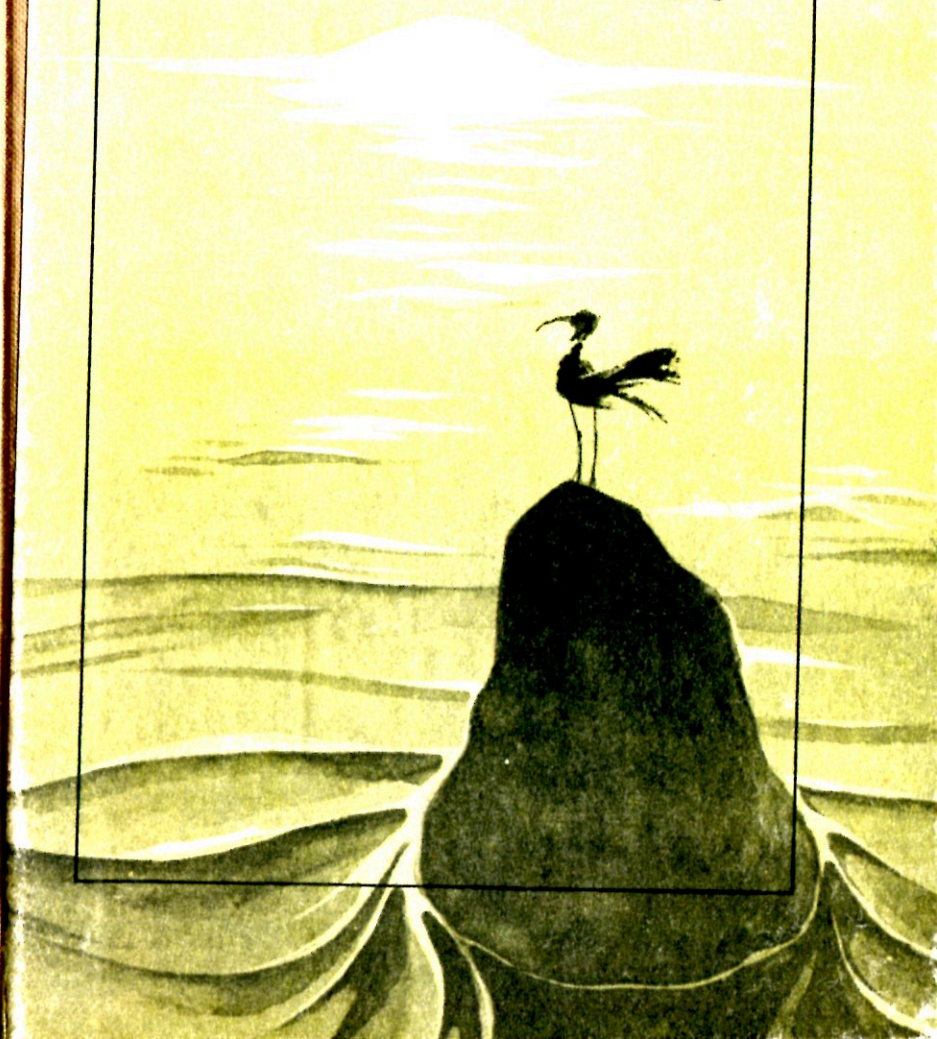


М.И. Каганов

ЭЛЕКТРОНЫ ФОНОНЫ МАГНОНЫ



М.И.Каганов

ЭЛЕКТРОНЫ ФОНОНЫ МАГНОНЫ



Москва «Наука»
Главная редакция
физико-математической литературы

1979

22.37
К 12
УДК 539.2

АННОТАЦИЯ

Почему металлы проводят электрический ток, а диэлектрики нет? Почему металлы лучше проводят тепло, чем диэлектрики? Почему вообще в природе существуют проводники — металлы и изоляторы — диэлектрики? Почему одни тела магниты, а другие нет? На эти и многие другие вопросы отвечает квантовая теория твердого тела, популярное изложение которой содержится в книге М. И. Каганова «Электроны, фононы, магныны».

В книге почти нет формул. При этом автор не ограничивается констатацией свойств и описанием явлений, а объясняет их природу, оперируя общефизическими понятиями. Уделяя много внимания изложению классических результатов квантовой теории твердого тела, автор подводит читателя к пониманию сегодняшних проблем науки о кристаллах.

Моисей Исаакович Каганов

ЭЛЕКТРОНЫ, ФОНОНЫ, МАГНЫНЫ

М., 1979, 192 стр. с илл.

Редактор Т. Г. Корышева
Техн. редактор Е. В. Морозова
Корректор О. М. Кривенко

ИБ № 11411

Сдано в набор 25.01.79. Подписано к печати 31.05.79. Т-11232. Бумага 84×108 $\frac{1}{2}$, тип. № 3. Обыкновенная гарнитура. Высокая печать. Услови. печ. л. 10,08. Уч.-изд. л. 9,53. Тираж 90 000 экз. Заказ № 412. Цена книги ● 45 коп.

Издательство «Наука»
Главная редакция физико-математической литературы
117071, Москва, В-71, Ленинский проспект, 15

4-я типография издательства «Наука», 630077, Новосибирск, 77, Станиславского, 25.

К 20403 — 099
053(02)-79 139-79. 1704060000

© «Наука», Главная редакция
физико-математической
литературы, 1979

До свидания, камень!
И да будет волна!

Д. Самойлов

ВМЕСТО ПРЕДИСЛОВИЯ

о языках науки

Наука в процессе познания окружающего мира, превращения «вещей в себе в вещи для нас», освоения непознанных областей и передачи своих достижений в человеческую практику выполняет еще одну функцию — *создает картину мира*, которая, меняясь из поколения в поколение, служит одной из важнейших характеристик цивилизации. Картина мира, т. е. совокупность знаний человечества о природе, содержится в сотнях томов специальных монографий и в десятках тысяч статей.

Строго говоря, картина мира, известная человечеству, не известна ни одному человеку. Каждый, даже самый образованный человек знает в деталях лишь небольшую часть картины, довольствуясь приблизительным знанием во всем, что выходит за пределы его специальности.

Трудность познания картины мира упирается не только в бесконечное разнообразие подробностей, но и в существование специализированных языков — средств общения и логических построений внутри научных областей, языков совершенно непонятных работающим в далеких областях и лишь приблизительно понятных работающим в соседних. Обобщение научных результатов, создание картины мира требует перевода описания научных результатов со специализированного языка на общечеловеческий. Но беда заключается в том, что специализированные языки гораздо более формализованы, чем любой общечеловеческий.

Всякий перевод труден. Тем более труден перевод с языка науки на язык, в котором каждое понятие имеет расплывчатый смысл и бесконтрольно обрастает опытом того, кто им пользуется. Картина мира в умах разных людей различна не только потому, что разные люди овладели разным объемом знаний, но и потому, что зафиксирована она на разных языках. Мир биолога не похож на мир физика. Мир инженера более механичен, чем мир гуманитария.

Научно-популярная литература — попытка перевода со строгого научного языка не менее формальный.

Не нужно думать, что ученый даже в процессе своей непосредственной деятельности всегда оперирует только формализованными строгими научными терминами. Это не так. Прислушиваясь к научным дискуссиям, к словесному оформлению докладов на семинарах и конференциях, к разговорам в кулуарах этих конференций, легко убедиться, что каждая научная профессия создает два языка. Строгий и точный. И значительно менее строгий.

Он состоит из смеси специальных терминов и общежитийских слов. Последние приобретают в результате многократного использования своеобразный смысл, который не удастся найти ни в одном из самых полных толковых словарей. Но, приобретая научный смысл, они не теряют своей эмоциональной окраски.

Слова человеческого языка, несомненно, обладают магической силой вызывать цепи ассоциаций и представлений, будят мысль, включают эмоциональную сферу. И в этом их сила. Именно поэтому ученые в поисках точных решений, в спорах и в попытках убедить своих оппонентов прибегают к живому разговорному языку, не ограничиваются точными, но сухими словами научного языка.

Научно-популярная литература знакомит читателя с разговорным языком науки.

Общепотребительные слова часто навязывают представления, не обязательные для данного понятия и мешающие уразуметь смысл утверждений. Перевод с языка науки на разговорный связан с потерями. Теряется точность утверждений. Это, конечно, необходимая плата за простоту. Но можно стараться преодолеть

левать груз *необязательных представлений*, наслонившихся на каждое общепотребительное слово.

Слова „распад, распасться“. Любой нефизик вслед за «Толковым словарем русского языка» под редакцией Д. Н. Ушакова скажет: «Слово „распасться“ означает: 1. Рассыпаться на *куски*, разрушиться, развалиться, разделиться на *составные части* (научн.!). 2. Разъединиться на части, утратив целостность, разбиться на *отдельные части*» (т. 3, стр. 1231). А физик постарается объяснить, что *распад* нейтрона на протон, электрон и антинейтрино не означает, что до распада нейтрон состоял (из кусков, из отдельных частей) из протона, электрона и антинейтрино. И слово „распад“ означает „превращение“, хотя все говорят... распад.

Другой пример: термин „столкновение“. Ушаков: «Катастрофа, происходящая, когда сталкиваются друг с другом двигающиеся с разных сторон предметы (примеры: столкновение поездов, аэропланов)» (т. 4, стр. 529). А в физике твердого тела *столкновение* электрона с фононом означает, что электрон „поглотил“ фонон.

Шутливая аналогия: столкновение волка с зайцем. После столкновения по полю бежит один волк.

Наука каждый день рождает новые понятия. Они требуют создания новых терминов. Для их создания часто используют слова разговорного общечеловеческого языка. При этом стало модным брать слова из далекого от науки ряда. „Странность“, „очарование“, „цвет“, „запах“ вошли в физику элементарных частиц.

Возможно, мода связана не столько с раскованностью создателей новой физики, сколько с попыткой избежать привнесения сопутствующих представлений. Назвав субнуклонную частицу кварком, автор (Гелл-Манн) прекрасно осознавал (или бессознательно ощущал), что все, что «тянется» за джойсовскими кварками, не может повлиять на представления о свойствах гипотетической составной частицы нуклонов.

Научно-популярная литература помогает осознать научный смысл слов, взятых из разговорного языка и перенесенных в новую для них область.

Но, конечно, главная задача научно-популярной литературы — ознакомление широкого круга читателей с научными результатами.

У вас в руках научно-популярная книга по квантовой физике твердого тела. По физике твердого тела популярные книги есть. Эта книга отличается от многих из них попыткой рассказать *собственно* о квантовой физике твердого тела, а не о ее применениях. О методах объяснения макроскопических эффектов, о связи физики твердого тела с квантовой механикой, о том, как создаются и используются новые понятия... И еще одним отличается — желанием «приоткрыть» завесу, объяснив, *как* получаются те или иные результаты, не ограничиваясь их констатацией. Успешной ли оказалась попытка, удалось ли исполнить желание, скажет читатель.

* * *

Желание рассказывать многим то, что мне кажется необычайно интересным, делиться радостью понимания — это чувство владеет мною давно. Оно нашло выражение в написании нескольких брошюр, выпущенных издательством «Знание». В прошлом году я провел два месяца по приглашению проф. Е. Червонко из Вроцлавского политехнического института в Польше.

В это время мои друзья Я. Ковальский и Т. Пашкевич решили перевести несколько моих популярных книжечек, объединив их под одним переплетом. В перерывах между лекциями и семинарами я помогал переводчикам из разрозненных брошюр сделать книгу. Книга эта, в 1978 г. вышла в Варшаве. Я ее люблю: она напоминает мне о днях, проведенных среди гостеприимных польских физиков. Во Вроцлаве я понял, что мне хочется иметь подобную книгу на русском языке. И понял, что объединение написанных в разное время брошюр меня не удовлетворит. Книгу надо *делать* заново. Именно *делать*. Кое-что можно взять из старых публикаций, кое-что переделать, а кое-что написать заново.

Работа над книгой мне доставляла удовольствие, и я «мучил» близких чтением отрывков, прежде всего свою жену. Я всегда находил в ней терпеливого слушателя, за что искренне ей благодарен.

$e \approx 4,8 \cdot 10^{-10}$ стсэ
 $m_e \approx 9,1 \cdot 10^{-28}$ г
 $\hbar \approx 10^{-27}$ эрг·сек.
 $c = 3 \cdot 10^{10}$ см/сек.
 $M_p = 1840 m_e$

ГЛАВА 1

О физике вообще и о квантовой механике в частности

ПОНЯТЬ — ЭТО ЗНАЧИТ УПРОСТИТЬ

В процессе бесконечного приспособления окружающего мира к своим потребностям человек познает мир. Результатом этой деятельности являются не только вещи, созданные человеком, но и представление об окружающем мире. Это представление, с одной стороны, все более детализируется (мы узнаем мир все в больших подробностях), а с другой — создается все более общий взгляд на мир. Остановимся на второй стороне процесса познания.

Обычно кажется, что создание новой теории, формулировка новых представлений усложняют картину мира. Очень часто приходится слышать, что современная физика необычайно сложна, а вот раньше якобы все было просто. Эта точка зрения даже получила поэтическую формулировку¹⁾:

«Был этот мир глубокой тьмой окутан.
 Да будет свет! И вот явился Ньютон».

Эпиграмма XVIII века.

¹⁾ С. Маршак. Соч. в 4-х т.— М.: Гослитиздат, 1959, т. 3, с. 601.

«Но Сатана не долго ждал реванша.
Пришел Эйнштейн — и стало все, как раньше».

Эпиграмма XX века.

Действительно, современные физические теории используют сложный (иногда очень сложный) математический аппарат. Кроме того, физика делается все менее наглядной, все более оторванной от житейского опыта. Сегодня, чтобы открыть новое явление, физикам-теоретикам нужны вычурные математические методы, а физикам-экспериментаторам — гигантские ускорители, либо огромные магнитные поля, либо сверхнизкие температуры, либо и то, и другое, и третье. Выводы из физических теорий могут показаться фантастичнее любых выдумок писателей-фантастов (одна зависимость течения времени от системы отсчета чего стоит!). И все же все эти сложности, по сути дела, творят более простую картину мира.

Создаваемое деятельностью тысяч рядовых ученых и нескольких гениев представление о мире поражает в законченном варианте (или в том виде, который кажется сегодня законченным вариантом) своей стройностью и простотой: тысячи явлений, на первый взгляд ничем не связанные друг с другом, являются следствием — логическим или, что то же самое, математическим следствием — небольшого числа утверждений. Само разнообразие (и, следовательно, сложность всей картины в целом) находит свое объяснение. Причем, как правило, для объяснения разнообразия явлений не приходится привлекать новых фундаментальных идей. Разнообразие — следствие этих идей.

Кеплер, изучая движение планет Солнечной системы, сформулировал свои знаменитые простые законы. Простые потому, что все многообразие движений всех планет свелось к трем арифметическим соотношениям. Но здесь же возникла и новая сложность. Уже идейная. Откуда взялись эти соотношения? Божественная мудрость природы или что-либо более определенное? Ответ на этот вопрос, как известно, дал Ньютон созданием ньютоновской механики и формулировкой закона всемирного тяготения. Если бы результатом деятельности Ньютона было только объяснение законов Кеплера, то, по существу, никакого упрощения не произошло бы. Три закона заменились бы одним, из

которого они весьма сложно выводятся. Но механика Ньютона объяснила огромное количество явлений, свойств, наблюдений, что создало предпосылку для построения механической картины Вселенной.

Другой пример — создание теории электромагнетизма, объединившей такие явления, как распространение света и работа динамо-машины. Излучение радиоволн, прием их радиоприемником, распространение тока по проводам, работа электромоторов и трансформаторов — все это строго математически можно вывести из уравнений Максвелла. Не стоит удивляться, что при этом приходится использовать весьма сложный математический аппарат. Но это только аппарат. Вся физика электромагнетизма содержится, правда глубоко, в уравнениях Максвелла, которые весьма просты. Особенно просты они, если записать их не в наглядных трехмерных обозначениях, а в более абстрактных, но зато более простых четырехмерных, в которых время и пространственные координаты объединены понятием «мировая точка».

А многообразие веществ в природе? Выделение из атого многообразия около ста атомов химических элементов, из которых все вещества состоят, — первое упрощение.

«Если в результате какой-то мировой катастрофы все накопленные научные знания оказались бы уничтоженными и к грядущим поколениям живых существ перешла бы только одна фраза, то какое утверждение составленное из наименьшего количества слов, принесло бы наибольшую информацию? Я считаю, что это — атомная гипотеза (можете называть ее не гипотезой, а фактом, но это ничего не меняет): *все тела состоят из атомов — маленьких телец, которые находятся в непрерывном движении и притягиваются на небольшом расстоянии, но отталкиваются, если одно из них плотнее прижать к другому.* В одной этой фразе... содержится невероятное количество информации о мире, стоит лишь приложить к ней немного воображения и чуть соображения»¹⁾.

Но ведь и атомы не элементарны. Строительных кирпичей у природы не сто, а всего три. Атомы состо-

¹⁾ Р. Фейнман и др. Лекции по физике. — М.: Мир, 1965, вып. 1, с. 23.

ят из электронов, протонов и нейтронов, которые сегодня принято считать элементарными. Пожалуй, это наиболее впечатляющее упрощение картины мира...

Самая совершенная теория, теория, описывающая огромный круг явлений природы, не совершенна в том смысле, что сама она не содержит границ своей применимости. Границы применимости теории становятся ясны только тогда, когда создана более общая теория.

Это обстоятельство приводит иногда к переоценке теорией своих возможностей. Так, «триумфальное шествие» ньютоновской механики привело к попыткам все объяснить с ее позиций и лишь создание квантовой механики привело к пониманию того, что такие попытки безуспешны. Кроме того, выяснилось, что законы Ньютона применимы до тех пор, пока тела движутся со скоростями, малыми по сравнению со скоростью света. Это ограничение было осознано после создания А. Эйнштейном релятивистской механики...

Обычно говорят, что абсолютно правильных теорий нет, что теории сменяют друг друга. Это и правильно и неправильно. Построение новой теории приводит не к отмене старой¹⁾, а к тому, что старая теория оказывается частным (предельным) случаем новой (как мы только что говорили, ньютоновская механика — это эйнштейновская механика при движении со скоростью, значительно меньшей скорости света).

ЧТО ЗНАЧИТ ПОЗНАТЬ ЗАКОНЫ ПРИРОДЫ?

Попытаемся ответить на вопрос: познаны ли человеком законы природы? Вопрос очень труден, так как недостаточно точно сформулирован. Начнем издалека. Пусть открыто какое-то новое явление. Подчеркиваем — именно явление. Не наблюдается нечто, в данную минуту непонятное, а установлено неизвестное ранее свойство материи (материи, а не измерительного прибора). Например, обнаружено, что некоторые металлы, охлажденные почти до абсолютного нуля, без сопротивления пропускают электрический ток (сверхпроводимость).

¹⁾ Надо только напомнить, что не все, что называется теорией, в действительности есть теория.

Как правило, при этом ясно (или кажется, что ясно), какой из теорий явление должно быть «подведомственно».

Бывает, что открытое явление уже было предсказано теоретически, т. е. выведено с помощью математических методов из основных уравнений. Раньше совпадение эксперимента с теорией казалось чем-то необычным. Такие ситуации описывали громкими фразами: «триумф человеческой мысли», «открытие на кончике пера» и т. д. Сегодня эксперимент чаще подтверждает предсказания теории, но до сих пор это приносит острую радость — во всяком случае физикам-теоретикам (может быть, ожидание такого совпадения — один из наиболее сильно действующих стимулов работы теоретика).

Но иногда явление не только не было ранее предсказано теоретиками, но и после его экспериментального открытия не поддается осмыслению. Так было, например, со сверхпроводимостью. Что тогда? Пытаются отменить общую теорию? Нет! В худшем случае начинают сомневаться в принадлежности явления той общей теории, к которой его относили. Но главное, стремятся хотя бы правильно *описать* новое явление. «Описать» — это значит установить математические соотношения между измеряемыми величинами. Естественно, при этом добиваются того, чтобы исходных соотношений было поменьше, а выводов из них побольше. Однако всегда на таком предварительном этапе в общую теорию вносят какие-то дополнительные предположения, специально для описания нового явления. Так возникает *феноменологическая теория* (в примере со сверхпроводимостью это теория братьев Ф. и Г. Лондонов). Кроме стимулирования новых работ и систематизации ранее накопленных данных, феноменологическая теория конкретизирует, что надо объяснить с общих позиций, т. е. какое соотношение должно быть выведено математически из исходных фундаментальных уравнений, чтобы можно было понять всю совокупность экспериментов, относящихся к новому явлению. Когда это соотношение выведено, то явление, наконец, понято, т. е. построена законченная теория нового явления. Теорию сверхпроводимости создали Бардин, Купер и Шриффер — три американских уче-

ных (1957 г.) — через 45 лет после экспериментального открытия явления. Таким образом, понимание (познание, выражаясь высоким стилем) означает в данном случае вывод необходимого соотношения из основных положений общей теории.

Вернемся к вопросу о познании законов природы. В том смысле, в каком познаны отдельные явления, законы природы не познаны.

Нет единой (общей) теории, по отношению к которой все физические теории (механика, электродинамика, теория тяготения и т. д.) являются частными (предельными) случаями.

Кроме того, элемент описания (феноменологии) должен остаться всегда. Изначальная (всеобщая) теория по самому своему определению может быть сформулирована только на основании опыта, без ссылок на более общую теорию. Но об изначальной, общей теории рано говорить. Такой теории пока нет, однако есть надежда (хотелось бы сказать, «вера»), что всеобщая теория будет построена. Ее поискам посвятил большую часть своей жизни Альберт Эйнштейн. Он называл ее «единая теория поля». Отсутствие «единой теории поля» не означает, что в физике творятся разброд и неупорядоченность. Физика — наиболее логичная из всех естественных наук. В том смысле, что существуют глубокие физические теории, охватывающие огромное количество свойств и явлений природы, законченные по своей внутренней непротиворечивости и логической замкнутости, прекрасно объясняющие все к ним относящиеся эксперименты. Поэтому, если поставить вопрос иначе, не «познаны ли законы природы?», а «поняты ли наблюдаемые явления природы?», то тогда для огромного числа явлений надо дать положительный ответ: «Да, поняты!» — и это — величайшая победа человеческой мысли.

ГДЕ ГРАНИЦА ПОЗНАННОЙ ОБЛАСТИ?

Границы познанной области раздвинуты необычайно широко. Все наблюдаемые явления неорганического мира, относящиеся к миру атомов и их ядер, молекул, макроскопических объектов, т. е. совокупностей из 10^{23} — 10^{24} частиц, явления в Солнечной системе, дви-

жение звездных скоплений и физические процессы, происходящие в недрах звезд, — все это познанная область. «Тerra incognita» лежит вне ее. Она в свойствах элементарных частиц и на расстояниях порядка 10^{10} световых лет от нас.

Подобное утверждение, конечно, не означает, что понято каждое явление. Нам уже знакомы примеры, когда от открытия явления до его понимания прошло около 50 лет. И сейчас есть еще необъясненные явления. Но есть уверенность, что они будут объяснены. И объяснение придет в рамках уже известных основных (фундаментальных) законов. Нет никаких оснований (пока мы не выходим за пределы этой баснословно огромной области) пересматривать фундаментальные законы, делать ревизию основ. Но отсутствие общей платформы для всей физики, что на сегодняшнем языке означает неумение объединить теорию гравитации и квантовую механику, построить последовательную релятивистскую квантовую механику (которая включила бы в себя теорию элементарных частиц), очень остро ощущается физиками. Поэтому наиболее модная (в хорошем смысле слова) область — это физика высоких энергий и физика элементарных частиц, физика, пытающаяся проникнуть за границы познанной области и тем самым подобраться к созданию «основ основ физики». По-видимому, такая «игра стоит свеч», хотя связана она не только с миллиардными затратами, но и — главное — с концентрацией человеческого интеллекта.

МИКРО- И МАКРОТЕОРИИ

Давайте пока оставим науку будущего и попытаемся охарактеризовать состояние физики сегодня. Вернемся назад и разъясним кое-что из уже сказанного.

Открытие атомного строения вещества, а потом сложного строения атомов и атомных ядер дало возможность понять свойства макроскопических или, более общо, сложных объектов на основании свойств микроскопических объектов. Так родились молекулярно-кинетическая теория газов, теория твердого тела и другие аналогичные дисциплины, для конструкции которых очень существенно именно то, что их объектами яв-

ляются макроскопические тела, т. е. огромные совокупности микроскопических частиц. При этом второе, не менее важное, обстоятельство таково. При изучении макроскопических тел нас не интересует движение (или состояние) всех входящих в тело частиц, а только некоторые средние характеристики тела: температура, теплоемкость, электропроводность, магнитный момент и т. п. Отказ (добровольное ограничение) от слишком подробного, не всегда нужного описания и введение статистической (вероятностной) терминологии продиктованы, с одной стороны, принципиальной невозможностью другого подхода, а с другой — неадекватностью последнего в смысле правильного описания макроскопических явлений. Изучая поведение газа, мы интересуемся зависимостью давления от температуры, а не следим за ударом каждой молекулы о стенку сосуда.

Подобный подход, при котором «следят» за каждой частицей, не отменяет понятие «давление», а разъясняет его с микроскопической точки зрения, расширяет это понятие, показывает, что термины, вводимые в макроскопической дисциплине, могут быть сведены к более элементарным.

Может показаться, что сведение макроскопических теорий к микроскопическим лишает первые их специфики. Или, лучше сказать, лишает специфичности макроскопическое движение. Конечно, это не так. Например, каждое микроскопическое движение обратимо, но реальные макроскопические движения необратимы¹⁾. И хотя макроскопические движения сводятся к совокупности микроскопических, из самой процедуры «сведения» выясняется природа необратимости. Обычно макроскопические уравнения получаются путем определенного усреднения микроскопических. В результате такого усреднения и появляется необратимость макроскопических движений, качественно отличающая их от движений микроскопических.

¹⁾ Обратимость означает вот что: если все частицы, принимающие участие в каком-либо движении, вдруг изменят свои скорости на обратные, то они повторят движение в обратном порядке. Но санкам на середине горы не хватит скорости, чтобы подняться на гору, с которой они съехали (они растратили часть энергии на трение).

Эти рассуждения о сводимости и специфичности очень важны: часто возникают по этому поводу споры, в частности о сводимости биологических процессов к физическим и химическим. Главным аргументом против такой сводимости служит специфичность биологических процессов. Следует помнить, что если вести не терминологические споры (бессмысленное занятие!), то специфичность ничуть не противоречит сводимости. Напротив, специфичность понимается в процессе сведения.

ИЕРАРХИЯ СОВРЕМЕННОЙ НАУКИ

Мы остановились на соотношении между макро- и микротеориями. Подчеркнем одну весьма общую черту сегодняшней физики — ее *иерархичность*.

Строгое деление науки на области не противоречит тому, что часто интереснейшие результаты возникают на стыках областей и даже наук.

Хотя мы знаем микроскопическую структуру вещества, нет никакой необходимости даже помнить о ней, решая, скажем, технические задачи теплопередачи или изучая строительную механику. Инженер-конструктор тепловозов, сталкивающийся с разнообразными свойствами металлов (электрическими, механическими, тепловыми), не должен думать о носителях заряда в металле — электронах проводимости. Ему достаточно знать табличные характеристики металла.

Специальные области физики возникают, естественно, не только при переходе от микро- к макрообъектам. Весьма часто происходит выделение в специальную область, по сути дела, частного случая общей теории. Очень наглядным примером служит выделение из общей теории электромагнетизма квазистатики (электро- и магнитостатики), с одной стороны, и радиофизики или оптики — с другой. Здесь разделение связано с различными экспериментальными и математическими (т. е. теорфизическими) методами исследования в каждой из областей. Из-за различия в методах возникает не только различная терминология, но и различная система представлений, образов. Людям, специализирующимся в одной области, трудно понять «смежников». Поэтому часто нарочно используют терминологию

из смежной области. Например, свойства волноводов «разъясняют» с помощью теории длинных линий (т. е., по существу, типичную радиофизическую задачу пытаются свести к квазистатической). Иерархичность «работает» и здесь.

Физик, занимающийся какой-либо узкой областью, может (мы не будем обсуждать, хорошо ли это) не обращаться к той общей теории, частным случаем которой является его область. Иначе говоря, после соответствующего предельного перехода возникает логически замкнутая наука со своими уравнениями, а следовательно, решениями и выводами. Если при решении любой задачи приходилось бы каждый раз «танцевать от печки», то продвинуться вперед было бы просто невозможно.

АБСТРАКЦИЯ И МОДЕЛЬ

К описываемым свойствам физики (и, наверное, любой науки) принадлежит еще одно свойство, которое редко акцентируют, но оно естественным путем входит в плоть и кровь каждого научного работника. Это свойство — необходимость абстракции, т. е. выделение из огромного количества связей, зависимостей только тех, которые наиболее сильно влияют на изучаемое явление.

Материализованная абстракция — модель. По сути дела, наука всегда имеет дело с моделями. Не следует думать, что имеется в виду только теоретическая физика. Экспериментатор, изучающий столкновение частиц в газе, старается «отделаться» от сотен мешающих обстоятельств, которые всегда сопровождают столкновения в действительности. В результате он имеет дело с моделью газа, которая тем лучше, чем газ менее похож на содержимое, скажем, баллона, установленного для отопления помещений.

Фундаментальные теории (механика, электродинамика) тоже используют модели. До самого последнего времени казалось, что моделью основных «кирпичей» природы могут служить элементарные частицы (электроны, протоны, нейтроны, нейтрино), однако в последние годы их оказалось так много, они так сложно взаимодействуют друг с другом, превращаются друг в

друга, что их свойства никак не укладываются в понятие элементарные частицы. Ощущается: должно произойти еще одно «сведение» — углубление в природу элементарных частиц, которое может означать отнюдь не выяснение того, из чего «состоят» элементарные частицы (в этом смысле они могут оказаться действительно элементарными), а чего-то совсем иного, сегодня даже непозванного.

ОТ ЧЕГО ПРИШЛОСЬ ОТКАЗАТЬСЯ ПРИ СОЗДАНИИ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ?

Построение квантовой механики (а лучше сказать, создание квантового мировоззрения) означало ломку, разрушение классических представлений. Что же было разрушено? Имеет смысл очень кратко сформулировать основные представления классической механики (конечно, ни о какой полноте не может быть и речи), чтобы ответить на этот вопрос.

Исходным образом классической механики является материальная точка, которая движется по определенной траектории. Последняя задается начальными условиями и силой, действующей на материальную точку. Открытие атомной структуры вещества, казалось бы, материализовало этот основной образ классической механики. Материальные точки — это атомы, электроны, протоны — словом, те частицы, которые следует считать элементарными при рассмотрении того или другого движения. Исходя из такой концепции, свойства макроскопических тел должны быть поняты как свойства совокупностей частиц (материальных точек), взаимодействующих между собой и движущихся по определенным траекториям. Механика материальных точек не может быть построена, если не известны силы взаимодействия между ними. О силах речь пойдет ниже. Заметим только, что квантовая механика не подвергает ревизии представление о силах.

Итак, основой классического механического мировоззрения является материальная точка, частица, о которой можно точно сказать, где она находится в данный момент времени и с какой скоростью она движется. Однако классические представления этим не ограничиваются.

Открытие радиоволн, выяснение волновой природы света показали, что материя существует не только в форме частиц вещества (корпускул), но и в виде волн. Привычно думать, что после слова «волна» должно следовать разъяснение, что «волнуется». Действительно, когда речь идет об обычных механических колебаниях (звуковых волнах в газе, например), то всегда ясно, что колебательное движение совершают частицы (газа, жидкости, твердого тела). Когда же речь идет об электромагнитных колебаниях, то привычные модельные представления отказывают. Ничто (если под «чем-то» понимать только частицы!) не колеблется. Волна в этом смысле — первичный, «несводимый» образ. Электромагнитная волна, точнее, ее простейшая форма — плоская волна определенной частоты — есть элементарная форма существования особого вида материи, именуемого электромагнитным полем. Любопытно отметить, что элементарной формой, т. е. формой, из которой конструируются всевозможные электромагнитные поля, является бесконечно протяженная в пространстве и во времени волна.

Не только на первый взгляд, но и, казалось бы, при сколь угодно углубленном подходе волна и частица — понятия несовместимые, взаимно исключают друг друга. Перед нами либо частица — нечто очень маленькое, находящееся в каждый момент времени в определенном месте и движущееся с определенной скоростью, либо волна — нечто распространяющееся, заполняющее все пространство. Правда, с волной также связана некоторая скорость. Даже две. Во-первых, скорость перемещения фазы волны — фазовая скорость $v_{\phi} = \omega/k$, где ω — круговая частота волны, а k — волновое число¹⁾, связанное с длиной волны λ соотношением $k = 2\pi/\lambda$. Фазовая скорость характеризует структуру волны, но не определяет непосредственно скорость переноса энергии волны. Вторая скорость — скорость переноса энергии. Она называется групповой скоростью, так как с этой скоростью распространяется волновой пакет (группа волн). Групповая скорость $v_{гр} = \partial\omega/\partial k$. Если $v_{гр} = v_{\phi}$, то говорят об отсутствии

дисперсии. Для электромагнитных волн в вакууме $v_{гр} = v_{\phi} = c = 3 \cdot 10^{10}$ см/с.

Особенно отчетливо различие между частицей и волной проявляется при изучении двух частиц или двух волн. Характерное свойство волн — интерференция — возможность уменьшения интенсивности при сложении двух (или нескольких) волн. Подобный результат представляется совершенно невозможным для корпускул. Две частицы всегда больше, чем одна. Другими словами, если две частицы попадают в одну точку, то реакция должна быть удвоенная (для простоты предполагаем, что частицы совершенно одинаковы).

Не останавливаясь больше на очевидных различиях между волнами и корпускулами, заметим, что иногда различие это проявляется не столь очевидно. Наблюдая луч света, довольно трудно себе представить, что тонкий, «как бритва», луч — совокупность бесконечно протяженных волн. Скорее хочется согласиться, что это поток частиц, летящих по прямолинейной траектории. Известно, что волновая оптика сравнительно легко справилась с этой трудностью и согласовала прямолинейное распространение света с его волновой природой путем учета интерференции волн.

Резюмируя, можем сказать, что классическая картина мира строится из двух сущностей: частиц и волн.

Лучше сказать иначе. Как-то непривычно к волнам относить такой «увесистый» глагол, как «строится». Согласно классической физике мир построен из частиц. Они, взаимодействуя друг с другом, движутся по определенным траекториям. Некоторые из них заряжены. Эти частицы, двигаясь с ускорением, излучают электромагнитные волны. Так как это движение происходит всегда и везде, то мир, состоящий из частиц, наполнен электромагнитными волнами. Некоторые из этих волн мы ощущаем (видимый свет), но большинство волн пронизывает окружающее пространство, оставаясь недоступными нашим органам чувств. Некоторые волны легко регистрируются радиоприемниками или другими приборами, служащими человеку для расширения диапазона его органов чувств.

Если не вдаваться в подробности, то сказанное выше — довольно полная классическая картина окружающего нас мира. Верна ли она?

¹⁾ Волновое число — длина волнового вектора \vec{k} , направленного в сторону распространения волны.

КЛАССИЧЕСКАЯ ФИЗИКА НЕ МОЖЕТ ОБЪЯСНИТЬ СУЩЕСТВОВАНИЯ АТОМОВ

Ответ на вопрос, поставленный в конце предыдущего раздела, ясен. Если бы классическая картина была верна, не было бы необходимости говорить о революции в естествознании, не было бы необходимости в самой революции. Но когда говорят, что что-то неправильно, что какая-то теория не согласуется с экспериментом, то очень важно представлять себе, в чем заключается несогласие: расходятся ли опыт и теория чуть-чуть или теория совершенно не описывает имеющийся опыт?

В какой мере нарисованная выше классическая картина изображает истинную природу? Ответ носит двойственный характер. Пока мы интересуемся макроскопическими движениями (попросту говоря, движением вещей, предметов), то классическая механика прекрасно описывает результаты опытов. Нет никаких оснований сомневаться в ее правильности. До тех пор, пока мы не вышли за рамки ее применимости (эти рамки мы скоро сможем обозначить), нет никаких оснований что-либо пересматривать в ее основах. Но, когда мы входим в мир атомных частиц, благополучие оказывается иллюзорным. Само существование стабильных атомов и молекул нельзя понять, оставаясь на позициях классической механики. Таким образом, речь идет не о количественном несогласии, о несогласии «чуть-чуть» (типа «опыт дает 1,7, а теория 1,6»), а о принципиальной невозможности объяснить самые фундаментальные факты. Важность этого утверждения столь велика, что мы, даже рискуя «ломиться в открытую дверь», посвятим этому вопросу несколько фраз, аргументируя цифрами.

Размеры атома сегодня хорошо известны. Радиус «среднего» атома примерно равен $a \approx 3 \cdot 10^{-8}$ см. Мы сможем скоро понять, почему именно 10^{-8} см, а не, скажем, 10^{-13} см.

На этот вопрос мы умеем отвечать, хотя не имеем понятия, почему протон в 1840 раз тяжелее электрона. Правда, мы не столько объясним, почему $a \approx 10^{-8}$ см, сколько запишем a в виде комбинации других букв, численное значение которых нам известно

(из экспериментов, конечно). Но ведь это и есть объяснение! А вот 1840 мы не умеем записать с помощью других величин.

Положительно заряженное ядро «держит» отрицательно заряженный электрон с помощью силы кулоновского притяжения¹⁾:

$$F_{\text{кул}} = e^2/a^2 \quad (1)$$

(e — заряд электрона и протона; для простоты мы рассматриваем простейший атом — атом водорода). Чтобы атом был устойчив, сил притяжения недостаточно (электрон упал бы на ядро). Нужны уравновешивающие силы отталкивания. Такой силой, как хорошо известно, является центробежная сила:

$$F_{\text{цб}} = mv^2/a. \quad (2)$$

Здесь m — масса электрона, v — его скорость. Равенство сил (в системе координат, связанной с движущимся электроном) позволяет определить скорость электрона на круговой орбите²⁾:

$$\bar{v} = (e^2/ma)^{1/2}. \quad (3)$$

Подставляя сюда численные значения для заряда, массы электрона и радиуса «среднего» атома, находим $v \approx 10^8$ см/с. Это — огромная скорость по земным (и даже космическим) масштабам, но для нас важно, что скорость эта в триста раз меньше скорости света в вакууме. Следовательно, пока можно не думать о релятивистских эффектах. Это очень важное заключение: на атомных расстояниях господствуют законы классической (в смысле — нерелятивистской) механики. Если бы атом был величиной с атомное ядро (10^{-13} см), то скорость частицы была бы близка к скорости света.

¹⁾ Непосредственным опытным доказательством действия закона Кулона на атомных расстояниях служат известные опыты Резерфорда по рассеянию α -частиц на ядрах, которые показали, что сила, действующая между α -частицей и ядром, обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними. Закон Кулона перестает «работать», только если α -частица приближается к ядру на расстояние порядка или меньше 10^{-13} см.

²⁾ Мы для простоты не решаем точно задачу о движении частицы в кулоновском поле сил, а ограничиваемся только рассмотрением движения по круговой орбите.

Тогда атомная механика с самого начала была бы релятивистской.

Нам понадобятся еще две формулы. Первая — для полной энергии электрона в поле ядра:

$$E = -e^2/2a. \quad (4)$$

Это выражение легко получить, сложив кинетическую и потенциальную энергии электрона. Знак минус означает, что мы выбрали за нуль энергию электрона на бесконечном расстоянии от ядра. Заметим, что при уменьшении расстояния a энергия уменьшается. Вторая формула — для интенсивности излучения заряда e , движущегося с ускорением w (в нашем случае $w = v^2/a$):

$$I = \frac{2e^2w^2}{3c^3} = \frac{2e^2v^4}{3c^3a^2} \left(\frac{\partial \arg}{c} \right). \quad (5)$$

Если каждую секунду электрон излучает I эргов, то за время

$$\tau \approx \frac{a}{v} \left(\frac{c}{v} \right)^3 \quad (6)$$

он растеряет всю свою энергию и упадет на ядро; τ — классическое время жизни электрона на орбите. Хотя оно значительно больше периода обращения электрона по орбите a/v (так как c/v значительно больше единицы), но все же чудовищно мало:

$$\tau \approx 10^{-10} \text{ с.} \quad (7)$$

Это число — лучшая демонстрация бессилия классической физики. Мы пользовались только совершенно очевидными выводами (невозможностью существования стационарной структуры из заряженных частиц без движения и тем, что частица, движущаяся с ускорением, излучает), а получили, что атомы вовсе не могут существовать! Пожалуй, это главное противоречие между выводами классической физики и опытом. Именно для того, чтобы ликвидировать это противоречие, и была создана новая механика — квантовая (или волновая), основанная на совершенно новых представлениях, выработка которых потребовала коренной ломки наших старых наглядных представлений.

Квантовая механика (в отличие от классической — ньютоновской и релятивистской — эйнштейновской) создана не одним человеком, а целой плеядой замечательных физиков нашего времени: Максом Планком, Нильсом Бором, Луи де Бройлем, Вернером Гейзенбергом, Эрвином Шредингером, Вольфгангом Паули, Полем Дираком, Максом Борном.

ПРИНЦИП НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Мы не будем проследивать, как постепенно трудами великих физиков создавалась непротиворечивая, логически совершенная квантовая механика. Возьмем «быка за рога» и попытаемся сформулировать основные принципы, позволяющие правильно представлять себе движение атомных частиц (электронов, например).

При описании микромира приходится отказаться от наиболее наглядного представления классической механики. Движение микрочастицы нельзя представлять себе как перемещение по определенной траектории. Дело в том, что понятие «траектория» неразрывно связано с необходимостью точно задать координату частицы и ее скорость в один и тот же момент времени. Но один из основных принципов квантовой механики утверждает: *частица не может иметь одновременно определенную координату и скорость или координату и импульс*¹⁾. Это утверждение может быть записано в виде неравенства — знаменитого соотношения Гейзенберга:

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{1}{2} \hbar. \quad (8)$$

Как надо понимать это соотношение, часто возводимое в ранг принципа? Символ Δx (или Δp_x) означает неопределенность координаты x (или проекции импульса p_x). Термин «неопределенность физической величины» означает следующее. Пусть атомная частица находится в определенном состоянии (надо было бы уточнить еще и понятие «состояние», но мы надеемся на интуицию читателя; слов «частица находится в определенном состоянии» достаточно понимать так:

¹⁾ В квантовой механике принято пользоваться не понятием скорости v , а понятием импульса \vec{p} .

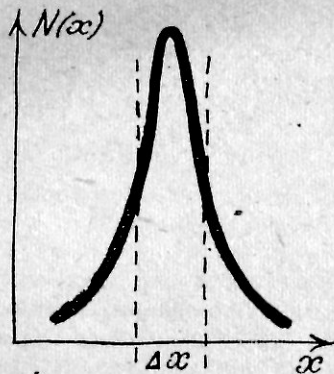


Рис. 1.

из которого ясно видно, что принято обозначать символом Δx . Соотношение неопределенности содержит новый параметр, новую букву \hbar — так называемую постоянную Планка, величина которой приблизительно равна 10^{-27} эрг·с. Мы пишем \hbar , следуя исторической традиции. Во многих книгах предпочитают использовать $h = 2\pi\hbar$.

Постоянная Планка — новая мировая константа. Она вошла в физику вместе с квантовой механикой только при отказе от классических представлений. Формально переход к классической механике всегда может быть выполнен, если положить $\hbar = 0$. (Не всегда, правда, его легко совершить, особенно если пытаться это сделать в окончательной формуле.) Действительно, согласно принципу Гейзенберга при этом неопределенности координаты и импульса (Δx и Δp_x) одновременно могут быть равны нулю, частице, следовательно, дозволено перемещаться по траектории.

Не углубляясь в обсуждение принципа неопределенности, выясним, накладывает ли он ограничения на движение макроскопических тел. Пусть движется шарик с массой $m = 1$ г, траекторию которого мы можем измерять с точностью до $\Delta x = 10^{-4}$ см. Какая неопределенность скорости гарантируется принципом неопределенности Гейзенберга? Из соотношения неопределенности получаем $\Delta v_x \geq \frac{\hbar}{2m\Delta x} \approx 10^{-23}$ см/с.

«частица совершает определенное движение»). Итак, частица находится в определенном состоянии. Мы производим измерение координаты частицы. Записываем полученный результат. Потом повторяем опыт. Опять записываем, и так много раз. Каждому значению координаты x припишем число $N(x)$, показывающее, сколько раз было получено именно значение x , и построим график (рис. 1),

Этот пример убедительно показывает, что «бояться» квантовой неопределенности при рассмотрении движения паровоза, или автомобиля, или даже мельчайшей детали в этих машинах нет никаких оснований. Изменение скорости тела массой в 1 г, вызванное ударом молекулы воздуха, и то во много раз больше: $\Delta v \approx 3 \cdot 10^{-19}$ см/с (мы считаем, что с телом сталкивается молекула водорода со средней энергией при температуре газа, равной 300 К).

Соотношение неопределенности многие годы подвергалось бесчисленным нападкам с самых разных позиций. Мало кто знает, что создатель теории относительности А. Эйнштейн является одним из создателей квантовой теории и одновременно одним из наиболее упорных ее противников (парадоксально, что Нобелевскую премию Эйнштейн получил за работы по квантовой теории). Так как в числе противников квантовой теории находился Эйнштейн, то трудно себе представить, что нападки на квантовую теорию связаны просто с косностью человеческой природы, с заторможенностью в восприятии нового, хотя, несомненно, и это тоже имеет место.

Существование принципа неопределенности означает, что атомная частица по своей природе требует для описания своего поведения статистического (вероятностного) подхода. Именно отказ от строгой определенности, присущей классической механике, труднее всего воспринимался физиками (даже Эйнштейном!).

Действительно, очень трудно себе представить (неспециалисту и сегодня), что поведение одного электрона, движущегося под воздействием строго определенной силы, нельзя полностью описать, не прибегая к таким понятиям, как вероятность, неопределенность, среднее значение, казалось бы неразрывно связанным с большим числом частиц. Однако это так. Самый строгий анализ показывает, что принятое в квантовой механике описание микрообъектов логически совершенно и в принципе не может вступить в противоречие с экспериментом. Точнее, нельзя, используя какие угодно явления, приборы, приспособления, расчеты, определить импульс и координату частицы точнее, чем это допускается соотношением неопределенности.

На первый взгляд кажется, что соотношение неопределенности означает предел человеческих возможностей: мы не можем точнее узнать одновременно импульс и координату частицы. Но это неправильно! Частица не имеет одновременно и импульса и координаты. Разнообразные попытки приписать частице уточняющие, как принято говорить, внутренние параметры кончаются неудачей. Более того, строго показано, что такие попытки несовместимы с современной квантовой механикой — наукой, описывающей мир атомов и молекул без каких-либо противоречий. Это удивительно, конечно, особенно если учесть, что попытки снабдить электрон размерами, ввести радиус электрона также безуспешны. Подчеркнем, что неопределенность координаты — это неопределенность в положении частицы, ни в коем случае не связанная с размерами частицы¹⁾. Другими словами, электрон следует считать точкой, где-то находящейся в атоме.

Соотношение неопределенности имеет неожиданное следствие, особенно важное в физике твердого тела: движение квантовой частицы (электрона, иона, атома), локализованное в ограниченной области пространства, не может затормозиться — остановка ($p_x = 0$, а значит, и $\Delta p_x = 0$) противоречит неравенству Гейзенберга, так как требует полной делокализации частицы ($\Delta x = \infty$). Это неустранимое движение часто называют нулевым. Мы еще встретимся с ним.

РАЗМЕРЫ АТОМА. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ УРОВНИ

Вернемся к атомным частицам. Электрон в атоме движется со скоростью $v \approx 10^8$ см/с по окружности, т. е. его вектор скорости все время меняет направление. Это дает основание считать, что $\Delta v_x \approx v$. Действительно, если спроектировать движение электрона на плоскость, перпендикулярную траектории, то проекция скорости v_x изменяется от $-v$ до $+v$, причем в точках остановки $v_x = 0$. Это и означает, что неопределенность скорости Δv_x порядка самой скорости. Поэтому неопределенность координаты электрона Δx не меньше $\hbar/2mv$. Поскольку масса электрона $m \approx 10^{-27}$ г, то $\Delta x \approx 10^{-8}$ см, что совпадает с радиусом атома. Это означает, что сфера радиуса a содержит тот объем, в котором заведомо находится электрон, но об уточнении его положения в этом объеме не может быть и речи. Учитывая, что

$$a \approx \hbar/mv,$$

и подставляя сюда вместо v его значение, найденное раньше, получаем

$$a = a_0 = \hbar^2/m_e^2. \quad (9)$$

Мы сделали то, что обещали: выразили размер атома a через другие буквы — постоянную Планка \hbar , массу электрона m и его заряд e . Эта величина, примерно равная $0,5 \cdot 10^{-8}$ см, носит название боровского радиуса и совпадает с радиусом атома водорода в основном состоянии. Радиус атома водорода был впервые вычислен Н. Бором, с именем которого связаны не только многие успехи квантовой физики, но и формулировка нового мировоззрения в современной физике, основанного на квантовой механике.

При таком поспешном изложении основ квантовой механики могут возникнуть недоразумения. От одного мы попытаемся предостеречь читателя.

В классической физике частица, притягиваемая к «кулоновскому» центру, если она не излучает, может двигаться вокруг этого центра по различным траекториям, размеры и формы которых определяются интегралами движения (энергия — один из них). Радиус круговой траектории зависит только от энергии электрона, а уравнение (4) описывает эту зависимость. Сказанное в этом разделе может заставить думать, что согласно квантовой механике электрон в атоме водорода может находиться только в одном-единственном состоянии, классической моделью которого служит орбита с боровским радиусом $a = a_0$. Этому состоянию (об орбите лучше не говорить, конечно!) соответствует энергия $E = E_0 = -\frac{me^4}{2\hbar^2} = -13,53$ эВ (в атомной физике часто энергию измеряют в электронвольтах $1 \text{ эВ} \approx 1,6 \cdot 10^{-12}$ эрг). Но это не единственное возмож-

¹⁾ В некоторых случаях говорят о радиусе электрона. Он оказывается равным $\approx 10^{-13}$ см, т. е. в 10^5 раз меньше, чем неопределенность положения электрона в атоме (см. ниже).

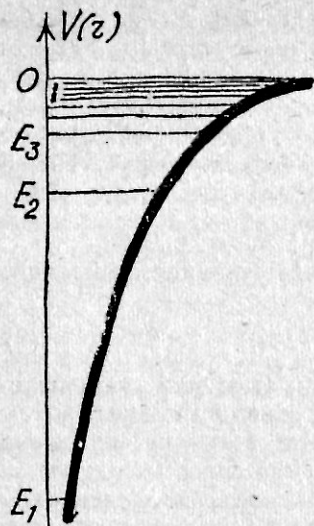


Рис. 2.

ное состояние электрона в атоме водорода. Это — *основное* состояние (с наименьшей энергией).

Кроме основного возможны возбужденные состояния — с большими энергиями. Однако отнюдь не любые, как в классической механике, а только избранные. Энергия электрона в атоме водорода может иметь значения, равные $E_n = -\frac{me^4}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2}$,

где $n = 1, 2, \dots$ (рис. 2). И если бы электрон не излучал, то находился бы в любом из этих состояний вечно. Тут нетерпеливый читатель, имея возможность, прервал бы автора: «Но ведь если бы

электрон не излучал, он и в классическом атоме „жил“ бы вечно на расстоянии a от ядра! И тут и там просто действует закон сохранения энергии...» Правильно, конечно. Но согласно квантовой механике разрешены не все состояния, а только с энергиями E_n и есть одно состояние (основное), находясь в котором электрон не излучает *вообще*. Это первое. Второе. Излучение квантового электрона существенно отличается от излучения классической заряженной частицы: электрон «перескакивает» с одного уровня на другой (из n в m), причем разность энергий уходит из атома в виде света. Закон сохранения при этом, конечно, выполняется, но в виде, странном для физика-классика:

$$E_n - E_m = \hbar\omega. \quad (10)$$

Здесь ω — частота излученного света, а \hbar — все та же знаменитая постоянная Планка, входящая в соотношение неопределенности. Эта формула (она тоже принадлежит Н. Бору) объясняет структуру спектров атомов, многие десятилетия казавшихся совершенно загадочными. Когда энергия электрона сравнительно велика (большие n), расстояние между близкими уров-

нями очень малы и «перескоки» похожи на непрерывное приближение электрона к ядру. Расчет показывает, что частота излученного света равна частоте классического вращения электрона вокруг ядра. Свет именно такой частоты и должен излучать «классический электрон». Это один из примеров *принципа соответствия* — подтверждение квантовой механикой классического закона. Одновременно, правда, этому закону указано его место — его область применимости.

ПРИНЦИП ПАУЛИ

Занимаясь структурой атома, мы попутно разрешили проблему, волновавшую еще Максвелла: объяснили, почему все атомы водорода одинаковы — потому, что все они находятся в одинаковом — основном — состоянии.

Одно из наиболее существенных достижений квантовой механики — объяснение периодического закона Менделеева, т. е. объяснение сходства и различия атомов химических элементов. Маловразумительное объяснение звучит так: потому, что у разных атомов разное число электронов¹⁾. Мы не имеем возможности остановиться на этом вопросе подробно, но все же приостановимся. На первый взгляд кажется: ядро вместе с электронами создает некоторое электрическое поле, каждый электрон в нем и движется. В этом поле есть «разрешенные» состояния, а среди них — *наинизшее*. В нем и «сидят» все электроны. Добавление еще одного электрона мало что меняет, особенно если Z не очень мало. Но такая картина совершенно непохожа на действительность: сравните свойства Ar и K. Инертный газ и щелочной металл, а числа электронов (атомные номера) отличаются на единицу.

Структуру атома нельзя понять без учета своеобразного принципа запрета²⁾, сформулированного

¹⁾ Число электронов в атоме (обозначим его буквой Z) совпадает с числом протонов в ядре (см. ниже) и носит название атомного номера.

²⁾ Вы, конечно, замечали, что слово «закон» применяется и в естествознании и в юриспруденции. Это не случайный омоним. Закон природы, как и человеческий закон, всегда что-то запрещает. Например, классической частице запрещено двигаться не по траектории, заданной уравнениями Ньютона.

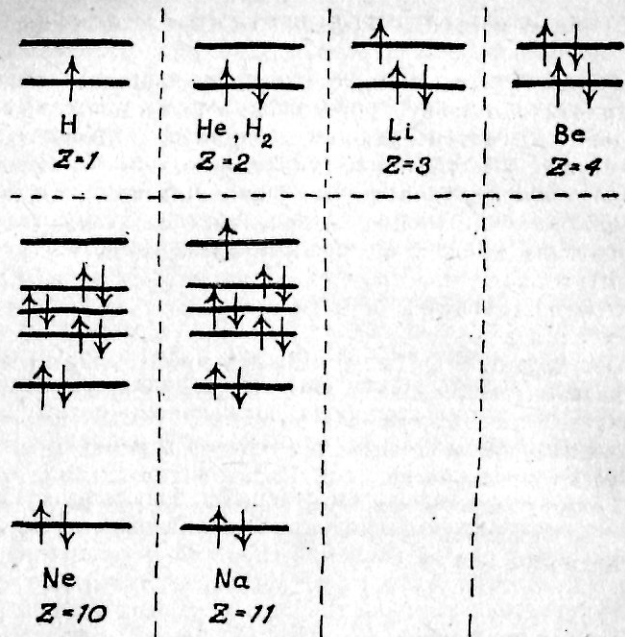


Рис. 3.

В. Паули (1925 г.). Его так и называют — принципом Паули. Принцип Паули запрещает двум (и более) электронам находиться в одинаковых состояниях. Попросту так: каждому электрону — свое состояние (природа напоминает гостиницу, в которой только одноместные номера). Правда, придется еще уточнить, что такое «состояние». Иногда два состояния объединяют в одно и соответственно изменяют формулировку принципа Паули: одно состояние на два электрона (гостиница с двухместными номерами). И, кроме того, не все частицы в природе подчиняются принципу Паули.

Запрет настолько строг, что его не может «победить» даже естественное для всякой физической системы стремление «скатиться вниз» — занять состояние с наиболее низкой энергией. Периодический закон находит свое объяснение в размещении электронов атомов по состояниям с учетом принципа Паули (рис. 3). Так квантовая механика оказывается основой химии.

СООТНОШЕНИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ И ВОЛНЫ

Вдумываясь в соотношение неопределенности, можно прийти к выводу, что оно имеет волновое происхождение. Действительно, соотношение такого типа имеет место в волновой оптике. Как мы уже говорили, плоская волна заполняет все пространство. Однако хорошо известно: можно сконцентрировать электромагнитное поле в конечной (если желательно, и в весьма малой) области пространства. Однако для этого приходится пользоваться большим числом волн. Одни из них усиливают друг друга, другие, интерферируя, погашают друг друга. Такая «конструкция» из волн носит название *волнового пакета*. Волновой пакет характеризуется интервалом Δk_x волновых чисел, которые необходимы для концентрации электромагнитного поля в области пространства Δx . Набор волновых векторов тем более разнообразен, чем меньше размеры Δx пакета в пространстве. Существует чисто волновое соотношение

$$\Delta x \Delta k_x \geq 1. \quad (11)$$

Напомним: здесь Δx — размер пакета в пространстве («неопределенность» координаты), а Δk_x — «неопределенность» волнового вектора в волновом пакете. Сравняя последнее неравенство с соотношением неопределенности, мы видим, что они эквивалентны, если считать

$$\vec{p} = \hbar \vec{k}. \quad (12)$$

Это равенство впервые написал французский физик Луи де Бройль в 1925 г. Оно носит его имя. Можно сказать: существование принципа неопределенности означает признание за частицами волновых свойств.

Как мы уже отметили, соотношение неопределенности — строгое следствие квантовой механики. Не менее строго квантовая механика показала, что волны обладают корпускулярными свойствами, а частицы — волновыми. Корпускулярные свойства волнового движения проявляются в том, что энергия E волн с частотой ω равна целому числу квантов энергии $\hbar\omega$ ($E = n\hbar\omega$, $n = 1, 2, 3, \dots$), а импульс P волны равен $n\hbar k$.

Противоречие между волной и частицей (точнее, альтернативность понятий «волна» и «частица»: либо волна, либо частица!) разрушилось с двух сторон. И со стороны частиц — они приобрели волновые свойства, и со стороны волн — они приобрели корпускулярные свойства. И волновые свойства частиц, и корпускулярные свойства волн нашли многократное экспериментальное подтверждение, причем в одних случаях электрон ведет себя как частица, а в других — как волна. То же — электромагнитные волны: в одних явлениях это типичные волны, в других — несомненно частицы. Та картина мира, которая была нарисована в предыдущем разделе, совершенно не соответствует сегодняшним представлениям. Подверглись ревизии основные понятия, из которых мы пытались строить мир, — частицы и волны.

МЕСТО АТОМНОЙ ФИЗИКИ В СОВРЕМЕННОЙ НАУКЕ

Мы обсуждали соотношения между различными науками в их описании природы. Хотя нет единой науки — основы основ, все же ясно, что первичными (для физики) должны быть те науки, которые имеют дело с наиболее элементарными объектами — отдельными частицами или волнами. Таких наук две: механика и электродинамика (теория поля). Займемся механикой — наукой об элементарных движениях частиц. Эта изоляция от электродинамики, конечно, условна, если вспомнить, что движущаяся с ускорением заряженная частица излучает электромагнитные волны. Во всяком случае так обстоит дело, если исследовать движение заряженной частицы, исходя из принципов классической физики.

Сейчас известны четыре механики:

- 1) классическая (ньютоновская) механика;
- 2) релятивистская (эйнштейновская);
- 3) нерелятивистская квантовая механика;
- 4) релятивистская квантовая механика.

Первые три механики — логически завершенные науки. Четвертая находится в стадии развития, причем не столько в смысле получения новых результа-

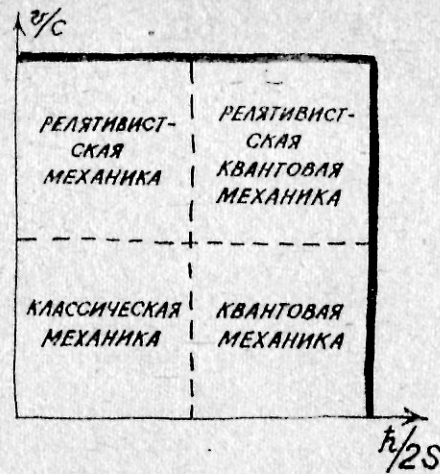


Рис. 4.

тов, сколько в создании основ, непротиворечивой логики самой науки.

Каждая из механик имеет свою область применимости, которую удобно изобразить в виде диаграммы (рис. 4). На этой диаграмме по горизонтали откладывается отношение постоянной Планка \hbar к удвоенному действию частицы S . «Действие» — некоторая величина размерности $\text{г}\cdot\text{см}^2/\text{с}$. Эту размерность имеет постоянная Планка. Действием можно (а иногда и весьма удобно) характеризовать движение частицы. Существуют строгие правила вычисления действия. Нам достаточно знать, что оценить действие S можно, перемножив характерный путь, проходимый частицей при заданном движении, и характерный импульс частицы. По вертикали откладывается отношение скорости частицы к скорости света в вакууме. Пунктирные линии — условные границы между механиками.

Строго говоря, при движении любого тела можно пользоваться релятивистскими или квантовыми законами. Но нужно ли это? Мы уже вычисляли неопределенность скорости шарика с массой 1 г. Получившаяся величина меньше, чем изменение скорости этого шарика, обусловленное ударом одной молекулы.

Конечно, в таких случаях вводить квантовые поправки нет никакой необходимости. Таким образом, с изменением точности расчета пунктирные линии на рис. 4 передвигаются. Есть еще минимум две причины, из-за которых положения пунктирных линий условны.

Существуют явления, которые кажутся на первый взгляд классическими. Например, магнетизм — способность магнита притягивать железные опилки и т. п. — интуитивно хочется отнести к левому нижнему углу. Но анализ показывает, что этого сделать нельзя, даже если разместить в этом углу все «надстройки» — макроскопические дисциплины, создающиеся путем применения классической механики к ансамблю из огромного числа частиц. Классическая механика, дополненная статистикой, принципиально не может объяснить магнетизм. Это по своей природе квантовое явление. И даже, хотя оно обусловлено атомными частицами, в некотором смысле релятивистское явление, т. е. разместить его следует на границе между правыми квадратами. С такой условностью в положениях пунктирных линий на диаграмме легко бороться. Необходимо раньше понять явление, а потом отнести его к той или иной клетке схемы.

Вторая причина гораздо сложнее. Мы уже отмечали, что три из выделенных квадратов — познанная область. Эти квадраты изображают логически завершенные науки. Но четвертый квадрат содержит непознанную область. И здесь нас ожидают сюрпризы. Не только в смысле новых открытий, что очевидно, но и в смысле принципов построения схемы. Мы исходили из двух фундаментальных констант — \hbar и c . Но существуют другие параметры, роль которых, возможно, еще недостаточно понята. И карту, точнее, верхний правый угол, возможно, придется дробить на более мелкие участки. Например, из заряда электрона e , скорости света c и постоянной Планка \hbar можно составить знаменитую безразмерную комбинацию:

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}, \quad (13)$$

которая так и называется — «одна сто тридцать седьмая». Более редкое название этой величины — посто-

янная тонкой структуры. Неравенство $\alpha \ll 1$ означает слабую связь между частицами и электромагнитным полем¹⁾. Кроме заряда электрона есть и другие заряды, например константа, описывающая взаимодействие нуклонов (ядерных частиц — протонов и нейтронов). Соответствующая безразмерная комбинация не мала. Это в современном варианте теории приводит к математическим трудностям, усложнению аппарата теоретической физики, призванного описать взаимодействие нуклонов, но не затрагивает основ науки. А может быть, надо будет пересмотреть основы? И в результате пересмотра выяснится, что ядерным взаимодействиям надо выделить специальную область? Тогда появится третья ось на диаграмме. Пока не завершено здание, можно его мысленно достраивать самым фантастическим путем. И, как высказывался Нильс Бор, чем фантастичнее путь, тем больше шансов на успех.

Одна из попыток ликвидировать трудности²⁾, попытка, к которой возвращаются многократно, основана на введении в теорию фундаментальной длины λ_0 или фундаментального временного интервала $\tau_0 = \lambda_0/c$. Трудно объяснить, что значит «ввести в теорию» величину λ_0 . Совсем популярно: это означает, что должна быть подвергнута пересмотру структура пространства и времени. Во всех общепризнанных теориях и пространство и время пока непрерывны. Наличие λ_0 означает отказ от этой непрерывности в пользу дискретности пространства-времени.

Из всей совокупности экспериментальных данных следует, что если есть фундаментальная длина, то она порядка (или меньше) 10^{-13} см. Но это — классический радиус электрона! Чтобы получить эту величину,

¹⁾ Это позволяет на определенном этапе считать частицы и электромагнитные волны независимыми «кирпичиками», из которых строится картина мира. Заметим, что возможность построения нерелятивистской квантовой механики, применение ее к электронам в атоме, по существу, обусловлены малостью $1/137$ -й. Иначе нельзя было бы говорить о разрешенных состояниях в атоме. Только благодаря малости $1/137$ -й электрон сравнительно долго «живет» в возбужденном состоянии, а «потом» перепрыгивает в более низкое. О роли $1/137$ -й см. специальный раздел.

²⁾ Под трудностями понимается неумение теории последовательно описать наблюдаемые явления.

необходимо приравнять электростатическую энергию электрона радиуса r_0 , равную $\sim e^2/r_0$, энергии покоя электрона mc^2 . В результате получаем

$$r_0 = e^2/mc^2 \approx 2,5 \cdot 10^{-13} \text{ см.}$$

Приравнивание электростатической энергии к энергии, заключенной в массе электрона, означает, что вся масса электрона электростатического происхождения. Так ли это, пока неизвестно. Но вполне возможно, что многие трудности современной физики связаны с тем, что мы считаем частицы точечными. А это означает, что их электростатическая энергия (и масса) при этом должна быть равна бесконечности. Формально с этой трудностью научились бороться, но, к сожалению, соответствующие рецепты логически не связаны с основами теории.

ИЗ ЧЕГО СОСТОИТ ОКРУЖАЮЩИЙ НАС МИР?

Мы попытаемся ответить на два вопроса:

- 1) Из чего состоит окружающий нас мир?
- 2) Какие силы действуют между...? Между чем, станет ясно позже, когда мы ответим на первый вопрос.

Как ни странно, правильный ответ на первый вопрос (точнее, начало правильного ответа) должен звучать неожиданно: «А ты кто такой?!» Дело в том, что людей разной специальности интересует разная степень углубленности при ответе на вопрос: «Из чего состоит...?»

Долгое время биологов полностью устраивал ответ: живое вещество состоит из клеток. Позже часто можно было услышать: живое вещество состоит из белков, а белки — из аминокислот, аминокислоты — из атомов и молекул. Молекулярные биологи интересуются, из каких атомов и молекул построены те или иные белки. Химики, как правило, интересуют, из каких молекул состоит вещество, реже — из каких атомов. Для химика кислород — это молекула O_2 . Физика не всегда интересуется, из чего и как построены атомы или молекулы. Например, физика, занятого изучением конденсированного состояния вещества, больше волнуют вопросы, связанные с поведением целых молекул и

атомов, чем углубление в структуру последних. Можно ли избежать субъективизма при ответе на вопрос «Из чего состоит?» или он всегда носит специализированный характер?

Вопрос «Из чего?», по сути дела, означает: как собрано, соединено, а следовательно, на что можно разложить?... Чтобы разложить целое на составные части, необходимо приложить энергию. Что делает химик? Он, как правило, растворяет, иногда при этом нагревает. Энергия, которую он расходует в расчете на одну частицу, сравнительно мала. Поэтому он может разъединить только наиболее слабые связи. Это связи между молекулами. Поэтому-то для химика тела состоят из молекул. Иногда, правда, и на «уровне химии» это не так. Если погрузить поваренную соль ($NaCl$) в воду, то растворение сопровождается электростатической диссоциацией — распадом молекулы $NaCl$ на ионы Na^+ и Cl^- . Это значит, что поваренная соль состоит из положительных ионов Na^+ и отрицательных Cl^- . Чтобы подчеркнуть физичность процесса диссоциации, напомним, что его причина — ослабление электростатического (кулоновского) взаимодействия зарядов в среде с диэлектрической проницаемостью ϵ . Сила притяжения (и отталкивания) обратно пропорциональна не только квадрату расстояния, но и диэлектрической проницаемости ϵ . Поскольку диэлектрическая проницаемость воды сравнительно велика ($\epsilon \approx 80$), это ослабление настолько значительно, что молекула «разваливается» на отдельные ионы.

Физик имеет возможность приложить к отдельной частице больше сил, скажем, ускорив другую частицу — «снаряд» и попав ею в изучаемый атом — «мишень». При таком попадании от атома может отделиться электрон. Мы заключаем, что атом состоит из электронов и положительно заряженных ядер. Используя более энергичные снаряды (например, ускоренные протоны), мы имеем возможность изучить структуру ядра. По существу, эту процедуру следует назвать «методом осколков». Мы разбили объект на части и уверены, что если сложить осколки, то получится правильное представление о том, из чего состоит целое. Так ли очевиден метод осколков?

Попадание частицы-снаряда может привести не к ионизации атома — отрыву электрона, а к его возбуждению. Частица-снаряд может при столкновении передать атому энергию $E_1 - E_0$ или $E_2 - E_0$ и т. д. и перевести его в возбужденное состояние (см. стр. 28). Такое столкновение называется *неупругим* в отличие от *упругого* столкновения, при котором частица-снаряд меняет только направление движения, а мишень остается в прежнем состоянии. Открытие ступенчатого возбуждения атомов сыграло важнейшую роль в построении физики атома.

Итак, возник возбужденный атом, который стремится перейти в состояние с меньшей энергией. Как правило, он достигнет этого, испустив лишнюю энергию в виде света. Значит ли это, что возбужденный атом состоит из световой волны и всего остального? Конечно, нет! Световая волна была создана в момент превращения возбужденного атома в атом, находящийся в основном состоянии. Оказалось, что атом может распадаться на то, из чего он не состоит. Может быть, это относится только к световым волнам? Действительно, как может волна, длина которой, скажем, сантиметр, «поместиться» в атоме, размер которого только 10^{-8} см?

Иногда после попадания частицы-снаряда непосредственно в ядро (его радиус в 100 000 раз меньше радиуса атома, так что это — очень редкое событие) последнее возбуждается, т. е. поглощает энергию попавшей в него частицы (происходит неупругое рассеяние на ядре). После этого ядро излучает. Характер излучения различен. Иногда это протоны, иногда — нейтроны, иногда это просто свет, только очень коротковолновый (далеко за границей видимой области — так называемые γ -кванты). А иногда это электроны или их антиподы — позитроны, отличающиеся от электронов только знаком заряда. Это явление — излучение под воздействием ядерной бомбардировки — получило название искусственной радиоактивности. Оно было открыто Фредериком Жолио-Кюри.

Слово «искусственная» подчеркивает то обстоятельство, что в природе бывает и естественная радиоактивность — самопроизвольное излучение ядрами тяжелых атомов (тяжелее свинца): α -частиц — ядер ато-

мов гелия, γ -частиц — квантов света, β -частиц — электронов или позитронов. Анализ β -распада показал, что, кроме электрона или позитрона, из ядра вылетает еще одна частица — нейтрино — нейтральная частица с нулевой массой покоя. Все эти частицы прекрасно идентифицированы: β -частицы — действительно электроны или позитроны. Означает ли это, что в ядре есть электроны? Сравнительно долго так и считали: ядро состоит из протонов и электронов. Если атомный вес ядра A , то это означало бы, что в ядре A протонов, $A - Z$ электронов (Z — атомный номер¹⁾), а всего частиц в ядре $2A - Z$. С развитием последовательной квантовой механики эта гипотеза делалась все менее удовлетворительной. Но только с открытием нейтрона — нейтральной частицы, масса которой примерно равна массе протона, стало все на свои места: в ядре Z протонов и $A - Z$ нейтронов, т. е. всего A частиц. А электроны и нейтрино рождаются в момент перехода ядра из одного состояния в другое. Поэтому β -распад можно трактовать как одну из двух реакций: $p \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$ или $p \rightarrow n + e^+ + \nu$, где $\bar{\nu}$ — символ антинейтрино. Заметим, что только первую реакцию можно наблюдать в «чистом» виде — вне ядра, так как протон немного легче нейтрона.

Теперь мы можем окончательно ответить на вопрос: «Из чего состоит...?» Конденсированное вещество состоит из молекул, атомов или из ионов и электронов (металл). Молекулы состоят из атомов или ионов, атомы — из электронов и ядер, ядра — из протонов и нейтронов.

Эта простая схема не отменяется последними открытиями по физике элементарных частиц. Основными строительными «кирпичиками» вещества остаются протоны p , нейтроны n и электроны e . Остальные частицы, которых «развелось» очень много, рождаются и гибнут в ядерных реакциях (как электроны и нейтрино при β -распаде). Без них нарисованная выше картина мира не полна, но, несомненно, имеет право на

¹⁾ Атомный номер, как мы говорили, совпадает с числом электронов в нейтральном атоме. Электроны настолько легче протонов, что при подсчете веса ядра их можно не учитывать.

существование, так как правильно отражает объективную реальность.

Испытывая огромное уважение к «кирпичам» мироздания, выпишем их индивидуальные характеристики в виде таблицы.

	Заряд	Масса	Магнитный момент	Спин	Статистика
p	+1	1838	2,89/1838	1/2	Ф
n	0	1838+2,4	1,9/1838	1/2	Ф
e	-1	1	-1	1/2	Ф

В таблице заряд частицы дан в единицах заряда позитрона, масса — в единицах электронной массы.

СПИН И СТАТИСТИКА ЧАСТИЦЫ И АНТИЧАСТИЦЫ

Таблица требует дальнейших объяснений. Почему в таких странных единицах выписано значение магнитного момента? Что такое спин и что означает «Ф» в колонке «Статистика»? Начнем со спина.

По-английски «spin» — веретено, волчок. Было установлено, что все перечисленные выше частицы (электрон, протон, нейтрон) нельзя представлять себе просто точками или шариками. Если уж представлять, то вращающимися шариками, причем вращающимися всегда. Вращение это нельзя ни затормозить, ни ускорить. Оно — внутреннее свойство частиц. С этим вращением связан строго определенный момент количества движения (говорят просто — момент), равный $\sqrt{1/2(1+1/2)}\hbar$. Величина $\sqrt{3/4}$ написана специально в таком виде, чтобы подчеркнуть существование формулы $\sqrt{s(s+1)}\hbar$. Величиной спина принято называть значение s . Частица со спином s — это частица с моментом количества движения $\sqrt{s(s+1)}\hbar$. Все перечисленные выше фундаментальные частицы имеют спин, равный половине (у нейтрино спин равен тоже половине).

Поль Дирак построил квантовую механику частиц по спинам «половина» и показал, что такая частица

с электрическим зарядом e обладает магнитным моментом

$$\mu = e\hbar/2mc. \quad (14)$$

Эта величина, примерно равная 10^{-20} эрг/Гс, носит название магнетона Бора. В таблице значение магнитного момента электрона принято за единицу. Обладать магнитным моментом означает являться источником магнитного поля. Существование заряда у электрона означает, что он — источник электрического поля. Вывод Дираком выражения для величины магнетона Бора означает установление единства источников электрических и магнитных полей. Электронный магнитный момент — вектор. Но весьма странный — он может ориентироваться в пространстве только двумя способами: либо по..., либо против... Но относительно чего — безразлично (пока нет вокруг электрона магнитного поля). Момент количества движения всегда ориентируется $g = 2s + 1$ способами, при $s = 1/2$ — двумя.

Каждая частица, обладающая зарядом, порождает магнитный момент, если движется с моментом количества движения $\mathcal{L} \neq 0$. «Классический» магнитный момент равен $\mathcal{L} g_{кл}$, $g_{кл} = e/2mc$. Выражение, полученное Дираком для магнитного момента, показывает, что $g_{эв}$ — коэффициент пропорциональности между моментами: спиновым $1/2\hbar$ и магнитным μ — вдвое больше классического: $g_{эв} = e/mc$. Величина g носит название *гиромагнитного отношения*.

Электрон демонстрирует практически идеальное согласие теории Дирака с экспериментом, а вот у протона магнитный момент в 2,89 раза больше, чем следует из приведенной формулы для магнитного момента. Магнитный момент нейтрона только для однообразия выписан в магнетонах Бора, так как, если верить формуле, он должен был бы просто равняться нулю — ведь нейтрон нейтрален.

Подчеркнем: хорошее совпадение магнитного момента электрона с магнетоном Бора — еще одно следствие малости постоянной тонкой структуры α . Магнитный момент протона аномально велик, а у нейтрона не равен нулю из-за большого взаимодействия нуклонов с мезонами (см. ниже).

Неожиданным следствием теории Дирака, в свое время потрясшим умы, был вывод о существовании античастиц. Все частицы должны обладать «антиподами», т. е. должны существовать (и существуют) частицы, тождественные во всех отношениях, кроме заряда (он обратный) и магнитного момента (он тоже обратный). Но главное — это возможность аннигиляции. Частица и античастица, столкнувшись, исчезают (аннигилируют), порождая кванты света... И наоборот, квант света может родить две частицы — электрон и позитрон, например...

Все упомянутые до сих пор частицы имеют свои анти... :

электрон — позитрон,
протон — антипротон,
нейтрон — антинейтрон,

и даже нейтрино — антинейтрино.

Теперь, когда изучаются свойства антиатомов и всерьез обсуждаются проекты двигателей, основанных на превращении

вещество + антивещество \rightarrow фотоны,

уже не принято удивляться существованию античастиц, но, когда в 1932 г. впервые был обнаружен на фотопластинке след «положительного электрона», это воспринималось как триумф теоретической физики: ведь Дирак предсказал его существование.

Наконец, несколько слов о последнем столбце таблицы. Буква Φ — первая буква фамилии одного из крупнейших физиков XX века — Энрико Ферми. Электроны, протоны и нейтроны часто называют *фермионами*. К этому классу относятся все частицы с полуцелым спином. Частицы с целочисленным или нулевым спином (спин может быть целым либо полуцелым) называются *бозонами* (по имени индийского физика Бозе). Такое, казалось, бы незначительное различие между частицами (целый или полуцелый спин у них) приводит к радикальному отличию в поведении системы большого числа фермионов от системы бозонов. Принципу Паули подчиняются только фермионы. На бозоны запрет не распространяется. Более того, бозоны как бы стремятся коллективизироваться — собраться (сконденсироваться)

в одном состоянии. Это их свойство — основа квантовых генераторов света — лазеров и причина таких явлений, как сверхтекучесть и сверхпроводимость.

ФОТОН

Один из заданных ранее вопросов пока остался без ответа: «Какие силы действуют между ...?» Пока мы не можем ответить на него. Прежде надо познакомиться с еще одним членом семейства элементарных частиц — *фотоном*.

Кроме перечисленных в таблице фундаментальных частиц, в мире в достаточном количестве имеются электромагнитные волны. Мы уже говорили: благодаря принципу неопределенности различие между частицей и волной не столь разительно, как это может вначале показаться. Мы даже установили правило перехода от частиц к волнам и обратно. Характеристикой корпускулярных свойств объекта является импульс, волновых — волновой вектор. Они связаны соотношением де Бройля, причем это соотношение можно читать как слева направо, так и справа налево.

Продвинемся дальше по пути объединения корпускулярных и волновых свойств частиц. Выпишем для этого корпускулярные и волновые формулы рядом, вспомнив, что движение частицы характеризуется не только импульсом \vec{p} , но и энергией E , а волны — не только волновым вектором \vec{k} , но и частотой ω (m — масса частицы, c — скорость света).

Свободная частица	Волна в вакууме
$E^2 - c^2 p^2 = m^2 c^4$	$\omega^2 - c^2 k^2 = 0$

Вглядываясь в эти соотношения, видим, что их различие (во всяком случае после умножения на квадрат постоянной Планка второго из них) стирается, если положить $E = \hbar\omega$ и считать, что для электромагнитной волны $m = 0$.

Строгое правило квантовой механики гласит, что каждой частице с энергией E можно сопоставить волновой процесс с частотой ω . И, как всегда, наоборот: если есть волна с частотой ω , то можно считать, что движется частица с энергией $\hbar\omega$. Другими словами, корпускула проявляет свои волновые свойства, а волна — корпускулярные. В чем эти свойства могут проявиться? Например, в том, что не может волна с частотой ω иметь энергию, меньшую чем $\hbar\omega$. Это очень похоже на частицу — ведь не может быть полчастицы! Согласно же классическим представлениям энергия волны пропорциональна квадрату ее амплитуды и может быть сколь угодно мала.

Итак, электромагнитной волне можно поставить в соответствие частицу. Она получила название *фотон*. Это, конечно, с житейской точки зрения странная частица. Ее масса равна нулю, а скорость всегда одинакова и равна c . Энергия, правда, у нее отнюдь не всегда одинакова: она тем больше, чем больше импульс фотона (или чем меньше длина электромагнитной волны). Действительно, из приведенных выше формул получаем связь между энергией и импульсом фотона:

$$E = cp. \quad (15)$$

Не следует думать, что это соотношение разительно отличает фотон от частицы. Пожалуй, в этом смысле он скорее похож на частицу, только не на обычную — *медленную*, а на ультрарелятивистскую. Из формулы $E = \sqrt{c^2 p^2 + m^2 c^4}$ видно, что при очень больших импульсах ($p \gg mc$) энергия частицы приблизительно равна cp . Заметим, что обычное соотношение

$$E = p^2/2m \quad (16)$$

тоже получается из формулы $E = \sqrt{c^2 p^2 + m^2 c^4}$, если считать, что $p \ll mc$. Тогда

$$E \approx mc^2 + \frac{p^2}{2m}.$$

Естественно, мы получили обычное выражение для кинетической энергии свободной частицы, а слагаемое mc^2 — энергия покоя частицы. Последняя в ньютонов-

ской механике вообще не играет никакой роли, так как энергия определена с точностью до аддитивной константы (энергию можно отсчитывать от любого значения).

Мы дополнили картину мира: кроме частиц, проявляющих волновые свойства, — электрона, протона, нейтрона, в мире есть фотоны — кванты электромагнитного поля — частицы с нулевой массой покоя.

Заметим также, что в мире, несомненно, много нейтрино¹⁾. Они рождаются в ядерных реакциях и живут очень долго, так как плохо поглощаются веществом. Их роль в структуре мира еще плохо выяснена.

Соотношение $\omega = ck$ между частотой и волновым числом электромагнитной волны не придумано, не постулировано. Оно может быть выведено из уравнений Максвелла для напряженностей электрического и магнитного полей. Уравнения Максвелла играют в электродинамике такую же роль, какую играют уравнения Ньютона в механике. В вакууме уравнения Максвелла описывают распространение электромагнитных волн, причем они имеют решение лишь в том случае, если частота волны и ее волновое число связаны соотношением $\omega = ck$.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЧАСТИЦ

Теперь мы можем перейти к вопросу о силах, действующих между частицами, образующими мир.

Раньше мы убедились, что структурной единицей вещества следует считать то или иное сочетание частиц в зависимости от того, сколько энергии мы готовы приложить, чтобы произошла диссоциация, распад. Но количество энергии, требуемое на диссоциацию, однозначно связано с силой взаимодействия между составными частями системы. Значит, вопросы о структуре и о силах тесно связаны. На каждом этапе дробления вещества мы должны выяснить одновременно и силы взаимодействия между осколками. Естественно, что взаимодействие сложных частиц (атомов, молекул)

¹⁾ У нейтрино связь между энергией и импульсом такая же, как у фотона, ведь масса нейтрино равна нулю.

должно быть понято на основании знания взаимодействия между их составными частями.

Анализ сил взаимодействия мы начнем с привычного электростатического кулоновского взаимодействия заряженных частиц.

Чтобы внушить уважение к кулоновским силам взаимодействия, приведем один, правда надуманный, но очень впечатляющий пример. Выясним, с какой силой взаимодействовали бы два шарика размером около 1 см^3 , если бы равенство зарядов в них рассогласовывалось на одну миллиардную. Другими словами, пусть в каждом из шариков есть $10^{-9} \cdot 10^{23} = 10^{14}$ нескомпенсированных электронов или протонов. Тогда сила взаимодействия шариков, находящихся на расстоянии 1 см друг от друга, была бы равна около 10 т! Легко себе представить, что весь наш мир выглядел бы совершенно иначе, если бы равенство зарядов выполнялось не так строго, как это имеет место в действительности. Заметим, что регулирующим механизмом, запрещающим рассогласование зарядов, служат подвижные электроны, легко переходящие от тела к телу.

Проанализируем несколько подробнее взаимодействие между двумя заряженными частицами. Пусть их заряды равны e_1 и e_2 соответственно. Уберем одну из частиц (отнесем ее на бесконечность!). Первая частица создает вокруг себя электрическое поле, потенциал которого ϕ равен e_1/r . Что это значит? Это означает, что если на расстоянии r от заряда e_1 поместить вторую частицу с зарядом e_2 , то на заряд e_2 будет действовать сила, равная $e_1 e_2 / r^2$, направленная от заряда e_1 , если заряды одного знака, и к заряду e_1 , если заряды разных знаков. Конечно, можно было бы начинать с e_2 и «вносить» заряд e_1 ...

Зачем же понадобилось вводить поле и его потенциал ϕ ? Чтобы подчеркнуть: в точке, где находится заряд, что-то есть, какая-то реальность, действующая на заряд. Более научно: поле введено для того, чтобы избавиться от дальнего действия (от действия на расстоянии).

Однако вводи поле или не вводи, а сила, действующая между зарядами, равна

$$F = \frac{e_1 e_2}{r^2}.$$

Написанная формула должна вызывать недоумение у читателя, который привык к мысли, что скорость света c — максимальная скорость, с которой что-либо может быть передано. Действительно, что это значит: сила зависит от расстояния между частицами? А если одна частица немного сдвинется, другая в то же мгновение это почувствует? Это противоречит фундаментальному принципу эйнштейновской механики — конечности скорости распространения сигнала. Хорошо известно, почему возникло недоумение: мы абсолютизировали приближенный закон, а закон Кулона именно таков. Он правильно описывает взаимодействие между частицами отнюдь не всегда. Как же правильно описать взаимодействие между частицами, чтобы не вступить в противоречие с теорией относительности? Для этой цели и служит электрическое, а точнее, электромагнитное поле. На частицу, находящуюся в данной точке пространства, действует сила, соответствующая напряженности электрического и магнитного полей именно в этой точке. Если один из зарядов, которые создают поле, передвинется, то поле вблизи него изменится, от него побежит волна возмущения, которая через время r/c дойдет до второго заряда, находящегося на расстоянии r . Таким путем электромагнитное поле, как мы уже говорили, обеспечивает близкое действие. Эта картина несколько усложняется из-за самодействия, т. е. из-за действия собственного поля на частицу, порождающую это поле. При соответствующих расчетах необходимо проявлять осторожность.

На классическом языке взаимодействие заряженных частиц осуществляется по такой схеме:

частица \rightarrow электромагнитное поле \rightarrow частица,

которой, как это ясно из предыдущего, соответствует квантовая схема:

частица \rightarrow фотон \rightarrow частица.

Более пространно это можно сформулировать так: заряженная частица рождает фотон, который поглощается другой частицей. Это и обуславливает силу взаимодействия частиц. Придется поверить, что закон Кулона (сила обратно пропорциональна квадрату рас-

стояния между частицами) — следствие того факта, что масса фотона равна нулю.

Естественно возникает вопрос: а что бы было, если бы частицы — переносчики взаимодействия имели конечную массу? Оказывается, в этом случае силы взаимодействия убывали бы быстрее кулоновских. Можно даже указать закон спадания силы F на больших расстояниях:

$$F \sim e^{-r/r_0}.$$

Величину r_0 называют радиусом действия силы F . Она простым соотношением связана с массой частицы-переносчика m : $r_0 = \hbar/mc$.

Силы, быстро убывающие с расстоянием, в природе известны. Это — ядерные силы, которые удерживают нуклоны (протоны и нейтроны) в ядре. Они очень велики (примерно в сто раз мощнее кулоновских сил), но действуют только на малых расстояниях. Радиус действия ядерных сил примерно равен 10^{-13} см.

Японский физик Юкава предположил, что ядерные силы обеспечиваются частицами, которые он назвал мезонами (т. е. промежуточными). Почему промежуточными? Используя последнюю формулу, убеждаемся, что при $r_0 \approx 10^{-13}$ см масса частицы-переносчика должна примерно равняться тремстам электронным массам. Масса мезона располагается между массой электрона и массой протона. Поэтому частица и названа мезоном.

Самое удивительное то, что мезоны, отвечающие за ядерные взаимодействия, действительно были обнаружены после предсказания Юкавы. Они получили название π -мезонов. В природе есть три типа π -мезонов: π^- , π^+ , π^0 . Индекс соответствует знаку электрического заряда мезона. Таким образом, носитель сил связи между нуклонами электрически заряжен. Заряженные мезоны (π^- и π^+) могут испускать и поглощать фотоны. Картина взаимодействия даже элементарных частиц значительно усложняется.

Спин π -мезонов равен нулю. Мезоны являются бозе-частицами. Это — информация, чтобы оградить читателя от поспешных выводов. Таблица элементарных частиц на стр. 48 могла внушить подозрение, что все элементарные частицы — фермионы. Фотон, о ко-

тором уже шла речь, тоже бозон; не подумайте только, что частицы — переносчики взаимодействия обязательно бозоны. Это не так. Между нуклонами есть слабое взаимодействие, носителями которого являются электроны и нейтрино (фермионы).

Итак, на расстояниях порядка 10^{-13} см и меньше действуют ядерные силы. Они связывают между собой нуклоны (протоны и нейтроны). В смысле ядерных сил нейтрон «заряжен», а электрон «нейтрален», т. е. не взаимодействует с нуклоном с помощью ядерных сил, даже если приблизится к нему на расстояние 10^{-13} см.

Отметим еще одну особенность ядерных сил — их зависимость от спинов нуклонов. Точнее, от взаимной ориентации спинов. Ведь спины — это как бы «стрелки», которые могут различным образом ориентироваться друг относительно друга.

Следующая после ядра структурная единица вещества — атом. Электроны в атоме взаимодействуют друг с другом и с ядром. Главная сила в атоме — кулоновская. Мы уже оценивали скорость электрона в атоме и убедились, что она значительно меньше (более чем в сто раз) скорости света. Это позволяет в первом приближении не учитывать эффекты запаздывания и использовать действующий закон Кулона.

Электроны, протоны, нейтроны обладают магнитными моментами, которые тоже должны взаимодействовать друг с другом (одноименные магнитные полюса отталкиваются, разноименные — притягиваются). Должны ли мы учитывать эти силы? Может быть, на атомном уровне их нет вовсе? Конечно же, это не так. Эти силы не только есть в атоме, но и закон взаимодействия двух микроскопических магнетиков тот же, что и обычных магнитных стрелок (если последние удалены на расстояние, большое по сравнению с размером стрелки). Сила, действующая между двумя магнитиками F_m , обратно пропорциональна четвертой степени расстояния между моментами и прямо пропорциональна произведению магнитных моментов:

$$F_m \approx \mu^2/r^4,$$

где μ — магнетон Бора. (Мы для простоты рассматриваем взаимодействие двух электронов, магнитный мо-

мент ядра значительно меньше; знак приблизительноного равенства вместо знака точного равенства написан потому, что сила F_m зависит не только от расстояния, но и от взаимной ориентации магнитных «стрелок»). Так как расстояние между электронами в атоме по порядку величины равно размеру атома a , то $F_m \approx \approx \mu^2/a^4$, а сила кулоновского взаимодействия частиц $F_{кул} = e^2/a^2$ (см. (1)).

Если учесть выражение для магнетона Бора μ (см. (14)), а также для размера атома a (см. (9)), то убедимся, что магнитные силы значительно меньше электростатических:

$$F_m/F_{кул} \approx (e^2/\hbar c)^2 = (1/137)^2 \ll 1. \quad (17)$$

Это неравенство — причина пренебрежения магнитными взаимодействиями при грубом описании атома¹⁾. Во многих тонких, но вполне наблюдаемых явлениях эти силы играют все же существенную роль — о них забывать нельзя.

Продвинемся дальше на пути усложнения конструкций из микроскопических частиц. Силы, действующие между атомами, по сути дела, электростатического происхождения. Хотя атом как целое нейтрален, но заряды в нем находятся не в одной точке — они несколько разнесены. Очень грубо можно себе представить так: когда атомы приближаются друг к другу, разноименные заряды притягиваются, а одноименные — отталкиваются. Сила, действующая между атомами, есть разность сил притяжения и отталкивания. Влияние, которое оказывает один атом на движение электронов в другом, такое, что результирующая сила — всегда притяжение. Так происходит до тех пор, пока атомы не сдвинутся так близко, что почти соприкасаются. Тогда «включается» отталкивание. Если есть такое расстояние, на котором сила притяжения равна силе отталкивания, то образуется молекула.

Какова же природа силы отталкивания? Ведь после того, как мы выяснили, что размеры электрона в сто тысяч раз меньше размеров атома, появилось (или должно было появиться) ощущение, что атом в основ-

¹⁾ Обратите внимание на еще одно проявление малости 1/137-й!

ном состоит из «пустоты» — электроны и ядро в нем занимают удивительно мало места. Что же заставляет атом вести себя как некий твердый шарик? Даже в серьезные книги вошло такое понятие, как атомный радиус. Кристалл можно и нужно представить себе как набор правильно уложенных шаров (вроде бильярдных в угольнике на бильярдном столе).

Когда атомы сближаются, уменьшается «жизненное пространство» электронов и неопределенность координаты уменьшается, что приводит к увеличению неопределенности импульса (вспомните соотношение Гейзенберга), а тем самым к увеличению самого импульса. Это означает, что возрастает кинетическая энергия движения электронов, а с ней и полная энергия. Но, когда при сближении частиц их энергия увеличивается, это означает, что они отталкиваются; им выгодно — энергия при этом меньше — находиться далеко друг от друга... Как видите, сила отталкивания имеет специфически квантовую природу.

Мы не будем двигаться дальше, рассматривая взаимодействия между молекулами. В принципе оно имеет ту же природу, что и взаимодействие между атомами.

ЕЩЕ РАЗ О 1/137-Й

Несколько раз на протяжении этой части книги мы обращали внимание на величину постоянной тонкой структуры 1/137, являющейся, по существу, мерой заряда электрона, правда, если считать квант действия — постоянную Планка — \hbar и скорость света c более «основными» величинами, чем заряд: $e^2/\hbar c = 1/137$.

Приведем еще раз две уже написанные формулы: для размера атома водорода $a_0 = \hbar^2/mc^2$ и для характерной энергии электрона в атоме $|E_0| = e^4m/2\hbar^2$. Их можно записать так:

$$a_0 = (137)^2 r_0, \quad |E_0| = \frac{mc^2}{2(137)^2},$$

$$r_0 = \frac{e^2}{mc^2} = 2,5 \cdot 10^{-13} \text{ см.} \quad (18)$$

Первое равенство вскрывает причину «пустоты» атома, а второе объясняет перрелятивистский характер

атомной механики. Интересно отметить, что малость $1/137$ проявляется иногда совсем неожиданно. Например, в природе нет «сильных» диамагнетиков. Диамагнитная восприимчивость χ всегда мала. Оказывается потому, что значение ее выражается через $1/137$ -ю: $\chi \approx (1/137)^2$. Число таких примеров можно множить. А этот раздел написан, чтобы обратить внимание на принципиально важное обстоятельство. Существование безразмерной комбинации, связывающей разнородные (по смыслу) величины, — есть важный факт, делающий наш мир таким, каким он есть. В «Занимательной физике» Л. М. Перельмана я читал очерк о том, как выглядел бы Мир, будь он откровенно релятивистским, т. е. что было бы, если бы скорость света была поменьше, а все остальное в Мире осталось бы прежним (в частности, наше восприятие Мира). А каким был бы Мир, если бы $e^2/hc = 1$? Или отношение масс протона и электрона не равнялось бы 1840?

ЧАСТИЦЫ ИЛИ ВОЛНЫ?

Корпускулярно-волновой дуализм, или корпускулярно-волновая двойственность атомных частиц, — столь важное для понимания окружающего нас мира свойство, что необходимо подробно остановиться на непосредственных экспериментальных доказательствах этой удивительной особенности микроскопических объектов.

Доказательство двойственной природы атомных частиц и света, по существу, просто и требует понимания только основных представлений физики. И в какой-то мере ощущения того, как должна в соответствующих условиях вести себя волна, а как частица.

Двойственность света была доказана раньше, чем были открыты волновые свойства электрона. И, наверное, первые высказывания о квантовой природе именно света (о его зернистой, дискретной структуре) были сформулированы не только потому, что этого потребовали экспериментальные факты (часто многие годы отделяют наблюдение от объяснения), но и потому, что на протяжении нескольких веков среди физиков шла борьба между сторонниками корпускулярной те-

рии света и адептами волновой. Правда, победила волновая теория.

В конце XIX века в этом никто не мог сомневаться. Волновая теория не только справилась с объяснением прямолинейного распространения света, законов преломления и отражения (при нескольких произвольных допущениях с объяснением этих явлений справлялась и корпускулярная теория), но были поставлены специально задуманные опыты, которые должны были совершенно однозначно ответить на вопрос: частицы или волны? И ответ был абсолютно однозначным — волны. Речь идет об опытах по интерференции и дифракции. Более того, была измерена длина световых волн и установлено соответствие между цветом и длиной волны. И наконец, после создания теории электромагнетизма всякие сомнения совершенно отпали. Однозначно была установлена электромагнитная природа волн света, и получила замечательное толкование скорость его распространения. Объединение Максвеллом электричества, магнетизма и оптики в одну стройную, логически непротиворечивую теорию было замечательным достижением человеческого разума. Одним из тех достижений, о которых человечество не забывает даже тогда, когда более совершенная теория устанавливает границы применимости старой теории, казавшейся всеобъемлющей.

«В истории человечества (если посмотреть на нее, скажем, через десять тысяч лет) самым значительным событием XIX столетия, — как считает крупнейший физик-теоретик Ричард Фейнман, — несомненно, будет открытие Максвеллом законов электродинамики. На фоне этого важного научного открытия гражданская война в Америке в том же десятилетии будет выглядеть мелким провинциальным происшествием»¹⁾.

Итак, совершенно однозначно установлена волновая природа света. Но...

Тепловое излучение абсолютно черного тела — излучение тела, которое поглощает падающий на него свет, но не отражает — совсем или почти совсем. Со-

¹⁾ Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. Фейнмановские лекции по физике: Электричество и магнетизм. — М.: Мир, 1966, с. 27.

здать такое тело просто. Надо маленьким отверстием связать полость в теле с внешним миром. Отверстие и есть абсолютно черное тело. Попавший на него луч света войдет в полость, загудается в ней и раньше поглотится, чем выйдет обратно. Но если стенки полости достаточно нагреть, то, конечно, из нее будет излучаться свет, световые волны, как все думали. Исследованием излучения абсолютно черного тела в начале века занимался М. Планк.

Физиков очень интересовали законы излучения абсолютно черного тела (некоторые из них были открыты до того, как начал свои исследования М. Планк). Дело в том, что из самых общих соображений было ясно, что законы излучения абсолютно черного тела связаны только с природой самого излучения, не зависят от того, что происходит в стенках. Исследование излучения абсолютно черного тела дает возможность изучать свет (электромагнитные волны?) в чистом виде. Важно подчеркнуть простоту объекта исследования — только свет, ничего более. И теория излучения абсолютно черного тела была. Она исходила, казалось, из совершенно естественных для волновой теории представлений: электромагнитные волны находятся внутри полости. Стенки полости имеют определенную температуру. Волны должны прийти в равновесие со стенками и, следовательно, иметь ту же температуру T (как два тела, находящихся в контакте).

Может возникнуть вопрос: как можно говорить о температуре волн? Можно: такое расширение понятия температуры, чтобы ею можно было охарактеризовать электромагнитные волны, производится совершенно естественно (мы, к сожалению, не можем на этом здесь остановиться). Подсчет плотности энергии электромагнитного излучения E_ω , приходящейся на узкий интервал частот, показывает:

$$E_\omega = V\omega^2 k_B T / \pi^2 c^3$$

(V — объем полости, ω — частота света, c — скорость света, а T — температура в градусах Кельвина, k_B — постоянная Больцмана $1,4 \cdot 10^{-16}$ эрг/°С она «переводит» градусы в эрги — выражает температуру в энергетических единицах). Эту формулу называют законом

Рэля — Джинса. Она неплохо описывает экспериментально наблюдаемое излучение, пока мы интересуемся малыми частотами, но совершенно не может справиться с описанием всего излучения (всех частот).

Легко видеть, что если попытаться подсчитать энергию, излучаемую на всех частотах, то мы получим просто абсурдный результат. Полная энергия излучения равна бесконечности. Ситуация получила прозвище ультрафиолетовой катастрофы. Правда, эксперименты показали, что излучение на больших частотах не удовлетворяет закону Рэля — Джинса, а описывается странной формулой (ее вывели, пытаясь свести концы с концами), явно противоречащей классическим представлениям: плотность энергии экспоненциально спадает с ростом частоты. М. Планк тщательно проанализировал все, что легло в основу вывода формулы Рэля — Джинса, и понял: изменить в этой формуле ничего нельзя, оставаясь на привычных классических позициях; ее нельзя подправить. И с ней нельзя согласовать экспериментальные результаты. Он высказал совершенно невероятное предположение: энергия волн с частотой ω не может быть любой, а принимает дискретные значения $\hbar\omega$, $2\hbar\omega$, $3\hbar\omega$ и т. д. Постоянная \hbar потом получила название постоянной Планка. Ее значение мы уже выписали. Как только это странное предположение было сделано, все стало на место. Выведенная формула — формула Планка

$$E_\omega = \frac{V}{\pi^2 c^3} \frac{\hbar\omega^3}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1} \quad (19)$$

прекрасно описывает результаты эксперимента. Когда значение $\hbar\omega$ (количество энергии, равное $\hbar\omega$, получило название *кванта энергии* или попросту кванта) значительно меньше температуры (в эргах), то формула Планка переходит в формулу Рэля — Джинса. Имеет ли физический смысл порция энергии $\hbar\omega$, квант? Трудно поверить в это, так как совершенно невозможно (оставаясь на классических позициях, конечно) понять, почему электромагнитная волна обладает нормированными порциями энергии. А ведь иначе не объяснишь излучение абсолютного черного тела. Путаница да и только. Мы-то, конечно, уже знаем, что

«дикое» предположение Планка — начало революции в физике, первое «наступление квантов».

Прежде чем перейти к другому явлению, заметим, что формулу Планка можно записать так:

$$E_{\omega} = \frac{V}{\pi^2 c^3} \omega^2 \frac{\hbar \omega}{e^{\hbar \omega / k_B T} - 1}. \quad (20)$$

Видно: дробь $\hbar \omega / (e^{\hbar \omega / k_B T} - 1)$ заменила множитель $k_B T$ — температуру. Такая запись нам в дальнейшем будет полезна.

Фотоэффект — сравнительно простое явление. Освещая металлическую поверхность, можно вырвать из металла электроны. Подробные исследования электронов, вылетевших из металла, показали, что они как-то странно себя ведут. Энергия электронов почему-то зависит от частоты падающего света, а интенсивность света только увеличивает число вылетающих электронов. Легко понять: если свет — электромагнитная волна, то именно от интенсивности, определяющей амплитуду волны, должна зависеть энергия вылетавших электронов, а частота просто ни при чем.

Истинную природу фотоэффекта понял А. Эйнштейн. Свет — набор квантов — фотонов. Взаимодействие электронов металла со светом заключается в том, что электроны поглощают кванты света (порции электромагнитной энергии) и потому вырываются из металла. Энергия кванта тем больше, чем больше частота. Поэтому, чем больше частота, тем больше энергия вылетевшего электрона. А увеличение интенсивности означает, что на металл падает больше фотонов, следовательно, больше поглощается, и потому больше вылетает электронов. Признание за светом дискретной, квантовой структуры опять (как и в излучении абсолютно черного тела) прекрасно объяснило экспериментальные факты.

А для нашей цели лучше сказать иначе (как бы сформулировать обратную теорему): излучение черного тела и эксперименты по фотоэффекту показывают, что свет имеет дискретную, квантовую структуру, он состоит из фотонов.

Комптон-эффект. Но, пожалуй, самым наглядным экспериментом служит эксперимент по рассеянию жест-

ких рентгеновских лучей. В том, что рентгеновские лучи — волны, сомневаться не приходится. С их помощью (сравнением с их *длиной волны*) измеряют расстояния между атомами в кристаллической решетке. Что предсказывает классическая теория? Прежде всего, что рассеянные лучи будут иметь ту же частоту (длину волны), что и падающие. Действительно, электромагнитная волна раскачивает электроны, они начинают колебаться с частотой волны и излучать, естественно, волны той же частоты. А квантовая? Согласно квантовой теории свет — набор квантов — фотонов — частиц с энергией $\hbar \omega$ и импульсом $\vec{p} = \hbar \vec{k}$ ($k = 2\pi/\lambda$, λ — длина световой волны). Столкнувшись с электроном, фотон часть энергии и импульса отдает электрону. Уменьшение его энергии проявится в изменении его частоты или длины волны ($\omega = 2\pi c/\lambda$ или $v = c\nu$). При расчете изменения длины волны $\Delta\lambda$ можно воспользоваться просто законами сохранения энергии и импульса — больше ничего привлекать не нужно. Окончательный результат тоже поразительно прост:

$$\Delta\lambda = \frac{2\pi\hbar}{mc} (1 - \cos \varphi), \quad (21)$$

где φ — угол рассеяния, угол между направлениями движения падающего и рассеянного фотонов; величина $2\pi\hbar/mc$ имеет размерность длины, равна $\approx 0,024 \text{ \AA}$ и называется комптоновской длиной волны, по имени А. Комптона, в 1922—1923 гг. измерившего сдвиг длины волны рентгеновского излучения и обнаружившего прекрасное согласие эксперимента с квантовой теорией.

Доказывая дискретный, квантовый характер света, мы не пересматриваем результаты старых классических экспериментов, например, по дифракции или по интерференции. Их нельзя пересмотреть — они правильны. Мы описали другие эксперименты. Удивительно то, что есть эксперименты, которые нельзя объяснить с позиций волновой теории, а есть эксперименты, которые нельзя объяснить с позиций корпускулярной теории. Иногда свет ведет себя как частица, иногда — как волна. Не надо думать, что свет проявляет «свободу воли»: ведет себя как хочет. Современная квантовая теория позволяет точно предсказать, в каком эксперименте

проявятся корпускулярные свойства света и в каком — волновые.

Привыкнув к волновой трактовке оптических явлений, трудно привыкнуть к квантовой. Но нельзя (ни в коем случае) ее игнорировать. Оказалось, что зернистую структуру света можно даже увидеть. Как показали опыты С. И. Вавилова, человеческий глаз, хорошо адаптированный к темноте, может воспринять несколько отдельных квантов.

В том, что электрон — частица, по-видимому, убеждать нет необходимости. После открытия дискретности электрического заряда, измерения заряда и массы электрона, определения следов электронов в камере Вильсона, измерения пути электрона в фотоэмульсии, постройки гигантских приборов для ускорения электронов, после использования электронов как снарядов для бомбардировки атомных ядер сомневаться в корпускулярной природе электричества нет возможности. К электрону мы уже привыкли, почти не замечаем, как он вошел в наш быт. Включив телевизор и наблюдая за приключениями очередного киногероя, мы не думаем о том, что движущиеся картинки нарисованы электронным лучом.

И все же электрон с такой же несомненностью проявляет свои волновые свойства. Гениальная догадка о том, что у частиц должны быть волновые свойства, как мы говорили, впервые была высказана Луи де Бройлем. Он не ставил никаких опытов, результаты которых натолкнули бы его на это. Луи де Бройль размышлял над тем странным обстоятельством, что уравнения механики можно записать в форме, которая тождественна уравнениям оптики. Сходство делается полным, если энергии частиц сопоставить частоту, а импульсу — волновой вектор какого-то волнового процесса. Ученые не сразу поняли, что формулировка странных равенств

$$\epsilon = \hbar\omega, \quad \vec{p} = \hbar\vec{k}, \quad (22)$$

приведет к перевороту в физике.

Но в 1955 г. А. Эйнштейн в предисловии к книге Л. де Бройля «Физика и микрофизика» скажет: «Именно де Бройль был первым, кто осознал тесную физическую и формальную взаимосвязь между квантовыми состояниями материи и явлениями резонанса еще

в те времена, когда волновая природа материи не была открыта экспериментально»¹⁾.

К счастью, о работе Луи де Бройля знал физик Дэвиссон, который вместе с Джермером изучал рассеяние электронов поверхностью металлов. Как часто бывает, случайный инцидент натолкнул экспериментаторов на крупное открытие. Разбился сосуд, в котором хранилась никелевая пластинка (изучали отражение электронов от поверхности никеля). Пластинка окислилась, и, чтобы продолжить исследование, ее пришлось долго прокалить. После прокалывания результаты оказались резко отличными от тех, которые были до прокалывания²⁾: зависимость числа рассеянных электронов от угла оказалась резко анизотропной. Экспериментаторы потратили несколько лет, пытаясь понять, что происходит. И поняли, когда привлекли к объяснению идею де Бройля.

Дело вот в чем: при прокалывании пластинка испытала рекристаллизацию — в ней образовались крупные кристаллиты. Они и были ответственны за анизотропию рассеяния. Но сама анизотропия рассеяния допускала расшифровку, только если считать, что электроны отражаются от кристалла так, как это положено волнам. При этом надо было предположить, что длина волны электрона удовлетворяет соотношению де Бройля ($\lambda = 2\pi\hbar/p$). Электроны испытывали дифракцию в результате отражения электронных волн от кристаллических плоскостей. Совсем как рентгеновские лучи.

Дифракция электронов (противоестественное словосочетание, если считать, что электрон — частица) — один из основных методов исследования структуры кристаллов наряду с рентгеноструктурным анализом и (это уже не должно удивить) дифракцией нейтронов.

Открытие дифракции электронов не отменило корпускулярные свойства электронов. Их нельзя отменить. Они есть. Но есть и волновые свойства. Электрон — и частица, и волна. Такова природа микроскопических частиц.

¹⁾ А. Эйнштейн. Собрание научных трудов. — М.: Наука, 1967, т. IV, с. 349.

²⁾ Многие авторы любят подчеркивать случайность сделанных открытий. То, что случайности происходят у тех, кто оказывается способным понять их значение, — совсем не случайность.

Иногда двойственная природа микроскопических частиц проявляется в одном опыте (говоря более строго, это означает, что одновременно происходит два опыта). Нейтрон рассеивается кристаллом. При этом может произойти одно из двух событий. Либо нейтрон не изменит своей энергии вовсе, либо несколько замедлится¹⁾. Рассеяние без изменения энергии (упругое рассеяние) четко проявляет черты дифракции и, как мы уже говорили, служит надежным методом исследования структуры кристаллов (особенно магнитных, когда речь идет об упругом рассеянии нейтронов), а, описывая неупругое рассеяние, необходимо считать нейтрон частицей.

УРАВНЕНИЕ ШРЕДИНГЕРА. ψ -ФУНКЦИЯ

Когда мы говорим о фотонах, нам ясно, что речь идет о порциях световой (электромагнитной) энергии. Не приходит в голову задать вопрос: «Из чего состоит фотон?» Об электроне тоже такой вопрос задать нельзя (во всяком случае сегодня). Это противоречит понятию элементарности электрона.

А что собой представляет волновой процесс, который сопутствует движению микроскопических частиц согласно соотношению Луи де Бройля? Мы многократно утверждали и доказывали, что частицы обладают волновыми свойствами. Хорошо, электрон — волна. Но ведь волна — нечто протяженное в пространстве и во времени. Чем отличается точка пространства, в которой в данный момент времени волна есть, от точки, в которой волны нет? Лучше даже в последней фразе слово «волна» заменить местоимением «нечто»: чем отличается точка пространства, в которой в данный момент времени «нечто» есть, то точки, в которой ничего нет?

Величину, которая колеблется в волне, принято обозначать буквой ψ . Если ψ в какой-то точке равна нулю, то в этой точке нет ничего; если ψ отлична от нуля, то что-то есть. Конечно, обозначив это «что-то»

¹⁾ При отличной от нуля температуре кристалла нейтрон может даже немного ускориться — отобрать энергию от кристалла.

буквой ψ , мы ничего не объяснили. Просто есть возможность кратко сформулировать вопрос: каков физический смысл ψ -функции?

Интересно, что до того, как это было выяснено, было сформулировано дифференциальное уравнение, которому ψ -функция должна удовлетворять, научились его решать и извлекать физические результаты. Например, вычислять уровни энергии атома водорода (они изображены на рис. 2). Легко представить себе, как смущала и волновала эта ситуация физиков. Решать задачи, причем фундаментальные задачи, относящиеся к самым основам наших представлений о веществе, и не знать, с какой величиной ты оперируешь, подозревать, что из нее можно извлечь еще много сведений о свойствах электронов и атомов, и не уметь это сделать.

Прежде всего выскажем отрицательное суждение: ψ -функция не поле. Это означает следующее: если ψ -функция отлична от нуля в какой-то точке, то это не означает, что в этой точке на какую-то другую частицу действует какая-то сила. Простого непосредственно смысла ψ -функция не имеет, например, как потенциал электрического поля ϕ , градиент которого с обратным знаком есть напряженность электрического поля, а произведение напряженности электрического поля на заряд частицы равно силе, действующей на частицу (это и означает, что ϕ — поле). То, что ψ -функция не поле (во всяком случае в указанном выше смысле), видно из того, что по математическому смыслу ψ — комплексная величина, а все физические величины, конечно, действительные величины¹⁾.

Физический смысл ψ -функции был понят М. Борном (1926 г.). Оказалось, что квадрат модуля ψ -функции определяет вероятность обнаружить частицу в той или другой точке пространства. Таким образом,

¹⁾ Это не означает, что в физике нельзя пользоваться комплексными величинами. Можно, и иногда значительно удобнее, чем действительными. Но физический смысл всегда имеет действительная величина, и, если не заботиться об удобстве, то всегда можно так построить расчет, чтобы манипулировать только с действительными величинами. С ψ -функцией так поступить нельзя. Нельзя исключить ее мнимую часть из математического аппарата теории.

волновой процесс, о котором мы много говорили, описывает волну вероятности. Точнее, волну, из которой известным приемом можно сконструировать вероятность обнаружить частицу.

Вероятностный смысл волновой функции (так принято называть ψ -функцию) совершенно кардинально изменил манеру описания событий в механике. Пришлось пересмотреть понятие причинности.

В классической механике задание начальных условий и сил, действующих между частицами, гарантирует возможность точного расчета эволюции системы. В квантовой механике знание начального состояния системы тоже позволяет однозначно проследить эволюцию состояния системы. Но состояние системы описывается совершенно в других терминах. Из-за соотношения неопределенности или, что то же самое, из-за волновых свойств частиц состояние системы нельзя описать с той степенью подробности, которая принята в классической механике. Максимальная подробность описания механической системы — это задание волновой функции. Зная ее, можно сделать вывод о результатах физического эксперимента. Однако результаты эти формулируются в вероятностных терминах. Мы не можем сказать, что нечто произойдет, а можем только сказать, что вероятность этого события такая-то. Это означает, что проверка квантовых законов возможна только при многократном осуществлении эксперимента (на практике так всегда и бывает).

Сказанное не означает, что квантовая механика не делает однозначных предсказаний. Это не так. Например, электрон в атоме имеет вполне определенную энергию. Измерение энергии электрона, скажем, путем измерения потенциала ионизации дает вполне однозначный результат, сколько ни повторять опыт. Но если мы захотим измерить координату или импульс электрона в атоме, то будем получать различные результаты, вероятность которых определяется волновой функцией.

Несколько слов о математическом аппарате квантовой механики. Знание сил, действующих между частицами, позволяет перейти к изучению их движения. Мы знаем, как это сделать в классической физике. Для этого служат уравнения Ньютона. Записав их

(силы-то мы знаем!), задав начальные условия, мы можем — во всяком случае в принципе — определить положение частиц в любой последующий момент времени. Все, что говорилось нами ранее (о соотношении неопределенности, о волновых свойствах частиц), служит убедительным доказательством тому, что так поступать, изучая движение атомных частиц, нельзя. Нужен принципиально новый подход.

Формулировка основных уравнений всегда несет в себе черты феноменологии (описания). Основные уравнения нельзя вывести (во всяком случае до тех пор, пока нет более общей теории). Они — наиболее компактная формулировка опытных данных. Конечно, при их создании у авторов были и наводящие теоретические соображения, но именно *наводящие*, ни в коем случае не строгая логическая схема...

Квантовая механика имеет свою строго разработанную логически непротиворечивую математическую схему расчетов физических величин, схему, дающую возможность предсказать результаты самых разнообразных экспериментов. Движение атомных частиц со скоростями, малыми по сравнению со скоростью света, описывается знаменитым уравнением Шредингера, играющим роль уравнений Ньютона классической механики. ψ -функция — решение этого уравнения. Другой (по форме совершенно непохожий) математический аппарат создал В. Гейзенберг. Потом было показано, что оба метода тождественны в смысле получающихся физических результатов.

Мы не имеем возможности сколько-нибудь подробно рассказать о том, как следует описывать движение атомных частиц и к каким удивительным выводам можно прийти. Самое удивительное в них то, что они соответствуют реально наблюдаемым явлениям. Действительность зачастую фантастичнее любой фантазии.

Квантовая механика сегодня пронизывает всю физику. Она объясняет структуру и свойства твердых тел, излучение и поглощение света атомами, сверхтекучесть гелия и сверхпроводимость металлов. Квантовая механика пытается понять процессы, происходящие в недрах звезд, и вторгается в объяснение феномена жизни.

$$k_B = 1,4 \cdot 10^{-16} \text{ эрг/град.}$$

$$a \approx 10^{-8} \text{ см, } 1 \text{ эв} = 11606 \text{ К}$$

$$R_0 = 1,99 \text{ кал/град. моль}$$

ВВЕДЕНИЕ ¹⁾

о физике твердого тела к четырем главам и приложению

В оценке познаваемости явлений природы неспециалистами (да и не только ими) даже в самом понимании слова «явление» существуют разные точки зрения, из которых мы приведем две — прямо противоположные. «Все познано в нашем мире». Особенно когда речь идет о свойствах макроскопических объектов, которые во всех подробностях могут быть описаны с помощью квантовой механики. Силы, действующие между микроскопическими частицами — атомами, позонами, электронами, — нам известны, уравнения, описывающие движение частиц, не внушают сомнений. Дело *только* за математикой. Вложите в достаточно мощную вычислительную машину состав тела, научите машину решать уравнения квантовой механики и получите ответы на все *интересующие* вас вопросы. Но *интересоваться*, по сути, нечем.

¹⁾ Есть люди, которые читают предисловие, прочитав книгу. Я принадлежу к их числу. Боюсь, что при написании этого введения подсознательно я обращался к тем, кто уже прочитал четыре главы и приложение. Все, кого введение отпугнет сложностью, пропустите его, дочитайте книгу, а потом прочтите введение. Надеюсь, оно покажется вам менее сложным и менее схоластичным.

«Интересное, истинно новое там, где проходит граница наших знаний — в теории элементарных частиц, в свойствах черных дыр, в таинственной периодичности пульсаров». Так думают, а иногда с большей или меньшей откровенностью говорят и пишут одни.

«Конечно, уравнения квантовой механики известны, можно решить простенькие задачи, но ведь следует признать, что ни одной сколько-нибудь сложной задачи решить точно не удастся. Чего уже проще — твердый водород. Состоит из самых простых атомов. А сколько лет бьются и не могут установить его фазовую диаграмму. При каком давлении водород станет металлом? Будет он нормальным металлом или сверхпроводником? А если сверхпроводником, то какова будет его критическая температура? Только точно, пожалуйста, так как создавать давления в миллионы атмосфер трудно, надо знать, чего следует добиваться и стоит ли игра свеч. Бесконечное число *по-настоящему интересных* вопросов остаются без ответа, а теоретики занимаются улаживанием нейтринно, от которого уже заведомо никакого проку». Так думают, говорят и пишут другие.

Кто прав? По-моему, и те и другие неправы. Интересное, важное, новое, принципиальное есть в разных физиках: и в физике элементарных частиц, и в физике твердого тела. А иногда они совершенно неожиданным образом переплетаются, и специалист по теории сверхпроводимости оказывается в гуще событий, происходящих в физике элементарных частиц. Физика, как и материальный мир, едина. Она естественным образом делится на области, можно искусственно развивать одни в ущерб другим, но при этом неожиданно проигрывают все области, и забытые, и развиваемые...

Хотя, действительно, физика конденсированного состояния вещества зиждется на *познанных* законах природы (в этом, по-видимому, нет оснований сомневаться!) и ее место на карте науки — правый нижний квадрат — нерелятивистская квантовая механика (см. стр. 33), она остается источником новых представлений. Именно *представлений*, а не только фактов и результатов, которые более или менее непрерывным по-

током «передаются» в технику¹⁾. Новых представлений так много, они иногда столь необычны, что возникает или может возникнуть вопрос: какова природа возникновения качественно новых представлений? «Откуда они берутся?» — говоря простыми словами. Думаю, из *бесконечности*. Из бесконечности числа частиц, составляющих конденсированное тело, из бесконечного разнообразия сочетаний частиц, из бесконечного числа способов воздействий на конденсированное тело.

Следующие за этим введением четыре главы и приложение посвящены нескольким вопросам квантовой теории твердого тела в его кристаллической фазе. Нам кажется, что выбраны важные вопросы. Теплоемкость, тепло- и электропроводность, способность самопроизвольно намагничиваться — свойства тел, несомненно, важные. Кроме того, мы выбрали такие вопросы, которые дают возможность продемонстрировать важнейший гносеологический принцип современной макроскопической физики, о котором мы вскользь упоминали в первой главе: объяснить явления означает описать движение элементарных «сущностей», которые, как оказывается, отнюдь не всегда совпадают со *структурными единицами* тел — молекулами, атомами, ионами.

Твердое тело — традиционный объект изучения квантовомеханическими методами. Почти одновременно с формулировкой основных принципов квантовой механики, написанием основных уравнений и созданием приемов расчета начались попытки (и весьма успешные) построения теории твердого тела. Квантовая механика объяснила существование диэлектриков, полупроводников и металлов, выяснила причину резкой зависимости теплоемкости и сопротивления металлов от температуры, установила природу магнетизма и разгадала долго не поддававшуюся отгадке загадку сверхпроводимости. Достижения квантовой механики в физике твердого тела и вообще в физике конденсированного состояния вещества нельзя даже перечислить. Вся современная физика твердого тела — это, по сути дела, квантовая физика.

¹⁾ О, если бы и в жизни, а не на бумаге можно было передавать, а не *внедрять*. Задумывались ли вы, каким иногда точным бывает слово, его звучание? В слове «внедрять» слышится сопротивление...

Последние десятилетия характеризуются глубоким проникновением в динамику атомных частиц в твердых телах. Движение электронов и ионов в кристаллах нам известно сейчас не хуже, чем движение электронов в атомах.

Квантовые представления в физике твердого тела, в ее современном понимании, начали формироваться в начале XX века. Одним из основных результатов квантового подхода к исследованию свойств кристаллов явилась концепция *квазичастиц*. Оказалось, что энергию возбужденного состояния кристалла (правда, вблизи основного состояния) можно представить в виде суммы:

$$\text{Энергия возбужденного состояния} = \text{энергия основного состояния} + \text{сумма энергий элементарных возбуждений},$$

а каждое элементарное *возбуждение* (всего кристалла!) похоже по своим свойствам на квантовую частицу. Поэтому элементарное возбуждение кристалла называют *квазичастицей*, а совокупность элементарных возбуждений называют *газом квазичастиц*. Формула, взятая в рамку, приобретает вид:

$$\text{энергия возбужденного состояния} = \text{энергия основного состояния} + \text{энергия газа квазичастиц}.$$

Первая из формул не совсем точна: она не учитывает взаимодействия между элементарными возбуждениями. Вторая — оставляет возможность считать газ квазичастиц *почти* идеальным, т. е. учитывать взаимодействие между квазичастицами. Как и настоящие частицы, квазичастицы бывают фермионами и бозонами. В последующих главах вы найдете примеры и тех и других, а в приложении — описание «законов общежития» фермионов и бозонов.

Величины, описывающие макроскопические свойства твердых тел, выражаются в терминах, характеризующих *отдельные* квазичастицы: их скорость, длину свободного пробега и т. п. В то время как функцио-

нальные зависимости энергии от импульса для всех частиц одинаковы¹⁾: $\epsilon = p^2/2m$, отличаясь только массами, у квазичастиц они сложны и многообразны. Причина этого в том, что частицы «живут» в однородном и изотропном пространстве, а квазичастицы «живут» в периодической структуре — в кристалле, находящемся в основном состоянии.

Рискуя повториться, сформулируем несколько характерных черт твердых тел как физических объектов, состоящих из огромного числа частиц, движение которых подчиняется законам квантовой механики.

1) Атомы, молекулы, ионы — структурные единицы твердых тел. Эта расплывчатая по смыслу фраза означает, что энергия взаимодействия между ними мала по сравнению с энергией, которую надо затратить на разрушение самой структурной частицы: молекулу разложить на атомы или ионы, от атома или иона оторвать электрон. В то же время энергия взаимодействия *между* частицами не мала по сравнению с энергией их теплового движения. Твердое тело — система сильно взаимодействующих частиц. Поэтому и представляет принципиальный интерес возможность введения квазичастиц, т. е. сведения задачи о системе сильно взаимодействующих частиц к задаче о системе слабо взаимодействующих квазичастиц.

2) Согласно классическим законам средняя энергия теплового движения частицы порядка $k_B T$, а внутренняя тепловая энергия тела порядка $Nk_B T$, где N — число частиц в теле. Уменьшение внутренней энергии твердого тела с понижением температуры стремится к нулю быстрее, чем по линейному закону. Этот факт объясняется дискретным квантовым характером энергетического спектра твердых тел. При падении температуры отдельные движения «вымораживаются». Чем больше разность энергий между уровнями, тем при более высокой температуре «вымерзает» соответствующее движение. Из-за этого разные движения в твердых телах могут наблюдаться при разных температурах.

3) В реальных кристаллах частицы располагаются не всегда так, как им «положено» из соображений

минимальности энергии. Неправильное расположение атома или группы атомов (атом в междоузлии, вакансия, дислокация, граница между отдельными кристаллами — все, что называют обобщающим понятием «дефект кристаллической решетки») увеличивает энергию кристалла. В принципе атомы, составляющие данный дефектный кристалл, могли бы перестроиться и создать энергетически более выгодную конфигурацию. Но для этого атомам пришлось бы преодолеть большие, по сравнению с $k_B T$, потенциальные барьеры. Поэтому дефектные кристаллы существуют, и только специально принятые меры позволяют создать бездефектные или почти бездефектные кристаллы.

4) Когда мы берем в руки кусок металла, у нас не возникает сомнений в его агрегатном состоянии — твердое тело *твердо*. Но в любом твердом теле много разных частиц, по-разному взаимодействующих друг с другом и с другими частицами. И оказывается, что под «личной» твердого тела часто «скрываются» и *газы* (квазичастиц¹⁾), и *жидкости* (электроны металла, омывающие ионный остов кристаллической решетки). А электроны и «дырки» полупроводника под воздействием высокочастотного поля имитируют свойства электрон-позитронной плазмы.

5) Движения разных атомных частиц в твердом теле столь различны, что часто можно «не замечать» одни, изучая другие. Например, скорость движения ионов в твердом теле столь мала по сравнению со скоростью электронов, что существует специальный метод расчета (его называют адиабатическим приближением), при котором, рассматривая движение электронов, ионы считают неподвижными, а движение ионов определяют, используя характеристики электронов, усредненные по их быстрому движению. Мерой точности адиабатического приближения служит корень из отношения масс электрона и иона. $\sqrt{m/M}$, казалось бы не такая маленькая величина, но достаточно маленькая, чтобы пулевое приближение правильно передавало картину движения ионов и электронов.

¹⁾ А иногда и частиц: спины атомов парамагнетика при $T \gg T_c$ (T_c — температура Кюри) — газ магнитных стрелок (см. гл. 5).

¹⁾ Мы уже окончательно перешли в сферу влияния *нерелятивистской* теории.

Движения атомных частиц в твердых телах можно разбить на четыре типа.

а) *Диффузия* собственных или чужеродных атомов. Иногда в результате флуктуаций кинетическая энергия частиц может оказаться столь большой, что преодолит потенциальный барьер, отделяющий одну ячейку от другой, и частица, «сравнясь с силами», «перевалится» в соседнее положение равновесия. Обычно вероятность такого процесса w при комнатных температурах крайне мала. Она возрастает с приближением к температуре плавления. Время «оседлой» жизни атома значительно больше, чем время его перемещения, — атом совершает редкие случайные скачки. Коэффициент диффузии пропорционален w . Диффузия — редкий пример классического движения атомов в твердых телах.

б) Но еще более редка *квантовая диффузия*. Она обнаружена в растворах изотопов гелия, существующих в твердом состоянии только под давлением при температурах вблизи абсолютного нуля. В исключительных случаях возможно туннельное «просачивание» атомов из одного положения равновесия в другое. Возможность туннелирования делокализует примесные частицы или вакансии, превращая их в своеобразные квазичастицы — примесоны, вакансионны. Это превращение дает о себе знать отличным от нуля коэффициентом диффузии при абсолютном нуле температуры.

в) Квазичастицы — *коллективные движения* частиц твердого тела *атомного масштаба*, например колебания атомов кристаллической решетки. Хотя в каждом колебании принимают участие все атомы, оно, несомненно, атомного масштаба, так как при высоких температурах средняя энергия каждого колебания (фонона) приблизительно равна $k_B T$, а при низких и того меньше. Другой пример коллективного движения — электронное возбуждение атома или молекулы, например, за счет поглощения кванта света. Оно не локализуется в определенной ячейке кристалла, а «бежит» из ячейки в ячейку в виде экситона¹⁾ Френкеля. Средняя

¹⁾ Точный перевод слова «экситон» — возбужден. Благодаря взаимодействию атомов твердого тела друг с другом *возбужденное* состояние отдельного атома превратилось в квазичастицу.

энергия экситона того же порядка, что энергия возбужденного состояния отдельного атома.

Весь окружающий нас мир состоит из трех частиц: электронов, протонов и нейтронов. Все многообразие мира связано с многообразием конструкций, из них возникающих. Типов квазичастиц неизмеримо больше, так как неизмеримо разнообразны движения атомных частиц в твердых телах. Многообразие типов квазичастиц часто заслоняет тот факт, что квазичастицы, как и обычные частицы, могут быть элементом конструкции — строительным материалом для более сложных образований. Электроны проводимости могут колебаться. По электронной жидкости пробегают волны:

волна → квазичастица

В данном случае это — плазмон.

Хотя все электроны обладают одинаковым зарядом и потому отталкиваются друг от друга, в ряде металлов им удается создать нечто вроде молекулы — «электронную пару». Осознание этого обстоятельства позволило объяснить *сверхпроводимость* — явление, которое сорок пять лет было дразнящей загадкой физики твердого тела.

В последнее время в научных статьях и в монографиях по физике твердого тела все чаще и чаще появляется описание конструкций из квазичастиц: сиякситоны, бифононы, светоэкситоны, даже экситонные капли.

г) *Сверхпроводимость*. При низких температурах (вблизи абсолютного нуля) электроны во многих металлах могут совершать движение, квантовое по своей природе, но макроскопическое по масштабу. Это — сверхпроводящий ток.

Характерная черта сверхпроводящего тока — строгая согласованность в движении отдельных электронов, обусловленная их взаимодействием через фононы. Это движение не затухает. Оно *действительно* может продолжаться вечно, конечно, если поддерживать температуру металла достаточно низкой. Знание квантовой механики может лишить способности удивляться: ведь не затухает движение электронов в атомах. Но, должен сказать, природа устойчивости сверхпро-

водящего тока не похожа на устойчивость движения электронов в атоме.

По сверхпроводнику может и не течь ток. Сверхпроводник прекрасно будет существовать. И энергия его будет ниже, чем сверхпроводника с током. Так что сверхпроводник, по которому течет ток, находится в метастабильном состоянии, а его устойчивость обеспечивается тем, что электрону для «выхода из коллектива» движущихся согласованно, надо прежде всего вырваться из «пары» — преодолеть некоторую энергию (энергетическую щель), а это запрещено законами сохранения энергии и импульса, правда, до тех пор, пока сверхпроводящий ток не слишком велик. Большой ток может разрушить сверхпроводимость. К сожалению, подробный рассказ о сверхпроводимости — об одном из наиболее интересных квантовых явлений — не попал в эту книжку. Оправданием автору служит только то, что сверхпроводимость заслуживает отдельной книги.

6) Характерным свойством уровня нашего понимания энергетической структуры твердых тел служит знание того, какие квазичастицы за что отвечают. Редко эксперимент приводит к недоумению. Не в том смысле, что каждый эксперимент может быть сразу объяснен. Это совсем не так. Часто проходит много лет, прежде чем результаты эксперимента найдут свое полное и окончательное объяснение. Но редко физики не знают, с кого спрашивать ответ. Есть явления, за которые «отвечают» все квазичастицы. Например, тепло переносят и фононы, и электроны, и магноны, а вот электрический заряд — только электроны; за температурный ход магнитного момента ответственны магноны — кванты колебания атомных спинов.

7) В большинстве случаев при определенной температуре все степени свободы атомных частиц в твердом теле можно разделить на две группы. Несмотря на свое название, степени свободы связаны друг с другом силами взаимодействия (например, спин одного атома с другим). Для одних степеней свободы энергия их взаимодействия $U_{\text{вз}}$ мала по сравнению с $k_B T$, для других — велика. Здесь, как всегда, $k_B T$ выступает как мера энергии теплового движения. Если

$U_{\text{вз}} \ll k_B T$, то соответствующие степени свободы ведут себя как совокупность частиц слабо неидеального газа, а если $U_{\text{вз}} \gg k_B T$, то соответствующие степени свободы, как правило, упорядочиваются, а их движение, тоже как правило, может быть описано введением квазичастиц.

Этот абзац очень важен. Он показывает, что в подавляющем числе случаев свойства твердого тела — системы сильно взаимодействующих частиц — могут быть описаны как свойства газов — частиц или квазичастиц. Подчеркнем, это не просто удобный прием; постановка задачи: объяснение макроскопических свойств с помощью чего-то элементарного — требует, чтобы это «что-то» было микроскопическим, — иначе возникает порочный круг...

И все же иногда бывает все гораздо сложнее. Дело в том, что почти во всех телах вблизи определенных температур свойства тел изменяются не плавно, а скачком. Такое скачкообразное изменение свойств тела носит название *фазового перехода*. Фазовые переходы бывают не только в твердых телах. Переход жидкость — пар — кипение — пример фазового перехода. Или жидкость — твердое тело — кристаллизация. Но и в рамках одного агрегатного состояния возможны фазовые переходы.

Железо при $T = 910^\circ\text{C}$ переходит из α -фазы в γ -фазу, а при $T = 1400^\circ\text{C}$ — в δ -фазу (фазы отличаются друг от друга расположением атомов в кристаллической ячейке и ее размерами). Пожалуй, особенно интересны фазовые переходы, при которых появляется какое-то особое свойство: спонтанный магнитный момент при переходе из парамагнитного состояния в ферромагнитное, способность проводить ток без сопротивления в сверхпроводящем состоянии и т. п.

Теория фазовых переходов — одна из глав термодинамики и статистической физики, глава, содержащая много интересных результатов и много нерешенных проблем. Сформулирована четкая и всеобъемлющая классификация фазовых переходов. Отличают фазовые переходы I рода и фазовые переходы II рода. Кипение, кристаллизация относятся к фазовым переходам I рода; переход в ферромагнитное или сверхпроводящее состояние — к фазовым переходам II ро-

да. Переходы из одной кристаллической фазы в другую иногда суть переходы I рода, иногда II.

При переходе I рода фазы, расположенные слева и справа от точки перехода, мало похожи одна на другую. Одна фаза сменяет другую просто потому, что она энергетически более выгодна. Чтобы переход произошел, надо преодолеть потенциальный барьер, разделяющий фазы. Поэтому возможно переохлаждение и перегрев.

При переходе II рода дело обстоит не так: в точке перехода (при $T = T_c$) одна из фаз перестает существовать, ее сменяет другая. При $T = T_c$ фазы неотличимы, но если сдвинуться из точки перехода, то различие фаз нарастает. Так, с понижением температуры ниже температуры Кюри T_c растет магнитный момент ферромагнетика, при $T = T_c$ и выше он равен нулю¹⁾. С удалением в сторону низких температур от температуры сверхпроводящего перехода растет число «спаренных» электронов — электронов, движущихся без сопротивления.

Нет возможности подробно рассказать о поведении тел при фазовых переходах II рода, хотя это тема волнует многих ученых. Отметим только: вблизи точки фазового перехода II рода твердое тело ведет себя так, что никаким искусственным приемом не удастся описать его поведение в терминах газа (ни частиц, ни квазичастиц!). Атомные частицы, находящиеся на далеком расстоянии друг от друга, оказываются взаимодействующими, причем это взаимодействие носит особый, несиловой характер: вероятность коллективных движений столь же велика, как и индивидуальных²⁾. Аномальное возрастание роли коллективных движений фиксируется экспериментом: возрастает теплоемкость, обращается в бесконечность магнитная

¹⁾ Об этом чуть подробнее вы прочтете в пятой главе.

²⁾ Вполне понимаю, как трудно неспециалисту понять последние фразы. Они действительно трудны для понимания. Пожалуй, я могу сделать только вот что: одно непонятное сравнить с другим непонятным. Несиловое взаимодействие вблизи точек фазового перехода напоминает квантовое несиловое взаимодействие, которое приводит к принципу запрета Паули. Но в данном случае оно не носит специфического квантового характера, в классических системах тоже могут быть фазовые переходы II рода.

восприимчивость. И еще одно замечание: твердое тело вблизи фазового перехода II рода выступает в роли модели *сгустка вещества* — системы, которая не делится на составные части. Отсюда интерес к этой области у физиков из другого мира — специалистов, пытающихся разобраться в «устройстве» *элементарных частиц*. Интерес этот подогревается вдруг появляющимися сходством математических аппаратов обеих теорий.

Теория фазовых переходов II рода не единственная точка соприкосновения физики макромира и физики субмикромра — физики элементарных частиц. В физике элементарных частиц существуют попытки создать теорию элементарных частиц, исходя из свойств пространства-времени. Пространство-время — вакуум относительно частиц, основное состояние материального мира. Частицы при таком подходе — элементарные возбуждения «вакуума».

Эта точка зрения близка подходу, широко используемому в физике твердого тела при введении и исследовании свойств квазичастиц. «Вакуум» относительно квазичастиц — это кристалл в основном, невозбужденном состоянии. Квазичастицы — возбужденные состояния кристалла. Накоплен огромный опыт, позволяющий связать свойства основного состояния кристаллов различного типа («вакуум») и элементарных возбуждений (квазичастиц) в этих кристаллах. Возможно, этот опыт окажется полезным для понимания связи между свойствами пространства-времени и частицами. Ведь многие выводы теории твердого тела получены без излишней конкретизации — только из самых общих соображений. Эта надежда не столь фантастична, как может показаться, — первые работы, «перебрасывающие мосты» между столь далекими «физиками», начинают появляться.

* * *

Впереди — основные главы книги. Главы, в которых сделана попытка почти без формул рассказать о конкретных свойствах твердых тел. Для некоторых конкретизация покажется скучнее общих разговоров. Ничего не поделаешь: без конкретизации невозможно познание.

$$E = \hbar\omega, \vec{p} = \hbar\vec{k}$$

$$\omega = sk, k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\Theta \approx \frac{vsh}{a}, s \approx 10^5 \text{ см/сек.}$$

ГЛАВА 2

о фононах

СТРОЕНИЕ КРИСТАЛЛОВ

Этот небольшой раздел играет роль описания местности в приключенческом романе или пейзажа в лирической повести. «Жизнь» квазичастиц, о которых пойдет речь, проходит в кристалле в сравнительно просто упорядоченной системе атомов или ионов. Достаточно знать расположение нескольких атомов, составляющих элементарную ячейку, чтобы простым повторением «построить» весь кристалл.

Кристаллизация атомов, т. е. превращение неупорядоченной совокупности (жидкости или газа) в кристалл, не есть, конечно, божественное предначертание, а стремление системы понизить свою энергию при понижении температуры. Поэтому, естественно, структура кристалла определяется силами, действующими между атомными частицами. Так как природу этих сил объяснила квантовая механика, то тем самым она объяснила и структуру твердых тел. Объяснила, конечно, принципиально. Показала возможность объяснения, т. е., в частности, установила, почему размеры кристаллической ячейки приблизительно равны нескольким ангстремам, а не нескольким микронам, например.

Фактическое определение кристаллических структур — сложная экспериментальная задача, часто (если ячейка сложна) требующая применения разнообразных приемов (из них самый распространенный — дифракция рентгеновских лучей) и довольно вычурных математических методов. И все же большинство кристаллических структур нам хорошо известны. Достаточно заглянуть в справочник, и мы узнаем, как устроена кристаллическая ячейка поваренной соли, чему равно ребро куба, на каком расстоянии находятся ионы Na^+ и Cl^- (рис. 5, а).

Периодическое расположение атомов в пространстве допускает строгую классификацию, основанную на перечислении типов симметрии кристалла. Симметрия кристалла — это набор операций, после проведения которых (мысленно, конечно) кристалл перейдет сам в себя. Это — повороты вокруг осей, отражения в плоскостях, винтовые оси, плоскости зеркального скольжения и трансляции. Интересно отметить, что сочетание «поворотных» элементов симметрии (осей, отражений) с трансляциями — обязательным атрибутом периодической структуры — приводит к своеобразным ограничениям.

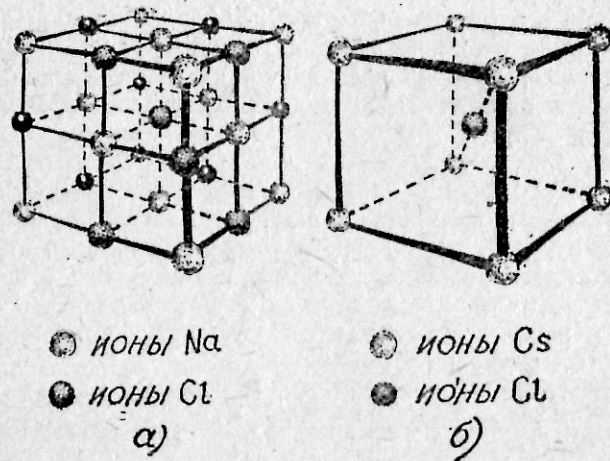


Рис. 5.

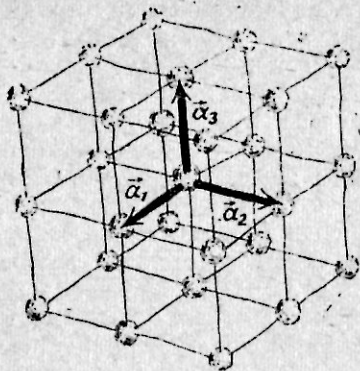


Рис. 6.

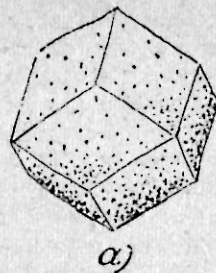
Из кристаллографии нам для дальнейшего понадобится только несколько терминов: *элементарная ячейка*, периодическим повторением которой строится весь кристалл. Она задается тремя векторами (их часто называют базисными): $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ (рис. 6). Объем элементарной ячейки равен

$$v_0 = a_1 [\vec{a}_2 \vec{a}_3].$$

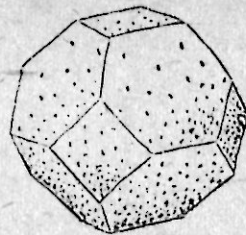
Если все три вектора взаимно перпендикулярны, то $v_0 = a_1 a_2 a_3$, а если еще и равны друг другу, $a_1 = a_2 = a_3 = a$, то $v_0 = a^3$. Для оценок мы всегда будем пользоваться последней формулой. Плотность кристалла $\rho = M/v_0$, где M — масса атомов, находящихся в одной ячейке кристалла. Очень важно запомнить, что линейный размер ячейки близок размеру атома: самая простая модель кристалла — шарики, плотно уложенные в ящик — дает очень неплохое представление о структуре кристалла. Есть решетки, которые так и называются — плотноупакованными. В физике твердого тела часто используют понятие — условное, но удобное — атомный радиус.

Обратное пространство. С помощью векторов $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ формальным приемом можно построить новую

Например, в кристаллах могут быть только оси симметрии 2-го, 3-го, 4-го и 6-го рангов. А вот кристалла, атомы которого можно было бы повернуть на $360^\circ/5 = 72^\circ$, совместив его атомы, в природе нет. Все возможные типы симметрии структур кристаллических решеток¹⁾ были определены в конце XIX века. Их, как установил русский кристаллограф Е. С. Федоров, оказалось немало — 230.



а)



б)

Рис. 7.

кристаллическую решетку, называемую обратной, если за базисные векторы принять

$$\vec{b}_1 = \frac{[\vec{a}_2 \vec{a}_3]}{v_0}, \quad \vec{b}_2 = \frac{[\vec{a}_3 \vec{a}_1]}{v_0}, \quad \vec{b}_3 = \frac{[\vec{a}_1 \vec{a}_2]}{v_0}. \quad (23)$$

Объем ее элементарной ячейки есть $\vec{b}_1 [\vec{b}_2 \vec{b}_3] = 1/v_0$. Доказательство этого равенства — хорошее упражнение по векторной алгебре. «Расстояние» между узлами обратной решетки измеряется в обратных сантиметрах. Поэтому она и называется обратной. Используя все элементы симметрии кристалла, из элементарной ячейки обратной решетки можно построить равновеликую ей ячейку, как бы вшитавшую в себя все элементы симметрии кристалла. Она носит название *первой зоны Бриллюэна*. На рис. 7 изображена первая зона Бриллюэна объемноцентрированной (а) и граничноцентрированной (б) решеток. Первой зоной Бриллюэна, как и элементарной ячейкой, можно «без просветов» заполнить все обратное пространство. Границы зон Бриллюэна создают пейзаж, на фоне которого «живут» квазичастицы.

АТОМЫ — МИКРОСКОПИЧЕСКИЕ МАЯТНИКИ

Атомы и ионы совершают малые колебания вокруг своих положений равновесия, напоминая маятники. Следует, однако, иметь в виду, что это не совсем точное утверждение. Изредка атомы раскачиваются столь сильно, что покидают свое положение равновесия и перепрыгивают либо в пространство между атомами

¹⁾ Кристаллическая решетка — воображаемая конструкция — система прямых линий, связывающих атомы кристалла.

(в этом случае говорят об атомах в междоузлиях), либо в случайно свободное соседнее положение равновесия. Такие перескоки при комнатных температурах (или при более низких) случаются весьма редко, учащаясь с приближением температуры к температуре плавления кристалла.

Атомы движутся всегда, причем чем выше температура, тем больше размах (или, как говорят физики, амплитуда) их колебаний. Но, пожалуй, наиболее существенное отличие атома, колеблющегося вокруг положения равновесия, от обычного «классического» маятника в том, что атом — «квантовый» маятник, а квантовый маятник нельзя успокоить.

Даже при абсолютном нуле температуры атомы движутся. Это специфическое квантовое движение атомов (о нем шла речь в 1-й главе, см. стр. 26) носит название *нулевых колебаний*. Обычно размах нулевых колебаний очень мал — значительно меньше, чем расстояние между атомами, но у одного тела — у гелия размах нулевых колебаний больше, чем среднее расстояние между атомами. Это приводит к тому, что гелий никогда не замерзает; даже при абсолютном нуле температуры гелий — жидкость. Чтобы гелий превратить в кристалл, его надо сжать, приложив к нему давление около 26 атмосфер.

Гелий — квантовая жидкость. Классическую жидкость она напоминает, пожалуй, только тем, что способна течь, как обычная жидкость. Гелий — не единственная квантовая жидкость, существующая в природе. Как мы убедимся в следующей части, электроны в металле — квантовая жидкость. Есть большая уверенность в том, что внутризвездное вещество многих космических объектов, открытых в последние годы, находится в состоянии, напоминающем квантовую жидкость. Если это так, то квантовая жидкость — не редкость в природе.

Неспособность закристаллизоваться при нулевой температуре — как бы *предельное* проявление квантовых свойств, полностью разрушающих требуемый классической физикой порядок в расположении атомов при $T = 0$. Возможно менее кардинальное, но тем не менее поразительное нарушение классического порядка, обнаруженное в настоящее время. В каждом



Рис. 8.

кристалле есть случайные дефекты в «упаковке» атомов: на том месте, где атом должен был находиться, пусто.

Вакантный узел кристаллической решетки называют вакансией. Если на вакантный узел перескочил соседний атом, вакансия передвинулась на освободившееся место. Роль вакансий очень велика в диффузии и самодиффузии атомов в твердых телах. Для того чтобы вакансия переместилась, атом должен преодолеть потенциальный барьер (рис. 8). Поэтому-то эти процессы редки при низких температурах, а коэффициент диффузии быстро стремится к нулю с понижением температуры. Но так происходит не во всех кристаллах. В кристаллах, состоящих из легких атомов, атомы могут «пролезть» из одного положения равновесия в другое под барьером — *туннельным образом*¹⁾, как принято говорить. В таких кристаллах диффузия и самодиффузия не прекращаются и при $T = 0$, а кристалл приобретает удивительное свойство: узлы кристаллической решетки выделены (средняя периодичность в расположении атомов существует), но атомы не полностью локализованы каждый в своей элементарной ячейке — они (и при $T = 0$!) «блуждают» по кристаллу. Такие кристаллы получили название *квантовых кристаллов*. Итак, оказывается, кроме кристаллов, жидкости, газа и плазмы, есть еще два агрегатных состояния вещества: квантовая жидкость и квантовый кристалл.

НЕ МАЯТНИК, А ВОЛНЫ

Хотя аналогия с маятниками условна, вернемся еще раз к ней. Представим себе систему маятников или,

¹⁾ Туннельное прохождение квантовых частиц через область, где классическая кинетическая энергия частицы меньше, чем ее полная энергия, — непосредственное следствие волновых свойств частиц. Оно аналогично частичному прохождению света через полупрозрачную пластину.

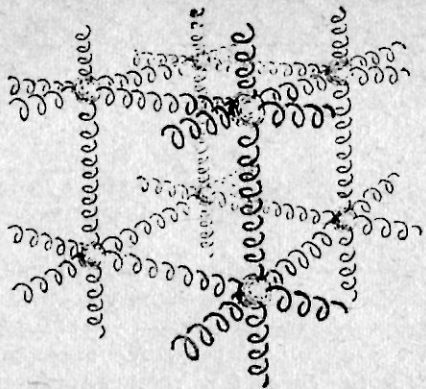


Рис. 9.

лучше, систему шариков, связанных между собой пружинками (рис. 9). Как только мы качнем один шарик, он сразу сдвинет с места соседний, тот столкнет своего соседа и т. д. По системе шариков и пружинки побегит волна. Эти волны колебаний шариков очень хорошо иллюстрируют движение атомов в твердом теле. Такие волны в твердом теле есть не что иное, как звуковые волны.

Звуковые волны, как всякие волны, характеризуются длиной волны λ и частотой ω . В кристалле могут распространяться волны отнюдь не с любыми λ и ω , а только волны с определенным соотношением между частотой и длиной волны (или частотой и волновым вектором):

$$\omega = \omega(\vec{k}). \quad (24)$$

Это соотношение называется законом дисперсии.

Если известны силы, действующие между атомами, то закон дисперсии звуковых волн может быть рассчитан. Однако такой расчет довольно трудоемкая задача, которую можно решить только на электронных вычислительных машинах. Но даже при использовании быстродействующих вычислительных машин ее приходится максимально упрощать. Например, считать, что атомы, которые расположены относительно далеко друг от друга, совсем не взаимодействуют друг с другом.

Закон дисперсии звуковых колебаний (24) — основная характеристика движения атомов кристалла. Знание закона дисперсии позволяет рассчитывать многие свойства кристалла (теплоемкость, коэффициент теплового расширения, теплопроводность и т. д.). Не удивительно, что определением закона дисперсии звуковых волн в кристаллах занимаются и теоретики и экспериментаторы...

К счастью, многие свойства закона дисперсии можно установить из общих соображений, не занимаясь непосредственным вычислением. «К счастью» — потому, что эти свойства не зависят от тех приближений, которые используются при конкретном счете. Наоборот, они могут служить и служат контролем при численном решении задачи о колебаниях атомов того или другого кристалла.

Мы, естественно, лишены возможности вывести общие свойства закона дисперсии. Придется ограничиться констатацией.

1. В кристалле могут распространяться $3r$ типов волн, где r — число различных атомов (или ионов) в элементарной ячейке кристалла. В поваренной соли может распространяться шесть типов волн, а в твердом аргоне — три, так как в ячейке NaCl два иона, а в ячейке Ar один атом аргона.

2. Из $3r$ типов волн три называются акустическими. Они отличаются тем, что при малых волновых векторах (т. е. при больших длинах волн) их частоты малы, а при длине волнового вектора k , стремящейся к нулю, также обращаются в нуль. Остальные $3r - 3$ типа волн называют оптическими. Название «оптические» довольно случайно. Дело в том, что они были впервые обнаружены оптическими методами.

3. Каждая из $3r$ функций $\omega_j(\vec{k})$ (индекс j нумерует тип волны: $j = 1, 2, \dots, 3r$) — периодическая функция своего аргумента:

$$\omega_j(\vec{k} + 2\pi\vec{b}) = \omega_j(\vec{k}), \quad \vec{b} = n_1\vec{b}_1 + n_2\vec{b}_2 + n_3\vec{b}_3; \quad (25)$$

n_1, n_2, n_3 — целые числа, а векторы $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$ — базисные векторы «обратного» пространства, о которых мы рассказали в начале этой главы (см. (23)). Периодичность частот колебаний — проявление общего свойст-

ва кристаллов: периодическое расположение атомов в реальном пространстве «порождает» периодическое «обратное» k -пространство (заметим, что размерность $[k] = 1/\text{см}$) и позволяет все рассмотрение ограничить элементарной ячейкой в «обратном» пространстве или — так удобней — первой зоной Бриллюэна.

Прочитав эти три пункта, читатель может удивиться. Почему звуковые волны (ведь мы рассматриваем звуковые волны) столь сложны? Ведь привычно думать, что звук — нечто простое. В газе (в воздухе, например) или в жидкости звуковые волны — колебания плотности или давления. В твердых телах, правда, кроме колебаний плотности, могут еще распространяться сдвиговые колебания. В волнах плотности атомы колеблются вдоль волнового вектора \vec{k} (продольные волны), а в волнах сдвига — в плоскости, перпендикулярной волновому вектору (поперечные волны). Поперечных волн может быть две.

Итак, в твердом теле могут распространяться три звуковые волны: одна продольная и две поперечные. Закон дисперсии звуковых волн прост. Для продольных волн

$$\omega = s_l k, \quad (26)$$

а для поперечных

$$\omega = s_t k, \quad (27)$$

причем скорость s_l продольных звуковых волн всегда больше скорости s_t поперечных волн.

Какое же отношение эти «простые» звуковые волны имеют к колебаниям атомов в кристаллической решетке, описанным выше? Простота закона дисперсии «простых» звуковых волн (26), (27) и всей картины распространения звука обусловлена тем, что при описании мы игнорировали атомную (дискретную) структуру кристалла, считали его сплошной средой¹⁾... Это приближение (естественно, такой подход — приближенное, а не точное рассмотрение, ведь твердое

тело в действительности состоит из атомов и молекул) справедливо тогда, когда длины волн колебаний велики по сравнению с межатомными расстояниями, $\lambda \gg a$, и мы имеем право игнорировать атомную структуру. Но так как $\lambda = 2\pi/k$, то условие применимости приближенного (макроскопического) подхода выглядит так:

$$ak \ll 1. \quad (28)$$

Микроскопический подход более точен. Выводы макроскопического рассмотрения должны следовать, конечно, из более точного микроскопического. Перечитайте второй пункт. Акустические ветви колебаний атомов при условии (28) переходят в обычные звуковые волны. При распространении «простой» звуковой волны ячейки кристалла перемещаются (колеблются) как нечто целое. Оптические $3r - 3$ колебания (если таковые есть, см. пункт первый) описывают колебания атомов относительно друг друга внутри каждой ячейки кристалла. Частоты этих колебаний обычно велики — порядка инфракрасных оптических частот.

Теперь вернемся к нашей первоначальной модели. Мы сравнивали движение атомов в кристалле с колебаниями маятников и как будто принуждены были отказаться от этого сравнения. Атомы не изолированы друг от друга, и потому каждый атом не колеблется самостоятельно, а по кристаллу бегут волны. Но каждая волна (с определенным волновым вектором \vec{k}) обладает определенной частотой ω . А что, если всю волну рассматривать как «маятник», осциллятор, колеблющийся с частотой $\omega(\vec{k})$? Математический анализ проблемы показывает, что это весьма плодотворная аналогия.

Осциллятор с частотой $\omega(\vec{k})$ — элементарная форма движения атомов в кристалле, структурная единица колебательного движения атомов кристалла. И хотя движение каждого осциллятора элементарно, т. е. неразложимо, в нем принимают участие все атомы твердого тела. Каждый осциллятор движется независимо от остальных. Поэтому энергия колебательного движения атомов есть сумма энергий отдельных осцилляторов.

¹⁾ Специальный раздел механики, изучающий те динамические и статические свойства твердых тел и жидкостей, в которых можно не учитывать их атомной структуры, носит название механики сплошных сред. Гидродинамика и теория упругости — главы механики сплошных сред.

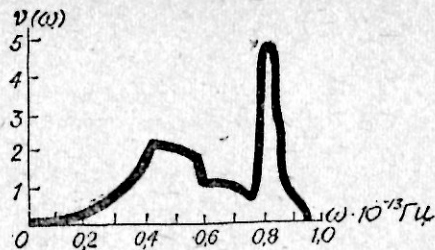


Рис. 10.

Это — важнейший результат. Энергия взаимодействующих друг с другом атомов (ионов, молекул) оказалась равной сумме энергий не взаимодействующих друг с другом осцилляторов. Видно, что осциллятор играет роль структурной единицы движения в кристалле. А структурная единица вещества кристалла, конечно, атом, молекула или ион (см. раздел «Из чего состоит...?» в 1-й главе).

Для тех, кто не боится слишком смелых аналогий, можно сказать

твердое тело — «газ» осцилляторов

— конечно, только «с точки зрения» колебательной энергии кристалла, так как именно в газе энергия — сумма энергий отдельных частиц.

Законы дисперсии очень полно характеризуют динамические свойства кристалла. Но иногда, пожалуй, слишком полно. Часто достаточно знать, сколько колебаний приходится на интервал частот $\Delta\omega$. Для определения этой функции (ее называют плотностью состояний, мы обозначим ее $\nu(\omega)$) надо подсчитать, сколько волновых векторов \vec{k} находится между двумя изочастотными поверхностями:

$$\omega_j(\vec{k}) = \omega \quad \text{и} \quad \omega_j(\vec{k}) = \omega + \Delta\omega,$$

и просуммировать по всем j (от 1 до $3r$). Функция $\nu(\omega)$ весьма сложна (рис. 10, например). Ее определение — одна из практических задач современной динамической теории кристаллов. Для ее решения используют электронные вычислительные машины.

Нас, однако, не будут интересовать важные подробности зависимости числа колебаний от частоты, а только самые грубые черты зависимости $\nu(\omega)$. Для выяснения их можно ограничиться так называемым приближением Дебая — считать, что при $k < k_D$ звуковые волны такие же, как в сплошной среде (см. (26) и (27)), а волн с $k > k_D$ нет совсем. Граничный волновой вектор k_D можно найти из естественного требования: полное число колебаний в грубой теории и в точной равны. Результат получается тоже естественный: $k_D \approx \pi/a$, т. е. в кристалле не могут распространяться волны, длина которых меньше расстояния между соседними атомами.

В дебаевском приближении плотность состояний имеет очень простой вид. От самых низких частот до некоторой максимальной $\nu(\omega) \propto \omega^2$, а выше максимальной, естественно, равна нулю:

$$\nu(\omega) = \begin{cases} \frac{3V}{2\pi^2 \tilde{s}^3} \omega^2, & \omega < \omega_{\max} \\ 0 & \omega > \omega_{\max} \end{cases} \quad (29)$$

Здесь V — объем кристалла, а \tilde{s} — «средняя» скорость звука: $\frac{3}{\tilde{s}^3} = \frac{2}{s_l^3} + \frac{1}{s_t^3}$. Максимальная частота (ее

называют дебаевской) равна $\omega_D = (6\pi^2)^{1/3} \tilde{s}/a$, если объем элементарной ячейки принять равным a^3 . Надо, чтобы полное число осцилляторов равнялось $3N$, где N — число ячеек кристалла, т. е. $V = Na^3$. Так как скорость звука в твердом теле порядка 10^5 см/с, а параметр решетки $\approx 3 \cdot 10^{-8}$ см, то $\omega_D \approx 10^{13}$ 1/с. Хотя истинная плотность состояний очень далека от дебаевской (см. рис. 10), оценка максимальной частоты правильна во всяком случае по порядку величины.

Замена истинной плотности состояний $\nu(\omega)$ дебаевской вполне допустима, если кристалл сравнительно прост и в элементарной ячейке один атом. Если же кристалл сложнее, то для согласия с экспериментальными данными приходится считать, что, кроме осцилляторов с частотами $0 < \omega < \omega_D$, есть еще осцилляторы с дискретными частотами. Число этих осцилляторов равно $(3r-3)N$, где r — по-прежнему число атомов в ячейке, а N — число ячеек кристалла.

Заканчивая этот раздел, подчеркнем: то, о чем рассказано, — следствие применения классической (ньютоновской) механики к системе, состоящей из большого числа атомов. Строго говоря, бесконечного, так как мы не учитывали границ кристалла.

КВАНТОВЫЙ ОСЦИЛЛЯТОР

Энергия осциллятора, если оставаться на позициях классической механики, может быть любой: чем больше размах колебания (амплитуда), тем больше энергия. Если обозначить максимальное отклонение осциллятора от положения равновесия буквой u , а энергию буквой E , то

$$E = m\omega^2 u^2/2, \quad (30)$$

где m — масса осциллятора, ω — его частота.

Квантовая механика утверждает: энергия осциллятора может принимать только дискретные значения:

$$E = E_n = \hbar\omega(n + 1/2), \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (31)$$

Они отмечены на рис. 11.

Всегда ли нужно учитывать квантовые свойства осциллятора? Начнем с обычного маятника, колеблющегося с частотой маятника часов ($\omega = 2\pi$ 1/с). Разрешенные уровни энергии разделены при этом интер-

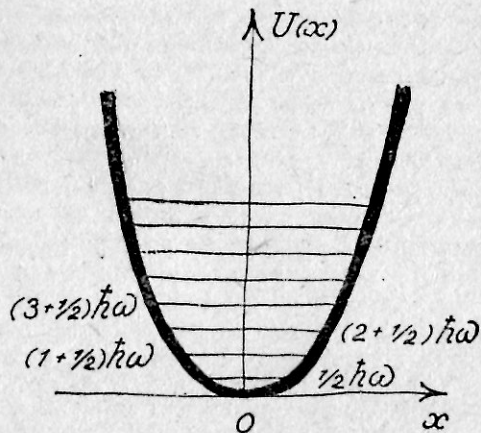


Рис. 11.

валами, приблизительно равными $6 \cdot 10^{-27}$ эрг. Для тех, кто не чувствует, много это или мало, вычислим, какова амплитуда колебаний маятника, согласно формуле (30), если энергия равна $6 \cdot 10^{-27}$ эрг.

Даже при массе, равной одному грамму ($m = 1$ г), амплитуда чудовищно мала — меньше 10^{-13} см (т. е. меньше размеров электрона, в сто тысяч раз меньше размеров атома). Ясно, что при изучении движения макроскопических тел учитывать дискретность уровней энергии бессмысленно: разрешенные уровни энергии расположены столь близко друг к другу, что их дискретностью можно попросту пренебречь.

В газе классических частиц¹⁾ средняя энергия каждой частицы равна $1/2 k_B T$, где T — температура газа. Твердое тело — «газ» осцилляторов. Но энергия осциллятора равна сумме кинетической энергии и потенциальной. В среднем они равны друг другу. Средняя энергия каждого осциллятора, во всяком случае по законам классической физики, равна $k_B T$. Это дает нам возможность определить, когда можно пользоваться формулами классической механики, а когда необходимо привлекать квантовую. Для этого надо сравнить расстояние между энергетическими уровнями осциллятора $\hbar\omega$ с энергией $k_B T$.

Во-первых, при любой температуре найдутся осцилляторы, для которых $\hbar\omega \ll k_B T$ и к которым, следовательно, применима классическая механика. Во-вторых, только при $k_B T \gg \hbar\omega$ классическая механика применима ко всем осцилляторам и, следовательно ее можно применять без боязни ошибиться к исследованию свойств твердого тела.

Величину $\hbar\omega_D$ называют энергией Дебая, а после деления на постоянную Больцмана k_B — температурой Дебая и обозначают чаще всего буквой θ :

$$\theta = \hbar\omega_D/k_B. \quad (32)$$

Для большинства твердых тел $\theta \approx 100$ К, т. е. в несколько раз меньше комнатной температуры ($20^\circ\text{C} = 293$ К). Поэтому почти все твердые тела в обычных условиях не проявляют квантовых особенностей. Но

¹⁾ О газах квантовых частиц см. «Приложение о двух статистиках между двумя главами».

есть вещества, например бериллий, у которых температура Дебая аномально высока ($\theta_{\text{Де}} \approx 1000 \text{ K}$). Температура Дебая — одна из важнейших характеристик кристалла. В каждом сколько-нибудь подробном справочнике физических констант приведены температуры Дебая различных твердых тел.

КЛАССИЧЕСКАЯ И КВАНТОВАЯ ТЕПЛОЕМКОСТИ КРИСТАЛЛОВ

Вычисление теплоемкости удобно начинать с расчета внутренней тепловой энергии тела¹⁾ $\mathcal{E}_{\text{кол}}$, так как теплоемкость C есть не что иное, как изменение тепловой энергии тела при изменении его температуры на один градус: $C = \frac{\partial \mathcal{E}_{\text{кол}}}{\partial T}$. Так как колебательная энергия «заключена» в газе осцилляторов, то, естественно, надо вычислить среднюю энергию этого газа, для чего надо знать среднюю энергию одного осциллятора. Как мы только что убедились, при температурах ниже дебаевских необходимо квантовое рассмотрение. Его можно, конечно, использовать и при высоких температурах — ведь оно точное! Еще Макс Планк показал, что из формулы (31) однозначно следует: средняя энергия осциллятора равна

$$\bar{E} = \frac{1}{2} \hbar \omega + \frac{\hbar \omega}{e^{\hbar \omega / k_B T} - 1}. \quad (33)$$

В классическом пределе $k_B T \gg \hbar \omega$ мы, как и должно быть, получаем правильный результат $\bar{E} = k_B T$. Еще один пример справедливости принципа соответствия.

Чтобы найти внутреннюю тепловую энергию кристалла, нужно сложить энергии всех осцилляторов. Это означает умножить \bar{E} на плотность состояний $\nu(\omega)$ и проинтегрировать по всем частотам осцилляторов. В результате получим

$$\mathcal{E}_{\text{кол}} = \mathcal{E}_0 + \int_0^\infty \frac{\nu(\omega) \hbar \omega d\omega}{e^{\hbar \omega / k_B T} - 1}. \quad (34)$$

¹⁾ Назвав искомую величину $\mathcal{E}_{\text{кол}}$, мы подчеркиваем, что речь идет о колебательной энергии атомов твердого тела.

Прежде чем двигаться дальше, сделаем небольшое замечание о $\hbar \omega / 2$ в формулах (31) и (33). Мы уже отмечали, что квантовый маятник нельзя успокоить. Действительно, наименьшая энергия осциллятора, энергия его нулевого колебания (при $n = 0$) равна $\frac{1}{2} \hbar \omega$. Суммарная энергия нулевых колебаний атомов кристалла обозначена \mathcal{E}_0 . Это — колебательная энергия кристалла при абсолютном нуле температуры. Но для того, чтобы обнаружить нулевые колебания, не обязательно охлаждать кристалл до абсолютного нуля. Есть явления, в которых нулевые колебания проявляются и при конечной температуре. Например, основная причина расхождения свойств кристаллов различных изотопов одного и того же элемента связана с несовпадением энергий нулевых колебаний.

Выражение (34), позволяющее вычислить внутреннюю колебательную энергию твердого тела, показывает, что для этого нужно знать только плотность состояний осцилляторов... и все. Именно поэтому такое значение придается функции $\nu(\omega)$. Надо еще напомнить, что знание $\mathcal{E}_{\text{кол}}(T)$ позволяет определить, по существу, все равновесные (термодинамические) характеристики кристалла¹⁾: теплоемкость, сжимаемость, коэффициент теплового расширения и т. д., и т. п. — определить, не добавляя каких-нибудь новых предположений о характере движения атомных частиц. Для этого существует специальная безмодельная наука — термодинамика, основанная на столь общих принципах, как закон сохранения энергии...

Квантовый характер газа осцилляторов проявляется во всех тепловых свойствах твердого тела при низких температурах. Наиболее отчетливо — в зависимости теплоемкости от температуры. При высоких температурах (теперь мы знаем, что это означает при $T \gg \theta$) квантование не играет существенной роли, и мы приходим к классическому результату:

$$\mathcal{E}_{\text{кол}} = 3Nrk_B T, \quad (35)$$

¹⁾ Чтобы быть совсем точным, отметим: надо еще знать зависимость всех величин от давления. Она тоже определяется силами взаимодействия между атомами и входит в плотность состояний (например, в виде зависимости температуры Дебая от давления).

а теплоемкость C не зависит от температуры и в расчете на моль вещества равна $3R$ (где R — газовая постоянная, $R = 1,9858 \frac{\text{кал}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$). Равенство $C = 3R$ носит название закона Дюлонга и Пти. Высокое наименование (закон) не спасает его от ограничений. При $T \ll \theta$, в согласии с формулой (34), колебательная энергия стремится к нулю вместе с температурой, а теплоемкость (опять в расчете на моль вещества) равна

$$C = \frac{4\pi^4}{15} 3R \left(\frac{T}{\theta}\right)^3. \quad (36)$$

Этот результат, полученный Дебаем и находящийся в прекрасном согласии с экспериментальными фактами, — один из триумфов применения квантовой механики к изучению свойств макроскопических тел.

Главный вклад в колебательную энергию кристалла при низких температурах вносят акустические волны. Энергия соответствующих им осцилляторов мала, и потому они легко возбуждаются. Оптические волны (даже если таковые могут быть) не возбуждаются при низкой температуре: на их возбуждение при $T \ll \theta$ не хватает тепловой энергии.

ФОНОНЫ

Теперь нам предстоит осознать одно из основных представлений квантовой теории твердого тела. Мы попытаемся показать, как корпускулярно-волновой дуализм, сравнительно подробно описанный в первой главе, позволяет создать удобный, наглядный язык для описания поведения атомов твердого тела, язык, особенно пригодный при низких температурах.

Построим сначала схему того, что описано в предыдущих разделах этой главы.

Кристалл — совокупность правильно расположенных, взаимодействующих друг с другом атомов. Колебания атомов распространяются по кристаллу в виде слабо взаимодействующих волн с волновыми векторами \vec{k} и частотами $\omega_j(\vec{k})$. Каждой волне ставится в соответствие осциллятор с частотой $\omega_j(\vec{k})$.

Но ведь каждой волне, следуя идеям Луи де Бройля, можно сопоставить *частицу* с энергией ϵ , равной $\hbar\omega_j(\vec{k})$, и с импульсом \vec{p} , равным $\hbar\vec{k}$. Эта частица (чаще говорят *квазичастица*, см. «Введение о физике твердого тела...») носит название *фонона*. Фонон — элементарная порция звуковой энергии с частотой ω , подобно тому как фотон — элементарная порция световой (электромагнитной) энергии.

Сопоставление:

волна \rightarrow квантовый осциллятор \rightarrow фонон.

Сопоставление обосновывается тем, что энергия возбужденного состояния каждого *квантового осциллятора* ϵ_n равна целому числу $\hbar\omega_j(\vec{k})$:

$$\epsilon_n = n\hbar\omega_j(\vec{k}), \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (37)$$

Число n приобретает простой наглядный смысл: это число фононов данного сорта — с импульсом $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ и энергией $\epsilon = \hbar\omega_j$, а $1/(e^{\hbar\omega_j/k_B T} - 1)$ в формуле (33) есть не что иное, как *среднее* число фононов с импульсом \vec{p} и энергией ϵ при данной температуре. Мы так и будем обозначать:

$$\bar{n} = \frac{1}{e^{\hbar\omega_j/k_B T} - 1}. \quad (38)$$

Заметим: среднее число фононов $N(\epsilon)$ с заданной энергией получается после умножения \bar{n} на плотность состояний $\nu(\epsilon)$:

$$N(\epsilon) = \nu(\epsilon)/(e^{\epsilon/k_B T} - 1). \quad (39)$$

Введение фононов позволяет во многих случаях рассматривать любое твердое тело как ящик с заключенным в нем газом фононов. Фононы, как частицы обычного газа, движутся от стенки к стенке, сталкиваются друг с другом.

Газ фононов — основной тепловой резервуар твердого тела. Тепловые свойства твердого тела можно понять, только изучив свойства этого своеобразного газа. Газ фононов, конечно, весьма необычный газ.

Вот наиболее бросающееся в глаза отличие от обычного газа: число фононов в твердом теле не постоянно. Фононов тем больше, чем интенсивнее тепловое движение атомов, т. е. чем выше температура. При высоких температурах число фононов пропорционально температуре, а с приближением к абсолютному нулю их число также стремится к нулю пропорционально третьей степени температуры. Оба эти утверждения легко проверить, если воспользоваться только что выписанным выражением для $N(\epsilon)$ — числа фононов с заданной энергией.

Как и волны, фононы бывают акустические и оптические. Однако при низких температурах, когда квантовый подход необходим, оптических фононов экспоненциально мало; как мы уже говорили, тепловой энергии на «рождение» оптического фонона не хватает. Акустические фононы при низких температурах тоже возбуждены не все. Больше всего таких фононов, энергия которых близка к $k_B T$. Возбудить более энергичные нет сил (температура низка), а очень низкоэнергичных вообще мало: плотность состояний пропорциональна ϵ^2 (см. формулу (29)).

Вычислим импульс этих наиболее распространенных фононов при $T \ll \theta$. Когда возбуждены главным образом акустические длинноволновые фононы с законом дисперсии $\omega = sk$ (s — одна из скоростей, либо поперечная, либо продольная), при переходе от k к ω к импульсу и энергии имеем $\epsilon = sp$. Из условия $\epsilon \approx k_B T$ легко получить, что импульс этих фононов примерно равен $\frac{\pi \hbar T}{a \theta}$, так как $k_B \theta \approx \pi \hbar s/a$.

Переход от волн (с волновыми векторами \vec{k}) к квазичастицам (с импульсами \vec{p}) заставляет перейти от «обратного» пространства (см. стр. 79) к импульсному пространству. В этом «пространстве» (удобно говорить « p -пространство») характерный размер $\pi \hbar/a$. Большие импульсы попросту не имеют смысла — им можно найти эквивалентные в первой зоне Бриллюэна, воспользовавшись периодичностью p -пространства.

Итак, мы видим, что при $T \ll \theta$ тепловые фононы занимают малую область вблизи центра первой зоны

Бриллюэна. С повышением температуры их число растет, и чем температура выше, тем более однородно заполняют фононы p -пространство.

ОТСТУПЛЕНИЕ О ФОТОНАХ

После того, как мы столь подробно рассказали о фотонах, можно вернуться к первой главе и несколько уточнить утверждения, которыми мы старались пояснить переход от электромагнитных волн к частицам — фотонам.

Формальная схема рассуждения аналогична только что описанной. Электромагнитной волне с волновым вектором \vec{k} и частотой ω ставится в соответствие квантовый осциллятор с частотой ck или частица — фотон с импульсом $\vec{\hbar}k$ и энергией $\hbar\omega$; $\frac{1}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1}$ —

среднее число фотонов с импульсом \vec{p} ; $\frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1}$ —

средняя энергия фотона. Плотность электромагнитной энергии в полости (формула (19)) расшифровывается так:

$$E_\omega = \text{плотность состояний фотонов} \times \text{средняя энергия фотона.}$$

Отличие плотности состояний фотонов от $\nu(\omega)$ (сравните (19) и (29)) связано, во-первых, с отличием скорости звука от скорости света, а во-вторых, с различием в числе типов волн: звуковая волна имеет одну из трех поляризацій, а световая — одну из двух.

ФОНОНЫ ПЕРЕНОСЯТ ТЕПЛО

Хорошо известно, что каждое твердое тело является проводником тепла. Особенно легко понять теплопроводность, если рассматривать кристалл как ящик с фононами. Пусть на одном конце твердого тела поддерживается температура T_1 , а на другом T_2 , причем T_2 больше T_1 . Это означает, что на левом конце (там, где температура равна T_1) плотность фононов меньше, чем на правом конце (там, где температура T_2).

Ясно, что фононы с правого конца будут «перетекать» в левый конец, пытаясь выравнять плотность фононов по всему телу (если бы мы собрали какой-либо газ в одной части сосуда, то он постепенно занял бы весь его объем). При своем перемещении от теплого конца к холодному фононы переносят тепло, которое отводится от холодного конца, если его поддерживают при постоянной температуре. Пришедшие фононы при этом просто исчезают, так как их число, как мы говорили, определяется температурой. На горячем конце фононы «зарождаются» — поддерживать постоянную температуру можно, только подводя тепло к телу.

Представление о тепловом движении в твердом теле как о газе фононов удобно не только для словесного описания явлений (в данном случае теплопроводности), но и при расчетах. Согласно молекулярно-кинетической теории газов коэффициент теплопроводности κ равен произведению $\frac{1}{3} C \bar{v} l$, где C — теплоемкость единицы объема газа, l — средняя длина свободного пробега молекул газа, а \bar{v} — их средняя тепловая скорость. У нас газ фононов. Скорость фононов, если для простоты ограничиться дебаевским приближением, равна скорости звука ($\bar{v} = s$). Теплоемкость газа фононов нам уже известна (см. формулы (35) и (36)). Для определения температурной зависимости коэффициента теплопроводности необходимо «только» определить длину свободного пробега фононов l_{ph} . Длина свободного пробега частиц определяется столкновениями — тем, что ограничивает их свободный полет.

Постараемся разобраться в столкновениях фононов. Можно ли вообще говорить о столкновениях, когда речь идет не о настоящих частицах, а о фононах, о квазичастицах (якобы частицах, мнимых частицах)? В кристалле есть всегда какие-нибудь неоднородности: атомы примеси, границы кристаллитов, дислокации¹⁾, границы образца, наконец. Столкновения с не-

¹⁾ Кристаллит — маленький участок строго периодического расположения атомов. Монокристалл состоит из одного кристаллита. В технике, в быту обычно используются поликристаллы, состоящие из огромного числа кристаллитов. Дислокация — след обрвавшейся (недостроенной) атомной плоскости в кристалле — часто встречающийся дефект упаковки атомов в кристалле.

однородностями кристалла, конечно, ограничивают длину свободного пробега фононов. Пожалуй, здесь удобно вспомнить, что фонон — волна, которая рассеивается, как подобает волне, и, следовательно, может рассеяться на встречном препятствии. Волновыми свойствами фононов объясняется тот факт, что ограничивающая роль примесей для длины свободного пробега не очень велика, особенно при низких температурах. Волна с длиной значительно больше размеров неоднородности¹⁾ почти не ощущает ее (это обстоятельство легко установить, наблюдая за набегаящими волнами на морской берегу).

С уменьшением количества неоднородностей, т. е. с улучшением качества кристалла, длина свободного пробега будет возрастать. До каких пор? В идеальном «бесконечном» кристалле длина свободного пробега равна бесконечности? Или есть какие-то, присущие идеальному кристаллу, причины, ограничивающие длину свободного пробега фононов?

Оказывается, есть! Фононы, как молекулы обычного газа, сталкиваются друг с другом, причем законы взаимодействия фононов могут быть поняты при исследовании движения атомных частиц кристалла.

Прежде всего разберемся в том, что вообще означает «столкнуться». Если бы частицы (или квазичастицы) вообще не взаимодействовали друг с другом, то никаких «столкновений» бы не было. Например, фотоны в пустоте практически (с огромной точностью) не замечают присутствия друг друга. Слово «взаимодействуют» при переводе с научного жаргона на строгий язык означает, это энергия двух частиц не равна сумме энергий этих частиц, а имеет дополнительное слагаемое или даже слагаемые. Эти дополнительные слагаемые так и называются — энергия взаимодействия.

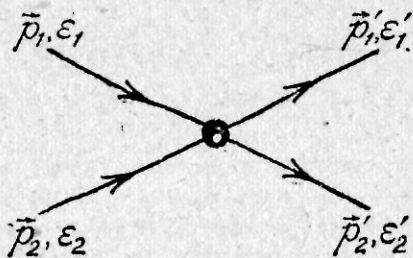
Вероятность столкновения и другие характеристики процесса столкновения выражаются через энергию взаимодействия. Но ведь мы как будто показали, что

¹⁾ Размеры неоднородности приблизительно равны размерам ячейки кристалла a , а длина волны фонона λ_{ph} при $T \ll \theta$ значительно больше a : из $p \approx \frac{\pi \hbar T}{a \theta}$ следует, что $\lambda_{ph} \approx a \frac{\theta}{T}$.

энергия газа фононов есть сумма энергий отдельных фононов. И еще подчеркивали важность этого обстоятельства... Показали. Но из чего мы исходили при этом? Из представления движения атомов в виде *малых* колебаний (аналогия с движением маятника). Действительно, если считать, что отклонение атома из положения равновесия вызывает возвращающую силу, пропорциональную величине отклонения, то все сказанное выше — абсолютная истина. Но утверждение о линейной зависимости между силой и отклонением не точно! Оно так и называется — гармоническое приближение.

Так как амплитуда колебаний атомов мала, то во многих случаях гармонического приближения совершенно достаточно. Но не для расчета длины свободного пробега фононов. *Взаимодействие между фононами определяется следующими* (после линейных) членами разложения силы по степеням отклонений. Их называют *ангармонизмами*. Ангармонизмы важны, конечно, не только при расчете длины пробега фононов. Без их учета, например, нельзя понять тепловое расширение твердых тел. Но на этом вопросе мы вовсе не будем задерживаться.

Столкновения фононов очень непохожи на столкновения обычных частиц. Давайте изображать частицу стрелкой, а факт столкновения — кружком. Тогда столкновение двух частиц можно изобразить так:



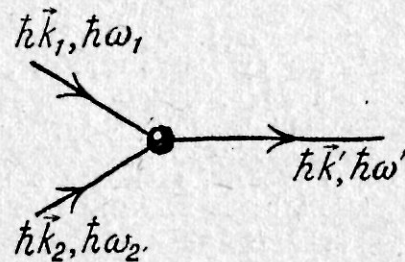
$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2'$$

$$\epsilon_1 + \epsilon_2 = \epsilon_1' + \epsilon_2'$$

Внизу мы выписали законы сохранения импульса и

энергии, которые, естественно, выполняются при столкновении частиц газа.

А следующая схема изображает один из возможных типов столкновений фононов:



$$\hbar\vec{k}_1 + \hbar\vec{k}_2 = \hbar\vec{k}' + \hbar\vec{K},$$

$$\hbar\omega_1 + \hbar\omega_2 = \hbar\omega'.$$

Бросается в глаза: число частиц при столкновении сохраняется, а число фононов не сохраняется. Но, пожалуй, главное отличие столкновений фононов от столкновения обычных частиц в том, что при столкновении фононов не сохраняется импульс. Кристаллическая решетка, по которой движутся фононы, тоже принимает участие в столкновении, забирая «часть» импульса. Правда, «забрать» она может только весьма определенную «порцию» импульса: $\hbar\vec{K} = 2\pi\hbar\vec{b}$. Кристаллическая решетка не всегда принимает участие в столкновениях фононов. Когда импульс сохраняется, то столкновения называют *нормальными*. Столкновения, при которых импульс не сохраняется, называют *процессами переброса*. Причина процессов переброса, конечно, в периодичности p -пространства.

Когда импульс столкнувшихся частиц выходит за пределы первой зоны Бриллюэна, его надо «вернуть на место». В этом и заключается «переброс». Процессы переброса открывают дополнительные каналы рассеяния: в кристалле могут происходить столкновения, запрещенные законом сохранения в вакууме.

Легко понять, что только те столкновения, которые сопровождаются перебросами, ограничивают дли-

ну пробега. Действительно, если выполняются законы сохранения импульса и энергии, то при столкновениях происходит только перераспределение энергии и импульса, а не торможение. Газ фононов при этом не тормозится, а течет как нечто целое. Он может перенести любое количество тепла, тем больше, чем больше скорость течения газа.

Для того чтобы мог произойти переброс, в процессе столкновения должен принимать участие хотя бы один фонон с большим импульсом, близким к $\pi\hbar/a$. При высоких температурах таких фононов много, и длина свободного пробега, входящая в выражение для теплопроводности, очень невелика ($l_{ph} \approx 10^{-6}$ см).

Но при понижении температуры фононов с большими импульсами делается все меньше и меньше. Помните? При $T \ll \theta$ почти все фононы располагаются вблизи центра первой зоны Бриллюэна. Фононы с импульсом, близким к $\pi\hbar/a$, имеют энергию порядка $\hbar\omega_{\max} = k_B\theta$. А это означает, что их число при $T \ll \theta$ экспоненциально мало, т. е. пропорционально $e^{-\theta/T}$. Естественно, уменьшается и вероятность столкновения с такими фононами, в результате чего возрастает (экспоненциально) длина пробега l_{ph} . Комбинируя зависимости теплоемкости и длины пробега от температуры, получаем

$$\kappa \sim T^3 e^{\theta/T}. \quad (40)$$

При приближении к абсолютному нулю длина свободного пробега делается столь большой, что нельзя игнорировать конечность образца: границы кристалла препятствуют свободному пробегу фононов, и $l_{ph} \approx L$, где L — наименьший из размеров кристалла (толщина пластины, диаметр проволоки). Поэтому при стремлении температуры к нулю коэффициент теплопроводности также стремится к нулю пропорционально третьей степени температуры. Изучая теплопроводность при различных температурах, обнаруживают своеобразный максимум в зависимости $\kappa(T)$, который свидетельствует о смене механизма ограничения свободного пробега: «перебросы» уступили место рассеянию на границах (рис. 12).

Мы описали теплопроводность в кристаллах, считая, что никаких других квазичастиц в кристалле нет.

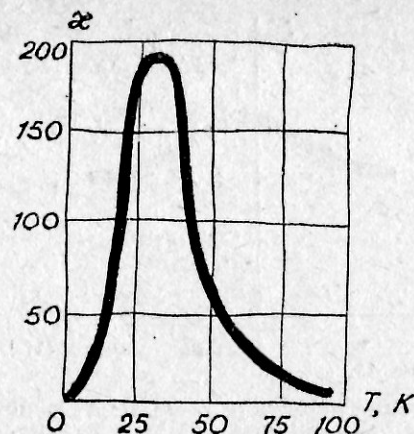


Рис. 12.

Это справедливо, если речь идет об обычных диэлектриках. В металлах тепло переносят электроны, в магнетиках — специфичные квазичастицы — магноны. Фононы сталкиваются и с электронами, и с магнонами, те в свою очередь — с фононами. Процесс переноса тепла усложняется, что проявляется в усложнении зависимости коэффициента теплопроводности от температуры. О некоторых из этих механизмов теплопереноса будет рассказано в других главах.

МОЖНО ЛИ «УВИДЕТЬ» ОТДЕЛЬНЫЙ ФОНОН?

Даже при сверхнизких температурах фононов в кристаллах невообразимо много. При температуре, равной одной десятой температуры Дебая, на один кубический сантиметр твердого тела приходится приблизительно 10^{20} фононов. Так как фононы определяют большинство тепловых свойств твердых тел, то, изучая последние, физики тем самым изучают свойства фононов. Но, конечно, желательно иметь возможность «потрогать», «разглядеть» отдельный фонон. Можно ли это сделать в принципе? Конечно, «выпустить» фонон из кристалла нельзя, ведь фонон — это движение атомов кристалла. Поэтому надо довольствоваться изучением свойств самого кристалла.

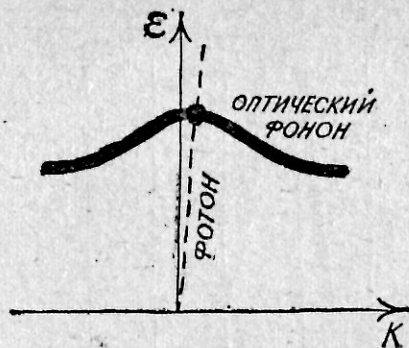
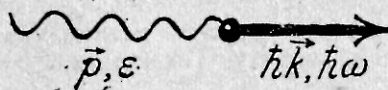


Рис. 13.

Для изучения фононов с малыми импульсами не нужны особые ухищрения, так как фононы с малыми импульсами — это обычные звуковые волны. Так что, изучая распространение звука в кристаллах, мы тем самым исследуем свойства отдельных фононов.

Пожалуй, самый старый способ изучения оптических фононов — исследование резонансного поглощения света кристаллами. На «языке фононов» это явление означает: фотон превращается в фонон. Изображается оно простейшим рисунком:



$$\vec{p} = \hbar\vec{k}, \quad \epsilon = \hbar\omega.$$

Волнистая линия — фотон с импульсом \vec{p} и энергией $\epsilon = cp$, где c — скорость света; внизу, как всегда, выписаны законы сохранения. Так как скорость света очень велика, то рождается оптический фонон¹⁾ с очень малым импульсом (рис. 13). С помощью оптических исследований можно «увидеть» только избранные фононы.

Очень существенную информацию о фононах дает неупругое рассеяние нейтронов в кристаллах. Проле-

¹⁾ Акустические фононы вовсе не рождаются при этом процессе, да и оптические отнюдь не все — некоторые колебания атомов вовсе не связаны с электромагнитными волнами.

тая через кристалл, нейтрон «раскачивает» атомы, т. е. возбуждает в нем звуковые волны, и тем самым несколько уменьшает свою энергию. На «фононном языке» это звучит так: нейтрон «рождает» фононы. Чем больше путь, проходимый нейтроном в кристалле, тем больше вероятность рождения фононов. Как правило, этот путь невелик и нейтрон либо вовсе не успевает «родить» фононы (упругое рассеяние), либо рождает один. Но это значит, что, изучая неупругое рассеяние нейтронов, можно непосредственно измерить закон дисперсии фононов.

Действительно, из законов сохранения импульса и энергии следует, что изменение импульса рассеянного нейтрона равно импульсу фонона, а изменение энергии нейтрона равно энергии фонона. Измерь то и другое и будешь знать закон дисперсии фононов. Конечно, это просто на бумаге. В действительности изучение неупругого рассеяния нейтронов требует сложной современной техники эксперимента, мощного источника нейтронов, тонкой регистрирующей аппаратуры, механизированной обработки результатов. Но «овчинка стоит выделки». Знание фононных энергетических спектров — глубокое проникновение в «устройство» твердых тел.