

**ГОСУДАРСТВЕННОЕ НАУЧНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
«ИНСТИТУТ ФИЗИКИ имени Б. И. СТЕПАНОВА  
НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ»**

На правах рукописи  
УДК 539.12

**СЕРГЕЕНКО  
МИХАИЛ НИКОЛАЕВИЧ**

**НАСЫЩАЮЩИЕ ТРАЕКТОРИИ РЕДЖЕ  
В МОДЕЛИРОВАНИИ АДРОННЫХ ПРОЦЕССОВ**

**АВТОРЕФЕРАТ**  
диссертации на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук  
по специальности 01.04.16 — физика атомного ядра и элементарных частиц

**Минск 2016**

Работа выполнена в ГНУ «Институт физики имени Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси», Объединённом институте ядерных исследований (ОИЯИ), г. Дубна, Российская Федерация

Официальные оппоненты:

**Бояркин Олег Михайлович,**

доктор физико-математических наук,  
профессор, профессор кафедры физики  
и высшей математики Международного  
государственного экологического института  
имени А. Д. Сахарова БГУ

**Курочкин Юрий Андреевич,**

доктор физико-математических наук, доцент,  
заведующий Центром теоретической физики  
Института физики имени Б. И. Степанова НАН  
Беларуси

**Фаустов Рудольф Николаевич,**

доктор физико-математических наук,  
профессор, главный научный сотрудник  
Федерального исследовательского центра  
«Информатика и управление» РАН

Оппонирующая организация: Белорусский государственный университет

Защита состоится « 29 » июня 2016 г. в 15.00 часов на заседании совета по защите диссертаций Д 01.05.02 при Институте физики имени Б. И. Степанова НАН Беларуси по адресу: 220072, Минск, пр. Независимости, 68;  
тел. 284-15-59.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ГНУ «Институт физики имени Б. И. Степанова НАН Беларуси»

Автореферат разослан « 27 » мая 2016 г.

Ученый секретарь совета  
по защите диссертаций, кандидат  
физико-математических наук

Ю. П. Выблый

## ВВЕДЕНИЕ

Физика частиц высоких энергий изучает происхождение и свойства материи в масштабе атомных ядер. Это направление исследований развивается очень интенсивно как в области теории, так и эксперимента. Затрачиваются огромные материальные ресурсы на строительство ускорителей частиц и проведение экспериментов в поисках новых знаний о структуре материи. Экспериментальные исследования на ускорителях стимулируют развитие теории.

Огромное большинство известных и постоянно открываемых частиц являются адронами — связанными состояниями кварков и глюонов. Свойства этих частиц определяются сильным взаимодействием, переносчиком которых являются глюоны. Основным кандидатом на роль теории сильных взаимодействий является квантовая хромодинамика (КХД) — неабелева калибровочная теория поля — одна из составляющих Стандартной Модели физики частиц. Однако описание сильных взаимодействий в рамках КХД часто наталкивается на математические трудности, и во многих случаях вычисления из первых принципов оказываются невозможными.

Цветовые силы хорошо изучены в условиях асимптотической свободы, когда «постоянная» сильной связи КХД  $\alpha_s(Q^2)$  является малой величиной, что позволяет в практических расчётах использовать технику теории возмущений. Однако этот метод сталкивается с серьезными трудностями при описании ряда свойств сильных взаимодействий, таких как заперение цвета, мягкие процессы рассеяния на малые углы и других явлений, когда величина сильной связи  $\alpha_s(Q^2)$  растёт и не может использоваться как малый параметр разложения амплитуды рассеяния. Серьёзную проблему теории в этой области создаёт отсутствие методов решения уравнений КХД. Это придаёт актуальность альтернативным подходам для описания динамики сильных взаимодействий, многие из которых имеют давнюю историю.

В последнее время растёт интерес к возникшему в 1960-е годы методу комплексного углового момента Редже. Развитие этого метода в физике высоких энергий привело к созданию теории Грибова–Редже — строгой релятивистской теории, в которой динамика сильных взаимодействий полностью определяется свойствами траекторий Редже  $\alpha(s)$ . В рамках этой теории рассеяние адронов при высоких энергиях происходит за счёт обмена составными объектами — *реджеонами*, гипотетическими частицами с комплексной массой. Наиболее важным реджеоном в этой теории является *померон* — траектория Померанчука  $\alpha_P(s)$  —  $\mathcal{P}$ -траектория вакуума, единственный реджеон, вклад которого в сечение рассеяния не уменьшается с энергией. В простейшем случае линейной зависимости траекторий Редже теория Грибова–Редже даёт описание мягких адронных процессов. Представление о линейности траекторий Редже привело в 70-е годы к концепции *дуальности*, состоящей в том, что резонансам прямого  $s$ -канала ставятся в соответствие реджевские полюса перекрёстного  $t$ -канала.

Концепция дуальности и её соответствие топологическому  $1/N$ -разложению амплитуды рассеяния в КХД привела к разработке нескольких успешных реджевских моделей, одной из которых является модель кварк-глюонных струн (МКГС), развиваемая в диссертации. Этот подход рассматривается в настоящее время как наиболее реалистичский в описании процессов сильных взаимодействий, однако развитые на его основе модели не дают описания ряда важных свойств этих сил, например, жёстких процессов.

Новая возможность описания сильных взаимодействий появилась после предложенной Ландшоффом и Нахтманом в 1987 году двухглюонной ( $gg$ ) структуры вакуума (померона) с несингулярным пропагатором глюона. Это решает ряд проблем теории, если в такой  $gg$ -модели померона использовать глюон с динамически генерируемой массой (Корнвол, 1982). Наличие массы у глюона устраняет неограниченный рост «бегущей константы» связи  $\alpha_s(Q^2)$  и расходимость пропагатора при малых  $Q^2$ . Тогда из полного пропагатора можно получить его мягкую компоненту — пропагатор *мягкого глюона*. Это позволяет рассмотреть механизм многоглюонного обмена, сформулировать новую версию модели струн и описать с её помощью мягкое и жёсткое рассеяние адронов как мультипериферический процесс.

Выполненные в диссертации исследования показывают, что возможности всех реджевских моделей ограничиваются описанием мягких процессов по той причине, что в них используются *линейные* траектории Редже. В литературе существуют очень противоречивые трактовки вопроса о свойствах траекторий; подавляющее большинство авторов считают, что они линейны. Однако данные экспериментов на установке HERA убедительно показали, что траектории Редже, в том числе  $\mathcal{P}$ -траектория, являются *нелинейными* функциями, явный вид которых неизвестен. Для учёта нелинейности траекторий предлагались различные параметризации; большинство результатов этих работ сводится к тому, что траектории Редже должны выполаживаться и стремиться к *постоянной* величине. Это является доказательством того, что наступает режим «жёсткого» рассеяния.

Достижение цели диссертационной работы и решение поставленных в ней задач осуществляется с помощью развитого автором асимптотического метода, основанного на решении полученного квазиклассического волнового уравнения. Апробация метода выполнялась на решении классических точнорешаемых задач в квантовой механике, для которых получены энергетические спектры и асимптотические решения.

Развитый в диссертации метод применяется для вывода универсальной массовой формулы кваркониев и глюболов, а также аналитического выражения для лидирующих и дочерних траекторий Редже  $\alpha(s)$ , получивших в литературе название *насыщающих траекторий*. Впервые в рамках единого подхода и полном согласии с табличными данными вычисляются спектры масс лёгких мезонов, тяжёлых кваркониев, массы и полные ширины резонансов, предсказываются массы глюболов и их квантовые числа.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### Связь работы с крупными научными программами и темами

Настоящее исследование выполнялось в соответствии с планами научных работ Лаборатории физики высоких энергий Института физики имени Б. И. Степанова НАН Беларуси, Гомельском государственном университете, Лаборатории ядерных проблем Объединенного института ядерных исследований (ОИЯИ, г. Дубна, Россия), на кафедре «Физика высоких энергий» в Университете штата Иллинойс (UIS, г. Чикаго, США).

Диссертационные исследования выполнялись по приоритетным направлениям фундаментальных научных работ в области физики высоких энергий в рамках комплексных научных программ Республики Беларусь. В период с 1983 по 1995 годы работы проводились в рамках программ Международного научного сотрудничества ГИПЕРОН [2-А, 3-А] и проекту МАРС/МЧС (г. Дубна, ОИЯИ, Россия), по подготовке экспериментов на УНК (г. Протвино, Россия) [9-А, 12-А], SSC SDC (США) [32-А] и Большом адронном коллайдере (LHC, CERN, Швейцария) [33-А, 34-А]. Работы проводились в рамках следующих государственных программ научных исследований:

I. Республиканская комплексная программа «Исследование закономерностей и процессов фундаментальных взаимодействий в физике полей, частиц и атомного ядра (теория и эксперимент)», «Частица-4» (1991-1995); тема: «Экспериментальное исследование процессов взаимодействия элементарных частиц с ориентацией на существующие и создаваемые ускорители и измерительные комплексы» (Частица-4.05);

II. Республиканская комплексная программа «Исследование фундаментальных взаимодействия на субатомном и ядерном уровнях строения материи», «Кварк» (1996-2000); тема: «Исследование распадов  $K$ -мезонов с помощью спектрометра ГИПЕРОН на Серпуховском ускорителе и поиск мезонов экзотической структуры на установке OMEGA (SPS, CERN)» (Кварк-10);

III. Государственная программа физических исследований «Электрослабые, сильные и гравитационные взаимодействия в широком интервале энергий», «Физика взаимодействий» (2001-2005); тема: «Базовый эксперимент по изучению протон-протонных столкновений на Большом адронном коллайдере LHC (CERN); Коллаборация ATLAS»;

IV. Государственная программа физических исследований «Физика на Большом адронном коллайдере LHC (CERN); подготовка калориметра ATLAS к запуску»; «Физика взаимодействий» (2006-2010);

V. Государственная программа научных исследований «Междисциплинарные исследования. Перспективные зарождающиеся технологии» (Конвергенция, 2011-2015 гг.); «Фундаментальные физические взаимодействия и их проявления в строении материи на субъядерном и макроскопическом уровнях», «Физика фундаментальных взаимодействий и плазма».

## Цель и задачи исследования

Целью диссертационной работы является развитие нового метода описания мягких, полужёстких и жёстких адронных процессов при высоких энергиях на основе модификации реджевской модели кварк-глюонных струн и гипотезы о насыщении траекторий Редже как основных структурных блоков моделирования динамики сильных взаимодействий.

Для достижения этой цели потребовалось решить следующие задачи.

1. Разработать новый способ определения поперечных импульсов кварков в померонных цепочках модели кварк-глюонных струн путём моделирования померона как обмена двумя глюонами с динамически генерируемой массой, получить на этой основе распределения кварков в померонных цепочках.

2. Развить модель померона (вакуума) как связанной системы двух массивных глюонов, модифицировать корнельский потенциал путём введения координатной зависимости «постоянной» сильной связи  $\alpha_s(r)$ , получить для него решение квазиклассического волнового уравнения, вывести массовую формулу для спектра масс глюоболов и аналитическое выражение для траектории вакуума.

3. Модифицировать модель кварк-глюонных струн с помощью полученных функций распределения кварков, описать инклюзивные сечения и другие характеристики образования адронов в мягких адронных процессах, исследовать зависимость сечений рождения вторичных частиц от значения пересечений  $\alpha(0)$  траекторий Редже.

4. Выполнить исследование релятивистской системы двух частиц с корнельским потенциалом взаимодействия, получить на основе двух точных решений интерполяционную массовую формулу и выражение для насыщающих траекторий Редже.

5. Разработать механизм полужёсткого рассеяния на основе двухглюонной модели померона с учётом диаграмм обмена двумя и тремя померонами, выполнить модификацию модели струн, описать полужёсткие процессы инклюзивного рождения лёгких и тяжёлых адронов; выполнить расчёты сечений процессов для экспериментов, проводимых на Тэватроне и Большом Адронном Коллайдере (Женева).

6. Получить пропагатор мягкого глюона из решения уравнений Дайсона-Швингера для полного пропагатора, развить мультипериферический механизм жёсткого рассеяния адронов с использованием мягкого пропагатора, разработать новую версию модели струн и описать с её помощью сечения образования адронов в мягких, полужёстких и жёстких адронных процессах.

7. Выполнить моделирование динамики сильных взаимодействий на уровне фундаментальных степеней свободы — кварков и глюонов в терминах траекторий Редже, вывести квазиклассическое волновое уравнение, разработать асимптотический метод его решения, сформулировать условия квантования в комплексной плоскости.

8. Получить комплексное выражение для масс и полных ширин резонансов, вычислить параметры резонансов, определить вещественную и мнимую части насыщающих траекторий Редже как аналитических функций квадрата инвариантной массы системы, выполнить численные расчёты масс и полных ширин резонансов.

Объектом исследований диссертационной работы являются инклюзивные процессы образования адронов в сильных взаимодействиях при высоких энергиях. Важность изучения таких процессов обусловлена тем, что свойства фундаментальных взаимодействий изучаются путём анализа результатов столкновений частиц в ускорителях.

Предметом исследований являются траектории Редже, которые рассматриваются как основные структурные блоки моделирования динамики сильных взаимодействий в адронных процессах.

### **Научная новизна**

Впервые:

1. Произведена модификация модели струн, основанная на двухглюонной модели померона с динамически генерируемой массой глюона.

2. Получен пропагатор мягкого глюона, с помощью которого определена кварк-померонная константа связи, масса глюонного конденсата и длина корреляции.

3. Выполнена модификация корнельского потенциала с учётом координатной зависимости «константы» сильной связи  $\alpha_s(r)$ , получена массовая формула для кваркониев и глюоболов, вычислены массы и квантовые числа этих состояний.

4. Выведены квазиклассическое и квазирелятивистское волновые уравнения, развит асимптотический метод их решения, разработана асимптотическая модель и получены насыщающие траектории Редже.

5. Получена комплексная массовая формула для определения единым способом масс, полных ширин резонансов и траекторий Редже.

### **Положения, выносимые на защиту**

1. Способ определения поперечных импульсов кварков в померонных цепочках модели кварк-глюонных струн, основанный на двухглюонной модели померона с динамически генерируемой массой глюона.

2. Модификация модели струн с помощью полученных функций распределения кварков, описание инклюзивных сечений образования вторичных адронов в мягких адронных процессах, установленная зависимость сечений от значения пересечений  $\alpha(0)$  траекторий Редже в нуле.

3. Интерполяционная массовая формула для релятивистской системы двух частиц с корнельским потенциалом взаимодействия, полученная из решения квазирелятивистского волнового уравнения для асимптотик потенциала, расчёты масс лёгких мезонов и тяжёлых кваркониев, вывод выражения для *насыщающих* траекторий Редже.

4. Модель померона как динамическая система двух массивных глюонов в прямом и перекрёстном каналах, модификация корнельского потенциала, учитывающая введенную зависимость «постоянной» сильной связи  $\alpha_s(r)$  от расстояния, решение квазирелятивистского волнового уравнения для полученного потенциала, вывод формулы для спектра масс глюоболов и аналитическое выражение для траектории Померанчука (вакуума).

5. Механизм полужёсткого рассеяния, основанный на двухглюонной, модели померона с динамически генерируемой массой глюона и учёте диаграмм обмена двумя и тремя померонами, а также учётом трёхцепочечной диаграммы с весом; модификация на этой основе модели струн; описание полужёстких процессов инклюзивного рождения лёгких и тяжёлых адронов, резонансов, в том числе  $D$  и  $B$ -мезонов,  $\Sigma_c$  и  $\Lambda_c$ -гиперонов в  $pp$  и  $p\bar{p}$ -столкновениях при разных энергиях, предсказания для подобных реакций при энергиях Большого Адронного Коллайдера (ЛНС, Женева).

6. Пропагатор мягкого глюона в модели вакуума Ландшоффа-Нахтмана, полученный из решения уравнений Дайсона-Швингера для полного пропагатора глюона, мультипериферический механизм жёсткого рассеяния адронов с использованием пропагатора мягкого глюона, развитая на этой основе новая версия модели струн; описание с помощью модели сечений образования адронов в мягких, полужёстких и жёстких процессах.

7. Моделирование динамики сильных взаимодействий на уровне фундаментальных степеней свободы — кварков и глюонов в терминах траекторий Редже, квазиклассическое волновое уравнение и асимптотический метод его решения, уравнения для главного члена асимптотического ряда в задаче Штурма-Лиувилля и их решение; условия квантования в комплексной области для задач с двумя и более точками поворота.

8. Комплексное выражение для масс и полных ширин резонансов, полученное из решения задачи на собственные значения для двух асимптотик КХД-мотивированного потенциала цветового взаимодействия, вещественная и мнимая части насыщающих траекторий Редже как аналитических функций квадрата инвариантной массы системы, численные расчёты центров масс и полных ширин резонансов семейства  $\rho$ -мезона.

### **Личный вклад соискателя**

Настоящая диссертационная работа выполнена автором самостоятельно. Изложенные в диссертации результаты отражают личный вклад соискателя. Большинство основных результатов диссертации, определяющих её научную и практическую значимость, получены соискателем лично, что подтверждается публикациями без соавторов (более 50%). Ряд работ соискатель выполнил в рамках Международного сотрудничества ГИПЕРОН (г. Дубна, Россия), будучи членом большого коллектива, выполнявшего экспериментальные исследования на ускорителе частиц У-70 (г. Протвино, Россия).

В работах [1–А, 8–А, 10–А, 15–А, 16–А] доктор физ.-мат. наук Г. И. Лыка-



сов участвовал в постановке задач и разработке новой модификации МКГС, основанной на двухглюонной модели померона с динамически генерируемой массой глюона. Соискателю принадлежит формулировка способов решения задач, разработка алгоритмов компьютерных программ, численные расчёты сечений мягких и полужёстких адронных процессов, а также предположение о сильной нелинейности траекторий чармония и боттомония в области низших возбуждённых состояний. В работе [18–А] автору принадлежит вывод условий квантования и численные расчёты энергетических уровней связанных состояний в центральном поле. В работе [24–А] автор участвовал в разработке модели и программно-математического обеспечения, выполнил численные расчёты сечений и других характеристик адронных процессов.

Развитие квазиклассического метода в квантовой физике, вывод квазиклассического и квазирелятивистского волновых уравнений, разработка единого метода их решения и условий квантования в комплексной плоскости для задач с двумя и более точками поворота, приведенных в Списке публикаций соискателя, выполнены автором самостоятельно. Массовая формула кваркониев и глюоболов, насыщающие траектории Редже, траектория вакуума, комплексное выражение для расчёта масс и полных ширин резонансов также получены без соавторов.

### **Апробация результатов диссертации**

Основные результаты работы докладывались на республиканских и международных конференциях, симпозиумах, рабочих совещаниях и семинарах: Международного сотрудничества ГИПЕРОН и проекта МАРС/МЧС (1985, 1987, 1989) по подготовке экспериментов на УНК (г. Серпухов); научных семинарах Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ, Лаборатории теоретической физики ОИЯИ и Лаборатории высоких энергий ОИЯИ; заседаниях специализированных комитетов и сессий Учёного Совета ОИЯИ (Дубна, 1989 – 1995); Международных школах по физике ОИЯИ-ЦЕРН (Варна, НРБ, 1987; Алушта, 1991); сессиях Отделения ядерной физики (ИТЭФ, г. Москва, 1989, 1990, 1993); научных семинарах ЛФВЭ-ЛТФ Института физики им. Б. И. Степанова АН Беларуси; XIII Международной конференции «Частицы и ядра» (Перуджа, Италия, 1993); XVI Международной конференции по физике высоких энергий (Протвино, Россия, 1993); Международных конференциях «Нелинейные явления в комплексных системах» (Минск, 1994, 1999, 2013, 2014, 2015); научных семинарах кафедры «Физика» Университета штата Иллинойс (Чикаго, США, 1995 – 2005); V Международной конференции BGL-5: методы неевклидовой геометрии в современной физике (Минск, 2006); Конференции по физике на Большом адронном коллайдере (Сплит, Хорватия, 2008); Международной конференции по структуре адронов и КХД: от низких энергий к высоким (Санкт-Петербург, 2008); X, XI, XII и XIII Международных школах-семинарах по актуальным проблемам физики микромира «Золотые Пески» (Гомель, 2009, 2011, 2013, 2015); Гомельском научном семинаре по тео-

ретической физике, посвящённом 100-летию со дня рождения Ф. И. Фёдорова (Гомель, 2011); Международной конференции Subatomic particles, Nucleons, Atoms, Universe: Processes and Structure (10–14 March 2014, National Academy of Sciences, Minsk, Belarus – Zeldovich-100 Meeting); Международном семинаре «Проблемы физики фундаментальных взаимодействий — теория, феноменология, эксперимент», (ProFI-2015), Гомель, Беларусь, 2015.

Работы соискателя по результатам диссертации апробированы и получили экспериментальное подтверждение при описании адронных процессов как мягкого, так и жёсткого рассеяния с образованием адронов и резонансов, полученные коллаборацией CLAS в Jefferson Laboratory (JLab, США); результаты экспериментов по измерению сечений ряда реакций были описаны с использованием насыщающих траекторий Редже, полученных автором. На основе насыщающих траекторий разработана реджевская модель (Лагет, 2004), с помощью которой успешно описан ряд мягких и жёстких адронных процессов. Вошедшие в диссертацию результаты цитируются в литературе (более 600 ссылок) и используются при выработке предложений новых экспериментов в США и Канаде.

### **Опубликованность результатов диссертации**

Результаты исследований по теме диссертации опубликованы в 86 работах, из которых часть работ по кандидатской диссертации входит в первую обзорную главу. В Списке публикаций соискателя приводится 72 работы, в рецензируемых журналах издано 30 статей, из которых 16 выполнены без соавторов; в материалах научных конференций и сборниках трудов издано 18 работ, препринтов, сообщений и электронных изданий — 24. Общее количество страниц опубликованных материалов составляет около 75 а. л., в научных журналах, входящих в перечень ВАК, — 16 а. л.

### **Структура и объём диссертации**

Диссертация включает в себя оглавление, введение, пять глав, заключение, и библиографический список. Полный объём диссертации составляет 178 страниц. Диссертация содержит 24 рисунка и 8 таблиц. Библиографический список включает 197 наименований.

## **ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

Во введении даётся обзор современного состояния развития теории сильных взаимодействий, даётся краткий анализ существующих подходов в изучении природы этих сил, даётся обоснование требующих решения открытых вопросов и проблемы больших расстояний, обосновывается актуальность работы и показывается необходимость проведения исследований по данной теме для решения поставленных задач, отражается место диссертации среди других работ в этой области.

В общей характеристике работы показана связь работы с крупными научными программами (проектами) и темами, ставится цель и формулируются задачи исследования, приводятся положения, выносимые на защиту, и личный вклад соискателя. Здесь дются сведения об опубликованности результатов диссертации, её структуре и объеме.

Первая глава «Сильные взаимодействия и их свойства» имеет обзорный характер. В ней даётся исторический очерк развития теории и обзор литературы по теме диссертации, отмечаются отличительные особенности взаимодействия структурных объектов по сравнению с рассеянием точечных частиц и возникающие при этом трудности описания адронных процессов, кратко излагается состояние исследований в этой области, общая структура современной теории сильных взаимодействий, основные положения модели струн; приводится описание её первой модификации с учётом поперечных импульсов кварков, определяются предмет и задачи диссертационных исследований.

Развитие теории сильных взаимодействий прошло ряд этапов. Необходимость введения понятия сильных взаимодействий появилась в 1930х годах, когда в опытах Резерфорда была открыта планетарная структура атома с массивным ядром в его центре. В дальнейших исследованиях было установлено, что ядро атома также имеет структуру и состоит из нуклонов. Возник вопрос: что связывает нуклоны в ядрах? Первую количественную теорию взаимодействия нуклонов построил Х. Юкава (1935). В этой теории взаимодействие двух нуклонов объяснялось как обмен пионами, и она успешно описала целый круг явлений в  $NN$  и  $\pi N$  столкновениях. Поэтому сильные взаимодействия были названы *ядерными силами*. Затем в 1950е годы было открыто огромное число новых «элементарных» частиц — *адронов*, подавляющее большинство которых оказалось *резонансами*. Возник вопрос о классификации открытого множества частиц [1]. В середине 1960х годов была обнаружена  $SU(3)$  симметрия свойств адронов, и было понято, что принципиальных степеней свободы при «конструировании» адронов не так много. Эти новые степени свободы получили название *кварков*.

Фундаментальная природа сильных взаимодействий понята: это есть цветное взаимодействие между кварками и глюонами, описываемое КХД; лагранжиан их взаимодействия известен [2, 3]. Но из-за математических сложностей во многих конкретных случаях вычисления из первых принципов оказываются невозможными [4]. Теоретические подходы к описанию сильных взаимодействий существенно зависят от того, какие именно объекты и процессы изучаются. Выделяются следующие основные группы исследований: 1) статические свойства адронов, 2) мягкие адронные процессы, 3) полужёсткие взаимодействия и 4) жёсткие адронные реакции.

Хорошо разработанная теория возмущений КХД достигла значительных успехов в описании жёстких и полужёстких процессов; но эта теория применима лишь в условиях асимптотической свободы, когда «постоянная» силь-

ной связи КХД  $\alpha_s(Q^2)$  является малой величиной (параметром). Одним из классических результатов теории возмущений является описание эволюции свойств корреляторов кварковых и глюонных полей в адронах при изменении характерного масштаба процесса. Выделение главных логарифмических вкладов по этому масштабу приводит в пределе малой партонной плотности к линейным уравнениям эволюции КХД [5]. Наряду с известными успехами этот подход имеет ряд трудностей и одной из основных является очень сложная форма ядра уравнений в следующем за главным приближении.

Важной нерешённой проблемой теории сильных взаимодействий является *конфайнмент* — проблема больших расстояний, где теория возмущений сталкивается с серьёзными трудностями. В этой области доминируют мягкие адронные процессы, дающие основной вклад в полные сечения; в таких реакциях переданный импульс является малым, а для их описания развиваются альтернативные подходы. Трудности, связанные с ростом КХД-константы связи  $\alpha_s(Q^2)$  в мягких процессах, привели к развитию других методов.

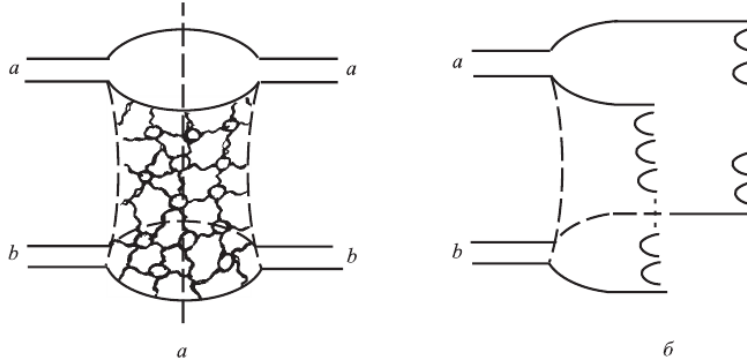
Независимо от разложения по «бегущей константе» сильной связи  $\alpha_s(Q^2)$  был предложен метод  $1/N$ -разложения амплитуды рассеяния, где  $N$  есть число цветов  $N_c$  либо ароматов  $N_f$  кварков. Этот подход получил название дуально-топологическая унитаризация (ДТУ) и был предложен независимо от КХД для учёта условия унитарности в рамках дуального подхода; позднее была установлена его связь с КХД. Существенно большую предсказательную силу теория  $1/N$ -разложения приобрела, когда диаграммам топологического разложения была сопоставлена определенная пространственно-временная картина взаимодействия кварков и глюонов с использованием для описания эффектов конфайнмента моделей цветной трубки и струны. В рамках такого подхода было разработано несколько успешных реджевских моделей, одной из которых является МКГС [6]. Эти модели нашли успешное применение при анализе мягких адронных процессов, полных сечений, множественностей вторичных адронов при высоких энергиях.

В стандартной версии МКГС возможности ограничиваются описанием только мягких адронных процессов без учёта зависимости от поперечных импульсов кварков в сталкивающихся адронах. В работах [1–А, 4–А, 6–А] выполнена модификация этой модели путём введения зависимости адронных характеристик от поперечных импульсов кварков. Картина сильных взаимодействий адронов, основанная на топологическом  $1/N$ -разложении и теории надкритического померона, позволяет понять многие свойства сильных взаимодействий при высоких энергиях [6]. В этом подходе планарным диаграммам в прямом  $s$ -канале ставятся в соответствие диаграммы однореджеонного обмена в перекрестном  $t$ -канале.

Процессы сильного взаимодействия адронов при высоких энергиях могут быть записаны символически в виде одночастичной инклюзивной реакции:

$$a + b \rightarrow c + X, \quad (1)$$

где  $a$  и  $b$  — сталкивающиеся адроны, вторичный адрон  $c$  находится в области фрагментации частицы  $a$ . Процессы типа (1) являются *объектом* исследований диссертационной работы. При описании таких процессов в модели струн устанавливается соответствие между фейнмановскими диаграммами реакции (1) и определёнными геометрическими образами — диаграммами «планарного» и «непланарного» (рисунок 1) типов. Считается, что в состав мезона  $c$  входят после перестройки кварки из мезона  $a$ . Главное по  $1/N$ -приближение



а — упругий процесс, б — неупругий процесс («разрезанный померон»)

**Рисунок 1.**— Цилиндрические диаграммы обмена помероном

соответствует особенности Померанчука (амплитуда с квантовыми числами вакуума) и представляется диаграммой цилиндрического типа (рисунок 1). Такая диаграмма доминирует при высоких энергиях, и её относительный вклад растёт пропорционально  $s^{\alpha_P}$ , где  $\alpha_P$  — траектория Померанчука (померон). Это свойство является одним из проявлений динамического характера  $1/N$ -разложения.

Суммирование по всем возможным в каждом случае типам диаграмм позволяет получить амплитуду рассеяния мягких процессов в виде ряда по  $1/N$ . В процессах упругого рассеяния разрезание цилиндрических диаграмм отвечает образованию двух мультипериферических цепочек; структура каждой из них такая же, как в планарном случае. Разрезание цилиндрических диаграмм в первом порядке разложения приводит к удвоенной множественности адронов (рисунок 1 б); такие диаграммы дают основной вклад в процессы (1).

Инвариантный инклюзивный спектр образования вторичного адрона  $c$  в реакциях типа (1), соответствующий этим диаграммам, в переменных  $x_F$  и  $p_{\perp}$  записывается в следующем виде [1–А, 4–А]:

$$F^c(x_F, p_{\perp}) = \frac{E^*}{\pi p_{\max}^*} \frac{d^2\sigma}{dx_F dp_{\perp}^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_n(s) \Phi_n^c(x_F, p_{\perp}), \quad (2)$$

где диаграмма с  $n = 0$  соответствует дифракционной диссоциации [1–А, 6],  $n = 1$  — отвечает обмену одним помероном,  $n = 2$  — двумя и т. д.;  $\Phi_n^c(x_F, p_{\perp})$  — распределения адронов по переменной Фейнмана  $x_F$  и поперечному импульсу  $\vec{p}_{\perp}$  вторичных адронов  $c$ , образованных от распада  $n$ -померонной цепочки;

здесь  $E^*$  и  $p^*$  — энергия и импульс вторичного адрона  $s$  в СЦИ,  $\sigma_n(s)$  — топологические сечения [6]. Полное сечение взаимодействия адронов в модели струн есть сумма сечений  $\sigma_n(s)$  рождения любого числа померонных ливней.

Функции  $\Phi_n^c(x_F, p_\perp)$  представляются в виде суммы произведений свёрток кварковых распределений и функций адронизации [1–А, 4–А, 6–А, 10–А]. В реджевских моделях параметры кварковых функций выражаются через траектории Редже; их определение является одной из важных задач теории и составляет *предмет* исследований в диссертации.

Расчёты сечений различных процессов в теории возмущений КХД, включая следующие за лидирующим порядки разложения, имеют большие неопределённости при малых поперечных импульсах  $p_\perp$ . Модифицированная в работах автора модель струн [1–А, 4–А, 6–А, 10–А] с учётом внутреннего движения кварков в сталкивающихся адронах имеет наибольшую предсказательную силу именно в этой области малых значений  $p_\perp$ . Однако основная неопределённость предсказаний сечений рождения тяжёлых адронов в развиваемом подходе зависит главным образом от недостатка надёжной информации о пересечениях  $\alpha(0)$  траекторий Редже.

Выполненный в первой главе аналитический обзор литературы показывает важность разработки других подходов в теории сильных взаимодействий, не использующих теорию возмущений. Хорошо зарекомендовала себя модель струн, основными структурными элементами которой (и других реджевских моделей) являются функции распределения кварков и функции фрагментации кварков в адроны; эти функции параметризуются траекториями Редже. Произведенная при участии автора первая модификация МКГС [4–А, 6–А, 10–А] с учётом поперечных импульсов кварков оказалась успешной в описании мягких адронных процессов при разных энергиях. В диссертации она развивается дальше на основе  $gg$ -модели померона с учётом нелинейности траекторий Редже.

Проведенный анализ выявил оставшиеся нерешёнными вопросы расширения области применимости модели струн для описания не только мягких, но также полужёстких и жёстких адронных процессов. Исходя из этого, определены предмет и задачи диссертационных исследований, а также место данных исследований среди других работ по проблематике диссертации.

Вторая глава «Мягкие процессы и модель померона» содержит краткое изложение основных свойств мягких взаимодействий адронов и их моделирование обменом помероном как двумя глюонами с динамически генерируемой массой [7]. Здесь развивается модель померона как связанного состояния двух массивных глюонов, производится модификация потенциала воронки введением координатной зависимости «постоянной» сильной связи  $\alpha_s(r)$ , решается полученное квазирелятивистское волновое уравнение как задача на собственные значения для массы связанного состояния двух глюонов с модифицированным потенциалом, выводится массовая формула для глюоболов, вычисляются их спектр масс как физических состояний на  $\mathcal{P}$ -

траектории; приводится вывод аналитического выражения для этой траектории.

Далее в этой главе излагаются основные положения новой модификации МКГС, основанной на развиваемой  $gg$ -модели померона и нового механизма определения поперечного импульса  $k_t$  кварков на концах кварк-глюонных струн, выводятся новые функции распределения кварков в кварк-глюонных струнах от поперечного импульса, используемые для модификации МКГС; вычисляются сечения ряда процессов при разных энергиях.

В квантовой хромодинамике калибровочное поле является безмассовым, поэтому попытки описания мягких адронных процессов по теории возмущений приводят к инфракрасным расходимостям «постоянной» сильной связи  $\alpha_s(Q^2 = |q^2|)$  и пропагатора безмассового глюона  $D(q^2) \sim 1/q^2$  при  $|q^2| \rightarrow 0$ . Это приводит к необходимости введения «инфракрасного обрезания», либо введения своего рода регуляризаторов типа массы глюона или минимального поперечного импульса порядка  $1 \div 3 \text{ ГэВ/с}$ . Отмеченные трудности теории возмущений в описании мягких процессов привели к появлению новых подходов, не использующих разложение по  $\alpha_s(Q^2)$ .

Двухглюонная модель померона (Лоу–Нуссинов, 1975) вызывает новый интерес в связи с проблемой конфайнмента и попытками описания мягких процессов в рамках теории возмущений. Однако расчёты амплитуды упругого рассеяния кварков в рамках этой теории на основе  $gg$ -модели померона с двумя безмассовыми глюонами приводят к сингулярности при  $q^2 = 0$ , т. е. расходимости сечений при малых передачах; это обусловлено полюсом в пропагаторе глюона при  $q^2 = 0$ . Такая сингулярность в  $gg$ -расчётах сечения  $hh$ -рассеяния устраняется, если пропагатор глюона ограничен при  $q^2 = 0$  [8]. В диссертации это достигается путём использования пропагатора глюона с динамически генерируемой массой.

В работе [7] получено приближённое решение уравнения Дайсона–Швингера в фейнмановской калибровке в эвклидовом пространстве ( $k^2 > 0$ ), что приводит к важной концепции динамической массы глюона, т. е. в координатном пространстве зависящей от координаты  $r$ . Этот пропагатор даётся выражением  $[D_{\mu\nu}(q^2) = -ig_{\mu\nu}D(k^2)]$  (полный пропагатор Корнвола) [7]

$$\alpha_n D(k^2) = \frac{\alpha_s(k^2)}{k^2 + \mu^2(k^2)}, \quad (3)$$

$$\alpha_s(k^2) \equiv \frac{g^2(k^2)}{4\pi} = [b_0 \ln\{[k^2 + 4\mu^2(k^2)]/\Lambda^2\}]^{-1}, \quad (4)$$

$$\mu^2(k^2) = \mu_g^2 \left[ \frac{\ln(4\mu_g^2/\Lambda^2)}{\ln[(k^2 + 4\mu_g^2)/\Lambda^2]} \right]^{\frac{12}{11}}. \quad (5)$$

Здесь  $\alpha_n = \alpha_s(0)$  есть величина сильной связи и  $\mu_g = \mu(0)$  — масса глюона в непертурбативном режиме ( $k^2 \rightarrow 0$ );  $b_0 = (33 - 2N_f)/12\pi$  — лидирую-

щий коэффициент  $\beta$ -функции в уравнении ренормгруппы,  $N_f$  — число ароматов; типичные значения параметров:  $\mu_g \simeq 500 \pm 200$  МэВ и  $\Lambda \simeq 300$  МэВ;  $\mu^2(k^2)$  — динамически генерируемая масса глюона. Решение (3) действительно при выполнении условия:  $2\mu_g > \Lambda$ . Пропагатор (3) используется в диссертации для получения пропагатора мягкого глюона и расчёта кварковых  $k_t$ -распределений в кварк-глюонных цепочках.

В настоящее время пока не ясно, что такое померон. Физика этого объекта окончательно не ясна. Использование пропагатора (3) в модели Ландшоффа-Нахтмана показывает, что померон эффективно ведёт себя аналогично обмену фотоном. В адронных процессах при высоких энергиях обмен помероном понимается как движущаяся в комплексной плоскости сингулярность  $J(s) = \alpha_p(s)$ . В новой модификации МКГС померон представляется как обмен двумя массивными глюонами с массой (5). Различают два померона — «мягкий» [6] и «жёсткий» [5]. Считается, что его траектория является линейной, как и других реджеонов, но результаты коллабораций ZEUS и H1 на установке HERA убедительно показали, что траектория вакуума нелинейна. Одним из открытых остаётся вопрос о связи померона с глюоблами.

Траектории Редже адронов и померона могут быть получены из решения прямой (спектральной) задачи на собственные значения для связанных состояний; успешной при этом оказалась потенциальная модель [9]. Для описания таких состояний используются релятивистские волновые уравнения [10, 11], квазипотенциальные [12, 13] и другие. В основе потенциального подхода лежит предположение о том, что взаимодействие, определяющее основные свойства связанных состояний кварков, может быть описано локальным сферически симметричным (корнельским) потенциалом воронки  $V(r)$  [9]:  $V_{q\bar{q}}(r) = -\frac{4}{3}\alpha_s/r + \sigma r$ , где  $\sigma \simeq 0,15$  ГэВ<sup>2</sup>. Этот потенциал является одним из наиболее обоснованных в вычислениях на решётке потенциалов цветового взаимодействия; он в простейшей форме содержит основную физическую информацию о цветовом взаимодействии кварков и глюонов — эффективное кулоновское притяжение на малых расстояниях, обусловленное одноглюонным обменом, и растущее линейно с расстоянием притяжение кварков согласно модели струны с натяжением  $\sigma$ . Потенциал воронки используется для получения насыщающих траекторий Редже адронов и глюоболов.

Во второй главе померон моделируется как связанное состояние двух массивных глюонов с КХД-мотивированным потенциалом взаимодействия. Здесь развивается модель, в которой  $t$ -канальный померон дуален глюоблам в  $s$ -канале, т. е. чисто глюонным связанным состояниям; используются тот же потенциальный подход и асимптотический метод, развиваемые для кваркониев. Для описания взаимодействия глюонов в диссертации используется модельный потенциал вакуумных корреляторов [14]. В фундаментальном (для кварков) и присоединённом (для глюонов) представлениях потенциал взаимодействия имеет вид воронки, но с другими параметрами:  $\tilde{\alpha}_s = 3\alpha_s$ ,  $\tilde{\sigma} = \frac{9}{4}\sigma$ .



Потенциал воронки модифицируется с учётом координатной зависимости «константы» сильной связи  $\alpha_s$ , поскольку эта величина является функцией; в расчётах используется модифицированный потенциал вида [26–А, 27–А]:

$$\tilde{V}(r) = -\frac{\tilde{\alpha}_s(r)}{r} + \tilde{\sigma}r, \quad (6)$$

где для глюболов  $\tilde{\alpha}_s(r) = 3\alpha_s(r)$ ,  $\alpha_s^{-1}(r) = b_0 \ln [1/(\Lambda r)^2 + (2\mu_g/\Lambda)^2]$ ,  $\tilde{\sigma} = \frac{9}{4}\sigma$ . Зависимость  $\alpha_s(r)$  сохраняет основные свойства «константы» сильной связи  $\alpha_s(Q^2)$  в импульсном пространстве при  $Q^2 \rightarrow \infty$ , т. е.  $\alpha_s(r) \rightarrow 0$  при  $r \rightarrow 0$  (асимптотическая свобода) и ограничена на больших расстояниях при  $r \rightarrow \infty$  ( $Q^2 \rightarrow 0$ ):  $\alpha_s^{-1} = 2b_0 \ln(2\mu_g/\Lambda)$ .

Моделирование траекторий Редже выполняется на основе двух точных аналитических решений полученного квазирелятивистского волнового уравнения ( $\hbar = c = 1$ )

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \left( \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right) + \frac{E^2}{4} - \left( m_c - \frac{\tilde{\alpha}_s(r)}{r} + \tilde{\sigma}r \right)^2 \right] \tilde{\psi}(\vec{r}) = 0 \quad (7)$$

с модифицированным потенциалом (6), который является Лоренц-скаляром и аддитивен к массам частиц [15]. Здесь в (7)  $m_c$  — конституэнтная масса частицы в связанном состоянии:  $m_1 = m_2 = m_c$  (для кваркониев) и  $m_c = \mu_g$  (для  $gg$ -глюболов). Спектральная задача на собственные значения для уравнения (7) не решается аналитически известными методами. Она решается развитым в диссертации асимптотическим методом с помощью квантования в комплексной плоскости и теории вычетов.

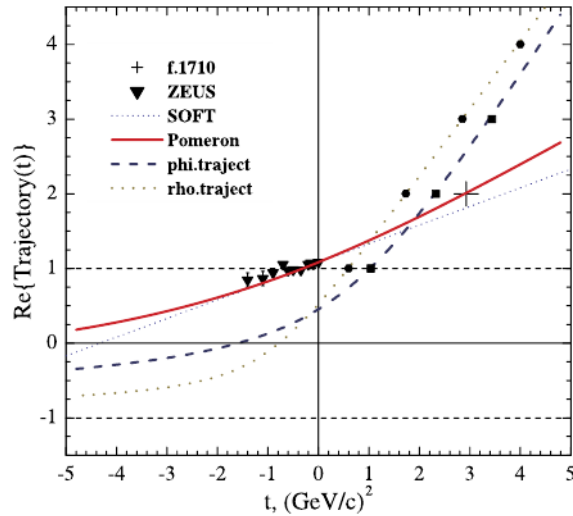
Переменные в (7) разделяются; из решения углового уравнения следует выражение  $M_l = l + \frac{1}{2}$  для собственных значений углового момента [14–А, 20–А, 21–А]. Радиальное уравнение имеет четыре точки поворота и не сводится ни к одному из известных для специальных или гипергеометрической функций. Поэтому сначала рассматриваются точные аналитические решения для двух асимптотических пределов потенциала (6) малых и больших расстояний, т. е. для кулоновского и линейного (с учётом «эффекта слабой связи») потенциалов в отдельности. Затем два точных асимптотических выражения для спектра масс системы «сшиваются» методом математической интерполяции с использованием двухточечной аппроксимации Паде, что даёт интерполяционную формулу для квадрата энергии двух частиц в СЦИ (квадрата массы связанного состояния) [25–А, 26–А, 27–А]:

$$E_N^2 = 4 \left[ 2\tilde{\sigma}\tilde{N} - \left( \frac{\tilde{\alpha}_n m_c}{N} \right)^2 + (m_c^2 - 2\tilde{\alpha}_n \tilde{\sigma}) \right], \quad (8)$$

где  $\tilde{N} = N + n_r + \frac{1}{2}$ ,  $N = n_r + l + 1$  — главное квантовое число. Формула (8) справедлива как для кваркониев, так и  $gg$ -глюболов с соответствующими параметрами  $\tilde{\alpha}_n$ ,  $\tilde{\sigma}$  и массы  $m_c$ . Асимптотическое значение величины сильной

связи  $\tilde{\alpha}_n$  выражается через масштабный параметр  $\Lambda$  и массу глюона  $\mu_g$  согласно (4). Вычисления спектра масс глоболов и их квантовых чисел приводятся в диссертации для значений параметров:  $\Lambda = 321 \text{ МэВ}$ ,  $\mu_g = 416 \text{ МэВ}$ ,  $\sigma_g = 0.329 \text{ ГэВ}^2$ .

Траектории Редже получают из обращения массовой формулы (8), что позволяет вывести аналитическое выражение для насыщающих траекторий Редже [11–А, 13–А, 27–А]. Формула (8) преобразуется в кубическое уравнение для углового момента  $J(s = E^2)$  Первый корень даёт аналитическое выражение для вещественной части траекторий Редже. Приведенные на ри-



Сплошная линия — траектория вакуума (померон), точечная линия — траектория  $\rho$ -мезонов, пунктирная — траектория  $\phi$ -мезона.

**Рисунок 2.** – Траектории померона и реджеонов

сунке 2 траектории Редже лёгких мезонов и вакуума (померона) являются диаграммами Чу-Фраучи; это вещественные части комплексных траекторий Редже, а также глоболов (траектории Померанчука), полученные в диссертации. Крестом в области связанных состояний на рисунке 2 отмечен кандидат в глоболы  $f_0(1710)$  с квантовыми числами  $J^{PC} = 2^{++}$  ( $l = 0$ ,  $S_z = +2$ ), полученный из компьютерного моделирования на решётке. Эффективная  $\mathcal{P}$ -траектория имеет схожие свойства с  $q\bar{q}$ -траекториями реджеонов.

Полученные траектории удовлетворяют известным общим свойствам [16]. Они имеют в асимптотике наклон  $\alpha'_p = 1/(8\tilde{\sigma}) \simeq 0,37 \text{ ГэВ}^{-2}$  при  $s \rightarrow \infty$  для померона, что примерно в 2,5 раза меньше наклона траекторий Редже лёгких мезонов  $\alpha'_R = 1/(8\sigma) \simeq 0,9 \text{ ГэВ}^{-2}$ . Траектории являются монотонно растущими функциями и выполаживаются (насыщаются) при  $s \rightarrow -\infty$ , т. е.  $\alpha(s) \rightarrow -1$  и становятся независимыми от инвариантной переменной  $s$ .

Далее в этой главе даётся обоснование выбора гауссовой зависимости распределений кварков в адронах по поперечному импульсу, разрабатывается новый механизм определения поперечных импульсов  $k_t$  кварков на концах

кварк-глюонных струн, выводится новая  $k_t$ -зависимость распределений кварков в кварк-глюонных струнах [15–А, 16–А]:

$$g_n(\vec{k}_{t,n}) = C_n \int d^2\vec{k}_{t,n-1} D^2[(\vec{k}_{t,n-1} - \vec{k}_{t,n})^2] g_{n-1}(\vec{k}_{t,n-1}). \quad (9)$$

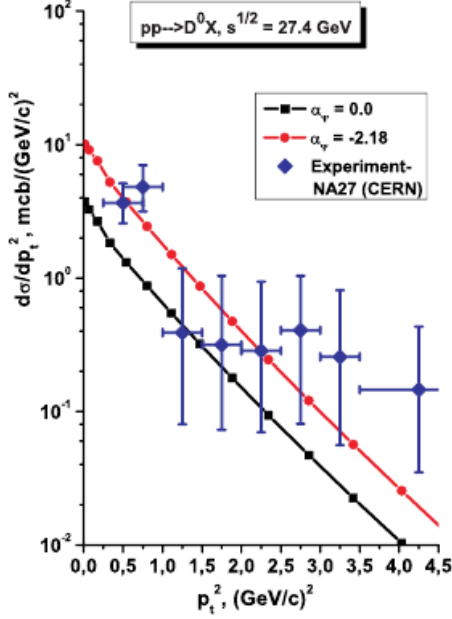
Распределения (9) выражаются через вложенные свёртки функций  $g_{n-1}$  и квадрат пропагатора (3) непертурбативного глюона, а в конечном счёте через функцию распределения  $g_0(\vec{k}_t)$  кварков в начальном адроне. Функции (9) нормируются на 1.

Краткие выводы ко второй главе суммируют полученные здесь результаты моделирования померона как системы двух массивных глюонов с потенциалом цветового взаимодействия типа воронки, в том числе с учётом полученной координатной зависимости «постоянной» сильной связи  $\alpha_s(r)$ . Выведена интерполяционная массовая формула, вычислены массы глюоболов, траектории померона  $\alpha_p(s)$  и реджеонов, обладающие свойством насыщения при больших отрицательных  $s$ ; производится новая модификация МКГС с использованием Функций (9), выполняется описание сечений ряда мягких адронных процессов.

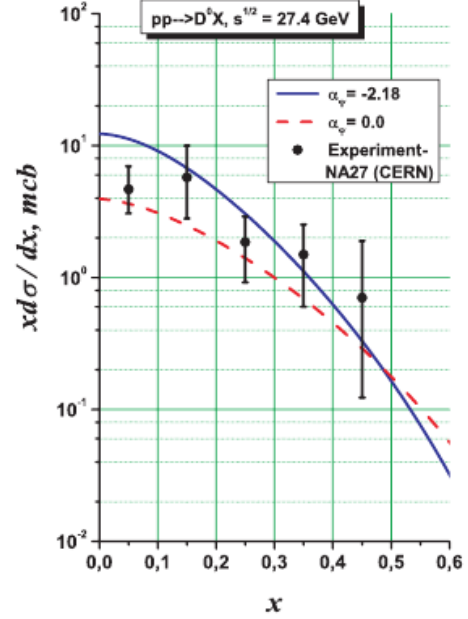
Третья глава «Полужёсткие адронные процессы в МКГС»; здесь даётся краткий обзор современных подходов к описанию полужёстких процессов, исследуется физика полужёстких процессов, их особенности, рассматривается применение теории возмущений в этой области. Во второй главе была рассмотрена новая модификация МКГС, основанная на моделировании померона как обмена двумя глюонами с динамически генерируемой массой, которая хорошо описывает мягкие адронные процессы при обмене одним помероном (диаграмма цилиндрического типа). В третьей главе анализ и описание полужёстких процессов выполняется с использованием двух версий МКГС: 1) первая модификация (глава 1) с использованием последовательного деления энергии в кварк-глюонных струнах при дополнительном учёте трёхцепочечной диаграммы с весом [24–А, 68–А] (модель 1); 2) развиваемая модификация МКГС с непертурбативным пропагатором глюона и учётом обменов двумя и тремя померонами (модель 2) [1–А, 15–А, 16–А, 24–А, 35–А].

Попытки применения теории возмущений для описания полужёстких адронных процессов привели к установлению кинематической области, где они имеют место, и выделению их как отдельного класса реакций. Эта область определяется соотношением:  $\Lambda^2 \ll p_\perp^2 \ll s$ . При этом рассматривается мягкая фрагментация партонов с большой виртуальностью  $Q^2$ . Одним из самых известных методов теоретического описания полужёстких процессов является метод, основанный на реджезации глюона с использованием пертурбативной реджевской кинематики; наиболее известным примером являются линейные уравнения эволюции в КХД и «жёсткий» БФКЛ-померон [5]. Полужёсткие процессы активно исследовались на детекторе HERA (Германия); они важны также в экспериментах на Большом адронном коллайдере [33–А, 34–А].

В ряду наиболее важных и востребованных направлений в физике сильных взаимодействий при высоких энергиях стоит задача описания полужёстких процессов при малых значениях переменной Бёркена  $x_B$ .



Расчёт сечений для  $\pi^+$ -мезонов



Расчёт сечений для  $\pi^-$ -мезонов

**Рисунок 3.** – Инклюзивный спектр  $D^0$ -мезонов в реакции  $pp \rightarrow D^0 X$  при энергии  $\sqrt{s} = 27,4$  ГэВ

На рисунке 3 приведены спектры  $D^0$ -мезонов, для двух значений интерсепта  $\alpha_\Psi(0)$  траектории Редже [16–А, 17–А, 26–А]:  $\alpha_\Psi(0) = -2,18$  — для линейной траектории Редже  $\alpha_\Psi(s)$  и нелинейной для интерсепта  $\alpha_\Psi(0) \simeq 0$ .

Отмеченные проблемы, трудности и попытки адаптации теории возмущений в области мягких процессов возродили новый интерес к методу Редже [16]. Развиваемая в диссертации модель используется для описания также и полужёстких адронных процессов с учётом зависимости от поперечных импульсов кварков в адронах и кварк-глюонных струнах с использованием полученных функций (9).

Полужёсткие процессы рассматриваются в диссертации сначала в рамках первой модификации МКГС на основе последовательного деления энергии и поперечного импульса в струнах [1–А, 24–А, 68–А]; при этом в основную расчётную формулу (2) включается дополнительно трёхцепочечная диаграмма с весом (модель 1). Эти графики показывают удовлетворительное описание данных, хотя зависимость от  $\alpha_\Psi(0)$  существенна. К сожалению, экспериментальные данные о реакциях  $pp \rightarrow DX$  очень скудны и имеют большие ошибки, поэтому из них трудно получить новую информацию о поведении  $\Psi$ -траектории.

Наряду с этим рассматривается развиваемая на основе  $gg$ -модели померона новая модификация МКГС. Для этого в основной расчётной форму-

ле (2) дополнительно к однопомеронному учитываются также обмены двумя и тремя померонами (модель 2), т. е.  $n$ -цилиндрические диаграммы до  $n = 3$  включительно; самый существенный вклад даёт диаграмма однопомеронного ( $n = 1$ ) обмена (рисунок 1) [1–А, 15–А, 16–А]. При обмене  $n$  померонами образуется  $2n$  кварк-глюонных струн. В каждой  $n$ -померонной цепочке кварковые  $k_t$ -распределения даются выражением (9). Две развитые версии МКГС применяются для описания некоторых характеристик полужёстких адронных процессов при различных энергиях.

Развиваемая модель хорошо описывает сечения инклюзивного образования лёгких  $\pi$ ,  $K$ ,  $D$ -мезонов и барионов. Получено хорошее описание данных вплоть до  $p_{\perp} \simeq 4$  ГэВ/с. Такое поведение сечений объясняется использованием непертурбативного пропагатора глюона с динамически генерируемой массой в  $gg$ -модели померона. Две версии модели подтверждают, что с ростом массы кварка возникают неопределённости, связанные с неизвестными свойствами траекторий Редже тяжёлых кваркониев. Описание таких состояний выполнялось с использованием релятивистских волновых уравнений [10, 11], квазипотенциальных [12, 13] и других. Но траектории Редже тяжёлых  $Q\bar{Q}$ -кваркониев во всей области, их важные параметры  $\alpha(0)$  и  $\alpha'(0)$  не определялись.

Массовая формула (8) получена без учёта спин-спинового  $ss$  и спин-орбитального  $ls$  взаимодействий в потенциале воронки. Выражение (8) модифицируется с учётом спиновых поправок [13–А]. Учёт зависящего от спинов члена потенциала  $V_{SD}$  приводит к расщеплению как  ${}^3S_1$ ,  ${}^1S_0$ -состояний, так и каждого  $L \geq 1$  уровня на четыре состояния  ${}^3L_{L-1}$ ,  ${}^3L_L$ ,  ${}^3L_{L+1}$  и  ${}^1L_1$ . Записывается полный зависящий от спинов потенциал для связанной системы двух фермионов, соответствующая с учётом спиновых поправок массовая формула и траектории Редже [13–А].

В кратких выводах к главе отмечается, что основная неопределённость предсказаний сечений рождения тяжёлых адронов в развиваемом подходе зависит главным образом от недостатка надёжной информации об интерсептах траекторий Редже этих адронов. Наилучшее согласие с данными достигается для  $D^+$  и  $D^0$ -мезонов, при образовании которых наблюдается эффект лидирования, причём для реджевской  $\Psi$ -траектории используется значение интерсепта  $\alpha_{\Psi}(0) \simeq 0$  для чармония, полученное в диссертации. Даются предсказания для подобных реакций при энергиях ЛНС [24–А].

Четвёртая глава «Моделирование жёстких процессов» содержит краткое описание достижений теории в описании таких процессов, отмечаются значительные успехи теории возмущений в этой области; на основе модели Ландшоффа-Нахтмана выводится непертурбативный пропагатор  $D_{\text{soft}}(k^2)$  «мягкого» глюона, конечный при  $k^2 = 0$ ; далее развивается новая двухкомпонентная модель сильных взаимодействий адронов в рамках реджеонной теории, использовании  $1/N$  разложения амплитуды рассеяния и моделировании померона в задаче рассеяния как обмена двумя «мягкими» глюонами

с пропагатором  $D_{\text{soft}}(k^2)$ .

Традиционно жёсткие процессы описываются с использованием техники теории возмущений [2]. Возможность расчёта таких процессов в рамках КХД обусловлена свойством асимптотической свободы — ослаблением «константы» сильной связи  $\alpha_s(Q^2)$  при больших  $Q^2$  (малые расстояния), что позволяет использовать в расчётах технику теории возмущений [3, 4]. Жёсткий процесс в КХД описывается диаграммой обмена жёстким глюоном с пропагатором  $\sim 1/k^2$ , который в координатном пространстве соответствует потенциалу взаимодействия кулоновского типа  $V(r) \sim -\alpha_s/r$ .

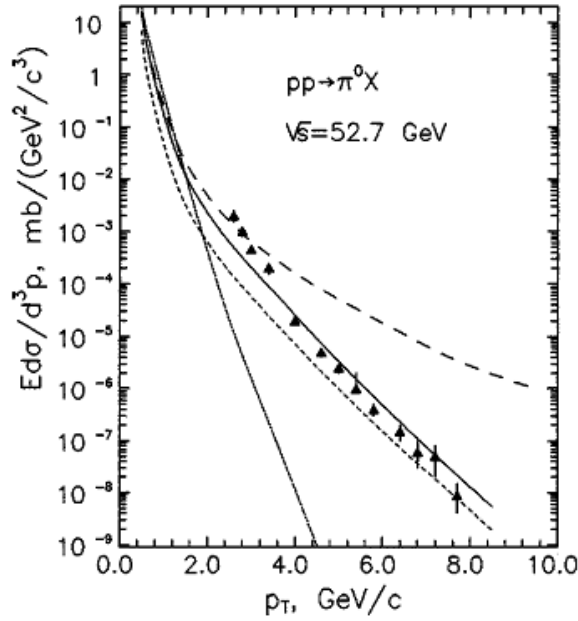
Обмен помероном между кварками ведёт себя подобно обмену фотоном с амплитудой  $i\beta_0^2(\bar{u}\gamma_\mu u)(\bar{u}\gamma_\mu u)$ . Константа связи померона с кварком выражается через непертурбативный пропагатор «мягкого» глюона  $D_{\text{soft}}(k^2)$ . Конечность глюонного конденсата  $M_c$  требует, чтобы этот пропагатор был конечным при  $k^2 = 0$ . Это является ключевым требованием модели Ландшоффа-Нахтмана. Показывается, что полный пропагатор глюона может быть разделен на пертурбативную (жёсткую) и непертурбативную (мягкую) части, суммирующую эффекты вакуумного конденсата [17]. Использование предложенной в [17] параметризации непертурбативного пропагатора позволило получить выражение для «мягкой» составляющей полного пропагатора глюона [22–A]:

$$\alpha_n D_{\text{soft}}(k^2) = \frac{M_c^4}{24\pi(k^2 + \mu_a^2)^3}, \quad (10)$$

где  $\mu_a = 1/a$ . Пропагатор (10) имеет следующие важные особенности. Он воспроизводит кварк-померонную константу связи:  $\beta_0^2 = 3.94 \text{ ГэВ}^{-2}$  для  $M_c = 0.993 \text{ ГэВ}$  и  $a = 0.444 \text{ ГэВ}^{-1} \simeq 0,088 \text{ фм}$ , что однозначно фиксирует параметры пропагатора (10) мягкого глюона. Полученная длина корреляции  $a \simeq 0,088 \text{ фм}$  согласуется с результатами расчётов на решётке в модели струны:  $a_\sigma \simeq 0,085 \text{ фм}$ .

Пропагатор (10) используется для расчёта распределений кварков (9) на концах  $qg$ -струн в рассматриваемой модификации МКГС. Механизм обмена мягкими глюонами соответствует последовательному делению энергии между  $n$ -померонными обменами [4–A, 15–A, 51–A], предложенному в первой модификации МКГС [4–A, 5–A]. Для вычисления распределений кварков  $g_n(\vec{k}_t)$  на концах  $qg$ -струн по формуле (9), в которой вместо полного пропагатора  $D(k^2)$  используется пропагатор мягкого глюона.

В настоящем подразделе приводятся расчёты по развиваемой модели некоторых характеристик адронных процессов; вычисляются инвариантный инклюзивный спектр  $F(x_F, p_\perp)$  образования  $\pi^0$ -мезонов в реакции  $pp \rightarrow \pi^0 X$  как функции поперечного импульса при энергии  $\sqrt{s} = 52,7 \text{ ГэВ}$  и фейнмановской переменной  $x_F = 0$ . На рисунке 4 представлен график, на котором приведены расчёты и их сравнение с данными. Использование полученных функций  $g_n(\vec{k}_{t,n})$ , выраженных через пропагатор мягкого глюона, в структуре



Сплошная кривая — расчёт по развиваемой модели с непертурбативным пропагатором (10), точечная линия (нижняя) — для пропагатора гауссова типа, штриховая линия выше данных — расчёт с пропагатором Корнвола [7], линия короткими штрихами показывает вклад в сечение диаграммы обмена одним помероном ( $n = 1$ ) с пропагатором (10)

**Рисунок 4.**— Инвариантный инклюзивный спектр образования  $\pi^0$ -мезонов в реакции  $pp \rightarrow \pi^0 X$  в зависимости от  $p_{\perp}$  и  $x_F = 0$  при энергии  $\sqrt{s} = 52,7$  ГэВ

МКГС приводит к описанию как мягких ( $p_{\perp} < 1,5$  ГэВ/с), так полужёстких и жёстких ( $p_{\perp} > 4$  ГэВ/с) адронных процессов.

Асимметрия между лидирующими и нелидирующими адронами в зависимости от фейнмановской переменной  $x_F$  в рамках развиваемой модели имеет следующее простое объяснение: более тяжёлый  $d$ -кварк из начального  $\pi^-$ -мезона переходит в конечный  $D^-$ -мезон и является лидирующим («благоприятная» фрагментация). В случае образования  $D^+$ -мезона фрагментация «неблагоприятная», т. е. подавлена.

Мультипериферическая модель рассеяния, развиваемая в диссертации, удовлетворительно описывает дифференциальные сечения, асимметрию и другие характеристики адронов для различных процессов с образованием лёгких и тяжёлых адронов при разных энергиях. Учёт вклада многопомеронных обменов в МКГС с рекурсивным использованием пропагатора мягких глюонов в двухглюонной модели померона реализует мультипериферический механизм рассеяния в физике адронов высоких энергий. В асимптотике мультипомеронных обменов такой механизм эффективно аналогичен обмену одним жёстким глюоном и приводит к описанию жёсткого рассеяния адронов при больших  $p_{\perp}$ . Такая динамика процессов рассеяния адронов может быть эффективно описана с использованием насыщающих траекторий Редже.

На основе насыщающих траекторий Редже разработана реджевская мо-

дель [18, 19], с помощью которой успешно описаны мягкие, полужёсткие и жёсткие адронные процессы, дано объяснение пространственно-временной структуры жёстких процессов [18], а также партонной структуры нуклона при больших переданных импульсах [20, 21]; описаны сечения ряда реакций, в том числе фоторождение векторных мезонов и глубоко-виртуальное электророждение омега-мезонов [22]. В работах коллаборации CLAS показано, что насыщающие траектории Редже представляют наиболее экономичный и эффективный способ включения механизмов жёсткого рассеяния [19, 20]. На этой основе выдвинуты предложения новых экспериментов, например, измерение отношений электророждения заряженных пионов при больших поперечных импульсах [23].

**Пятая глава «Асимптотический метод и насыщающие траектории Редже»** содержит изложение развиваемого асимптотического метода, который применяется для решения поставленных в диссертации задач. Основной целью этой главы является разработка метода получения траекторий Редже в аналитическом виде. Эта цель достигается путём развития и использования квазиклассического подхода в комплексной области. Здесь развивается асимптотический метод, с помощью которого выводится универсальная массовая формула мезонов и находятся траектории Редже как аналитические функции в комплексной плоскости квадрата инвариантной массы системы двух частиц.

Аналитическое решение задач в квантовой физике может быть получено лишь в некоторых простейших случаях. Для решения поставленных в диссертации задач и получения траекторий Редже важно иметь аналитическое решение волнового уравнения. Нерелятивистское уравнение Шредингера обычно решается в терминах специальных функций или численно; для некоторых потенциалов, например, кулоновского, осцилляционного, Морзе, Хюльтена и некоторых других оно решается аналитически точно. В общем случае, чтобы решить это уравнение, оно должно быть приведено к уравнению для гипергеометрической или другой специальной функции, т. е. к решаемому виду.

Методы решения задач, сводимых к специальным функциям, были известны в математике задолго до создания квантовой механики, а с её появлением были в неё перенесены и используются в физике до сих пор. Под решаемыми понимаются уравнения, сводимые к специальным или классу гипергеометрических функций. Если задача не сводится к известным решаемым уравнениям, то она зачисляется в разряд «нерешаемых», поскольку пока не существует математических методов решения подобных задач. Аналитическое решение волнового уравнения может быть получено методом ВКБ, однако имеется ряд проблем, связанных с неверным применением этого метода. Установлено [24], что проблема применения квазиклассического метода непосредственно связана с приведением исходного уравнения к каноническому виду без первых производных. В диссертационной работе с этой целью выполняется квазиклассический анализ уравнения Шредингера в сферических координа-



тах. При этом рассматривается классический предел квантовой механики с использованием принципа соответствия Бора.

Применение метода ВКБ в задачах квантовой физики предполагает приведение решаемого волнового уравнения к каноническому виду [24]

$$\left\{ \hbar^2 \frac{d^2}{dq^2} + [P^2 - U(q)] \right\} \psi(q) = 0, \quad (11)$$

где  $q$  — криволинейная координата ( $q = r, \theta, \varphi$  в сферических координатах),  $P$  — постоянная (интеграл) движения,  $U(q)$  — эффективный потенциал. Приближённое решение уравнения (11) в методе ВКБ находится путём разложения действия квантовомеханической системы  $S(t, p, q)$  по малому параметру — постоянной Планка  $\hbar$  [24]. Для консервативных систем гамильтониан является интегралом движения, действие имеет вид  $S(t, p, q) = -Et + W(p, q)$ . В лидирующем (линейном) по  $\hbar$  разложении действия общее ВКБ-решение в комплексной плоскости расходится в точках поворота, определяемых как корни уравнения  $p^2(P, q) = 0$ .

Эффективное применение метода ВКБ требует определённой модификации решаемого уравнения. Такая модификация радиального уравнения связана с выражением для постоянной движения — квадратом углового момента  $\vec{L}^2 = l(l+1)\hbar^2$ . Метод ВКБ даёт спектры энергий для центральных потенциалов, совпадающие с точным результатом, если квадрат углового момента имеет вид:  $M_l^2 = (l + \frac{1}{2})^2 \hbar^2$  [24].

Квазиклассическое приближение является математической реализацией принципа соответствия Бора; условия применимости этого приближения совпадают с условиями применимости геометрической оптики. В квантовой механике развиваемый асимптотический метод связан со «старой квантовой теорией» Бора-Зоммерфельда, в которой квантуется классическое действие, а условия квантования постулируются. Развиваемый в диссертации асимптотический метод основан на квантовании классического действия, но, в отличие от теории Бора-Зоммерфельда, условия квантования не постулируются, а выводятся. Развитым методом получены решения известных классических задач в квантовой механике, а затем он применяется к спектральной задаче на собственные значения для корнельского потенциала воронки и получения насыщающих траекторий Редже.

Вывод квазиклассического волнового уравнения в этом разделе диссертации производится в сферической системе координат, как наиболее распространённой в приложениях; затем даётся обобщение для произвольной системы координат. Обобщённое квазиклассическое волновое уравнение в произвольной криволинейной системе координат  $\{q_i\}$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) записывается следующим образом [17–А, 21–А]:

$$\hat{P}^2 \tilde{\psi}(\vec{q}) = [P^2 - U(\vec{q})] \tilde{\psi}(\vec{q}), \quad \hat{P}^2 = \sum_{i=1}^n \left( -i\hbar \frac{\partial}{g_{ii} \partial q_i} \right)^2, \quad (12)$$

где  $\hat{P}^2$  — канонический оператор квадрата импульса,  $g_{ii}$  — диагональные элементы метрического тензора (коэффициенты Ламэ). Аналогично записывается квазирелятивистское волновое уравнение [19–А].

Асимптотический метод решения волновых уравнений, развиваемый в диссертации, основан на квантовании классического действия  $S_0$ , которое отвечает первому нулевому члену разложения квантовомеханического действия  $S$  по постоянной Планка  $\hbar$ . В асимптотическом подходе это соответствует методу *идеализации*. Общим для всех асимптотических методов является наличие малого параметра или большого. Метод идеализации в асимптотическом подходе даёт решение в предельных случаях, когда эти параметры в точности равны нулю или бесконечности.

Уравнение (11) преобразуется к системе уравнений для главного члена асимптотического ряда в задаче Штурма-Лиувилля [23–А]

$$\begin{cases} F''(\chi) + F(\chi) = 0, & p > 0, \\ F''(\chi) - F(\chi) = 0, & p < 0. \end{cases} \quad (13)$$

Фактически, (13) есть одно уравнение, но записанное в разных областях обобщённого импульса  $p(P, q)$ , т. е. классически разрешённой и классически недоступной. В точках поворота, где  $p(P, q) = 0$ , уравнение меняет тип. Общим решением (13) при  $p > 0$  является линейная комбинация двух плоских волн в фазовом пространстве.

Сшивание общих решений уравнений (13) в точках поворота приводит к формулам связи и условию существования непрерывного конечного решения на интервале  $(-\infty, \infty)$ , которое является условием квантования для (12):

$$\oint \sqrt{P^2 - U(q)} dq = 2\pi\hbar \left( n + \frac{1}{2} \right). \quad (14)$$

Условие квантования (14) совпадает с условием ВКБ-квантования, но получено другим способом, без разложения по постоянной Планка  $\hbar$ , — из сшивания общих решений уравнений (13). С помощью принципа аргумента выводится также условие квантования для задач с несколькими разрезами и точками поворота в комплексной плоскости. Квантование в комплексной плоскости позволяет рассматривать задачи с произвольным числом точек поворота, т. е. решать «нерешаемые» задачи.

Объединение полученных выше результатов, приводит к асимптотической функции состояния физической системы [23–А, 65–А]:

$$\psi_0(k_n, q) = \sqrt{\frac{k_n}{\pi(n + \frac{1}{2}) + 1}} \begin{cases} e^{k_n q - \chi_1}, & q < q_1, \\ \sqrt{2} \cos(k_n q - \chi_1 - \pi/4), & q_1 \leq q \leq q_2, \\ (-1)^n e^{-k_n q + \chi_2}, & q > q_2, \end{cases} \quad (15)$$

где  $k_n = P_n/\hbar$ ,  $P_n$  — собственный импульс в стационарном состоянии системы. Значения фазового интеграла  $\chi$  в точках поворота  $q_1$  и  $q_2$  для стационарных

состояний ( $E = E_n$ ) равны  $\chi_1 = -\frac{\pi}{2} \left(n + \frac{1}{2}\right)$  и  $\chi_2 = \frac{\pi}{2} \left(n + \frac{1}{2}\right)$ , соответственно, и не зависят от формы потенциала. Выражение (15) трактуется как «классическое» решение, поскольку в нём используется классическое действие.

Развитый асимптотический метод и полученные условия квантования применяются для решения поставленных в диссертации задач получения траектории Редже. Траектории могут быть получены из решения спектральной задачи на собственные значения, которая тесно связана с потенциальной кварковой моделью [9, 11, 12, 13]. В этом подходе для определения траекторий Редже используются результаты описания свойств адронов как связанных состояний кварков. Чтобы воспроизвести траектории Редже в рамках потенциальной кварковой модели, необходимо знать *аналитическую зависимость* энергии  $W = E^*$  ( $W^2 = s$ ) связанного состояния частиц в СЦИ от их квантовых чисел — орбитального  $l$ , спинного  $S$  и радиального  $n_r$ .

Решение полученного квазиклассического волнового уравнения развитым методом позволяет получить собственные значения энергии аналитически. Это даёт возможность записать приближённую массовую формулу для спектров масс адронов и траектории Редже в аналитическом виде. Траектория Редже определяется как движущаяся в комплексной плоскости углового момента сингулярность и характеризуется не зависящими от конкретных моделей общими свойствами [16]. Приближённая массовая формула и насыщающие траектории Редже получены в главах 2 и 3. Изучение свойств траекторий Редже является важнейшей задачей теории и составляет предмет исследований диссертационной работы. Важным аспектом метода Редже в теории адронов является механизм, при помощи которого траектории Редже в  $t$ -канале определяют поведение амплитуды рассеяния в  $s$ -канале [16].

Особенность этого подхода — резкое уменьшение числа степеней свободы, необходимых для рассмотрения процесса рассеяния. Комплексные полюса Редже соответствуют связанным состояниям или резонансам. Вклад полюсов Редже в амплитуду рассеяния можно получить путём учёта различных кинематических ограничений в реджевских вычетах и выяснения их поведения вблизи нефизических точек. Поскольку принимается концепция комплексного углового момента, это приводит к понятию комплексной энергии, массы и импульса частиц; эта концепция развивается в диссертации.

Огромное большинство известных частиц, приведенных в таблицах Particle Data Group (PDG) [1], являются резонансами, которые можно классифицировать с помощью траекторий Редже. Имеется большое количество и разнообразие экспериментальных данных и разных подходов, чтобы выделить внутренние свойства резонансов. В квантовой механике и квантовой теории поля резонансы могут появляться в обстоятельствах, схожих с классической механикой. Однако существует недостаток в точном определении: что понимать под массой и шириной резонансов?

В экспериментах упругого и неупругого рассеяния резонансы связываются с рассеянной частицей и мишенью. Резонансы могут рассматриваться как

кратковременные осцилляции, нестабильные частицы с комплексной массой в полюсах матрицы рассеяния. В таком случае энергия убывает экспоненциально со временем так, что постоянная спада  $\Gamma$  является мерой времени жизни  $\tau = \hbar/\Gamma$  этой осцилляции. В эксперименте рассеяния для волновой функции используются другие граничные условия, поэтому требуется комплексная энергия. В таких задачах с необходимостью возникают *неэрмитовы операторы*. Концепция выходящей волны (рассеяния), принадлежащая комплексным собственным значениям энергии  $\mathcal{E}_n = E_n - i\Gamma_n/2$ , была введена Сигертом (1939). Комплексные энергия и масса являются подходящим инструментом для изучения резонансов.

В настоящей главе резонансы исследуются в рамках потенциального подхода в схеме комплексных масс. В отличие от известных подходов резонансы рассматриваются как квазисвязанные состояния конститuentов адронов, взаимодействующих посредством используемого потенциала (6). Два точных аналитических решения квазирелятивистского волнового уравнения с этим потенциалом для больших и малых расстояний используются с целью получения комплексной массовой формулы резонансов.

Модифицированный потенциал (6) считается «нерешаемым». В диссертации делается попытка решить и объяснить проблему этого потенциала его комплексной природой. Физические свойства потенциала воронки исследуются в рамках схемы комплексных масс [28–А, 29–А, 30–А]; показывается, что особенность корнельского потенциала состоит в том, что он приводит к *комплексным* собственным значениям энергии, соответствующим неэрмитовому гамильтониану, и поэтому не решается известными методами. В диссертации используется другой подход — метод комплексных масс; развивается концепция, когда комплексными могут быть не только энергия, но импульсы и массы частиц.

В общем случае (математически) S-матрица рассеяния является мероморфной функцией комплексной переменной  $\mathcal{M} = \pm\sqrt{s}$ , где комплексная  $s$ -плоскость заменяется двулистной поверхностью Римана, образованной двумя листами  $R_0$  и  $R_1$ , каждый из которых разрезан вдоль положительной вещественной полуоси  $\text{Re}\mathcal{M}$ , на которой пересекаются листы. Выводится комплексная массовая формула [29–А, 30–А]

$$\mathcal{M}_N^2 = 4 \left[ \left( \sqrt{2\tilde{\sigma}\tilde{N}} + i\frac{\tilde{\alpha}_n m}{N} \right)^2 + \left( m - i\sqrt{2\tilde{\alpha}_n\tilde{\sigma}} \right)^2 \right], \quad (16)$$

где обозначения приводятся в (8). Вещественная часть комплексной функции (16) совпадает с массовой формулой (8).

Массы резонансов возникают как комплексно сопряжённые пары. Физические полюса (резонансы) лежат в четвертом квадранте и определяются комплексной массой  $\mathcal{M}_N = M_N - i\Gamma_N^{\text{TOT}}/2$ , где  $\Gamma_N^{\text{TOT}}$  — полная ширина резо-

нанса. Квадратный корень из комплексного выражения (16) даёт:

$$\sqrt{\mathcal{M}_N^2} = \text{Re } \mathcal{M}_N + i\xi \text{Im } \mathcal{M}_N, \quad (17)$$

где

$$\text{Re } \mathcal{M}_N = \pm \sqrt{\frac{|\mathcal{M}_N^2| + \text{Re } \mathcal{M}_N^2}{2}} = M_N, \quad (18)$$

$$\text{Im } \mathcal{M}_N = \pm \sqrt{\frac{|\mathcal{M}_N^2| - \text{Re } \mathcal{M}_N^2}{2}} = -\frac{\Gamma_N^{\text{TOT}}}{2}, \quad (19)$$

$|\mathcal{M}_N^2| = [(\text{Re } \mathcal{M}_N^2)^2 + (\text{Im } \mathcal{M}_N^2)^2]^{1/2}$  и  $\xi = \text{sgn}(\text{Im } \mathcal{M}_N^2)$ . Эти выражения (18) и (19) определяют положения резонансов, которые симметрично расположены на римановой  $\mathcal{M}$ -поверхности. Полная ширина резонанса определяется как  $\Gamma_N^{\text{TOT}} = -2\text{Im } \mathcal{M}_N$ .

Комплексная функция (16) позволяет записать следующее выражение для полной ширины резонанса [28–А, 29–А]:

$$\Gamma_N^{\text{TOT}} \equiv -2\text{Im } \mathcal{M}_N = 2\mu_1 \left( \frac{\sqrt{\tilde{\alpha}_n \tilde{N}}}{N} - 1 \right), \quad (20)$$

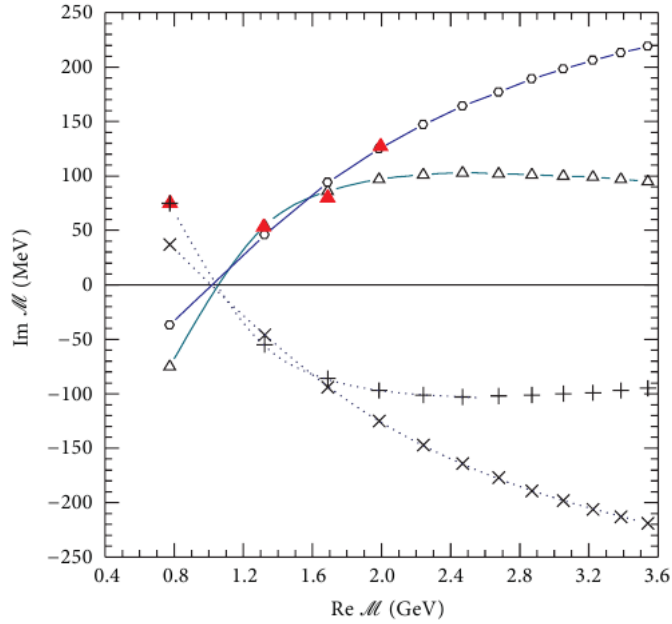
которая зависит от мнимой части  $\mu_1 = -\sqrt{2\tilde{\alpha}_n \tilde{\sigma}}$  комплексной массы  $\mu = m + i\mu_1$  частицы в (16). Полная ширина (20) стремится к постоянному значению при больших  $N$  [30–А, 45–А, 46–А].

Таблица 1 – Массы и полные ширины резонансов семейства  $\rho$ -мезона для лидирующей траектории Редже

Meson	$M_N^{ex}$	$M_N^{th}$	$\Gamma_N^{ex}$	$\Gamma_N^{th}(19)$	$\Gamma_N^{th}(20)$
$\rho(1S)$	776	775	149	150	75
$a_2(1P)$	1318	1323	107	108	93
$\rho_3(1D)$	1689	1689	161	170	188
$a_4(1F)$	1996	1985	255	194	249
$\rho_5(1G)$	—	2234	—	202	294
$a_6(1H)$	—	2462	—	205	328

В таблице 1 приводятся вычисления масс и полных ширин резонансов семейства  $\rho$ -мезона для лидирующей траектории Редже (рисунок 5); результаты расчётов для масс состояний и ширин даны в единицах МэВ. Величины параметров в расчётах получены из результатов подгонки к имеющимся экспериментальным данным [1]:  $\alpha_n = 1.463$ ,  $\sigma = 0.134 \text{ ГэВ}^2$ ,  $m = 193 \text{ МэВ}$ .

Полное понимание физики, суммированной в таблицах PDG [1], связано с концепцией резонанса. Резонансы в физике адронов никогда не наблюдались прямо, а только через их каналы распадов, что вызывает проблему их определения. Пропагаторы частиц в  $S$ -матрице рассеяния содержат массы



Треугольники показывают полуширины резонансов на  $\rho$ -траектории. Полюса резонансов находятся в четвертом квадранте (ниже вещественной оси).

**Рисунок 5.** – Полюса матрицы рассеяния для траектории  $\rho$ -мезонов

$\mathcal{M}_N$  и по оптической теореме определяют распады частиц, а полные ширины даются выражением (19). Центры масс  $M_N^R = \text{Re } \mathcal{M}_N$  резонансов и их полные ширины  $\Gamma_N^{\text{TOT}}$  есть модельно независимые параметры резонансов. В диссертационной работе для решения этой проблемы использован метод комплексных масс, с помощью которого впервые в рамках единого подхода определены и вычислены массы и полные ширины резонансов.

Выполненный анализ точных аналитических решений для известных потенциалов в квантовой механике показывает, что выражения для собственных значений энергии соответствуют по форме свободным частицам, а функции состояния имеют вид стоячей волны. Впервые в рамках потенциального подхода с использованием схемы комплексных масс исследованы свойства корнельского потенциала воронки, известного как «нерешаемый» аналитически.

В диссертации показывается, что потенциал воронки имеет комплексные собственные значения энергии и поэтому не решается известными методами, развитыми для получения вещественных собственных значений эрмитовых операторов. Впервые введено понятие комплексной массы кварка и глюона. На этой основе с использованием модифицированного потенциала воронки получено выражение для комплексных масс резонансов, являющихся полюсами матрицы рассеяния. Полученная комплексная массовая формула воспроизводит массы и полные ширины резонансов, а также комплексные насыщающие траектории Редже и вакуума.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

### Основные научные результаты диссертации

Полученные в диссертации научные результаты решают совокупность проблем моделирования адронных процессов в рамках непертурбативного подхода в КХД, восходящего к работам Редже, Грибова, Померанчука и Мандельштама. Предложенный мультипериферический механизм мягкого и жёсткого рассеяния адронов с использованием полученного пропагатора мягкого глюона, расширяет область применимости развиваемого подхода для описания как мягких, так и жёстких адронных процессов при высоких энергиях. Выполненная модификация модели кварк-глюонных струн и в особенности вывод о нелинейном поведении траекторий Редже позволили существенно расширить область применимости развиваемого подхода и добиться хорошего согласия расчётов с данными экспериментов. Предложенные квазиклассическое и квазирелятивистское волновые уравнения решаются стандартным методом ВКБ, приводя к собственным значениям энергии для известных задач, совпадающим с точными. Применение этого метода для решения волнового уравнения с модифицированным корнельским потенциалом дало возможность получить асимптотическое решение и собственные значения массы связанного состояния системы двух частиц. Разработанный асимптотический метод используется для получения нелинейных (насыщающих) траекторий Редже, которые уже получили экспериментальное подтверждение при описании различных адронных процессов.

Основные научные результаты диссертации можно сформулировать следующим образом.

1. Предложен новый механизм определения поперечных импульсов кварков в многопомеронных цепочках модели кварк-глюонных струн, основанный на моделировании померона как обмена двумя глюонами с динамически генерируемой массой. На этой основе получены функции распределения кварков в кварк-глюонных струнах по поперечному импульсу, установлено их важное свойство, состоящее в том, что чем больше учитывается диаграмм  $n$ -померонных обменов, тем жёстче становятся распределения кварков в струнах с ростом числа обменов помероном и спектры вторичных частиц [1–А, 15–А, 22–А].

2. Произведена модификация модели кварк-глюонных струн, основанная на использовании двухглюонной модели померона с динамически генерируемой массой глюона и полученных функций распределения кварков в кварк-глюонных струнах по поперечному импульсу. Разработаны алгоритмы и создано соответствующее программное обеспечение для численных расчётов сечений и других характеристик образования адронов в процессах рассеяния при высоких энергиях [16–А, 22–А].

3. Описаны с использованием новой версии модели кварк-глюонных струн спектры образования вторичных  $\pi$ ,  $K$ ,  $D$  и  $B$  мезонов в мягких и по-

лужёстных адронных процессах при высоких энергиях. Выполнено описание асимметрии  $(+/-)$  и (лидирующие/нелидирующие) вторичных  $D$ -мезонов, вычислена корреляция  $\langle p_{\perp} \rangle(N)$  среднего поперечного импульса и множественности адронов; обнаружен эффект сильной зависимости сечений рождения  $D$  и  $B$ -мезонов от интерсептов соответствующих траекторий Редже, сделано предположение о нелинейности траекторий в области низших возбуждённых состояний [10–А, 15–А, 22–А, 35–А].

4. Получен с использованием модели вакуума Ландшоффа-Нахтмана и выражения для динамически генерируемой массы глюона пропагатор мягкого глюона, с помощью которого определены: кварк-померонная константа связи  $(\beta_0)^2 = 3.94 \text{ ГэВ}^{-2}$ , масса глюонного конденсата  $M_c = 0,993 \text{ ГэВ}$  и длина корреляции  $a \simeq 0,087 \text{ фм}$ , что однозначно фиксирует параметры пропагатора. Предложенный пропагатор используется для моделирования мультипериферического механизма промежуточной фазы процесса рассеяния адронов и определения функций распределения кварков в кварк-глюонных струнах, входящих в формулы расчёта сечений мягких, полужёстких и жёстких адронных процессов при высоких энергиях [24–А].

5. Установлено, что полученные функции распределения кварков в кварк-глюонных струнах становятся жёстче с ростом числа  $n$ -глюонных (померонных) обменов, что означает увеличение поперечного импульса рассеянного кварка. Мультипериферическое рассеяние кварков в промежуточной фазе с пропагатором мягкого глюона реализует новый механизм жёсткого взаимодействия адронов. На этой основе разработана новая двухкомпонентная модель рассеяния адронов при высоких энергиях, в которой продольная компонента представлена моделью кварк-глюонных струн, а поперечная компонента развита на основе мультипериферического механизма рассеяния с использованием полученного пропагатора мягкого глюона [1–А, 22–А].

6. Вычислены с использованием разработанной модели сечения и дано описание инклюзивных процессов образования  $\pi$ ,  $K$ ,  $D$  и  $B$ -мезонов в широком диапазоне энергий до значений поперечного импульса  $p_{\perp} \propto 10 \text{ ГэВ}/c$ , включая мягкие, полужёсткие и жёсткие процессы. Из проведенного анализа данных подтверждён ранее обнаруженный эффект сильной зависимости сечений рождения  $D$  и  $B$  мезонов от интерсептов и наклонов их траекторий Редже. Подтверждено сделанное ранее предположение о нелинейном поведении траекторий Редже в области рассеяния и низших возбуждённых состояний связанной системы двух частиц [1–А, 15–А, 22–А, 24–А].

7. Разработана асимптотическая модель и соответствующие методы решения задачи на собственные значения в аналитическом виде, что включает: вывод квазиклассического и квазирелятивистского волновых уравнений, обоснование замены Крамерса-Лангера в радиальном уравнении Шредингера, обобщение метода ВКБ для решения многомерных спектральных задач с центральным потенциалом; дан вывод уравнений для главного члена асимптотического ряда в задаче Штурма-Лиувилля, формул согласования и усло-



вий квантования в комплексной плоскости для задач с двумя и более точками поворота, получены асимптотики специальных функций, вычислен энергетический спектр аниона в центральном поле [14–А, 17–А, 18–А, 19–А, 20–А, 21–А, 23–А, 58–А, 59–А, 60–А, 61–А, 62–А].

8. Выполнена модификация Корнельского потенциала путём введения координатной зависимости «постоянной» сильной связи  $\alpha_S(r)$ , получена универсальная массовая формула для лёгких и тяжёлых кваркониев; впервые в рамках единого подхода с помощью полученной формулы вычислены с хорошей точностью массы как лёгких мезонов, так и тяжёлых кваркониев, выведены формулы для спин-спиновых и спин-орбитальных поправок, с учётом которых в массовой формуле вычислены массы мезонов и резонансов в хорошем согласии с табличными данными и вычислениями на решётке; разработана методика и получены в явном виде комплексные насыщающие траектории Редже во всей области, определены вещественная и мнимая части траекторий Редже, вычислены параметры траекторий и подтверждён сделанный вывод о насыщении траекторий Редже для больших значений переданного импульса [11–А, 13–А, 14–А, 25–А, 26–А, 27–А, 38–А, 41–А, 42–А, 43–А, 63–А, 64–А, 65–А].

9. Впервые в рамках потенциального подхода с использованием схемы комплексных масс исследованы свойства корнельского потенциала, считающегося как «нерешаемый» аналитически. Показано, что этот потенциал приводит к комплексным собственным значениям энергии и массы, поэтому не решается известными методами, развитыми для эрмитовых операторов, собственные значения которых вещественны. Впервые введены понятия комплексных собственных значений импульса, комплексной массы кварков и глюонов. Впервые получена комплексная массовая формула системы двух связанных частиц, вещественная часть которой определяет среднюю массу, а мнимая — полную ширину резонанса. Полученная формула даёт возможность вычислить в рамках единого подхода массы и полные ширины резонансов, а также сделать предсказания для пока не открытых мезонов, в том числе экзотических кварковых и глюонных систем. Вычислены массы и полные ширины резонансов на лидирующей траектории семейства  $\rho$ -мезона [28–А, 29–А, 30–А, 44–А, 45–А, 46–А, 47–А, 48–А, 71–А, 72–А].

### **Рекомендации по практическому использованию результатов**

Результаты диссертационных исследований могут найти практическое применение в ряде областей физики, математической физики и математики. Многие из полученных результатов цитируются в литературе и уже нашли практическое использование при моделировании наблюдаемых характеристик процессов сильных взаимодействий. Работы соискателя по насыщающим траекториям Редже [11–А, 13–А, 25–А, 26–А, 27–А] подтверждены экспериментально и уже имеют практическое применение при описании и

анализе измеренных сечений ряда реакций, изучаемых коллаборацией CLAS в Jefferson Laboratory (JLAB) [22, 18, 20, 19, 21] и предложениях новых экспериментов [23]. Соискатель является соавтором предложений экспериментов на Большом адронном коллайдере (LHC, Женева) в коллаборациях CMS [33–А], ATLAS [24–А, 34–А] и SDC (США) [32–А].

Разработанная на основе двухглюонной модели померона новая версия модели кварк-глюонных струн, учитывающая зависимость кварковых функций и функций фрагментации кварков в адроны от поперечного импульса и созданное соискателем программно-математическое обеспечение могут быть использованы для анализа данных многих экспериментов [1–А, 22–А, 24–А, 33–А, 34–А]. Практическим применением новой версии МКГС может быть её использование для предсказания величин дифференциальных сечений рождения тяжёлых кварков, поиска экзотических резонансов, изучения кварк-глюонной плазмы в связи с новыми экспериментами на LHC (Женева) в рамках программ совместных научных исследований [33–А, 34–А].

Комплексная массовая формула [28–А, 29–А, 30–А] для системы двух связанных частиц позволяет рассчитать в рамках единого подхода массы, ширины и траектории Редже резонансов и неизвестных пока в теории сильных взаимодействий связанных состояний кварков и глюонов, экзотических состояний. Эта же формула приводит к комплексным решениям для углового момента, что открывает возможность для расчётов комплексных траекторий Редже. Такие предсказания важны для оценки масс и ширин резонансов в таблицах **Particle Data Group** (PDG), они представляют интерес в экспериментах на многих установках мира. В данном исследовании показывается, что проблема конфинмента может быть решена путём введения ненулевой массы глюона. Наличие массы у глюона объясняет феномен заперания цвета.

Полученные результаты могут найти применение в белорусских и международных научных центрах: Институте физики НАН Беларуси, БГУ, ГГУ, ГГТУ, ОИЭЯИ–Сосны НАН Беларуси, ИЯП БГУ, НИИЯФ МГУ, ОИЯИ, ИФВЭ, ИЯИ, а также на действующих и строящихся ускорителях. Результаты работы могут быть также использованы при чтении спецкурсов и написании учебных пособий для студентов и аспирантов по специальностям физика ядра и элементарных частиц, физика высоких энергий, теоретическая физика, квантовая механика, математическая физика.

# БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

## Список использованных источников

1. Particle Data Group / К. А. Olive [et al.] // Chin. Phys. – 2014. – Vol. C38. – P. 090001–090157.
2. Christman, J. R. MISN-0-280 : the Strong interaction / J. R. Christman. – Project PHYSNET. 2001. – 327 p.
3. Хелзен, Ф. Кварки и лептоны: вводный курс в современную физику частиц / Ф. Хелзен, А. Мартин. – М. : Мир, 1987. – 327 с.
4. Индурайн, Ф. Квантовая хромодинамика / Ф. Индурайн. – М. : Мир, 1986. – 284 с.
5. Fadin, V. S. Non-forward NLO BFKL kernel / V. S. Fadin and R. Fiore // Phys. Rev. D. – 2005. – Vol. 72. – P. 014018–014029.
6. Кайдалов, А. Б. Множественное образование адронов при высоких энергиях в модели кварк-глюонных струн. Теория / А. Б. Кайдалов, К. А. Тер-Мартirosян // Ядерная физика. – 1984. – Vol. 39. – P. 1545–1556.
7. Cornwall, J. M. Dynamical mass generation in continuum QCD / J. M. Cornwall // Phys. Rev. D. – 1982. – Vol. 26. – P. 1453–1464.
8. Landshoff, P. V. Soft and hard QCD / P. V. Landshoff // arXiv:hep-ph/0209364v2 [Electronic resource] – 2002. – Mode of access : <http://arxiv.org/pdf/hep-ph/0209364v2>. – Date of access : 15.11.2002.
9. Charmonium: the model / E. Eichten [et al.] // Phys. Rev. D. – 1978. – Vol. 17. – P. 3090–3105.
10. Salpeter E. E. Relativistic two body problem / E. E. Salpeter, H. A. Bethe // Phys. Rev. – 1951. – Vol. 84. – P. 1232–1241.
11. Kang, J. S. Dynamics of light and heavy bound quarks / J. S. Kang, H. J. Schnitzer // Phys. Rev. D. – 1975. – Vol. 12. – P. 841–857.
12. Ebert, D. Spectroscopy and Regge trajectories of heavy quarkonia and  $B_c$  mesons / D. Ebert, R. N. Faustov, V. O. Galkin // Eur. Phys. J. C. – 2011. – Vol. 71. – P. 1825–1837.
13. Gershtein, S. S. Systematics of heavy quarkonia from Regge trajectories on  $(n, M^2)$  and  $(M^2, J)$  planes / S. S. Gershtein, A. K. Likhoded and A. V. Luchinsky // Phys. Rev. D. – 2006. – Vol. 74. – P. 016002–016018.
14. Simonov, Yu. A. Regge Trajectories From QCD / Yu. A. Simonov // Phys. Lett. – 1989. – Vol. B226. – P. 89–57.
15. Горбацевич, А. К. Уравнение движения частиц в конформно плоском пространстве и удержание кварков / А. К. Горбацевич, Л. М. Томильчик // Проблемы физики высоких энергий в теории поля, Протвино, 7–13 июля 1986 г. / Протвино, Россия : труды семинара, – М., 1987. – С. 378–383; – Минск, 1986. – 17 с. – (Препринт / Акад. наук БССР, Инст. физики. № 415).

16. Коллинз, П. Введение в реджевскую теорию и физику высоких энергий / П. Коллинз. – М. : Атомиздат, 1980. – 432 с.
17. Landshoff, P.V. Vacuum Structure and Diffraction Scattering / P.V. Landshoff and O. Nachtman // Z. Phys. C. – 1987. – Vol. 35. – P. 405–412.
18. Laget, J.M. The space-time structure of hard scattering processes / J.M. Laget // Phys. ReV. D. – 2004. – Vol. 70. – P. 054023–054027.
19. Cano, F. Compton scattering, vector meson photoproduction and the partonic structure of the nucleon / F. Cano, J.M. Laget // Phys. ReV. D. – 2002. – Vol. 65. – P. 074022–074026.
20. Photoproduction of the omega meson on the proton at large momentum transfer / M. Battaglieri [et al.] (CLAS Collaboration) // Phys. Rev. Lett. – 2003. – Vol. 90. – P. 022002–022014.
21. Rossi, P. Physics of the CLAS collaboration: Some selected results / P. Rossi for the collaboration // Talk given at 41st International Winter Meeting on Nuclear Physics, Bormio, Italy, 26 January–2 February 2003. JLAB-PHY-03-14, – 11 p.
22. Deeply virtual and exclusive electroproduction of omega mesons / L. Morand [et al.] (CLAS Collaboration) // Eur. Phys. J. A. – 2005. – Vol. 24. – P. 445–4582.
23. Huber, G.M. Charged pion electroproduction ratios at high  $p_{\perp}$  / G.M. Huber // Jefferson Lab PAC 30. Letter of Intent. – Regina, SK S4S 0A2. Canada.
24. Fröman, N. JWKB Approximation: Contributions to the Theory / N. Fröman and P. O. Fröman. – 2nd. ed. – North Holland–Amsterdam. 1965. – 237 p.

## Список публикаций соискателя

### 1–А. Обзор в ЭЧАЯ

- Lykasov, G.I. The quark gluon string model: Soft and semihard hadron processes / G.I. Lykasov, G. H. Arakelian, M. N. Sergeenko // Phys. Part. Nucl. – 1999. – Vol. 30. – P. 343–368.

### Статьи в рецензируемых научных журналах

- 2–А. HYPERON: Investigation of inclusive production of  $K^{*0}(892)$  meson production in  $K^+A$  interactions at 11.2 GeV / S. A. Akimenko [et al.] // Sov. J. Nucl. Phys. – 1990. – Vol. 52. – P. 884–889.
- 3–А. HYPERON: Study of inclusive production of  $K_S^0$  mesons in  $K^+A$  interactions at 11.2 GeV / S. A. Akimenko [et al.] // Sov. J. Nucl. Phys. – 1991. – Vol. 53. – P. 267–272.

4-A. Lykasov, G.I. Inclusion of transverse quark momentum in the quark-gluon string model / G.I. Lykasov and M.N. Sergeenko // Z. Phys. C. – 1991. – Vol. 52. – P. 635–641.

5-A. HYPERON: Analysis of the  $K^+A \rightarrow K^0X$  process in the quark-gluon string model. / N.S. Amelin [et al.] // Sov. J. Nucl. Phys. – 1991. – Vol. 53. – P. 859–863.

6-A. Lykasov, G.I. Correlation between the average transverse momentum of hadrons and the multiplicity in the Quark-Gluon String Model / G.I. Lykasov and M.N. Sergeenko // Sov. J. Nucl. Phys. – 1991. – Vol. 54. – P. 1037–1039.

7-A. Sergeenko, M.N. On the dynamics of color forces and the formation time of hadrons / M.N. Sergeenko // Sov. J. Nucl. Phys. – 1992. – Vol. 55. – P. 278–279.

8-A. Lykasov, G.I. Spectra of  $D$  mesons in  $pp$  collisions and the quark-gluon string model / G.I. Lykasov, M.N. Sergeenko // Sov. J. Nucl. Phys. – 1992. – Vol. 55. – P. 1393–1398.

9-A. HYPERON: Investigation of inclusive production of  $K^0$  and  $K^{*0}(892)$  mesons in  $K^+A$  interaction at 11.2 GeV / S.A. Akimenko [et al.] // Z. Phys. C. – 1992. – Vol. 56. – P. 537–546.

10-A. Lykasov, G.I. Production of  $D$  mesons in  $pp$  Collisions and quark-gluon string model / G.I. Lykasov, M.N. Sergeenko // Z. Phys. C. – 1992. – Vol. 56. – P. 697–701.

11-A. Sergeenko, M.N. Some properties of Regge trajectories of heavy quarkonia / M.N. Sergeenko // Phys. Atom. Nuclei. – 1993. – Vol. 56. – P. 365–371.

12-A. HYPERON: Study of inclusive  $K_S^0$  meson production in  $\pi^+A$  and  $K^+A$  interactions at 11.2 GeV / S.A. Akimenko [et al.] // Phys. Atom. Nucl. – 1993. – Vol. 56. – P. 619–623.

13-A. Sergeenko, M.N. An Interpolating mass formula and Regge trajectories for light and heavy quarkonia / M.N. Sergeenko // Z. Phys. C. – 1994. – Vol. 64. – P. 315–322.

14-A. Сергеевко, М. Н. Изотропный осциллятор в квазиклассическом подходе / М. Н. Сергеевко // Весці Акадэміі навук БССР, Серыя фіз.-мат. навук. – 1996. – Т. 1. – С. 43–49.

15-A. Lykasov, G.I. Semihard hadron processes and quark-gluon string model. / G.I. Lykasov, M.N. Sergeenko // Z. Phys. C. – 1996. – Vol. 70. – P. 455–462.

16-A. Lykasov, G.I. Hadron transverse momenta in soft and semihard hadronic processes and the quark gluon string model / G.I. Lykasov, M.N. Sergeenko // Phys. Atom. Nucl. – 1996. – Vol. 59. – P. 475–483.

17-A. Sergeenko, M.N. Semiclassical wave equation and exactness of the WKB method / M.N. Sergeenko // Phys. Rev. A. – 1996. – Vol. 53. – P. 3798–3804.

- 18–A. Kruglov, S. I. Energy spectrum of anyon in the Coulomb field / S. I. Kruglov, M. N. Sergeenko // Mod. Phys. Lett. A. – 1997. – Vol. 12. – P. 2475–2479.
- 19–A. Sergeenko, M. N. Relativistic semiclassical wave equation and its solution / M. N. Sergeenko // Mod. Phys. Lett. A. – 1997. – Vol. 12. – P. 2859–2871.
- 20–A. Sergeenko, M. N. Quantum fluctuations of the angular momentum and energy of the ground state / M. N. Sergeenko // Mod. Phys. Lett. A. – 1998. – Vol. 13. – P. 33–38.
- 21–A. Sergeenko, M. N. Quasiclassical analysis of the three-dimensional Schrödinger equation and its solution / M. N. Sergeenko // Mod. Phys. Lett. A. – 2000. – Vol. 15. – P. 83–100.
- 22–A. Sergeenko, M. N. Soft and hard hadronic processes in the nonperturbative approach of QCD / M. N. Sergeenko // Phys. Rev. D. – 2000. – Vol. 61. – P. 056010–056024.
- 23–A. Sergeenko, M. N. Classical solution of the wave equation / M. N. Sergeenko // Int. J. Mod. Phys. A. – 2003. – Vol. 18. – P. 3041–3055.
- 24–A. Transverse momentum spectra of  $D$  and  $B$  mesons in hadron collisions at high energies / G. I. Lykasov [et al.] // Eur. Phys. Lett. – 2009. – Vol. 86. – P. 61001–61010.
- 25–A. Sergeenko, M. N. Glueballs and the Pomeron / M. N. Sergeenko // Eur. Phys. Lett. – 2010. – Vol. 89. – P. 11001–11007.
- 26–A. Сергеенко, М. Н. Массы адронов и траектории Редже для потенциала типа воронки / М. Н. Сергеенко // Доклады НАН Беларуси. – 2011. – Т. 55. – С. 40–43.
- 27–A. Sergeenko, M. N. Glueball masses and Regge trajectories for the QCD-inspired potential / M. N. Sergeenko // Euro. Phys. J. C. – 2012. – Vol. 72. – P. 2128–2139.
- 28–A. Sergeenko, M. N. Masses and widths of Resonances for the Cornell Potential / M. N. Sergeenko // Advances in High Energy Physics. – 2013. – Vol. 2013. Article ID 325431. – P. 1–7. <http://dx.doi.org/10.1155/2013/325431>.
- 29–A. Sergeenko, M. N. Complex Masses of Resonances and the Cornell Potential / M. N. Sergeenko // Nonlin. Phen. in Compl. Sys. – 2013. – Vol. 16(4). – P. 403–408.
- 30–A. Sergeenko, M. N. Complex Masses of Resonances in the Potential Approach / M. N. Sergeenko // Nonlin. Phen. in Compl. Sys. – 2014. – Vol. 17(4). – P. 433–438.

## Статьи в сборниках научных трудов и материалах конференций

31–А. Сергеенко, М. Н. Сечения рождения тяжёлых мезонов и модель кварк-глюонных струн / М. Н. Сергеенко // Конференция Российской Академии наук по фундаментальным взаимодействиям элементарных частиц. Сессия отделения ядерной физики, – Москва, 1992. – С. 147–152.

32–А. SDC: Solenoidal Detector Collaboration, Technical Design Report / E. L. Berger [et al]. (SDC Collaboration) // SSC SDC Reports List – Fermilab SDC-92-201, SSCL-SR-1215. April 1, 1992. – 128 p.

33–А. CMS: The Compact Muon Solenoid. Letter of intent for a general purpose detector at the LHC. Letter of Intent / M. Markytan [et al]. (CMS Collaboration) // – CERN/LHCC 92-03, CERN-LHCC-I-1. 1992. – 112 p.

34–А. ATLAS: Technical proposal for a general-purpose  $pp$  experiment at the Large Hadron Collider at CERN. / W.W. Armstrong [et al.] (ATLAS Collaboration) // CERN-LHCC-94-43. December, 1994. – 289 p.

35–А. Lykasov, G. I. Production of heavy mesons in hadron collisions and the quark-gluon string model. / G. I. Lykasov, M. N. Sergeenko // Particles and Nuclei. XIII Int. Conf. – Perugia, Italy, June 28–July 2, 1993. – Vol. 1. – P. 93–97. / Editor A. Pascolini, World Scientific. 1994. – P. 273–277.

36–А. Sergeenko, M. N. An interpolating mass formula for light and heavy quarkonia / M. N. Sergeenko // 16th Workshop On High-Energy Physics, Protvino, Sept. 14–17, 1993. Russia Proceedings: Problems on High-Energy Physics and Field Theory. / Edited by G. L. Rcheulishvili. – Protvino, IHEP. 1995. – 247 p.

37–А. Andreev, V. V. Meson Regge trajectories in relativistic quantum mechanics / V. V. Andreev, M. N. Sergeenko // Proceedings of the Eighth Annual Seminar NPC'S'99 «Nonlinear phenom. in complex systems». Talk given at SPIRES Conference C99/05/17.3. May, – Minsk, Belarus, 1999. – 8 p. – arXiv:hep-ph/9912299v1 [Electronic resource] – 1999. – Mode of access : <http://arxiv.org/pdf/hep-ph/9912299v1>. – Date of access : 10.12.1999.

38–А. Sergeenko, M. N. Glueball leading states and the Pomeron trajectory / M. N. Sergeenko // BGL-5 Program and Organizing Committees 5th International conference Bolyai-Gauss-Lobachevsky: methods of non-Euclidean geometry in modern physics, – Minsk, Belarus, October 10–13, 2006. – P. 458–469.

39–А. Lykasov, G. I. Heavy flavor production in non-perturbative approach of QCD. / G. I. Lykasov, M. N. Sergeenko // Workshop On Hadron Structure and QCD: From Low To High Energies (HSQCD 2008). Gatchina, St.-Petersburg, Russia. June 30 – July 4. 2008.

40–А. Lykasov, G. I. Heavy meson production and the quark-gluon string model / G. I. Lykasov and M. N. Sergeenko // 4th Conference on Physics at LHC, Split, Sep. 29 – Oct. 4, 2008. C08-09-29.4. – Croatia, – P. 83–91.

41–А. Sergeenko, M. N. Glueballs and the Pomeron / M. N. Sergeenko // The Xth Intern. School-Seminar: the actual problems of microworld physics, Gomel, Belarus, July 15 – 26, 2009.

42–А. Сергеенко, М. Н. Комплексные траектории Редже в потенциальном подходе КХД / М. Н. Сергеенко // Гомельский научный семинар по теоретической физике, посвящённый 100-летию со дня рождения Ф. И. Фёдорова, ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель, 20–22 июня 2011. – С. 177–181.

43–А. Sergeenko, M. N. Glueball masses for the asymptotically free potential / M. N. Sergeenko // The XIth Intern. School-Seminar on: the actual problems of microworld physics, Gomel, Belarus, August 1 – 12, 2011.

44–А. Sergeenko, M. N. Complex Masses of Resonances and the Cornell potential / M. N. Sergeenko // The XXth Intern. Seminar «Nonlinear Phenomena in Complex Systems», Minsk, Belarus, April 22 – 24, 2013.

45–А. Sergeenko, M. N. Complex Masses of Resonances in the Potential Approach / M. N. Sergeenko // Subatomic particles, Nucleons, Atoms, Universe: Processes and Structure. National Academy of Sciences (Zeldovich-100 Meeting), – Minsk, Belarus, March 10 – 14, 2014.

46–А. Sergeenko, M. N. Mesonic Resonances in the Complex-Mass Scheme / M. N. Sergeenko // The XIIth Intern. School-Seminar on: the actual problems of microworld physics, Gomel, Belarus, July 22–August 2, 2013. Russia Proceedings: / Editorial Board: V. Andreev, A. Ilyichev, V. Makarenko, N. Maksimenko, E. Russakovich, N. Russakovich, N. Shumeiko, S. Timoshin. – Dubna, JINR. – 2015. – Vol. 2. – P. 52–71.

47–А. Sergeenko, M. N. The Potential Quark Model in Theory of Resonances / M. N. Sergeenko // The XIIIth Intern. School-Seminar on: the actual problems of microworld physics, Gomel, Belarus, July 27 – August 7, 2015.

48–А. Sergeenko, M. N. Meson Masses and Widths in Relativistic Quark Model / M. N. Sergeenko // The international seminar “Problems in Physics of Fundamental Interactions — theory, phenomenology, experiment”, Gomel, Belarus, Nov. 19 – Nov. 20, 2015.

### Препринты и сообщения

49–А. HYPERON: Анализ информации с установки ГИПЕРОН в эксперименте по образованию  $K^0$  и  $K^{*0}(892)$  мезонов в  $K^+A$ -взаимодействий при 11.2 ГэВ / В. Б. Виноградов [и др.]. – Дубна, 1990. – 14 с. – (Сообщение / ОИЯИ ; P10-90-83).

50–А. HYPERON: Анализ образования  $K^0$ -мезонов в  $K^+A$ -взаимодействиях и модель кварк-глюонных струн / Н. С. Амелин [и др.]. – Дубна, 1990. – 12 с. – (Препринт / ОИЯИ ; P2-90-493).

51–А. Lykasov G. I. Inclusion of transverse quark momenta in the model of quark-gluon strings / G. I. Lykasov, M. N. Sergeenko. – Dubna, 1990. – 12 p. – (Preprint / JINR ; E2-90-363).



52–А. HYPERON: Исследование процессов инклюзивного образования  $K^0$ -мезонов в  $K^+A$ -взаимодействиях при 11.2 ГэВ / С. А. Акименко [и др.]. – Серпухов, 1990. – 11 с. – (Препринт / ИФВЭ ; 90-10).

53–А. HYPERON: Экспериментальное исследование процессов инклюзивного образования  $K^{*0}(892)$ -мезонов в  $K^+A$ -взаимодействиях при 11.2 ГэВ / С. А. Акименко [и др.]. – Серпухов, 1990. – 9 с. – (Препринт / ИФВЭ ; 90-36).

54–А. HYPERON: Анализ процессов  $K^+A \rightarrow K^0X$  в модели кварк-глюонных струн. / Н. С. Амелин [и др.]. – Дубна, 1990. – 14 с. – (Препринт / ОИЯИ ; P290-493).

55–А. HYPERON: Изучение инклюзивного рождения  $K^0$ -мезонов в  $\pi^+A$  и  $K^+A$ -взаимодействиях при 11.2 ГэВ. / С. А. Акименко [и др.]. – Дубна, 1992. – 10 с. – (Препринт / ОИЯИ ; P1-92-299).

56–А. Sergeenko, M. N. On perturbative asymptotic of Regge trajectories / M. N. Sergeenko. – Trieste, 1994. – 9 p. – (Preprint / ICTP ; IC/94/338).

57–А. Lykasov, G. I. Semihard hadron processes and quark-gluon string model / G. I. Lykasov, M. N. Sergeenko. – Dubna, 1995. – 11 P. – (Preprint / JINR ; E2-95-62).

58–А. Sergeenko, M. N. Quasiclassical Analysis of the Three-dimensional Shredinger Equation and its Solution / M. N. Sergeenko. – Chicago, 1999. – 9 P. – (Preprint / UIC ; UICHER-TH/99-7); – arXiv:quant-ph/9912069 [Electronic resource] – 1999. – Mode of access : <http://arxiv.org/pdf/quant-ph/9912069>. – Date of access : 18.07.1999.

59–А. Sergeenko, M. N. Quantum fluctuations of the angular momentum and energy of the ground state / M. N. Sergeenko // arXiv:quant-ph/9911089v1 [Electronic resource] – 1999. – Mode of access : <http://arxiv.org/pdf/quant-ph/9911089v1>. – Date of access : 19.11.1999.

60–А. Sergeenko, M. N. Semiclassical wave equation and exactness of the WKB method / M. N. Sergeenko // arXiv:quant-ph/9911075v1 [Electronic resource] – 1999. – Mode of access : <http://arxiv.org/pdf/quant-ph/9911075v1>. – Date of access : 16.11.1999.

61–А. Andreev, V. V. Meson Regge trajectories in relativistic quantum mechanics / V. V. Andreev, M. N Sergeenko // arxiv:hep-ph/9912299 [Electronic resource] – 1999. – Mode of access : <http://arxiv.org/pdf/hep-ph/9912299>. – Date of access : 11.08.1999.

62–А. Sergeenko, M. N. Relativistic semiclassical wave equation and its solution / M. N. Sergeenko // arXiv:quant-ph/9911081v1 [Electronic resource] – 1999. – Mode of access : <http://arxiv.org/pdf/quant-ph/9911081v1>. – Date of access : 18.11.1999.

63–А. Sergeenko, M. N. Semiclassical Approximation for Periodic Potentials / M. N. Sergeenko and U. P. Sukhatme. – Chicago, 1999. – 8 p. – (Preprint / UIC ; UI-CHER-TH/99-8); – arXiv:quant-ph/9911026 [Electronic resource] – 1999. – Mode of access : <http://arxiv.org/pdf/quant-ph/9911026>. – Date of access : 08.09.1999.

64–A. Sergeenko, M. N. Gluonium leading states and the Pomeron trajectory / M. N. Sergeenko. – Chicago, 2000. – 15 p. – (Preprint / UIC ; UICHEP-TH /00-1); – arXiv:hep-ph/0807.0911 [Electronic resource] – 1999. – Mode of access : <http://arxiv.org/pdf/hep-ph/0807.0911>. – Date of access : 08.05.2008.

65–A. Sergeenko, M. N. Classical solution of the wave equation / M. N. Sergeenko // arXiv:quant-ph/0010084 [Electronic resource] – 2001. – Mode of access : <http://arxiv.org/pdf/quant-ph/0010084>. – Date of access : 15.11.2001.

66–A. Sergeenko, M. N. Zero WKB Approximation in Quantum Mechanics / M. N. Sergeenko // arXiv:quant-ph/0211099 [Electronic resource] – 2002. – Mode of access : <http://arxiv.org/pdf/quant-ph/0211099>. – Date of access : 19.11.2002.

67–A. Sergeenko, M. N. Quantization of the classical action and eigenvalue problem / M. N. Sergeenko // arXiv:quant-ph/0206179 [Electronic resource] – 2002. – Mode of access : <http://arxiv.org/pdf/quant-ph/0206179>. – Date of access : 25.09.2002.

68–A. Transverse momentum spectra of  $D$  and  $B$  mesons in hadron collisions at high energies / G. I. Lykasov [et al.] // arXiv:hep-ph/0812.3220 [Electronic resource] – 2008. – Mode of access : <http://arxiv.org/pdf/hep-ph/0812.3220>. – Date of access : 09.11.2008.

69–A. Sergeenko, M. N. Glueballs and the Pomeron / M. N. Sergeenko // arXiv:hep-ph/1107.1671 [Electronic resource] – 2011. – Mode of access : <http://arxiv.org/pdf/hep-ph/1107.1671>. – Date of access : 19.05.2011.

70–A. Sergeenko, M. N. Glueball masses and Regge trajectories for the QCD-inspired potential / M. N. Sergeenko // arXiv:hep-ph/1206.7099 [Electronic resource] – 2012. – Mode of access : <http://arxiv.org/pdf/hep-ph/1206.7099>. – Date of access : 25.03.2012.

71–A. Sergeenko, M. N. Complex Masses of Resonances and the Cornell Potential / M. N. Sergeenko // arXiv:hep-ph/1212.1737 [Electronic resource] – 2013. – Mode of access : <http://arxiv.org/pdf/hep-ph/1212.1737>. – Date of access : 25.03.2013.

72–A. Sergeenko, M. N. Complex Masses of Resonances in the Potential Approach / M. N. Sergeenko // arXiv:hep-ph/1511.07816 [Electronic resource] – 2015. – Mode of access : <http://arxiv.org/pdf/hep-ph/1511.07816>. – Date of access : 24.11.2015.

# РЭЗЮМЭ

Сяргеенка Міхаіл Мікалаевіч

## Насычаючыя траякторыі Реджо ў мадэляванні адронных працэсаў

**Ключавыя словы:** адронны працэс, высокія энэргіі, мадэль струн, дыферэнцыйны перасёк, метады Реджо, звязанае стан, уласныя значэння, асімптатычны метады, глобал, померон, насычаючыя траякторыі.

Мэта даследавання складаецца ў распрацоўцы новага метаду апісання мяккіх, паўжорсткіх і жорсткіх адронных працэсаў пры высокіх энэргіях на аснове развіцця рэджевскай мадэлі струн з улікам папярочных імпульсаў кваркаў і гіпотэзы аб насычэнні траекторыяў Реджо як асноўных структурных блокаў мадэлявання дынамікі моцных узаемадзеянняў.

Дынаміка моцных узаемадзеянняў вывучаецца ў працэсах расейвання і задачы на ўласныя значэння для мас адронаў як звязаных станаў кваркаў. Развіта канцэпцыя насычаючых траекторыяў Реджо і атрыманы іх відавочны выраз як аналітычных функцый ва ўсёй вобласці існавання. Праведзена мадыфікацыя мадэлі кварк-глюонных струн, заснаваная на мадэляванні померона як абмену двума глюонамі з дынамічна генэраванай масай. Гэта ўпершыню дазволіла апісаць у рамках адзінага падыходу шэраг характарыстык мяккіх і паўжорсткіх адронных працэсаў ў шырокім інтэрвале энэргій, а таксама зрабіць выснову аб нелінейнасці траекторыяў Реджо. У відавочным выглядзе атрыманы шляхам матэматычнага мадэлявання няпертурбатывны прапагатор глюона, з выкарыстаннем якога распрацавана новая двухкампаэнтная мадэль моцных узаемадзеянняў для апісання інклюзіўных перасекаў нараджэння лёгкіх і цяжкіх мезонаў ў мяккіх, паўжорсткіх і жорсткіх адронных працэсах. Развіты асімптатычны метады рашэння задачы на ўласныя значэння, з выкарыстаннем якога атрыманая універсальная масавая формула для квадрата масы лёгкіх і цяжкіх кварконіев, выраз для насычаючых траекторыяў Реджо як аналітычных функцый ва ўсёй вобласці вызначэння, вылічаныя масы глюоболоў і атрыманая траекторыя вакууму  $\alpha_P(s)$ . Выканана мадыфікацыя Корнэльскага патэнцыялу з выкарыстаннем прапанаванай кардынатнай залежнасці велічыні моцнай сувязі  $\alpha_S(r)$ , атрыманая універсальная комплексная масавая формула для сістэмы двух звязаных часціц, што дазволіла вылічыць у рамках адзінага падыходу масы і шырыні рэзанансаў, а таксама выразы для траекторыяў Реджо і Померанчука як аналітычных функцый ва ўсёй вобласці існавання.

Атрыманыя вынікі і метадычныя распрацоўкі ўжо знайшлі прызнанне, цытуюцца ў літаратуры і ўжываюцца ў апісанні дадзеных эксперыментаў (CLAS, Jefferson Laboratory, ЗША), а таксама даследчыкамі ў галіне фізікі і матэматыкі. Вынікі па траекторыях Реджо выкарыстоўваліся для выпрацоўкі прапаноў новых эксперыментаў на ўстаноўцы JLab.

# РЕЗЮМЕ

Сергеенко Михаил Николаевич

## Насыщающие траектории в моделировании адронных процессов

**Ключевые слова:** адронный процесс, высокие энергии, модель струн, дифференциальное сечение, метод Редже, связанное состояние, собственные значения, асимптотический метод, глюбол, померон, насыщающая траектория.

Цель исследования состоит в разработке нового метода описания мягких, полужёстких и жёстких адронных процессов при высоких энергиях на основе развития реджевской модели струн с учётом поперечных импульсов кварков и гипотезы о насыщении траекторий Редже как основных структурных блоков моделирования динамики сильных взаимодействий.

Динамика сильных взаимодействий изучается в процессах рассеяния и задаче на собственные значения для масс адронов как связанных состояний кварков. Развита концепция насыщающих траекторий Редже и получено их явное выражение как аналитических функций во всей области существования. Произведена модификация модели кварк-глюонных струн, основанная на моделировании померона как обмена двумя глюонами с динамически генерируемой массой. Это впервые позволило описать в рамках единого подхода ряд характеристик мягких и полужёстких адронных процессов в широком интервале энергий, а также сделать вывод о нелинейности траекторий Редже. В явном виде получен путём математического моделирования непертурбативный пропагатор глюона, с использованием которого разработана новая двухкомпонентная модель сильных взаимодействий для описания инклюзивных сечений рождения лёгких и тяжёлых мезонов в мягких, полужёстких и жёстких адронных процессах. Развита асимптотическая методика решения задачи на собственные значения, с использованием которой получена универсальная массовая формула для квадрата массы лёгких и тяжёлых кваркониев, выражение для насыщающих траекторий Редже как аналитических функций во всей области определения, вычислены массы глюоболов и получена траектория вакуума  $\alpha_P(s)$ . Выполнена модификация Корнельского потенциала с использованием предложенной координатной зависимости величины сильной связи  $\alpha_S(r)$ , получена универсальная комплексная массовая формула для системы двух связанных частиц, что позволило вычислить в рамках единого подхода массы и ширины резонансов, а также выражения для траекторий Редже и Померанчука как аналитических функций во всей области существования.

Полученные результаты и методические разработки уже нашли признание, цитируются в литературе и применяются в описании данных экспериментов (CLAS, Jefferson Laboratory, США), а также исследователями в области физики и математики. Результаты по траекториям Редже использовались для выработки предложений новых экспериментов на установке JLab.

# SUMMARY

Syarheenka Mikhail Nicolas

## Saturating Regge trajectories in simulation of strong interactions

**Keywords:** hadron process, high energy, string model, the differential cross section, Regge method, bound state, eigenvalues, asymptotic method, glueballs, Pomeron, saturating Regge trajectories.

Objective of the research is to develop a new method for describing the soft, semihard and hard processes at high energies based on the development of the Regge string model and hypothesis of the saturating Regge trajectories.

Dynamics of strong interactions is studied in the scattering problem. Values for the squared masses of hadrons as bound states of quarks are calculated. The concept of saturating Regge trajectories is developed. Explicit expression for Regge trajectories is obtained as the analytic function in the entire region of existence. A new modification of the quark-gluon string model based on modeling pomeron as the exchange of two gluons with a dynamically generated mass is made. This allowed us to describe within the framework of a unified approach a number of characteristics of soft, semi-hard and hard hadron processes in a wide energy range, and make conclusion on nonlinearity of Regge trajectories. We have obtained by mathematical modeling an expression for nonperturbative gluon propagator, which is designed to be used in a new two-component model of strong interactions. The model is used to describe the inclusive cross sections for production of light and heavy mesons, baryons and hyperons in soft, semi-hard and hard hadron processes. A strong dependence of the cross sections of both light and heavy mesons from the slopes and intercepts of the Regge trajectories was found. Asymptotic method for the eigenvalue problem is designed and used to obtain a universal mass formula for the square of the masses of light and heavy quarkonia. Modification of the Cornell potential is performed using the proposed position-dependent strong coupling  $\alpha_s(r)$ . Complex universal mass formula for a system of two bound particles is obtained which is used to calculate masses, widths of resonances and the corresponding complex saturating Regge trajectories. The Pomeron trajectory  $\alpha_p(s)$  as an analytic function in the entire region of existence is obtained.

Results and methodological developments have already been recognized, quoted in literature and used in the description of experimental data (CLAS, Jefferson laboratory, USA) as well as researchers in the field of physics and mathematics. Results for Regge trajectories used to propose new experiments at the JLab.

Сергеенко Михаил Николаевич

# НАСЫЩАЮЩИЕ ТРАЕКТОРИИ РЕДЖЕ В МОДЕЛИРОВАНИИ АДРОННЫХ ПРОЦЕССОВ

## АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

доктора физико-математических наук

по специальности 01.04.16 — физика атомного ядра и элементарных частиц

Подписано к печати «\_\_\_\_\_» 2016 г. Формат  $60 \times 90^{1/16}$ .

Бумага — офисная. Печать офсетная. Печ. л.

Учётн. изд. л. Тираж 60 экз. Заказ № \_\_\_\_\_.

ГНУ «Институт физики имени Б. И. Степанова

Национальной академии наук Беларуси»

220072, г. Минск, пр. Независимости, 68.

Отпечатано на ризографе ГНУ «Институт физики  
имени Б. И. Степанова НАН Беларуси»