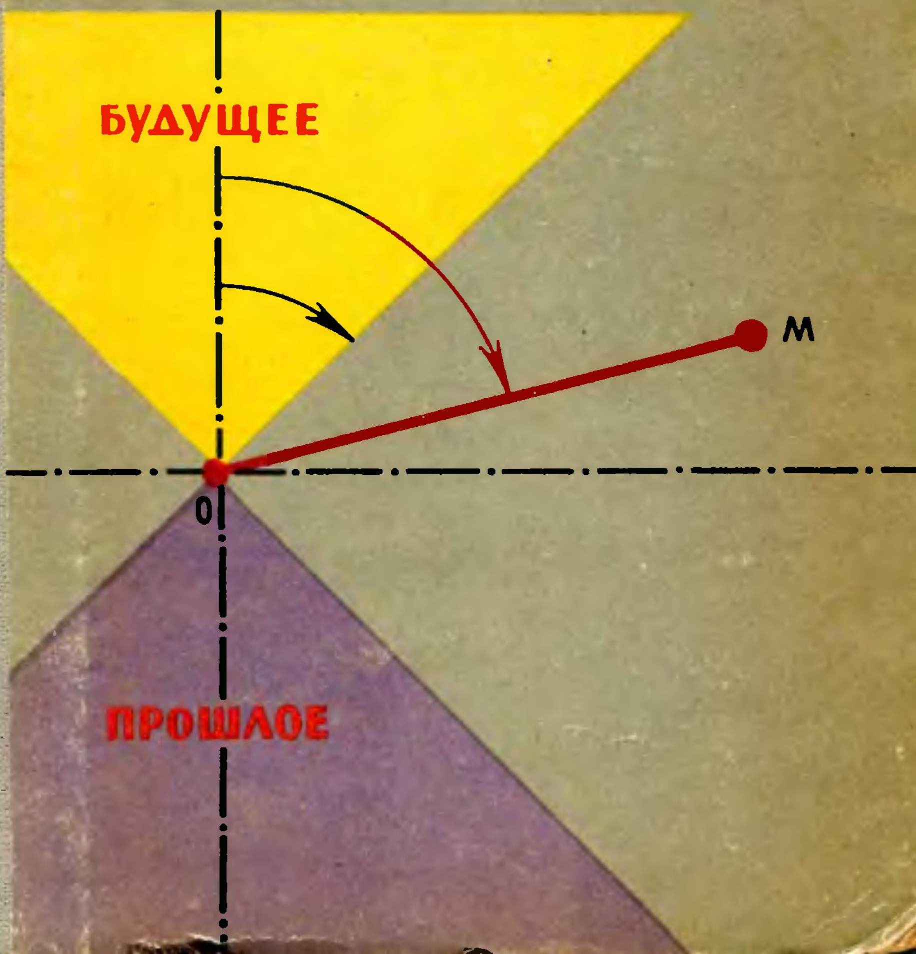
Ю. И. СОКОЛОВСКИЙ

ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

В ЭЛЕМЕНТАРНОМ ИЗЛОЖЕНИИ



Ю. И. СОКОЛОВСКИЙ

ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ В ЭЛЕМЕНТАРНОМ ИЗЛОЖЕНИИ

ИЗДАНИЕ ВТОРОЕ, ПЕРЕРАБОТАННОЕ

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
МОСКВА 1964

530.1
С 59
УДК 530.12:531.51

АННОТАЦИЯ

Книга представляет собой ясное и элементарное изложение частной теории относительности, позволяющее неспециалисту правильно понять ее основные идеи и выводы. Физические основы теории, ее главнейшие формулы, законы и применения освещаются в доходчивой форме (без высшей математики), но достаточно подробно и строго научно. Большое внимание уделяется разъяснению парадоксов и часто задаваемых вопросов: «Возможно ли помолодеть в пути?», «Можно ли слетать в будущее?», «Бывает ли кривая короче прямой?», «Возможно ли следствие до причины?», «Мыслимо ли движение быстрее света?» и т. д.

В конце книги имеются дополнения, где некоторые вопросы (в частности, связанные с полетом фотонной ракеты) рассмотрены более подробно с привлечением средств высшей математики.

Книга рассчитана на студентов, учителей, инженеров, лекторов, а также читателей без специального образования, интересующихся теорией относительности.

ПРЕДИСЛОВИЕ КО ВТОРОМУ ИЗДАНИЮ

Быстрое исчезновение с книжных прилавков первого издания этой книги убедительно свидетельствует о возросшей тяге широких кругов читателей к основам теории относительности как необходимому элементу научного кругозора каждого культурного человека. Настало, повидимому, время включить теорию Эйнштейна в обязательный для всех школьный курс физики. Проведенные автором педагогические эксперименты в школах Харькова подтвердили доступность для старшеклассников основ этой теории, изложенных в элементарной форме. Приспосабливая способ изложения к запросам школьников, автору посчастливилось добиться дальнейших упрощений, главным образом путем замены аналитических формул преобразования Лоренца геометрическими построениями (интересующиеся могут познакомиться с этим методом по статье в журнале «Физика в школе», № 3, стр. 91—106, 1962 г.).

При подготовке второго издания этой книги возник соблазн внести в ее текст указанные упрощения, что сделало бы ее доступной для еще более широких кругов. Однако, по единодушному мнению авторитетных лиц, это неизбежно понизило бы привлекательность книги для той основной и достаточно обширной категории читателей (студенты, инженеры, учителя, лекторы), на которую она рассчитана. Поэтому автор решил ограничиться при переиздании лишь небольшими добавлениями, а для школьников написать другую книжку, специально для них предназначенную и меньшую по объему (это не означает, конечно, что и данная, несколько более сложная и обстоятельная книга не может быть с пользой прочитана хорошо подготовленными по физике учащимися старших классов).

Ю. И. Соколовский

ПРЕДИСЛОВИЕ К ПЕРВОМУ ИЗДАНИЮ

Теория относительности Эйнштейна перестала быть академическим учением — сейчас ею интересуются очень широкие круги. Ведь без эйнштейновской формулы о взаимосвязи энергии и массы нельзя понять ядерные процессы, а замедленное старение организмов в условиях быстрого движения волнует умы многих в связи с проблемами полета к далеким звездам. Велико и мировоззренческое значение теории относительности, так как она затрагивает коренные свойства времени и пространства.

Сейчас остро ощущается потребность в книге, которая не просто рассказывала бы про теорию относительности в описательном плане, а систематически излагала бы ее основные положения в элементарной форме. Читатели-неспециалисты желают не только удивляться парадоксальным выводам теории Эйнштейна, но и глубоко понимать их сущность.

Главная трудность создания такой книги обусловлена неизбежной ломкой глубоко укоренившихся представлений, простое сомнение в безусловной истинности которых встречает иногда резкие протесты. Именно поэтому приходится поневоле начинать с вопросов столь «ясных», что о них, казалось бы, нечего и говорить.

В соответствии с терминологией академика В. А. Фока в настоящей книге под теорией относительности понимается только так называемая «частная», или «специальная», теория. Что же касается эйнштейновской теории тяготения (которую обыкновенно не совсем правильно именуют «общей теорией относительности»), то она здесь не излагается совсем. Однако глубокое усвоение идей частной теории относительности поможет в дальнейшем понять и гораздо более сложную теорию тяготения.

Предлагаемая книга не требует от читателя никакой специальной подготовки. Но читать ее нужно вдумчиво, с карандашом и бумагой, старательно вникая в самую глубь вопросов. Подробный разбор многочисленных примеров и парадоксов облегчит усвоение главнейших идей и формул.

Более подготовленные читатели найдут в конце книги дополнительные разъяснения, например математический расчет хода времени на стремительно мчащемся звездолете (за исключением «дополнений», высшая математика в книге нигде не применяется).

Элементарность и доходчивость изложения без вульгаризации достигается в данной книге благодаря ряду методических приемов. Среди них в первую очередь должны быть названы:

1. Отказ от шаблонного воспроизведения исторического генезиса теории (едва ли стоит сейчас углубляться в гипотезы неподвижного или увлекаемого эфира, в детали многочисленных экспериментов XIX столетия и т. д.).

2. Широкое использование опытного факта зависимости массы от скорости, открытого чуть раньше теории относительности (в настоящее время он более «привычен», чем другие релятивистские эффекты).

3. Выбор более простых и удобных для анализа примеров (в частности, замена абсолютно упругих шаров абсолютно неупругими сокращает выкладки при выводе законов динамики с нескольких страниц до двух строк).

4. Отход от обычного плана изложения теории относительности, принятого в курсах теоретической физики (переводить такое изложение на элементарный язык — задача неблагодарная).

5. Некоторые терминологические вольности и нововведения, а также упрощение формул за счет более рациональных обозначений (введение одного только скоростного коэффициента K существенно упростило множество формулировок).

По совету члена-корреспондента АН СССР профессора И. М. Лифшица рукопись была дополнена параграфом «Четырехмерный вектор энергии и импульса», в котором — по необходимости фрагментарно — дается некоторое представление о непосредственной связи основных закономерностей динамики теории относительности с релятивистскими свойствами пространственно-временного многообразия. Это поможет предотвратить некоторые распространенные ошибки в понимании природы релятивистских эффектов и психологически подготовит читателей к изучению более серьезной литературы.

Своим появлением в свет эта книга прежде всего обязана тому вдохновляющему интересу, с каким две тысячи молодых харьковчан регулярно посещали публичные лекции по теории Эйнштейна. Излагая довольно сложный материал в элементарной форме, автор стремился открыть для неспециалистов возможно более легкий путь к действительному пониманию теории относительности — ее физических основ, формул и применений. В какой мере ему это удалось — судить читателям.

Ю. И. Соколовский

ГЛАВА ПЕРВАЯ

ИСТОКИ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

1. Системы отсчета

По своему основному содержанию специальная теория относительности может быть названа физическим учением о времени и пространстве. *Физическим* потому, что оно выходит за рамки чисто геометрических проблем, рассматривая свойства пространства и времени в теснейшей связи с законами совершающихся в них физических явлений.

С развитием науки представление людей о пространстве существенно менялось. Всего шесть-семь веков назад различие между «верхом» и «низом» казалось одним из самых коренных свойств пространства. Именно поэтому учение о шарообразности Земли долгое время воспринималось как величайшая нелепость. Ведь присущий каждому «здравый смысл» исключал возможность существования антиподов, которые вынуждены были бы ходить «вверх ногами».

Даже познакомившись с начатками географии и физики, не всегда удается нацело отделаться от этого живучего представления. Вот характерное суждение одной школьницы: «Если бы Земля вдруг перестала притягивать, то все, живущие на ней *внизу и сбоку*, обязательно упали бы». Пример этот ясно показывает, как физическое по существу своему различие «верха» и «низа» (связанное с падением тел) приписывается самому пространству.

Предкам нашим было совсем нелегко осознать, что понятия «верх» и «низ» *относительны* («вверх» по отношению к Европе означает «вниз» по отношению к Америке), что никакого «абсолютного верха», т. е. верха *вообще*, а не по отношению к чему-нибудь, в пространстве не существует.

Физическая симметрия пространства — отсутствие в пространстве, как таковом, противоположности верх — низ — получила всеобщее признание только в результате длительного развития науки. Проблема эта, несомненно, касается свойств пространства, хотя на справедливости «чисто геометрических» теорем наличие или отсутствие верха и низа никак не сказывается.

Однако, как мы в дальнейшем увидим, неабсолютный, относительный, характер присущ не только таким характеристикам пространства, как верх и низ, но и гораздо более фундаментальным.

С философской точки зрения пространство и время являются основными формами всякого бытия: «Бытие вне времени есть такая же величайшая бессмыслица, как и бытие вне пространства»*). Каждое элементарное *событие* (например, распад радиоактивного атома), из которых складывается всякий физический процесс, происходит в каком-то месте и в какой-нибудь момент времени.

Мы часто говорим, что такие-то два события (A и B) произошли в одном и том же месте, но в разные моменты времени, а два другие события (M и N) случились в различных местах, но в один и тот же момент времени. Казалось бы, эти обычнейшие выражения понятны каждому и ни в каких дальнейших пояснениях не нуждаются.

Не будем, однако, чересчур торопливы в своих суждениях. Вообразим себе двух братьев, расставшихся на вокзале в Хабаровске: один из них выехал в Москву, а другой остался в Хабаровске. Ровно через 24 часа каждый из них возвратился точно на то самое место, где он стоял, прощаясь (ему удалось даже обнаружить свои следы). Значит ли это, что братья встретились?

Конечно, нет: один возвратился на перрон вокзала, другой — на подножку вагона, успевшего уже далеко отъехать! Каждый из них по-своему понимает слова «возвратиться на то же самое место». При этом оба они, без сомнения, правы — каждый со своей точки зрения. Просто *то же самое место по отношению к Земле* не является *тем же самым местом по отношению к вагону*. Потеряв внутри вагона перчатку, нелепо было бы надеяться найти ее на том же самом месте по отношению к Земле!

---

*) Ф. Энгельс, Анти-Дюринг, Госполитиздат, 1948, стр. 49.

Некоторые, возможно, сочтут сказанное игрой слов: по-настоящему, мол, возвращается на то же место лишь брат, оставшийся в своем городе. А пассажиру движущегося поезда только *кажется*, что он возвращается на то же место, в действительности же его следы на подножке вагона *перемещаются* с места на место вместе со всем поездом.

Допустим, однако, что путешествие совершается не на поезде, а на реактивном самолете, и примем во внимание суточное вращение Земли. На рис. 1 изображен самолет,

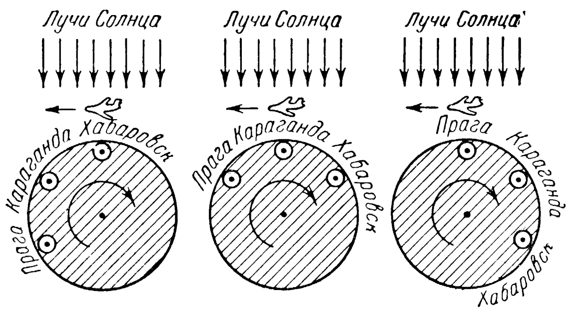


Рис. 1.

летящий из Хабаровска в Прагу, в момент вылета, через 4 часа и через 8 часов полета. Все знают, что при достаточной скорости полета самолет может пролететь над всеми промежуточными пунктами в один и тот же час местного времени, например в полдень. Но это значит, что Солнце всегда будет находиться у путешественников прямо над головой, т. е. самолет в любой момент времени будет оставаться на прямой, соединяющей центр Солнца с центром Земли. Это обстоятельство как раз и отображено на рисунке; как видим, «действительно неподвижными» оказываются не хабаровские домоседы, а воздушные путешественники.

Но и это суждение, конечно, не может быть признано окончательным. Его можно, в свою очередь, «опротестовать», ссылаясь на годичное движение Земли по своей орбите, скорость которого составляет 30 *км/сек* (т. е. около ста тысяч километров в час). А далее можно будет апеллировать к движению самого Солнца относительно других звезд нашей Галактики, к движению самой Галактики относительно иных звездных систем и так далее, без конца.

Рассмотренный только что пример дает нам некоторое представление об относительности движения. С чисто кинематической точки зрения всякое движение относительно: двигаться — значит изменять свое положение *по отношению* к другим телам.

Говорить о движении *отдельной* материальной точки имеет смысл только в том случае, если мы предварительно условились относить все движения к тому или иному произвольно выбранному телу. Чтобы точно определять положение различных материальных точек по отношению к этому телу, с ним должна быть жестко связана некоторая система координат, скажем, прямоугольная. Дополнив ее часами, предназначенными для определения моментов времени, получим *систему отсчета*, связанную с данным телом.

Чтобы отличать одну систему отсчета от другой, условимся называть их «именами» тех тел, с которыми они связаны: система «Поезд», система «Земля», система «Солнце».

Не нужно никакой системы отсчета, чтобы установить, что расстояние между Солнцем и Сириусом с течением времени уменьшается. Этот факт имеет вполне определенный смысл, даже если он взят сам по себе, а не по отношению к какой-либо системе отсчета; такие факты принято называть *абсолютными*.

А вот как движется каждое из этих светил в отдельности: приближается ли, например, Солнце к неподвижному Сириусу, или же, наоборот, Сириус летит к Солнцу — ответ на этот вопрос существенно зависит от выбора системы отсчета. В одной системе Солнце приближается к неподвижному Сириусу, в другой — Сириус летит к покоящемуся Солнцу; в третьей системе отсчета оба светила движутся навстречу друг другу, в четвертой— Сириус догоняет улетающее от него Солнце, а в пятой, наоборот, Солнце летит вслед за Сириусом... Все это лишь различные *относительные* способы выразить один и тот же абсолютный, не зависящий от системы отсчета факт, что расстояние между Солнцем и Сириусом с течением времени убывает.

Пока речь идет только об *описании* движения, физик может с одинаковым правом пользоваться любой системой отсчета, хотя от выбора этой системы могут существенно зависеть многие кинематические характеристики движения: скорости, ускорения, траектории и т. д.

Проведем по линейке мелом черту на быстро вращающемся диске (рис. 2). Получится спираль, изображающая траекторию (след) куска мела по отношению к диску, тогда как его же траектория по отношению к линейке — прямая линия. Таким образом, характер данного движения существенно зависит от того, в какой системе отсчета его рассматривают: в одной системе движение оказывается прямолинейным, в другой — криволинейным; в одной — равномерным, в другой — ускоренным...

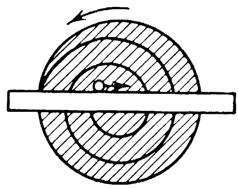


Рис. 2.

Удачный выбор системы отсчета нередко существенно упрощает описание движения. Как причудливо выглядели бы, например, простейшие колебания маятника часов, если их рассматривать в системе отсчета, связанной с туловищем порхающей бабочки! Зато именно в этой системе координат движение крыльев самой бабочки выглядит всего проще. Как видим, при кинематическом описании движений преимущество одной системы отсчета перед другой не носит принципиального характера.

В отличие от кинематики динамика устанавливает общие законы движения. Формулируя законы движения, необходимо предварительно выбрать определенную систему отсчета. Выбор этот не безразличен: по отношению к звездам предоставленное самому себе тело движется прямолинейно и равномерно, тогда как по отношению к пропеллеру летящего самолета оно описывает сложную спираль, испытывая при этом значительные ускорения. Значит, в системе «Пропеллер» первый закон движения — закон инерции — должен иметь примерно такую формулировку: предоставленное самому себе тело движется по такой-то спирали с такими-то ускорениями.

Основные законы механического движения в том виде, как их изучают в школе, первоначально были сформулированы Ньютоном применительно к одной вполне определенной системе отсчета, которую мы будем называть *главной*. С достаточной степенью точности ее можно считать жестко связанной с системой звезд, взаимное расположение которых благодаря громадным расстояниям между ними практически не меняется даже в течение столетий.

Первый закон механики (закон инерции) гласит: тело, предоставленное самому себе (т. е. не испытывающее никаких воздействий со стороны других тел), сохраняет по отношению к главной системе отсчета состояние покоя или равномерного прямолинейного движения.

Вообразим теперь ракету, которая по отношению к главной системе вначале покоилась, а с девяти часов утра 14 декабря начала двигаться в сторону Сириуса с постоянно увеличивающейся скоростью. Останется ли справедливым только что сформулированный закон инерции для шарика, свободно лежащего внутри ракеты, если его движение рассматривать в системе отсчета, связанной с ракетой? Будет ли он сохранять относительно нее состояние покоя? Конечно, нет! Относительно ракеты он в девять часов утра указанного дня начнет двигаться с ускорением, направленным от Сириуса.

Разумеется, основные законы механического движения можно будет сформулировать и применительно к системе отсчета, связанной с ракетой. Но как они будут звучать! «Закон инерции», например, примет вид: «Предоставленное самому себе покоящееся тело сохраняет состояние покоя до 9 часов утра 14 декабря, а затем начинает двигаться с постепенно нарастающей скоростью в направлении от Сириуса».

Сравнивая формулировку закона инерции в различных системах отсчета, приходим к выводу, что он именно в главной системе находит свое самое естественное выражение, тогда как в других системах значительно усложнен и затушеван.

Формулировка закона инерции в системе «Ракета» вводит физически ничем не обоснованную *асимметрию пространства* и *неоднородность времени*: предоставленное самому себе тело почему-то начинает двигаться в направлении от Сириуса, а не к нему, и именно в 9 часов утра 14 декабря. Поскольку эта странная асимметрия пространства и неоднородность времени имеют место не во всех системах отсчета, разумно отнести их не за счет коренных свойств времени и пространства, а за счет неудачного выбора системы.

Таким образом, мы приходим к понятию *преимущественной* системы отсчета, в которой законы природы проявляются в наиболее чистом, неискаженном виде.

Можно на опыте убедиться, что система «Земной шар» не является такой преимущественной системой. Доказательство — известный всем опыт с маятником Фуко. Согласно законам Ньютона, маятник должен качаться в одной плоскости. Фактически же по отношению к Земле плоскость качаний маятника медленно поворачивается; это как раз и доказывает, что Земля не есть главная система отсчета ньютоновской механики. Такой системой является система «Звезды».

Не свидетельствует ли преимущественное положение главной системы отсчета среди других о том, что именно она действительно покоится в пространстве, тогда как другие движутся? Не может ли это послужить ключом к определению абсолютного покоя? Если в данной ракете все время оставались справедливыми законы Ньютона в их самой обычной формулировке, не значит ли это, что она действительно оставалась на одном месте?

С этим можно было бы, вероятно, согласиться, если бы такая преимущественная система была единственной. Но в действительности это совсем не так.

2. Принцип относительности Галилея

Рассмотрим две космические ракеты (рис. 3). Относительно главной системы отсчета одна из них — назовем ее «Альфа» — покоится, другая же — «Бета» — движется со скоростью V равномерно и прямолинейно. Для краткости условимся называть физика, который ведет наблюдения и рассуждения в системе «Альфа», альфацентристом, а пользующегося системой «Бета» — бетацентристом (удобнее всего вообразить, что каждый из них находится в соответствующей ракете; однако это совсем не обязательно: пассажир ракеты «Альфа» иногда может почему-либо предпочесть относить все движения к ракете «Бета»).

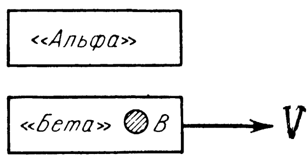


Рис. 3.

По отношению к системе «Бета» шар B (рис. 3) покоится, а по отношению к системе «Альфа» — движется прямолинейно с постоянной скоростью V. Какое же из этих двух утверждений — покоится или движется — находится в лучшем согласии с законами Ньютона?

Первый закон Ньютона в одинаковой мере предусматривает как сохранение покоя, так и сохранение равномерно-прямолинейного движения; следовательно, он одинаково хорошо выполняется в обеих системах.

Второй закон Ньютона выражается формулой

$$\boldsymbol{a}=\frac{\boldsymbol{F}}{m},$$

где $\boldsymbol{F}$ — сила, $\boldsymbol{a}$ — ускорение, m — масса. Например, если подействовать на шар B силой, направленной влево, он приобретет ускорение

$$\boldsymbol{a}=\frac{\boldsymbol{F}}{m},$$

направленное в ту же сторону. Наблюдателю в ракете «Альфа» покажется, что шар постепенно замедляет свое движение, а наблюдателю в ракете «Бета» — что неподвижный вначале шар начинает двигаться влево. Однако оба они найдут, что это происходит в полном согласии с формулой второго закона Ньютона. Ведь их мнения расходятся только в отношении скоростей, а не ускорений шара: скажем, если альфацентрист найдет, что скорость шара изменилась от V до нуля, то бетацентрист — что от нуля до $-V$, т. е. на ту же самую величину $-V$. А одинаковое изменение скорости за единицу времени означает одинаковое ускорение.

Что же касается силы $\boldsymbol{F}$, то, смотря по ее природе, она может зависеть от самых разнообразных факторов. Например, сила растянутой пружины определяется ее материалом, геометрическими размерами и относительным удлинением; давление сжатого газа — его молекулярным объемом и температурой; сопротивление движению в данной среде — формой и геометрическими размерами движущегося тела, а также его относительной скоростью по отношению к жидкости или газу. Общим для всех этих факторов является полная независимость их от выбора системы отсчета. В классической механике не приходилось иметь дело с силами, величина или направление которых зависели бы от скорости *по отношению к системе отсчета* (единственное исключение — магнитное взаимодействие движущихся электрических зарядов; но эти силы относятся уже к области электродинамики, так что мы будем еще иметь случай говорить о них более подробно).

Измерение силы динамометром также дает в системах «Альфа» и «Бета» совершенно одинаковые результаты (ведь равновесие сил может быть с равным основанием констатировано как в состоянии покоя, так и в состоянии равномерно-прямолинейного движения).

Как видим, благодаря одинаковости (или, как говорят физики, *инвариантности*) ускорений и сил в обеих рассматриваемых системах отсчета в них одинаково хорошо выполняется второй закон Ньютона, т. е. имеет место прямая пропорциональность между действующей силой $\boldsymbol{F}$ и вызываемым ею ускорением $\boldsymbol{a}$. Коэффициент пропорциональности m, т. е. масса тела, являющаяся мерой его инерционности, также оказывается в обоих случаях одним и тем же.

Еще проще понять, что и третий закон Ньютона («Если тело A действует на тело B с силой $\boldsymbol{F}$, то и тело B действует на тело A с такой же по величине и противоположной по направлению силой $-\boldsymbol{F}$») выполняется не только в системе «Альфа», но и в системе «Бета».

Как видим, все три закона Ньютона — а значит и вся классическая механика вообще — верны не только в главной системе отсчета (для которой они были первоначально установлены), но также и во всех тех системах, которые движутся относительно главной равномерно и прямолинейно. Такие системы отсчета мы будем называть *инерциальными* (во-первых, потому, что каждая из них связана с каким-нибудь телом, движущимся по инерции, а во-вторых, потому, что именно в таких системах неукоснительно выполняется закон инерции).

Как мы уже убедились на ранее приведенных примерах, во всех других системах отсчета, которые не могут быть отнесены к категории инерциальных, законы Ньютона в той форме, в которой они были сформулированы, уже неприменимы. Там действуют другие, гораздо более запутанные и причудливые механические законы.

Основной вывод из всего сказанного лучше всего может быть выражен в виде так называемого принципа относительности Галилея (Галилей был гениальным предшественником Ньютона; многие принципиально важные положения механики содержались уже в его исследованиях).

Принцип относительности Галилея гласит: во всех инерциальных системах отсчета законы механики формулируются совершенно одинаково. Это значит, что никакими механическими опытами внутри лаборатории нельзя установить, покоится ли она относительно главной системы или же движется относительно нее равномерно-прямолинейно.

Известно, например, что равномерное (без всяких толчков и качки) движение корабля не может никак повлиять на ведущуюся в его каютах игру в биллиард или настольный теннис. Сам Галилей, выступая в защиту учения Коперника против религиозного геоцентрического мировоззрения, часто ссылался на воображаемые опыты и наблюдения в такой «плавучей лаборатории».

Формулируя принцип относительности Галилея, физики часто говорят, что законы механики *инвариантны* (т. е. неизменны) при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой инерциальной же системе. Это значит, что при изучении общих законов механического движения все *инерциальные* системы отсчета *равноправны*: ни одна из них не имеет никакого преимущества перед другими. Зато налицо существенное преимущество любой из равноправных между собой инерциальных систем по сравнению с неинерциальными: ведь законы механики в инерциальных системах формулируются гораздо проще, пространству и времени не приходится приписывать физически необоснованной неоднородности и асимметрии, и т. д.

Словом, каждая инерциальная система обладает всеми теми преимуществами, которые были найдены у главной системы отсчета механики Ньютона. Поэтому нет никаких оснований признавать какую-то одну из таких систем «абсолютно покоящейся в пространстве».

Название «принцип относительности» основано именно на этом. Ведь если бы физическим смыслом обладало не только *относительное* движение, но также и «движение вообще», «движение относительно пространства», различные инерциальные системы хоть чем-нибудь да различались бы между собой. Признав, что все инерциальные системы действительно равноправны, нельзя уже говорить о движении и покое иначе, как относительно какой-нибудь инерциальной системы, которая всякий раз может быть выбрана по произволу.

Установленный Галилеем принцип относительности касался только механики — единственного раздела физики, достигшего к тому времени достаточного развития. Но сохраняет ли он силу также и для других физических явлений? И если нельзя выделить «абсолютно покоящуюся» систему посредством механических экспериментов, то не помогут ли в этом явления оптические, электрические или какие-нибудь еще? Ответ на этот вопрос должно было дать дальнейшее развитие науки.

3. Инвариантны ли законы оптики?

По меткому выражению В. А. Фока, никакой «вросшей в пространство» координатной сетки не существует. Единственный способ отметить точку — поместить туда какое-нибудь физическое тело. Но где гарантия и в чем критерий того, что с течением времени оно не сдвинется? Возможен ли — хотя бы в принципе —«индикатор абсолютного покоя», стрелка которого указывала бы нам, движется ли данное тело «в действительности» (а не только «кажущимся образом») или оно покоится? От положительного или отрицательного ответа на этот вопрос существенно зависят наши представления о свойствах и сущности пространства. Если такой индикатор в принципе невозможен, утверждение «в той же точке пространства через пять лет» не может иметь никакого объективного содержания.

Принцип относительности Галилея не оставляет никаких надежд создать когда-либо индикатор абсолютного покоя *на механической основе*: какой угодно механический прибор, покоясь в *любой* инерциальной системе, заведомо должен показывать одно и то же (иначе нарушилась бы инвариантность механических законов).

Но нельзя ли использовать для индикации абсолютного покоя явления немеханического характера — например, электрические или световые? Это зависит прежде всего от того, следуют ли они принципу относительности. Если бы нашлось хоть одно физическое явление, неинвариантное относительно выбора инерциальной системы отсчета, создание индикатора абсолютного покоя стало бы делом техники.

К концу XIX столетия в результате бурного развития новых областей физики постепенно начало складываться убеждение (оказавшееся потом неверным), что такие неинвариантные явления должны быть. В числе их в то время указывались распространение света, эффект Доплера, электродинамические силы, зависимость массы электрона от его скорости и т. д. Впоследствии были даже предприняты многочисленные попытки действительно использовать данные явления для экспериментального обнаружения «истинного» движения земного шара в космическом пространстве (неудача всех этих попыток и привела Эйнштейна к созданию теории относительности). Остановимся более подробно на некоторых из упомянутых явлений — сперва оптических, а затем из других областей физики.

Согласно господствовавшей в XIX веке волновой теории световые волны должны распространяться с определенной скоростью по отношению к некоторой гипотетической среде («светоносному эфиру»), о природе которой велись споры. Но какова бы ни была ее природа, среда эта не может, конечно, покоиться во всех инерциальных системах сразу. Тем самым выделяется одна из инерциальных систем — та самая, которая неподвижна относительно «светоносного эфира». В этой — и только этой — системе свет должен распространяться с одинаковой скоростью во все стороны, подобно тому как звук одинаково быстро распространяется во все стороны по отношению к воздуху, но не по отношению к мчащемуся сквозь этот воздух мотоциклисту. Если система отсчета движется по отношению к эфиру, то для наблюдателя, пользующегося такой системой, распространение света в сторону движения и навстречу ему должно происходить с разными скоростями. Наблюдателя, мчащегося *быстрее света*, световые волны от расположенного позади источника вообще не смогли бы догнать: в связанной с этим наблюдателем системе отсчета свет мог бы распространяться не во все стороны!

Используя такое неравноправие инерциальных систем, нетрудно было бы создать и *индикатор абсолютного покоя*: ведь преимущественное положение одной из них естественно приписать «истинной» неподвижности ее «относительно пространства». Действие индикатора могло бы основываться на измерении и сравнении скоростей света при распространении его в разных направлениях.

Конечно, на практике при конструировании такого «индикатора» возникают значительные трудности, которые, однако, успешно были преодолены Майкельсоном в его знаменитом опыте 1881 года (подробности смотри в дополнении А). Цель этого опыта состояла в обнаружении «истинного» движения Земли относительно эфира *). Точность этого эксперимента была более чем достаточна, однако выявить годичное движение Земли по ее орбите не удалось: не было найдено никакой зависимости скорости света относительно Земли от направления его распространения.

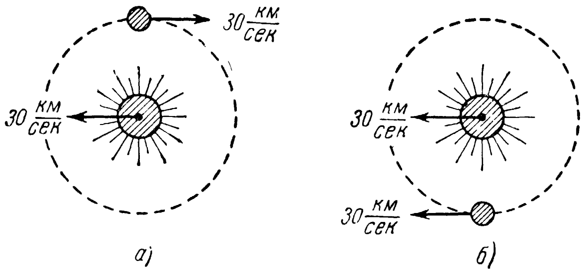


Рис. 4.

По данным астрономии, Земля движется по орбите со скоростью около 30 *км/сек*, а «индикатор» Майкельсона позволял обнаружить даже в десять раз более медленное движение.

Но, может быть,— в соответствии с результатом опыта Майкельсона — планета наша действительно неподвижна относительно эфира? Это могло бы быть только в том случае, если бы орбитальное движение Земли случайно компенсировалось движением всей солнечной системы в целом (рис. 4,*а*). Но тогда через полгода (рис.4,*б*) скорость Земли относительно эфира достигла бы 60 *км/сек*, однако повторение опыта Майкельсона через шесть месяцев привело к такому же отрицательному результату. До создания теории относительности этот несомненный экспериментальный факт оставался необъяснимым.

---

*) В то время любили говорить, что Майкельсон пытался обнаружить «эфирный ветер», который возникает при движении Земли «сквозь эфир», подобно тому как обычный ветер — при быстрой езде в спокойном воздухе.

4. Эффект Доплера

Сущность эффекта Доплера хорошо разъясняется следующим сравнением. Житель Хабаровска получает московские газеты с опозданием на семь дней, а приехав в столицу, он сможет читать их в день выхода. Следовательно, за семь дней пути из Хабаровска в Москву он сможет купить на станциях не только те семь новых номеров газеты, которые выйдут за это время, но также и те семь более ранних номеров, которые были уже выпущены в Москве до его отъезда, но не успели еще прибыть в Хабаровск. Всего за *семь* дней пути он прочитает 14 новых для него номеров газеты.

Получается, что для того, кто едет из Хабаровска в Москву, ежедневная московская газета выходит как бы два раза в день!

Наоборот, если бы я ехал с такой же скоростью из Москвы, выпуск московских газет для меня как бы приостановился, а при меньшей скорости удаления от столицы свежие номера ежедневной газеты догоняли бы путешественника не каждый день.

Аналогичные явления наблюдались бы и в том случае, если бы газеты печатались в передвижной типографии, все время приближающейся к неподвижному подписчику или удаляющейся от него (очередной номер газеты выходит в точности каждые сутки, но везут его дольше предыдущего—вот и оказывается, что промежуток времени между получением двух последовательных номеров больше суток).

Замените теперь типографию источником света, а номера газет — световыми колебаниями. Приближающийся к источнику света воспринимает световые колебания более частыми, а удаляющийся от него — более редкими, чем неподвижный наблюдатель. При очень большой скорости, приближаясь к красному фонарю, можно увидеть его зеленым!

Примерно так же обстоит дело и тогда, когда источник света приближается к наблюдателю или удаляется от него: частота воспринимаемого света больше частоты источника, когда расстояние между ним и наблюдателем сокращается, и меньше в противном случае. Явление это называется *эффектом Доплера*. Рассмотрим его с количественной стороны, различая два случая: когда движется источник и когда движется наблюдатель.

1. По отношению к главной системе отсчета *источник движется, а наблюдатель покоится* (под главной системой здесь понимается та, в которой справедливы известные нам законы оптики; физики XIX века назвали бы ее «покоящейся по отношению к эфиру»).

Один из «гребней» световой волны, т. е. максимумов напряженности электрического поля, испущен источником в точке A (рис. 5). До наблюдателя он дойдет с запаздыванием $t = \frac{r}{c}$, где c — скорость света, а r — расстояние до наблюдателя.

Следующий максимум излучается по истечении полного периода светового колебания T, когда источник сместится

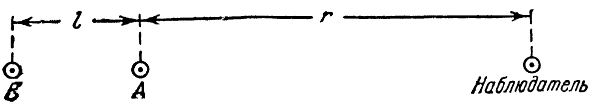


Рис. 5.

на расстояние $l = VT$, где V — скорость движения источника. Следовательно, по сравнению с предыдущим новому гребню придется пройти до наблюдателя те же r метров да еще расстояние l, на преодоление которого затрачивается дополнительное время $\tau = \frac{l}{c}$. Поэтому промежуток времени между восприятиями наблюдателем двух последовательных максимумов равен не T, а $T + \tau$ — на величину τ больше. Иными словами, период световых колебаний увеличивается на τ, а частота соответственно уменьшается.

Подсчитаем величину дополнительного времени τ:

$$\tau = \frac{l}{c} = \frac{VT}{c} = vT,$$

где через $v = \frac{V}{c}$ обозначено отношение скорости V к скорости распространения света c. Следовательно, промежуток времени T_1 между двумя последовательными восприятиями наблюдателем максимумов напряженности электрического поля (т. е. период колебания воспринимаемой наблюдателем световой волны)

$$T_1 = T + \tau = T + vT = T(1 + v).$$

Частота же колебания видимого наблюдателем света

$$f_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{T(1+v)} = \frac{f}{1+v}, \tag{1}$$

где $f = \frac{1}{T}$ — частота источника.

2. *Наблюдатель движется, источник же неподвижен* относительно главной системы.

За время T между испусканием двух последовательных максимумов наблюдатель, двигаясь со скоростью V, перемещается на расстояние $l = VT$ из точки A в точку B

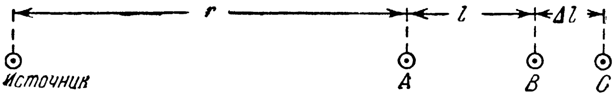


Рис. 6.

(рис. 6). На преодоление этого расстояния очередной гребень световой волны затратит по сравнению с предыдущим дополнительное время $\tau = \frac{l}{c}$. Значит, очередной максимум придет в точку B не через T, а через $T + \tau$ секунд после прихода предыдущего максимума в точку A.

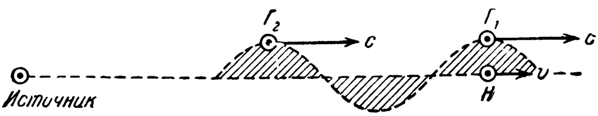


Рис. 7.

Но за дополнительное время τ наблюдатель успеет переместиться из точки B еще на расстояние $\Delta l = V\tau$ (в точку C). Расстояние это также должно быть пройдено световой волной, так что общее удлинение промежутка времени между двумя последовательными максимумами при движении наблюдателя оказывается *больше*, чем при движении источника с такой же скоростью. А раз период колебания удлиняется значительнее, то резче уменьшается и частота.

Период колебаний световой волны, воспринимаемой движущимся наблюдателем, может быть проще всего определен из следующего рассуждения (рис. 7). Когда один из гребней Γ_1 достиг наблюдателя H, следующий гребень Γ_2 отстает от него на расстояние длины волны $\lambda = cT$

(распространяясь со скоростью c, волна за время одного периода T проходит именно такое расстояние). Наблюдатель и гребень Γ_2 движутся в одном направлении, но с разными скоростями. При этом гребень, догоняя наблюдателя, приближается к нему с относительной скоростью $V'=c-V$. Это значит, что первоначальное расстояние $\lambda=cT$ между гребнем и наблюдателем сократится до нуля через промежуток времени

$$T_2=\frac{\lambda}{V'}=\frac{cT}{c-V}.$$

Именно таким будет промежуток времени между двумя последовательными восприятиями движущимся наблюдателем максимумов световой волны, а это и есть период колебаний воспринимаемого света:

$$T_2=\frac{cT}{c-V}=\frac{T}{1-v}.$$

Частота же воспринимаемого света $f_2=\frac{1}{T_2}$ связана с частотой источника $f=\frac{1}{T}$ соотношением

$$f_2=f(1-v). \qquad (2)$$

Выходит, что с точки зрения *величины* эффекта Доплера не все равно, приближается ли источник к неподвижному наблюдателю или же наблюдатель приближается к покоящемуся источнику. При одной и той же частоте источника f частота воспринимаемого наблюдателем света в первом случае равна

$$f_1=\frac{f}{1+v}, \qquad (1)$$

а во втором

$$f_2=f(1-v). \qquad (2)$$

Различие между формулами (1) и (2) заметно сказывается только при скоростях движения, сравнимых со скоростью света c. Так, например, при $v=0,1$ (когда скорость движения V составляет 10% от световой скорости)

$$f_1=0,91\,f; \quad f_2=0,90\,f,$$

т. е. частоты f_1 и f_2 практически совпадают. Зато при $v=0,5$

$$f_1=0,67\,f; \quad f_2=0,50\,f,$$

а при $v=0{,}9$

$$f_1=0{,}52\,f; \quad f_2=0{,}10\,f.$$

Сущность этого различия проступает всего яснее, когда скорость движения V приближается к световой ($v\to 1$). Улетающий со скоростью света наблюдатель воспринимал бы все время один и тот же гребень, перемещающийся вместе с ним. Для такого наблюдателя световые колебания как бы приостановились — частота сделалась бы равной нулю.

А при чуть более медленном движении наблюдателя световые волны едва-едва перегоняли бы его, так что очередные гребни набегали бы на него крайне редко. А это значит, что с приближением скорости наблюдателя к скорости света частота видимого им света неограниченно убывает.

Совсем иначе обстоит дело при столь же быстром удалении источника от покоящегося наблюдателя. Хотя частота уменьшается и в этом случае, сразу видно, что она падает не до нуля (формула показывает, что только вдвое).

Даже если бы *источник* стал двигаться быстрее света, частота воспринимаемых наблюдателем колебаний имела бы конечную величину. А при таком же движении *наблюдателя* он неизбежно перегонял бы световые волны, воспринимая их гребни в обратной последовательности.

Как видим, описание одного и того же явления в двух инерциальных системах, одна из которых связана с источником, а другая — с наблюдателем, приводит к неодинаковым результатам. Остается только установить, который из них подтверждается на опыте, и тем самым найти «правильную» систему (ее затем можно было бы провозгласить «абсолютно покоящейся в пространстве»).

Итак, на основе эффекта Доплера как будто бы тоже можно создать индикатор абсолютного покоя, хотя практические трудности здесь еще более велики, чем в опыте Майкельсона.

5. Электродинамические силы и непостоянство массы

Поговорим еще о двух явлениях, законы которых в конце XIX столетия казались неинвариантными, т.е. противоречащими принципу относительности. Одно явление возьмем из области электродинамики, другое же, как это ни странно,— из области механики, инвариантность которой была поставлена под сомнение одним новым экспериментальным фактом.

Электродинамические силы. Согласно закону Кулона два неподвижных положительных электрических заряда q_1, q_2 (рис. 8) отталкивают друг друга с силой, прямо пропорциональной произведению зарядов и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними. Если же два точно таких заряда q_3, q_4 *совместно* движутся в одну сторону и с одинаковыми скоростями (рис. 9), то они взаимодействуют друг с другом уже не только как одноименные электрические заряды, но и как одинаково направленные *токи* (ведь электрический ток — не что иное, как движение заряженных частиц). По закону магнитного взаимодействия Ампера одинаково направленные токи притягивают друг друга.

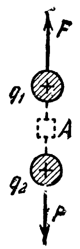


Рис. 8.

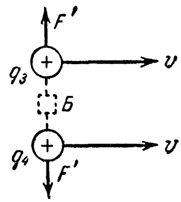


Рис. 9.

Таким образом, совместно движущиеся положительные заряды в одно и то же время *отталкиваются* по закону Кулона и *притягиваются* по закону Ампера. В противоположность кулоновскому отталкиванию, совсем не зависящему от скорости движения, взаимное притяжение токов проявляется тем сильнее, чем быстрее движутся заряды (т. е. чем бо́льшим токам они эквивалентны). Как показывает расчет, кулоновское отталкивание зарядов преобладает над магнитным притяжением токов, пока скорость движения зарядов меньше скорости света. Если бы заряды могли двигаться быстрее света (а в классической физике скорость движения принципиально ничем не ограничена), магнитное притяжение взяло бы верх; при движении же зарядов точно со световой скоростью оба эффекта уравновесили бы друг друга.

Хотя при скорости, меньшей световой, результирующая сила взаимодействия зарядов сохраняет характер отталкивания, она всегда меньше по величине, чем в случае покоящихся зарядов, когда кулоновское отталкивание не ослабляется магнитным притяжением.

Таким образом, если говорить о результирующей силе (а именно она поддается измерению), то неподвижные заряды q_1, q_2 отталкивают друг друга сильнее, чем такие же заряды q_3, q_4, движущиеся с большой скоростью. Допустим, что упомянутые результирующие силы измеряются динамометрами A и $Б$ (показанными на рис. 8 и 9 пунктиром). Тогда показание динамометра A будет больше, чем динамометра $Б$.

Но если «взглянуть» на все это с точки зрения системы отсчета, связанной с зарядами q_3, q_4, то такое поведение динамометров нельзя уже будет объяснить на основе обычных законов физики. Ведь в этой системе неподвижными являются заряды q_3, q_4, а движущимися q_1 и q_2; поэтому более сильное отталкивание должно бы быть зафиксировано динамометром $Б$, а на самом деле его показание меньше (а если бы оно было больше, то как можно было бы объяснить это в исходной системе?). Иными словами, обычные законы электродинамических взаимодействий могут выполняться только в одной из инерциальных систем отсчета, а в других нарушаются. Системы оказываются явно неравноправными, причем преимущественной приходится признать первую из них. Ведь именно в ней совместное движение одноименных зарядов в *любую* сторону вызывает одинаковое ослабление их взаимодействия (зависящее только от абсолютной величины скорости). В противоположность этому в системе, связанной с зарядами q_3, q_4, движение влево со скоростями меньше v усиливает взаимодействие, а движение вправо ослабляет его. Такую ничем не обоснованную асимметрию естественно отнести за счет неудачного выбора системы.

Все это могло бы быть использовано для индикации абсолютного движения и абсолютного покоя. Надо только измерить силу взаимного отталкивания двух одноименных зарядов, когда они покоятся в исследуемой системе и когда они совместно движутся относительно нее в различных направлениях и с разными скоростями. Если сила взаимодействия имеет наибольшую величину именно в состоянии покоя относительно данной системы, эта система может быть признана абсолютно неподвижной. Если же максимальная сила обнаруживается при движении зарядов (относительно данной системы) в определенном направлении и с определенной скоростью, значит, система отсчета сама движется «по отношению к пространству» как раз с такой скоростью, но в противоположном направлении.

Поскольку даже при скоростях порядка 30 *км/сек* магнитное притяжение по сравнению с кулоновским отталкиванием все еще очень слабо (10^{-6} %), практическое осуществление такой идеи встречает значительные трудности. Тем не менее в несколько видоизмененной форме она была осуществлена в опытах Трутона и Нобла, которые, подобно Майкельсону, пытались таким способом экспериментально обнаружить и измерить годичное движение Земли. Однако и эта попытка закончилась безуспешно.

Зависимость массы электрона от его скорости. Второй закон Ньютона гласит: ускорение прямо пропорционально силе и обратно пропорционально массе. Чем больше масса, тем меньшее ускорение приобретает тело под действием данной силы, тем труднее изменить скорость его движения. Таким образом, масса тела является мерой его *инерционности*.

Весьма важным (но обычно лишь молчаливо подразумеваемым) положением механики Ньютона является *постоянство* массы: масса какого угодно тела не может быть изменена иначе, как путем добавления к нему или же отнятия от него некоторого количества вещества. В связи с этим в классической физике массу иногда определяли не только как меру инерционности, но и как меру *количества вещества*.

Однако примерно за год до опубликования теории относительности из опытов с электронами выяснилось, что масса быстро движущегося тела увеличивается с его скоростью. Явление это становится заметным только при очень больших скоростях, приближающихся к скорости света (условимся называть их «околосветовыми»).

Посмотрим пока на это явление просто как на твердо установленный экспериментальный факт. Содержит ли он в себе что-либо, не поддающееся нашему разумению? Конечно, нет!

Допустим, что неподвижное тело, обладающее массой в 5 граммов, придя в быстрое движение, увеличивает ее до 10 граммов. Означает ли это, что благодаря быстрому движению увеличилось вдвое количество содержащегося в теле вещества? Нет, этого сказать нельзя. Опыт показывает лишь, что быстро движущееся тело *инерционнее* неподвижного, ему труднее сообщить ускорение, труднее увеличить или уменьшить его скорость. Например, для увеличения скорости на 1 *км/сек* от 200 000 *км/сек* до 200 001 *км/сек* требуется гораздо больший импульс силы, чем для увеличения скорости на такую же величину от 10 до 11 *км/сек* (то же самое относится к уменьшению скорости и изменению направления движения).

Когда в результате измерений выясняется, что для нагревания тела от 200 до 201° нужно больше тепла, чем для повышения температуры того же тела от 10 до 11° — это никого не озадачивает. Скорее мы склонны доискиваться, почему различие это настолько невелико, что теплоемкость тела остается все-таки приблизительно постоянной в широком диапазоне температур.

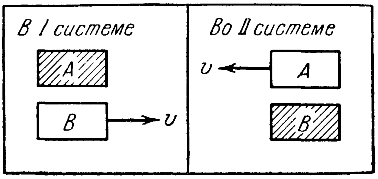


Рис. 10.

Откуда же берется уверенность, что для увеличения скорости тела от 200 000 до 200 001 *км/сек* понадобится такой же импульс силы, как и для увеличения ее от 10 до 11 *км/сек*? Просто мы к этому очень привыкли в результате длительного изучения механики Ньютона, хорошо подтверждаемой на опыте при умеренных скоростях движения. Надо ли удивляться, что при увеличении скоростей в миллионы раз инерционные свойства тела существенно меняются? С неменьшим основанием можно было бы поражаться неизменности их в обычном диапазоне скоростей.

Таким образом, зависимость массы от скорости можно рассматривать как некоторое дополнение к механике Ньютона, учитывающее новые экспериментальные данные, касающиеся быстрых движений.

Однако такое дополнение коренным образом подрывает принцип относительности Галилея. В одной инерциальной системе (рис. 10) тело A покоится, а такое же тело B движется с большой скоростью; в другой же — как раз наоборот. Так которое же из двух тел имеет меньшую массу? Если A, то закон увеличения массы со скоростью выполняется в первой системе, но не выполняется во второй. А если B, то наоборот. Но во всяком случае различные инерциальные системы оказываются неравноправными.

Преимущественной будет та, в которой тело имеет наименьшую массу в состоянии относительного покоя и одинаково увеличивает ее при движении в любую сторону. Движение относительно этой преимущественной системы естественно считать абсолютным.

В любой же другой системе дело будет обстоять куда сложнее. Покоящееся в такой системе тело в действительности движется вместе с ней; поэтому масса его не минимальна. Когда тело в данной системе начнет двигаться в ту же сторону, что и сама система, абсолютная скорость его повысится, что повлечет за собой увеличение его массы. Но при движении тела в противоположном направлении — навстречу движению системы — абсолютная скорость, а значит, и масса тела уменьшатся; при относительной скорости, в точности компенсирующей скорость самой системы, величина массы достигнет минимума, а при дальнейшем увеличении скорости начнет возрастать.

Как видим, зависимость массы от скорости в непреимущественной системе весьма причудлива: здесь налицо как пространственная асимметрия, так и некоторые другие, ничем не оправданные осложнения.

Таким образом, даже в самой механике были открыты некоторые явления, подрывающие справедливость принципа относительности Галилея.

Исторически зависимость массы электрона от скорости его движения была экспериментально обнаружена Кауфманом накануне создания теории относительности. Однако общий характер этой зависимости был осознан, а затем и экспериментально проверен только под влиянием идей Эйнштейна. Тем не менее при изложении теории относительности в наши дни удобно с самого начала ссылаться на увеличение массы тела со скоростью его движения как на экспериментальный факт, знакомство с которым существенно облегчает понимание некоторых вопросов.

6. Накануне открытия Эйнштейна

К концу XIX—началу XX столетия в теоретической и экспериментальной физике сложилась своеобразная ситуация. С одной стороны, теоретически были известны различные эффекты, выделяющие из множества инерциальных систем преимущественную, или главную. С другой стороны, настойчивые попытки обнаружить эти эффекты на опыте неизменно оканчивались неудачей, несмотря на достаточно высокий уровень экспериментальной техники. Опыт неуклонно подтверждал справедливость принципа относительности для *всех* явлений — включая и те, к которым теория считала его заведомо неприменимым.

Повторение, уточнение и варьирование опытов лишь подтверждало полученные ранее отрицательные результаты (движение Земли не обнаруживалось). Пытаясь как-то осмыслить это, теоретики не останавливались перед самыми смелыми гипотезами.

В частности, безрезультатность опыта Майкельсона объясняли сжатием всех движущихся тел в направлении движения. Легко понять, что уменьшение продольных размеров всех тел, в том числе и измерительных масштабов, вносило бы систематические ошибки в измерение скорости света на движущейся Земле. При надлежащей величине этот эффект мог бы в точности замаскировать ожидаемое различие в скорости распространения света по разным направлениям.

При всей своей неожиданности гипотеза эта физически не беспочвенна. Размеры твердого тела, например ионного кристалла, определяются расстояниями между ионами в его кристаллической решетке, а эти последние — равновесием действующих между ними сил электродинамического и иного происхождения. Но, как мы уже знаем, электродинамические силы взаимодействия электрических зарядов зависят от скорости движения. При быстром движении тела величина этих сил меняется, равновесие нарушается и ионы смещаются до тех пор, пока не будет достигнуто новое равновесное расположение. Естественно, что благодаря этому продольные размеры тела оказываются уже иными.

И все же гипотеза продольного сокращения *как раз в нужное число раз* кажется придуманной *ad hoc* *), специально для объяснения отрицательного результата опыта Майкельсона. Для объяснения таких же результатов других экспериментов одной этой гипотезы уже мало — приходится дополнить ее не менее странным предположением, что всякие движущиеся часы идут медленнее неподвижных.

И эта новая гипотеза имеет физическое основание: с увеличением скорости движения возрастает масса пружин-

---

*) Ad hoc (лат.) — нарочно для данного случая.

ного маятника часов, он делается инерционнее и колеблется с меньшей частотой. Но здесь опять-таки нужно принять, что, независимо от конкретного устройства часового механизма (механического, электрического или иного), ход его замедляется *именно во столько раз*, во сколько нужно для компенсации всех ожидаемых эффектов (например, различия в величине эффекта Доплера при движении источника и наблюдателя).

Невольно складывалось озадачивающее впечатление, будто природа затеяла с физиками игру в прятки: ученые изобретают все новые и новые способы обнаружить годичное движение Земли, а природа как бы нарочно парирует каждый из них специальным маскирующим явлением.

Но, конечно, ни один уважающий себя ученый не станет всерьез приписывать природе такого антропоморфного поведения *).

На сходное «противодействие» природы частенько жаловались и незадачливые изобретатели «вечных двигателей»: всегда находится какая-нибудь «зацепочка», какое-нибудь неучтенное обстоятельство, которое как раз и сводит на нет весь хитрый замысел. Конечно, теперь, в свете закона сохранения и превращаемости энергии, неизбежность таких «зацепочек» понятна каждому: это не какое-то мистическое «противодействие» природы замыслам человека, а *закономерное проявление общего принципа природы, объективных свойств движущейся материи*.

Так же точно и упорное «противодействие» природы попыткам обнаружить движение Земли (чересчур разнообразным, чтобы предполагать случайность) могло быть понято только как *закономерное проявление* общего принципа природы — *инвариантности законов не только механических, но также и всех других физических явлений* относительно выбора инерциальной системы отсчета.

Казалось бы, опираясь на отчетливо отрицательный результат многочисленных экспериментов, оставалось только безоговорочно признать всеобщую применимость принципа относительности ко *всем* явлениям, положить его

---

*) По-видимому, именно по этому поводу Эйнштейн шутливо сказал: «Der Herr Gott ist raffiniert, aber böshaft ist er nicht» — господь бог утончен (очень сложен), но не злонамерен (т. е. не действует с заранее обдуманным намерением ввести нас в заблуждение). Под богом в данной метафоре ученый, конечно, подразумевал природу.

в основу физики и, базируясь на нем, вносить необходимые поправки в существующие теории конкретных физических процессов.

Однако на этом пути стояло одно очень серьезное препятствие. Сокращение масштабов, замедление часов и другие «маскирующие эффекты», которые нужно было истолковать не как «уловки природы», а как закономерные проявления принципа относительности, *сами находились в вопиющем противоречии с этим принципом*! Например, продольное сжатие, маскирующее зависимость скорости света на движущейся Земле от направления, само позволяет осуществить индикацию абсолютного движения. Если в главной системе отсчета движение в *любом* направлении влечет за собой сжатие масштаба, то в других системах при движении в одну сторону масштаб сжимается, а при движении в другую сторону — навстречу движению самой системы — увеличивает свою длину. Аналогично позволяет выделить преимущественную систему и замедление хода движущихся часов.

Таким образом, наметилось острое противоречие между необходимостью признать справедливость принципа относительности для объяснения отрицательного результата экспериментальных исследований, аналогичных опыту Майкельсона, и невозможностью сделать это из-за несовместимости принципа относительности либо с некоторыми следствиями из существующих теорий, либо со вновь вводимыми гипотезами о маскирующих эффектах.

Поэтому виднейшие физики шли не по пути провозглашения принципа относительности, а по пути совершенствования существующих оптических и электродинамических теорий с целью объяснить результаты опытов без принципа относительности. При этом выдвигались самые различные предположения, например, что светоносный эфир полностью или частично вовлекается в движение мчащимися сквозь него телами. Однако охватить единой теорией всю совокупность экспериментальных данных все же не удавалось: каждая из предложенных теорий, удовлетворительно объясняя одни факты, вступала в конфликт с другими.

В частности, возрождение корпускулярной теории света сделало бы естественным отрицательный результат опыта Майкельсона. Если корпускулы света вылетают из источника наподобие пуль или снарядов, скорость их вылета складывалась бы со скоростью самого источника.

Поэтому свет движущегося фонаря распространялся бы вперед быстрее, а назад медленнее, чем вбок. Если стрелять из пистолета или метать копье внутри равномерно и прямолинейно движущейся кабины, наличие этого движения никак не проявляется. Бросающий назад не имеет никакого преимущества перед бросающим вперед: хотя цель не удаляется от него, а приближается к нему, выгода от этого компенсируется тем, что скорость самой кабины вычитается из скорости, сообщаемой усилием мускулов копью. По той же причине годичное движение Земли не должно сказываться на скорости распространения *относительно нее* света, испускаемого *движущимся вместе с Землей* источником.

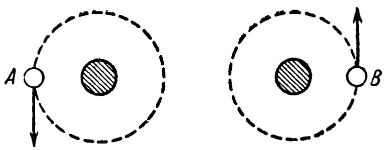


Рис. 11.

Как видим, корпускулярная теория вполне согласуется с результатами опыта Майкельсона; однако она идет вразрез с данными астрономических наблюдений.

В необъятных просторах космоса немало двойных звезд, причем каждая звезда, входящая в состав пáры, обращается по законам Кеплера вокруг общего центра масс. При надлежащем расположении орбиты такая звезда часть периода своего обращения движется на нас, остальную же часть периода — от нас (рис. 11). Если бы скорость испускаемого звездой света действительно зависела от движения источника, как этого требует корпускулярная теория, то свет, испускаемый звездой в положении A, доходил бы до нас гораздо быстрее, чем свет, излучаемый в точке B. Благодаря огромным космическим расстояниям, даже при незначительной разнице в скоростях, время распространения света из точек A и B может различаться на целые десятилетия. Вследствие этого видимое движение звезды не могло бы с такою точностью укладываться в законы Кеплера, как это имеет место на самом деле (нетрудно сообразить, что в некоторых случаях одну и ту же звезду можно было бы иногда видеть сразу в нескольких положениях на ее орбите).

Таким образом, *независимость скорости света от движения источника* может считаться достаточно твердо установленной из наблюдений. Тем самым терпит фиаско еще одна попытка теоретического объяснения отрицательного результата опыта Майкельсона.

В конце концов в итоге упорной работы выдающихся специалистов создавалось странное впечатление, что охватить всю совокупность известных фактов единой теорией не удается потому, что *одни экспериментально установленные факты противоречат другим, не менее твердо обоснованным экспериментальным фактам.*

Конечно, в действительности никакого противоречия между фактами не может быть — возможны лишь разногласия между их ошибочными истолкованиями. Но затруднительное положение, в которое попала физика, состояло именно в неумении указать конкретную ошибку в истолковании данных опыта.

Затруднение это было блестяще разрешено в 1905 году Альбертом Эйнштейном, никому тогда еще не известным 26-летним сотрудником Патентного бюро в Женеве. В его небольшой статье под скромным заглавием «К электродинамике движущихся тел», содержащей около 30 страниц, дано было исчерпывающее изложение основ частной теории относительности.

Без единого нового эксперимента, путем одного только глубочайшего логического анализа ранее известных фактов и теоретических положений, творцу теории относительности удалось не только вывести физику из указанного тупика, но и обогатить ее новыми идеями, плодотворное влияние которых не исчерпано до наших дней.

ГЛАВА ВТОРАЯ

РЕЛЯТИВИСТСКОЕ ПОНИМАНИЕ ОДНОВРЕМЕННОСТИ

7. Как совместить несовместимое?

Свою основополагающую статью Эйнштейн начинает с того, что признает справедливость двух фундаментальных физических законов: принципа относительности и принципа постоянства скорости света.

Напомним, что *принцип относительности* гласит: «Все инерциальные системы отсчета в физическом отношении равноправны», или, более точно: «Во всех инерциальных системах физические законы формулируются одинаково». Это тот самый принцип относительности Галилея, справедливость которого в свете позднейших исследований была подвергнута сомнению, но только распространенный с явлений механики на все без исключения физические явления.

Принцип постоянства скорости света состоит в том, что скорость распространения света, испускаемого любым источником, совершенно не зависит от направления и скорости движения этого источника.

Каждый из этих принципов в отдельности хорошо подтверждался экспериментальными данными, имевшимися в то время в распоряжении физической науки. Тем не менее до работ Эйнштейна никто не считал возможным признать справедливость обоих принципов одновременно — до того явно противоречили они друг другу. Наиболее выпукло указанное противоречие вырисовывается из следующих соображений.

Ракета «Альфа» (рис. 12) покоится в инерциальной системе отсчета. Другая ракета — «Бета» — движется относительно нее равномерно-прямолинейно. Едва они поравнялись, на каждой произведена кратковременная вспышка света. Согласно *второму принципу* оба световых импульса должны распространяться *совместно*, так как скорость света не может зависеть от того, испущен он движущимся или покоящимся источником,— фактически мы будем иметь дело с одним «объединенным» импульсом.

Через одну секунду после вспышки световой импульс достигнет всех точек сферы радиуса 300 000 *км* с центром в том месте, где произошла вспышка. Такую сферу естественно назвать «фронтальной»: во всех точках внутри нее свет уже «побывал», но за пределы ее еще не вышел.

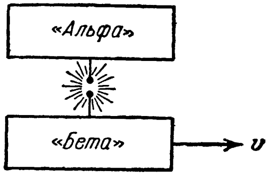


Рис. 12.

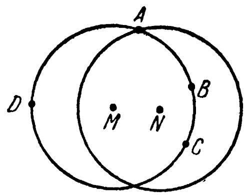


Рис. 13.

Если вести рассуждения в системе «Альфа», то в качестве центра фронтальной сферы следует указать ракету «Альфа», которая в этой системе отсчета покоится и потому *продолжает оставаться на месте вспышки*, тогда как ракета «Бета» успела его покинуть (прошла уже целая секунда!).

Но, согласно *принципу относительности*, рассуждения можно с таким же правом вести и в системе «Бета». Тогда нам придется признать ракету «Альфа» движущейся, а «Бета» покоящейся и потому продолжающей отмечать место вспышки. А это значит, что именно ракета «Бета» в любой момент времени должна будет служить центром фронтальной сферы.

Через секунду после вспышки ракеты «Альфа» и «Бета» находятся в разных точках M и N (рис. 13). Поскольку одна и та же сфера не может иметь два центра, придется изобразить *две* сферы, каждая из которых, *согласно одному из рассуждений*, является фронтальной.

Как видно из рисунка, рассуждения в обеих системах отсчета, в полном согласии друг с другом, приводят к выводу, что через одну секунду световой импульс доходит до точки A (рис. 13). Но одновременно с этим, согласно одному рассуждению, он приходит также и в точки B, C, D, тогда как, согласно другому рассуждению, точки B, C он уже прошел, а D еще не достиг.

Но факт достижения светом определенной точки имеет абсолютное значение (он может быть обнаружен, например, фотоэлементом или фотографической пластинкой) и потому не может зависеть от выбора системы отсчета.

Как видим, попытка совместить принцип относительности с принципом постоянства скорости света приводит к абсурду — из предыдущего рассуждения это следует с геометрической очевидностью.

И все же, доверяя опыту, Эйнштейн отважился положить оба «несовместимых» принципа в основу своей теории.Тем самым он взял на себя обязательство доказать, что в действительности между ними никакого противоречия нет.

И сразу же нужно признать, что это ему удалось блестяще, хотя, двигаясь по данному пути, встречаешься на каждом шагу с отпугивающими трудностями. Дело в том, что при построении теории неизбежно приходится принимать многие весьма странные на первый взгляд положения, которые, правда, логически неопровержимы, но тем не менее резко расходятся с давно сложившимися у нас интуитивными представлениями. Очень трудно отделаться от подсознательной уверенности в том, что рано или поздно они придут в прямое противоречие друг с другом, с незыблемо установленными принципами науки или же с экспериментом.

Однако в действительности по мере развития теории все эти «странные» и трудно приемлемые положения в конце концов прекрасно укладываются в логически стройную систему, свободную от внутренних противоречий. Становится совершенно очевидным, что первоначально имевшееся предубеждение не имело никаких оснований, кроме глубоко укоренившихся в нашем сознании предрассудков (вроде уверенности наших предков в абсолютной неподвижности Земли). Прошло очень мало времени, и самые «несуразные» положения теории Эйнштейна получили экспериментальное подтверждение.

Поэтому при изучении теории относительности не будем бояться непривычного, но будем всегда заботиться о том, чтобы не было логических противоречий и расхождений с фактами. Сделав какое-либо смелое предположение, нужно потом обязательно проследить, укладывается ли оно вместе с другими в логически безупречную систему.

Каким же все-таки путем устранил Эйнштейн «геометрически очевидное» противоречие между принципом постоянства скорости света и принципом относительности? Ему удалось это сделать лишь на основе глубочайшего анализа некоторых основных понятий и представлений — настолько фундаментальных, что сомнение в их истинности никому ранее не приходило в голову.

Эйнштейн первым обратил внимание на то, что произведенный уже наукой анализ понятия «в том же месте» должен быть обязательно дополнен не менее тщательным разбором понятия «в тот же момент времени».

Ведь вся суть вскрытого только что противоречия между двумя принципами сводилась к следующему: согласно двум одинаково убедительным рассуждениям геометрическим местом точек, достигаемых световым импульсом *в один и тот же момент времени*, оказывались две несовпадающие сферы.

Но что значит «*в один и тот же момент времени*»? В некритическом употреблении этого выражения, как и совершенно равнозначного ему слова «*одновременно*», как раз и кроется та ошибка, на которой основывалось неправильное противопоставление друг другу в действительности вполне совместимых принципов.

8. Проблема одновременности

Понятие «одновременно», как и понятия «раньше», «позже», относится к числу *первичных*; оно не может быть формально определено через другие, еще более элементарные понятия. Однако когда человек утверждает, что он *одновременно* увидел вспышку света и услышал удар колокола, все очень хорошо понимают, что́ он этим хочет сказать.

Таким образом, пока речь идет о нескольких восприятиях одного и того же человека («увидел свет и услышал звук»), первичный характер понятия «одновременно» не мешает пользоваться им в физике — действительный смысл его всем ясен. Но когда приходится судить об одновременности двух событий, случившихся на очень значительном расстоянии друг от друга, возникают значительные трудности.

Заметив на небе одновременную вспышку двух новых звезд, астроном не будет, конечно, утверждать, что эти события *и в действительности* произошли одновременно; он обязательно примет во внимание различие расстояний и запаздывание световых волн. Ведь мы видим на небе Юпитер таким, каким он в действительности был за сорок минут до этого, а туманность Андромеды — какой она была миллион лет назад.

Казалось бы, всегда можно сделать необходимую поправку на время распространения света и тем самым определить, какие именно события на отдаленных друг от друга светилах действительно одновременны. Однако для этого нужно хорошо знать законы распространения световых волн: чему равна скорость света, не зависит ли она от направления распространения или, может быть, от движения источника, наблюдателя, системы отсчета и т. д.— одним словом, предварительно решить все те вопросы, ответа на которые еще только искала физика в период создания теории относительности. Как раз для разрешения этих вопросов Эйнштейном и был предпринят анализ понятия одновременности.

На первый взгляд события можно считать одновременными, если они произошли в один и тот же момент времени, который может быть определен по часам, расположенным вблизи каждого из них. Однако откуда у нас может быть уверенность в том, что показания двух часов достаточно хорошо согласуются между собой? Конечно, если мы уверены в исправности их механизмов, достаточно убедиться в том, что они одновременно показывали, скажем, 12.00, но для этого опять-таки необходим тот самый критерий одновременности, которого нам как раз и недостает.

Доставка в места событий двух одинаковых часовых механизмов, предварительно согласованных (синхронизированных) где-нибудь в одном месте, встречает принципиальные возражения. Не только толчки и ускорения, но даже и равномерное движение часовых механизмов может существенно повлиять на их ход (ведь нам уже, например, известно из опыта, что масса меняется со скоростью, а это, естественно, отражается на периоде колебания пружинного маятника часов).

Проблема синхронизации часов и вообще установления одновременности была бы полностью разрешена применением каких-нибудь мгновенно распространяющихся сигналов. Однако по всем данным, какими располагает физика, таких сигналов в природе не существует. Самым быстрым из всех известных является сигнал в форме электромагнитных волн (световой или радиосигнал). Электромагнитные волны распространяются в пустоте со скоростью $c = 300\,000$ *км/сек*, что в 27 000 раз больше второй космической скорости.

Практически для синхронизации часов используются именно радиосигналы, причем запаздыванием их обычно

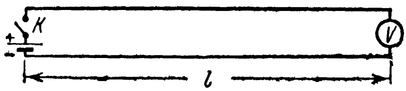


Рис. 14.

пренебрегают, потому что в пределах всего земного шара оно не может превышать 70 миллисекунд. Однако во многих случаях, встречающихся на практике, а тем более при решении интересующих нас принципиальных вопросов игнорировать запаздывание электромагнитных волн никак нельзя.

Внесение же соответствующих поправок, помимо недостаточного знания законов распространения, затруднено еще и тем, что расстояние от источника сигнала до наблюдателя *зависит от системы отсчета*. Ведь сигнал наблюдается спустя некоторый промежуток времени после его посылки, а за это время как источник, так и наблюдатель могли сместиться. Приходится измерять расстояние от того места, где наблюдатель находится *в момент получения сигнала*, до той точки, где был источник сигнала *в момент его посылки*. Но мы хорошо знаем, что «найти» эту точку иначе, как пользуясь определенной системой отсчета, нельзя.

Электрические сигналы *по проводам* также передаются со скоростью, не превышающей 300 000 *км/сек*. Если быстро замкнуть ключ K (рис. 14), то вольтметр V обнаружит наличие напряжения не ранее, чем через промежуток времени

$$\tau = \frac{l}{c},$$

Звуковые сигналы распространяются еще медленнее: скорость звука почти в миллион раз меньше скорости света.

Если бы существовали абсолютно твердые, совершенно недеформируемые стержни, то с их помощью легко было бы осуществить мгновенную передачу сигнала: при смещении одного из концов стержня в продольном направлении другой сместился бы *в тот же самый момент времени* — иначе уменьшилась бы длина *несжимаемого* стержня. Однако в действительности абсолютно твердых тел нет. В реальных же стержнях смещение одного конца вызывает сперва лишь местное сжатие, которое постепенно (со скоростью звука) распространяется от точки к точке и только через некоторый промежуток времени «толкает» второй конец.

Как видим, констатировать одновременность двух событий, случившихся не в одном месте, совсем не просто.

Конечно, такое затруднение мы могли бы расценивать как временное, относя его за счет несовершенства используемых технических средств. Ведь каждому из нас свойственно глубоко укоренившееся интуитивное представление об одновременности событий как абсолютном, безусловном понятии, в которое все люди вкладывают совершенно одинаковый смысл, хотя бы они даже и пользовались различными системами отсчета. Свое субъективное представление о текущем моменте времени — о том самом «теперь», которое отделяет «прошлое» от «будущего», — мы склонны распространить на всю вселенную, разделяя и все события в бесконечном мире на прошлые, настоящие и будущие и провозглашая такое разделение всеобщим, абсолютным и уж, конечно, никак не связанным с системами отсчета.

Исходя из такого представления (и познаваемости мира!), следовало бы ожидать, что в конце концов обязательно будет найден вполне объективный способ констатировать одновременность событий, как бы далеко друг от друга они ни произошли.

Однако позиция Эйнштейна по данному вопросу была диаметрально противоположной. Он высказал предположение, что никакого единого и обязательного для всех способа констатировать одновременность нет и не может быть, потому что понятие «в тот же момент времени», подобно понятию« в том же месте», приобретает смысл *только после* *выбора определенной системы отсчета*. Как согласно принципу относительности Галилея нельзя «вообще» (т. е. вне определенной системы отсчета) указать *ту же самую точку* в другой момент времени, так и согласно предположению Эйнштейна нельзя «вообще» указать *тот же самый момент времени* в другой точке пространства. Это можно сделать не иначе, как имея в виду определенную систему отсчета.

Позиция Эйнштейна заключала в себе известный риск— ее могло бы, например, опровергнуть открытие мгновенно распространяющегося сигнала или другого способа «абсолютной» синхронизации часов. Зато она устраняла противоречие между принципами относительности и постоянства скорости света. Благодаря этому стало возможным положить их в основу теории, в которой неудача попыток обнаружить годичное движение Земли выступала уже не как досадное следствие удивительного стечения обстоятельств, а как закономерное проявление общего принципа природы — полного равноправия всех инерциальных систем.

В дальнейшем успех теории относительности в объяснении и предсказании экспериментальных фактов, а также ее логическая завершенность устранили всякое сомнение в правильности позиции Эйнштейна по вопросу об одновременности.

Итак, примем вместе с Эйнштейном два основных принципа:

1) формулировка физических законов во всех инерциальных системах одинакова (принцип относительности);

2) скорость света в пустоте имеет постоянную величину независимо от движения источника и наблюдателя (принцип постоянства скорости света).

Кроме того, условимся определять одновременность событий *в данной системе отсчета* с помощью световых сигналов с поправкой на их запаздывание. Принцип постоянства скорости света не оставляет никаких сомнений относительно скорости распространения, а указание конкретной системы позволяет однозначно определить пройденное сигналом расстояние. В другой системе отсчета расстояние окажется иным, иным будет и понимание одновременности. События, одновременные в одной системе, могут оказаться разновременными в другой.

Различие фронтальных сфер одного и того же светового импульса в различных системах отсчета (рис. 13) теперь уже не заключает в себе логического противоречия: просто в системе «Альфа» появления световых импульсов в точке A и в точке B одновременны, в системе же «Бета» — нет.

Теперь можно уже приступить к изложению теории Эйнштейна, для чего нужно прежде всего научиться строить и понимать пространственно-временные графики.

9. Пространственно-временные графики

Поскольку каждое событие происходит в определенной точке пространства и в определенный момент времени, оно характеризуется четырьмя величинами: тремя пространственными координатами точки x, y, z и «временнóй датой» t. В данной системе отсчета четверка чисел (x, y, z, t) однозначно определяет некоторое событие, в связи с чем указанные четыре числа могут быть названы *расширенными координатами* события (расширенными потому, что они характеризуют «положение» данного события не только в пространстве, но также и во времени).

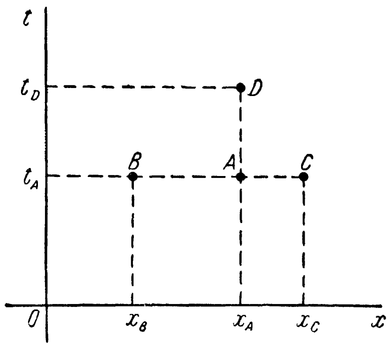


Рис. 15.

Простоты ради мы часто будем ограничиваться рассмотрением только таких процессов, которые разыгрываются на оси x, так что при описании их координаты y и z можно вообще во внимание не принимать. В этом случае расширенными координатами события будет служить пара чисел (x, t).

Для наглядного изображения взаимного «расположения» событий во времени и в пространстве используются пространственно-временные графики (рис. 15). Вдоль одной (обычно горизонтальной) оси такого графика откладывается координата x, а вдоль другой — время t. Тогда точка A изобразит событие, случившееся в точке x_A в момент t_A. События B и C произошли в тот же момент времени, но в других точках, а событие D — в той же точке, что и событие A, но позднее.

Всякий физический процесс можно представлять себе в виде непрерывной «цепочки» элементарных событий. На пространственно-временном графике каждое из них изобразится точкой, а весь процесс в целом — составленной из таких точек линией. Эта линия дает наглядное представление о данном процессе; мы будем ее называть *пространственно-временной трассой* *).

Например, пространственно-временная трасса полета снаряда MN (рис. 16) показывает, где находился снаряд

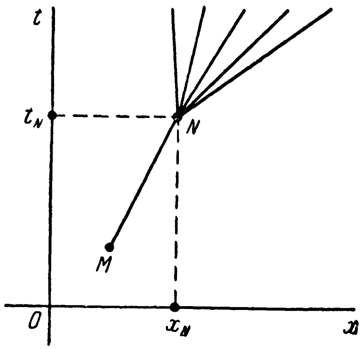


Рис. 16.

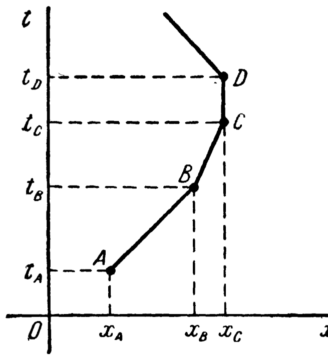


Рис. 17.

в каждый момент времени. Заключительная точка N этой трассы соответствует разрыву (снаряд разорвался в момент t_N в точке x_N). От точки N начинается целый «веер» пространственно-временных трасс, иллюстрирующих разлет осколков.

На рис. 17 представлен пространственно-временной график прогулки. Она началась в точке x_A в момент t_A (событие A). В момент t_B в точке x_B гуляющий закурил (событие B) и замедлил шаг. В точке x_C он присел и отдыхал с момента t_C до момента t_D, а затем пошел обратно.

Как видим, пространственно-временная трасса представляет собой как бы своеобразную «биографию» предмета, указывающую, где и когда происходили с ним разные события.

*) Пространственно-временная трасса иначе называется «мировой линией».

Пространственно-временная трасса неподвижного предмета параллельна оси времени.

Прямая, параллельная оси x, очевидно, не может изображать никакого процесса, так как все ее точки относятся к одному и тому же моменту времени. Но зато она изображает совокупность событий, происшедших в различных местах в этот момент времени.

Ось времени представляет собой цепочку событий, случившихся в начале координат в различные моменты времени; общим для всех этих событий является то, что характеризующая их координата x равна нулю. По этой причине мы часто будем называть ось времени осью нулевого x (или осью $x=0$). Она может рассматриваться также как пространственно-временная трасса того тела, с которым связано начало координат.

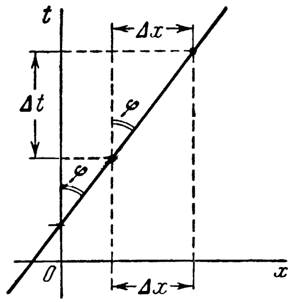


Рис. 18.

Аналогично, ось x изображает совокупность событий, происшедших в начальный момент в различных точках; мы будем иногда именовать ее осью нулевого t.

Пространственно-временная трасса равномерно движущегося тела — прямая линия, неравномерно движущегося — кривая. Как видно из рис. 18, скорость движения

$$V = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \operatorname{tg} \varphi,$$

где φ — угол, образуемый касательной к пространственно-временной трассе и осью времени (которая у нас вертикальна!). Чем резче отклоняется трасса от вертикальной оси времени, тем быстрее движение.

В дальнейшем будет удобно выбирать единицы длины и времени с таким расчетом, чтобы числовая величина скорости света в пустоте была равна единице. Этого можно добиться различными способами, например, выражая время в секундах, а расстояния — в «световых секундах» (т. е. принимая за единицу длины путь, пробегаемый светом за единицу времени).

Введенную таким способом единицу скорости естественно назвать световой. Нетрудно убедиться, что скорость v, выраженную в световых единицах, можно рассматривать как отношение скорости того же тела V к скорости света c:

$$v = \frac{V}{c},$$

причем обе скорости, V и c, могут быть выражены в произвольных, но непременно одинаковых единицах.

Так как в дальнейшем мы всегда будем пользоваться только световыми единицами, скорость света будет равняться единице, а пространственно-временные трассы распространения светового импульса (или короткого радиосигнала) будут образовывать с осями графика углы в 45°.

В принципе применение пространственно-временных графиков возможно также и в тех случаях, когда процесс разыгрывается не на одной только оси x, а в целой плоскости (x, y). Но после добавления координаты y пространственно-временной график уже не умещается на плоскости и должен быть перенесен в пространство. Это — значительное осложнение, так как здесь требуется уже пространственное воображение (которому, правда, можно помочь моделями).

В еще более общем случае, когда изучаемый процесс совершается в трехмерном пространстве, приходится вводить в рассмотрение еще одну — четвертую по счету — расширенную координату z. Построить такой «четырехмерный» график в реальном трехмерном пространстве не представляется возможным. Но нельзя ли его себе хотя бы вообразить?

Обычного и даже самого богатого воображения для этого недостаточно: ведь самая изощренная фантазия базируется в конечном счете на комбинировании впечатлений, полученных из действительного мира, где нет и не может быть четырех прямых, взаимно перпендикулярных между собой.

Однако математику, привыкшему в своих рассуждениях заменять точки пространства тройками их координат, нетрудно оперировать также и *четверками* координат, распространяя на них по аналогии привычную геометрическую терминологию (при этом он, разумеется, нисколько не сомневается в трехмерности реального пространства).

Использование четырехмерных пространственно-временных графиков оказывается иногда полезным, так как позволяет излагать теорию относительности в геометрических терминах. Однако в нашей книге — за исключением ее последней главы — мы к этому прибегать не будем.

10. Преобразование Галилея

Свяжем инерциальную систему отсчета с ракетой «Альфа» и условимся помечать индексом α координаты, измеренные в этой системе.

По отношению к ракете «Альфа» в направлении оси x равномерно-прямолинейно движется ракета «Бета». С ней

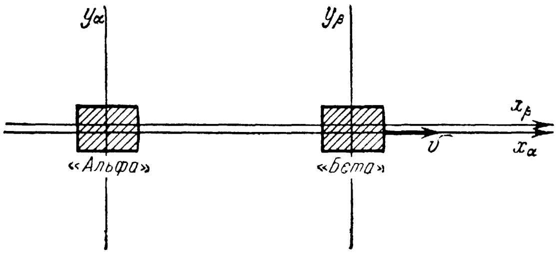


Рис. 19.

связана вторая система отсчета таким образом, что оси x обеих систем скользят друг по другу, а оси y и z все время остаются соответственно параллельными (рис. 19). Скорость ракеты «Бета» по отношению к «Альфе» равна v.

Рассуждения в данном параграфе мы будем вести в рамках галилее-ньютоновской механики и потому пользоваться обычными, а не эйнштейновскими представлениями об одновременности. Допустим далее, что при $t=0$ начала координат обеих систем совпадали между собой.

Пространственно-временная трасса ракеты «Бета» в системе «Альфа» изобразится наклонной прямой OB (рис. 20).

Событие S произошло — в системе «Альфа» — в точке $(x_\alpha, y_\alpha, z_\alpha)$ в момент t. Определим пространственные координаты $(x_\beta, y_\beta, z_\beta)$ этого же события в системе «Бета».

Подобно тому как ось нулевого x_α изображает положения ракеты «Альфа» в различные моменты времени, ось нулевого x_β совпадает с пространственно-временной трассой ракеты «Бета». Координата x_α— это расстояние AS того места, где произошло событие S, от ракеты «Альфа»; а координата x_β— его же расстояние BS от ракеты «Бета». Из рис. 20 видно, что координата $x_\beta=BS$ отличается от координаты $x_\alpha=AS$ на длину отрезка $AB=vt$, на который ракета «Бета», двигаясь со скоростью v, успела удалиться от «Альфы» за время t. Следовательно,

$$x_\beta=x_\alpha-vt.$$

Угол φ между осями нулевых x_β и x_α пространственно-временного графика определяется из прямоугольного треугольника ABO:

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{AB}{AO}=\frac{vt}{t}=v.$$

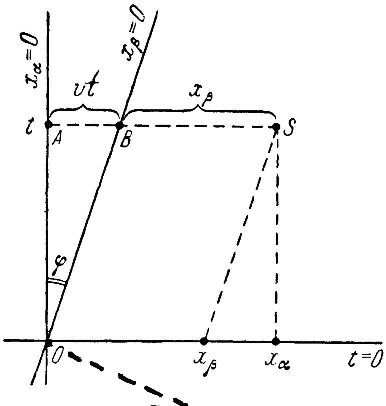


Рис. 20.

Поскольку при движении оси y_β и z_β остаются соответственно параллельными осям y_α и z_α, а ось x_β скользит по оси x_α, координаты события y_β, z_β в системе «Бета» ничем не отличаются от его координат y_α, z_α в системе «Альфа»:

$$y_\beta=y_\alpha;\quad z_\beta=z_\alpha.$$

Что же касается временной даты t, определяющей момент события S, то она, разумеется, одинакова в обеих системах: ведь измерение времени до работ Эйнштейна казалось совершенно не связанным с системами отсчета. Разве что ради единообразия обозначений можно позволить себе, пользуясь одной системой, писать t_α, а пользуясь другой t_β, но тогда надо обязательно положить, что

$$t_\beta=t_\alpha.$$

Резюмируя, можно сказать, что при переходе от одной системы отсчета к другой, движущейся относительно первой равномерно-прямолинейно (и без вращения) в направлении оси x, расширенные координаты события изменяются согласно формулам

$$\left.\begin{aligned} x_\beta &= x_\alpha - vt_\alpha, \\ y_\beta &= y_\alpha, \\ z_\beta &= z_\alpha, \\ t_\beta &= t_\alpha. \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Эти формулы известны под названием «преобразование Галилея» (хотя у Галилея они в явном виде и не встречаются, зато вполне соответствуют духу его представлений об относительности движения). Как мы узнаем

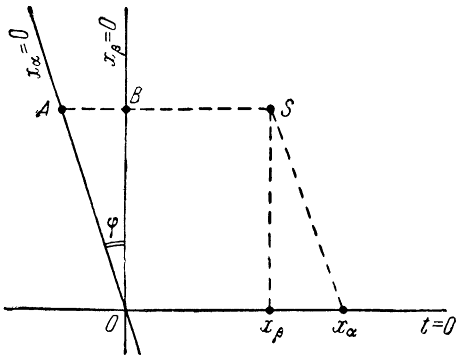


Рис. 21.

дальше, теория относительности Эйнштейна внесла в эти формулы существенные изменения.

Если бы мы исходили не из системы «Альфа», а из системы «Бета», то именно в ней следовало бы строить пространственно-временной график. Он выглядел бы, как на рис. 21, а формулы преобразования расширенных координат записывались бы в виде

$$\left.\begin{aligned} x_\alpha &= x_\beta + vt_\beta, \\ y_\alpha &= y_\beta, \\ z_\alpha &= z_\beta, \\ t_\alpha &= t_\beta. \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Появление в этих формулах перед членом vt знака плюс вместо минуса в предыдущих формулах вполне понятно: если ракета «Альфа» по отношению к «Бете» летит на юг, то «Бета» по отношению к «Альфе» движется на север, т. е. в противоположном направлении. В остальном же формулы (1) и (2) одинаковы, что вполне соответствует равноправию обеих инерциальных систем отсчета.

Заметим, что формулы обратного преобразования (2) могли бы быть получены из формул прямого перехода (1) и чисто алгебраически — путем решения их относительно переменных x_α, y_α, z_α, t_α в предположении, что переменные x_β, y_β, z_β, t_β заданы.

11. Синхронизация часов

Каким бы очевидным ни представлялось нам преобразование Галилея, оно не может сохранить силу в теории относительности Эйнштейна, так как предполагает единый для всех систем счет времени, а значит, и одинаковое понимание одновременности. Поэтому в теории Эйнштейна

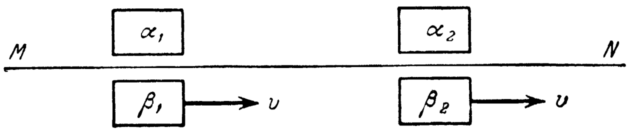


Рис. 22.

преобразование Галилея заменяется преобразованием Лоренца, которое согласуется с эйнштейновским пониманием одновременности.

До вывода формул преобразования Лоренца необходимо решить до конца вопрос о синхронизации (т. е. согласовании) часов, находящихся вдали друг от друга,— иными словами, установить вполне определенный способ констатировать одновременность удаленных друг от друга событий.

Допустим, что где-то в космосе параллельно прямой MN летят два ракетных «поезда» (рис. 22). Поезд «Альфа» состоит из ракет α_1 и α_2, а поезд «Бета» — из ракет β_1 и β_2. Движения обоих поездов инерциальные; при этом поезд «Бета» обладает относительно поезда «Альфа» скоростью v (выраженной в световых единицах). Как всегда, свяжем с ракетами одноименные с ними инерциальные системы отсчета таким образом, чтобы оси x скользили одна по другой, а оси y_β и z_β всегда оставались параллельными соответственно осям y_α и z_α. Начало координат системы «Альфа» совмещено с ракетой α_1, системы «Бета» — с ракетой β_1.

Все ракеты оборудованы радиостанциями и совершенно одинаковыми часовыми механизмами. Сперва часовые механизмы бездействуют, их стрелки установлены на нуль времени.

Детали устройства часов нас не интересуют: они могут быть механическими, электрическими или какими-нибудь иными. Но каждый часовой механизм связан с радиостанцией своей ракеты так, что включение часов по радиосигналу или передача их показаний по радио могут быть осуществлены с большой точностью.

Дальнейшие рассуждения с одинаковым успехом могут быть проведены в любой инерциальной системе; для определенности условимся вести их в системе «Альфа».

Когда при своем движении ракета α_1 поравняется с ракетой β_1, на них запускаются часы и одновременно с этим излучаются короткие световые или же радиосигналы. Задача состоит в том, чтобы и на других ракетах запустить часы так, чтобы они шли синхронно с упомянутыми часами ракет α_1 и β_1. Для этого-то и предназначаются сигналы.

Согласно принятому Эйнштейном принципу постоянства скорости света сигналы обеих ракет распространяются совместно, не отставая, но и не опережая друг друга,— как один сигнал. Когда он достигает ракеты α_2, на ней автоматически включаются часы, а принятый сигнал без всякой задержки *ретранслируется*, т. е. вновь излучается в пространство.

Ретрансляция принятого сигнала поможет потом вычислить необходимую поправку часов α_2, они ведь пока заведомо отстают от часов α_1 на неизвестное еще время распространения сигнала (в один конец).

На ракете α_1 точно фиксируется по часам момент возвращения ретранслированного сигнала. Если часы α_1 с момента их пуска и до возвращения ретранслированного сигнала успели отсчитать τ секунд, то из этого можно заключить, что часы α_2 отстают от часов α_1 на $\tau/2$ секунд. Ведь согласно принципу постоянства скорости света на распространение сигнала *туда* и *обратно* затрачивается одинаковое время, так что момент запуска часов α_2 приходится точно на середину отрезка времени длительностью

τ секунд между излучением первичного и возвращением ретранслированного сигнала. Иными словами, в момент запуска часов α_2 часы α_1 показывали уже $\tau/2$.

Итак, мы выяснили, что при запуске часов α_2 их надо было бы сразу же установить на $\tau/2$, а они были установлены на нуль. Для устранения ошибки достаточно передать по радио с ракеты α_1 на ракету α_2 приказ о переводе стрелки часов на $\tau/2$ секунд вперед, и часы обеих ракет будут синхронизированы!

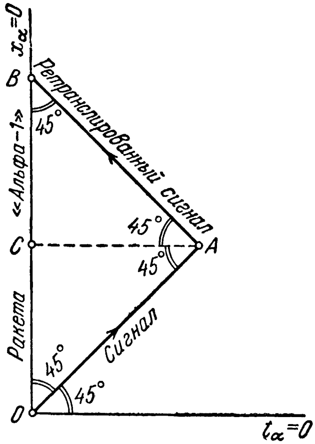


Рис. 23.

Для большей наглядности отобразим все эти действия и рассуждения на пространственно-временном графике, построенном в системе «Альфа» (рис. 23).

Ракета α_1 принимается за начало координат, следовательно, ее пространственно-временная трасса совпадает с осью нулевого x_α. Событие O изображает запуск часов ракеты α_1 и излучение первичного сигнала. Отрезок OA, образующий с осями углы в 45°,— это пространственно-временная трасса первичного сигнала, распространяющегося со световой скоростью $v=1$.

Событие A — ретрансляция сигнала ракетой α_2 и запуск ее часов. Отрезок AB, тоже наклоненный к осям под углом 45°, только в другую сторону (так что он перпендикулярен отрезку OA),— это пространственно-временная трасса ретранслированного сигнала. Событие B — прием этого сигнала ракетой α_1 (в этот момент стрелка часов α_1 показывала τ секунд).

Отрезок OB изображает ход часов ракеты α_1 с момента O излучения первичного сигнала (когда стрелка часов начала свое движение с нулевого деления циферблата) и до момента B возвращения ретранслированного сигнала (когда стрелка достигла деления τ). Середина C отрезка OB как раз и соответствует тому событию на ракете α_1, которое в системе «Альфа» должно считаться одновременным с A, т. е. с ретрансляцией сигнала и пуском часов ракеты α_2 (событие C, очевидно, состоит в прохождении стрелки часов α_1 через деление $\tau/2$).

Как и следовало ожидать, одновременные события A и C на пространственно-временном графике располагаются на прямой, параллельной оси нулевого t_α.

Поскольку уже признан принцип постоянства скорости света, описанная процедура синхронизации часов в системе «Альфа» не может вызвать никаких принципиальных возражений.

Но если так, то и пассажиры ракетного поезда «Бета» вправе применить аналогичную процедуру для синхронизации своих часов: ведь согласно принятому Эйнштейном принципу относительности инерциальная система «Альфа» не имеет никаких преимуществ перед системой «Бета». Однако пассажирам «Альфы» действия пассажиров «Беты», синхронизирующих часы, покажутся ошибочными. Нагляднее всего в этом можно убедиться на соответствующем пространственно-временном графике, построенном в системе «Альфа» (рис. 24).

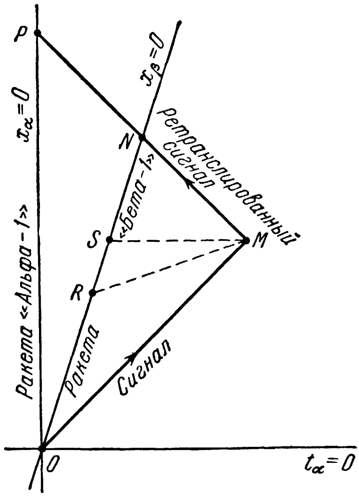


Рис. 24.

Здесь ON—пространственно-временная трасса ракеты β_1, которая движется со скоростью v относительно ракеты α_1.

Событие O — излучение первичного сигнала и запуск часов на ракете β_1. Отрезок OM — распространение первичного сигнала, а событие M — прием его ракетой β_2, ретрансляция и запуск часов β_2.

Отрезок MN — распространение ретранслированного сигнала, а событие N — прием его ракетой β_1.

Отрезок ON изображает ход часов ракеты β_1 с момента отправления первичного и до возвращения ретранслированного сигнала. Середина R этого отрезка соответствует событию, которое в системе «Бета» должно считаться одновременным с событием M, т. е. с ретрансляцией сигнала ракетой β_2.

Но с точки зрения «альфацентриста» (т. е. физика, пользующегося системой «Альфа») это заключение абсурдно: он считает, что событие M одновременно не событию R, а некоторому другому, более позднему событию S на ракете β_1 — такому, что прямая SM параллельна оси $t_\alpha=0$.

Конкретная ошибка в наших рассуждениях, проведенных в системе «Бета», по мнению альфацентриста, заключается в необоснованном делении отрезка ON, а значит, и соответствующего промежутка времени пополам: ведь по сравнению с первичным ретранслированный сигнал, распространяясь навстречу движению ракеты β_1, прошел *меньший* путь и должен был затратить на это меньше времени. Действительное возвращение сигнала в исходную точку, по мнению альфацентриста, имело бы место только в момент достижения им покоящейся ракеты α_1 (событие P).

Однако при всей серьезности доводов альфацентриста они не смогут убедить бетацентриста, который предпочитает пользоваться системой «Бета», отказаться от его точки зрения. Ведь он имеет точно такие же основания считать неподвижной ракету «Бета», как его оппонент — ракету «Альфа». Признав равноправие инерциальных систем отсчета, приходится предоставить возможность пользоваться в каждой из них своим пониманием одновременности событий.

Как видим, на графике, построенном в системе «Альфа», события M и R, которые должны считаться одновременными в системе «Бета», располагаются не на горизонтальной, а на наклонной линии (тогда как события, одновременные в системе «Альфа», лежат на горизонтали). Здесь нет, разумеется, никакого нарушения равноправия систем: если бы мы вели построение в системе «Бета» (рис. 25), вышло бы как раз наоборот (на горизонтали всегда располагаются события, одновременные в той системе отсчета, в которой построен график).

Полученный результат — наглядная иллюстрация зависимости понятия «одновременно» от выбора системы отсчета. Отныне нельзя уже говорить просто «события A и B одновременны», необходимо уточнять — в какой именно системе отсчета. Это очень напоминает физическую бессодержательность утверждения об одноместности двух событий без указания системы координат — различие только в привычности одного и новизне другого.

Однако возвратимся к пространственно-временному графику в системе «Альфа» (рис. 24 и 26) и проведем на нем ось нулевого t_β. Она должна изображать совокупность событий, происшедших в различных местах одновременно с событием O (одновременность в смысле системы «Бета»). Но как мы уже установили, такие события располагаются

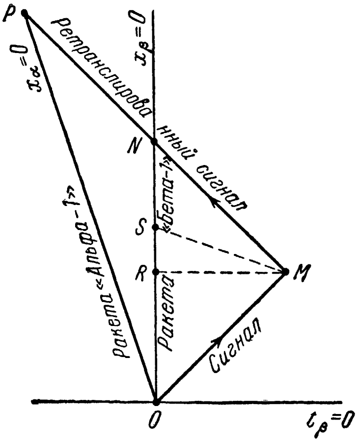


Рис. 25.

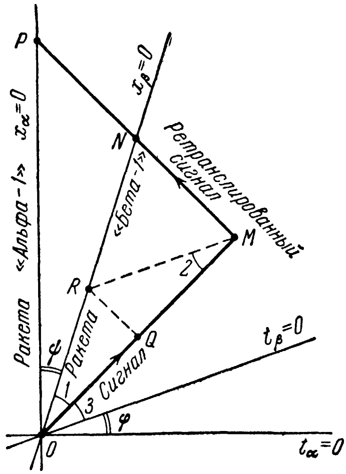


Рис. 26.

не на горизонтальной, а на **наклонной** прямой. Следовательно, ось нулевого t_β не может совпадать с осью нулевого t_α: пересекая ее в точке O, она образует с ней угол φ (рис. 26), который нам еще предстоит определить.

В системе «Бета» события M и R произошли в один и тот же момент времени; значит, они одинаково удалены от оси нулевого t_β. Иными словами, прямая RM параллельна оси нулевого t_β.

Определение угла φ не представляет трудностей. Исходя из чисто геометрических соображений, можно показать, что оси нулевого t_β и нулевого x_β располагаются симметрично относительно OM, т. е. биссектрисы угла, образуемого осями x_α и t_α.

Доказательство. В треугольнике OMN угол M — прямой (сумма двух углов по 45°, образуемых трассами сигналов с горизонталью SM, показанной на рис. 24). Через точку R (середина стороны ON) проведем прямую, параллельную NM; как средняя линия треугольника она разделит пополам также и сторону OM (в точке Q). Полученные малые прямоугольные треугольники ORQ и MRQ равны (по двум катетам). Равны, следовательно, и их острые углы:

$$\angle 1 = \angle 2.$$

Но $\angle 2 = \angle 3$, так как RM параллельна оси нулевого t_β. Отсюда вытекает равенство

$$\angle 1 = \angle 3,$$

свидетельствующее о симметричном расположении осей t_β и x_β относительно биссектрисы угла между осями t_α и x_α.

Таким образом, ось нулевого t_β образует с осью нулевого t_α такой же угол φ, как и ось нулевого x_β с осью нулевого x_α. А это значит, что

$$\operatorname{tg} \varphi = v,$$

где v — скорость системы «Бета» относительно системы «Альфа», выраженная в световых единицах.

12. Расположение во времени и пространстве

Итак, одновременность относительна: события, одновременные в одной системе отсчета, оказываются разно-

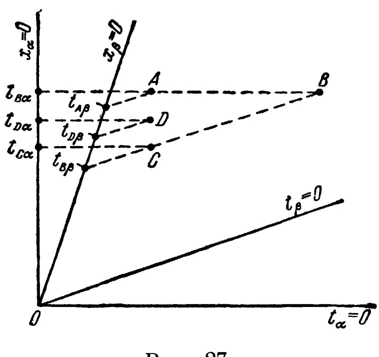


Рис. 27.

временными в другой. Скажем, в системе «Альфа» (рис. 27) события A и B одновременны (оба происходят в один и тот же момент времени $t_{B\alpha}$), в системе же «Бета» событие B (происходящее в момент $t_{B\beta}$) предшествует событию A (случившемуся в момент $t_{A\beta}$). Зато в системе «Бета» одновременны события B и C, хотя в системе «Альфа» событие B совершается позже, чем C.

Еще оригинальнее обстоит дело с последовательностью во времени событий D и B: в системе «Альфа» событие D произошло р а н ь ш е, в системе же «Бета» — п о з ж е, чем B:

$$t_{D\alpha} < t_{B\alpha};$$
$$t_{D\beta} > t_{B\beta}.$$

Таким образом, относительной (зависящей от системы отсчета) оказывается не только одновременность событий, но и последовательность их во времени. В зависимости от выбора системы соотношения «раньше» и «позже» иногда даже меняются местами!

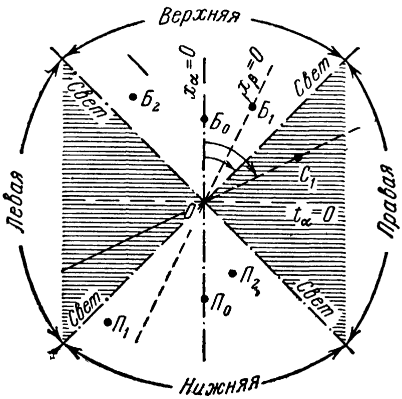


Рис. 28.

Чтобы внести в этот вопрос необходимую ясность, рассмотрим общее для всех используемых систем «начальное событие» O, происшедщее в начале координат и в начальный момент времени ($x=y=z=t=0$). Допустим, что этим событием было испускание короткого светового импульса, распространяющегося во все стороны. Его пространственно-временные трассы, показанные на нашем рисунке штрихпунктиром (рис. 28), разбивают пространственно-временной график на своего рода зоны: левую, правую, верхнюю и нижнюю. Каждая из этих зон охватывает события, находящиеся в некотором специфическом пространственно-временном отношении к начальному событию O.

События $Б_0$ и $П_0$ в системе «Альфа» (для которой построен график) одноместны с событием O, тогда как события $Б_1$, $П_1$ не одноместны с ним: событие $Б_1$ произошло, скажем, «севернее», а событие $П_1$— «южнее», чем O (понятия «юг» и «север» используются здесь условно: направление «с севера на юг» может, например, означать направление от Полярной звезды к Солнцу).

Существует, однако, другая инерциальная система — «Бета», в которой событие $Б_1$ одноместно с событием O; ось нулевого x_β этой системы проходит через точки O и $Б_1$.

Аналогично путем надлежащего выбора системы отсчета с событием O может быть совмещено любое событие из верхней и нижней зон, например: $П_1$, $Б_2$, $П_2$ и т. д. По отношению к событию O все такие события могут быть названы *квазиодноместными*: хотя в данной системе отсчета они, может быть, и не одноместны с событием O, но легко могут быть сделаны одноместными путем изменения системы.

В противоположность этому, ни одно событие из левой и правой зон совместить с начальным событием O за счет выбора системы отсчета ни в коем случае не удастся, так как для этого система отсчета должна была бы по отношению к системе «Альфа» двигаться быстрее света! Ведь если бы событие C_1, как и событие O, произошло в начале координат какой-нибудь инерциальной системы «Гамма», пространственно-временная трасса ракеты «Гамма» изображалась бы прямой OC_1, а эта прямая образует с осью нулевого x_α больший угол, чем трасса светового импульса (штрих-пунктир).

Но движение какого бы то ни было тела быстрее света противоречит позиции Эйнштейна (его можно было бы использовать в качестве синхронизирующего сигнала!). А система отсчета в теории относительности всегда может мыслиться как связанная с каким-нибудь материальным телом: ведь систему отсчета, по отношению к которой ни одно тело принципиально не может покоиться, равноправной с другими никак не назовешь!

В любой системе отсчета все события из правой зоны произошли (или произойдут) с е в е р н е е события O. Точно так же и все события из левой зоны могут быть охарактеризованы как заведомо более ю ж н ы е, чем O. Поэтому по сравнению с начальным событием O правая и левая зоны могут быть соответственно названы областями *абсолютно более северных и абсолютно более южных* событий.

Выходит, что с точки зрения расположения в пространстве относительно события O все прочие события распадаются на три класса (рис. 29): абсолютно более северные, абсолютно более южные и квазиодноместные. Последние в одной системе отсчета действительно одноместны с O, в других — севернее его, а в третьих — южнее. Как видно из графика, расположение событий в пространстве является абсолютным в том случае, когда расстояние между событиями (в световых секундах) больше промежутка времени между ними (выраженного в секундах).

До Эйнштейна никаких «абсолютно северных» или «абсолютно южных» событий физика не признавала: каждые два события (кроме строго одновременных) считались квазиодноместными. Ведь, двигаясь с достаточной быстротой, начало координат могло за любой сколь угодно короткий промежуток времени между событиями успеть переместиться из того места, где произошло первое событие, туда, где произойдет второе. Благодаря этому местом совершения обоих событий оказывалось начало координат, т. е. одна точка. Конечно, для этого могла бы потребоваться очень большая скорость, но никаких принципиальных ограничений в этом отношении классическая физика не знала. Поэтому только строго одновременные события могли в ней быть абсолютно северными, абсолютно южными или же абсолютно одноместными.

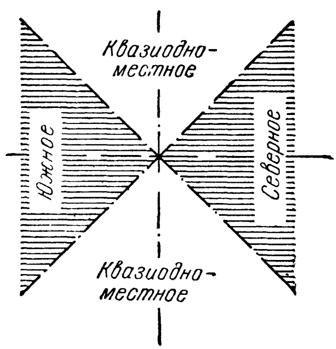


Рис. 29.

Как видим, вопреки своему названию, теория относительности Эйнштейна сделала понятия «севернее», «южнее» не более, а **менее** относительными. Теперь они имеют абсолютный характер не только в случае строго одновременных событий, как это было в классической физике, но также и во всех случаях, когда промежуток времени между событиями меньше расстояния между ними.

Разберемся теперь, как обстоит дело в теории относительности с последовательностью событий **во времени**.

13. Последовательность во времени и причинность

Начальному событию O в системе «Альфа» (рис. 30) одновременны события $С_0$ и $Ю_0$, а в других системах — соответственно события $С_1$, $С_2$, $Ю_1$, $Ю_2$ и другие события из левой и правой зон. Но ни одно из событий верхней и нижней зон не может лежать на оси нулевого t какой-либо системы отсчета — для этого она должна была бы двигаться быстрее света. Какую бы инерциальную систему мы ни выбрали, любое событие из верхней зоны происходит п о з ж е события O, а любое событие из нижней зоны — р а н ь ш е него. Поэтому по отношению к событию O верхнюю зону называют областью «абсолютно будущего», нижнюю — областью «абсолютно прошлого», а правую и левую зоны — областью *квазиодновременных* событий (рис. 31). Надлежащим выбором системы отсчета любое квазиодновременное событие может быть сделано одновременным с O.

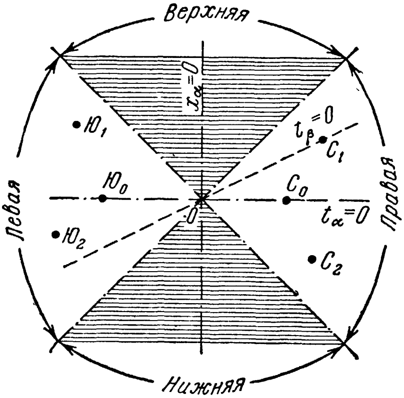


Рис. 30.

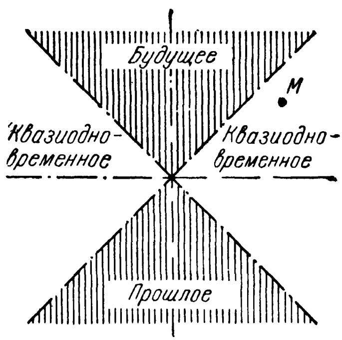


Рис. 31.

В классической физике соотношения «раньше», «позже», «одновременно» считались всегда абсолютными, никак не связанными с выбором системы отсчета. Теория относительности Эйнштейна ликвидировала эту абсолютность, но лишь отчасти. Наряду с событиями, последовательность которых во времени по-прежнему независима от системы отсчета, появилась новая категория событий квазиодновременных, каждое из которых при смене системы может превратиться из предшествовавшего в последующее или одновременное.

В теории Эйнштейна, если событие A случилось намного раньше (или же намного позже), чем O, но на небольшом расстоянии от него, последовательность этих событий во времени остается такой же во всех системах. Но если события A и O произошли далеко друг от друга и притом разделены небольшим промежутком времени, найдутся системы отсчета, в которых они одновременны, в которых A следует за O и в которых O следует за A.

Подводя итог, можно сказать, что в теории относительности два события либо квазиодноместны, либо же квазиодновременны (третью категорию составляют лишь события, расположенные на трассах светового импульса, но мы их сейчас рассматривать не будем).

Если события квазиодноместны, то расположение их в пространстве существенно зависит от выбора системы отсчета, но зато одно из них заведомо раньше другого.

Если же, наоборот, события квазиодновременны, то относительной является последовательность их во времени, расположение же их в пространстве является абсолютным.

Уменьшив относительность пространственного расположения и введя частичную относительность следования во времени, теория Эйнштейна ликвидировала в данном вопросе характерную для классической физики противоположность свойств времени и пространства, сделала временные отношения в такой же мере относительными и абсолютными, как и пространственные. (Но это не значит, конечно, что теория относительности уничтожила всякое различие между временем и пространством, — на этом вопросе мы еще остановимся подробнее.)

Про два абсолютно разновременных (а значит, квазиодноместных) события говорят, что они разделены во времени или что между ними имеется *временной интервал*. Точно так же и два абсолютно разноместных (и, следовательно, квазиодновременных) события считаются разделенными *пространственным* интервалом.

События A и B, разделенные пространственным интервалом (и, следовательно, не разделенные временным), являются квазиодновременными. Это значит, что в одной из инерциальных систем они одновременны, но в других системах одно из событий предшествует другому. При этом в зависимости от системы либо событие A произошло раньше B, либо наоборот.

А что, если событие A было выстрелом охотника, а событие B — смертью подстреленного им зверя? Ведь если в какой-либо системе отсчета ружейная пуля попадает в тело зверя и причиняет ему смерть р а н ь ш е, чем она вылетела из ружья,— все наши представления о причинности оказываются вверх ногами. О каком «равноправии» систем отсчета может идти речь, если в одной системе волк умирает потому, что в него выстрелили, а в другой— ружье выстрелило потому, что волк умер? Или если в одной системе причины предшествуют своим следствиям, в другой же — наоборот?

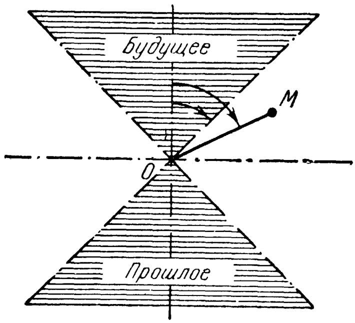


Рис. 32.

Разумеется, никакая наука не может допустить, чтобы следствия предшествовали своим причинам. Нет этого и в теории относительности. При переходе к другой системе отсчета последовательность событий во времени может измениться на противоположную только в том случае, если события квазиодновременны, например одно из них изображается началом координат, а другое— любой точкой из незаштрихованной области пространственно-временного графика (рис. 32). Если событие O— вылет пули из дула ружья, а событие M — попадание ее в зверя, то отрезок OM изображает пространственно-временную трассу полета пули. Чтобы она располагалась ниже световой трассы (а иначе события O и M не будут квазиодновременными), необходимо, чтобы пуля летела *быстрее света*. А мы еще раньше должны были признать невозможность этого.

Обобщая рассмотренный пример, нужно сказать, что квазиодновременные события не могут находиться между собой в отношении причины и следствия (но могут, конечно, быть двумя различными следствиями одной и той же причины). Причиной какого-либо события может быть только событие в абсолютно прошлом, а следствием — событие в абсолютно будущем. В отличие от этого в дорелятивистской физике считалось, что только строго одновременные события не могут находиться между собой в отношении следствия и причины.

Все это снова подводит нас к релятивистскому ограничению скорости распространения всякого сигнала.

Всякое действие, произведенное в точке A и вызывающее какие-либо последствия в точке B, может служить *сигналом*, передаваемым из A в B.

Если, например, в точке A возбудить световую волну (произвести вспышку), то в точке B эта волна может вызвать почернение фотографической пластинки, изменить электрическое сопротивление фотоэлемента, оказать физиологическое действие на глаз. Поэтому световая волна может использоваться (и действительно часто используется) в качестве сигнала.

Под скоростью распространения сигнала мы будем понимать величину

$$v_{\text{сигн}} = \frac{r}{t_2 - t_1},$$

где t_1 — момент отправления сигнала из точки A, t_2 — момент получения его в точке B, а r — расстояние между точками A и B.

Отправление сигнала, которое можно рассматривать как причину, в *любой* системе отсчета должно предшествовать его получению, т. е. следствию. А это как раз и означает, что они не являются квазиодновременными, иначе последовательность их во времени могла бы быть перевернута.

Но в таком случае они либо расположены на пространственно-временной трассе светового импульса (и тогда скорость распространения сигнала равняется световой), либо же квазиодноместны. В последнем случае существует система отсчета, в которой они произошли в одной и той же точке, скажем, в начале координат. Иными словами, какое-то физическое тело (с которым как раз и связана данная система) успело побывать в момент t_1 в точке A, а в момент t_2 — в точке B, как бы «сопровождая» сигнал в его распространении.

Следовательно, сигнал не может передаваться быстрее света, он может распространяться либо с такой скоростью, с какой могут двигаться и тела, либо же со световой скоростью.

Этим мы еще раз подтвердили существенность того предположения о принципиальной невозможности сигналов быстрее света, которое было сделано еще при обсуждении проблемы одновременности. Открытие таких сигналов явилось бы экспериментальным опровержением самых основ частной теории относительности.

Рассмотренные особенности пространственно-временных соотношений, вытекающие из эйнштейновского способа определения одновременности, непосредственно подводят нас к замене преобразования Галилея преобразованием Лоренца.

ГЛАВА ТРЕТЬЯ

КООРДИНАТЫ, ДЛИНЫ И ВРЕМЕНА

14. Преобразование Лоренца

Преобразование Лоренца показывает, как изменяются расширенные координаты события при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой инерциальной же системе.

Пусть инерциальная система «Бета» движется относительно инерциальной системы «Альфа» с постоянной скоростью v, причем ось x_β скользит по оси x_α, а оси y_β, z_β всегда остаются соответственно параллельными осям y_α, z_α. Для конкретности будем предполагать, что система «Альфа» связана с ракетой «Альфа», а система «Бета» — с ракетой «Бета». Счет времени в обеих системах условимся вести от того момента, когда их начала координат совпали (иными словами, обе системы отсчета имеют одно и то же «начальное событие» O — прохождение ракеты «Альфа» мимо ракеты «Бета»).

Для упрощения формул единицы времени и длины выбираются таким образом, чтобы скорость света была равна единице и являлась величиной безразмерной. Для этого достаточно, например, выражать промежутки времени в секундах, а расстояния — в «световых секундах» (понимая под «световой секундой» отрезок, проходимый светом в течение одной секунды).

Некоторое событие S характеризуется в системе «Альфа» расширенными координатами x_α, y_α, z_α, t_α. Каковы его расширенные координаты x_β, y_β, z_β, t_β в системе «Бета»? Чтобы ответить на этот вопрос, обратимся к пространственно-временному графику, построенному в системе «Альфа» (рис. 33), предполагая, что рассматриваемое событие произошло на оси x_α (а значит, и на оси x_β), так что $y_\alpha = z_\alpha = y_\beta = z_\beta = 0$.

AS — это расстояние события S (точнее, того места, где оно произошло) от ракеты «Альфа», т. е. его пространственная координата x_α.

AB — это расстояние между ракетами в момент t_α. Так как ракета «Альфа» удаляется от «Беты» со скоростью v, а в момент $t_\alpha = 0$ они были рядом, расстояние $AB = vt_\alpha$.

$BS = AS - AB = x_\alpha - vt_\alpha$ — это расстояние события S от ракеты «Бета», как оценил бы его альфацентрист, которому могло бы даже казаться, что именно данная величина должна служить бетацентристу координатой x_β события S в системе «Бета». Однако, как мы сейчас увидим, сам бетацентрист с такой оценкой не согласится; поэтому «спорную» величину $BS = x_\alpha - vt_\alpha$ обозначим пока через x'.

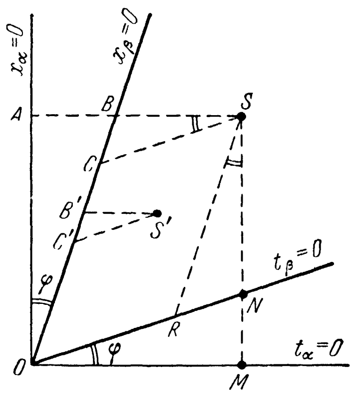


Рис. 33.

Отказ бетацентриста признать величину x' координатой x_β события S в системе «Бета» имеет два веских основания.

Во-первых, по мнению бетацентриста точка B пространственно-временного графика изображает положение ракеты «Бета» отнюдь не в момент события S, а *позже* (раз речь идет о координате x_β, а не x_α, одновременность следует понимать в смысле системы «Бета»!). С точки зрения бетацентриста, одновременное с событием S положение ракеты «Бета» соответствует точке C (прямая CS параллельна оси нулевого t_β).

Во-вторых, на этом пространственно-временном графике альфацентриста (рис. 33) все расстояния измерены масштабом, покоящимся в системе «Альфа», тогда как при определении координаты x_β надо во всем поступать по правилам системы «Бета». С точки зрения бетацентриста, масштаб альфацентриста не находится в покое, а движется со скоростью v и потому может иметь неправильную длину (мы, правда, еще не установили, меняется ли длина стержня вследствие его движения, но такая возможность не может быть заранее исключена, и потому осторожнее будет всегда пользоваться масштабами, покоящимися в выбранной системе отсчета).

Таким образом, поправки, которые внесет бетацентрист в оценку альфацентриста, сведутся к следующему:

1) к замене отрезка BS отрезком CS, параллельным оси x_β, что равносильно умножению величины x' на некоторый коэффициент k_1, зависящий от угла $\varphi = \operatorname{arc\,tg} v$ (а значит, и от скорости $v = \operatorname{tg} \varphi$), но одинаковый для всех событий (для любого другого события S' треугольник $S'B'C'$ подобен треугольнику SBC);

2) к изменению единицы длины, что также равносильно умножению величины x' еще на один коэффициент k_2, тоже зависящий только от v.

Учитывая обе поправки, мы можем написать:

$$x_\beta = k_1 k_2 x' = k_1 k_2 (x_\alpha - v t_\alpha),$$

или, рассматривая произведение $k_1 k_2$ как новый коэффициент K (зависящий от v),

$$x_\beta = K (x_\alpha - v t_\alpha).$$

Полученная формула преобразования координаты x при переходе к другой инерциальной системе отсчета отличается от галилеевской только наличием коэффициента K, выражение которого через относительную скорость систем v мы определим позже.

На рис. 33 видно, что при переходе к новой системе отсчета меняется также и *временнáя дата* события: в системе «Альфа» событие S произошло в момент t_α, а в системе «Бета» — в момент t_β.

Графически t_α (временная дата события S в системе «Альфа») выражается отрезком MS, т. е. расстоянием точки S от оси нулевого t_α.

Временная дата того же события t_β определяется по часам, покоящимся в системе «Бета». Пространственно-временная трасса этих часов изображается прямой RS, причем точка R соответствует прохождению стрелки этих часов через нуль (в системе «Бета» событие R считается одновременным с начальным событием O). Таким образом, временная дата t_β события S в системе «Бета» соответствует отрезку RS, однако не в том масштабе, в каком t_α соответствует расстоянию MS. Ведь секунда по часам, покоящимся в системе «Бета», может существенно отличаться от секунды по часам, покоящимся в системе «Альфа», а каждый физик при измерениях должен полагаться только на часы, неподвижные относительно избранной им системы.

Поскольку единицы длины и времени выбираются не независимо, а с таким расчетом, чтобы скорость света численно равнялась единице (например, единица времени — секунда, а единица длины — световая секунда), они должны изменяться благодаря движению в одинаковое число раз (иначе был бы нарушен принцип постоянства скорости света).

Следовательно, поправочный коэффициент k_2, введенный ранее для длин, справедлив также и для отрезков времени.

Что же касается перехода от отрезка NS к отрезку RS, то он, в силу подобия треугольников NRS и BCS, тоже сводится к умножению на введенный уже коэффициент k_1. Отрезок же MN равен vx_α (как катет треугольника OMN, в котором $\operatorname{tg}\varphi = v$). Поэтому

$$t_\beta = k_2 \cdot RS = k_2 \cdot k_1 NS = k_1 k_2 (MS - MN) = k_1 k_2 (t_\alpha - vx_\alpha),$$

или окончательно

$$t_\beta = K(t_\alpha - vx_\alpha),$$

где $K = k_1 k_2$ — знакомый уже нам коэффициент, зависящий только от v (в принятой нами системе единиц t и x выражаются в секундах, а v — безразмерная величина).

Полученная формула преобразования временной даты события при замене одной инерциальной системы отсчета другой инерциальной же системой противопоставляется галилее-ньютоновскому представлению о единой для всех систем универсальной шкале времени. Эта формула отражает как зависимость хода часов от их движения, так и различие в понимании одновременности.

К полученным нами двум формулам преобразования расширенных координат события

$$x_\beta = K(x_\alpha - vt_\alpha),$$
$$t_\beta = K(t_\alpha - vx_\alpha)$$

могут быть еще добавлены очевидные соотношения

$$y_\beta = y_\alpha, \quad z_\beta = z_\alpha,$$

которые показывают, что при переходе к другой системе, движущейся вдоль оси x, «поперечные» координаты y и z не изменяются.

15. Скоростной коэффициент

На рис. 33 заметно некоторое неравноправие систем «Альфа» и «Бета»: пространственно-временной график в одной из них — прямоугольный, в другой же — косоугольный. Но это различие вытекает отнюдь не из существа дела (иначе оно противоречило бы принципу относительности!), а только из того, что мы с самого начала по собственному произволу положили в основу построений прямоугольный график системы «Альфа». С таким же успехом можно было бы исходить и из системы «Бета» — тогда оси x_β и t_β были бы взаимно перпендикулярны, а оси x_α и t_α наклонены к ним под острым углом φ (но только в другие стороны, потому что ракета «Альфа» в системе «Бета» летит навстречу движению ракеты «Бета» в системе «Альфа»).

По формулам преобразования Лоренца

$$x_\beta = K(x_\alpha - vt_\alpha),$$
$$t_\beta = K(t_\alpha - vx_\alpha)$$

можно определить расширенные координаты события в системе «Бета», зная его расширенные координаты в системе «Альфа». Для осуществления же обратного перехода от системы «Бета» к системе «Альфа» нужно решить эти уравнения относительно x_α, t_α, считая величины x_β, t_β заданными.

Для определения x_α исключим из уравнений t_α, для чего умножим второе уравнение на v и раскроем скобки:

$$x_\beta = Kx_\alpha - Kvt_\alpha,$$
$$vt_\beta = Kvt_\alpha - Kv^2x_\alpha.$$

Сложим теперь полученные уравнения почленно:

$$x_\beta + vt_\beta = K(1 - v^2)x_\alpha,$$

откуда

$$x_\alpha = \frac{1}{K(1-v^2)}(x_\beta + vt_\beta).$$

Аналогичным способом, исключая из уравнений x_β, найдем:

$$t_\alpha = \frac{1}{K(1-v^2)}(t_\beta + vx_\beta).$$

Сравнив формулы обратного перехода

$$\left.\begin{aligned} x_\alpha &= \frac{1}{K(1-v^2)}(x_\beta + vt_\beta), \\ t_\alpha &= \frac{1}{K(1-v^2)}(t_\beta + vx_\beta) \end{aligned}\right\}$$

с формулами прямого перехода

$$\left.\begin{aligned} x_\beta &= K(x_\alpha - vt_\alpha), \\ t_\beta &= K(t_\alpha - vx_\alpha), \end{aligned}\right\}$$

мы обнаруживаем два различия: во-первых, в знаках перед последними слагаемыми, а во-вторых, в коэффициентах.

Первое различие — в знаках — вполне естественно: если система «Бета» по отношению к системе «Альфа» движется со скоростью v, то система «Альфа» относительно системы «Бета» обладает скоростью $-v$. Что же касается различия между коэффициентами K и $\frac{1}{K(1-v^2)}$, то если бы оно действительно имело место, это находилось бы в вопиющем противоречии с принципом относительности. Согласно этому принципу, инерциальные системы «Альфа» и «Бета» во всех отношениях равноправны, так что переход от первой системы ко второй и от второй к первой должен описываться совершенно одинаковыми формулами. Иначе можно было бы выделить «преимущественную» систему, скажем, такую, переход к которой характеризуется максимальным или же минимальным значением коэффициента.

Руководствуясь принципом относительности, мы должны считать коэффициенты в формулах прямого и обратного перехода равными между собой (и только *записанными* в различной форме):

$$K = \frac{1}{K(1-v^2)}.$$

Но это возможно только в том случае, если

$$K = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}.$$

Только такая зависимость коэффициента K от скорости v (выраженной в световых единицах) совместима с принципом относительности (и с принципом постоянства скорости света, на который мы опирались, вводя эйнштейновский метод синхронизации часов). Любая другая зависимость K от v приводила бы к различию в формулах прямого и обратного преобразований и к выделению преимущественной системы. Но величина коэффициента K в принципе может быть измерена на опыте, что служит хорошей проверкой правильности тех допущений, на которых основана теория Эйнштейна. Забегая вперед, укажем, что такая проверка обнаружила полнейшее согласие теории с экспериментом.

Коэффициент K, фигурирующий в формулах преобразования Лоренца, зависит только от относительной скорости рассматриваемых систем отсчета; условимся поэтому называть его *скоростным коэффициентом.*

Как видно из формулы

$$K = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}},$$

при $v<1$ (т. е. при скоростях меньше световой) скоростной коэффициент K является числом вещественным (под корнем стоит положительная величина). При этом коэффициент K всегда превышает единицу, равняясь ей только при $v=0$. С увеличением v в пределах от нуля до единицы скоростной коэффициент K растет от 1 до ∞.

Как увидим в дальнейшем, скоростной коэффициент K фигурирует в большинстве формул теории относительности, определяя величину так называемых *релятивистских эффектов*: сокращения длин, замедления времени, увеличения массы и т. д. При больших K многие выводы теории относительности резко расходятся с привычными нам «классическими» представлениями; если же K близко к единице, то отличие релятивистских формул от классических практически неощутимо.

Таблица 1 иллюстрирует зависимость коэффициента K от скорости для различных движений, которые могут быть осуществлены средствами современной техники. Хотя земной шар движется по своей орбите вокруг Солнца в десять раз быстрее реактивного самолета и в два-три раза быстрее космической ракеты, движение это с точки зрения теории относительности еще настолько медленно, что скоростной коэффициент K практически не отличается от единицы и механика Ньютона полностью остается в силе. Зато современная ядерная техника умеет разгонять протоны, электроны и другие элементарные частицы до таких скоростей, при которых коэффициент K достигает десятков, сотен и даже тысяч. О применении формул механики Ньютона при изучении движения таких стремительно мчащихся частиц не может быть даже и речи.

Таблица 1

Скоростной коэффициент

(для скорости света принято округленное значение $c = 300\,000$ *км/сек*)

Движущийся объект	Скорость		Скоростной коэффициент K
	в *км/сек*	в долях световой	
Звук или реактивный самолет	0,3	10^{-6}	1,0000000000005
Земля по орбите	30	10^{-4}	1,000000005
Электрон в радиолампе (25 электрон-вольт)	3000	1%	1,0005
Электрон в кинескопе (вокруг света за 1 *сек*)	30 000	10%	1,005
Протон из циклотрона (15 млн. электрон-вольт)	150 000	50%	1,15
Протон с энергией 500 млн. электрон-вольт	225 000	75%	1,5
Протон с энергией 1 млрд. электрон-вольт	260 000	87%	2
Протон с энергией 4 млрд. электрон-вольт	294 000	98%	5
Протон из синхрофазотрона (10 млрд. электрон-вольт)	298 500	99,5%	10
Электрон с энергией 30 млн. электрон-вольт	299 970	99,99%	70
Электрон из бетатрона (100 млн. электрон-вольт)	299 997	99,999%	224
Электрон из бетатрона (300 млн. электрон-вольт)	299 999,7	99,9999%	700
Электрон из синхротрона (1 млрд. электрон-вольт)	299 999,97	99,99999%	2000

При $v > 1$ (т. е. если бы одна система отсчета двигалась относительно другой быстрее света) скоростной коэффициент

K становится мнимой величиной. Это значит, что в случае такой скорости ни при каком вещественном K (а только такие K могут иметь физический смысл) преобразование Лоренца не согласуется с принципом относительности. Однако, как мы уже раньше установили, никакой материальный объект, с которым можно было бы связать систему отсчета, не может двигаться быстрее света.

Правда, при $v=1$ скоростной коэффициент K также теряет смысл (его знаменатель обращается в нуль), а реально существующие фотоны движутся со световой скоростью. Но это только свидетельствует о том, что с элементарной частицей света — фотоном — принципиально не может быть связана система отсчета, в частности, что на нем никогда не удастся расположить часы и другую покоящуюся относительно него измерительную аппаратуру.

16. Относительность длительности и длины

Преобразование Лоренца

$$x_\beta = K\,(x_\alpha - vt_\alpha),$$
$$t_\beta = K\,(t_\alpha - vx_\alpha),$$

в отличие от галилеева, учитывает три новых фактора:

1) влияние равномерного движения на ход часов;
2) влияние равномерного движения на длины стержней;
3) относительность одновременности.

Как нам уже известно, два первых фактора влияют только на величину скоростного коэффициента K, тогда как третьим фактором обусловлено еще и наличие члена $-vx_\alpha$ в формуле преобразования временной даты (чем дальше от начала координат — чем больше x_α,— тем сильнее сказывается различие в понимании одновременности).

Что движение может влиять на эталоны длины и времени, указывалось и до Эйнштейна; открытие же третьего фактора всецело принадлежит ему. А этот фактор, как мы сейчас убедимся, имеет принципиальное значение — без него первых два противоречили бы принципу относительности.

Бегло мы уже об этом упоминали в конце предыдущей главы; теперь же пора окончательно разобраться в том, как решает теория относительности вопрос о длительности одного и того же процесса и длине одного и того же тела в различных системах отсчета.

Ради большей наглядности обратимся опять к знакомым нам уже ракетам «Альфа» и «Бета», с каждой из которых связана одноименная инерциальная система. В начале координат системы «Альфа» покоятся часы a, в начале координат системы «Бета» — такие же часы b. При этом под «часами» мы будем понимать не только обычный часовой механизм, но также и заряженный конденсатор, горящую свечу, радиоактивный препарат и т. д., словом, любой объект, поскольку продолжительность разряда, сгорания, полураспада или иных процессов служит мерилом времени. Часы a и b тождественны между собой (конечно, непосредственное сравнение их невозможно — они находятся на разных ракетах, но можно допустить, что два совершенно одинаковых аппарата были предварительно изготовлены и отрегулированы на третьей ракете «Гамма», по отношению к которой «Альфа» и «Бета» движутся навстречу друг другу с равными по абсолютной величине скоростями, и лишь затем осторожно перенесены на свои ракеты).

Предположим, что часы обеих ракет пущены в ход в тот момент, когда они поравнялись; условимся считать этот момент *начальным*: $t_\alpha = t_\beta = 0$. Таким образом, событие O — пуск часов — в обеих системах отсчета характеризуется нулевыми расширенными координатами:

$$x_\alpha = y_\alpha = z_\alpha = t_\alpha = 0,$$
$$x_\beta = y_\beta = z_\beta = t_\beta = 0.$$

Как мы уже говорили, имеются некоторые основания ожидать, что движущиеся часы идут медленнее или быстрее неподвижных. Допустим для определенности, что движущиеся часы отстают*), и проверим, может ли это быть согласовано с принципом относительности. С этой целью сопоставим между собой рассуждения в двух системах.

В системе «Альфа»	*В системе «Бета»*
Часы a неподвижны, часы b движутся со скоростью v. Следовательно, часы b отстают от часов a.	Часы b неподвижны, часы a движутся со скоростью $-v$. Следовательно, часы a отстают от часов b.

*) В дальнейшем мы убедимся, что так оно именно и есть; пока же это только одно из возможных предположений.

Таким образом, согласно одному рассуждению, часы b отстают от часов a, согласно же другому, совершенно равноценному рассуждению, часы a отстают от часов b! Легко понять, что и предположение о более быстром ходе движущихся часов привело бы к такому же конфликту.

Не нужно, однако, спешить с выводом, будто различие хода неподвижных и движущихся часов противоречит принципу относительности. Вы скажете, что, определив на опыте, какие именно часы отстают, можно будет выделить «правильную» (преимущественную) систему? Но ведь для этого придется сравнить *одновременные* показания часов a и b, когда *они будут уже далеко друг от друга*, а тут-то как раз и выступит на сцену относительность одновременности: в каждой системе понятие «в один и тот же момент времени» трактуется по-своему!

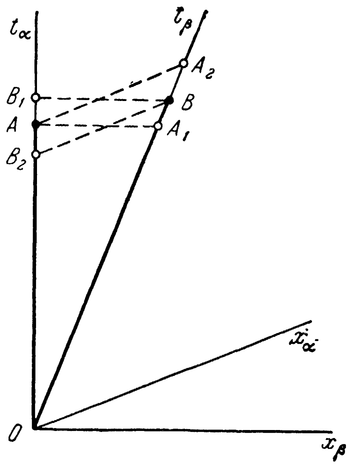


Рис. 34.

Все это хорошо видно на пространственно-временном графике, скажем, построенном в системе «Альфа» (рис. 34).

Как мы уже условились, событие O означает пуск в ход обоих часов в совмещенных началах координат. Прямые OA и OB — пространственно-временные трассы часов a и b. Событие A — окончание процесса в часах a, служащего мерилом времени, например: достижение секундной стрелкой определенного деления, падение напряжения на конденсаторе до заданной величины, сгорание всей свечи и т. д. Событие B — окончание аналогичного процесса в часах b. скажем, достижение их стрелкой такого же деления и т. д. Для наглядности удобно представлять себе «часы» в виде «будильника», звонящего (или подающего иной сигнал) после одного оборота стрелки. Тогда события A и B как раз и будут обозначать звучание соответствующего колокольчика.

Которое же из этих событий, A или B, произойдет раньше?

Следуя нашему предположению о более медленном ходе движущихся часов *и рассуждая в системе «Альфа»*, приходим к выводу, что событие A предшествует событию B:

$$t_{A\alpha} < t_{B\alpha}$$

(первый индекс указывает, о каком событии идет речь, а второй — в какой системе отсчета определяется момент времени этого события). На графике это находит свое выражение в том, что точка B располагается *выше* точки A_1, которая в системе «Альфа» считается одновременной с событием A.

Но у физиков, пользующихся системой «Бета», иное понимание одновременности. Они считают событие A одновременным не с A_1, а с A_2 (прямая AA_2 параллельна оси нулевого t_β). Но тогда событие B произошло не позже, а *раньше* события A, т. е. быстрее закончился оборот стрелки часов b, покоящихся в системе «Бета». Бетацентрически событие B, т. е. звучание колокольчика часов b, одновременно не событию B_1, как это считал альфацентрист, а событию B_2, происшедшему раньше A. Иными словами, по мнению бетацентриста будильник b зазвонил раньше будильника a:

$$t_{B\beta} < t_{A\beta},$$

тогда как по мнению альфацентриста было как раз наоборот.

Таким образом, различное понимание одновременности позволяет каждому считать, что часы, покоящиеся в его системе, идут быстрее. Это как нельзя лучше согласуется с принципом относительности, но кажется очень парадоксальным *): часы a идут быстрее часов b, а часы b — быстрее часов a.

Разумеется, было бы крайней бессмыслицей утверждать о каких-нибудь двух величинах m и n, что $m < n$, а $n < m$. Но в том-то и дело, что здесь у нас не две, а *четыре* величины: $t_{A\alpha}$, $t_{B\alpha}$, $t_{A\beta}$, $t_{B\beta}$, причем

$$t_{A\alpha} < t_{B\alpha};$$
$$t_{B\beta} < t_{A\beta}$$

($t_{A\alpha}$ — это продолжительность оборота стрелки часов a, измеренная в системе «Альфа», $t_{A\beta}$ — длительность того же

*) Непостижимым, на первый взгляд противоречащим здравому смыслу.

процесса, измеренная в системе «Бета», $t_{B\alpha}$ — продолжительность оборота стрелки часов b, измеренная в системе «Альфа», и, наконец, $t_{B\beta}$ — длительность оборота стрелки часов b, измеренная в системе «Бета»).

Здесь может оказаться полезным такое сравнение (рис. 35). Каждому шоферу ветровое стекло своей кабины видно под бо́льшим углом зрения, чем такое же стекло встречного автомобиля. Каждый шофер с одинаковым основанием считает, что по угловым размерам его стекло больше. Но

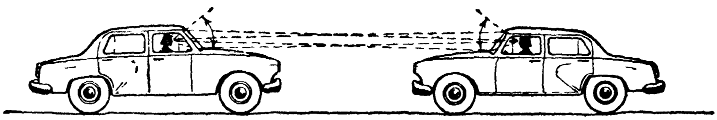


Рис. 35.

никакого противоречия между их мнениями не возникает, потому что речь идет не о двух величинах, а о четырех:

1) угол, под которым первое стекло видно первому шоферу;
2) угол, под которым второе стекло видно первому шоферу;
3) угол, под которым первое стекло видно второму шоферу;
4) угол, под которым второе стекло видно второму шоферу.

Каждому понятно, что нельзя сказать просто: «угол, под которым виден такой-то предмет», надо еще обязательно добавить — кому. Лишено смысла и утверждение: «Москва расположена севернее», если не указано, по отношению к чему. Точно так же и выражение «длительность процесса равна стольким-то секундам» требует уточнения — в какой именно системе отсчета; без этого уточнения утверждение является незаконченным и потому лишено точного содержания.

Таким образом, альфацентрист имеет все основания считать, что часы b отстают от часов a, хотя бетацентрист с неменьшим правом утверждает прямо противоположное. Имея возможность с научной беспристрастностью обсудить доводы обоих, приходим к выводу, что объективный закон природы, одинаково справедливый во всех инерциальных системах, состоит в том, что в любой инерциальной системе быстрее всего идут *покоящиеся в ней* часы.

Согласно принципу относительности $t_{A\alpha}=t_{B\beta}$, так как это — время оборота стрелок совершенно одинаковых часов, покоящихся относительно той системы, в которой производится измерение; величину $t_{A\alpha}=t_{B\beta}$ назовем *собственной* длительностью оборота и обозначим через τ_0. Точно так же и $t_{A\beta}=t_{B\alpha}$, так как это — время оборота стрелки часов, движущихся относительно системы отсчета (а какая это система — не имеет значения, лишь бы она была инерциальной). Величину $t_{A\beta}=t_{B\alpha}$ условимся называть *релятивистской* длительностью τ (отличие ее от собственной — один из характерных эффектов теории относительности).

Очевидно, все сказанное о ходе часов остается справедливым и применительно к любому физическому процессу, так как он в принципе всегда может быть использован в качестве мерила времени. При этом процесс, все стадии которого происходят в одном и том же месте (например, разряд неподвижного конденсатора через неподвижное же сопротивление), мы будем условно называть «покоящимся», в отличие от «движущегося» процесса, который, начавшись в одном месте, продолжается или заканчивается в других местах.

17. Собственные и релятивистские величины

Установим количественную связь между собственной (τ_0) и релятивистской (τ) длительностями одного и того же процесса и вместе с тем строго докажем, что равномерное движение действительно влияет на ход часов.

Мы будем по-прежнему рассматривать два процесса, показанных на рис. 34: процесс OA, т. е. оборот стрелки часов a (или, если угодно, горение свечи a, разряд соответствующего конденсатора и т. д.), и процесс OB, т. е. оборот стрелки часов b. Процесс OA «покоится» в системе «Альфа» и «движется» в системе «Бета»; процесс OB — как раз наоборот.

В силу тождественности «часов» a и b собственные длительности τ_0 обоих процессов одинаковы; одинаковы и их релятивистские длительности τ. Но, конечно, τ_0 может и не совпадать с τ.

Начала обоих процессов O, совпадающие во времени и в пространстве, характеризуются нулевыми значениями всех расширенных координат: $x_{O\alpha}=x_{O\beta}=t_{O\alpha}=t_{O\beta}=0$ (координаты y и z, тождественно равные нулю, значения не имеют).

В системе «Альфа» процесс OA заканчивается в момент $t_{A\alpha}$ в точке $x_{A\alpha}=0$ — там же, где он начался (часы a покоятся в начале координат). Процесс OB (тоже в системе «Альфа») заканчивается в момент $t_{B\alpha}$ в точке $x_{B\alpha}=vt_{B\alpha}$(на такое расстояние успели сместиться часы b вместе с системой «Бета» за время процесса $t_{B\alpha}$).

Определим теперь моменты окончания тех же процессов $t_{A\beta}$ и $t_{B\beta}$ по часам системы «Бета». Для этого воспользуемся формулой преобразования Лоренца

$$t_\beta = K\,(t_\alpha - vx_\alpha),$$

которая в применении к рассматриваемым событиям A и B дает

$$t_{A\beta} = K\,(t_{A\alpha} - vx_{A\alpha}),$$
$$t_{B\beta} = K\,(t_{B\alpha} - vx_{B\alpha}).$$

Но $t_{A\alpha}=t_{B\beta}=\tau_0$ —собственная длительность каждого процесса, а $t_{A\beta}=t_{B\alpha}=\tau$ — его релятивистская длительность. Поэтому можно написать:

$$\tau = K\,(\tau_0 - vx_{A\alpha}),$$
$$\tau_0 = K\,(\tau - vx_{B\alpha}).$$

Полученные формулы кажутся противоречивыми: в одной из них τ_0 стоит *справа*, а в другой — *слева* от знака равенства, хотя коэффициент K в обеих формулах один и тот же. Однако в действительности никакого противоречия здесь нет, потому что в формулах присутствуют еще члены $vx_{A\alpha}$ и $-vx_{B\alpha}$, учитывающие относительность одновременности. Ведь $x_{A\alpha}=0$ (часы a неподвижны в системе «Альфа»), тогда как $x_{B\alpha}=v\tau$ (часы b, связанные с системой «Бета», по отношению к системе «Альфа» в течение времени $t_{B\alpha}=\tau$ двигались со скоростью v). Подставляя эти значения в формулы, имеем:

$$\tau = K\tau_0,$$

$$\tau_0 = K\,(\tau - v^2\tau) = K\,(1-v^2)\tau = \frac{\tau}{K},$$

так как

$$K\,(1-v^2) = \frac{1-v^2}{\sqrt{1-v^2}} = \sqrt{1-v^2} = \frac{1}{K}.$$

Обе полученные формулы

$$\tau = K\tau_0 \quad \text{и} \quad \tau_0 = \frac{\tau}{K}$$

в полном согласии друг с другом показывают, что релятивистская длительность каждого процесса τ превышает его собственную длительность τ_0 в K раз. Иными словами, *процесс имеет самую короткую длительность в той системе отсчета, где он «покоится»*, т. е. начинается, развивается и заканчивается в одном и том же месте.

Таким образом, пассажиры ракеты «Альфа» путем вполне объективных измерений обнаруживают, что все процессы в ракете «Бета» идут *медленнее*, чем такие же процессы в ракете «Альфа». Однако пассажиры ракеты «Бета» этого замедления не замечают: они ведь измеряют длительность замедленных процессов по показаниям своих замедленно идущих часов! Не могут помочь также и субъективные ощущения, поскольку явления в живых организмах, включая и нервные процессы, замедляются в такое же число раз.

Даже сравнив ход своих часов с часами ракеты «Альфа», пассажиры «Беты» никакого отставания своих часов не обнаружат. Более того, в соответствии со своим пониманием одновременности они заметят отставание часов «Альфы»! Это дает бетацентристам полное основание сказать про рассуждения и измерения альфацентристов все то, что те высказали про них: альфацентристы, мол, не замечают замедления процессов в своей ракете вследствие замедления своих часов, а замедления своих часов по сравнению с часами ракеты «Бета» — из-за своеобразного понимания одновременности.

Аналогично можно показать, что геометрические размеры любого тела максимальны в той инерциальной системе, где оно покоится. Если же тело в используемой системе отсчета движется, его продольные размеры, т. е. размеры в направлении движения, *сокращаются* в K раз (при этом все поперечные размеры остаются без изменений).

Под длиной движущегося тела l понимается расстояние между *одновременными* положениями его концов. Например, для определения длины мчащегося поезда нужно отметить *в один и тот же момент времени* положение локомотива и хвостового вагона, а затем измерить расстояние между отметками. Если же положение локомотива будет «засечено» раньше, чем положение хвостового вагона, мы получим преуменьшенное представление о длине поезда (рис. 36).

Сравним эталон метра B, покоящийся в системе «Бета», с эталоном метра A, покоящимся в системе «Альфа». Очень важно понять, что альфа- и бетацентристы будут осуществлять это сравнение по-разному: каждый из них засечет оба конца эталонного стержня одновременно в смысле *своей* системы. Поэтому не будет никакого противоречия

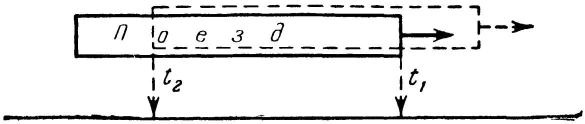


Рис. 36.

в том, что каждый из них найдет свой метр более длинным, чем метр другого.

Называя длину неподвижного тела *собственной*, а движущегося — *релятивистской*, можно сказать, что собственная длина больше релятивистской. Расчет, приведенный в дополнении Б, показывает, что релятивистская длина стержня l меньше его собственной длины l_0 ровно в K раз:

$$l = \frac{l_0}{K},$$

где K — знакомый уже нам скоростной коэффициент.

18. Релятивистский эффект Доплера

Относительность промежутков времени обеспечивает инвариантность эффекта Доплера относительно выбора инерциальной системы отсчета. Сущность этого эффекта в его дорелятивистской трактовке была разъяснена в § 4. Там же было показано, что при больших скоростях величина эффекта Доплера должна как будто бы существенно зависеть от того, удаляется ли источник света от неподвижного наблюдателя или же наблюдатель удаляется от неподвижного источника. При неподвижном наблюдателе воспринимаемая им частота f_1 выражается через частоту источника f формулой

$$f_1 = \frac{f}{1+v}, \tag{1}$$

а при неподвижном источнике — формулой

$$f_2 = f\,(1-v). \tag{2}$$

В частности, при $v=0{,}5$ коэффициенты

$$\frac{1}{1+v}=0{,}67; \quad 1-v=0{,}5.$$

Это значит, что человеку, удаляющемуся от фиолетового фонаря со скоростью 150 000 *км/сек*, свет фонаря покажется желтым, а в случае удаления с такой же скоростью фонаря от неподвижного наблюдателя тот же самый фиолетовый цвет будет восприниматься как красный или даже как инфракрасный. Налицо явное расхождение между результатами двух опытов, которые в силу принципа относительности должны быть совершенно неразличимыми. Указанное расхождение, если бы оно действительно существовало, могло бы быть зарегистрировано не только людьми, но и автоматически действующими приборами.

К такому «антирелятивистскому» заключению неизбежно приводит нас классическая теория эффекта Доплера.

В действительности же эффект Доплера, как и все без исключения физические явления, удовлетворяет принципу относительности, т. е. инвариантен относительно выбора инерциальной системы отсчета. Происходит это как раз благодаря относительности промежутков времени.

При рассмотрении эффекта Доплера мы вправе связать инерциальную систему отсчета или с источником света, или же с наблюдателем. Рассуждая в данной системе, мы можем без всяких изменений повторить все рассуждения геометрического характера, которые в главе первой привели нас к формулам (1) и (2). Однако сверх этого в теории относительности необходимо принять во внимание еще два обстоятельства, связанных с относительностью промежутков времени:

1) все процессы в быстро движущемся *источнике* света (по сравнению с таким же покоящимся) протекают в более медленном темпе;

2) быстро движущийся *наблюдатель* оценивает промежутки времени, а значит, и частоту воспринимаемых колебаний по своим, медленнее идущим часам.

В качестве источника света может быть, например, использована газоразрядная трубка с парами натрия. За счет электронных процессов в атомах натрия излучается желтый свет вполне определенной частоты — назовем ее «номинальной» частотой источника. Но если та же самая газоразрядная трубка будет двигаться с большой скоростью, темп всех процессов, в том числе и внутриатомных, замедлится в K раз, так что *уже по одной этой причине* частота свечения уменьшится в K раз. Взамен источника света для опыта может быть взят радиопередатчик. Частота излучаемых радиоволн определяется частотой электрических колебаний в его контурах, а она опять-таки при прочих равных условиях ниже, когда передатчик движется.

Наблюдатель — будь то человек или же автоматически действующий прибор — определяет частоту воспринимаемых колебаний, сравнивая ее с каким-нибудь эталоном. Например, частоту световых волн измеряют с помощью спектральных приборов путем сравнения с частотой волн от других известных источников. Но когда эти «эталонные» источники движутся вместе с наблюдателем, они дают заниженную частоту. Восприятие цветовых различий непосредственно глазом или при фотографировании основано на способности каждого светочувствительного вещества особенно хорошо реагировать на свет определенной частоты, которая совпадает с частотой собственных колебаний в молекулах данного вещества. Но эта собственная частота также понижается вследствие быстрого движения. Легко понять, что, пользуясь в K раз более медленными эталонами, движущийся наблюдатель оценит частоту любого процесса в K раз бо́льшим числом, чем неподвижный.

Таковы два новых обстоятельства, на которые указывает теория относительности. Учитывая их, мы можем рассмотреть эффект Доплера параллельно в двух разных инерциальных системах отсчета и убедиться в его инвариантности.

В системе «Источник»

Источник света *неподвижен* и потому работает на характерной для него номинальной частоте f. Частота f', с которой световые колебания воздействуют на движущегося наблюдателя, *выраженная в единицах системы «Источник»*, может быть определена по классической формуле (2):

$$f' = f(1 - v).$$

Но наблюдатель будет оценивать эту частоту в *своих*

В системе «Наблюдатель»

Источник света *движется*, поэтому его фактическая частота f_0 ниже номинальной частоты f в K раз:

$$f_0 = \frac{f}{K}.$$

Частота f_1, с которой световые колебания воздействуют на наблюдателя (такую именно частоту он и воспринимает, поскольку находится в покое), определяется по классической единицах и потому найдет ее в K раз большей:

$$f_2 = Kf' = f \cdot K(1-v),$$

или

$$f_2 = f\frac{1-v}{\sqrt{1-v^2}},$$

откуда

$$f_2 = f\sqrt{\frac{1-v}{1+v}},$$

так как

$$1-v^2 = (1-v)(1+v).$$

формуле (1):

$$f_1 = \frac{f_0}{1+v} = \frac{f}{K(1+v)},$$

или

$$f_1 = f\frac{\sqrt{1-v^2}}{1+v},$$

откуда

$$f_1 = f\sqrt{\frac{1-v}{1+v}},$$

так как

$$1-v^2 = (1+v)(1-v).$$

Как видим, несмотря на различие в ходе рассуждений, конечный результат в обоих случаях один и тот же: когда расстояние между источником и наблюдателем с течением времени возрастает (за счет чьего бы движения это ни происходило), воспринимаемая наблюдателем частота ниже номинальной частоты источника в $\sqrt{\frac{1-v}{1+v}}$ раз. Таким образом, эффект Доплера оказывается в полном согласии с принципом относительности Эйнштейна.

Полученная формула эффекта Доплера

$$f_1 = f_2 = f\sqrt{\frac{1-v}{1+v}}, \tag{3}$$

между прочим, показывает, что воспринимаемая частота обращается в нуль при движении со скоростью света не только наблюдателя, но также и источника (ср. сказанное в конце § 4, на стр. 24).

Согласно формуле (3), при $v=0,5$ наблюдаемая частота составляет 0,58 от частоты источника (а не 0,5 и не 0,67, как это следовало из формул классической теории). Как видим, учитываемое теорией относительности различие в ходе часов при удалении наблюдателя *смягчает*, а при удалении источника *обостряет* эффект Доплера, предсказываемый классической теорией (а в случае приближения, когда v отрицательно, — наоборот).

Классическая оптика учит, что при движении наблюдателя *перпендикулярно* лучу света нельзя ожидать никакого эффекта Доплера: ведь в этом случае наблюдатель не приближается к источнику, но и не удаляется от него. Релятивистская же оптика вносит поправку и в это положение, предсказывая существование «поперечного» эффекта Доплера. В самом деле, такой наблюдатель, если только скорость его достаточно велика, измеряет частоту доходящего до него света по своим, более медленно идущим часам, и потому она кажется ему выше номинальной.

Существование поперечного эффекта Доплера было впервые обнаружено на опыте в 1938 г. и может считаться одним из экспериментальных подтверждений теории относительности Эйнштейна.

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ

МЕХАНИКА. МАССА И ЭНЕРГИЯ

19. «Сложение» скоростей

В инерциальной системе «Альфа» с постоянной скоростью v движется ракета «Бета» (рис. 37). По отношению же к ракете «Бета» в том же самом направлении мчится ракета «Гамма»; ее скорость в системе «Бета» равна u_β. Требуется

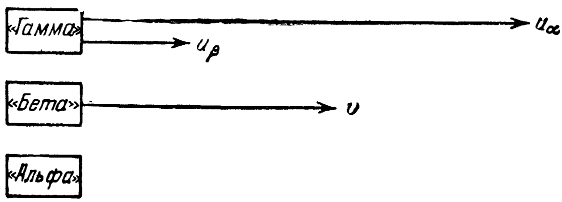


Рис. 37.

определить скорость u_α ракеты «Гамма» в системе «Альфа». (Ради простоты предположим, что вначале все три ракеты находились в одном месте.)

В галилее-ньютоновской физике такая задача решалась просто: за каждую секунду ракета «Бета» удаляется от «Альфы» на v метров, а ракета «Гамма» от «Беты» — на u_β метров (рис. 38). Следовательно, за данную секунду ракета «Гамма» удаляется от «Альфа» на $v+u_\beta$ метров. Но этот путь, пройденный за секунду, численно равен искомой скорости ракеты «Гамма» по отношению к ракете «Альфа»:

$$u_\alpha = v + u_\beta.$$

Как видим, выраженный этой формулой *галилеевский* закон сложения скоростей покоится на прочном фундаменте геометрической очевидности. И все же в теории относительности он должен быть заменен другим, *эйнштейновским* законом сложения скоростей.

Дело в том, что при определении скоростей в каждой системе отсчета нужно пользоваться своими часами, своими масштабами и своим пониманием одновременности.

Когда мы говорим, что в системе «Бета» скорость ракеты «Гамма» равна u_β, то это значит: за каждую секунду по часам системы «Бета» ракета «Гамма» удаляется от ракеты «Бета» на u_β метров — опять-таки в масштабах системы «Бета».

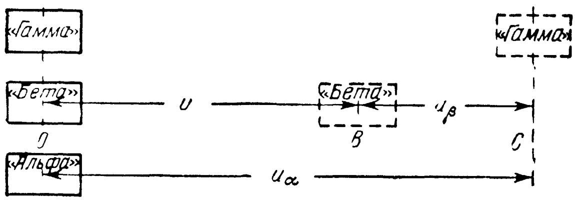


Рис. 38.

Однако в системе «Альфа» иные секунды, другие метры, иначе синхронизированы часы. Поэтому, ведя наблюдения в системе «Альфа», мы обнаружим, что за одну секунду ракета «Гамма» удаляется от ракеты «Бета» не на u_β метров, а на некоторое иное (как выяснится потом — меньшее) расстояние u'.

Величина u' может быть названа *скоростью удаления ракеты «Гамма» от ракеты «Бета», измеренной в системе «Альфа»*. Ее не следует смешивать со скоростью u_β, которую, конечно, тоже можно рассматривать как скорость удаления ракеты «Гамма» от ракеты «Бета», но только измеренную уже в системе «Бета».

Рассуждая в системе «Альфа», можно, разумеется, сказать, что расстояние OC, пройденное за секунду ракетой «Гамма», складывается из отрезка OB, пройденного ракетой «Бета», и расстояния BC, на которое ракета «Гамма» успела за секунду опередить ракету «Бета». Так как все это — расстояния, пройденные за одну секунду по часам системы «Альфа» и измеренные в ее масштабах, мы вправе положить:

$$OC = u_\alpha, \quad OB = v, \quad BC = u'.$$

Следовательно,

$$u_\alpha = v + u'.$$

Но в силу разъясненного уже различия между u' и u_β

$$u_\alpha \neq v + u_\beta.$$

Таким образом, теория относительности отвергает галилеевский закон сложения скоростей, не вступая при этом ни в какой конфликт с геометрической очевидностью. Непосредственное сложение возможно только для скоростей v и u', измеренных в одной системе. А нам ведь надо выразить скорость u_α ракеты «Гамма» в системе «Альфа» через скорость ее u_β в системе «Бета», а также скорость v ракеты «Бета» в системе «Альфа».

Для решения этой задачи рассмотрим следующие события:

1. Начальное событие O — все три ракеты находятся в одной точке; $t_\alpha = t_\beta = 0$; координата x ракеты «Гамма» в обеих системах равняется нулю.

2. Заключительное событие M — вспышка фонаря на ракете «Гамма», которая в системе «Альфа» произошла в точке x_α и в момент t_α, а в системе «Бета» — в точке x_β и в момент t_β.

Искомая скорость ракеты «Гамма» в системе «Альфа»

$$u_\alpha = \frac{x_\alpha}{t_\alpha},$$

так как в системе «Альфа» ракета «Гамма» за время t_α от начального события до вспышки света прошла путь x_α. По аналогичным соображениям скорость ракеты «Гамма» в системе «Бета»

$$u_\beta = \frac{x_\beta}{t_\beta}.$$

Но расширенные координаты события M в различных системах отсчета (x_α, t_α) и (x_β, t_β) связаны между собой преобразованиями Лоренца

$$x_\alpha = K(x_\beta + vt_\beta),$$
$$t_\alpha = K(t_\beta + vx_\beta).$$

Поэтому

$$u_\alpha = \frac{x_\alpha}{t_\alpha} = \frac{K(x_\beta + vt_\beta)}{K(t_\beta + vx_\beta)} = \frac{x_\beta + vt_\beta}{t_\beta + vx_\beta}.$$

Деля числитель и знаменатель на t_β и полагая $\frac{x_\beta}{t_\beta}=u_\beta$, имеем:

$$u_\alpha=\frac{u_\beta+v}{1+vu_\beta}. \qquad (1)$$

Это и есть формула эйнштейновского сложения скоростей, направленных в одну и ту же сторону. Если же скорости v и u_β направлены навстречу друг другу, одну из них следует считать отрицательной. Как видно из формулы, при одинаковом направлении скоростей v и u_β *результирующая скорость* u_α меньше арифметической суммы слагаемых:

$$u_\alpha < u_\beta + v$$

[ведь знаменатель формулы (1) больше единицы!].

Нетрудно было бы доказать в общем виде, что при сложении скоростей результирующая скорость u_α никогда не может быть больше световой. Но для большинства читателей, вероятно, достаточно будет трех убедительных примеров.

1. «Сложив» две одинаковые скорости $v=u_\beta=0{,}6$ (каждая больше половины световой), получим результирующую скорость

$$u_\alpha=\frac{0{,}6+0{,}6}{1+0{,}6\cdot 0{,}6}=\frac{1{,}2}{1{,}36}=0{,}88<1.$$

2. Возьмем скорости, еще более близкие к световой, скажем, $v=u_\beta=0{,}9$; тогда

$$u_\alpha=\frac{0{,}9+0{,}9}{1+0{,}9\cdot 0{,}9}=\frac{1{,}8}{1{,}81}=0{,}99<1,$$

т. е. результирующая скорость все равно не достигает единицы.

3. Даже и в том крайнем случае, когда одно из слагаемых — скорость света ($u_\beta=1$), результирующая скорость

$$u_\alpha=\frac{v+1}{1+1\cdot v}=1$$

не превосходит световой. Это значит, что световой сигнал имеет одинаковую скорость $u_\beta=u_\alpha=1$ как по отношению к системе «Бета», так и по отношению к системе «Альфа». Таким образом, удивительный опытный факт — независимость скорости света от системы отсчета, с которого мы начали, превосходно укладывается в общую логическую схему релятивистской кинематики.

Чтобы доказать в общем виде, что результирующая двух скоростей, не превышающих световую, сама меньше скорости света или, самое большее, равна ей, будем исходить из очевидного неравенства

$$(1-v)(1-u_\beta)\geqslant 0$$

(оба множителя положительны, если $v<1$ и $u_\beta<1$). Раскроем скобки:

$$1-v-u_\beta+vu_\beta\geqslant 0,$$

перенесем члены:

$$1+vu_\beta\geqslant v+u_\beta,$$

разделим почленно на $1+vu_\beta$:

$$1\geqslant\frac{v+u_\beta}{1+vu_\beta}.$$

Полученное неравенство показывает, что результирующая скорость

$$u_\alpha=\frac{v+u_\beta}{1+vu_\beta}\leqslant 1,$$

что и требовалось доказать.

Иной результат получится при сложении скоростей, когда они взаимно перпендикулярны.

Пусть в инерциальной системе «Альфа» ракета «Бета» летит со скоростью v в направлении оси x_α (геометрически совпадающей с осью x_β). Ракета «Гамма» летит в системе «Бета» вдоль оси y_β, которая всегда остается параллельной оси y_α. В отличие от скоростей в направлении оси x, поперечную, т. е. y-ю компоненту скорости условимся обозначать через w. Скорость w_β задана; требуется определить w_α.

В классической кинематике ответ ясен: $w_\alpha=w_\beta$. А в теории относительности нужно принять во внимание различие в масштабах времени и длины, а также и в понимании одновременности.

Расстояние в направлении оси y, пройденное ракетой «Гамма» (например, между двумя вспышками ее сигнального фонаря), в обеих системах отсчета оценивается одинаково: согласно преобразованию Лоренца $y_\alpha=y_\beta$ (поперечные размеры инвариантны). Но затраченное на это время в системе «Альфа» выражается в K раз бо́льшим числом секунд, нежели в системе «Бета»:

$$t_\alpha = K t_\beta$$

(процесс имеет наибольшую длительность в той системе отсчета, где он покоится). Следовательно,

$$w_\alpha = \frac{y_\alpha}{t_\alpha} = \frac{y_\beta}{K t_\beta} = \frac{1}{K} w_\beta,$$

так как

$$\frac{y_\beta}{t_\beta} = w_\beta.$$

Как видим, поперечная составляющая скорости из другой системы отсчета кажется уменьшенной в K раз.

Более сложный случай сложения скоростей под острым или тупым углом мы здесь рассматривать не будем.

20. Релятивистская масса

Отличие эйнштейновского закона «сложения» скоростей от классического является непосредственным следствием открытых теорией относительности свойств времени и пространства. Они же накладывают существенный отпечаток также и на динамику, заставляя подвергнуть глубокому пересмотру привычные понятия механики.

Одним из важнейших среди них является, несомненно, *масса*. Она фигурирует во многих механических закономерностях, и потому к определению ее можно подходить с различных сторон.

Ньютон отождествлял массу с *количеством вещества*, содержащегося в данном теле. Однако само понятие «количество вещества» в свою очередь нуждается в пояснении. Вероятно, все согласятся, что в двух одинаковых кусках железа вещества вдвое больше, чем в каждом из них в отдельности. Но как сравнить между собой количества вещества в куске железа и куске меди? В протоне и электроне? Количество вещества имело бы вполне ясный смысл, если бы все тела состояли из каких-либо универсальных, совершенно одинаковых частиц, но современная наука этого не утверждает. Поэтому в наши дни, если иногда и говорят о количестве вещества, то обязательно тут же указывают какой-нибудь конкретный способ его измерения, выбор которого в значительной степени произволен и должен быть предметом специального соглашения.

Практически наиболее распространенным способом измерения массы является *взвешивание*. Оно приводит нас к понятию так называемой *тяжелой*, или *гравитационной*, массы. Чем больше гравитационная масса тела, тем сильнее притягивается оно Землей или каким-нибудь иным телом. Как видим, гравитационная масса фактически является не мерой количества вещества, а мерой способности тела притягиваться к другим телам (а также и притягивать их к себе).

Другие, принципиально отличные способы измерения приводят к понятию *инерционной* массы. Инерционность каждого тела проявляется, например, в том, что под влиянием приложенной силы скорость тела меняется лишь постепенно — тем медленнее, чем инерционнее тело. Это дает возможность определить инерционную массу как отношение приложенной к телу силы к величине вызываемого ею ускорения.

Возможно определить инерционную массу и несколько по-иному. Если два тела, летящих навстречу друг другу с одинаковыми скоростями, после соударения слипаются воедино, то каждое из них в силу своей инерции стремится заставить другое тело изменить направление своего движения на прямо противоположное. При этом, естественно, берет верх то из тел, которое более инерционно. Этому телу мы и должны приписать большее значение инерционной массы.

Если при равных скоростях оба сталкивающихся тела обладают и одинаковыми массами, то получившееся в результате соударения объединенное тело остается в покое. Однако такой результат возможен и в случае различных скоростей, если более медленное тело инерционнее. В этом случае говорят, что оба тела, несмотря на различие скоростей, обладают одинаковыми *импульсами*, или *количествами движения*, и приписывают телам инерционные массы, обратно пропорциональные скоростям. Такое определение инерционной массы соответствует формуле количества движения (или импульса) $p=mV$.

Описанные два способа определения инерционной массы — по силе и ускорению или по скорости и импульсу — в рамках ньютоновой механики совершенно эквивалентны. Определенная по любому из них инерционная масса характеризует, в сущности, инерционность тела, а не количество содержащегося в нем вещества.

Как показали точнейшие опыты, гравитационная и инерционная массы одного и того же тела равны между собой. Этот фундаментальный физический факт лежит в основе общей теории относительности, или эйнштейновой теории тяготения, и мы его в этой книге подробнее рассматривать не будем. Для нас же сейчас гораздо важнее, что гравитационная и инерционная массы определяются методами, которые в своей сущности не имеют ничего общего с понятием количества вещества. Однако в рамках классической физики существовала возможность *условно принять* массу за меру количества вещества, так как, согласно классическим представлениям, увеличить массу тела можно лишь путем присоединения к нему другого тела, а уменьшить — не иначе, как посредством отделения от тела некоторой части. Как мы увидим в дальнейшем, в теории относительности дело обстоит иначе, и масса не может уже рассматриваться как мера количества вещества.

Поскольку в частной теории относительности, которой посвящена эта книга, вопросы всемирного тяготения не рассматриваются, вполне естественно, что нас будет в дальнейшем интересовать не гравитационная, а именно инерционная масса, которую нам удобнее будет определять как отношение импульса тела к его скорости.

Чтобы уяснить себе, какие особенности динамики вытекают из эйнштейновского закона сложения скоростей (который в свою очередь обусловлен релятивистскими свойствами времени и пространства), вообразим три инерциальные ракеты: «Альфа», «Бета» и «Гамма» (рис. 39). Рассмотрение будем вести в системе «Гамма», по отношению к которой ракеты «Альфа» и «Бета» движутся параллельно оси x навстречу друг другу с одинаковыми по абсолютной величине скоростями $v_{\alpha\gamma}=v_{\beta\gamma}=v_0$. В ракете «Альфа» покоится (по отношению к ней) шар A, в ракете «Бета»— точно такой же шар B.

В некоторый момент с помощью специальных механизмов шары A и B «выстреливаются» (выталкиваются) в направлении, параллельном оси y и перпендикулярном движению ракет. Выталкивающие аппараты совершенно тождественны, поэтому оба шара приобретают одинаковую относительную скорость $w=w_{A\alpha}=w_{B\beta}$— каждый по отношению к своей ракете. По отношению же к ракете «Гамма» шары будут двигаться в косом направлении, так как каждый из них сохраняет также и скорость выбросившей его ракеты. Но y-составляющие скоростей обоих шаров по отношению к ракете «Гамма» ($w_{A\gamma}$ и $w_{B\gamma}$) будут одинаковыми, хотя и меньшими, чем w (обе ракеты — «Альфа» и «Бета» — имеют одинаковые скорости v_0 по отношению к ракете «Гамма»).

Момент выталкивания шаров выбирается с таким расчетом, чтобы они столкнулись точно в начале координат системы «Гамма». Положение ракет и шаров в момент соударения показано на рис. 39 пунктиром.

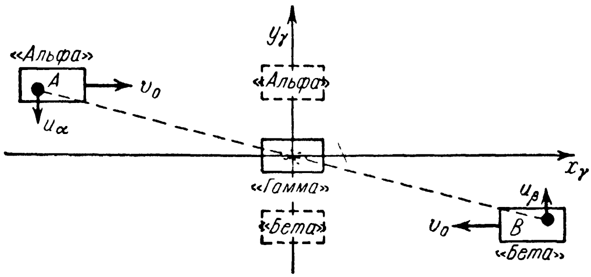


Рис. 39.

Движение шаров после соударения будет существенно зависеть от их упругих свойств. Ради простоты дальнейших выкладок допустим, что они не отскакивают друг от друга, а слипаются в одно тело (например, сделаны из клейкого материала или же снабжены «защелками»).

Мы будем в дальнейшем предполагать, что скорости v_0, а значит и результирующие скорости шаров перед столкновением, велики. Поэтому мы не вправе безоговорочно применять к ним законы ньютоновской механики. Однако уже самые общие соображения о симметрии и однородности пространства показывают, что *после соударения «слипшиеся» шары в системе «Гамма»* не должны двигаться. Ведь начальные условия совершенно симметричны, и слипшиеся шары имеют не больше оснований двигаться вправо, чем влево. Ясно, что они не будут двигаться ни в ту, ни в другую сторону.

Итак, шары после соударения будут, несомненно, покоиться в системе «Гамма».

Рассмотрим теперь те же события, но только в системе «Альфа» (рис. 40).

В этой системе ракета «Альфа», естественно, покоится, ракета «Гамма» движется со скоростью $-v_0$, а ракета «Бета» движется со скоростью v, равной «релятивистски удвоенной» скорости v_0:

$$v = \frac{2v_0}{1+v_0^2}.$$

Шар A после «выстрела» движется только параллельно оси y со скоростью w. Шар B сохраняет скорость v вытолкнувшей его ракеты «Бета»; y- составляющая скорости шара B

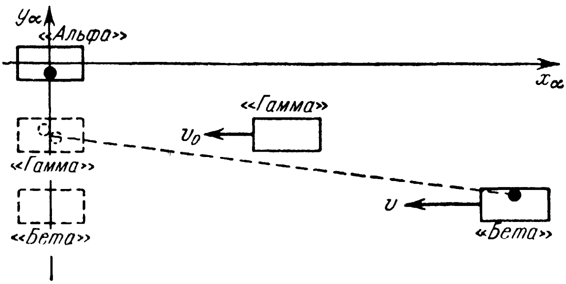


Рис. 40.

равна w только по отношению к ракете «Бета» ($w_{B\beta}=w$), по отношению же к ракете «Альфа» она в K раз меньше:

$$w_{B\alpha} = \frac{w_{B\beta}}{K} = \frac{w}{K},$$

где

$$K = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}.$$

Таким образом, в системе «Альфа» сталкивающиеся шары A и B неравноправны. Различие касается не только составляющих скорости вдоль оси x, но также и ее составляющих вдоль оси y: в этом направлении шар A движется быстрее, чем шар B.

Тем не менее после соударения объединенное тело будет покоиться в системе «Гамма». А это значит, что в системе «Альфа» оно будет двигаться только вдоль оси x (со скоростью v), но вдоль оси y оно двигаться совсем не будет.

Подведем баланс общего количества движения (или импульса) обоих шаров в системе «Альфа» в проекции на ось y. После соударения оно явно равняется нулю (в интересующем нас направлении шары не движутся). А ведь до соударения это количество движения, очевидно, было не нулевым: при одинаковых массах (шары тождественны!) они обладали неодинаковыми скоростями ($w_{A\alpha} > w_{B\alpha}$).

Стало быть, в системе «Альфа» очевидным образом нарушается закон сохранения количества движения в его обычной (ньютоновской) формулировке. Это нарушение непосредственно связано с тем, что скорость одного из шаров (B) в системе «Альфа» была близка к световой; оно свидетельствует о неприменимости при таких скоростях динамики Ньютона.

Отсюда задача: открыть и сформулировать законы релятивистской динамики, справедливые даже при скоростях, приближающихся к световой, и переходящие при малых скоростях в законы динамики Ньютона.

В механике закон сохранения количества движения (импульса) является одним из самых фундаментальных. Ведь он самым тесным образом связан с законом движения центра масс, который гласит: «центр масс какой угодно системы материальных тел движется как материальная точка, в которой сосредоточена вся масса системы и к которой приложены все силы, действующие извне на тела системы». Главное в этом законе состоит в том, что *внутренние* силы (т. е. воздействие одних частей системы на другие ее части) на движении центра масс совсем не сказываются.

Трудно даже представить себе, во что превратилась бы вся механика, если бы закон движения центра масс не имел места. Тогда даже при рассмотрении движения мельчайшей частицы (не говоря уже о макроскопических телах) пришлось бы принимать во внимание все силы, действующие внутри нее (не можем же мы отрицать, что даже элементарные частицы имеют какую-то внутреннюю структуру!).

Какое реальное значение имел бы закон инерции, если бы материальное тело могло иногда приходить в движение под влиянием одних только внутренних сил, без всякого воздействия извне? В действительности, конечно, этого не бывает, несмотря на наличие в составе любого тела частиц с околосветовыми скоростями.

Не следует поэтому слишком поспешно перечеркивать закон сохранения количества движения — рассмотренный только что мысленный эксперимент с шарами вполне может быть истолкован также и в его рамках.

После соударения общее количество движения шаров (в поперечном направлении) равно нулю. Значит, оно обязательно равнялось нулю также и перед соударением, т. е. оба шара обладали равными по величине и противоположными по направлению количествами движения. И если скорости их в направлении оси y были неодинаковы, то это могло свидетельствовать лишь о том, что более медленный шар обладал большей массой!

Такое заключение содержит уже в себе релятивистский пересмотр одного из положений механики Ньютона: факты вынуждают нас приписать разную массу тождественным между собой шарам! Единственное физическое различие между ними состоит в том, что в системе «Альфа» один из них почти покоится (поперечная скорость w очень мала), а другой движется с околосветовой скоростью v в направлении оси x (именно этот шар имеет меньшую скорость в направлении оси y).

Итак, мы естественным образом приходим к релятивистскому выводу о том, что *масса любого тела существенно зависит от скорости его движения*. В этом одно из основных отличий релятивистской динамики от классической.

При всей своей непривычности оно не должно нас особенно смущать, потому что во всех наших рассуждениях речь шла *не о количестве вещества*, а именно об *инерционной массе*, которая характеризует инерционные свойства тела и определяется как отношение импульса к скорости. Обнаруженная зависимость инерционной массы от скорости исключает возможность использования ее (даже «по совместительству»!) в качестве хотя бы условной меры количества вещества (иначе пришлось бы признать, что увеличение скорости тела, в том числе и вследствие перехода к другой системе отсчета, равносильно добавлению к нему некоторого количества вещества).

Отказавшись от закона сохранения импульса, но зато продолжая считать массу не зависящей от скорости, мы пришли бы в конце концов к другому, более запутанному и «экзотическому» изложению той же самой динамики Эйнштейна. Но при этом нам пришлось бы без всякой действи тельной надобности ломать всю логику построения механики на основе законов сохранения, естественно-научное и философское значение которых исключительно велико.

Приняв, что закон сохранения импульса выполняется благодаря зависимости массы от скорости, имеем:

$$m_A w_{A\alpha} = m_B w_{B\alpha},$$

где m_A — масса шара A, а m_B — шара B. Но шар B имеет быстрое движение со скоростью v в направлении оси x, а шар A — нет. Поэтому, как мы уже знаем,

$$w_{A\alpha} = w; \quad w_{B\alpha} = \frac{w}{K},$$

так что

$$m_A w = m_B \frac{w}{K},$$

откуда

$$m_B = m_A K.$$

Но если скорость w очень мала (а мы можем даже стремить ее к нулю), то m_A — масса шара A, покоящегося (или почти покоящегося) в системе «Альфа», m_B — масса такого же шара, но движущегося почти точно со скоростью v. Следовательно, величину m_A следует назвать *собственной массой* (или массой покоя) и обозначать m_0, а величину m_B — *релятивистской* массой (или массой в движении) и обозначать m. Тогда

$$m = m_0 K = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2}}.$$

Полученная формула зависимости массы от скорости была подтверждена прямыми физическими экспериментами, а в наши дни с нею уже считаются инженеры при конструировании ускорителей элементарных частиц. Так как, согласно данным таблицы 1 (стр. 72), скоростной коэффициент K для электрона, вылетающего из синхротрона, достигает 2000, его масса в движении превышает даже массу покоящегося протона!

Но при обычных скоростях, с какими движется современный транспорт и детали работающих машин, коэффициент K почти не отличается от единицы и зависимость массы от скорости практически совсем не сказывается.

Иногда задают вопрос: какие именно конкретные изменения в строении быстро движущегося тела по сравнению с неподвижным обусловливают увеличение его инерционности? Сама постановка такого вопроса неправомерна. Одно и то же тело стремительно движется в системе «Альфа» и покоится в системе «Бета». Сила, действующая на это тело, меняет его скорость. Но благодаря своеобразию релятивистских свойств времени и пространства изменение скорости тела по отношению к системе «Альфа» не так значительно, как по отношению к системе «Бета». Вот и выходит, что данное тело *при рассмотрении его движения в системе «Альфа»* проявляет себя как более инерционное, чем при рассмотрении *его же* в системе «Бета». Но в обоих случаях речь идет об одном и том же теле, так что ни о каких реальных различиях его строения говорить не приходится. Увеличение инерционной массы со скоростью есть чисто *кинематический* эффект — прямое следствие эйнштейновского закона сложения скоростей, который в свою очередь вытекает из основных свойств пространства и времени, открытых теорией относительности. Тем не менее эффект этот вполне реален в том смысле, что увеличить скорость тела относительно той системы отсчета, в которой он уже быстро движется, значительно труднее, чем увеличить скорость того же тела относительно другой системы, в которой он покоится или движется очень медленно.

21. Формула Эйнштейна

Согласно теории относительности всякое тело, обладавшее в состоянии покоя массой m_0, перейдя в движение, увеличивает ее до величины

$$m = Km_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2}}.$$

Здесь $v = \frac{V}{c}$ — отношение скорости тела V (например, в *км/сек*) к скорости света в пустоте $c = 300\,000$ *км/сек*.

Чем больше v, тем сильнее проявляются релятивистские эффекты. Остановимся подробнее на случае умеренно больших скоростей, когда релятивистские эффекты уже заметны, но четвертой и более высокими степенями величины v можно еще пренебрегать. Тогда можно воспользоваться приближенной формулой

$$\frac{1}{\sqrt{1-v^2}} \approx 1 + \frac{1}{2}v^2,$$

в справедливости которой легко убедиться, возводя обе ее части в квадрат и отбрасывая четвертые степени величины v, как это подробно проделано в дополнении В (знакомые с высшей математикой могут получить данную формулу еще проще: непосредственно разлагая ее левую часть в ряд по степеням v).

На основании этой приближенной формулы при умеренно больших v релятивистская масса

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2}} \approx m_0 + \frac{1}{2} m_0 v^2.$$

Подставив значение $v = \frac{V}{c}$, имеем:

$$m \approx m_0 + \frac{1}{c^2} \cdot \frac{1}{2} m_0 V^2.$$

Сообщая неподвижному телу скорость V, мы увеличиваем его массу на величину

$$\Delta m = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{1}{2} m_0 V^2$$

и в то же время сообщаем этому телу кинетическую энергию

$$\Delta E_{\text{кин}} = \frac{1}{2} m_0 V^2.$$

Как видим, приращение массы тела, обусловленное его движением, пропорционально сообщенной ему кинетической энергии (с коэффициентом пропорциональности $1/c^2$).

Обнаруженная только что пропорциональность между приращениями энергии и массы могла бы показаться случайной, тем более что она установлена нами при очень специальных предположениях. Однако Эйнштейну удалось доказать гораздо более глубокий и всеобъемлющий характер указанной пропорциональности. Он высказал и обосновал следующее положение: *при любом изменении энергии какого-нибудь тела на некоторую величину ΔE его масса изменяется в ту же сторону на величину*

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2},$$

причем это имеет место для всех видов энергии и для всех тел.

Чтобы убедиться в справедливости такой гипотезы, обсудим следующий эксперимент. В закрытой лаборатории, способной перемещаться без трения в горизонтальном направлении, имеются два одинаковых массивных диска A и B (рис. 41). Центр масс этой лаборатории (с учетом дисков) находится в точке M. Приведем теперь правый диск в быстрое вращение. Масса его возрастет, и центр тяжести системы сместится вправо (например, в точку N), хотя *извне* на данную систему материальных тел никакие силы не действовали.

Налицо как будто бы явное противоречие с законом движения центра масс. Однако оно тотчас же устраняется, если принять только что сформулированное положение Эйнштейна. Ведь привести диск в быстрое вращение — значит сообщить ему некоторое количество энергии ΔE. Эта энергия может быть заимствована от какого-нибудь тела, расположенного рядом с диском (например от закрученной пружины, баллона со сжатым газом, заряженного аккумулятора и т. д.). Но, согласно гипотезе Эйнштейна, после отдачи данного количества энергии масса указанного тела должна уменьшиться на величину $\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}$, т. е. как раз на столько, на сколько увеличилась масса диска вследствие его вращения. Таким образом, никакого изменения общей массы в правой части лаборатории не происходит, и центр тяжести не смещается.

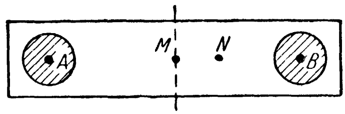


Рис. 41.

Мы можем принять все меры к тому, чтобы в процессе раскрутки диска никаких других явлений в космической лаборатории не происходило; однако мы не можем, конечно, добиться того, чтобы увеличение энергии диска происходило без затраты энергии каким-либо другим телом.

Можно, конечно, предположить, что необходимая энергия тем или иным способом передается из другой (левой) части лаборатории, например, с помощью электромагнитных волн. Однако здесь на сцену выступают новые явления — световое давление и световая отдача (рис. 42).

Испуская световой импульс, прожектор $П$ испытывает отдачу, подобно орудию при выстреле. Вследствие этого космическая лаборатория приобретает движение влево. Когда же световой импульс достигнет приемника лучистой энергии P, он окажет на него световое давление, в результате чего движение лаборатории прекратится. Однако за время распространения импульса лаборатория успеет сместиться на некоторое расстояние влево, как это показано на рис. 42 пунктиром.

Это было бы непостижимым для механики смещением центра масс в отсутствие внешних сил, если бы оно не компенсировалось знакомым уже нам точно таким же по величине смещением его в противоположную сторону,

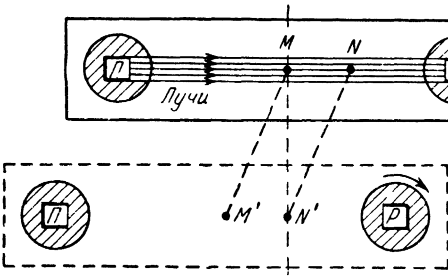


Рис. 42.

обусловленным изменением масс приемника и источника энергии.

Явления светового давления и световой отдачи были теоретически предсказаны Максвеллом и экспериментально обнаружены Лебедевым еще до создания Эйнштейном теории относительности. Однако только теория относительности, установив связь массы и энергии, позволила согласовать эти явления с принципами механики.

Дальнейший шаг состоит в признании пропорциональности не только между *приращениями* энергии и массы, но также и между полным запасом энергии тела и его полной массой:

$$m = \frac{E}{c^2}, \quad E = mc^2.$$

Тем самым высказывается предположение, что величина массы покоя m_0 характеризует запас энергии $E_0 = m_0c^2$ покоящегося тела. Запас этот включает в себя различные виды энергии: «тепловую» *), химическую, атомную, вну-

*) Под «тепловой энергией» мы здесь подразумеваем внутреннюю энергию тела, т. е. кинетическую и потенциальную энергию его молекул (без учета энергии взаимодействия частей молекулы).

триядерную, а также энергию элементарных частиц, входящих в состав атома.

В силу пропорциональности между массой и энергией закон зависимости массы от скорости

$$m = Km_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2}}$$

выражает также и зависимость энергии от скорости:

$$E = KE_0 = \frac{E_0}{\sqrt{1-v^2}},$$

где E_0 — энергия в состоянии покоя. Разность

$$\Delta E = E - E_0 = KE_0 - E_0 = E_0(K-1)$$

может рассматриваться как кинетическая энергия; как мы уже фактически убедились в ходе предшествовавших рассуждений, при малых v величина ΔE в полном согласии с классической механикой приблизительно равняется $\frac{1}{2}mV^2$.

Мы надеемся, что разобранные примеры и частные случаи достаточно разъяснили, каким образом пропорциональность между энергией и массой, а также характер зависимости обеих величин от скорости однозначно вытекают из чисто кинематического закона эйнштейновского «сложения» скоростей, т. е. в конечном счете из коренных релятивистских свойств времени и пространства. Более строгое и общее доказательство этих положений требует привлечения сложных математических средств; некоторое представление о нем будет дано в конце книги (в § 33).

22. Взаимосвязь массы и энергии

Открытое Эйнштейном соотношение

$$E = mc^2$$

справедливо считается одним из важнейших выводов теории относительности; оно имеет огромное принципиальное и практическое значение.

Энергия и масса — это две физические величины, характеризующие материальное тело или систему тел с совершенно различных сторон: энергия есть мера способности тела производить работу, а масса — мера его инерционности. Формула $E=mc^2$ показывает, что эти два совершенно различных по существу свойства, которые раньше считались совершенно не связанными между собой, всегда сопутствуют друг другу и количественно пропорциональны.

Никакими средствами нельзя увеличить энергию тела, не увеличивая одновременно и его массу. И наоборот: всякое увеличение массы тела обязательно сопровождается ростом его энергии.

Следовательно, формула $E=mc^2$ является математическим выражением открытого Эйнштейном *закона взаимосвязи* (или пропорциональности) *энергии и массы*. Его иногда называют также законом «эквивалентности» энергии и массы, хотя обычно даже в теории относительности, говоря о массе, имеют в виду инерционность, а говоря об энергии — способность совершать работу.

К сожалению, иногда «ради красного словца» говорят, что формула $E=mc^2$ выражает возможность превращения энергии в массу (или даже в материю!) и массы (или материи) — в энергию. Но это совершенно не правильно. Если бы, например, энергия действительно могла превращаться в массу, то при этом масса должна была бы увеличиваться, а энергия — убывать (ведь масса образуется з а с ч е т превращающейся в нее энергии!). Но этого-то как раз и не допускает формула $E=mc^2$! Она ведь требует, чтобы при возрастании массы во столько же раз возрастала и энергия. А это как раз и означает, что масса не может в о з н и к а т ь за счет и с ч е з н о в е н и я энергии.

Ни с философской, ни с физической точки зрения о превращении массы (а тем более материи) в энергию не может быть даже и речи.

Как же следует тогда трактовать известные из ядерной физики превращения электронов и позитронов в гамма-лучи, а также обратные превращения гамма-лучей в электроны и позитроны? Ведь прямыми опытами установлено, что при столкновении обычного (отрицательного) электрона e^- с положительным электроном (иначе называемым позитроном) e^+ обе частицы исчезают, а в месте их встречи возникают гамма-лучи. Такое превращение описывается формулой

$$e^- + e^+ \rightarrow 2\gamma,$$

где буквой γ обозначен фотон (или квант) гамма-лучей.

Не менее хорошо знакомы физикам также и обратные превращения, при которых один или два фотона гамма-лучей исчезают, а на их месте образуется электрон и позитрон, что может быть выражено формулой

$$2\gamma \longrightarrow e^- + e^+.$$

Некоторые зарубежные ученые называют первую реакцию *аннигиляцией* (т. е. уничтожением) *материи*, вторую же — *материализацией* фотонов. Однако такая антиматериалистическая терминология грубейшим образом извращает все существо дела.

Конечно, в результате первой реакции исчезают две частицы вещества: электрон и позитрон; но они исчезают не бесследно, а превращаясь в не менее материальные фотоны гамма-лучей. При этом соблюдаются законы сохранения массы и сохранения энергии: масса возникающих фотонов равна массе исчезнувшей пары электрон-позитрон, а энергия фотонов — энергии электрона и позитрона.

Как видим, никакого превращения массы (а тем более материи) в энергию не происходит.

Точно так же и при второй реакции

$$2\gamma \longrightarrow e^- + e^+$$

один вид материи — фотоны электромагнитных волн — превращается в другой вид материи — вещество в форме электрона и позитрона. При этом масса электромагнитного поля (фотонов) переходит в массу частиц вещества, а энергия электромагнитных волн — в энергию частиц вещества.

Здесь опять-таки нет никакого возникновения материи из чего-либо нематериального, как нет и превращения энергии в массу.

Однако, имея дело с обычным веществом и его частицами, мы гораздо чаще сталкиваемся с проявлениями его инерционности, чем его способности совершать работу. Масса частицы вещества обнаруживается почти в каждом физическом явлении, тогда как запас ее внутренней энергии никак не проявляется и не может быть использован без разрушения самой частицы.

Поэтому частица вещества в наиболее знакомых каждому физических процессах выступает прежде всего как носитель инерционной массы; наличие же у нее пропорционального этой массе запаса «внутренней» энергии обнаруживается главным образом в явлениях, изучаемых ядерной физикой.

В противоположность этому гамма-лучи, свет и другие виды электромагнитных волн чаще всего используются нами именно как носители энергии, способной легко превращаться в другие виды. Масса же электромагнитных волн (в тех концентрациях, с какими нам приходится иметь дело в земных условиях) настолько мала, что ее проявления можно обнаружить только весьма тонкими экспериментами (например, общая масса света в большой освещенной комнате едва достигает массы одного атома).

Вот почему, говоря о фотонах, мы делаем обычно акцент на их энергии, а рассматривая частицы вещества, — на их массе.

В свете сказанного можно понять (но, конечно, не оправдать), почему реакция

$$e^- + e^+ \longrightarrow 2\gamma$$

воспринимается некоторыми как превращение массы в энергию. Выделяя шрифтом акцентируемое свойство физического объекта, эту реакцию можно схематически изобразить так:

МАССА частиц вещества → масса фотонов,
энергия частиц вещества → ЭНЕРГИЯ фотонов.

Рассмотрим еще термоядерную реакцию, которая происходит в водородной бомбе, а в дальнейшем будет использоваться в термоядерных электростанциях:

$$\mathrm{D} + \mathrm{T} \longrightarrow \mathrm{He} + \mathrm{n}.$$

Здесь D — дейтерий (тяжелый водород), T — тритий (сверхтяжелый водород), He — гелий, а n — нейтрон.

Проверим баланс масс, заимствуя из таблиц соответствующие значения масс (в атомных единицах):

$$\underbrace{\mathrm{D} + \mathrm{T}} = \underbrace{\mathrm{He} + \mathrm{n}}$$

$$+\begin{array}{r}2{,}015\\ \underline{3{,}016}\\ 5{,}031\end{array} \qquad +\begin{array}{r}4{,}003\\ \underline{1{,}009}\\ 5{,}012\end{array}$$

Как видим, баланс явно не сходится: справа недостает 0,019 ат. единицы (такую «недостачу» физики называют *дефектом массы*). Как иногда неаккуратно говорят, это количество массы при данной реакции «превращается в энергию».

Не нужно, однако, упускать из виду, что в результате ядерной реакции получаются не покоящиеся, а стремительно движущиеся частицы — настолько быстрые, что их релятивистские массы значительно отличаются от «масс покоя», величины которых приводятся в таблицах.

В дальнейшем стремительно движущиеся продукты термоядерной реакции, взаимодействуя с окружающими телами, отдадут им свою кинетическую энергию и остановятся. Если измерить их массу *тогда*, она окажется меньше массы исходных ядер; но ведь зато ровно на столько же увеличилась (вследствие движения) масса тех тел, которым была передана энергия.

Таким образом, хотя масса и не превращается в энергию, количество энергии ΔE, освобождающееся при ядерной реакции, пропорционально дефекту массы Δm, т. е. разности между массами *покоя* исходных частиц и продуктов реакции:

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2.$$

В частности, дефекту массы 0,019 *г* соответствует энергия в 1,7 миллиарда килоджоулей, т. е. приблизительно полмиллиона киловатт-часов *). Именно такое количество энергии освобождается в результате взаимодействия одного грамм-атома (двух граммов) дейтерия с одним грамматомом (тремя граммами) трития.

Итак, знаменитая формула Эйнштейна

$$E = mc^2$$

имеет самое непосредственное отношение к открытию и использованию внутриядерной энергии. Именно на основании этой формулы было установлено существование огромных запасов ядерной энергии и намечены пути ее «высвобождения».

Сам Эйнштейн, предвидя значение формулы $E=mc^2$, еще в 1905 году писал: «Не исключена возможность того, что проверка теории может удасться для солей радия».

---

*) Если в формулу $E=mc^2$ массу подставлять в граммах, а скорость света — в *см/сек*, то энергия получится в эргах. Если же массу выражать в килограммах, а скорость света — в *м/сек*, то энергия получится в джоулях, или ватт-секундах. Полезно также иметь в виду, что 1 грамму массы соответствует 25 млн. киловатт-часов энергии.

23. Релятивистская динамика и ускорители*)

Зависимость массы от скорости является главнейшим и по существу единственным отличием релятивистской динамики от ньютоновой.

Основой классической динамики служит второй закон Ньютона, выражаемый формулой

$$a = \frac{F}{m} \tag{1}$$

(ускорение прямо пропорционально силе и обратно пропорционально массе), или, что то же самое,

$$ma = F. \tag{2}$$

Но ускорение a — это не что иное, как изменение скорости за единицу времени:

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t},$$

где $\Delta V = V_2 - V_1$ — приращение скорости тела за небольшой промежуток времени Δt, причем V_1 — величина скорости в начале, а V_2 — в конце этого промежутка времени.

Следовательно, второй закон Ньютона (2) может быть записан и так:

$$m\frac{\Delta V}{\Delta t} = F$$

или

$$m \cdot \Delta V = F \cdot \Delta t. \tag{3}$$

Произведение силы F на время ее действия Δt называется *толчком силы*. Если масса тела m постоянна, то

$$m \cdot \Delta V = m(V_2 - V_1) = mV_2 - mV_1 = \Delta(mV),$$

т. е. произведение $m \cdot \Delta V$ может рассматриваться как приращение количества движения тела mV за промежуток времени Δt. Поэтому второй закон Ньютона (3) может быть выражен и так:

$$\Delta(mV) = F \cdot \Delta t \tag{4}$$

— приращение количества движения любого тела определяется толчком действующей на него силы.

---

*) Весь этот параграф можно при первом чтении книги, без ущерба для понимания дальнейшего, пропустить.

В рамках ньютоновой механики, когда масса m постоянна, формулы (1), (2), (3) и (4) совершенно эквивалентны. Но если масса тела меняется с его скоростью, формула (4) существенно отличается от трех других. Ведь в этом случае

$$\Delta(mV) = m_2 V_2 - m_1 V_1 \neq m_1 (V_2 - V_1),$$
$$[\text{или } m_2 (V_2 - V_1)],$$

где m_1 — масса тела при скорости V_1, а m_2 — масса того же тела при скорости V_2.

Как показывает более детальное исследование, в теории относительности всегда можно пользоваться формулой (4); формулы же (1), (2), (3) во многих случаях, когда масса существенно меняется со скоростью, оказываются несправедливыми.

Отличие формулы (4) от формул (1), (2), (3) особенно резко сказывается, когда скорость тела уже близка к световой, а приложенная к нему сила F действует в направлении движения или навстречу ему («продольная» сила). В этом случае формула (4)

$$\Delta(mV) = F \cdot \Delta t$$

эквивалентна не формуле (3)

$$m \cdot \Delta V = F \cdot \Delta t,$$

а формуле

$$mK^2 \cdot \Delta V = F \cdot \Delta t,$$

где $K = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}$ — скоростной коэффициент (доказательство дано в дополнении Г).

Величину

$$m_{\text{пр}} = mK^2 = m_0 K K^2 = m_0 K^3$$

иногда называют «продольной массой». Введение этого нового понятия позволяет «сохранить» внешний вид формул (1), (2), (3) также и в релятивистской динамике для случая *продольных* сил:

$$a = \frac{F}{m_{\text{пр}}}; \quad m_{\text{пр}} a = F; \quad m_{\text{пр}} \cdot \Delta V = F \cdot \Delta t. \tag{5}$$

Если же приложенная сила *перпендикулярна* направлению движения, то приобретаемая под ее действием небольшая дополнительная скорость, складываясь с околосветовой начальной скоростью под углом 90°, меняет последнюю так мало, что влияние этого изменения на массу тела можно вообще во внимание не принимать. Поэтому в таких случаях наряду с формулой (4) остаются справедливыми также и формулы (1), (2), (3), в которых под величиной m следует понимать известную уже нам релятивистскую массу $m = m_0 K$. Теперь мы уже можем понять, почему в некоторых книгах она фигурирует под именем *поперечной массы*. Нужно только иметь в виду, что при пользовании формулой (4) масса $m = m_0 K$ имеет в релятивистской динамике универсальное значение и может употребляться при любом направлении силы.

При всех механических расчетах величи́ны действующих на тело сил определяются по формулам и законам, заимствуемым из других разделов физики, например из электродинамики, теории тяготения и т. д. На практике при очень больших скоростях движения чаще всего приходится иметь дело с силами электромагнитного характера (например, в ускорителях заряженных элементарных частиц).

Как известно из классической физики, на электрический заряд q, движущийся в магнитном поле B со скоростью V, действует *магнитная сила*

$$F_{\text{магн}} = qVB,$$

перпендикулярная как скорости, так и магнитным силовым линиям.

Как видим, величина магнитной силы существенно зависит от скорости движения, а значит, и от выбора системы отсчета. Если в какой-либо инерциальной системе заряд покоится, никакая магнитная сила действовать на него не может. Зато в этой системе отсчета движется *магнитное поле* (вместе с создающими его электромагнитами или же постоянными магнитами). Движущееся же магнитное поле, согласно закону электромагнитной индукции Фарадея, наводит индуктированное электрическое поле

$$E_{\text{инд}} = VB,$$

которое действует на покоящийся заряд q, создавая *электрическую силу*

$$F_{\text{эл}} = qE_{\text{инд}} = qVB.$$

Выходит, что независимо от системы отсчета конечный результат один и тот же: на электрический заряд действует сила

$$F = qVB.$$

Но в одной системе эту силу называют *магнитной*, связывая ее с движением заряда q в неподвижном магнитном поле, в другой же системе — *электрической*, обусловленной действием индуктированного электрического поля (которое в свою очередь наведено движущимся магнитным полем).

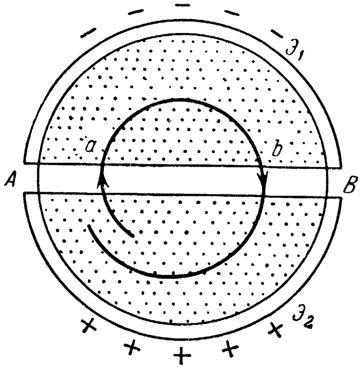


Рис. 43.

Если же отвлечься от этого чисто номенклатурного различия, то принцип относительности Эйнштейна оказывается соблюденным. Более того, можно строго доказать, что в отличие от формул механики формулы электродинамики и в теории относительности сохраняют свой прежний вид (инвариантность уравнений Максвелла, выражающих основные законы электричества и магнетизма, относительно преобразований Лоренца была показана самим Лоренцем еще до создания Эйнштейном теории относительности).

Одним из самых могучих орудий экспериментального исследования в ядерной физике служат стремительно летящие элементарные частицы: электроны, протоны, ядра простейших атомов и т. д. Разгон этих частиц осуществляется в специальных приборах — *ускорителях*.

Весьма удачен по своей идее ускоритель, известный под названием *циклотрон*. В цилиндрической вакуумной камере циклотрона (рис. 43) движение ускоряемой частицы (например, протона) совершается в магнитном поле, силовые линии которого перпендикулярны плоскости чертежа (изображены точками). Магнитная сила, действующая на летящий протон, всегда перпендикулярна направлению его движения. Как известно, такая сила не изменяет абсолютной величины скорости, но, все время отклоняя частицу от прямолинейного пути, заставляет ее описывать окружность. Радиус этой окружности определяется величиной магнитной силы: чем больше эта сила, тем резче искривляется траектория.

Вакуумная камера циклотрона окружена двумя полуцилиндрическими электродами $Э_1$ и $Э_2$ в форме двух половинок разрезанной надвое консервной банки. Один из электродов заряжен положительно, а другой — отрицательно.

При каждом своем обороте протон дважды пересекает узкую щель AB между обоими электродами. Если протон движется, как показано на рис. 43 стрелкой, то при первом прохождении через щель в точке a он испытывает ускорение, так как притягивается спереди отрицательным и подталкивается сзади положительным электродом. Благодаря этому скорость протона, а значит, и его кинетическая энергия после прохождения щели оказываются увеличенными по сравнению с их начальными значениями.

Однако при следующем пересечении щели в точке b протон испытывает уже не ускорение, а замедление: находящийся сзади отрицательный электрод неохотно «отпускает» его от себя, а расположенный впереди положительный электрод «не желает подпускать к себе». В результате набранная ранее кинетическая энергия теряется.

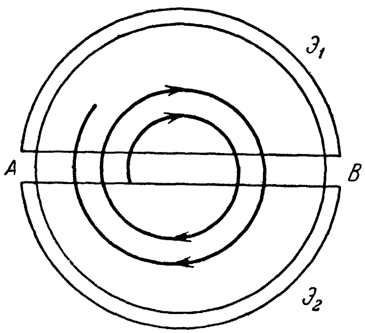


Рис. 44.

Чтобы этого не происходило, к моменту подлета протона к «воротам» b полярность электродов меняется на противоположную, так что впереди опять оказывается притягивающий отрицательный электрод, а позади — отталкивающий положительный. Такая смена полярности может быть осуществлена путем присоединения электродов к полюсам источника переменного напряжения, например лампового генератора.

Чтобы при каждом прохождении через щель AB протон испытывал ускорение (а не замедление), в течение каждого его оборота полярность электродов должна меняться два раза. Иными словами, полупериод приложенного к электродам переменного напряжения должен совпадать с длительностью полуоборота ускоряемой частицы, которая может быть определена из следующих соображений.

Для движения с линейной скоростью V по окружности радиуса R нужна центростремительная сила $F_{ц} = \frac{mV^2}{R}$. Роль этой силы играет магнитная сила $F_{магн} = eVB$ (где e — заряд частицы), поэтому

$$\frac{mV^2}{R} = eVB, \tag{6}$$

откуда

$$R = \frac{m}{eB} V, \tag{7}$$

— по мере увеличения скорости V протон будет описывать в заданном магнитном поле B окружности все большего и большего радиуса R. Благодаря этому траектория движения приобретает вид раскручивающейся спирали (рис. 44).

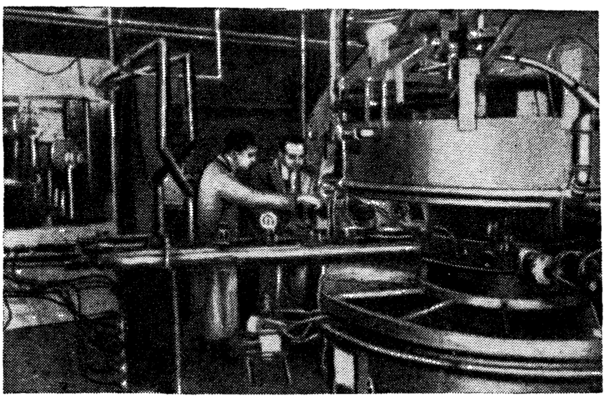


Рис. 45.

Каждый последующий виток спирали длиннее предыдущего; но и проходится он с большей скоростью. Благодаря этому продолжительность полуоборота

$$t = \frac{\pi R}{V} = \frac{\pi m}{eB} \tag{8}$$

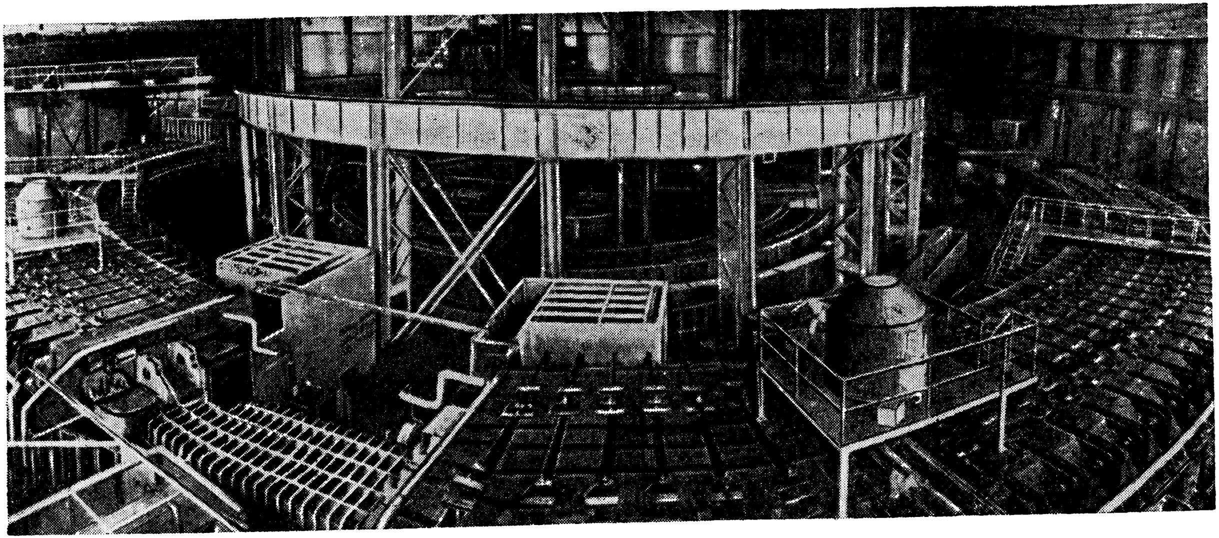


Рис. 46.

оказывается величиной постоянной. Таким же должен быть и полупериод переменного напряжения, приложенного к электродам.

Технически очень важно, что для данного ускорителя указанный полупериод (а значит, и полный период $T = 2t$) — величина постоянная: это позволяет питать электроды переменным напряжением от обычного лампового генератора соответствующей частоты.

К сожалению, релятивистская динамика вносит в это заключение свою поправку. Масса m в формулах (6) — (8) должна рассматриваться как релятивистская (поперечная) масса $m = m_0 K$ (центростремительная сила перпендикулярна скорости). Но эта масса неограниченно растет при приближении скорости движения к световой; соответственно увеличивается и продолжительность полуоборота. Следовательно, при постоянстве частоты генератора нарушается необходимое условие ускорения частицы — синхронизм между ее вращением и переменами полярности электродов.

Как видим, релятивистский эффект увеличения массы со скоростью ставит реальный технический предел скоростей и энергий, достижимых с помощью циклотрона. Предел этот можно преодолеть только ценой значительного усложнения установки: для сохранения синхронизма между оборотами частицы и переменой зарядов (несмотря на возрастание массы) приходится надлежащим образом менять либо магнитное поле B (синхротрон), либо частоту генератора (фазотрон), либо же, наконец, то и другое одновременно (синхрофазотрон). Именно это осложнение заставляет заменить сравнительно простой циклотрон гораздо более громоздкими ускорителями, инженерный расчет которых без формул теории относительности невозможен. Даже простое сравнение циклотрона (рис. 45) и синхрофазотрона (рис. 46) дает достаточно наглядное представление о практическом значении релятивистских эффектов в технике ускорения заряженных элементарных частиц.

24. О скоростях, превышающих световую

Невозможность обогнать свет является одним из краеугольных камней теории Эйнштейна. Тем не менее физики и инженеры сталкиваются иногда со скоростями, бо́льшими, чем скорость света. Чтобы понять, в чем дело, следует уточнить, о каких именно скоростях идет речь в известном релятивистском положении: «не может быть скоростей, превышающих световую».

Прежде всего, нужно иметь в виду, что в этой формулировке (как и вообще в книгах по теории относительности) под «световой скоростью» понимается скорость c распространения света в пустоте, приблизительно равная 300 000 *км/сек* (а точнее 299 766 *км/сек*). В различных же веществах свет распространяется медленнее, например, в алмазе — со скоростью 125 000 *км/сек*. Поэтому даже с точки зрения теории относительности нет ничего удивительного в том, что в таких веществах электроны и другие частицы могут обогнать свет, хотя при этом скорость их все-таки меньше c (именно при таких условиях наблюдается свечение Черенкова).

Однако в физике и технике приходится иногда говорить и о скоростях, превышающих скорость света в пустоте, т. е. больше 300 000 *км/сек*; примером может служить «фазовая» скорость распространения радиоволн внутри металлических труб (волноводов) или в ионизированных слоях атмосферы. Суть дела заключается в том, что теория относительности накладывает свои ограничения не на любые скорости.

Теория относительности утверждает, что скорость *распространения сигнала* какой угодно природы *относительно* любой инерциальной *системы отсчета* не превышает световой скорости, так как в противном случае могло бы иметь место нарушение закона причинности. Этим уже, между прочим, сказано, что никакие физические тела не могут двигаться быстрее света и что такой предел не может быть превзойден также и скоростью передачи энергии в пространстве (хотя бы потому, что указанные процессы могли бы служить сигналами).

Все же остальные скорости в теории относительности принципиально ничем не ограничены и при известных условиях могут быть больше световой. Но какие же это «другие» скорости?

Во-первых, скорость сближения двух тел (сигналов или скоплений энергии) или удаления их друг от друга, т. е. быстрота изменения расстояния между ними. Однако если с одним из тел связать систему отсчета, относительная скорость другого тела в этой системе окажется меньше c.

Во-вторых, скорости всякого рода мысленных объектов, геометрических образов и т. д. Для пояснения этой наиболее интересной категории приведем несколько примеров.

1. Точка пересечения. Стержень AB (рис. 47) равномерно движется в направлении стрелок со скоростью $V = 200\ 000$ *км/сек*, все время оставаясь параллельным своему первоначальному положению. Пунктирная прямая $A'B'$ изображает положение стержня через одну секунду.

Аналогично движется и второй стержень CD, образующий с первым угол 2α.

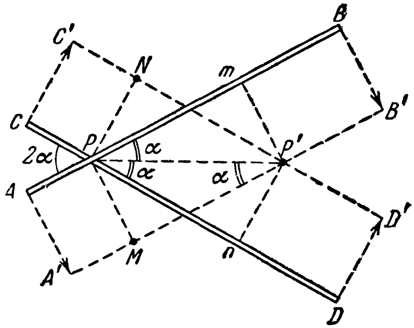


Рис. 47.

Обозначим буквой P точку пересечения обоих стержней. С какой скоростью перемещается она в пространстве? Через одну секунду она займет положение P', пройдя расстояние PP', которое, очевидно, больше, чем расстояние PM или PN, проходимое каждым стержнем. Из прямоугольного треугольника $PP'M$ видно, что

$$PP' = \frac{PM}{\sin\alpha}.$$

Но поскольку все указанные на рисунке перемещения происходят за единицу времени, они численно совпадают с соответствующими скоростями. Следовательно, точка пересечения P движется со скоростью

$$V_P = \frac{V}{\sin\alpha} > V.$$

Формула показывает, что при достаточно малом угле α скорость точки пересечения V_P может в любое число раз превышать скорость V каждого из стержней. В частности, при $V = 200\ 000$ *км/сек* и $\alpha = 30^\circ$

$$V_P = \frac{200\ 000\ км/сек}{\sin 30^\circ} = 400\ 000\ км/сек.$$

Движение точки пересечения двух стержней быстрее света не противоречит теории относительности потому, что такая точка является лишь геометрическим образом, а не физической частицей. Участки стержней, которые находились в начальный момент в точке P, через секунду займут положения M и N (рис. 47), т. е. перестанут иметь что-либо общее с точкой пересечения. Новая точка пересечения P' образуется благодаря встрече других участков стержней, за секунду до этого занимавших положения m и n. Как видим, все участки стержней перемещаются со скоростью, меньшей c, и ни один из них не обладает скоростью V_p.

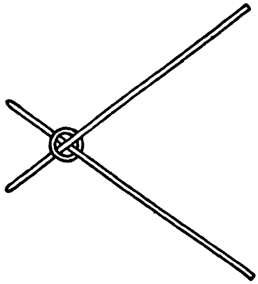


Рис. 48.

Однако видоизменим опыт: наденем на стержни в точке их пересечения маленькое проволочное кольцо (рис. 48). При движении стержней оно как будто бы вынуждено будет следовать за точкой их пересечения, а значит, двигаться быстрее света со скоростью V_p. Но этого, разумеется, не произойдет. При постепенном ускорении стержней, едва лишь скорость кольца приблизится к световой, масса его резко возрастет и оно будет препятствовать дальнейшему ускорению стержней. Любые по величине силы, приложенные к стержням, не смогут, преодолевая инерцию кольца, заставить его двигаться быстрее света. А это значит, что скорость самих стержней, тормозимых кольцом, ограничена еще меньшей величиной $c \cdot \sin \alpha$.

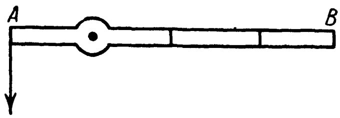


Рис. 49.

Подобное же ограничение скорости за счет неограниченного возрастания массы наиболее быстрой детали какого-нибудь механизма можно проиллюстрировать также на примере рычага (рис. 49). Как бы велико ни было вращающее усилие, приложенное к точке A, оно не заставит ее двигаться быстрее 100 000 километров в секунду, потому что при этом скорость точки B приближается к световой скорости и масса правого конца рычага, а значит и момент инерции всей системы, неограниченно возрастают.

Легко понять, что точка пересечения двух стержней (рис. 47) не может быть использована также и в качестве сигнала. Предположим, что в момент окончания некоторого важного опыта точка пересечения P проходит как раз мимо экспериментатора. Может ли он использовать сверхсветовое движение точки пересечения, чтобы поскорее известить своего коллегу, находящегося в P', о результатах проделанного эксперимента? Конечно, нет! Пересечение стержней одинаково пройдет мимо коллеги экспериментатора независимо от исхода опыта, а сделать «на точке пересечения» какую-нибудь «пометку» экспериментатор не в состоянии. Что бы он ни проделал со стержнями в точке P (скажем, покрасил их), результаты этого через одну секунду скажутся не в точке P', а в точках M и N, т. е. на расстоянии V, а не V_p от точки P. Никакое воздействие, произведенное в точке P, не может через одну секунду иметь в точке P' какие бы то ни было последствия. Даже если экспериментатор задержит в точке P движение стержней при помощи какого-нибудь препятствия, участки m и n будут продолжать еще двигаться в течение некоторого времени, пока до них не дойдет волна механической деформации, распространяющаяся вдоль стержней намного медленнее, чем свет.

Но раз уж точку пересечения нельзя использовать как сигнал для передачи сообщения, то не может ли она послужить сигналом хоть для согласования часов? Скажем, все часы пускаются в ход в момент прохождения мимо них точки пересечения. Так как скорость движения ее в принципе не ограничена, такое согласование, казалось бы, возможно осуществить с любой точностью и притом одинаково для всех систем отсчета (а это, как мы знаем, подрывает основы теории относительности). В действительности скорость движения точки пересечения в различных системах отсчета не одинакова. Она существенно зависит от угла 2α между движущимися стержнями, а его можно, конечно, измерить только на *мгновенной фотографии*, где положения всех частей каждого стержня зафиксированы *в один и тот же момент времени.*

При другом понимании одновременности (т. е. в другой системе отсчета) на фотографии будут зафиксированы, скажем, более *поздние* положения передних концов B и D и более *ранние* положения задних концов A и C, в результате чего угол 2α окажется бо́льшим, а скорость точки пересечения V_p — меньшей. Расчет показывает, что всегда найдутся такие инерциальные системы, в которых эта скорость сколь угодно близка к световой. Следовательно, сверхсветовое движение точки пересечения не открывает возможности согласовывать часы с точностью, которую *все* признавали бы существенно более высокой, чем при использовании световых сигналов.

2. Фазовая скорость в волноводе. Описанный только что эксперимент со стержнями является умозрительным.

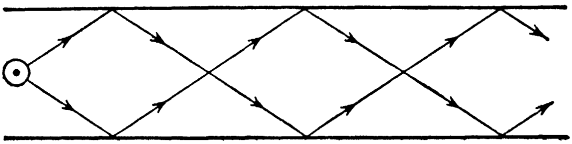


Рис. 50.

Однако в несколько видоизмененной форме он часто встречается на практике, потому что роль стержней могут играть *гребни волн.*

Под гребнем волны на поверхности воды понимается геометрическое место точек, в которых в данный момент времени уровень воды максимален. Аналогично гребень

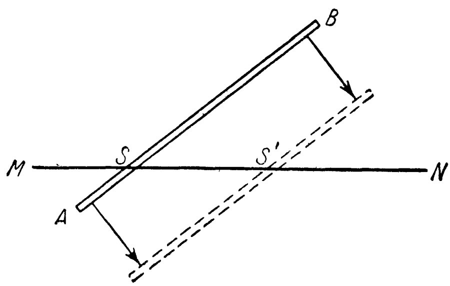


Рис. 51.

электромагнитной волны — это геометрическое место точек с наибольшей напряженностью электрического поля.

В результате наложения друг на друга (интерференции) двух волн в точке пересечения их гребней уровень воды или напряженность электрического поля достигает удвоенной величины (по сравнению с одной волной). Благодаря этому такая точка хорошо заметна на поверхности воды, а в случае электромагнитных волн она может быть обнаружена приборами. Теперь нас не будет уже удивлять, что в случае электромагнитных волн такой удвоенный гребень иногда движется быстрее света.

На рис. 50 показано, каким образом в результате многократного отражения от стенок в каждой точке волновода встречаются две интерферирующих между собой волны, о которых только что шла речь.

Заметим, что быстрее света может двигаться также и точка пересечения S одного стержня (или одного гребня волны) AB с какой-нибудь неподвижной прямой MN (рис. 51).

3. Световой «зайчик». Вообразим себе фантастический, но в принципе вполне возможный опыт. В центре сферы очень большого радиуса вращается прожектор (рис. 52), узкий луч которого падает на внутреннюю поверхность сферы, образуя на ней яркое пятно — «зайчик». За один оборот прожектора «зайчик» описывает на сфере полную дугу большого круга. Длина этой дуги $2\pi R$ может быть как угодно велика, так как радиус сферы принципиально ничем не ограничен. Следовательно, и скорость движения «зайчика» может быть какой угодно, в том числе и больше 300 000 *км/сек.*

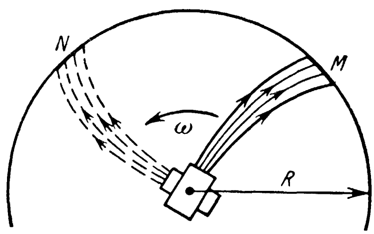


Рис. 52.

Другой, аналогичный опыт может быть произведен в гигантской электронно-лучевой трубке. В современных трубках электронный луч движется по экрану со скоростями, достигающими 10 000 *км/сек.* Достаточно увеличить расстояние от катода (электронного прожектора) до экрана в 50 раз, чтобы скорость перемещения луча по экрану достигла 500 000 *км/сек.*

Как видим, указанными способами — по крайней мере в принципе — возможно заставить световой «зайчик» или светящееся пятно на экране электронно-лучевой трубки двигаться быстрее света. Но можно ли назвать это движением физического тела, передачей энергии или распространением сигнала?

Физическим телом световой «зайчик», бесспорно, никто не назовет. Но ведь в любом элементе светового луча содержится запас энергии? Конечно, но он отнюдь не перемещается вместе с «зайчиком» вдоль поверхности освещенной сферы в направлении от M к N! Порция световой энергии, пришедшая в точку M (рис. 52), не переходит оттуда со сверхсветовой скоростью в точку N, а тратится на нагревание участка M. А в точку N поступает от прожектора новая порция энергии. Здесь нет движения энергии по сфере со скоростью, большей c, — световая энергия движется вдоль луча с присущей ей скоростью 300 000 *км/сек*.

Но нельзя ли использовать световой «зайчик» в качестве «обгоняющего свет» *сигнала*? Ни в коем случае! Желающий отправить из M в N некоторое сообщение не может написать его на световом «зайчике». Нельзя также из точки M управлять движением самого «зайчика», изменять его цвет или яркость иначе, как связавшись с персоналом (живым или автоматическим), обслуживающим прожектор.

Что бы ни произошло в пункте M в момент прохождения «зайчика», это не может никак повлиять ни на прохождение «зайчика» через N, ни на события, которые будут при этом разыгрываться в точке N.

Приведенные примеры достаточно хорошо иллюстрируют принципиальную возможность скоростей, превышающих скорость света и в то же время не противоречащих частной теории относительности.

ГЛАВА ПЯТАЯ

ПАРАДОКСЫ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

25. Парадокс транспортера

Многие положения теории относительности настолько поразительны и странны, что иногда кажутся даже противоречащими «здравому смыслу». Однако нас это не должно смущать: наука потому и называется наукой, что она смело ломает веками сложившиеся предрассудки. Разве в свое время люди не склонны были называть «неестественным» и «нелепым» все то, что в действительности лишь непривычно, например, существование антиподов или вращение Земли?

Вот почему нас никогда не должна смущать необходимость отказа хотя бы и от очень привычных, но научно ничем не обоснованных положений. Если этого потребует наука, мы должны быть готовы заменить их новыми, более правильными положениями, какими бы странными они на первый взгляд нам ни представлялись.

Иное дело, когда в новой теории обнаруживаются внутренние противоречия или ее выводы расходятся с твердо установленными данными других наук. Пока такие противоречия не устранены, теория, конечно, не может рассчитывать на признание.

В наличии внутренних противоречий не раз пытались уличить также и теорию относительности. Однако при более внимательном анализе такие противоречия всегда оказывались лишь *парадоксами*, т. е. мнимыми, кажущимися противоречиями.

Разбор парадоксов не только укрепляет позиции теории Эйнштейна, но также и способствует более глубокому пониманию ее сущности. Поэтому мы сейчас проанализируем три самых поучительных из них: парадокс транспортера, парадокс колеса и парадокс часов *).

Начнем с *парадокса транспортера*. Транспортер представляет собой бесконечную ленту из гибкого материала, которая движется по направляющим с помощью двух шкивов, укрепленных на станине AB (рис. 53). Приведем этот транспортер в действие с таким расчетом, чтобы скорость движения ленты приблизилась к световой. Тогда длина ее горизонтальных частей уменьшится в K раз, хотя расстояние между центрами шкивов останется без перемен. Если вначале лента свободно провисала, она натянется. А

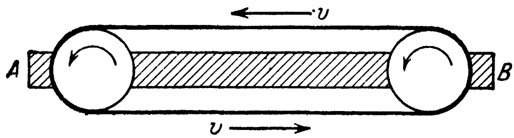


Рис. 53.

при недостаточном запасе длины материал ленты подвергнется растяжению. При этом в нем возникнут соответствующие напряжения, которые в принципе могли бы быть обнаружены динамометром и даже привести к обрыву.

Наоборот, станина AB под влиянием натяжения ленты подвергается деформации сжатия, которая также может быть обнаружена динамометром.

Так будут описываться явления в системе «Станина».

Если, однако, систему отсчета связать не со станиной, а с лентой, то покоящейся придется считать ленту, а станину — движущейся с большой скоростью. Тогда сократиться должна уже не лента, а станина, результатом чего будет уже не тугое натяжение, а свободное провисание ленты.

Но этот вывод явно противоречит принципу относительности: рассуждения, касающиеся одного и того же явления, в двух разных системах отсчета приводят к взаимно исключающим результатам. Произведя соответствующий опыт, можно будет опровергнуть один из них и подтвердить другой. А это позволит определить, который из двух объектов (лента или станина) находится в «истинном», а какой только в «кажущемся» движении.

*) Парадокс часов и парадокс колеса рассматриваются в большинстве книг по теории относительности. Что же касается парадокса транспортера, то ранее он, по-видимому, нигде не анализировался.

Таким образом, мы сталкиваемся с парадоксом: в данном конкретном случае применение теории относительности приводит к отрицанию одной из ее собственных основ — принципа относительности Эйнштейна.

Правда, от этого парадокса можно было бы отмахнуться: ведь скользящие по шкивам участки ленты движутся криволинейно, а частная теория относительности требует, чтобы все системы отсчета были инерциальными.

Но это — не ответ на парадокс, а только попытка уклониться от его действительного анализа (вроде следующего «объяснения»: «Получить вечный двигатель, соединив электромотор с динамомашиной ремнем и проводами, разумеется, не удастся, потому что ремень обязательно перетрется»).

Можно, конечно, предположить, что криволинейные участки ленты не укорачиваются, а удлиняются как раз настолько, что компенсируется основной эффект. Но достаточно увеличить расстояние между осями шкивов, например, в 10 раз, чтобы компенсация нарушилась: основной эффект укорочения прямолинейных участков возрастает вдесятеро, тогда как предполагаемый маскирующий эффект криволинейных частей останется тем же самым.

Действительное разъяснение парадокса состоит в невозможности связать инерциальную систему отсчета со всей лентой. А если система связана только с одним из ее участков, она не инерциальна: ведь каждый участок ленты (можно представлять его себе окрашенным в особый цвет) периодически меняет направление своего движения на противоположное.

Можно, конечно, воспользоваться инерциальной системой отсчета, которая все время движется относительно станины в том же направлении и с той же скоростью, что и нижняя часть ленты. В этой системе станина движется со скоростью v влево, нижняя часть ленты, естественно, неподвижна, а верхняя движется в ту же сторону, что и станина, но с релятивистски удвоенной скоростью

$$v' = \frac{2v}{1+v^2}\,.$$

При этом станина укорачивается в K раз, нижняя часть ленты сохраняет натуральную длину, но зато верхняя сокращается значительно сильнее, чем в K раз (приблизительно в $2K^2$ раз). В результате общая длина ленты уменьшается настолько, что она, несмотря на укорочение станины, натягивается, а не провисает (количественная сторона дела рассматривается в дополнении Д).

Как и следовало ожидать, рассмотрение в любой действительно инерциальной системе отсчета приводит к одинаковому результату (натяжению ленты). Тем самым парадокс полностью снимается: в данном опыте станина и лента физически неравноправны, так как в отличие от станины лента не может считаться покоящейся ни в одной инерциальной системе (потому что ее части движутся друг относительно друга). По этой именно причине укорачивается лента по сравнению со станиной, а не наоборот.

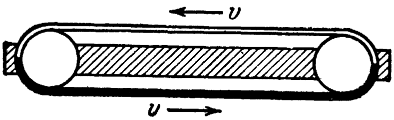


Рис. 54.

Рассмотрим еще один довод, который мог бы быть выдвинут в подкрепление парадокса противниками теории относительности. Ровно половина ленты не работающего еще транспортера окрашена в черный цвет. Выберем такой момент времени, когда окрашенная часть ленты находится внизу, а неокрашенная — вверху (рис. 54).

В системе «Станина» обе части ленты, сокращаясь в одинаковое число раз, всегда будут оставаться равными по длине, как это и показано на рис. 54.

В противоположность этому в инерциальной системе «Нижний участок ленты» уменьшение общей длины ленты происходит только за счет ее верхней части, тогда как нижняя часть ленты по сравнению со станиной даже удлиняется в K раз. Поэтому некоторая часть окрашенной «половины» неизбежно перейдет вверх, так что расположение ленты на шкивах будет соответствовать не рис. 54, а рис. 55.

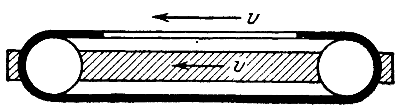


Рис. 55.

Казалось бы, достаточно взглянуть на работающий транспортер, чтобы установить, который из двух противоречащих друг другу выводов соответствует действительности, и тем самым выделить преимущественную систему!

Но это совсем не так. Чтобы установить, который из двух рисунков (54 или 55) подтверждается на опыте, нужно определить, *одновременно ли* проходят обе границы окрашенной «половины» ленты через крайнее правое и крайнее левое положения. А ведь в каждой системе отсчета понятие одновременности — свое! Поэтому нет ничего невозможного в том, что в одной системе отсчета будет «наблюдаться» картина, показанная на рис. 54, а в другой — показанная на рис. 55.

26. Парадокс колеса

Вообразим большое колесо, которое может вращаться относительно системы «Звезды» (рис. 56). Вначале колесо неподвижно, а затем приводится в столь быстрое вращение, что линейная скорость его краев приближается к световой. При этом участки обода AB, BC и т. д. сокращаются в K раз, тогда как радиальные «спицы» OA, OB, OC и т. д. сохраняют свою длину (ведь релятивистское укорочение испытывают только продольные размеры, т. е. размеры в направлении движения).

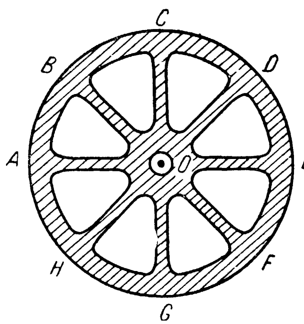


Рис. 56.

Выходит, что при неизменном диаметре длина окружности уменьшится в K раз. Если $K=10$, то окружность станет приблизительно втрое *короче* своего диаметра — прямая перестанет служить кратчайшим расстоянием между точками!

Как справится теория относительности с такой геометрической несообразностью?

Чтобы лучше разобраться в деталях физических процессов, сопутствующих быстрому вращению, представим себе сначала, что мы резко охлаждаем покоящееся колесо. Допустим, что его обод изготовлен из материала с большим коэффициентом температурного расширения и сжатия, тогда как длина спиц почти не меняется с температурой. Тогда в результате охлаждения в колесе возникнут механические напряжения: дуговые стержни, стремясь сократиться, будут надавливать на спицы.

В зависимости от механической прочности и упругих свойств после охлаждения колеса либо его обод останется в растянутом состоянии, либо же укоротятся спицы (а вернее сказать, всегда будет в какой-то мере иметь место и тот и другой эффект). Во всяком случае никакого укорочения окружности при неизменном диаметре не будет.

Такое напряженное состояние колеса механически неустойчиво: малейшее отклонение в сторону — и оно примет форму сферического сегмента (рис. 57). Тогда действительно длина окружности обода будет меньше, чем $2\pi r$, где r — длина изогнутой спицы. Однако изгибанию колеса можно воспрепятствовать, придав ему достаточную жесткость на изгиб или поместив его между двумя прочными пластинами.

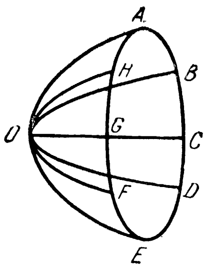


Рис. 57.

Нечто аналогичное происходит и тогда, когда неподвижное вначале колесо приводится в быстрое вращение: его обод стремится сократиться, а спицы — сохранить неизменную длину. Какая из этих тенденций возьмет верх — всецело зависит от механических свойств обода и спиц; но никакого укорочения обода без пропорционального ему укорочения спиц не будет (разве что колесо примет форму сферического сегмента). Очевидно, что с принципиальной точки зрения ничто не изменится также и в том случае, если колесо со спицами будет заменено сплошным диском.

Итак, никакого неразрешимого противоречия с геометрией не возникает. Нужно только иметь в виду, что в теории относительности, даже при рассмотрении чисто кинематических вопросов, не всегда допустимо пользоваться абстракцией абсолютно недеформируемого тела (впрочем, представление об абсолютно жестком стержне неприемлемо уже и потому, что с помощью его можно было бы мгновенно передавать сигнал: благодаря неизменности длины оба его конца смещались бы одновременно).

Однако предположим теперь, что колесо изготовлено (например, отлито) внутри быстро вращающейся мастерской. Это значит, что именно в состоянии быстрого вращения относительно системы «Звезды» оно свободно от внутренних напряжений. Если его остановить, обод будет стремиться к удлинению, а спицы — к сохранению своей длины. При этом возникают напряжения противоположного характера по сравнению с предыдущим случаем: в частности, колесо не будет проявлять никакой тенденции к превращению в сферический сегмент; наоборот, оно будет образовывать по краям складки.

Рассмотрим теперь те же явления в системе «Вращающаяся мастерская». Тогда нам придется считать, что отлитое в этой мастерской колесо, о котором только что шла речь, сперва покоилось, а потом пришло в быстрое вращение. Но при этом в нем возникли внутренние напряжения, ведущие к образованию краевых складок, а не сферического сегмента. Налицо резкое расхождение с результатом такого же эксперимента в системе «Звезды», позволяющее отличить ее от системы «Вращающаяся мастерская».

На этот раз возможность отличить одну систему отсчета от другой не мнимая, а действительная. Однако она ничуть не противоречит частной теории относительности, ведь только одна из этих систем является инерциальной. При этом неинерциальность системы отсчета, вращающейся относительно неподвижных звезд, могла бы быть еще проще обнаружена и по другим, нерелятивистским эффектам (например, центробежному).

В так называемой *общей* теории относительности (которую мы в этой книге рассматривать не будем) Эйнштейном была сделана попытка сформулировать принцип относительности таким образом, чтобы он охватывал не только инерциальные, но также и неинерциальные системы. Однако, как убедительно показал акад. В. А. Фок, это могло быть достигнуто только за счет выхолащивания из самого принципа относительности всего его физического содержания. В действительности же (как показывает уже существование центробежных сил) никакого физически содержательного «общего принципа относительности» не существует, а так называемая «общая теория относительности» в действительности является не расширением частной, а теорией всемирного тяготения.

Это не значит, конечно, что нельзя пользоваться вращающимися и вообще неинерциальными системами отсчета. Необходимо лишь помнить, что с инерциальными они не равноправны, и физические явления в них подчиняются иным законам.

Более детальное исследование показывает, что своеобразие неинерциальных систем распространяется не только на физические, но даже и на геометрические соотношения. Когда экспериментатор, пользующийся вращающейся системой отсчета, измеряет длину окружности, он располагает метр в направлении движения. Поэтому с точки зрения неподвижного *) наблюдателя он получает преувеличенное значение длины окружности, ибо пользуется сокращенным метром. Когда же вращающийся наблюдатель измеряет диаметр, он располагает свой метр перпендикулярно к направлению движения и потому получает результат, с которым безоговорочно согласится также и неподвижный *) наблюдатель. Но при правильной длине диаметра и преувеличенной длине окружности отношение их уже не может равняться π.

27. Парадокс часов

Особенно много споров, не смолкнувших и до сих пор (хотя вопрос давно уже полностью решен), велось вокруг так называемого *парадокса часов*, указанного еще самим Эйнштейном. Сейчас эта проблема опять волнует умы в связи с проектами фотонных ракет и открывающейся возможностью путешествовать во времени.

Сущность парадокса часов может быть лучше всего пояснена на следующем (пока еще совершенно фантастическом) примере.

Представим себе, что какой-нибудь межзвездный корабль (скажем, фотонная ракета), отправляется с Земли в сторону звезды Альдебаран, расстояние до которой (в круглых числах) 50 световых лет. Ракета летит со скоростью, очень мало отличающейся от световой, например так, что коэффициент $K=10$. На путешествие «туда», естественно, затрачивается около 50 лет и столько же — на возвращение обратно.

Однако, как мы уже хорошо знаем, все процессы на движущейся ракете протекают в K раз медленнее, чем на Земле. Следовательно, астронавтам покажется, что их путешествие продолжалось всего лишь пять лет туда и столько же обратно. И это будет, конечно, не только обманчивое впечатление заблуждающихся людей— такая именно дли-

*) Относительно некоторой инерциальной системы отсчета «Альфа».

тельность полета подтвердится вполне объективными данными: показаниями хронографов, расходом пищи, распадом радиоактивных препаратов, износом машин, старением организмов и т. д.

Итак, с момента отлета космического корабля и до его возвращения по земным часам пройдет около ста лет, а по часам, установленным на самой ракете,— всего только десять лет. Поэтому отважные астронавты возвратятся на родину постаревшими на десять лет; но те, кто их провожал, едва ли смогут дожить до этого радостного события!

И как ни удивительна встреча 35-летнего путешественника со своим 70-летним внуком, невозможного в этом решительно ничего нет. Все это может быть разумно объяснено законами релятивистской физики. Наблюдая с помощью телескопа или телевизионной установки за теми физическими явлениями, которые происходят внутри быстро мчащегося звездолета (и сделав, разумеется, необходимые поправки на время распространения сигнала), находящиеся на Земле физики, знакомые с теорией относительности, не нашли бы в них ничего необыкновенного.

Кто уже знает, что релятивистская масса любого тела увеличивается с его скоростью, легко поймет, что колебания пружинного маятника часов, установленных на ракете, должны совершаться в более медленном темпе, чем такого же маятника на Земле. Ведь период колебания пружинного маятника увеличивается с его массой.

Вследствие увеличения массы электронов замедляются электрические процессы, и разряд конденсатора длится дольше. Из-за увеличения массы атомов и молекул замедляются химические реакции, а значит, и жизнедеятельность организмов, неразрывно связанная с биохимическими процессами.

Такое объяснение может быть дано явлениям в ракете, если их описывать в системе отсчета, связанной с Землей.

Так как решительно все процессы замедляются в одинаковое число раз, путешественники на фотонной ракете этого не замечают. Ведь даже присущее каждому субъективное «чувство времени» основано на протекающих в нервных клетках биохимических и биофизических процессах, исключить которые из сферы действия законов релятивистской физики значило бы открыто встать на позиции витализма *).

Вот если бы замедление затрагивало не все, а только лишь некоторые явления или если бы они замедлялись не в одинаковое число раз, это легко могло бы привести к разрушению аппаратуры и гибели живых существ.

Целесообразно напомнить, что еще до теории относительности известны были различные способы замедления процессов. Например, простое охлаждение существенно замедляет и даже совсем приостанавливает химические реакции и жизнедеятельность организмов, так что надлежащим образом «замороженный» организм может быть совсем молодым «перенесен» в будущее. Но теория относительности указала нам новый и притом совершенно неожиданный способ «консервации» организмов — с помощью быстрого движения.

Однако знаменитый парадокс часов, о котором мы собрались говорить, состоит вовсе не в том, что возможность «поездки в будущее» с обывательской точки зрения представляется несуразной. Никаким принципам науки такая возможность не противоречит (тогда как, скажем, поездка в прошлое вступает в конфликт с принципом причинности: приехавший в прошлое мог бы, например, в принципе случайно послужить причиной гибели своей матери еще до своего рождения!).

Действительный парадокс возникает при попытке описать результаты межзвездного путешествия в системе отсчета, связанной со звездолетом. Ведь в этой системе отсчета ракета остается неподвижной. Следовательно, время должно течь замедленно вовсе не на ракете, а на быстро движущейся Земле! И если астронавты чувствуют себя постаревшими за время экспедиции на десять лет, то их товарищи на Земле должны к моменту встречи состариться всего на год.

В противовес принципу относительности Эйнштейна системы отсчета оказываются неравноправными, так что открывается принципиальная возможность отличать «дей-

---

*) Витализмом называется идеалистическое направление в биологии, отрицающее самую возможность естественно-научного объяснения явлений жизни. Виталисты утверждали, что процессы, происходящие в живых организмах, обусловлены особой жизненной силой и потому не подчиняются законам физики и химии, справедливым для неорганической природы.

ствительное» движение от «кажущегося». Конечно, пока путешественники не возвратились, можно без конца спорить о том, кто движется: ракета удаляется от Земли или Земля с такой же скоростью удаляется от ракеты. Но после возвращения астронавтов сомнения уже нет: в покое находился тот, кто более постарел, а двигавшийся с большой скоростью должен был сохранить молодость.

Таким образом, рассуждая о замедлении часов в духе теории относительности, мы как будто бы неизбежно приходим к отрицанию ее самых существенных основ. Вот в этом-то и заключается парадокс часов.

Решение этой проблемы указано самим Эйнштейном (и впоследствии подкреплено более детальными расчетами других ученых). Суть дела в том, что по крайней мере одно из двух тел, участвующих в описанном эксперименте (Земля или ракета), не является инерциальным. Если бы оба тела двигались равномерно и прямолинейно, то, встретившись один раз, они уже никогда бы больше не повстречались, так что нельзя было бы на опыте установить, кто «постарел» сильнее. Можно было бы, конечно, потом и на расстоянии сравнить «возрасты» *в один и тот же* момент времени, но ведь не существует единого для всех систем понимания одновременности.

Как видим, хотя бы одна из двух систем, участвующих в парадоксе часов, обязательно неинерциальна. И это является решающим: рассуждения в неинерциальной системе отсчета лишены доказательной силы и, следовательно, нужно верить рассуждениям в системе инерциальной. Значит, к моменту новой встречи сильнее должны постареть жители Земли, которых можно считать приблизительно покоящимися в одной из инерциальных систем. Наоборот, ракета с астронавтами в процессе своего движения испытывала ускорения и потому не может считаться покоящейся ни в одной инерциальной системе.

Действительное неравноправие «Земли» и «ракеты» в качестве систем отсчета может быть еще ярче проиллюстрировано следующими соображениями. Допустим, что при изменении направления своего полета на противоположное ракета испытывает ускорения порядка $20g$ (где $g = 9{,}8$ *м/сек*^{2} — ускорение силы тяжести на поверхности Земли). В это время внутри ракеты будет проявляться искусственная тяжесть, в 20 раз превышающая естественную тяжесть на поверхности Земли. Под гнетом указанной тяжести погибнут все живые существа и многие аппараты. К такому заключению мы придем, рассуждая в системе «Земля», и оно, без всякого сомнения, будет подтверждено на опыте.

Но если связать систему отсчета с ракетой и считать ее равноправной, то нам придется признать, что не ракета, а земной шар испытывает ускорение $20g$, что неизбежно должно было бы привести к гибели всего населения Земли — невредимыми должны были бы остаться одни только «покоящиеся» астронавты! Разумеется, опыт не мог бы подтвердить это чудовищное умозаключение, чем раз и навсегда отметаются любые притязания насчет равноправия ускоренно движущихся систем с инерциальными.

Заметим, что некоторые защитники «здравого смысла» используют иногда тот факт, что в интересующем нас опыте часть времени ракета движется с ускорением, с целью подвергнуть сомнению сделанный ранее вывод о принципиальной возможности «поехать в будущее».

«Когда ракета движется неравномерно, хотя бы и с очень большой скоростью, на основании одной только частной теории относительности мы ничего определенного не можем сказать о ходе часов на ней. Совсем не исключена возможность, что влияние ускорения компенсирует ожидаемое вами влияние скорости!»

Но на примере транспортера мы уже научились опровергать подобные возражения. Увеличим участок равномерного движения ракеты во много раз, оставив движение ее на участках разгона и торможения без перемен. Тогда интегральный (итоговый) эффект замедления часов значительно возрастает, а компенсирующий его эффект ускорения часов из-за неравномерности движения останется тем же самым! Предполагаемая компенсация эффектов нарушится, и «здравому смыслу» все равно придется привыкать к возможности «путешествовать во времени».

Расчет по более точным формулам общей теории относительности приводит, разумеется, к тому же самому результату, но с некоторыми количественными поправками.

28. Еще о парадоксе часов

Принципиальная возможность полета в будущее (но без возвращения обратно!) является, может быть, одним из самых поразительных выводов частной теории относительности. Прежде ведь время рассматривалось как независимая переменная — единственная, может быть, действительно ни от чего не зависящая величина. Теперь же открывается перспектива в каком-то смысле управлять ходом времени.

Чтобы лучше понять суть дела, нужно обязательно рассмотреть те же явления в различных системах отсчета. Тогда нам станет гораздо яснее сравнительная роль скоростей и ускорений.

Назовем тот звездолет, который совершает межзвездный рейс с возвращением на Землю, ракетой «Альфа». Как мы уже хорошо знаем, с нею нельзя связать инерциальную систему. Пусть поэтому одновременно с ракетой «Альфа» в ту же сторону и с такой же скоростью отправляется в полет другая ракета — «Бета», которая, однако, не возвращается на Землю, а в течение очень длительного срока движется равномерно и прямолинейно. Вот с этой второй ракетой может уже быть связана инерциальная система отсчета «Бета».

В системе «Бета» земной шар движется с постоянной скоростью v в одном и том же направлении (движением Земли по орбите, ничтожно медленным по сравнению с околосветовыми скоростями, мы, разумеется, пренебрегаем). Что же касается ракеты «Альфа», то по отношению к системе «Бета» она сначала довольно длительное время остается в покое (это соответствует путешествию «туда»), а затем движется в сторону Земли с релятивистски удвоенной скоростью $v'=\frac{2v}{1+v^2}$ и, наконец, догоняет Землю. Если скорости v соответствует значение коэффициента $K=10$, то релятивистски удвоенной скорости v' соответствует значение $K'=199$ (см. добавление Д).

Более детально это путешествие ракеты «Альфа» в системе «Бета» описывается следующим образом.

В течение пяти лет (по своим часам) ракета «Альфа» покоится, так что показания ее часов тождественны с ракетой «Бета». Но часы на движущейся Земле за это время отсчитывают всего полгода (т. е. в $K=10$ раз меньше). Затем ракета «Альфа» устремляется вдогонку Земле с релятивистски удвоенной скоростью v'. По часам стремительно мчащейся ракеты «Альфа» погоня продолжается пять лет, по неподвижным часам ракеты «Бета» — 995 лет (в $K'=199$ раз дольше), а по земным часам — 99,5 лет (в

$K=10$ раз меньше, чем на ракете «Бета», но больше, чем на ракете «Альфа», так как Земля движется медленнее ее).

Хотя истолкование явлений в системе «Бета» по сравнению с системой «Земля» иное, все доступные опытной проверке результаты тождественны. В частности, за время «разлуки» астронавты состарятся на десять лет, а жители Земли — на сто. Такой же точно результат получится, конечно, и в какой угодно другой системе отсчета, лишь бы она была инерциальной, в частности и в такой, где Земля и ракета все время летят в одинаковую сторону, но ракета сперва опережает, а потом (после уменьшения скорости) позволяет догнать себя равномерно движущейся Земле.

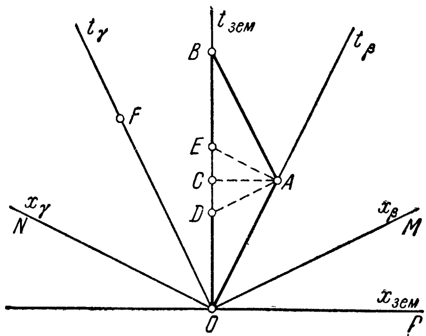


Рис. 58.

Можно даже каждую «половину» путешествия рассматривать в своей инерциальной системе: удаление ракеты от Земли — в системе «Бета», а их сближение — в другой инерциальной системе «Гамма», в которой покоится возвращающаяся ракета «Альфа». Нужно только учесть, что при смене системы отсчета меняется и понятие одновременности.

По существу, мы именно так и поступали, когда пытались связать систему отсчета непосредственно с ракетой «Альфа»; но тогда мы считали, что это одна система и потому вынуждены были принимать во внимание ее неинерциальность. Теперь же мы будем поочередно пользоваться двумя различными инерциальными системами отсчета (сперва одной, а потом другой); в результате этого нам надо будет учитывать неизбежные последствия смены системы отсчета в середине рассуждения.

Поясним все это на пространственно-временном графике, построенном в системе «Земля» (рис. 58). Точка O

соответствует отправлению ракеты «Альфа», точка A — ее развороту, точка B — возвращению на Землю.

Прямые OA и OM служат осями системы «Бета» — инерциальной системы, в которой звездолет «Альфа» покоится на этапе удаления от Земли. Прямые OF и ON представляют собой оси инерциальной системы «Гамма», в которой звездолет «Альфа» покоится на этапе сближения его с Землей ($OF \| AB$).

Точки C, D, E изображают события на Земле, которые в системах «Земля», «Бета», «Гамма» считаются одновременными с разворотом ракеты A ($CA \| OP$, $DA \| OM$, $EA \| ON$).

Дальнейшие рассуждения проведем дважды: один раз в системе «Земля», второй — в системах «Бета» и «Гамма».

В системе «Земля». В системе «Земля» покоящиеся часы от события O до события C отсчитают в K раз большее число лет, чем движущиеся часы на ракете «Альфа» от того же события O до поворота A, одновременного с событием C.

Точно так же между событиями C и B земные часы отсчитают в K раз больше лет, чем часы на ракете «Альфа» между событиями A и B.

Следовательно, за время путешествия (от взлета O и до возвращения B) по земным часам пройдет в K раз больше времени, чем по часам ракеты «Альфа»,— результат, хорошо известный нам из предыдущего.

В системах «Бета» и «Гамма». Рассуждая в системе «Бета», нужно признать, что покоящиеся часы ракеты «Альфа» от события O до события A отсчитают в K раз меньше лет, чем движущиеся часы на Земле от того же события O до события D, которое в системе «Бета» считается одновременным с A.

Рассуждая аналогичным образом в системе «Гамма», приходим к выводу, что от события A до события B покоящиеся часы ракеты «Альфа» отсчитывают в K раз больше лет, чем движущиеся часы на Земле от события E до события B (в системе «Гамма» событие E считается одновременным с A).

Таким образом, общее количество лет, отсчитанное часами «Альфа» за все путешествие, в K раз больше числа лет, протекших на Земле от O до D и от E до B. Но ведь надо принять во внимание еще и то время, которое протекло на Земле между событиями D и E: оно выпало из нашего рассмотрения из-за смены систем отсчета в середине рассуждения. Ведь эта смена системы изменила понятие одновременности; она как бы внезапно «перебросила» нас от события D, которое мы вначале считали одновременным с поворотом A, к гораздо более позднему событию E, которое мы стали считать одновременным тому же событию A после изменения системы отсчета.

Как видим, хотя промежутки времени OA и AB, измеренные по часам ракеты «Альфа», в K раз больше соответствующих промежутков времени OD и EB по часам Земли, весь промежуток времени от взлета O и до возвращения B по земным часам дольше, а не короче, чем по часам путешественников.

Вот так мы еще раз убедились, что использование любых инерциальных систем отсчета приводит к совершенно одинаковому эффекту — замедленному старению тех людей и машин, которые не могут считаться покоящимися в какой-либо инерциальной системе; тем самым кажущееся противоречие в данном вопросе полностью устранено. Но при этом *истолкование* одного и того же эффекта в различных системах отсчета оказывается неодинаковым, подобно тому как один и тот же дом по-разному выглядит с севера и с востока. Поэтому, если мы интересуемся действительной причиной обсуждаемого эффекта, кроющейся в самой природе вещей, а не ее частными «преломлениями» в различных системах отсчета, то ее следует искать лишь в коренных свойствах *времени и пространства* релятивистской физики. Подробнее об этом мы сможем рассказать только в конце книги (в § 32).

Замедленное течение времени в движущейся системе подтверждается практическими наблюдениями над мю-мезонами, возникающими в очень высоких слоях атмосферы под влиянием космических лучей.

Хорошо известно, что «продолжительность жизни» мю-мезона составляет около двух микросекунд (по истечении этого срока 63% всех наличных мю-мезонов распадается с образованием других частиц). Однако на пролет атмосферы мю-мезоны затрачивают значительно больше времени и тем не менее благополучно достигают поверхности Земли. Единственное объяснение такого необыкновенного «долголетия» мезонов, когда они летят сквозь атмосферу, состоит в замедлении хода времени вследствие быстрого движения.

Техника наших дней не располагает еще столь быстрыми средствами передвижения, которые позволили бы провести аналогичные опыты с живыми существами: ведь даже второй космической скорости соответствует значение коэффициента K, почти не отличающееся от единицы ($K = 1,000\,000\,000\,8$). Однако не так давно была высказана идея *фотонного звездолета* — космической ракеты, отбрасывающей назад не струю раскаленных газов, а луч света (видимого или невидимого), т. е. поток фотонов *). Возможны также ракеты ионные — с отбрасыванием назад потока заряженных частиц, разогнанных в ускорителе.

В принципе при наличии достаточно мощных источников энергии с помощью фотонной или ионной ракеты могут быть достигнуты скорости, сколь угодно близкие к световой. Технические же трудности создания подобных ракет настолько велики, что практическое преодоление их возможно разве только в далеком будущем. Тем не менее уже и сейчас интересно подробнее ознакомиться с некоторыми релятивистскими эффектами, которые должны обязательно наблюдаться при столь больших скоростях движения.

Строго говоря, частная теория относительности предсказывает лишь эффекты, обусловленные быстрыми равномерно-прямолинейными движениями, в частности влияние скорости на ход «часов» и протекание других процессов во времени. Что же касается влияния *ускорений*, то этот вопрос выходит за рамки *частной* теории относительности и может быть строго решен только в рамках *общей* теории относительности.

В своей книге акад. В. А. Фок указывает, что *в общем случае* влияние ускорений на ход часов нельзя определить, не входя в детали устройства часового механизма (большие ускорения могут попросту вывести часы из строя). Однако можно с полной уверенностью утверждать, что влияние ускорений, лишь в несколько раз превышающих ускорение силы тяжести (10 *м/сек*^{2}), ничтожно: например, ускорение силы тяжести на поверхности Солнца в 28 раз больше, но никакого изменения хода времени, которое сказалось бы на частоте излучаемого света, практически мы не замечаем.

---

*) Подробнее о фотонной ракете можно прочитать в популярной брошюре: Ю. И. Соколовский и В. И. Шилов, Фотонный звездолет, Харьков, 1960, а также в несколько более сложной книжке: Р. Л. Перельман, Двигатели галактических кораблей, Москва, 1962.

29. Летосчисление астронавтов

Замедление темпа времени, как и другие релятивистские эффекты, заметно лишь при скоростях, приближающихся к световой. Для достижения таких скоростей звездолет должен в течение некоторого времени двигаться с ускорением.

Но при движении с ускорением в ракете ощущается «искусственная тяжесть». Человеческий организм может кратковременно переносить «перегрузку» (т. е. увеличение тяжести) не более чем в пять — семь раз. В течение же длительного времени даже двукратная перегрузка чересчур тягостна. Поэтому очень желательно, чтобы при длительном полете ракета двигалась с ускорением около 10 *м/сек*^{2},— тогда пассажиры будут чувствовать себя в привычных условиях обычной «земной» тяжести (при полете без ускорения, т. е. по инерции, наблюдалась бы «невесомость»).

По правилам механики Ньютона для достижения световой скорости при ускорении 10 *м/сек*^{2} требуется примерно год (а за два года при том же ускорении можно было бы достичь и скорости в 600 000 *км/сек*!). Но теория относительности вносит существенную поправку и заставляет рассмотреть этот вопрос подробнее.

Когда выбирают величину ускорения, с которым должен лететь космический корабль, заботятся прежде всего о самочувствии астронавтов. А оно определяется ускорением, измеренным не в какой-нибудь произвольно выбранной инерциальной системе, а именно в той, по отношению к которой пассажиры звездолета (а значит, и сам звездолет) находятся в покое.

С другой стороны, величина ускорения ракеты определяется интенсивностью работы ее двигателя. При этом речь идет опять-таки об ускорении, измеренном в инерциальной системе отсчета, в которой покоится ракета.

Но с ускоренно движущимся звездолетом принципиально нельзя связать никакую *инерциальную* систему, а пользоваться иными системами мы не вправе. Поэтому берут такую инерциальную систему, по отношению к которой *в данный момент времени* скорость космического корабля равняется нулю. Такую инерциальную систему, «мгновенно-связанную» с кораблем, условимся называть *квазисобственной*. В последующие моменты времени по отношению к этой системе корабль будет уже двигаться, но с малой скоростью; например, при ускорении 10 *м/сек*^{2} через одну секунду — со скоростью 10 *м/сек*, через две секунды — со скоростью 20 *м/сек* и т. д. Когда же эта скорость станет уже значительной, меняют систему отсчета, выбирая другую инерциальную систему, тоже «мгновенно-связанную» с ракетой, но в новый момент времени.

Благодаря такому выбору системы отсчета, как бы быстро ни мчалась сама ракета, при рассмотрении явлений внутри нее можно пользоваться механикой Ньютона и вообще дорелятивистской физикой с таким же правом, с каким мы делаем это на Земле.

Ускорение звездолета по отношению к квазисобственной системе условимся называть *собственным* ускорением. Оно может быть измерено самым обычным инерционным акселерометром (измерителем ускорений); при полете в пустом пространстве оно всецело определяется работой двигателя и в свою очередь определяет самочувствие пассажиров и условия работы различного оборудования. Поэтому мы будем предполагать, что именно это собственное ускорение в течение всего полета остается постоянным и равным примерно 10 *м/сек*^{2}.

Это значит, что за каждую секунду (по бортовым часам) скорость звездолета по отношению к квазисобственной системе увеличивается на 10 *м/сек* (тоже в бортовых единицах). Однако по отношению к Земле дело обстоит иначе.

Предположим, что в рассматриваемый момент ракета, а значит и мгновенно-связанная с ней квазисобственная инерциальная система «Каппа», уже обладает по отношению к Земле околосветовой скоростью v. Через некоторое время ракета приобретает по отношению к системе «Каппа» еще дополнительную скорость u. Но скорость ракеты по отношению к Земле увеличится не на u, а на значительно меньшую величину u' в соответствии с эйнштейновским законом сложения скоростей. Поэтому земной наблюдатель будет считать, что скорость звездолета нарастает не равномерно (как это было бы при постоянном ускорении), а все медленнее и медленнее, асимптотически приближаясь к световой (см. дополнение Е). В этих условиях удобнее характеризовать быстроту движения не величиной скорости, только в далеких десятичных знаках отличающейся от c, а скоростным коэффициентом K.

Как видим, для набора скорости, достаточно близкой к световой, при ограниченных ускорениях космическому кораблю нужно немало времени. Значительная часть этого времени (пока скорости еще невелики) протекает почти одинаково в системах «Ракета» и «Земля». Поэтому длительность межзвездного путешествия не может быть сделана сколь угодно малой, даже если измерять ее по часам ракеты.

Наиболее краткое для астронавтов и в то же время самое «комфортабельное» для них путешествие к далеким звездам должно протекать так.

Весь путь «туда» (т. е. от Земли к звезде) делится на две равные части; точно так же делится и путь обратно (так что все путешествие складывается из четырех частей).

В течение первой части пути происходит непрерывный набор скорости с ускорением 10 *м/сек*^{2}. Ровно на полпути между Землей и звездой ракета разворачивается на 180° (соплом или «прожектором» вперед) и в течение второй части пути летит с таким же по абсолютной величине замедлением —10 *м/сек*^{2}. В момент достижения цели скорость корабля оказывается полностью погашенной. Возвращение от звезды на Землю совершается сходным образом.

Такая схема полета обеспечивает максимальную скорость движения при заданном ускорении. Если разгон прекратить раньше, будет набрана меньшая скорость; при более же длительном ускорении удастся достичь большей скорости, но ее нельзя будет без перегрузки погасить на остающемся участке пути.

Если собственная длительность такого путешествия (т. е. длительность его по часам ракеты) меньше года, то почти точно такой же будет и длительность его по земным часам: ведь корабль не успеет еще набрать околосветовой скорости. Но чем больше собственная длительность путешествия, тем бóльшие скорости полета достигаются в результате разгона и тем резче различие между собственной и «земной» длительностью.

На основании расчета, приведенного в дополнении Ж, построен любопытный график зависимости длительности τ такого путешествия в оба конца в системе «Земля» от его собственной длительности τ_0 (рис. 59).

Как показывает расчет, с увеличением бортовой длительности τ_0 в арифметической прогрессии «земная» длительность τ возрастает примерно в геометрической. Поэтому на графике земная длительность отложена в логарифмическом масштабе, а собственная — в линейном.

Из графика видно, что астронавт, отдавший путешествию десять лет своей жизни, по возвращении на Землю найдет своих соотечественников постаревшими на 20 лет. Но проведя в пути двадцать лет, он возвратится на Землю, «состарившуюся» в его отсутствие на 300 лет.

Как и следовало ожидать, с увеличением длительности космической экспедиции обостряется и различие

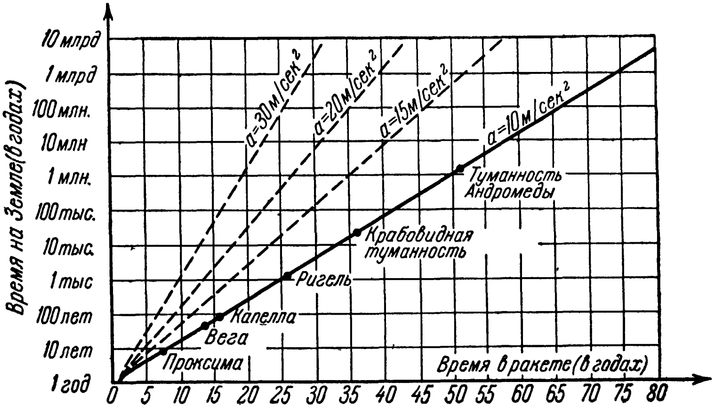


Рис. 59.

между собственным и земным временем. 25-летнее путешествие позволяет увидеть будущее, отдаленное от нас на 10 веков, а 50-летнее — на миллион лет! Полет же продолжительностью в 75 лет позволяет совершить «прыжок в грядущее» на целый миллиард лет!

Как видим, полет в отдаленное будущее потребует от человека затраты значительной части его жизни. Сроки эти можно и сократить, если, отказавшись от комфорта, лететь с ускорениями больше 10 *м/сек*², но при этом придется мириться со значительным увеличением тяжести. Пунктирные кривые на графике как раз и соответствуют ускорениям 15 и 20 *м/сек*², т. е. полуторному и двукратному увеличению силы тяжести.

Преодолеваемые при таких путешествиях расстояния определяются очень просто. Ведь в системе «Земля» звездолет почти все время летит со скоростью, лишь незначительно отличающейся от световой. Поэтому продолжительность путешествия в годах является в то же время и приблизительной мерой пройденного расстояния, выраженного в световых годах. Это значит, например, что при продолжительности экспедиции по бортовым часам 18 лет, а по земным часам 100 лет можно достичь звезды Капелла, удаленной от нас на расстояние около 50 световых лет, и возвратиться назад. Точки и надписи, нанесенные на графике, как раз и показывают, какие небесные светила могут быть достигнуты в ходе соответствующей космической экспедиции.

Интересно вообразить себя участником межзвездной экспедиции, мчащейся на фотонной ракете, скажем, со скоростью $v=0{,}98$, которая соответствует значению скоростного коэффициента $K=5$. Постараемся выяснить, в каком виде представится звездоплавателям ход исторического процесса на их родной планете, если они будут иметь возможность наблюдать за ним при помощи оптических или телевизионных средств (или хотя бы периодически получать с Земли краткие сообщения).

Сперва мы будем вести все рассуждения в системе «Земля».

В тот самый день (геоцентрически «тот самый» день!), когда на Земле празднуют столетний юбилей начала экспедиции, ее участники торжественно отмечают двадцатилетие этого же события. В этот торжественный момент звездолет находится на расстоянии 98 световых лет от Земли (летя с быстротой света, он удалился бы ровно на 100 световых лет; но он движется чуть медленнее — со скоростью $v=0{,}98$).

Ежегодно с Земли специально для астронавтов передавался по радио краткий обзор важнейших событий за год. Но из ста переданных обзоров до звездолета успели дойти лишь два первых, а остальные 98 находятся еще «в пути» (рис. 60). Таким образом, по мнению жителей Земли, астронавты получают выпуски последних известий в 50 раз реже, чем они отправляются с Земли (за сто лет — два годовых обзора!).

Однако сами астронавты оценивают промежутки времени по бортовым часам, которые идут в пять раз медленнее земных. Поэтому они считают, что указанные два обзора получены ими в течение не ста, а только двадцати лет. Таким образом, астронавты действительно наблюдают ход земной истории в замедленном темпе, но не в пятьдесят, а лишь в десять раз.

Все сказанное — не что иное, как повторное разъяснение релятивистского эффекта Доплера в системе отсчета, где источник покоится, а наблюдатель движется (классический эффект Доплера **смягчается** релятивистским замедлением хода времени).

Рассмотрим теперь те же явления в системе «Ракета», где как раз наоборот — наблюдатель покоится, а источник сигналов движется. Они получат уже иное истолкование:

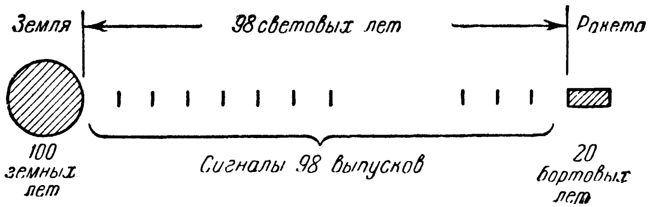


Рис. 60.

замедленно развиваются события не на неподвижной ракете, а на быстро движущейся Земле. Поэтому **с точки зрения астронавтов** в день празднования ими **двадцатилетнего** юбилея по бортовым часам на Земле отмечается лишь **четвертая** (а не **сотая**) годовщина старта. (Никакого противоречия с ранее сказанным здесь нет: ведь в системах «Ракета» и «Земля» одновременность понимается по-разному!). Значит, в течение двадцати бортовых лет путешествия с Земли было отправлено лишь четыре ежегодных обзора новостей. Дошло же из них, как показывают классические формулы эффекта Доплера для случая движущегося источника, лишь два. В итоге астронавты получают сведения о новых событиях в 10 раз реже, чем эти события случаются на Земле.

Как видим, рассуждение в системе «Ракета» приводит к тому же десятикратному понижению частоты, требуемому релятивистским эффектом Доплера. Но на этот раз двукратное понижение частоты, согласно классическому эффекту Доплера, **усугубляется** пятикратным замедлением хода времени на Земле, вытекающим из теории относительности.

Так будет происходить при удалении космического корабля от Земли. На обратном же пути релятивистский эффект Доплера приведет к повышению видимой частоты событий. Ведь в момент своего возвращения на Землю астронавты отметят с о р о к а л е т и е, а встречающие их жители Земли — двухсотлетие со дня вылета. Значит, за все время экспедиции было передано 200 годовых обзоров, из которых только два догнали ее на пути «туда». С остальными же 198 экспедиция повстречается на пути «обратно», т. е. за 20 лет бортового времени. А это означает увеличение частоты наблюдаемых событий почти в 10 раз! Если бы передача телевизионных сообщений велась непрерывно, а не раз в год, кадры на экране телевизора сменяли бы друг друга так часто, что рассмотреть их было бы очень трудно.

При организации связи с межзвездной экспедицией придется принять во внимание, что благодаря релятивистскому эффекту Доплера меняется не только частота следования наблюдаемых исторических событий, но также и частота колебаний электромагнитных волн. А ведь в результате значительного повышения частоты длинные радиоволны превращаются в короткие, короткие — в видимый свет, а видимый свет — в рентгеновские лучи. Наоборот, вследствие такого же понижения частоты происходят обратные превращения. Следовательно, при полете от Земли видимый свет придется, может быть, улавливать с помощью радиоприемников, а возвращаясь на Землю — наблюдать в телескоп сигналы радиостанций.

ГЛАВА ШЕСТАЯ

ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЕ МНОГООБРАЗИЕ

30. Пространство и время в теории относительности

В классической (дорелятивистской) физике пространственные соотношения событий и их временные соотношения рассматривались раздельно. Вопрос о том, когда случилось событие, решался независимо от того, где оно произошло.

Последовательность событий во времени — случились ли два события одновременно или одно из них, и какое именно, произошло раньше — считалась во всех без исключения случаях абсолютной, т. е. совершенно не зависящей от системы отсчета. Абсолютное значение приписывалось и величине промежутка времени между двумя событиями.

В противоположность этому пространственное расположение разновременных событий уже в механике Ньютона и Галилея всегда признавалось относительным. Надлежащим выбором системы отсчета любые два события — если они только не строго одновременны — могли быть сделаны одноместными.

Пространственные формы действительного мира составляли предмет геометрии, которая могла совсем не интересоваться тем, как развертываются события во времени. Специальной же науки о времени — какой-нибудь *хронометрии* — вообще не было: простота соотношений во времени (вследствие его «одномерности») делала ее излишней.

Конечно, и до Эйнштейна ничто не мешало физикам пользоваться пространственно-временными графиками и рассматривать совокупность всех мыслимых событий как некоторое четырехмерное *многообразие*, т. е. как множество элементов, каждый из которых характеризуется четверкой чисел (x, y, z, t).

Четырехмерный характер многообразия правильно отражает соотношения близости, или соседства между событиями: у каждого события имеются «соседи» не только с л е в а — с п р а в а, с з а д и — с п е р е д и и с в е р х у — с н и з у, но также и р а н ь ш е — п о з ж е.

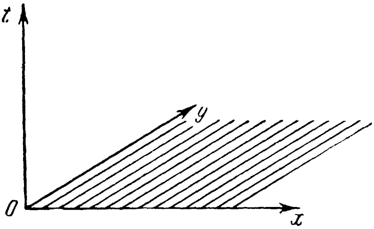


Рис. 61.

Пространственно-в р е м е н н о й график является условным изображением реального четырехмерного многообразия событий.

Если ограничиться событиями, происходящими только на плоскости xOy, то пространственно-временное многообразие этих событий может быть условно изображено на *трехмерном* пространственно-временном графике, построенном в трехмерном пространстве (рис. 61). К сожалению, столь же наглядное изображение четырехмерного пространственно-в р е м е н н о г о графика невозможно, хотя четырехмерное многообразие событий вполне реально — ведь это и есть наш мир, существующий во времени, включая его прошлое, настоящее и будущее.

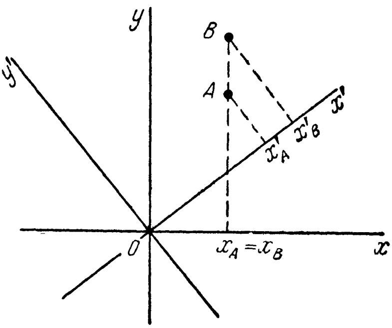


Рис. 62.

При изменении системы координат (т. е. при переносе ее начала или повороте осей) пространственные координаты x, y меняются, причем новая координата x' зависит не только от старой координаты x, но и от старой координаты y (рис. 62). Однако это никак не может повлиять на момент события t.

При изменении начала отсчета времени меняется и временная дата события t, но это совсем не сказывается на его пространственных координатах x, y.

Пространственно-временное многообразие состоит как бы из *слоев*: каждый слой представляет множество событий, происшедших в один и тот же момент времени. Ни при каком изменении системы отсчета эти слои не «перемешиваются» между собой (события, одновременные в одной системе, остаются одновременными и в другой). Вот почему в дорелятивистской физике не было никакой надобности изучать свойства четырехмерного пространственно-временного многообразия событий в целом: достаточно было изучать порознь отдельные его слои, или *сечения*, соответствующие фиксированным моментам времени.

Так обстояло дело до появления теории относительности.

Новое *физическое* учение о времени и пространстве — частная теория относительности — должно было решительно отказаться от раздельного рассмотрения пространственных и временных соотношений. В отличие от преобразования Галилея, в преобразовании Лоренца пространственная координата x и время t участвуют совершенно симметрично. При изменении системы отсчета последовательность событий во времени меняется в зависимости от их пространственного расположения.

При изменении системы отсчета слои пространственно-временного графика перемешиваются между собой: события, одновременные в старой системе, становятся разновременными, и наоборот. Именно поэтому вместо раздельного изучения геометрии пространства и хронометрии времени теория относительности настаивает на целостном изучении свойств пространственно-временного многообразия событий. При этом наиболее целесообразным оказывается использование геометрических методов и геометрической терминологии (благо геометрия пространств с любым числом измерений разрабатывалась математиками и независимо от нужд теории Эйнштейна).

Неверно, будто теория относительности «открыла» четвертое измерение пространства: реальное пространство, в котором происходят физические явления, трехмерно. Нет в теории относительности также и никакого отождествления времени и пространства: это две существенно различные формы бытия материи. Временная дата события является четвертой *расширенной* координатой, но ее ни в коем случае нельзя считать четвертой *пространственной* координатой.

Но теория относительности устраняет метафизический разрыв между пространственными и временными соотношениями, их мнимую независимость друг от друга, устанавливает между ними диалектическую связь.

Не отождествление времени и пространства, а совместное изучение их свойств путем разработки своеобразной геометрии (точнее следовало бы сказать *хроногеометрии*) четырехмерного пространственно-временного многообразия — такова основная тенденция теории Эйнштейна. Особенно выпукло она проявляется в так называемой *общей теории относительности*, т. е. эйнштейновской теории всемирного тяготения. Но уже и в рамках частной теории относительности целесообразно облечь ее основные положения в геометрическую форму.

31. Интервал между двумя событиями

В соответствии с теоремой Пифагора расстояние r (рис. 63) на плоскости между началом координат O и точкой M с прямоугольными координатами (x, y) выражается формулой

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

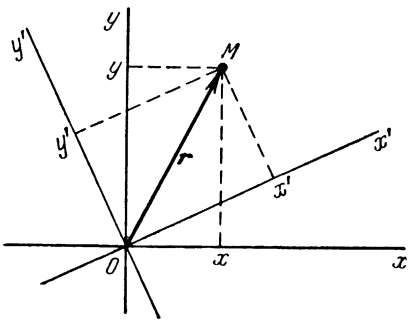


Рис. 63.

Если систему координат в той же плоскости повернуть вокруг точки O, координаты точки M изменятся и примут новые значения x', y', но расстояние r останется неизменным:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x'^2 + y'^2} = \text{const}.$$

Как говорят, величина $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ *инвариантна* относительно поворота системы координат.

В трехмерном пространстве расстояние r точки M с координатами (x, y, z) от начала координат выражается формулой

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

Эта формула является естественным обобщением предыдущей и может быть доказана двукратным применением теоремы Пифагора сперва к треугольнику OAB (рис. 64), а затем к треугольнику OMA. Как и в случае плоскости, величина $r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ инвариантна при любом повороте системы координат вокруг точки O, хотя величины x, y и z при этом меняются.

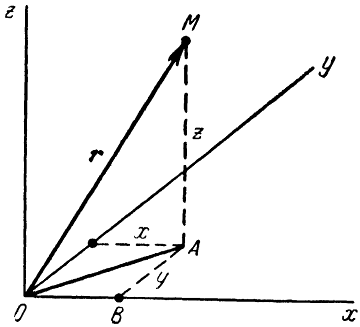


Рис. 64.

Основными элементами (фигурально говоря, «точками») пространственно-временного многообразия являются *события*; каждое событие характеризуется четверкой чисел (x, y, z, t).

При изменении системы отсчета меняются и величины x, y, z, t, например в системе «Альфа» они равны $(x_\alpha, y_\alpha, z_\alpha, t_\alpha)$, в системе «Бета» — $(x_\beta, y_\beta, z_\beta, t_\beta)$ и т. д. Не существует ли какой-нибудь функции этой величины, которая при этом оставалась бы инвариантной?

Такая функция есть! Она равна

$$s=\sqrt{x^2+y^2+z^2-t^2}.$$

Это своего рода обобщение формулы

$$r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

с учетом четвертой расширенной координаты — времени. Своеобразие этого обобщения состоит в знаке «минус» перед квадратом четвертой расширенной координаты.

Инвариантная величина s называется *интервалом* между двумя событиями: рассматриваемым M (с расширенными координатами x, y, z, t) и начальным O (с расширенными координатами $x=y=z=t=0$).

Физический смысл интервала выяснится в дальнейшем. Сперва же убедимся, что он действительно не изменяется при переходе от инерциальной системы отсчета «Альфа» к любой другой инерциальной системе «Бета», которая движется относительно первой равномерно-прямолинейно вдоль оси x с сохранением параллельности других осей.

Чтобы не писать корней, мы будем рассматривать квадрат интервала. В системе «Альфа»

$$s^2 = x_\alpha^2 - t_\alpha^2$$

(так как при изменении системы отсчета координаты y и z заведомо не меняются, мы вполне можем пока ограничиться тем частным случаем, когда $y=z=0$).

Подставим сюда вместо x_α, t_α их выражения через x_β, t_β:

$$x_\alpha = K\,(x_\beta + vt_\beta);$$
$$t_\alpha = K\,(t_\beta + vx_\beta).$$

Получим:

$$s^2 = K^2\,(x_\beta + vt_\beta)^2 - K^2\,(t_\beta + vx_\beta)^2,$$

или после упрощений

$$s^2 = K^2\,(x_\beta^2 + v^2t_\beta^2 - t_\beta^2 - v^2x_\beta^2) = K^2\,(1-v^2)\,(x_\beta^2 - t_\beta^2).$$

Но

$$K = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}},$$

поэтому

$$K^2\,(1-v^2) = 1,$$

и окончательно

$$s^2 = x_\beta^2 - t_\beta^2 = x_\alpha^2 - t_\alpha^2.$$

Добавив сюда квадраты неизменившихся $y_\alpha = y_\beta$ и $z_\alpha = z_\beta$ (если они не равны нулю), получим более общее соотношение:

$$s^2 = x_\beta^2 + y_\beta^2 + z_\beta^2 - t_\beta^2 = x_\alpha^2 + y_\alpha^2 + z_\alpha^2 - t_\alpha^2 = \text{const},$$

что и доказывает инвариантность квадрата интервала, а следовательно, и самого интервала

$$s = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - t^2}.$$

Различие между временной датой и пространственными координатами события находит свое математическое выражение в том, что квадраты их входят в формулу интервала с противоположными знаками. Как мы увидим в дальнейшем, различие это очень существенно.

Используя обычное понятие расстояния r между двумя точками, в которых произошли события O и M, мы можем также написать:

$$s = \sqrt{r^2 - t^2},$$

Изложенные только что геометрические представления позволяют условно рассматривать переход от одной инерциальной системы отсчета к другой как своего рода «поворот» осей Ox, Oy, Oz и Ot четырехмерного пространственно-временного графика. Своеобразие этого поворота состоит в том, что ось времени вращается навстречу пространственным осям и, кроме того, меняются масштабы (тогда как при обычном повороте все оси вращаются в одну сторону и масштабы сохраняются неизменными). Именно благодаря этой особенности инвариантом является не сумма квадратов четырех расширенных координат, а квадрат интервала $x^2+y^2+z^2-t^2$.

В отличие от обычного расстояния r между точками, интервал между событиями $s=\sqrt{r^2-t^2}$, в зависимости от соотношения между r и t, может быть не только положительным числом или нулем, но также и чисто мнимой величиной.

1. Интервал веществен, если $r>t$, т. е. если события более удалены друг от друга в пространстве, нежели во времени (непосредственное сравнение пространственных и временных удалений возможно благодаря измерению их в единицах одинаковой размерности: времени — в секундах, а расстояния — в световых секундах). Более точно можно сказать, что два события разделены вещественным интервалом, если промежуток времени между ними недостаточен для прохождения светового сигнала. А это значит, что не существует и не может существовать такой инерциальной системы отсчета, в которой оба события происходили бы в одной точке. Зато имеется такая система, в которой они одновременны. В этой системе промежуток времени $t=0$, так что интервал между событиями равен расстоянию между ними; в любой другой системе в силу инвариантности интервала s расстояние r больше.

Согласно введенной уже ранее терминологии (§ 13, стр. 61), вещественный интервал между событиями должен быть назван *пространственным* интервалом. События, разделенные пространственным интервалом, не могут находиться между собой в отношении следствия и причины.

2. Интервал между двумя событиями

$$s=\sqrt{r^2-t^2}=i\sqrt{t^2-r^2}$$

(где $i=\sqrt{-1}$) является чисто мнимой величиной, если $t>r$, т. е. если эти события более удалены друг от друга во времени, чем в пространстве — промежуток времени между ними более чем достаточен для прохождения светового сигнала. Более того: пользуясь достаточно быстрым транспортом, можно успеть поприсутствовать лично как при одном, так и при другом событии. В связанной с этим транспортным средством инерциальной системе оба события оказываются одноместными ($r=0$), а промежуток времени между ними t совпадает с модулем интервала s:

$$|s|=\sqrt{t^2-r^2}=\sqrt{t^2}=t.$$

Но, конечно, ни в какой системе отсчета они не одновременны, так что можно независимо от системы отсчета указать, которое из событий предшествует другому.

Мнимые интервалы между событиями называются *временными*. Таков, в частности, интервал между любой причиной и ее следствием.

3. Нулевые интервалы $s=\sqrt{r^2-t^2}=0$ занимают пограничное положение между пространственными и временными. Они называются *световыми*, так как в этом случае $r=t$, т. е. промежуток времени между событиями как раз достаточен для распространения светового сигнала. Световым интервалом разделяются, например, такие события, как испускание фотона атомом и поглощение его другим атомом. В силу инвариантности интервала световой интервал остается таким же во всех системах, что является новым выражением принципа постоянства скорости света.

Инвариантность интервала была установлена нами путем непосредственного вычисления его в различных системах отсчета. Однако она может быть выведена также и из самых общих принципов, лежащих в основе теории относительности.

Согласно принципу постоянства скорости света, интервал между испусканием и поглощением одного и того же фотона является световым во всех инерциальных системах; но это значит, что он во всех системах отсчета равняется нулю. Отсюда также следует, что если какой-либо интервал Δs стремится к нулю в системе «Альфа» ($\Delta s_\alpha \to 0$), то он стремится к нулю также и в любой другой системе «Бета» ($\Delta s_\beta \to 0$). Поэтому мы можем положить

$$\Delta s_\beta = n\,\Delta s_\alpha, \tag{1}$$

где n — некоторый коэффициент пропорциональности, который может зависеть только от относительной скорости систем.

Но, согласно принципу относительности Эйнштейна, инерциальные системы «Альфа» и «Бета» совершенно равноправны. Вследствие этого формула обратного перехода — от системы «Бета» к системе «Альфа» — не может ничем отличаться от формулы (1):

$$\Delta s_\alpha = n\,\Delta s_\beta. \qquad (2)$$

Сопоставляя формулы (1) и (2), приходим к выводу, что коэффициент пропорциональности $n=1$. А это как раз и означает инвариантность любого бесконечно малого интервала Δs:

$$\Delta s_\beta = \Delta s_\alpha.$$

Полученный вывод нетрудно распространить также и на конечные интервалы путем разбиения их на бесконечно малые элементы с последующим суммированием.

Инвариантность интервала еще раз подчеркивает условный и односторонний характер названия «теория относительности». В действительности эта теория трактует не только об относительных, но также и об абсолютных свойствах времени и пространства. Промежуток времени и расстояние в пространстве между двумя событиями относительны, зато интервал между ними абсолютен в смысле независимости от системы отсчета. Развивая «геометрический язык» теории относительности, удается разработать такую форму выражения физических законов (с помощью четырехмерных тензоров), при которой инвариантность их становится очевидной.

32. Интервальная длина и собственная длительность

Интервал между событиями является обобщением расстояния между точками. Однако две точки могут быть соединены не только отрезком прямой, но и дугами различных кривых, а также зигзагами ломаных.

Длина отрезка прямой — это расстояние между его концами. В отличие от этого, длина участка кривой или ломаной не совпадает с расстоянием между его концами. Длина участка ломаной может быть определена как сумма длин составляющих ее прямолинейных отрезков, а длина дуги кривой — как предел длин вписанных в нее ломаных.

Подобно тому как геометрическая линия представляет собой множество точек, пространственно-временная трасса на пространственно-временном графике изображает множество событий.

Введем понятие *интервальной длины* участка пространственно-временной трассы. Если пространственно-временная трасса прямолинейна, ее интервальная длина равна интервалу между концами трассы, т. е. между начальным и конечным событиями. Если же трасса непрямолинейна, ее интервальная длина может быть определена как сумма интервальных длин составляющих ее прямолинейных участков (или же хорд с последующим предельным переходом).

Рассмотрим теперь трассу движущейся ракеты. Если она прямолинейна, то с данной ракетой может быть связана инерциальная система отсчета. В такой системе промежуток времени между началом и концом процесса совпадает с интервальной длиной трассы; во всех же других системах отсчета соответствующий промежуток времени длиннее. Иными словами, продолжительность полета по бортовым часам, т. е. время, прожитое пассажирами ракеты в путешествии, равно интервалу между отправлением ракеты в путь и прибытием ее к месту назначения.

Благодаря инвариантности интервала, его можно вычислять в любой инерциальной системе отсчета по формуле

$$s = \sqrt{r^2 - t^2};$$

здесь t — продолжительность полета в какой угодно инерциальной системе, r — пройденный ракетой путь в той же системе; s — интервал, совпадающий с длительностью полета в системе «Ракета».

Так как квадраты r и t входят в выражение для интервала с противоположными знаками, промежуток времени между событиями t в любой системе отсчета б о л ь ш е, чем интервал s; он совпадает с последним только в том случае, если систему отсчета связать с ракетой (ибо тогда $r=0$). Таким образом, интервал между началом и окончанием инерциального полета является мерой его собственной продолжительности (которая всегда больше длительности его для внешнего наблюдателя, пользующегося другой системой).

Основываясь на инвариантности интервала, можно тотчас же вывести известное уже нам количественное соотношение между собственной и релятивистской длительностями. Релятивистская длительность какого-либо процесса по часам некоторой системы отсчета «Альфа» есть t, а собственная длительность его t_0 совпадает с модулем интервала s между началом и концом процесса. Но

$$|s| = \sqrt{t^2 - x^2},$$

где x — расстояние между началом и концом процесса в рассматриваемой системе «Альфа». Если прибор, в котором совершается рассматриваемый процесс, движется со скоростью v по отношению к системе «Альфа», то $x = vt$. Следовательно, собственная длительность

$$t_0 = |s| = \sqrt{t^2 - (vt)^2} = t\sqrt{1 - v^2},$$

или

$$t_0 = \frac{t}{K},$$

что совпадает с формулой, ранее выведенной иным способом в § 17.

Аналогично можно было бы установить связь между собственной и релятивистской длиной.

Если же пространственно-временная трасса ракеты представляет собой ломаную («кусочно-инерциальное» движение), то подобные же рассуждения могут быть проведены применительно к каждому из составляющих ее отрезков. Интервал между началом и концом каждого прямолинейного участка показывает, насколько постареет пассажир на данном этапе путешествия.

А общая длительность всего полета по бортовым часам, складывающаяся из продолжительностей отдельных этапов, измеряется интервальной длиной всей пространственно-временной трассы. Из предыдущего следует, что интервальная длина трассы всегда меньше промежутка времени между началом и окончанием путешествия, измеренного в какой угодно инерциальной системе, не связанной с ракетой.

В обычной геометрии дуга кривой или участок ломаной всегда длиннее своей проекции на любую из осей координат. В геометрии же пространственно-временных трасс теории относительности имеет место диаметрально противоположное соотношение: интервальная длина пространственно-временной трассы (по своей абсолютной величине) всегда м е н ь ш е проекции ее на ось времени. Особенность эта объясняется знаком минус перед квадратом времени в выражении для интервала

$$s = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - t^2}$$

(геометрия с такой особенностью называется псевдоевклидовой).

Интервальная длина трассы — это собственная длительность путешествия, проекция ее на ось времени — длительность его в одной из инерциальных систем отсчета. Поэтому указанное геометрическое свойство пространственно-временных трасс является наиболее общим выражением известного уже нам факта, что длительность любого процесса, измеренная по часам какой угодно не связанной с ним инерциальной системы, всегда меньше его собственной длительности (т. е. длительности по «бортовым» часам).

33. Четырехмерный вектор энергии и импульса

В трехмерном пространстве координаты x, y, z точки A (рис. 65) могут рассматриваться как проекции на оси координат радиуса-вектора $\boldsymbol{r}=OA$, который соединяет начало координат O с точкой A. При повороте системы координат проекции радиуса-вектора меняются по тем же законам, что и координаты его конца (т. е. точки A); сам же радиус-вектор $\boldsymbol{r}$ при этом считается неизменным. То же самое, конечно, может быть сказано и о каком угодно другом векторе, так как его всегда можно трактовать как радиус-вектор некоторой точки.

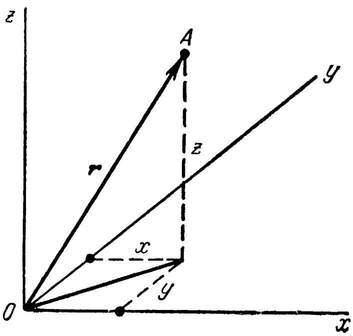


Рис. 65.

Как известно, многие законы классической физики записываются в векторной форме. По сравнению с записью в проекциях векторная форма выражения физических законов и геометрических соотношений обладает тем преимуществом, что она сохраняет силу также и после поворота системы координат (меняются *проекции* векторов, но сами векторы остаются без перемен). Можно сказать, что векторные формулы *заведомо инвариантны* относительно поворота системы координат, потому что при любом расположении взаимно перпендикулярных координатных осей переход от векторной записи к записи в проекциях осуществляется по одним и тем же законам.

Но, согласно одному из основных принципов теории относительности, все физические законы должны быть обязательно инвариантны не только относительно поворота системы координат в трехмерном пространстве, но также и относительно выбора любой инерциальной системы отсчета. А как уже было сказано, переход к другой инерциальной системе равносилен повороту (в четырехмерном пространстве) осей пространственно-временного графика. Целесообразно поэтому ввести в четырехмерном многообразии своего рода векторы, посредством которых можно было бы записывать физические законы сразу в инвариантной форме (независимо от выбора системы отсчета, т. е. от расположения осей четырехмерного пространственно-временного графика).

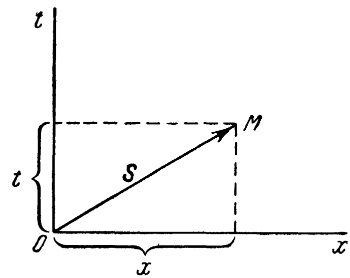


Рис. 66.

Аналогом радиуса-вектора $\boldsymbol{r}$ точки A трехмерного пространства (рис. 65) является радиус-вектор $\boldsymbol{S}$ события M пространственно-временного графика (на рис. 66 показано сечение этого графика плоскостью xOt). Проекциями вектора $\boldsymbol{S}$ служат расширенные координаты (x, y, z, t) события M. Поскольку пространственные координаты (x, y, z) являются проекциями трехмерного радиуса-вектора $\boldsymbol{r}$, можно также говорить, что четырехмерный радиус-вектор $\boldsymbol{S}$ в каком-то смысле объединяет в одну математическую величину трехмерный вектор $\boldsymbol{r}$ и скаляр t.

При изменении системы отсчета (что равносильно повороту четырехмерной координатной системы) проекции радиуса-вектора $\boldsymbol{S}$ (т. е. расширенные координаты события x, y, z, t) изменяются, как того требует преобразование Лоренца.

Разумеется, помимо четырехмерных *радиусов-векторов* могут рассматриваться и иные четырехмерные векторы, физический смысл которых может быть самым разнообразным. Однако в любом случае при изменении системы отсчета проекции такого вектора преобразуются по тем же формулам. Если проекции произвольного четырехмерного вектора $\boldsymbol{B}$ обозначить соответственно через B_x, B_y, B_z и B_t, то при переходе от системы отсчета «Альфа» к системе «Бета» они будут изменяться по формулам, аналогичным преобразованию Лоренца:

$$
\begin{aligned}
B_x &= K\,(B_{x\beta} + vB_{t\beta});\\
B_t &= K\,(B_{t\beta} + vB_{x\beta});\\
B_y &= B_{y\beta};\\
B_z &= B_{z\beta}
\end{aligned}
$$

(для упрощения записи индексы α в этих и последующих формулах опущены). Системы отсчета предполагаются движущимися друг относительно друга таким образом, что оси x скользят одна по другой с относительной скоростью v, а остальные оси остаются параллельными друг другу.

Любое соотношение, записанное в четырехмерных векторах, заведомо инвариантно относительно выбора инерциальной системы отсчета. Поэтому математический аппарат четырехмерных векторов, а также еще более сложных величин — четырехмерных тензоров — чрезвычайно удобен для количественного выражения законов теории относительности. Оперируя четырехмерными векторами, мы в какой-то степени избавляемся от необходимости вести рассуждения в конкретной системе отсчета и тем самым невольно выделять ее из множества других, совершенно равноправных с нею инерциальных систем. Например, рассматривая процессы на фотонной ракете в различных системах отсчета, мы вынуждены были описывать и истолковывать одни и те же явления совсем по-разному. Использование же математического аппарата четырехмерной геометрии дало бы возможность описать и истолковать все это в инвариантной форме.

К сожалению, детальное освещение теории и практики применения четырехмерных векторов и тензоров в теории относительности выходит далеко за рамки элементарной книги. Однако, чтобы получить об этом хотя бы самое общее представление, познакомимся с одной из важнейших величин релятивистской физики — четырехмерным вектором энергии и импульса (при этом придется принимать отдельные положения без надлежащих доказательств).

Энергия и *импульс* относятся к числу важнейших физических понятий, играющих существенную роль как в классической, так и в релятивистской физике.

Понятие энергии знакомо каждому; нужно только отметить, что, говоря здесь об энергии, мы будем всегда иметь в виду *полную* энергию рассматриваемого тела (или системы тел), которая складывается из кинетической и потенциальной. Что же касается импульса, то с этой физической величиной мы также уже неоднократно встречались, но чаще называли ее количеством движения. Энергия — величина скалярная, а импульс — векторная (имеющая такое же направление, как и скорость).

Как импульс, так и энергия относятся к очень важной категории сохраняющихся физических величин: значение каждой из них для любой изолированной системы с течением времени не меняется. Различным законам сохранения принадлежит в физике исключительная роль, потому что они являются выражением фундаментального положения диалектического материализма о несотворимости и неуничтожаемости материи.

В классической физике энергия и импульс, подобно времени и пространству, рассматривались раздельно; при этом закон сохранения энергии связывался с однородностью времени, а закон сохранения импульса — с однородностью пространства. В теории относительности эти две величины — скалярная и векторная — объединяются в единый четырехмерный вектор $\boldsymbol{P}$ энергии и импульса. Его пространственная (векторная) часть есть импульс, а временная (скалярная) — энергия. Иными словами, проекциями четырехмерного вектора $\boldsymbol{P}$ энергии и импульса служат

$$P_x = p_x; \quad P_y = p_y; \quad P_z = p_z; \quad P_t = E,$$

где p_x, p_y, p_z — проекции обычного (трехмерного) импульса, а E — энергия.

При изменении системы отсчета меняются проекции вектора $\boldsymbol{P}$, но сам вектор сохраняется тем же самым (на рис. 67 это символически показано для двух проекций: на ось x и ось t). Изменение проекций происходит согласно формулам преобразования Лоренца:

$$P_x = K(P_{x\beta} + vP_{t\beta});$$
$$P_t = K(P_{t\beta} + vP_{x\beta}),$$

или

$$p_x = K(p_{x\beta} + vE_\beta);$$
$$E = K(E_\beta + vp_{x\beta})$$

(остальные проекции не меняются).

Рассмотрим теперь энергию и импульс тела, равномерно движущегося вдоль оси x инерциальной системы «Альфа», так что $p_y = p_z = 0$, $p_x = p$. Свяжем систему «Бета» с самим телом; тогда $p_\beta = 0$ и формулы преобразования приобретают вид

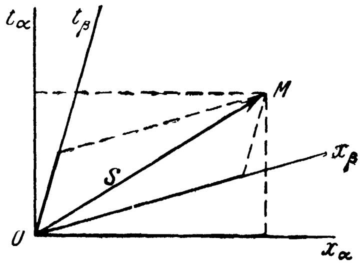


Рис. 67.

$$p = K(p_\beta + vE_\beta) = KvE_\beta; \quad (1)$$
$$E = K(E_\beta + vp_\beta) = KE_\beta. \quad (2)$$

Величина E_β — энергия покоящегося тела, которую естественно назвать его собственной энергией (E_0). В отличие от этого, E — энергия того же тела, но движущегося относительно системы отсчета со скоростью v (релятивистская энергия E). Следовательно, формула (2) выражает зависимость энергии от скорости:

$$E = KE_0 = \frac{E_0}{\sqrt{1-v^2}};$$

она показывает, как меняется энергия при переходе от собственной системы отсчета к какой-нибудь другой.

Подставляя эту зависимость (2) в формулу (1), получим:

$$p = Ev,$$

т. е. импульс равняется энергии, помноженной на скорость.

Если теперь воспользоваться определением массы через количество движения и скорость

$$m = \frac{p}{v} = \frac{Ev}{v} = E,$$

мы придем к знакомому уже нам релятивистскому выводу о том, что масса любого тела пропорциональна его энергии (благодаря специальному выбору единиц измерения *) коэффициент пропорциональности обратился в единицу, вообще же он равняется c^2).

Намеченное только что в общих чертах рассуждение хорошо иллюстрирует геометрические (или, лучше сказать, хроногеометрические) методы, используемые в теории относительности. Преимущество их не только в том, что они открывают возможность единого подхода к решению различных задач, но также и в том, что они подчеркивают хроногеометрическое происхождение эффектов теории относительности. Все отличие релятивистских законов физики от классических вытекает в конечном счете из особенностей пространства и времени, открытых теорией относительности.

Неразрывность пространственных и временных отношений в релятивистской физике, естественно, влечет за собой объединение двух принципов: закона сохранения энергии и закона сохранения импульса, рассматривавшихся изолированно,— в единый закон сохранения четырехмерного вектора энергии и импульса, который находится в тесной связи с однородностью пространственно-временного многообразия.

В дорелятивистской физике, помимо энергии и импульса, важнейшую роль играла еще одна сохраняющаяся величина — м а с с а (другие сохраняющиеся величины сейчас нас не интересуют). Если энергия и импульс характеризовали тело не само по себе, а с учетом его движения (зависящего от системы отсчета), то масса могла считаться характеристикой тела как такового.

В теории относительности нет смысла говорить об энергии и массе как о двух независимых величинах: в количественном отношении они различаются лишь постоянным коэффициентом (в современной атомной физике массу покоя чаще всего называют просто «массой», а вместо релятивистской массы движущейся частицы предпочитают говорить о ее энергии).

В то же время само понятие энергии приобрело в релятивистской физике по сравнению с классической бо́льшую

*) Напомним, что формулы преобразований Лоренца в нашей записи справедливы только в системе единиц измерения, в которой скорость света равняется 1 (см. стр. 65).

определенность. До создания теории относительности полная энергия любого тела могла быть измерена лишь с точностью до постоянного слагаемого, всегда остающегося принципиально неопределимым. Ведь всегда можно было подозревать, что рассматриваемое тело, хотя бы это была даже «элементарная» частица, состоит из каких-то еще более мелких частей, энергия взаимодействия которых пока не учтена. Поскольку во всех опытах измеряются лишь р а з н о с т и энергий, такая неопределенность не мешала пользоваться понятием энергии. Но она препятствовала выявлению связи его с массой, которая могла быть измерена из механических опытов с полной определенностью. В этом отношении энергия, как физическая величина, отличается также и от импульса, который не может содержать в себе никакого неопределенного слагаемого, поскольку импульс покоящегося тела заведомо равняется нулю.

Так было в классической физике. Теория относительности, рассматривая все явления в едином пространственно-временном многообразии, накладывает на четырехмерный вектор энергии и импульса условие инвариантности относительно преобразований Лоренца. Благодаря этому, устанавливая путем механических экспериментов массу покоя какого-нибудь тела, мы тем самым определяем и его полную энергию (в том же состоянии). В связи с этим устраняется всякая неопределенность в величине полной энергии покоящегося (а значит, и движущегося) тела. В теории относительности энергия покоя становится одной из важнейших характеристик самого тела, как такового, не зависящей от системы отсчета.

Поскольку покоящееся тело может состоять из движущихся частей, энергия покоя тела включает в себя также и кинетическую энергию его частей (а также потенциальную энергию их взаимодействия). Следовательно, энергия покоя системы тел (т. е. ее полная энергия в системе отсчета, связанной с центром масс) в общем случае отличается от суммы энергий покоя составляющих ее частей. То же самое, разумеется, относится и к массе покоя.

Количество материи как некая определенная физическая величина в современной физике вообще не вводится. С физической точки зрения материя имеет много существенных свойств, характеризуемых различными сохраняющимися величинами (массой-энергией, электрическим зарядом, спином, четностью и т. д.). С философской же точки зрения кардинальное свойство всех видов материи — быть объективной реальностью — едва ли допускает количественную оценку (нельзя же, например, утверждать, что молекула воды во столько-то раз объективнее и реальнее атома водорода!).

Следовательно, теория относительности раскрывает более глубокое физическое содержание понятий энергии и массы, учит рассматривать энергию и массу как единую величину, характеризующую тела как со стороны их инерционности, так и со стороны их способности совершать работу.

Благодаря этому энергия-масса теории относительности стала в современной физике важнейшей характеристикой материи и движения.

С использованием некоторых других четырехмерных векторов теории относительности при расчете релятивистских эффектов, которые должны иметь место в фотонном звездолете, интересующиеся могут ознакомиться в дополнениях З и И.

34. Значение теории относительности

В. И. Ленин назвал Альберта Эйнштейна великим преобразователем естествознания. Такая оценка как нельзя лучше соответствует научным заслугам творца теории относительности и теории тяготения: значение его открытий выходит далеко за рамки физики.

Подведем же краткий итог тому новому, что было внесено в науку частной теорией относительности; это поможет нам лучше понять переворот, произведенный ею в физических воззрениях.

1. Теория относительности устранила противоречие между независимостью скорости света от движения его источника и инвариантностью законов физики во всех инерциальных системах, которое стало особенно острым в конце XIX — начале XX столетия в связи с неудачей попыток обнаружить движение Земли «относительно эфира». Теория Эйнштейна полностью разрешила назревшие к тому времени проблемы электродинамики движущихся сред.

2. Теория относительности ликвидировала также противоречие между классической механикой, инвариантной

относительно преобразований Галилея, и классической электродинамикой (включая оптику), которая такой инвариантностью не обладала. Как релятивистская механика, так и релятивистская электродинамика одинаково инвариантны относительно преобразований Лоренца.

3. Теория относительности возвела равноправие всех инерциальных систем отсчета для всех без исключения явлений в ранг универсального закона природы, отражающего не те или иные особенности конкретных процессов, а коренные свойства времени и пространства. Какое-либо сомнение в справедливости принципа относительности и вытекающих из него следствий хотя бы для некоторых специфических явлений (например, биологических) означает либо полный отказ от теории относительности, либо же идеалистическую попытку вырвать явления данного класса из общей пространственно-временной связи материального мира, рассматривать их вне времени и пространства.

4. Теория относительности коренным образом изменила некоторые основные представления о времени и пространстве. Была вскрыта тесная связь между пространственными и временными соотношениями, уничтожен разрыв между относительным характером первых и абсолютным характером вторых. Только в теории Эйнштейна свойства пространства и времени впервые стали предметом физического исследования. Тем самым был нанесен еще один удар по учению Канта об априорности геометрических истин.

5. Теория относительности создала новую механику больших скоростей, по отношению к которой механика Ньютона является предельным случаем, соответствующим бесконечно медленным движениям. Одной из характернейших черт релятивистской механики является универсальная зависимость всех масс от скорости — неограниченное возрастание инерционности любого тела с приближением скорости его движения к световой.

6. Теория относительности открыла неизвестную ранее взаимосвязь энергии и массы — двух очень важных физических величин, которые до этого считались совершенно независимыми друг от друга. Тем самым два разных физических закона, касавшихся сохранения энергии и массы, оказались лишь двумя сторонами, или двумя различными проявлениями, одного закона.

7. Теория относительности окончательно решила судьбу светоносного и электромагнитного эфира. Первоначально он мыслился в виде очень тонкого или разреженного вещества. По мере развития физики эфир постепенно, одно за другим, утрачивал свойства, характерные для всякого вещества, как, например, весомость. Но все-таки гипотетический эфир сохранял еще некоторую реальность, пока имело смысл говорить о движении тел по отношению к эфиру и связывать с ним преимущественную систему отсчета. Теория относительности лишила эфир и этого последнего свойства, в результате чего он потерял всякую реальность и был сдан физиками в архив *).

8. Теория относительности установила верхний предел для скоростей движения, передачи энергии и распространения сигналов, исключив тем самым в принципе всякую возможность мгновенного действия на расстоянии. Это наложило определенный отпечаток и на все наши представления о возможных причинных связях между различными событиями.

9. Частная теория относительности подготовила создание общей теории относительности — эйнштейновской теории тяготения, которая еще теснее связала свойства пространства с существующей в нем материей и нанесла сокрушительный удар кантовскому априоризму в области геометрии. Хотя, вопреки мнению своего творца, общая теория относительности и не может рассматриваться как далеко идущее обобщение частной, нельзя все-таки отрицать известную преемственность и связь между ними, не говоря уже о том, что исторически именно попытка распространить принцип относительности на все системы отсчета (а не одни только инерциальные) привела Эйнштейна к идеям его знаменитой теории тяготения.

В развитии теоретической физики теория относительности Эйнштейна сыграла исключительную роль. Она не только помогла физике в начале XX столетия выйти из тупика, но и подсказала много новых идей и направлений дальнейших исследований. Достаточно напомнить, что наличие огромных запасов энергии в ядре атома было доказано именно на основании открытой Эйнштейном

*) Сейчас слово «эфир» может употребляться только как фигуральное наименование пространства, в котором происходят электромагнитные процессы, распространяются радиоволны, свет и т. д. («Что новенького в эфире?»).

взаимосвязи энергии и массы, а это в неизмеримой степени стимулировало экспериментальные и теоретические работы в области атомного ядра.

В свою очередь последовательное применение идей теории относительности в различных областях физики (в особенности попытки объединения их с принципами квантовой механики) выдвинуло целый ряд новых, подчас очень трудных и до сих пор еще не разрешенных проблем. Исследование их способствует прогрессу науки, углубляет наши знания о свойствах и закономерностях действительного мира.

Познавательное значение теории относительности бесспорно. Затрагивая важнейшие проблемы пространства, времени и движения, энергии и массы, теория относительности играет значительную роль в формировании научного, материалистического мировоззрения, помогает составить правильное, научное представление о свойствах и закономерностях окружающего мира.

Теория относительности, как и всякая физическая теория, верно отражающая объективные закономерности природы, в существе своем глубоко материалистична. Она исходит из того, что физика изучает конкретные свойства материи, объективно существующей вне нашего сознания и независимо от него. Многие положения теории относительности хорошо отражают диалектический характер закономерностей действительного мира, диалектику природы.

К сожалению, правильной оценке теории относительности со стороны некоторых философов-материалистов в течение длительного времени препятствовали отдельные методологические ошибки ее творца (допускавшего иногда в своих трудах высказывания махистского характера), а также ее неудачное название. Когда физик говорит «относительно», он всегда подразумевает под этим — «по отношению к чему-нибудь» (например, скорость поезда относительно Земли). В повседневном же словоупотреблении «относительно» часто означает «сомнительно», «не достоверно», «двусмысленно» или «условно». Именно в этом обиходном значении термин «относительность» проник и в философию: философский релятивизм провозглашает недостоверность, сомнительность, преходящий характер всех наших знаний, подвергает сомнению объективную реальность материального мира и возможность познания его человеком.

Вполне естественно, что появление одноименной теории в области физики было использовано в своих целях философами-релятивистами: неразборчивость в средствах для подкрепления своих шатких позиций весьма характерна для философского идеализма эпохи его упадка.

Гораздо прискорбнее, что в период культа личности некоторые философы-материалисты, ознакомившись с теорией относительности лишь по ее заглавию, поспешили отдать ее в руки своих идейных противников и решительно ополчились против Эйнштейна, не потрудившись предварительно разобраться в сущности его учения. Не нужно большой эрудиции, чтобы усмотреть в теории Эйнштейна некоторые положения, на первый взгляд противоречащие здравому смыслу, и объявить их противоречащими материализму. Гораздо труднее, следуя примеру и завету Ленина, усвоить рациональное зерно теории относительности и раскрыть ее глубоко материалистическое содержание.

В настоящее время теория относительности (имеется в виду частная теория) завоевала всеобщее признание как со стороны физиков, так и со стороны философов-материалистов. Задача состоит в ее дальнейшем развитии, соединении с другими новейшими теориями, а также в поисках таких новых форм изложения этой очень трудной для усвоения дисциплины, которая сделала бы ее идеи доступными для широкого круга лиц, интересующихся наукой.

Если в течение почти полувека теория Эйнштейна оставалась академическим учением, по-настоящему волнующим только специалистов, то за последнее десятилетие благодаря небывалым успехам техники положение резко изменилось. Сейчас теория относительности имеет уже практическое значение: по ее формулам ведется инженерный расчет гигантских ускорителей элементарных частиц, энергетических ядерных установок и пр. Релятивистские эффекты приходится принимать во внимание и при решении некоторых практических проблем современной радиотехники, в особенности в связи с освоением диапазона миллиметровых волн, использованием эффекта Доплера в радиолокации, организацией радиосвязи с космическими ракетами и искусственными спутниками.

В будущем, по мере завоевания человеком космического пространства и осуществления межпланетных, а затем и межзвездных путешествий со все возрастающими скоростями, несомненно, наступит такое время, когда астронавтам придется на практике столкнуться с «непостижимыми» релятивистскими эффектами, вроде замедления хода времени вследствие быстрого движения. Тогда теория относительности войдет в круг знаний, усваиваемых не только в школе, но и в повседневной жизни. И тот факт, что кто-либо, возвратясь из космической экспедиции, будет выглядеть моложе своего внука, покажется столь же банальным, как в наше время невероятная для прошлых поколений возможность в один и тот же день позавтракать в Хабаровске и пообедать в Москве.

ДОПОЛНЕНИЯ

А. Опыт Майкельсона (к стр. 19)

Майкельсон осуществил свой опыт с помощью изобретенного им прибора — интерферометра (рис. 68). Луч света от источника *И* попадает на полупрозрачно посеребренную стеклянную пластинку *П*, которая половину падающего на нее света отражает в направлении зеркала *А*, а вторую половину пропускает в сторону другого зеркала *Б*. Луч света, отраженный зеркалом *А*, частично проходит сквозь полупрозрачную пластину *П* и попадает в зрительную трубу *Т*. Туда же попадает и часть луча, отраженного зеркалом *Б* (после еще одного отражения от полупрозрачной пластины *П*).

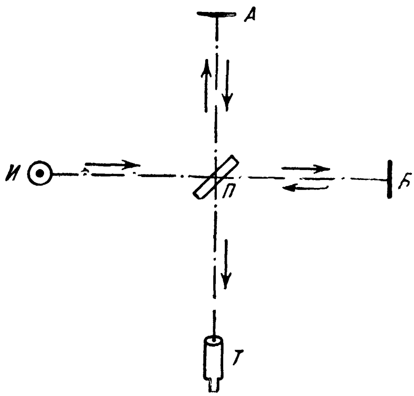


Рис. 68.

Таким образом, в трубе *Т* вновь встречаются две части одного и того же луча света от источника *И*; однако одна из них прошла путь *ИПАПТ*, а другая — путь *ИПБПТ*. Если указанные пути равны (а для этого достаточно равенства «плеч» *ПА* и *ПБ*), то на преодоление их светом затрачивается одинаковое время, так что встреча обеих частей одного и того же луча происходит в одинаковой фазе. При этом экспериментатор наблюдает в трубе вполне определенную интерференционную картину. Если теперь изменить время прохождения светом одного из путей (например, удлинив его или замедлив распространение световых волн введением прозрачной среды), наблюдаемая интерференционная картина станет уже иной: светлые и темные полосы на ней сместятся.

Майкельсон расположил свой прибор так, чтобы отрезок *ИБ* совпадал с направлением движения Земли, а прямая *АТ* была этому направлению перпендикулярна. Потом, заметив расположение интерференционных полос, экспериментатор повернул прибор на 90°, благодаря чему с направлением движения планеты совпала уже линия *АТ*.

Если бы Земля не двигалась, такой поворот не мог бы никак повлиять на расположение полос наблюдаемой в трубе интерференционной картины. Но движение Земли, согласно представлениям классической оптики, должно обязательно сказаться (и притом неодинаково!) на времени прохождения светом путей *ПАП* и *ПБП*.

Один из этих путей (например, *ПБП*) параллелен движению Земли. На прохождение его в ту сторону, куда движется Земля, затрачивается больше времени, так как свет должен догонять «убегающее» от него зеркало. Если длину плеча *ПБ* обозначить через l, то на преодоление его потребуется время

$$t_1 = \frac{l}{c-V},$$

где c — скорость света, а V — скорость движения Земли по ее орбите. На прохождение того же плеча в обратном направлении (навстречу движению Земли) затрачивается меньшее время

$$t_2 = \frac{l}{c+V}.$$

Всего на прохождение участка *ПБП* (в оба конца) понадобится время

$$t_Б = t_1 + t_2 = \frac{l}{c-V} + \frac{l}{c+V} = \frac{2lc}{c^2-V^2},$$

или

$$t_Б = \frac{2l}{c}\,\frac{1}{1-v^2} = \frac{t_0}{1-v^2}, \tag{1}$$

где $t_0 = \frac{2l}{c}$ — время прохождения участка *ПБП* неподвижного прибора, а $v = \frac{V}{c}$ — отношение скорости Земли к скорости света.

Другой путь (например, $ПАП$) перпендикулярен движению Земли. С учетом движения Земли этот путь — в главной системе отсчета — имеет вид $ПА'П''$, показанный на рис. 69. Пока свет идет от пластины $П$ к зеркалу A, это зеркало успевает переместиться в точку A'. Когда же свет возвратится к полупрозрачной пластине, она окажется уже в точке $П''$. Таким образом, реальный путь света оказывается больше удвоенной длины плеча, а время прохождения его — больше $2t_0$.

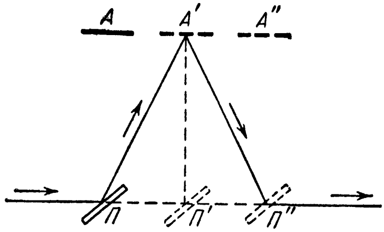


Рис. 69.

Обозначим время, фактически затрачиваемое на прохождение плеча $ПА$ (в одном направлении), через $t_з$. Тогда отрезок $ПА'=ct_з$, а отрезок $ПП'=Vt_з$ (рис. 69). В прямоугольном треугольнике $ПА'П'$ катет $А'П'$ равен

$$A'П' = l = \sqrt{(ct_з)^2 - (Vt_з)^2} = t_з\sqrt{c^2 - V^2},$$

откуда

$$t_з = \frac{l}{\sqrt{c^2 - V^2}} = \frac{l}{c}\,\frac{1}{\sqrt{1 - v^2}}.$$

Следовательно, полное время прохождения пути $ПА'П''$

$$t_A = 2t_з = \frac{2l}{c}\,\frac{1}{\sqrt{1-v^2}} = \frac{t_0}{\sqrt{1-v^2}}. \qquad (2)$$

Полученная формула (2) существенно отличается от формулы (1), выведенной для другого плеча:

$$\frac{t_Б}{t_A} = \frac{1}{\sqrt{1-v_2}} > 1.$$

Как видим, $t_Б > t_A$, т. е. свет проходит быстрее то плечо прибора, которое перпендикулярно движению Земли. Это вызывает определенное смещение интерференционных полос по сравнению со случаем неподвижного прибора.

После поворота прибора на 90°, благодаря чему плечи $ПАП$ и $ПБП$ обменяются местами, следует ожидать такого же смещения полос в противоположную сторону, что могло бы быть замечено при достаточной точности эксперимента.

Такой опыт был проделан Майкельсоном в 1881 году, а затем повторен им же совместно с Морлеем в 1887 году. Дальнейшие еще более точные эксперименты были проделаны Морлеем и Миллером в 1905 году, Кеннеди в 1926 г. и Иллингвортом в 1927 году. Во всех случаях никакого влияния движения Земли на скорость света обнаружить не удалось. Точность последнего опыта гарантировала, что скорость движения Земли «относительно эфира» во всяком случае меньше 1 *км/сек* (тогда как, по астрономическим данным, Земля движется по всей орбите со скоростью 30 *км/сек*).

Высокие требования к точности при проведении опыта Майкельсона вытекают из того, что по сравнению со скоростью света $c=300\,000$ *км/сек* скорость движения Земли по орбите $V=30$ *км/сек* исчезающе мала:

$$v=\frac{V}{c}=\frac{30}{300\,000}=10^{-4},$$

так что отношение

$$\frac{t_Б}{t_A}=\frac{1}{\sqrt{1-v^2}}=\frac{1}{\sqrt{1-10^{-8}}}\approx 1{,}000000005$$

почти не отличается от единицы.

Отрицательный результат опыта Майкельсона послужил убедительным доказательством справедливости принципа относительности в применении к оптическим явлениям: он показал, что приблизительно инерциальное движение системы «Земля» никак не отражается на законах распространения света относительно нее.

Б. Собственная и релятивистская длина (к стр. 81)

Стержень, расположенный вдоль оси x_α, покоится в системе «Альфа». Его левый конец находится в начале координат, а правый — в точке с координатой $x_\alpha=l_0$, где l_0 — собственная длина стержня. Ось $x_\alpha=0$ и параллельная ей прямая $x_\alpha=l_0$ (рис. 70) являются пространственно-временными трассами левого и правого концов стержня.

По отношению к системе «Бета» тот же самый стержень движется со скоростью v в направлении оси x_β. В момент $t_\alpha=t_\beta=0$ начала координат обеих систем совпадают (событие O).

Под длиной движущегося стержня естественно понимать расстояние между одновременными положениями его концов, причем одновременность следует трактовать в смысле той системы отсчета, в которой измеряется длина. В системе «Бета» положение правого конца стержня, одновременное с прохождением его левого конца через начало координат, соответствует событию M на пространственно-временном графике. Пространственная координата этого события в системе «Альфа» $x_{M\alpha}=l_0$, так как прямая AM параллельна оси $x_\alpha=0$. Расширенные координаты события M в системе «Бета»

$$t_{M\beta}=0; \quad x_{M\beta}=l,$$

где l — релятивистская длина, потому что в системе «Бета» рассматриваемый стержень движется, а события O и M — одновременные положения его концов.

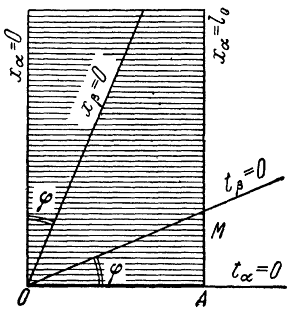


Рис. 70.

Согласно преобразованию Лоренца

$$x_{M\alpha}=K(x_{M\beta}+vt_{M\beta}),$$

или

$$l_0=Kl, \quad l=\frac{l_0}{K}.$$

Иными словами, вследствие быстрого движения продольная длина стержня сокращается в K раз.

К тому же, разумеется, результату приводит и формула обратного преобразования

$$x_{M\beta}=K(x_{M\alpha}-vt_{M\alpha}),$$

нужно только иметь в виду, что в $\triangle AOM$ катет $t_{M\alpha}=vx_{M\alpha}=l_0$, так как $\operatorname{tg}\varphi=v$. Подставляя эти значения в только что написанную формулу преобразования Лоренца, имеем:

$$l=K(l_0-v\cdot vl_0)=K(1-v^2)l_0,$$

или

$$l=\frac{l_0}{K},$$

так как

$$1-v^2=\frac{1}{K^2}.$$

В. К выводу формулы Эйнштейна (к стр. 100)

Средствами элементарной математики справедливость приближенной формулы

$$\frac{1}{\sqrt{1-v^2}} \approx 1+\frac{1}{2}v^2 \qquad (1)$$

может быть доказана следующим образом. Возведем обе части предполагаемого приближенного равенства (1) в квадрат:

$$\frac{1}{1-v^2} \approx \left(1+\frac{1}{2}v^2\right)^2, \qquad (2)$$

или

$$\frac{1}{1-v^2} \approx 1+v^2+\frac{1}{4}v^4. \qquad (3)$$

Умножаем обе части полученной формулы (3) на $1-v^2$:

$$1 = 1+v^2+\frac{1}{4}v^4-v^2-v^4-\frac{1}{4}v^6. \qquad (4)$$

Если в полученной формуле (4) пренебречь всеми членами, содержащими v в степени выше третьей, она превращается в тождество. Тем самым подтверждена справедливость (с указанной только что точностью) и исходного приближенного равенства (1).

Знакомые с высшей математикой без труда разложат функцию

$$\frac{1}{\sqrt{1-v^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-x}} \qquad (5)$$

в ряд по степеням малой величины $x=v^2$ и получат более точную формулу

$$\frac{1}{\sqrt{1-v^2}} = 1+\frac{1}{2}v^2-\frac{3}{8}v^4+\frac{7}{16}v^6-\ldots \qquad (6)$$

Может создаться впечатление, что более точная формула (6) подрывает доверие к точности соотношения

$$\Delta m = \frac{E_{\text{кин}}}{c^2}. \qquad (7)$$

Но не нужно забывать, что «классическая» формула кинетической энергии

$$E_{\text{кин}} = \frac{1}{2} m_0 V^2 \tag{8}$$

с релятивистской точки зрения сама является приближенной — справедливой при малых v с точностью до членов порядка малости высшего, чем v^2.

Г. Продольная масса *) (к стр. 109)

Используя символику дифференциального исчисления, уравнение (4) § 23

$$\Delta(mV) = F\Delta t$$

записываем в виде

$$d(mV) = F\,dt,$$

или

$$\frac{d}{dt}(mV) = F.$$

Подставив сюда значение релятивистской массы

$$m = m_0 K = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2}}$$

и заменив V через cv, получим уравнение

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{m_0 cv}{\sqrt{1-v^2}}\right) = F.$$

Выполним дифференцирование:

$$\frac{m_0}{\left(\sqrt{1-v^2}\right)^3} \frac{dV}{dt} = F.$$

Введя теперь обозначение

$$m_{\text{пр}} = \frac{m_0}{\left(\sqrt{1-v^2}\right)^3} = m_0 K^3 = mK^2,$$

можно записать интересующий нас закон динамики в виде

$$m_{\text{пр}} \frac{dV}{dt} = F,$$

*) Для читателей, изучавших высшую математику.

или

$$m_{\text{пр}} dV = F\,dt,$$

что вполне соответствует формулам (5) § 23. Величина $m_{\text{пр}}$ называется продольной массой.

Д. «Сложение» скоростных коэффициентов (к стр. 126 и 135)

В результате «сложения» двух равных, но противоположно направленных скоростей v и $-v$ получается *релятивистски удвоенная* скорость

$$v' = \frac{2v}{1+v^2}. \tag{1}$$

Если слагаемым скоростям $\pm v$ соответствовал скоростной коэффициент

$$K = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}, \tag{2}$$

то результирующей скорости v' отвечает скоростной коэффициент

$$K' = \frac{1}{\sqrt{1-v'^2}}. \tag{3}$$

Подставим в (3) значение v' из (1):

$$K' = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{2v}{1+v^2}\right)^2}} = \frac{1+v^2}{\sqrt{(1+v^2)^2-(2v)^2}}, \tag{4}$$

или

$$K' = \frac{1+v^2}{\sqrt{1-2v^2+v^4}} = \frac{1+v^2}{1-v^2}. \tag{5}$$

Но на основании (2)

$$1-v^2 = \frac{1}{K^2}; \quad v^2 = 1-\frac{1}{K^2} \tag{6}$$

и

$$1+v^2 = 2-\frac{1}{K^2} = \frac{2K^2-1}{K^2}. \tag{7}$$

Подставим эти значения в (5):

$$K' = \frac{2K^2-1}{K^2} K^2 = 2K^2 - 1. \tag{8}$$

Полученная формула показывает, как меняется скоростной коэффициент в результате релятивистского удвоения скорости. При $K=10$ формула (8) дает

$$K' = 2 \cdot 10^2 - 1 = 199. \tag{9}$$

В табл. 2 приведены результаты сложения не одинаковых, а различных скоростных коэффициентов; они рассчитаны по несколько более сложной формуле *). В верхней

Таблица 2

«Сложение» скоростных коэффициентов

	2	5	10	20	50	100
2	7	19	37	75	187	373
5	19	49	99	198	595	990
10	37	99	199	400	1000	2000
20	75	198	400	800	2000	4000
50	187	575	1000	2000	5000	10 000
100	373	990	2000	4000	10 000	200 000

строке и левом столбце таблицы напечатаны скоростные коэффициенты K_1 и K_2, соответствующие скоростям v_1 и v_2. Скоростной же коэффициент K, стоящий на пересечении вертикали K_1 и горизонтали K_2, соответствует результирующей скорости

$$v = \frac{v_1 + v_2}{1 + v_1 v_2}. \tag{10}$$

Например, если движение ракеты «Бета» по отношению к ракете «Альфа» характеризуется скоростным коэффициентом $K_1=5$, а ракеты «Гамма» относительно системы «Бета» — коэффициентом $K_2=10$, то движению ракеты «Гамма» относительно системы «Альфа» соответствует скоростной коэффициент $K=99$. При больших значениях K_1 и K_2 «результирующий» скоростной коэффициент

$$K \approx 2K_1K_2. \tag{11}$$

*) $K = K_1K_2 + \sqrt{(K_1^2-1)(K_2^2-1)}$.

Е. Релятивистская «формула Циолковского» *) (к стр. 141)

Рассмотрим движение ракеты в квазисобственной системе отсчета, т. е. в инерциальной системе «Каппа», мгновенно связанной с ракетой в момент времени τ по бортовым часам. Мы будем предполагать, что двигатель выбрасывает частицы с постоянной скоростью v относительно ракеты (в случае фотонов $v=1$), причем релятивистская масса частиц, отброшенных за промежуток бортового времени $d\tau$, равна dm_1. Так как общая релятивистская масса системы рассматриваемых тел в квазисобственной системе отсчета сохраняется постоянной, то масса покоя ракеты m_0 уменьшается при этом на величину dm_1, т. е.

$$dm_0 = -dm_1.$$

Общий импульс, уносимый «струей» частиц за время $d\tau$, составляет

$$v\,dm_1 = -v\,dm_0.$$

На такую же величину изменяется при этом и импульс ракеты:

$$m_0 du = -v\,dm_0, \qquad (1)$$

где du — приращение скорости ракеты в квазисобственной системе за время $d\tau$ (изменение импульса ракеты за счет уменьшения ее массы во внимание не принимается, так как в квазисобственной системе ракета почти покоится и к ней применима механика Ньютона).

Переменные m_0 и u, рассматриваемые как неизвестные функции бортового времени τ, в уравнении (1) разделяются:

$$\frac{dm_0}{m_0} = -\frac{du}{v},$$

и мы можем проинтегрировать его по бортовому времени в пределах от 0 до τ:

$$\int_0^\tau \frac{dm_0}{m_0} = -\int_0^\tau \frac{du}{v}.$$

*) Для читателей, изучавших высшую математику.

Получим:

$$\ln \frac{m_0}{M_0} = -\frac{1}{v} \int_0^\tau du, \tag{2}$$

где $M_0 = m_0(0)$ — стартовое значение массы покоя ракеты (в момент $\tau = 0$).

В классической механике $\int_0^\tau du$ дает значение скорости ракеты u в момент τ (в предположении, что в начальный момент скорость равнялась нулю). Но в теории относительности классический закон сложения скоростей теряет силу, и потому указанный интеграл не допускает уже такого простого истолкования. Астронавты, которые в течение всего полета живут и производят измерения в квазисобственной системе отсчета, вправе трактовать величину

$$\eta = \int_0^\tau du \tag{3}$$

как скорость, «накопленную» (или «набранную») ракетой за время полета в результате работы ее двигателей.

Известный исследователь в области фотонных ракет Е. Зенгер назвал эту величину *собственной скоростью*, хотя она, разумеется, и не имеет ничего общего со всегда равной нулю (или очень малой) скоростью ракеты в квазисобственной системе отсчета. В принципе величина η ничем не ограничена и может превышать скорость света (например, в результате годового полета с собственным ускорением 10 *м/сек*^{2} набирается собственная скорость 320 000 *км/сек*, в результате двухлетнего — 640 000 *км/сек* и т. д.). Однако пока еще скорость ракеты не приблизилась к световой, величина η почти совпадает со скоростью полета ракеты относительно Земли.

Переписав соотношение (2) в виде

$$\ln \frac{m_0}{M_0} = -\frac{\eta}{v},$$

имеем:

$$\frac{m_0}{M_0} = e^{-\frac{\eta}{v}}. \tag{4}$$

Последняя формула может рассматриваться как релятивистское обобщение известной формулы К. Э. Циолковского

$$\frac{m}{M}=e^{-\frac{u}{v}},$$

в которую она и переходит при $\eta=v$, т. е. при достаточно малых (не релятивистских) скоростях полета.

Другой вывод формулы (4) дан в дополнении И.

Ж. Хронология межзвездных путешествий *) (к стр. 142)

График зависимости между продолжительностью межзвездной экспедиции по бортовым и земным часам (см. рис. 59) построен на основании следующего расчета.

Согласно предположению, ракета летит с постоянным по абсолютной величине *собственным* ускорением a_0, измеряемым в квазисобственной, т. е. мгновенно-связанной с ракетой, системе «Каппа». При этом, как уже отмечалось, ускорение a ракеты в системе «Земля» будет с течением времени меняться, убывая по мере набора скорости. Чтобы установить количественную связь между a и a_0, сравним приращения скорости ракеты в обеих системах.

В момент t_0 по бортовым часам скорость ракеты в системе «Каппа» равна нулю, а в системе «Земля» v. К моменту t_0+dt_0 бортового времени скорость ракеты в системе «Каппа» достигнет величины dv_0, а в системе «Земля» — величины $v+dv$. На основании эйнштейновского закона сложения скоростей имеем:

$$v+dv=\frac{v+dv_0}{1+v\,dv_0} \tag{1}$$

(скорость ракеты по отношению к Земле $v+dv$ релятивистски складывается из скорости v системы «Каппа» относительно Земли и скорости ракеты dv_0 в системе «Каппа»).

Умножим обе части равенства (1) на знаменатель дроби $1+v\,dv_0$:

$$v+dv+v^2dv_0+v\,dv\,dv_0=v+dv_0, \tag{2}$$

---

*) Для читателей, изучавших высшую математику.

откуда после приведения подобных членов и пренебрежения бесконечно малыми второго порядка

$$dv = dv_0 (1 - v^2), \tag{3}$$

или

$$\frac{dv}{1-v^2} = dv_0. \tag{4}$$

Но

$$dv_0 = a_0\, dt_0, \tag{5}$$

так как в системе «Каппа» ракета движется с постоянным ускорением a_0. Следовательно,

$$\frac{dv}{1-v^2} = a_0\, dt_0. \tag{6}$$

Проинтегрируем почленно полученное равенство в пределах, соответствующих старту ракеты и рассматриваемому моменту времени:

$$\int_0^v \frac{dv}{1-v^2} = \int_0^{t_0} a_0\, dt_0 \tag{7}$$

(здесь v означает скорость ракеты относительно Земли в момент t_0 по бортовым часам). Интегрирование дает:

$$\operatorname{ar\,th} v = a_0 t_0, \tag{8}$$

или

$$v = \operatorname{th}(a_0 t_0). \tag{9}$$

Это — закон нарастания скорости ракеты относительно Земли в зависимости от бортового времени. При $t_0 \to \infty$ скорость ракеты $v \to 1$ (т. е. к световой скорости).

Формула (9) позволяет связать бесконечно малые приращения dt и dt_0 земного и бортового времени. В самом деле, релятивистская длительность dt больше собственной длительности dt_0 в K раз:

$$dt = K\, dt_0. \tag{10}$$

Но, как известно,

$$K = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}, \tag{11}$$

и в силу формулы (9)

$$K = \frac{1}{\sqrt{1-\operatorname{th}^2(a_0 t_0)}} = \operatorname{ch}(a_0 t_0). \tag{12}$$

Следовательно,

$$dt = \operatorname{ch}(a_0 t_0) \cdot dt_0. \tag{13}$$

Проинтегрируем от старта до текущего момента:

$$\int_0^t dt = \int_0^{t_0} \operatorname{ch}(a_0 t_0) dt_0, \tag{14}$$

откуда

$$t = \frac{1}{a_0} \operatorname{sh}(a_0 t_0). \tag{15}$$

Полученная формула, связывающая бортовое время t_0 с земным временем t, справедлива для любого момента в пределах первой четверти путешествия — пока ракета летит с постоянным положительным собственным ускорением a_0.

Обозначим продолжительность всего путешествия (в оба конца) по земным часам через T, а по бортовым часам — через T_0. Тогда конец первой четверти путешествия придется на момент времени

$$t = \frac{T}{4}; \quad t_0 = \frac{T_0}{4}.$$

Это — один и тот же момент времени, только измеренный в различных системах; поэтому величины t и t_0 связаны формулой (15):

$$\frac{T}{4} = \frac{1}{a_0} \operatorname{sh} \frac{T_0}{4}, \tag{16}$$

или

$$T = \frac{4}{a_0} \operatorname{sh} \frac{T_0}{4}. \tag{17}$$

По этому равенству и построены графики рис. 59 при различных значениях a_0: 10, 15 и 20 *м/сек*^{2}.

Более детально кинематика и динамика фотонной ракеты рассматриваются в дополнениях З и И с использованием основных понятий релятивистской механики в четырехмерном изложении.

З. Кинематика фотонной ракеты *) (к стр. 165)

При изложении релятивистской механики в инвариантной форме (т. е. без явного упоминания системы отсчета) оперируют лишь с инвариантными скалярами, четырех-

*) Для читателей, изучавших высшую математику.

мерными векторами и еще более сложными величинами — четырехмерными тензорами.

Как уже упоминалось, простейшим четырехмерным вектором является радиус-вектор $\boldsymbol{S}$ какого-нибудь события M. Его проекциями служат расширенные координаты этого события (x, y, z, t). В классической механике дифференцирование трехмерного радиуса-вектора $\boldsymbol{r}$ по времени дает трехмерный вектор скорости

$$\boldsymbol{u}=\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}; \tag{1}$$

в теории относительности можно попытаться ввести аналогичным путем понятие четырехмерной скорости $\boldsymbol{U}$.

Поскольку, однако, мы задались целью излагать механику в инвариантной форме, в определении физической величины не может фигурировать явно зависящий от системы отсчета скаляр t. Естественно заменить его собственным временем t_0, которое при малых скоростях относительно системы отсчета практически не отличается от t. Это приводит нас к следующему определению четырехмерной скорости:

$$\boldsymbol{U}=\frac{d\boldsymbol{S}}{dt_0}=\frac{d\boldsymbol{S}}{ds}; \tag{2}$$

при этом имеется в виду, что четырехмерные радиусы-векторы S и $S+dS$ соответствуют началу и концу бесконечно малого перемещения материальной точки, а $dt_0=ds$ обозначает собственную длительность этого процесса, совпадающую с интервалом между его началом и концом:

$$ds=|d\boldsymbol{S}|=\sqrt{dx^2+dy^2+dz^2-dt^2}. \tag{3}$$

Проекциями четырехмерного вектора скорости являются четыре скалярные величины:

$$U_x=\frac{dx}{ds}; \quad U_y=\frac{dy}{ds}; \quad U_z=\frac{dz}{ds}; \quad U_t=\frac{dt}{ds}. \tag{4}$$

Первые три из них в какой-то мере соответствуют проекциям трехмерной скорости классической механики, четвертая же

$$U_t=\frac{dt}{ds}=\frac{dt}{dt_0}=K \tag{5}$$

показывает, во сколько раз собственная длительность перемещения меньше его релятивистской длительности в данной системе отсчета. Иными словами, пространственные составляющие четырехмерной скорости U_x, U_y, U_z характеризуют быстроту изменения соответствующих координат относительно выбранной системы отсчета (за единицу собственного времени), а временная составляющая U_t— быстроту течения времени данной системы отсчета (также за единицу собственного времени). Модуль четырехмерной скорости

$$|\boldsymbol{U}| = \left|\frac{d\boldsymbol{S}}{ds}\right| = \frac{|d\boldsymbol{S}|}{ds} = \frac{ds}{ds} = 1, \tag{6}$$

что может быть записано и так:

$$|\boldsymbol{U}|^2 = U_x^2 + U_y^2 + U_z^2 - U_t^2 = 1. \tag{7}$$

Применим введенные понятия к полету фотонной или ионной ракеты в направлении оси x, когда $y \equiv z \equiv 0$, так что можно ограничиться двумя составляющими четырехмерной скорости ($U_y \equiv U_z \equiv 0$). При этом равенство (7) принимает вид

$$U_x^2 - U_t^2 = 1. \tag{8}$$

Дифференцируя по s, имеем:

$$U_x \frac{dU_x}{ds} = U_t \frac{dU_t}{ds}, \tag{9}$$

что может быть записано также и в виде пропорции

$$\frac{dU_x}{ds} : U_t = \frac{dU_t}{ds} : U_x = a_0, \tag{10}$$

где a_0— некоторое число (вообще говоря, зависящее от s). Тогда

$$\frac{dU_x}{ds} = a_0 U_t; \quad \frac{dU_t}{ds} = a_0 U_x. \tag{11}$$

Легко видеть, что введенная только что величина a_0 имеет смысл *собственного ускорения*. Ведь в инерциальной системе, мгновенно-связанной с ракетой,

$$ds = dt; \quad U_t = \frac{dt}{ds} = 1; \quad \frac{dU_x}{ds} = \frac{dU_x}{dt}, \tag{12}$$

так что первая из формул (11) приобретает вид

$$\frac{dU_x}{dt} = a_0. \tag{13}$$

А этим уже полностью разъясняется физический смысл параметра a_0: производная от скорости по времени в мгновенно-связанной системе отсчета является не чем иным, как собственным ускорением.

В дальнейшем мы будем считать, что собственное ускорение a_0 задано как функция собственного времени. Пассажиры ракеты могут измерять a_0 с помощью инерционного акселерометра совершенно автономно (т. е. не обращаясь к каким-либо внешним объектам); собственное же время $t_0=s$ может отсчитываться по бортовым часам.

Интегрируя собственное ускорение по собственному времени, астронавты могут определить новую величину

$$\eta=\int_0^s a_0\,ds, \tag{14}$$

которую они вправе трактовать как скорость, «накопленную» (или «набранную») ракетой за время полета благодаря работе ее двигателей.

Из (14) следует, что

$$d\eta=a_0\,ds. \tag{15}$$

Последнее позволяет придать формулам (11) более компактный вид:

$$\frac{dU_x}{d\eta}=U_t;\quad \frac{dU_t}{d\eta}=U_x. \tag{16}$$

Это — система из двух линейных дифференциальных уравнений с двумя неизвестными функциями $U_x(s)$ и $U_t(s)$. Для разделения неизвестных подставляем U_t из первого уравнения (выраженное через производную от U_x) во второе уравнение, а U_x из второго уравнения — в первое:

$$\frac{d^2U_x}{d\eta^2}=U_x;\quad \frac{d^2U_t}{d\eta^2}=U_t. \tag{17}$$

Теперь остается только решить полученные линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Начальные условия должны отражать тот факт, что при $t_0=s=0$, а значит, и при $\eta=0$, ракета начинает свое движение с нулевой скоростью ($U_x=0$) и с некоторым начальным значением собственного ускорения $\frac{dU_x}{ds}=a_{\text{нач}}$; при этом, в соответствии с формулами (11), $U_t=1$ (собственное время неподвижной еще ракеты не отличается от релятивистского) и $\frac{dU_t}{ds}=0$.

Решения уравнений (17), удовлетворяющие указанным начальным условиям, имеют вид

$$U_x=\operatorname{sh}\eta; \quad U_t=\operatorname{ch}\eta. \tag{18}$$

Отсюда легко могут быть найдены x и t:

$$x=\int_0^s U_x ds=\int_0^s \operatorname{sh}\eta\cdot ds; \tag{19}$$

$$t=\int_0^s U_t ds=\int_0^s \operatorname{ch}\eta\cdot ds. \tag{20}$$

В частном случае полета с постоянным собственным ускорением $a_0=\text{const}$ согласно формуле (14)

$$\eta=\int_0^s a_0\, ds=a_0 s \tag{21}$$

и, следовательно,

$$x=\int_0^s \operatorname{sh}(a_0 s)\, ds=\frac{1}{a_0}\left[\operatorname{ch}(a_0 s)-1\right]; \tag{22}$$

$$t=\int_0^s \operatorname{ch}(a_0 s)\, ds=\frac{1}{a_0}\operatorname{sh}(a_0 s), \tag{23}$$

что полностью совпадает с результатом, полученным в дополнении Е иным путем (при сравнении нужно иметь в виду, что $s=t_0$).

Координата x — это расстояние, пройденное ракетой к моменту s собственного времени и измеренное в той инерциальной системе отсчета, относительно которой начальная скорость ракеты была нулевой (при старте с нашей планеты такой системой является «Земля»). В той же системе измеряется и релятивистское время t, соответствующее данному моменту s собственного времени.

Динамическая сторона полета фотонной или ионной ракеты рассматривается в дополнении И.

И. Динамика фотонной ракеты *)
(к стр. 165 и 184)

Четырехмерный вектор $\boldsymbol{P}$ энергии и импульса связан с четырехмерным вектором скорости $\boldsymbol{U}$ простой зависимостью

$$\boldsymbol{P} = E_0 \cdot \boldsymbol{U}, \qquad (1)$$

где E_0 — масса (или энергия) покоя (мы пользуемся системой единиц, где $c=1$). Следовательно,

$$\left.\begin{aligned} P_x &= E_0 U_x, \\ P_y &= E_0 U_y, \\ P_z &= E_0 U_z, \\ E = P_t &= E_0 U_t = E_0 K. \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Пусть теперь $E_{\text{нач}}$ обозначает массу-энергию покоя межзвездной ракеты в момент старта. По мере работы двигателя масса-энергия покоя ракеты расходуется на образование реактивной струи или луча. Можно поэтому положить, что в момент s собственного (бортового) времени масса покоя ракеты $E_0 = \gamma E_{\text{нач}}$, где γ — некоторая правильная дробь, которая с течением времени убывает. Закон этого убывания мы и желаем сейчас установить.

Основной динамический закон полета ракеты состоит в том, что ее импульс p меняется на такую же величину (но в противоположную сторону), что и импульс $p_{\text{стр}}$ фотонной или ионной струи. Изменение импульса ракеты за время ds

$$dp = d\,(Eu) = E \cdot du + u \cdot dE,$$

так как в любой инерциальной системе импульс p равен произведению массы-энергии ракеты E на ее скорость u. Но нам удобнее будет вести дальнейшие рассуждения в системе отсчета, которая мгновенно-связана с ракетой. Тогда $E = E_0 = \gamma E_{\text{нач}}$, а $u=0$, так что

$$dp = E_0 \cdot du = \gamma E_{\text{нач}} \cdot a_0 ds, \qquad (3)$$

ибо в выбранной нами системе бесконечно малое приращение скорости равно произведению собственного ускорения a_0 на элемент собственного времени ds.

---

*) Для читателей, изучавших высшую математику.

Импульс струи (или луча) изменяется лишь благодаря выбросу новых порций массы-энергии. В избранной нами системе отсчета масса покоя, отброшенная ракетой за время ds и равная уменьшению массы покоя ракеты, составляет

$$dE_0 = d(\gamma E_{\text{нач}}) = E_{\text{нач}}\, d\gamma. \qquad (4)$$

Такое количество массы-энергии покоя поступает за время ds в световую или ионную струю. Насколько же увеличится благодаря этому импульс струи, зависит от средней скорости выбрасываемых частиц. Если все частицы вылетают со скоростью v, то

$$dp_{\text{стр}} = v \cdot dE_0 = v \cdot E_{\text{нач}}\, d\gamma, \qquad (5)$$

а в наиболее благоприятном случае, когда все отбрасываемые назад частицы — фотоны, вылетающие со световой скоростью ($v=1$),

$$dp_{\text{стр}} = dE_0 = E_{\text{нач}}\, d\gamma. \qquad (6)$$

Это — максимально возможный прирост импульса при данной затрате энергии.

Если же струя состоит из быстрых и медленных частиц (например, из фотонов и неактивных продуктов какой-либо ядерной реакции, энергия которой используется для питания «прожектора»), то под v надо подразумевать некоторую *усредненную* скорость, определяемую как отношение фактически сообщаемого импульса $dp_{\text{стр}}$ к максимально возможному при данной затрате энергии импульсу dE_0.

Приравнивая (по абсолютной величине) приращения импульсов реактивной струи (5) и ракеты (3), получаем дифференциальное уравнение

$$vE_{\text{нач}}\, d\gamma = -\gamma E_{\text{нач}}\, a_0 ds, \qquad (7)$$

или

$$\frac{d\gamma}{d\eta} = -\frac{1}{v}\gamma, \qquad (8)$$

где, как и в добавлении 3, $d\eta = a_0 ds$.

Решение уравнения (8)

$$\gamma = e^{-\frac{\eta}{v}} \qquad (9)$$

показывает, как меняется масса покоя ракеты (в долях начальной) по мере набора ею «собственной» скорости η. Это — релятивистское обобщение известной формулы К. Э. Циолковского. В случае фотонной ракеты с получением фотонов за счет аннигиляции вещества и антивещества, усредненная скорость $v=1$ и формула (9) принимает вид

$$\gamma=e^{-\eta}. \tag{10}$$

Легко видеть, что при неограниченном наборе собственной скорости ($\eta\to\infty$) масса-энергия покоя ракеты E_0 стремится к нулю. Но так как при этом скорость ракеты относительно Земли приближается к световой, релятивистская масса-энергия звездолета к нулю не стремится.

Чтобы убедиться в этом, достаточно написать в системе «Земля» законы сохранения:

$$E_{\text{стр}}+E=E_{\text{нач}} \tag{11}$$

(энергия струи плюс энергия движущейся ракеты равняется начальной энергии ракеты) и

$$E_{\text{стр}}=Eu \tag{12}$$

(импульс струи $p_{\text{стр}}=E_{\text{стр}}$ совпадает по абсолютной величине с импульсом движущейся ракеты $p=Eu$). Подставляя $E_{\text{стр}}$ из (12) в (11), имеем:

$$Eu+E=E_{\text{нач}}, \tag{13}$$

откуда

$$E=\frac{E_{\text{нач}}}{1+u}. \tag{14}$$

В результате неограниченной работы фотонного двигателя скорость ракеты u приближается к световой ($u\to 1$); поэтому, как видно из формулы (14), релятивистская энергия-масса ракеты в системе «Земля» стремится к половине своего начального значения (совпадающего с энергией покоя):

$$E\longrightarrow\frac{1}{2}E_{\text{нач}}. \tag{15}$$

Таким образом, фотонная ракета никогда не сможет отдать световой струе больше половины своего начального запаса энергии и массы, хотя масса-энергия покоя ракеты с течением времени неограниченно убывает:

$$E_0 = \gamma E_{\text{нач}} \to 0. \tag{16}$$

Пассажиры ракеты ясно видят, что запасы «горючего» (в качестве которого используются и элементы конструкции) подходят к концу; однако к этому времени ракета уже движется столь быстро, что релятивистская масса-энергия ее E в системе «Земля» составляет не менее половины первоначальной. В этом случае кинетическая энергия ракеты в системе «Земля» будет во много раз превышать собственную энергию вещества, из которого сделана ракета.

ЛИТЕРАТУРА *)

В. Е. Львов, Жизнь Альберта Эйнштейна, Изд. «Молодая гвардия», 1959. — Биография творца теории относительности. Рассказывая о сложном и противоречивом жизненном пути ученого, автор в самых общих чертах знакомит читателя и с сущностью его замечательных открытий.

Б. Г. Кузнецов, Альберт Эйнштейн (к 80-летию со дня рождения). Изд. «Знание», 1959. — Брошюра-лекция Всесоюзного общества по распространению политических и научных знаний, рассказывающая в сжатой форме о творце теории относительности и научном значении его идей.

Б. Г. Кузнецов, Эйнштейн, Изд. АН СССР, 1962. — В этой книге жизненный путь, мировоззрение и творчество Эйнштейна рассматриваются в свете новейших тенденций современной науки. Это позволяет ярче охарактеризовать бессмертный образ великого ученого.

Ю. И. Соколовский, Сюрпризы околосветовых скоростей. Диалог о теории относительности, Изд. «Знание», 1963. — В форме непринужденной беседы на самом популярном уровне разъясняется (без доказательств) физическое содержание принципа относительности и сущность основных релятивистских эффектов (относительность одновременности, замедление времени и сокращение масштабов). Особое внимание уделено правильному научному истолкованию зависимости массы от скорости и закона взаимосвязи энергии и массы.

Л. Д. Ландау, Ю. Б. Румер, Что такое теория относительности, Изд. «Сов. Россия», 1959. — Небольшая по объему, очень популярно и живо написанная книжка о частной теории относительности. Доступна и интересна самым широким кругам читателей.

Л. Э. Гуревич, Теория относительности, Изд. «Знание», 1957. — Брошюра-лекция Всесоюзного общества по распространению политических и научных знаний, кратко излагающая основные положения частной теории относительности в элементарной форме.

---

*) Литература дана в порядке нарастания трудности.

А. Эйнштейн, Л. Инфельд, Эволюция физики, Развитие идей от первоначальных понятий до теории относительности и квант. Гостехиздат, 1956. — Книга показывает, каким образом новые понятия и теории возникают и развиваются под влиянием необходимости разрешить противоречия между старыми представлениями и новой научной практикой. Мастерское изложение делает книгу доступной для неспециалистов.

Б. Г. Кузнецов, Беседы о теории относительности, Изд. АН СССР, 1960. — Элементарное изложение основ специальной и общей теории относительности (без высшей математики). В начале книги приводятся некоторые сведения из физики и математики, необходимые для понимания дальнейших глав.

А. Эйнштейн, О специальной и общей теории относительности (общедоступное изложение). Научное книгоиздательство, 1923. — По замыслу автора эта популярная книжка «должна дать возможно точное представление о теории относительности лицам, интересующимся теорией с общенаучной, философской точки зрения, но не владеющим математическим аппаратом теоретической физики. Чтение книжки предполагает приблизительно среднее образование и, несмотря на краткость, достаточно много терпения и силы воли у читателя... Желаю, чтобы книжка многим доставила несколько часов радостного возбуждения» (из предисловия Эйнштейна).

М. Борн, Теория относительности Эйнштейна и ее физические основы, ОНТИ, 1938.— Первые главы обстоятельно знакомят читателя с теми общими физическими представлениями и опытными фактами, из которых возникла теория Эйнштейна. Далее следует подробное изложение основ частной теории относительности в элементарной форме и краткий очерк теории тяготения.

Эйнштейн и современная физика, Сборник памяти А. Эйнштейна, Гостехиздат, 1956. —Книга содержит статьи из двух юбилейных номеров журнала «Успехи физических наук» (том LXII, вып. 2, том LIX, вып. 1, 1955, 1956). Для наших читателей наибольший интерес представляют следующие материалы: Э. В. Шпольский, Альберт Эйнштейн (1879—1955); А. Ф. Иоффе, Памяти Альберта Эйнштейна; А. Эйнштейн, Творческая автобиография; В. А. Фок, Замечания к творческой автобиографии Альберта Эйнштейна; И. Е. Тамм, Эйнштейн и современная физика; Л. Инфельд, История развития теории относительности; Л. Инфельд, Мои воспоминания об Эйнштейне.

А. Д. Александров, Философское содержание и значение теории относительности. В сборнике «Философские проблемы современного естествознания. Труды Всесоюзного совещания по философским проблемам естествознания». Изд. АН СССР, 1959.— Доклад, представляющий большой интерес как для специалистов, так и для широкого круга лиц, интересующихся теорией относительности.

В. Н. Бакушинский, Теория относительности. Упрощенное математическое изложение. Учпедгиз, 1936.—Книга рассчитана на преподавателей физики и математики средней школы, а также и на студентов. Материал изложен в пределах несложного дифференцирования и интегрирования. Рассматриваются вопросы как специальной, так и общей теории относительности.

А. И. Жуков, Введение в теорию относительности, Физматгиз, 1961.— Лучшее из почти элементарных изложений, удачно сочетающее доступность с глубоким раскрытием физических идей. Особенностью книги является достаточно подробное рассмотрение равноускоренного движения, а также неинерциальных систем отсчета в релятивистской механике. Значительная часть книги посвящена общей теории относительности. Изучившие «Теорию относительности в элементарном изложении» найдут для себя много интересного в книге Жукова.

М. В. Мостепаненко, Материалистическая сущность теории относительности Эйнштейна, Соцэкгиз, 1962. — В книге разбираются основные философские идеи, сущность и значение теории Эйнштейна. Одновременно дается общедоступное изложение физического содержания всех ее частей: специальной теории относительности, общей теории относительности и попыток построить единую теорию поля.

А. З. Петров, Пространство время и материя. Элементарный очерк современной теории относительности, Изд. Казанск. ун-та, 1961. — Сжатое и очень насыщенное идеями изложение основ частной и общей теории относительности, которое, хотя и не опирается на аппарат высшей математики, но все же рассчитапо на читателей с достаточно высоким уровнем общего развития и привычкой свободно оперировать абстрактными понятиями физико-математических наук.

Ю. Б. Румер, М. С. Рывкин, Теория относительности, Учпедгиз, 1960. — Учебное пособие для студентов физико-математических факультетов педагогических институтов. Изложение ведется в научно-доступной форме и в объеме, применительном для будущих преподавателей физики. Большое внимание уделено современным воззрениям на пространство, время, движение, гравитацию и той роли, которую играет теория относительности в современной атомной и ядерной физике.

П. Г. Бергман, Введение в теорию относительности. С предисловием А. Эйнштейна, ИЛ, 1947.— Учебное пособие для студентов физико-математических факультетов. Та часть его, которая посвящена специальной теории относительности, может быть использована также и более широким кругом читателей, сведущих в высшей математике.

Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Теория поля, Физматгиз, 1960.— Составная часть широко известного многотомного курса теоретической физики для физико-математических факультетов. В первых главах книги излагается частная теория относительности.

В. Паули, Теория относительности, Гостехиздат, 1947. — Классическая книга по теории относительности. Предназначена для широкого круга лиц, имеющих физико-математическое образование.

«Принцип относительности». Сборник работ классиков релятивизма, ОНТИ, 1936. — Содержит переводы основополагающих статей Г. А. Лоренца, А. Пуанкаре, А. Эйнштейна и Г. Минковского.

В. А. Фок, Теория пространства, времени и тяготения, Физматгиз, 1961. — Монография, в которой особое внимание уделяется вопросам принципиального значения, трактуемым на основании теоретических исследований автора. Рассчитана на специалистов, однако и менее подготовленные читатели с интересом прочтут некоторые главы (особенно стр. 9—19, 25—31, 40—68, 144—157, 230—238, 278—287 и др.).

ОГЛАВЛЕНИЕ

Юрий Иосифович Соколовский

Теория относительности
в элементарном изложении

М., 1964 г., 200 стр. с илл.
Редактор *В. Д. Козлов.*
Техн. редактор *Л. В. Лихачева.*
Корректор *К. В. Булатова.*

Сдано в набор 4/VII 1963 г. Подписано к печати 28/III 1964 г. Бумага 84×108 1/32.
Физ печ. л. 6,25. Условн печ. л. 10,25.
Уч.-изд. л 9,41 Тираж 40 000 экз. Т-08870.
Цена книги 38 коп. Заказ № 625.

Издательство «Наука».
Редакция литературы
по прикладной
и теоретической физике.
Москва, В-71, Ленинский проспект, 15.

Первая Образцовая типография
имени А. А. Жданова
Главполиграфпрома Государственного
комитета Совета Министров СССР
по печати.
Москва, Ж-54, Валовая, 28.

Цена 38 коп.