01						
2	1	2			*001	*001				
3	2	3					0001	0001		
4	3	4							*02	*02

$Z^2 (I_1 J_1 I_3 J_3; 11)$ 

$J_2$	$I_2$	$J_1$		$I_1$		$J_3$		$I_3$		$J_3$		$I_3$	
		0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
0	1			*e	*1								
1	0	e	01	*01	11	001	12						
1	1					101	031						
2	1			*001	*101	11	*11	*1111	*3				
2	2				*12		e	*0011	*2111				
2	3				*031		e						
3	2					1111	3	0011	e	0401	221	0111	
3	3							*e	21	2101			
3	4							*21	*21				
4	3							*0401	*2101	*21	*011		
4	4							*221	*0111	21	011		
4	5												

 $Z^2 (I_1 J_1 I_2 J_2; 12)$ 

$J_2$	$I_2$	$J_1$		$I_1$		$J_2$		$I_2$		$J_2$		$I_2$	
		0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
0	1												
1	0					01	*12	001	01	0001	11	1301	
1	1			*11									
1	2					01	11	*101	*101	1001			
2	1					*1001		*0101	*0101	2011	*01	*0121	*1131
2	2			*1		*101		*1021	*5001	1			
2	3			*01		*0101							
3	2					1011	11	2011	1	4101	2101	0001	0111
3	3							*01	*0111	0001	*212	*211	011
3	4					1301				0001	2141	*2211	
4	3							*0401					
4	4							*0011,1		*2021,1	*2211	*2201,102	*0011,1
4	5							*011,1		*0011,1		*2021,102	*4001,1



$Z^2(l_1 J_1, l_2 J_2; 15)$ 

$J_2 \backslash J_1$		0		1		2		3		4			
		$l_1$	$l_2$	0	1	2	1	2	3	2	3	4	5
0	1												
1	0												02
	1											*11	1
	2										101		
2	1												
	2										*0111	*02	*211
	3										*1011	11	
3	2												
	3										1131	012	4101,01
	4										*012	202	2100,01
4	3												
	4										0111	*202	0201,01
	5										*012	012	
4	3												
	4										*101	*2100,01	*2410,01
	5										*02	*4101,01	*0400,01

 $Z^2(l_1 J_1, l_2 J_2; \frac{3}{2}, 0)$ 

$J_2 \backslash J_1$		1/2		3/2			5/2			7/2			9/2				
		$l_1$	$l_2$	0	1	2	3	2	3	4	3	4	5	2	3	4	5
1/2	1																
1/2	2	*1															
3/2	0																
	1																
	2			2													
5/2	1																
	2																
	3																
	4																
7/2	2																
	3																
	4																
	4																
	5																
9/2	3																
	4																
	5																*101



$Z^2(l_1 J_1 l_2 J_2;$ 

$J_2$	$l_2$	$J_1$ $l_1$	1/2			3/2			5/2	
			1	2	0	1	2	3	1	2
1/2	1			*1	*1					
	2		1			*101		*121		
3/2	0		1				2		11	
	1			101	*2		602			1221
	2		1			*602		222	112	
	3			121			*222			1221
5/2	1				*11		*112			*132
	2					*1221		*1221	132	
	3						*422			8222
	4							*4101		
7/2	2								411	
	3									4302
	4									
	5									
9/2	3									
	4									
	5									

 $\frac{3}{2} 1)$ 

	3	4	7/2				9/2			
			2	3	4	5	3	4	5	
	422	4101								
			*411							
	*8222			*4302						
	1302	*1302	*1212		*1222			*101		
	1212			3202				1211		
	1222	1002	*3202		7212				1210,1	
		101		*7212			32	1201		4201
					*32				1200,1	
			*1211		*1201				*121	
				*1210,1		*1200,1		121		*8210,2
					*4201				8210,2	

$Z^2(l_1 J_1 l_2 J_2;$ 

$J_2$	$l_2$	$J_1$ $l_1$	1/2		3/2				5/2			
			1	2	0	1	2	3	1	2	3	4
1/2	1					*101		*121	*121		*211	
	2			1		1				*1101		*2201
3/2	0			1			2		11			
	1	*101				*602		222	*1221		8121	
	2		1	2						*1122		4202
	3	*121				222		602	*1221		*4321	
5/2	1	*121				*1221		*1221	*2121		*1421	
	2		*1101	11		*1122				*2123		*1403
	3	*211				8121		*4321	*1421		*0121, 2	
	4		*2201			4202				*1403		*0143
7/2	2			3			5002			4403		1103
	3					3311		5111	*4211		1111, 02	
	4						3212			*8013		1133
	5							3121			*1121	
9/2	3								*1211		*0111	
	4									*1022, 1		*0122, 1
	5										*1131	

 $\frac{3}{2} 2)$ 

	7/2				9/2		
	2	3	4	5	3	4	5
3							
5002	3311		3212				
	5111			3121			
4403	*4211				*1211		
		*8013				*1022, 1	
1103	1111, 02			*1121	*0111		*1131
		1133				*0122, 1	
5123		3113				1122	
	5321			3311	*1321, 1		8321, 1
3113		5103, 02				*1112, 2(71) <sup>2</sup>	
	3311			5301	*1311, 1		*4311, 1
	*1321, 1			*1311, 1	*0320, 1		*1320, 1
1122		*1112, 2(71) <sup>2</sup>				*0142, 3	
	8321, 1			*4311, 1	*1320, 1		*2340, 1

$Z^2(l_1 J_1 l_2 J_2;$ 

$J_2$	$l_2$	$J_1$ $l_1$	1/2		3/2				5/2		
			1	2	0	1	2	3	1	2	3
1/2	1									*1101	
	2							121			211
3/2	0										11
	1					*222				*8121	
	2				222		602	422			*112
	3			*2		*602				4321	
5/2	1			*121			*422			*2521	
	2	1001				8121		*4321	2521		*1021,002
	3		*211	*11		112				1021,002	
	4	2201			*1201		*1201	1001			0301
7/2	2	2201				3311		5111	2311		3211
	3		21	*3		52				2101	
	4	2011			*7101		3101	2101			3001
	5		211			*321				2111	
9/2	3			*101		*121				*1111,1	
	4				*1100,1		*1100,1	11			*0000,2(23) <sup>2</sup>
	5					*421				8111,1	

 $\frac{3}{2} 3)$ 

	7/2					9/2		
	4	2	3	4	5	3	4	5
*2201	*2201		*21	*2011	*211			
1201	*3311	3	7101		101		1100,1	
1201	*5111	*52	*3101		321	121	1100,1	421
*1001	*2311		*2101				*11	
*0301	*3211	*2101	*3001	*2111	1111,1		0000,2(23) <sup>2</sup>	*8111,1
		*3001		*3011	0011,1			1031,1
3001	*5201,1	5201,1	3211,1	3211,1	3211,1	3211,1	3210,2	2231,1
3011	3211,1*	*3211,1	*5201,1				3200,2	2401,1
*0011,1	*3211,1		*3201,1				*0210,21	
*1031,1	*2231,1	*3210,2	*2401,1		*3200,2	0210,21		*1610,21
							1610,21	

$Z^2(l_1 J_1 l_2 J_2;$ 

$J_2$	$J_1$ $l_1$ $l_2$	1/2		3/2				5/2	
		1	2	0	1	2	3	1	2
		1/2	1						
	2								
3/2	0								
	1								
	2							4202	
	3						*4101		
5/2	1						*4101		
	2					4202		8203	
	3				*1201		*1201	*1301	
	4			11		1122			*1323
7/2	2		2201			3212			2213,1
	3	*21			*7101		3101	*2001,1	
	4		2011		3	*5002			*2203,1002
	5	*211			3111		5111	*2011,1	
9/2	3	*211			*1100,1		*1100,1	*1001,1	
	4		*2010,1	101		*1012,2			*1212,2
	5	*111			8100,1		*4100,1	*2001,1	

 $\frac{3}{2} 4)$ 

		7/2					9/2		
3	4	2	3	4	5	3	4	5	
			*21		*211	*211		*111	
		2201		2011			*2010,1		
	11			3			101		
*1201			*7101		3111	*1100,1		8100,1	
*1201	1122	3212		*5002			*1012,2		
			3101		5111	*1100,1		*4100,1	
*1301			*2001,1		*2011,1	*1001,1		*2001,1	
	*1323	2213,1		*2203,1002			*1212,2		
0201			3301,1		*3511,1	*0501,1		*1301,1	
	*0303	3133,1		3703,1			*0712,2		
	3133,1	3203,1		5413,1			3412,21		
3301,1			*3001,1		5011,1	*3011,11		2011,112	
	3703,1	5413,1		3403,1			*3442,21		
*3511,1			5011,1		3001,1	*3021,11		*2021,11	
*0501,1			*3011,11		*3021,11	*0010,11		*1030,11	
	*0712,2	3412,21		*3442,21			*0412,31		
*1301,1			2011,112		*2021,11	*1030,11		*6010,11	

$Z^3(l_1 J_1 l_2 J_2;$ 

$J_2$	$l_1$	$1/2$		$3/2$			$5/2$				
		$l_2$	1	2	0	1	2	3	1	2	3
1/2	1										
	2										
3/2	0										
	1										
	2										
	3										
5/2	1										
	2									1032	
	3								*1032		
	4							101			0312
7/2	2						3121				1222
	3								*321		*8112
	4				3111		5111	411			*1012,002
	5			*3		*52				41	
9/2	3			*211						*421	*1111,01
	4	2010,1			8100,1		*4100,1	1100,11			*0000,1102
	5		*111	*101		121					2111,01

 $\frac{3}{2}-5)$ 

	$7/2$				$9/2$			
	4	2	3	4	5	3	4	5
						211	*2010,1	111
					3			101
			321	*3111	52	421	*8100,1	*121
	*3121			*5111			4100,1	
*101				*411			*1100,11	
			8112		*41	1111,01		*2111,01
*0312	*1222			1012,002			0000,1102	
			*1032		*1	0031,01		1011,01
			3222,01		5210,01	1211,01		4211,01
1032	*3222,01			5212,01			*1210,11	
			*5212,01		3200,01	1221,01		
1	*5210,01			*3200,01			1220,11	
*0031,01	*1211,01			*1221,01			*0230,11	
			1210,11		*1220,11	0230,11		*1410,11
*1011,01	*4211,01						1410,11	

Таблица 34

$$Z_1^2 \left( l_1 J_1 l_2 J_2; \frac{1}{2} 0 \right)$$

$J_2 \backslash l_2$		$J_1 \backslash l_1$		1/2		3/2		5/2	
		0	1	0	1	1	2	2	3
1/2	0								
	1		*1						
3/2	1				2				
	2					2			
5/2	2							*11	
	3								*11

Таблица 35

$$Z_1^2 \left( l_1 J_1 l_2 J_2; \frac{1}{2} 1 \right)$$

$J_2 \backslash l_2$		$J_1 \backslash l_1$		1/2		3/2		5/2	
		0	1	0	1	1	2	2	3
1/2	0								
	1		*1		<i>e</i>		*01		
3/2	1		<i>e</i>		001	011	031		
	2		*01		011	021	*001	501	
5/2	2				031	*001	*1011	*4011	
	3					501	*4011	*1011	

Таблица 36

$$Z_1^2 \left( l_1 J_1 l_2 J_2; \frac{1}{2} 2 \right)$$

$J_2 \backslash l_2$		$J_1 \backslash l_1$		1/2		3/2		5/2	
		0	1	0	1	1	2	2	3
1/2	0								
	1					<i>e</i>	*01	1	*2
3/2	1		<i>e</i>		<i>e</i>	01	0001	3001	
	2		*01		01	* <i>e</i>	0101	3101	
5/2	2		1		0001	0101	2101	*1101	
	3		*2		3001	3101	*1101	0301	

Таблица 37

$$Z_1^2 \left( l_1 J_1 l_2 J_2; \frac{1}{2} 3 \right)$$

$J_2 \backslash l_2$		$J_1 \backslash l_1$		1/2		3/2		5/2	
		0	1	0	1	1	2	2	3
1/2	0								
	1							1	*2
3/2	1						211	301	001
	2					211	*401	311	*011
5/2	2		1		301	311	221	101	
	3		*2		001	*011	101	001	

Таблица 38

$$Z_7^2 \left( l_1 J_1 l_2 J_2; \frac{1}{2} 4 \right)$$

$J_2$	$l_2$	$J_1$ $l_1$	1/2		3/2		5/2	
			0	1	1	2	2	3
1/2	0	1						
3/2	1	2					5001	0301 *0021
5/2	2	3			0301	5001 *0021	4001 1021	1021 *0001

Таблица 39

$$X^2 \begin{pmatrix} a & b & \frac{1}{2} \\ d & e & \frac{1}{2} \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$a$	$b$	$d$	$e$	$X^2$	$a$	$b$	$d$	$e$	$X^2$
1/2	1	1/2	0	13	3/2	1	5/2	2	*421
3/2	1	1/2	0	33	3/2	2	5/2	2	43
1/2	0	1/2	1	13	5/2	3	5/2	2	1211
3/2	1	1/2	1	42	7/2	3	5/2	2	3301
3/2	2	1/2	1	*43	3/2	2	5/2	3	331
1/2	0	3/2	1	*33	5/2	2	5/2	3	1211
1/2	1	3/2	1	42	7/2	3	5/2	3	53
3/2	2	3/2	1	131	7/2	4	5/2	3	*5201
5/2	2	3/2	1	421	5/2	2	7/2	3	*3301
1/2	1	3/2	2	43	5/2	3	7/2	3	53
3/2	1	3/2	2	131	7/2	4	7/2	3	1401
5/2	2	3/2	2	43	5/2	3	7/2	4	5201
5/2	3	3/2	2	*331	7/2	3	7/2	4	1401

Таблица 40

$$X^2 \begin{pmatrix} a & b & \frac{1}{2} \\ d & e & \frac{1}{2} \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$X^2$	$e$	$d$	$b$	$a$	$X^2$	$e$	$d$	$b$	$a$
*4421	2	5/2	1	3/2	302	0	1/2	2	3/2
421	2	5/2	2	3/2	122	0	1/2	2	5/2
1121	2	5/2	3	5/2	411	1	1/2	1	3/2
4121	2	5/2	3	7/2	*422	1	1/2	2	3/2
4522	2	5/2	4	7/2	242	1	1/2	2	5/2
141	3	5/2	1	1/2	*141	1	1/2	3	5/2
3411	3	5/2	1	3/2	411	1	3/2	1	1/2
2221	3	5/2	2	3/2	122	1	3/2	2	3/2
1121	3	5/2	2	5/2	4421	1	3/2	2	5/2
521	3	5/2	3	7/2	3411	1	3/2	3	5/2
*5511	3	5/2	4	7/2	2211	1	3/2	3	7/2
*2211	3	7/2	1	7/2	302	2	3/2	0	1/2
3021	3	7/2	2	3/2	422	2	3/2	1	1/2
*4121	3	7/2	2	3/2	122	2	3/2	1	3/2
521	3	7/2	3	5/2	421	2	3/2	1	5/2
1311	3	7/2	4	7/2	*2221	2	3/2	3	5/2
322	4	7/2	2	3/2	3021	2	3/2	3	7/2
4522	4	7/2	2	5/2	*322	2	3/2	4	7/2
5511	4	7/2	3	5/2	*122	2	5/2	0	1/2
1311	4	7/2	3	7/2	242	2	5/2	1	1/2

$$\chi^2 \begin{pmatrix} a & b & 1/2 \\ d & e & 1/2 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$a$	$b$	$d$	$e$	$\chi^2$	$a$	$b$	$d$	$e$	$\chi^2$
5/2	3	1/2	0	0202	7/2	4	5/2	2	6501
7/2	3	1/2	0	4002	1/2	0	5/2	3	0202
5/2	2	1/2	1	0401	1/2	1	5/2	3	0402
5/2	3	1/2	1	*0402	3/2	1	5/2	3	5432
7/2	3	1/2	1	6222	3/2	2	5/2	3	5112
7/2	4	1/2	1	*6101	5/2	2	5/2	3	1112
3/2	2	3/2	1	1211	7/2	3	5/2	3	5201
5/2	2	3/2	1	3411	7/2	4	5/2	3	*5502,1
5/2	3	3/2	1	5432	1/2	0	7/2	3	*4002
7/2	3	3/2	1	5102	1/2	1	7/2	3	6222
7/2	4	3/2	1	5201	3/2	1	7/2	3	*5102
3/2	1	3/2	2	1211	3/2	2	7/2	3	5002
5/2	2	3/2	2	4201	5/2	2	7/2	3	*6202
5/2	3	3/2	2	*5112	7/2	3	7/2	3	5201
7/2	3	3/2	2	5002	7/2	4	7/2	3	1302
7/2	4	3/2	2	*5301	1/2	1	7/2	4	6101
1/2	1	5/2	2	0401	3/2	1	7/2	4	5201
3/2	1	5/2	2	*3411	3/2	2	7/2	4	5301
3/2	2	5/2	2	4201	5/2	2	7/2	4	6501
5/2	3	5/2	2	1112	5/2	3	7/2	4	5502,1
7/2	3	5/2	2	6202	7/2	3	7/2	4	1302

$$\chi^2 \begin{pmatrix} a & b & 1/2 \\ d & e & 1/2 \\ 4 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$a$	$b$	$d$	$e$	$\chi^2$	$a$	$b$	$d$	$e$	$\chi^2$
7/2	4	1/2	0	451	5/2	2	5/2	3	1311
7/2	3	1/2	1	641	7/2	3	5/2	3	54
7/2	4	1/2	1	*64	7/2	4	5/2	3	*5411
5/2	3	3/2	1	5311	1/2	1	7/2	3	641
7/2	3	3/2	1	5401	3/2	1	7/2	3	*5401
7/2	4	3/2	1	5411	3/2	2	7/2	3	5121
5/2	2	3/2	2	44	5/2	2	7/2	3	*6421,1
5/2	3	3/2	2	*5411	5/2	3	7/2	3	54
7/2	3	3/2	2	5121	7/2	4	7/2	3	1501
7/2	4	3/2	2	*5520,1	1/2	0	7/2	4	451
3/2	2	5/2	2	44	1/2	1	7/2	4	64
5/2	3	5/2	2	1311	3/2	1	7/2	4	5411
7/2	3	5/2	2	6421,1	3/2	2	7/2	4	5520,1
7/2	4	5/2	2	6422	5/2	2	7/2	4	6422
3/2	1	5/2	3	5311	5/2	3	7/2	4	5411
3/2	2	5/2	3	5411	7/2	3	7/2	4	1501



Таблица 43

$$X^2 \begin{pmatrix} a & b & c \\ a & e & f \\ k & k & l \end{pmatrix}$$

a	b	c	a	e	f	X <sup>2</sup>	
						k = 2	k = 4
1	1	1	1	1	2	*223	
1	2	1	1	2	2	2141	
3/2	1	1/2	3/2	1	3/2	612	
3/2	1	3/2	3/2	1	5/2	*612	
3/2	2	1/2	3/2	2	3/2	6031	
3/2	2	3/2	3/2	2	5/2	612	
2	1	1	2	1	2	2141	
2	2	1	2	2	2	2121	*1421
5/2	1	3/2	5/2	1	5/2	322	
5/2	2	1/2	5/2	2	3/2	3131	4301
5/2	2	3/2	5/2	2	5/2	0122	*5312
3	2	1	3	2	2	0242	2412, 1

Таблица 44

$$X^2 \begin{pmatrix} a & b & c \\ a & e & c \\ k & k & l \end{pmatrix}$$

a	b	c	a	e	c	X <sup>2</sup>	
						k = 2	k = 4
1	1	2	1	3	2	222	
3/2	1	3/2	3/2	3	3/2	322	
3/2	1	5/2	3/2	3	5/2	1321	
2	1	1	2	3	1	2311	3301
2	1	2	2	3	2	1221	*4411
5/2	1	3/2	5/2	3	3/2	2221	5301
5/2	1	5/2	5/2	3	5/2	1123	*2603
3	1	2	3	3	2	0222	4502, 1

Таблица 45

 $[\Delta(abc)]^{-2}; a, b, c$  — целые числа

a	b	c = 0	1	2	3	4	5	6
2	1	001	111	311	5011	4211	4301, 1	0210, 11
3	2	0001	0111	5011	2311	1221, 1	5210, 1	4201, 11
4	2		4101	2311	5121	2211, 1	2211, 11	2212, 11
4	3			1211	4211	5211, 1	5111, 11	0821, 11
4	4			4211	1221, 1	1221, 11	1222, 11	7211, 11
4	4			2211, 1	5211, 1	2211, 11	4202, 11	8211, 11
5	3			1111, 1	4301, 1	2211, 11	5111, 11	7211, 11
5	4			5210, 1	2211, 11	4202, 11	1222, 11	4112, 111
5	5			1310, 11	5111, 11	1222, 11	6302, 11	4112, 111
6	3				2101, 11	4201, 11	0321, 11	6021, 11
6	4				4201, 11	2212, 11	7211, 11	2221, 111
6	5				0321, 11	2212, 11	4112, 111	2221, 111
6	6				6021, 11	2221, 111	6401, 111	6401, 111
7	4				0211, 11	7210, 11	3211, 111	4202, 111
7	5				5111, 11	5211, 111	3211, 111	5211, 111
7	6				3111, 111	5211, 111	7310, 111	2311, 1111
7	7				6211, 011	2211, 1111	5211, 1111	3312, 1111
8	4					1210, 111	5210, 111	3201, 1111
8	5				3001, 111	5210, 111	1410, 1111	6120, 1111
8	6				5301, 011	3201, 1111	6120, 1111	1421, 1111
8	7				2211, 0111	6211, 0111	3212, 1111	5211, 2111
8	8				6121, 0011	2222, 0111	5302, 1111	3102, 2111, 1

Таблица 46

$[\Delta(abc)^{-2}]$ ;  $a, b$  — полужелые числа

$a$	$b$	$c = 0$	1	2	3	4	5	6
1/2	1/2	1	11					
3/2	1/2		21	201				
3/2	3/2	2	211	221	2011			
5/2	1/2			111	1101			
5/2	3/2		211	2111	3111	3201		
5/2	5/2	11	1111	4111	4211	2221	2201,1	
7/2	1/2				3001	32		
7/2	3/2			3011	3301	3211	3110,1	
7/2	5/2		3101	3211	3221	3211,1	3211,1	3200,11
7/2	7/2	3	3201	3311	3121,1	3221,1	3301,11	3102,11
9/2	1/2					121	1010,1	
9/2	3/2				3111	3210,1	2310,1	2010,11
9/2	5/2			2211	2211,1	4211,1	4210,11	1211,11
9/2	7/2		321	3111,1	3311,1	3211,11	3112,11	3311,11
9/2	9/2	101	1210,1	4310,1	4111,11	2212,11	2312,11	6112,11
11/2	1/2						2100,1	2100,01
11/2	3/2					2210,1	2110,11	2101,11
11/2	5/2				3201,1	3210,11	2211,11	2121,11
11/2	7/2			3210,1	3201,11	3202,11	3221,11	4221,11
11/2	9/2		2110,1	2210,11	3211,11	3212,11	5212,11	5211,111
11/2	11/2	21	2100,11	2111,11	2221,11	5221,11	5202,111	5302,111

Продолжение табл. 46

$a$	$b$	$c = 7$	8	9	10	11
7/2	7/2	3210,11				
9/2	5/2	1111,11				
9/2	7/2	4211,11	4010,111			
9/2	9/2	6210,111	2410,111	2010,1111		
11/2	3/2	2111,01				
11/2	5/2	4111,11	4101,011			
11/2	7/2	4111,111	4201,111	4200,0111		
11/2	9/2	4311,111	4210,1111	3210,1111	3111,0111	
11/2	11/2	5310,1111	3320,1111	3121,1111	3101,2111	3101,0111,1

 $(L_1 0_2 0 / L_0)^2$ 

Таблица 47

$l_1 l_2$	$L = 0$	2	4	6	8	10	12
0 0	$e$						
1 1	*01	11					
2 2	001	*1001	1211				
3 3	*0001	2101	*1201,1	2121,1			
4 4	02	*2221,1	1401,11	*2210,1	1212,11		
5 5	*0000,1	1120,11	*1200,11	*4110,101	*1012,1101	2402,1111	
6 6	0000,01	*1001,11	2201,111	*4020,1011	1021,1101	*2402,0111,1	2201,2111,1
0 2	$e$						
0 4			$e$				
0 6				$e$			
1 3		*0101	2001				
1 5			*0010,1	1100,1			
2 4		1001	*2011,1	0010,1			
2 6			0210,11	*1011,1	*2011,01		
3 5		*1121,1	2211,11	*0101,1	3001,11		
4 6		0020,11	*2010,11	2001,101	*3201,1101	1112,0111	

Продолжение табл. 47

$l_1 l_2$	$L = 1$	3	5	7	9	11
0 1	$e$					
0 3		$e$				
0 5			$e$			
1 2	*101	011				
1 4		*22	021			
1 6			*1100,01	0001,01		
2 3	0211	*211	1111			
2 5		1110,1	*1110,01	0201,11		
3 4	*2101	1000,1	*2011,01	0121,11		
3 6		*2120,11	0101,01	*3201,111	2101,011	
4 5	0110,1	*2010,11	1000,01	*3121,111	1202,111	
5 6	*1200,11	0102,11	*4110,011	2221,1111	*2111,111	1201,1111

Таблица 48

$$(l_1 - 11_2 1 L 0)^2$$

$l_1$	$l_2$	$L = 0$	1	2	3	4	5	6
1	1	01	*1	11				
2	2	*001	101	1001	*101	3011		
3	3	0001	*2001	*2101	11	1001, 1	*2121	2121, 1
1	2		111	*1	001			
1	3			1001	*1	1101		
2	3		*3011	0001	111	*1011	0111	

Факториалы

$1! = e$	$7! = 4211$	$13! = \overline{0521}, 11$	$19! = \overline{6832}, 1111$
$2! = 1$	$8! = 7211$	$14! = \overline{1522}, 11$	$20! = \overline{8842}, 1111$
$3! = 11$	$9! = 7411$	$15! = \overline{1632}, 11$	$21! = \overline{8943}, 1111$
$4! = 31$	$10! = 8421$	$16! = \overline{5632}, 11$	$22! = \overline{9943}, 2111$
$5! = 311$	$11! = 8421, 1$	$17! = \overline{5632}, 111$	$23! = \overline{9943}, 2111, 1$
$6! = 421$	$12! = \overline{6521}, 1$	$18! = \overline{6832}, 111$	$24! = \overline{2043}, 2111, 1$

Таблица 49

Таблица 50

$$(j_1 m_1 \frac{1}{2} m_2 | j m)$$

$j =$	$m_2 = \frac{1}{2}$	$m_2 = -\frac{1}{2}$
$j_1 + \frac{1}{2}$	$\sqrt{\frac{j_1 + m + \frac{1}{2}}{2j_1 + 1}}$	$\sqrt{\frac{j_1 - m + \frac{1}{2}}{2j_1 + 1}}$
$j_1 - \frac{1}{2}$	$-\sqrt{\frac{j_1 - m + \frac{1}{2}}{2j_1 + 1}}$	$\sqrt{\frac{j_1 + m + \frac{1}{2}}{2j_1 + 1}}$

Таблица 51

$$(j_1 m_1 m_2 | j m)$$

$j =$	$m_2 = 1$	$m_2 = 0$	$m_2 = -1$
$j_1 + 1$	$\sqrt{\frac{(j_1 + m)(j_1 + m + 1)}{(2j_1 + 1)(2j_1 + 2)}}$	$\sqrt{\frac{(j_1 - m + 1)(j_1 + m + 1)}{(2j_1 + 1)(j_1 + 1)}}$	$\sqrt{\frac{(j_1 - m)(j_1 - m + 1)}{(2j_1 + 1)(2j_1 + 2)}}$
$j_1$	$-\sqrt{\frac{(j_1 + m)(j_1 - m + 1)}{2j_1(j_1 + 1)}}$	$\frac{m}{\sqrt{j_1(j_1 + 1)}}$	$\sqrt{\frac{(j_1 - m)(j_1 + m + 1)}{2j_1(j_1 + 1)}}$
$j_1 - 1$	$\sqrt{\frac{(j_1 - m)(j_1 - m + 1)}{2j_1(2j_1 + 1)}}$	$-\sqrt{\frac{(j_1 - m)(j_1 + m)}{j_1(2j_1 + 1)}}$	$\sqrt{\frac{(j_1 + m + 1)(j_1 + m)}{2j_1(2j_1 + 1)}}$

$$(j_1 m_1 \frac{3}{2} m_2 | j m)$$

$j =$	$m_2 = \frac{3}{2}$	$m_2 = \frac{1}{2}$
$j_1 + \frac{3}{2}$	$\sqrt{\frac{(j_1 + m - \frac{1}{2})(j_1 + m + \frac{1}{2})(j_1 + m + \frac{3}{2})}{(2j_1 + 1)(2j_1 + 2)(2j_1 + 3)}}$	$\sqrt{\frac{3(j_1 + m + \frac{1}{2})(j_1 + m + \frac{3}{2})(j_1 - m + \frac{3}{2})}{(2j_1 + 1)(2j_1 + 2)(2j_1 + 3)}}$
$j_1 + \frac{1}{2}$	$-\sqrt{\frac{3(j_1 + m - \frac{1}{2})(j_1 + m + \frac{1}{2})(j_1 - m + \frac{3}{2})}{2j_1(2j_1 + 1)(2j_1 + 3)}}$	$-\left(j_1 - 3m + \frac{3}{2}\right) \sqrt{\frac{j_1 + m + \frac{1}{2}}{2j_1(2j_1 + 1)(2j_1 + 3)}}$
$j_1 - \frac{1}{2}$	$\sqrt{\frac{3(j_1 + m - \frac{1}{2})(j_1 - m + \frac{1}{2})(j_1 - m + \frac{3}{2})}{(2j_1 - 1)(2j_1 + 1)(2j_1 + 2)}}$	$-\left(j_1 + 3m - \frac{1}{2}\right) \sqrt{\frac{j_1 - m + \frac{1}{2}}{(2j_1 - 1)(2j_1 + 1)(2j_1 + 2)}}$
$j_1 - \frac{3}{2}$	$-\sqrt{\frac{(j_1 - m - \frac{1}{2})(j_1 - m + \frac{1}{2})(j_1 - m + \frac{3}{2})}{2j_1(2j_1 - 1)(2j_1 + 1)}}$	$\sqrt{\frac{3(j_1 + m - \frac{1}{2})(j_1 - m - \frac{1}{2})(j_1 - m + \frac{1}{2})(j_1 - m + \frac{1}{2})}{2j_1(2j_1 - 1)(2j_1 + 1)}}$

Продолжение табл. 52

$j =$	$m_2 = -\frac{1}{2}$	$m_2 = -\frac{3}{2}$
$j_1 + \frac{3}{2}$	$\sqrt{\frac{3(j_1 + m + \frac{3}{2})(j_1 - m + \frac{1}{2})(j_1 - m + \frac{3}{2})}{(2j_1 + 1)(2j_1 + 2)(2j_1 + 3)}}$	$\sqrt{\frac{(j_1 - m - \frac{1}{2})(j_1 - m + \frac{1}{2})(j_1 - m + \frac{3}{2})}{(2j_1 + 1)(2j_1 + 2)(2j_1 + 3)}}$
$j_1 + \frac{1}{2}$	$(j_1 + 3m + \frac{3}{2}) \sqrt{\frac{j_1 - m + \frac{1}{2}}{2j_1(2j_1 + 1)(2j_1 + 3)}}$	$\sqrt{\frac{3(j_1 + m + \frac{3}{2})(j_1 - m - \frac{1}{2})(j_1 - m + \frac{1}{2})(j_1 - m + \frac{1}{2})}{2j_1(2j_1 + 1)(2j_1 + 3)}}$
$j_1 - \frac{1}{2}$	$-\left(j_1 - 3m - \frac{1}{2}\right) \sqrt{\frac{j_1 + m + \frac{1}{2}}{(2j_1 - 1)(2j_1 + 1)(2j_1 + 2)}}$	$\sqrt{\frac{3(j_1 + m + \frac{1}{2})(j_1 + m + \frac{3}{2})(j_1 - m - \frac{1}{2})(j_1 - m - \frac{1}{2})}{(2j_1 - 1)(2j_1 + 1)(2j_1 + 2)}}$
$j_1 - \frac{3}{2}$	$-\sqrt{\frac{3(j_1 + m - \frac{1}{2})(j_1 + m + \frac{1}{2})(j_1 - m - \frac{1}{2})}{2j_1(2j_1 - 1)(2j_1 + 1)}}$	$\sqrt{\frac{(j_1 + m - \frac{1}{2})(j_1 + m + \frac{1}{2})(j_1 + m + \frac{3}{2})(j_1 + m + \frac{3}{2})}{2j_1(2j_1 - 1)(2j_1 + 1)}}$

$(j_1 m_1 2m_2 | jm)$ 

$j =$	$m_2 = 2$	$m_2 = 1$	$m_2 = 0$
$j_1 + 2$	$\sqrt{\frac{(j_1 + m - 1)(j_1 + m) \times (j_1 + m + 1)(j_1 + m + 2)}{(2j_1 + 1)(2j_1 + 2)(2j_1 + 3)(2j_1 + 4)}}$	$\sqrt{\frac{(j_1 - m + 2)(j_1 + m + 2) \times (j_1 + m + 1)(j_1 + m)}{(2j_1 + 1)(j_1 + 1)(2j_1 + 3)(j_1 + 2)}}$	$\sqrt{\frac{3(j_1 - m + 2)(j_1 - m + 1) \times (j_1 + m + 2)(j_1 + m + 1)}{(2j_1 + 1)(2j_1 + 2)(2j_1 + 3)(j_1 + 2)}}$
$j_1 + 1$	$-\sqrt{\frac{(j_1 + m - 1)(j_1 + m) \times (j_1 + m + 1)(j_1 - m + 2)}{2j_1(j_1 + 1)(j_1 + 2)(2j_1 + 1)}}$	$\sqrt{\frac{-(j_1 - 2m + 2) \times (j_1 + m + 1)(j_1 + m)}{2j_1(2j_1 + 1)(j_1 + 1)(j_1 + 2)}}$	$m \sqrt{\frac{3(j_1 - m + 1)(j_1 + m + 1)}{j_1(2j_1 + 1)(j_1 + 1)(j_1 + 2)}}$
$j_1$	$\sqrt{\frac{3(j_1 + m - 1)(j_1 + m) \times (j_1 - m + 1)(j_1 - m + 2)}{(2j_1 - 1)2j_1(j_1 + 1)(2j_1 + 3)}}$	$\sqrt{\frac{(1 - 2m) \times 3(j_1 - m + 1)(j_1 + m)}{(2j_1 - 1)j_1(2j_1 + 2)(2j_1 + 3)}}$	$\sqrt{\frac{3m^2 - j_1(j_1 + 1)}{(2j_1 - 1)j_1(j_1 + 1)(2j_1 + 3)}}$
$j_1 - 1$	$-\sqrt{\frac{(j_1 + m - 1)(j_1 - m) \times (j_1 - m + 1)(j_1 - m + 2)}{2(j_1 - 1)j_1(j_1 + 1)(2j_1 + 1)}}$	$\sqrt{\frac{(j_1 + 2m - 1) \times (j_1 - m + 1)(j_1 - m)}{(j_1 - 1)j_1(2j_1 + 1)(2j_1 + 2)}}$	$-m \sqrt{\frac{3(j_1 - m)(j_1 + m)}{(j_1 - 1)j_1(2j_1 + 1)(j_1 + 1)}}$
$j_1 - 2$	$\sqrt{\frac{(j_1 - m - 1)(j_1 - m) \times (j_1 - m + 1)(j_1 - m + 2)}{(2j_1 - 2)(2j_1 - 1)2j_1(2j_1 + 1)}}$	$-\sqrt{\frac{(j_1 - m + 1)(j_1 - m) \times (j_1 - m - 1)(j_1 + m - 1)}{(j_1 - 1)(2j_1 - 1)j_1(2j_1 + 1)}}$	$\sqrt{\frac{3(j_1 - m)(j_1 - m - 1) \times (j_1 + m)(j_1 + m - 1)}{(2j_1 - 2)(2j_1 - 1)j_1(2j_1 + 1)}}$

## Продолжение табл. 53

$j =$	$m_2 = -1$	$m_2 = -2$
$j_1 + 2$	$\sqrt{\frac{(j_1 - m + 2)(j_1 - m + 1)(j_1 - m)(j_1 + m + 2)}{(2j_1 + 1)(j_1 + 1)(2j_1 + 3)(j_1 + 2)}}$	$\sqrt{\frac{(j_1 - m - 1)(j_1 - m)(j_1 - m + 1)(j_1 - m + 2)}{(2j_1 + 1)(2j_1 + 2)(2j_1 + 3)(2j_1 + 4)}}$
$j_1 + 1$	$(j_1 + 2m + 2) \sqrt{\frac{(j_1 - m + 1)(j_1 - m)}{j_1(2j_1 + 1)(2j_1 + 2)(j_1 + 2)}}$	$\sqrt{\frac{(j_1 - m - 1)(j_1 - m)(j_1 - m + 1)(j_1 + m + 2)}{j_1(2j_1 + 1)(j_1 + 1)(2j_1 + 4)}}$
$j_1$	$(2m + 1) \sqrt{\frac{3(j_1 - m)(j_1 + m + 1)}{(2j_1 - 1)j_1(2j_1 + 2)(2j_1 + 3)}}$	$\sqrt{\frac{3(j_1 - m - 1)(j_1 - m)(j_1 + m + 1)(j_1 + m + 2)}{(2j_1 - 1)j_1(2j_1 + 2)(2j_1 + 3)}}$
$j_1 - 1$	$-(j_1 - 2m - 1) \sqrt{\frac{(j_1 + m + 1)(j_1 + m)}{(j_1 - 1)j_1(2j_1 + 1)(2j_1 + 2)}}$	$\sqrt{\frac{(j_1 - m - 1)(j_1 + m)(j_1 + m + 1)(j_1 + m + 2)}{(j_1 - 1)j_1(2j_1 + 1)(2j_1 + 2)}}$
$j_1 - 2$	$-\sqrt{\frac{(j_1 - m - 1)(j_1 + m + 1)(j_1 + m)(j_1 + m - 1)}{(j_1 - 1)(2j_1 - 1)j_1(2j_1 + 1)}}$	$\sqrt{\frac{(j_1 + m - 1)(j_1 + m)(j_1 + m + 1)(j_1 + m + 2)}{(2j_1 - 2)(2j_1 - 1)2j_1(2j_1 + 1)}}$

$$W\left(l_1 J_1, l_2 J_2; \frac{1}{2}; L\right)$$

$l_1 = J_1 + \frac{1}{2}$		$l_1 = J_1 - \frac{1}{2}$
$l_2 = J_2 + \frac{1}{2}$	$(-1)^{J_1+J_2-L} \left[ \frac{(J_1+J_2+L+2)(J_1+J_2-L+1)}{(2J_1+1)(2J_1+2)(2J_2+1)(2J_2+2)} \right]^{\frac{1}{2}}$	$(-1)^{J_1+J_2-L} \left[ \frac{(L-J_1+J_2+1)(L+J_1-J_2)}{(2J_1)(2J_1+1)(2J_2+1)(2J_2+2)} \right]^{\frac{1}{2}}$
$l_2 = J_2 - \frac{1}{2}$	$(-1)^{J_1+J_2-L} \left[ \frac{(L+J_1-J_2+1)(L-J_1+J_2)}{(2J_1+1)(2J_1+2)(2J_2)(2J_2+1)} \right]^{\frac{1}{2}}$	$(-1)^{J_1+J_2-L-1} \left[ \frac{(J_1+J_2+L+1)(J_1+J_2-L)}{(2J_1)(2J_1+1)(2J_2)(2J_2+1)} \right]^{\frac{1}{2}}$

Таблица 55

$$W(l_1 J_1, l_2 J_2; 1, L)$$

$l_2 = J_2 + 1$	
$l_1 = J_1 + 1$	$(-1)^{J_1+J_2-L} \left[ \frac{(L+J_1+J_2+3)(L+J_1+J_2+2)(-L+J_1+J_2+2)(-L+J_1+J_2+1)}{4(2J_1+3)(J_1+1)(2J_1+1)(2J_2+3)(J_2+1)(2J_2+1)} \right]^{\frac{1}{2}}$
$l_1 = J_1$	$(-1)^{J_1+J_2-L} \left[ \frac{(L+J_1+J_2+2)(-L+J_1+J_2+1)(L-J_1+J_2+1)(L+J_1-J_2)}{4J_1(2J_1+1)(J_1+1)(2J_2+1)(J_2+1)(2J_2+3)} \right]^{\frac{1}{2}}$
$l_1 = J_1 - 1$	$(-1)^{J_1+J_2-L} \left[ \frac{(L+J_1-J_2)(L+J_1-J_2-1)(L-J_1+J_2+2)(L-J_1+J_2+1)}{4(2J_1+1)(2J_1-1)(J_1)(J_2+1)(2J_2+1)(2J_2+3)} \right]^{\frac{1}{2}}$

Продолжение табл. 55

$$l_2 = J_2$$

$l_1 = J_1 + 1$	$(-1)^{J_1+J_2-L} \left[ \frac{(L+J_1+J_2+2)(L+J_1-J_2+1)(J_1+J_2-L+1)(L-J_1+J_2)}{4(2J_1+1)(J_1+1)(2J_1+3)(J_2)(J_2+1)(2J_2+1)} \right]^{\frac{1}{2}}$
$l_1 = J_1$	$(-1)^{J_1+J_2-L-1} \left[ \frac{J_1(J_1+1)+J_2(J_2+1)-L(L+1)}{4J_1(J_1+1)(2J_1+1)(J_2)(J_2+1)(2J_2+1)} \right]^{\frac{1}{2}}$
$l_1 = J_1 - 1$	$(-1)^{J_1+J_2-L-1} \left[ \frac{(L+J_1+J_2+1)(-L+J_1+J_2)(L+J_1-J_2)(L-J_1+J_2+1)}{4(2J_1+1)(J_1)(2J_1-1)(J_2)(2J_2+1)(J_2+1)} \right]^{\frac{1}{2}}$

$$l_2 = J_2 - 1$$

$l_1 = J_1 + 1$	$(-1)^{J_1+J_2-L} \left[ \frac{(L-J_1+J_2)(L-J_1+J_2-1)(L+J_1-J_2+2)(L+J_1-J_2+1)}{4(2J_1+1)(J_1+1)(2J_1+3)(2J_2-1)(J_2)(2J_2+1)} \right]^{\frac{1}{2}}$
$l_1 = J_1$	$(-1)^{J_1+J_2-L-1} \left[ \frac{(L+J_1+J_2+1)(L+J_1-J_2+1)(L+J_2-J_1)(J_1+J_2-L)}{4J_1(2J_1+1)(J_1+1)(J_2)(2J_2+1)(2J_2-1)} \right]^{\frac{1}{2}}$
$l_1 = J_1 - 1$	$(-1)^{J_1+J_2-L} \left[ \frac{(L+J_1+J_2+1)(L+J_1+J_2)(-L+J_1+J_2)(-L+J_1+J_2-1)}{4(2J_1+1)(J_1)(2J_1-1)(J_2)(2J_2+1)(J_2)(2J_2-1)} \right]^{\frac{1}{2}}$

$$M \left( t_1 J_1 t_2 J_2; \frac{3}{2} L \right)$$

$$t_1 = J_1 + \frac{3}{2}$$

$$t_2 = J_2 + \frac{3}{2} \quad (-1)^{J_1 + J_2 - L} \left[ \frac{(L + J_1 + J_2 + 4)(L + J_1 + J_2 + 3)(L + J_1 + J_2 + 2) \times}{(2J_1 + 4)(2J_1 + 3)(2J_1 + 2)(2J_1 + 1)(2J_2 + 4)(2J_2 + 3)(2J_2 + 2)(2J_2 + 1)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$t_2 = J_2 + \frac{1}{2} \quad (-1)^{J_1 + J_2 - L} \left[ \frac{3(L + J_1 + J_2 + 3)(L + J_1 + J_2 + 2)(L + J_1 - J_2 + 1) \times}{(2J_1 + 4)(2J_1 + 3)(2J_1 + 2)(2J_1 + 1)(2J_2 + 3)(2J_2 + 2)(2J_2 + 1)(2J_2)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$t_2 = J_2 - \frac{1}{2} \quad (-1)^{J_1 + J_2 - L} \left[ \frac{3(L + J_1 + J_2 + 2)(L + J_1 - J_2 + 2)(L + J_1 - J_2 + 1) \times}{(2J_1 + 4)(2J_1 + 3)(2J_1 + 2)(2J_1 + 1)(2J_2 + 2)(2J_2 + 1)(2J_2 - 1)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$t_2 = J_2 - \frac{3}{2} \quad (-1)^{J_1 + J_2 - L} \left[ \frac{(L - J_1 + J_2)(L - J_1 + J_2 - 1)(L - J_1 + J_2 - 2) \times}{(2J_1 + 4)(2J_1 + 3)(2J_1 + 2)(2J_1 + 1)(2J_2 + 1)(2J_2)(2J_2 - 1)(2J_2 - 2)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$t_1 = J_1 + \frac{1}{2}$$

$$t_2 = J_2 + \frac{3}{2} \quad (-1)^{J_1 + J_2 - L} \left[ \frac{3(L + J_1 + J_2 + 3)(L + J_1 + J_2 + 2)(-L + J_1 + J_2 + 2) \times}{(2J_1 + 3)(2J_1 + 2)(2J_1 + 1)(2J_1)(2J_2 + 4)(2J_2 + 3)(2J_2 + 2)(2J_2 + 1)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$t_2 = J_2 + \frac{1}{2} \quad (-1)^{J_1 + J_2 - L - 1} \times \frac{[(L + J_1 + J_2 + 2)(-L + J_1 + J_2 + 1)]^{\frac{1}{2}} \times}{[(2J_1 + 3)(2J_1 + 2)(2J_1 + 1)(2J_1)(2J_2 + 3)(2J_2 + 2)(2J_2 + 1)(2J_2)]^{\frac{1}{2}}}$$

$$t_2 = J_2 - \frac{1}{2} \quad (-1)^{J_1 + J_2 - L - 1} \times \frac{[(L + J_1 - J_2 + 1)(L - J_1 + J_2)]^{\frac{1}{2}} \times}{[(2J_1 + 3)(2J_1 + 2)(2J_1 + 1)(2J_1)(2J_2 + 2)(2J_2 + 1)(2J_2 - 1)]^{\frac{1}{2}}}$$

$$t_2 = J_2 - \frac{3}{2} \quad (-1)^{J_1 + J_2 - L - 1} \left[ \frac{3(L + J_1 + J_2 + 1)(L - J_1 + J_2)(L - J_1 + J_2 - 1) \times}{(2J_1 + 3)(2J_1 + 2)(2J_1 + 1)(2J_1)(2J_2 + 1)(2J_2)(2J_2 - 1)(2J_2 - 2)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Продолжение табл. 56

$l_1 = J_1 - \frac{1}{2}$	
$l_2 = J_2 + \frac{3}{2}$	$(-1)^{J_1+J_2-L} \left[ \frac{3(L+J_1+J_2+2)(-L+J_1+J_2+1)(L-J_1+J_2+2) \times}{(2J_1+2)(2J_1+1)(2J_1)(2J_1-1)(2J_2+4)(2J_2+2)(2J_2+1)} \right]^{\frac{1}{2}}$
$l_2 = J_2 + \frac{1}{2}$	$(-1)^{J_1+J_2-L} \times \frac{[(L-J_1+J_2+1)(L+J_1-J_2)]^{\frac{1}{2}} \times}{(L+J_1+J_2)(L+J_1-J_2-1) - 2(L+J_1+J_2+2)(-L+J_1+J_2)} \frac{1}{[(2J_1+2)(2J_1+1)(2J_1)(2J_1-1)(2J_2+3)(2J_2+2)(2J_2+1)(2J_2)]^{\frac{1}{2}}}$
$l_2 = J_2 - \frac{1}{2}$	$(-1)^{J_1+J_2-L} \times \frac{[(L+J_1+J_2+1)(-L+J_1+J_2)]^{\frac{1}{2}} \times}{(L+J_1+J_2+2)(-L+J_1+J_2-1) - 2(L+J_1-J_2)(L-J_1+J_2)} \frac{1}{[(2J_1+2)(2J_1+1)(2J_1)(2J_1-1)(2J_2+2)(2J_2+1)(2J_2-1)]^{\frac{1}{2}}}$
$l_2 = J_2 - \frac{3}{2}$	$(-1)^{J_1+J_2-L} \left[ \frac{3(L+J_1+J_2+1)(L+J_1+J_2)(L-J_1+J_2) \times}{(2J_1+2)(2J_1+1)(2J_1)(2J_1-1)(2J_2+4)(2J_2+3)(2J_2+2)(2J_2+1)} \right]^{\frac{1}{2}}$

$l_1 = J_1 - \frac{3}{2}$	
$l_2 = J_2 + \frac{3}{2}$	$(-1)^{J_1+J_2-L} \left[ \frac{(L+J_1-J_2)(L+J_1-J_2-1)(L+J_1-J_2-2) \times}{(2J_1+1)(2J_1)(2J_1-1)(2J_1-2)(2J_2+4)(2J_2+3)(2J_2+2)(2J_2+1)} \right]^{\frac{1}{2}}$
$l_2 = J_2 + \frac{1}{2}$	$(-1)^{J_1+J_2-L-1} \left[ \frac{3(L+J_1+J_2+1)(-L+J_1+J_2)(L+J_1-J_2) \times}{(2J_1+1)(2J_1)(2J_1-1)(2J_1-2)(2J_2+3)(2J_2+2)(2J_2+1)(2J_2)} \right]^{\frac{1}{2}}$
$l_2 = J_2 - \frac{1}{2}$	$(-1)^{J_1+J_2-L} \left[ \frac{3(L+J_1+J_2+1)(L+J_1+J_2)(-L+J_1+J_2) \times}{(2J_1+1)(2J_1)(2J_1-1)(2J_1-J_2-1)(L+J_1-J_2)(L-J_1+J_2+1)} \right]^{\frac{1}{2}}$
$l_2 = J_2 - \frac{3}{2}$	$(-1)^{J_1+J_2-L-1} \left[ \frac{(L+J_1+J_2+1)(L+J_1+J_2)(L+J_1+J_2-1) \times}{(2J_1+1)(2J_1)(2J_1-1)(2J_1-2)(2J_2+1)(2J_2)(2J_2-1)(2J_2-2)} \right]^{\frac{1}{2}}$



$W(l_1 J_1 J_2 J_3; 2L)$ 

$l_1 = J_1 + 2$	
$l_2 = J_2 + 2$	$(-1)^{L-J_1-J_2} \left[ \frac{(L+J_1+J_2+5)(L+J_1+J_2+4)(L+J_1+J_2+3)(L+J_1+J_2+2)(-L+J_1+J_2+1)}{(2J_1+4)(-L+J_1+J_2+3)(-L+J_1+J_2+2)(-L+J_1+J_2+1)} + \frac{(2J_1+5)(2J_1+4)(2J_1+3)(2J_1+2)(2J_1+1)(2J_2+5)(2J_2+4)(2J_2+3)(2J_2+2)(2J_2+1)}{2} \right]$
$l_2 = J_2 + 1$	$(-1)^{L-J_1-J_2} \left[ \frac{4(L+J_1+J_2+4)(L+J_1+J_2+3)(L+J_1+J_2+2)(L+J_1+J_2+1)(-L+J_1+J_2)}{(2J_1+5)(2J_1+4)(2J_1+3)(2J_1+2)(2J_1+1)(2J_2+4)(2J_2+3)(2J_2+2) \times (2J_2+1)(2J_2)} \right]$
$l_2 = J_2$	$(-1)^{L-J_1-J_2} \left[ \frac{6(L+J_1+J_2+3)(L+J_1+J_2+2)(L+J_1+J_2+1)(L+J_1+J_2)(L+J_1+J_2+1) \times (-L+J_1+J_2+2)(-L+J_1+J_2+1)(L-J_1+J_2)(L-J_1+J_2-1)}{(2J_1+5)(2J_1+4)(2J_1+3)(2J_1+2)(2J_1+1) \cdot (2J_2+3)(2J_2+2) \times (2J_2+1)(2J_2-1)} \right]$
$l_2 = J_2 - 1$	$(-1)^{L-J_1-J_2} \left[ \frac{4(L+J_1+J_2+2)(L-J_1+J_2)(L-J_1+J_2-1)(L-J_1+J_2-2) \times (-L+J_1+J_2+3)(L+J_1+J_2+2)(L+J_1+J_2+1)(-L+J_1+J_2+1)}{(2J_1+5)(2J_1+4)(2J_1+3)(2J_1+2)(2J_1+1) \cdot (2J_2+2)(2J_2+1) \times (2J_2-1)(2J_2-2)} \right]$
$l_2 = J_2 - 2$	$(-1)^{L-J_1-J_2} \left[ \frac{(L-J_1+J_2)(L-J_1+J_2-1)(L-J_1+J_2-2)(L+J_1+J_2-3)(L+J_1+J_2+4) \times (-L+J_1+J_2+3)(L+J_1+J_2+2)(L+J_1+J_2+1)}{(2J_1+5)(2J_1+4)(2J_1+3)(2J_1+2)(2J_1+1) \cdot (2J_2+1)(2J_2)(2J_2-1) \times (2J_2-2)(2J_2-3)} \right]$

Продолжение табл. 57

$l_1 = J_1 + 1$	
$l_2 = J_2 + 2$	$(-1)^{L-J_1-J_2} \left[ \frac{4(L+J_1+J_2+4)(L+J_1+J_2+3)(L+J_1+J_2+2)(L-J_1+J_2+1)(L+J_1+J_2) \times (-L+J_1+J_2+3)(-L+J_1+J_2+2)(-L+J_1+J_2+1)}{(2J_1+4)(2J_1+3)(2J_1+2)(2J_1+1)(2J_2+5)(2J_2+4)(2J_2+3) \times (2J_2+2)(2J_2+1)} \right]$
$l_2 = J_2 + 1$	$(-1)^{L-J_1-J_2-1} \left[ \frac{(L+J_1+J_2+3)(L+J_1+J_2+2)(-L+J_1+J_2+2)(-L+J_1+J_2+1)}{(2J_1+4)(2J_1+3)(2J_1+2)(2J_1+1)(2J_2+4)(2J_2+3)(2J_2+2) \times (2J_2+1)(2J_2)} \right] \times 4[(J_1+1)(J_1+J_2)-L(L+1)+J_2(J_2+2)]$
$l_2 = J_2$	$(-1)^{L-J_1-J_2-1} \left[ \frac{6(L+J_1+J_2+2)(L-J_1+J_2)(L+J_1+J_2+1)(-L+J_1+J_2+1)}{(2J_1+4)(2J_1+3)(2J_1+2)(2J_1+1)(2J_2+3)(2J_2+2)(2J_2+1) \times (2J_2-1) \times (2J_2-2)} \right] \times 2[J_1(J_1+2)+J_2(J_2+1)-L(L+1)]$
$l_2 = J_2 - 1$	$(-1)^{L-J_1-J_2-1} \left[ \frac{(L-J_1+J_2)(L-J_1+J_2-1)(L+J_1+J_2+2)(L+J_1+J_2+1)}{(2J_1+4)(2J_1+3)(2J_1+2)(2J_1+1)(2J_2+2)(2J_2+1)(2J_2-1) \times (2J_2-2)} \right] \times 4[J_1(J_1+2)+J_2(J_2+1)+J_1J_2-L(L+1)]$
$l_2 = J_2 - 2$	$(-1)^{L-J_1-J_2-1} \left[ \frac{4(L+J_1+J_2+1)(-L+J_1+J_2)(L-J_1+J_2)(L-J_1+J_2-1) \times (-L+J_1+J_2-2)(L+J_1+J_2+3)(L+J_1+J_2+2)(L+J_1+J_2+1)}{(2J_1+4)(2J_1+3)(2J_1+2)(2J_1+1)(2J_2+2)(2J_2+1)(2J_2-1)(2J_2-2) \times (2J_2-3)} \right]$

$l_1 = J_1$	
$l_2 = J_2 + 2$	$(-1)^{L-J_1-J_2} \left[ \frac{6(L+J_1+J_2+3)(L+J_1+J_2+2)(L+2-J_1+J_2)(L+1-J_1+J_2) \times \frac{1}{2}}{\times (L+J_1-J_2)(L+J_1-J_2-1)(-L+J_1+J_2+2)(-L+J_1+J_2+1)} \right] \times (2J_1+3)(2J_1+2)(2J_1+1)(2J_1)(2J_1-1)(2J_2+5)(2J_2+4)(2J_2+3) \times (2J_2+2)(2J_2+1)$
$l_2 = J_2 + 1$	$(-1)^{L-J_1-J_2-1} \left[ \frac{6(L+J_1+J_2+2)(L+J_1-J_2)(L-J_1+J_2+1)(-L+J_1+J_2+1)}{(2J_1+3)(2J_1+2)(2J_1+1)(2J_1)(2J_1-1)(2J_2+4)(2J_2+3)(2J_2+2) \times (2J_2+1)(2J_2)} \right] \times (2J_1+3)(2J_1+2)(2J_1+1)(2J_1)(2J_1-1)(2J_2+3)(2J_2+2) \times (2J_2+1)(2J_2) \times 2[J_1(J_1+1)+J_2(J_2+2)-L(L+1)]$
$l_2 = J_2$	$(-1)^{L-J_1-J_2} \left[ \frac{1}{(2J_1+3)(2J_1+2)(2J_1+1)(2J_1)(2J_1-1)(2J_2+3)(2J_2+2)(2J_2+1)(2J_2)(2J_2-1)} \right] \times \times 6 \left[ A(A+1) - \frac{4}{3} J_1(J_1+1) J_2(J_2+1) \right], \text{ где } A \equiv L(L+1) - J_1(J_1+1) - J_2(J_2+1)$
$l_2 = J_2 - 1$	$(-1)^{L-J_1-J_2} \left[ \frac{6(L+J_1+J_2+1)(L-J_1+J_2)(L+J_1-J_2+1)(-L+J_1+J_2)}{(2J_1+3)(2J_1+2)(2J_1+1)(2J_1)(2J_1-1) \cdot (2J_2+2)(2J_2+1)(2J_2)(2J_2-1)(2J_2-2)} \right] \times \times 2[J_1(J_1+1) - L(L+1) + J_2^2 - 1]$
$l_2 = J_2 - 2$	$(-1)^{L-J_1-J_2} \left[ \frac{6(L+J_1+J_2+1)(L+J_1+J_2)(L-J_1+J_2)(L-J_1+J_2-1)(-L+J_1+J_2) \times \frac{1}{2}}{\times (-L+J_1+J_2-1)(L+J_1-J_2+2)(L+J_1-J_2+1)} \right] \times \frac{1}{2} \left[ \frac{6(L+J_1+J_2+1)(L+J_1+J_2)(L-J_1+J_2)(L-J_1+J_2-1)(-L+J_1+J_2) \times \frac{1}{2}}{(2J_1+3)(2J_1+2)(2J_1+1)(2J_1)(2J_1-1) \cdot (2J_2+1)(2J_2)(2J_2-1)(2J_2-2) \times (2J_2-3)} \right]$

$l_1 = J_1 - 1$	
$l_2 = J_2 + 2$	$(-1)^{L-J_1-J_2} \left[ \frac{4(L+J_1+J_2+2)(-L+J_1+J_2+1)(L-J_1+J_2+3)(L-J_1+J_2+2) \times \frac{1}{2}}{\times (L-J_1+J_2+1)(L+J_1-J_2)(L+J_1-J_2-1)(L+J_1-J_2-2)} \right] \times (2J_1-2)(2J_1-1)(2J_1)(2J_1+1)(2J_2+2)(2J_2+1)(2J_2+3)(2J_2+4) \times (2J_2+5)$
$l_2 = J_2 + 1$	$(-1)^{L-J_1-J_2-1} \left[ \frac{(L-J_1+J_2+2)(L-J_1+J_2+1)(L+J_1-J_2)(L+J_1-J_2-1)}{(2J_1-2)(2J_1-1)(2J_1)(2J_1+1)(2J_2+2)(2J_2+1)(2J_2+3)(2J_2+4)} \right] \times \times 4[(J_1-1)(J_1+J_2+2) - (L+J_2+2)(L-J_2-1)]$
$l_2 = J_2$	$(-1)^{L-J_1-J_2} \left[ \frac{6(L+J_1+J_2+1)(L+J_1-J_2)(-L+J_1+J_2)(L-J_1+J_2+1)}{(2J_1-2)(2J_1-1)(2J_1)(2J_1+1)(2J_2+2)(2J_2+1)(2J_2)(2J_2+2) \times (2J_2+3)} \right] \times \times 2[J_1^2 - 1 - (L+J_2+1)(L-J_2)]$
$l_2 = J_2 - 1$	$(-1)^{L-J_1-J_2-1} \left[ \frac{(L+J_1+J_2+1)(L+J_1+J_2)(-L+J_1+J_2)(-L+J_1+J_2-1)}{(2J_1-2)(2J_1-1)(2J_1)(2J_1+1)(2J_2+2) \cdot (2J_2-2)(2J_2-1)(2J_2) \times (2J_2+2)} \right] \times \times 4[(J_1-1)(J_1-J_2+1) - (L+J_2)(L-J_2+1)]$
$l_2 = J_2 - 2$	$(-1)^{L-J_1-J_2-1} \left[ \frac{4(L+J_1+J_2+1)(L+J_1+J_2)(L+J_1+J_2-1)(L+J_1-J_2+1)(-L+J_1+J_2) \times \frac{1}{2}}{\times (-L+J_1+J_2-1)(-L+J_1+J_2-2)(L-J_1+J_2)} \right] \times \frac{1}{2} \left[ \frac{4(L+J_1+J_2+1)(L+J_1+J_2)(L+J_1+J_2-1)(L+J_1-J_2+1)(-L+J_1+J_2) \times \frac{1}{2}}{(2J_1-2)(2J_1-1)(2J_1)(2J_1+1)(2J_2+2)(2J_2+1)(2J_2+3)(2J_2+4) \times (2J_2+5)} \right]$



### Литература к I части

1. Балдин А. М., Гольданский В. И., Розенталь И. Л. Кинематика ядерных реакций. М., Физматгиз, 1959.
2. Hagedorn R. Relativistic Kinematics. Benjamin N. A. Inc., N. V.— Amsterdam, 1963.
3. Michalowsz A. Cinématique des réactions nucléaires, Dunod Paris, 1964.
4. Sternheimer R. M. Kinematics, Appendix 2 in Methods of Experimental Physics, vol. 5, part B (Nuclear Physics), edited by Yuan L. C. L. and Wu C. S. Academic press, N.Y.— London, 1963.
5. Williams W. S. C. Relativistic Kinematics. Sect. IX in High Energy and Nuclear Physics Data Handbook, editors W. Galbraith and W. S. C. Williams, National Institute for Research in Nuclear Science, Rutherford High Energy Laboratory, Chilton, 1963.
6. Coghен T. Relativistic Kinematics of New Models of Multiple Meson Production and Some Related Topics, Report № 552/VI. Institute of Nuclear Research, Warsaw, 1964.
7. Werbrouck A. Relativistic Kinematics, Ecole Internationale de la Physique Particules Elementaires (Herceg Novi, Yougoslabie), Strasbourg — Belgrade, 1965.
8. Czużewski O. Kinematics of Resonances, Ecole Internationale de la Physique Particules Elementaires (Herceg Novi, Yougoslavie), Strasbourg — Belgrade, 1965.
9. Dedrick K. G. Rev. Mod. Phys., **34**, 429 (1962).
10. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М., Физматгиз, 1960.
11. Бубелев Э. Г. «Изв. АН СССР», **28**, 1835 (1964); Acta Phys. Polonica, **26**, 279 (1964); В кн. «XII Международная конференция по физике высоких энергий. Дубна, 5—15 августа, 1964 г.». Т. 1. М., Атомиздат, 1966, стр. 561.
12. Moller C. The Theory of Relativity, Clarendon Press, Oxford, 1955.
13. Koch N. Proceedings of the 1964 Easter School for Physicists, vol. II, CERN 64—13, Geneva, 1964.
14. Marscak R. E. Meson Physics, Mc Graw-Hill Book Company Inc., N.Y., 1952.
15. Heisenberg N. Z. Phys., **133**, 65 (1952).
16. Bradt H., Karlon M., Peters V. Helv. phys. acta., **23**, 26 (1950).
17. Максименко В. М. Препринт А-14. Физ. ин-т АН СССР, 1965.
18. Подгорецкий М. И., Розенталь И. Л., Чернавский С. Д. «Ж. эксперим. и теор. физ.», **29**, 309 (1955).
19. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., Физматгиз, 1962.
20. Копылов Г. И. Препринт ОИЯИ Р-166, Дубна, 1958.
21. Sternheimer R. M. Phys. Rev., **98**, 205 (1955).
22. Salzman F., Salzman G. Phys. Rev., **125**, 1703 (1962).
23. Копылов Г. И. «Ж. эксперим. и теор. физ.», **33**, 430 (1957); в сб. «Вопросы физики элементарных частиц». Труды пятой сессии школы экспериментальной и теоретической физики в Ереване. Изд-во АН АрмССР, 1966, стр. 325.
24. Тяпкин А. А. «Ж. эксперим. и теор. физ.», **31**, 1150 (1956).
25. Sternheimer R. M. Phys. Rev., **99**, 277 (1955).
26. Rosenfeld A. H. Phys. Rev., **96**, 139 (1954).
27. Прокошкин Ю. Д. «Ж. эксперим. и теор. физ.», **31**, 732 (1956).
28. Cossioni G., Silverman A. Phys. Rev., **88**, 1230 (1952).
29. Васильков Р. Г., Говорков Б. Б., Гольданский В. И. «Ж. эксперим. и теор. физ.», **37**, 11 (1959).
30. Карлон М. Ф., Уатапучи Т. Nuovo cimento, **15**, 519 (1960).
31. Merlo Y. P. Cinématique de la desintegration  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$  dans les reacto ins a plusieurs corps. Commissariat a l'Energie Atomique. Centre d'Etudes Nucléaires de Sailay, 1962.
32. Скобельцын Д. В. В сб. «Памяти С. И. Вавилова». М., Изд-во АН СССР, 1952, стр. 292.
33. Fermi E. Progr. Theoret. Phys., **5**, 570 (1950).
34. Ландау Л. Д. «Изв. АН СССР. Серия физ.», **17**, 51 (1953).
35. Мур В. Д., Розенталь И. Л. В сб. «Физика элементарных частиц». М., Атомиздат, 1966, стр. 3.
36. Srivastava P. P., Sudarshan G. Phys. Rev., **110**, 781 (1958).
37. Максименко В. М., Розенталь И. Л. «Ж. эксперим. и теор. физ.», **39**, 754 (1960).
38. Швебер С., Бете Г., Гофман Ф. Мезоны и поля. Т. 1. М., Изд-во иностр. лит., 1957.
39. Lewis H. W. Rev. Mod. Phys., **24**, 241 (1952).
40. Lewis H. W., Oppenheimer I. R., Wouthuysen Phys. Rev., **73**, 127 (1948).
41. Максименко В. М., Розенталь И. Л. «Ж. эксперим. и теор. физ.», **32**, 658 (1957).
42. Копылов Г. И. «Ж. эксперим. и теор. физ.», **35**, 1426 (1958); **39**, 1091 (1960).
43. Segulus F., Hagedorn R. Nuovo cimento, **9**, Suppl. 2, 646, 659 (1958).
44. Беленький С. З., Максименко В. М., Никишов А. И., Розенталь И. Л. «Усп. физ. наук», **62**, 1 (1957).

45. Подгорецкий С. И., Розенталь И. Л. «Ж. эксперим. и теор. физ.», 27, 129 (1954).
46. Розенталь И. Л. «Ж. эксперим. и теор. физ.», 28, 118 (1955).
47. Максимова В. М. «Ж. эксперим. и теор. физ.», 33, 232 (1957).
48. Колкунов В. А. «Ж. эксперим. и теор. физ.», 43, 1448 (1962).
49. Luciat F., Mazur P. Nuovo cimento, 31, 140 (1964).
50. Skieggstad O. Notes on Phase Space, Proceedings of the 1964 Easter School for Physicists, II, CERN 64—13, Geneva, 1964.
51. Копылов Г. И. Препринт ОИЯИ Р-1079, Дубна, 1962.
52. Maglic B. C. et al. Phys. Rev. Lett., 7, 178 (1961); Stevenson M. L. et al. Phys. Rev., 125, 687 (1962).
53. Ross R. R. et al. В кн.: «XII Международная конференция по физике высоких энергий. Дубна, 5—15 августа 1964 г.». М., Атомиздат, 1966, стр. 642.
54. Dalitz R. Phil. Mag., 44, 1068 (1953).
55. Fabri E. Nuovo cimento, 11, ser. 9, 479 (1954).
56. Zemach S. Phys. Rev., 133, B 1201 (1964).
57. Stegheimer R. Phys. Rev., 93, 642 (1954).
58. Яковлев Л. Г. «Ж. эксперим. и теор. физ.», 31, 142 (1956).
59. Duller N. M., Walker W. D. Phys. Rev., 93, 215 (1954).
60. Григоров Н. Л., Мурзин В. С., Рапопорт И. Д. «Ж. эксперим. и теор. физ.», 34, 506 (1958).
61. Glasser R. G., Shein M. Phys. Rev., 90, 218 (1953).
62. Dilworth C. C. et al. Nuovo cimento, 10, 1261 (1953).
63. Castagnoli C. et al. Nuovo cimento, 10, 1539 (1953).
64. Мурзин В. С. «Изв. АН СССР. Серия физ.», 29, 1644 (1965).
65. Galtieri A. et al. Nuovo cimento, 20, 487 (1961).
66. Никишов А. И., Розенталь И. Л. «Ж. эксперим. и теор. физ.», 35, 165 (1958).
67. Никишов А. И., Розенталь И. Л., Славатинский С. А. В кн. «Труды Московской конференции по космическим лучам». Т. I. М., Изд-во АН СССР, 1960.
68. Ciok P. et al. Nuovo cimento, 8, 166 (1958).
69. Ciok P. et al. Nuovo cimento, 10, 741 (1960).
70. Giegula I., Miesowicz M., Zielinski P. Nuovo cimento, 18, 102 (1960).
71. Cossioni G. Phys. Rev., 111, 1699 (1958).
72. Niu K. Nuovo cimento, 10, 994 (1958).
73. Giegula I. Conference on Ultra High Energy Nuclear Physics, Bristol, 1963.
74. Фейнберг Е. Л., Чернавский Д. С. «Успехи физ. наук», 82, 3 (1964).
75. Доробтин П. А., Славатинский С. А. «Изв. АН СССР. Серия физ.», 30, 1566 (1966).
76. «Труды Всесоюзной конференции по физике космических лучей, Алма-Ата, 1966». «Изв. АН СССР. Серия физ.», 31, № 9 (1967).
77. Биргер Н. Г., Смородин Ю. А. «Ж. эксперим. и теор. физ.», 36, 1159 (1959).

78. Биргер Н. Г., Смородин Ю. А. «Ж. эксперим. и теор. физ.», 37, 1355 (1959).
79. Koba Z., Krzywicki A. Nuovo cimento, 21, 1077 (1961).
80. Carlon M. F., Shen M. L. Nuovo cimento, 37, 423 (1965).
81. Fujioka G. et al. Nuovo cimento I, Suppl., 1143 (1963).
82. Акимов В. Н., Дремин И. М. Препринт ФИАН, 1966.
83. Дремин И. М. и др. «Письма ЖЭТФ», 4, 152 (1966).

### Литература ко II части

1. Блохинцев Д. И. Основы квантовой механики. М., Гостехиздат, 1949.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М., Физматгиз, 1963.
3. Давыдов А. С. Квантовая механика. М., Физматгиз, 1963.
4. Фок В. А. Начала квантовой механики. КУБУЧ, 1932.
5. Швебер С. Введение в релятивистскую квантовую теорию поля. М., Изд-во иностр. лит., 1963.
6. Широков Ю. М. Лекции по основам релятивистской квантовой теории. Н. Г. У., 1964.
7. Дирак П. А. М. Принципы квантовой механики. М., Физматгиз, 1960.
8. Wergle J. Relativistic Theory of Reactions. Warsaw, 1966.
9. Wigner E. Gottingen Nachrichten, 31, 546 (1932).
10. Боголюбов Н. Н., Широков Д. В. Введение в теорию квантованных полей. М., Гостехиздат, 1957.
11. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М., Гостехиздат, 1948.
12. Wigner E. Gruppen theorie und ihre Anwendung auf die Quantenmechanik der Atomspektren, 1931.
13. Rasan G. Phys. Rev., 61, 186 (1942); 62, 438 (1942); 63, 367 (1943).
14. Левинсон И. Б. «Тр. Физ.-техн. института АН ЛитССР», 2, 17, (1957); «Тр. АН ЛитССР. Серия Б», 4 (1957).
15. Wolfenstein L., Ashkin J. Phys. Rev., 85, 947 (1952).
16. Биленький С. М. и др. «Ж. эксперим. и теор. физ.», 35, 959 (1958).
17. Чжоу Гуан Чжао, Широков М. И. «Ж. эксперим. и теор. физ.», 34, 1230 (1958).
18. Simon A. Phys. Rev., 92, 1050 (1953).
19. Blatt J., Biedenharn L. Rev. Mod. Phys., 24, 258 (1952).
20. Ахизер А., Берестецкий В. Квантовая электродинамика. М., Физматгиз, 1959.
21. Coester F. Phys. Rev., 89, 619 (1953); Нубу Р. Proc. Phys. Soc., A, 67, 1103 (1954).
22. Тер-Мартirosyan K. A. «Ж. эксперим. и теор. физ.», 21, 894 (1950).
23. Балдин А. М., Широков М. И. «Ж. эксперим. и теор. физ.», 30, 784 (1956); Широков М. И. «Ж. эксперим. и теор. физ.», 32, 1022 (1957).
24. Широков М. И. «Ж. эксперим. и теор. физ.», 36, 1524 (1959).

25. Simon A. Phys. Rev., 92, 1050 (1953); Phys. Rev., 93, 1435 (1954).  
 26. Morita M., Sugie A., Yoshido S. Prog. Theor. Phys., 12, 713 (1954).  
 27. Biedenharn L. C., Rose M. E. Rev. Mod., 25, 735 (1953).  
 28. Yang C. N. Phys. Rev., 74, 764 (1948).  
 29. Simon A., Welton T. Phys. Rev., 90, 1037 (1952).  
 31. Peshkin M., Siegert A. I. E. Phys. Rev., 87, 735 (1952).  
 32. Биленький С. М., Лапидус Л. И. и Рындин Р. М. «Успехи физ. наук», 84, 243 (1964).  
 33. Чжоу Гуан Чжао. «Ж. эксперим. и теор. физ.», 36, 909 (1959).  
 34. Широков Ю. М. «Ж. эксперим. и теор. физ.», 33, 1208 (1957); Чешков А. А., Широков Ю. М. «Ж. эксперим. и теор. физ.» 42, 144 (1962).  
 35. Yacob M., Wick G. C. Ann. of Phys., 7, 404 (1959).  
 36. Широков М. И. «Ж. эксперим. и теор. физ.», 39, 633 (1960).  
 37. Ритус В. И. «Ж. эксперим. и теор. физ.», 33, 1264 (1957).  
 38. Широков Ю. М. «Докл. АН СССР», 99, 737 (1954); «Ж. эксперим. и теор. физ.», 35, 1005 (1958).  
 39. Ритус В. И. «Ж. эксперим. и теор. физ.», 40, 352 (1961).  
 40. Goldberger M. L. et al. Phys. Rev., 120, 2250 (1960).  
 41. Логунов А. А., Тавхелидзе А. Н., Соловьев Л. Д. Nucl. Phys., 4, 427 (1957); Chew G. F. et al. Phys. Rev., 106, 1345 (1957).  
 42. Rollnik H. Proc. of the 1965 CERN Easter School. Geneva, 1965.  
 44. Ueda Y., Okubo S. Nucl. Phys., 49, 345 (1963).  
 44. Bergman S. M., Jacob M., SLAC-PUB, 73 (1965).  
 45. Sharp W. T. et al. Chalk River Report CRT 556 (1953); Chalk River Report CRT-569 (1954).  
 46. Obi S. et al. Ann. Tokyo Astr. Observ. Second Series III, 3, (1953); IV, 2 (1955); IV, 1 (1954).  
 47. Byers N., Fenster S. Phys. Rev. Letters, 11, 52 (1963).  
 48. Широков М. И. «Успехи физ. наук», 78, 471 (1962).  
 49. Sachs R. Phys. Rev., 121, 350 (1961).  
 50. Окунь Л. Б. «Успехи физ. наук», 89, 603 (1966).  
 51. Шаграк G. Gourdin M., CERN 67—18 (1967).  
 52. Широков Д. В., Серебряков В. В., Мещеряков В. А. Дисперсионная теория сильных взаимодействий при низких энергиях. М., «Наука», 1967.  
 53. Rose M. E. Elementary Theory of Angular Momentum John Wiley and Sons I пс. 1957.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие ко второму изданию. . . . .	3
Из предисловия к первому изданию . . . . .	4

### Часть I

#### КЛАССИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ

Введение . . . . .	6
--------------------	---

#### Глава 1. Основы релятивистской кинематики

§ 1. Системы координат . . . . .	11
§ 2. Основные характеристики релятивистского движения. Четырехмерные векторы . . . . .	13
§ 3. Преобразования Лоренца I (Преобразования энергии и импульса)	18
§ 4. Преобразования Лоренца II (Релятивистский закон сложения скоростей. Преобразование лоренц-факторов) . . . . .	23
§ 5. Преобразования Лоренца III (Графическое представление и преобразование углов) . . . . .	26
§ 6. Последовательные преобразования Лоренца . . . . .	33
§ 7. Релятивистские инварианты . . . . .	36
§ 8. Определение характеристик $\mathcal{L}$ -системы по измерениям в $\mathcal{L}$ -системе . . . . .	38
§ 9. Кинематические характеристики одной частицы в системе покоя другой частицы . . . . .	40
§ 10. Законы сохранения энергии и импульса. Энергетические пороги реакций . . . . .	43

#### Глава 2. Преобразование дифференциальных сечений (распределений)

§ 11. Эффективные сечения взаимодействия и распределения физических величин . . . . .	46
§ 12. Якобианы . . . . .	49
§ 13. Несколько частных случаев преобразования распределений	55

#### Глава 3. Кинематика взаимодействий с образованием двух частиц

§ 14. Инвариантные переменные . . . . .	68
§ 15. Связь между энергией и углом вылета продукта реакции . . . . .	72
§ 16. Графический метод определения кинематических характеристик	77
§ 17. Угол разлета продуктов реакции . . . . .	80
§ 18. Передаваемый 4-импульс и передаваемая кинетическая энергия	88
§ 19. Дифференциальные сечения . . . . .	91
§ 20. Связь между спектром нестабильных частиц и спектрами продуктов их распада . . . . .	93
§ 21. Определение массы частицы в двухчастичных реакциях . . . . .	105

#### Глава 4. Множественные процессы

§ 22. Инвариантный и неинвариантный фазовые объемы . . . . .	108
§ 23. Основные выводы статистической теории . . . . .	111
§ 24. Распределение по эффективной массе . . . . .	117
§ 25. Реакции с тремя частицами в конечном состоянии. Диаграмма	117

Далица . . . . .	129
§ 26. Предельные соотношения . . . . .	142
§ 27. Угловые распределения вторичных частиц в струях высокой энергии . . . . .	148
§ 28. Кинематический метод определения энергии быстрых частиц . . . . .	157
§ 29. Кинематика фэйрболной модели множественного образования частиц . . . . .	163
§ 30. Масса мишени . . . . .	176
§ 31. Квадрат передаваемого 4-импульса в струях высокой энергии . . . . .	178

## Часть II

### КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ

#### Глава 5. Матрица рассеяния и ее свойства

§ 32. S-матрица . . . . .	182
§ 33. Унитарность S-матрицы . . . . .	185
§ 34. Интегралы движения . . . . .	187
§ 35. Обращение времени . . . . .	193
§ 36. Функции преобразования . . . . .	197
§ 37. Связь S-матрицы с эффективным сечением . . . . .	200

#### Глава 6. Применения общей теории S-матрицы

§ 38. Связь сечений упругих и неупругих процессов . . . . .	207
§ 39. Связь сечений прямых и обратных реакций . . . . .	213

#### Глава 7. Столкновения частиц, обладающих спином

§ 40. Постановка вопроса. Примеры. Параметризация S-матрицы . . . . .	216
§ 41. Коэффициенты векторного сложения . . . . .	221
§ 42. Некоторые примеры . . . . .	224
§ 43. Суммы произведений коэффициентов векторного сложения . . . . .	227
§ 44. Угловые распределения в ядерных реакциях (случай, когда частицы имеют массу покоя, отличную от нуля) . . . . .	237

#### Глава 8. Поляризация частиц в ядерных реакциях

§ 45. Общая формула . . . . .	242
§ 46. Основные закономерности возникновения поляризованных частиц в ядерных реакциях . . . . .	246

#### Глава 9. Реакции с участием фотонов

§ 47. Общие формулы . . . . .	248
§ 48. Связь процессов фоторождения, рассеяния $\pi$ -мезонов и комптон-эффекта на нуклоне . . . . .	254

#### Глава 10. Реакции с участием поляризованных и ориентированных частиц

§ 49. Преобразования конечных вращений . . . . .	257
§ 50. Матрица плотности . . . . .	264
§ 51. Реакции с участием частиц спина 1/2 . . . . .	270
§ 52. Реакции с участием ориентированных частиц, имеющих произвольное значение спина . . . . .	281
§ 53. Представление спиральностей. Релятивистская кинематика . . . . .	285
§ 54. Связь различных параметризаций S-матрицы. Часто встречающиеся на практике примеры ядерных реакций. Распады . . . . .	299
§ 55. Реакции образования и распады нестабильных частиц. Зарядовое сопряжение. G-четность. . . . .	310

#### Приложение I

Зависимость величин $\beta$ , $\gamma-1$ и $p$ от $p^2$ кинетической энергии для различных частиц . . . . .	329
---	-----

#### Приложение II

Переход от полярных углов $\theta$ в L-системе к полярным углам $\theta^*$ в Ц-системе при различных значениях $\gamma_c$ и $\beta_{\perp}$ . . . . .	345
---	-----

#### Приложение III

Энергетические пороги реакций . . . . .	353
---	-----

#### Приложение IV

Простейшие примеры взаимодействия элементарных частиц при высоких энергиях. . . . .	361
---	-----

Приложение V . . . . .	370
------------------------	-----

А. М. Балдин, В. И. Гольданский, В. М. Максименко,  
И. Л. Розенталь

### КИНЕМАТИКА ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ

Редактор А. И. Мельникова

Художественный редактор А. С. Александров.

Технический редактор В. И. Володина. Корректор Г. Л. Кокосова.  
Сдано в набор 22/1 1968 г. Подписано в печать 25/X 1968 г. Т-15731

Формат 60×90<sup>1/16</sup>. Бумага типографская № 1. Усл. печ. л. 28,25

Уч. изд. л. 25,57 Тираж 3700 экз. Заказ изд. 1395 Цена 2 р. 14 к.

Зак. тип. 1924

Атомиздат, К-31, ул. Жданова, 5/7.

Московская типография № 4 Главполиграфпрома  
Комитета по печати при Совете Министров СССР

Б. Переяславская, 46