

ГОСУДАРСТВЕННОЕ НАУЧНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
"ИНСТИТУТ ФИЗИКИ им. Б.И.СТЕПАНОВА  
НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ"

На правах рукописи  
УДК 539.1.03, 539.12.04

**ГУРИНОВИЧ АЛЕКСАНДРА АНАТОЛЬЕВНА**

**ГЕНЕРАЦИЯ ИМПУЛЬСОВ ИЗЛУЧЕНИЯ  
РЕЛЯТИВИСТСКИМИ СГУСТКАМИ ЗАРЯЖЕННЫХ  
ЧАСТИЦ В КРИСТАЛЛАХ**

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук  
по специальности 01.04.16 – физика атомного ядра и элементарных частиц

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук,  
профессор  
Владимир Григорьевич Барышевский

МИНСК 2016

# СОДЕРЖАНИЕ

ПЕРЕЧЕНЬ СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ	4
ВВЕДЕНИЕ	5
ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ	7
Глава 1 Физические явления, сопровождающие взаимодействие электромагнитных волн и заряженных частиц с естественными кристаллами и искусственными пространственно периодическими структурами	12
Глава 2 Квазичеренковское излучение релятивистской частицы, движущейся в фотонном кристалле, образованном периодически расположенными нитями	22
2.1 Спектрально-угловое распределение излучения частицы, пролетающей через кристалл . . . . .	23
2.2 Преломление волн в среде, состоящей из нитевидных рассеивателей	29
2.3 Преломление и дифракция в фотонном кристалле . . . . .	37
2.4 Квазичеренковское излучение релятивистских частиц в фотонном кристалле, образованном периодически расположенными нитями . . . . .	46
2.5 Интенсивность квазичеренковского излучения в фотонном кристалле, образованном металлическими нитями . . . . .	51
Глава 3 Временная зависимость интенсивности излучения, образуемого частицей, пролетающей через естественный или фотонный кристалл	57
3.1 Зависимость от времени интенсивности электромагнитного излучения, образуемого релятивистской заряженной частицей, пролетающей через естественные и фотонные кристаллы . . . . .	58
3.2 Временная зависимость интенсивности параметрического рентгеновского излучения . . . . .	60
3.3 Дифракционное излучение релятивистской частицы, движущейся в ондуляторе ЛСЭ . . . . .	68
3.4 Сложный эффект Доплера в фотонном кристалле, состоящем из нитей . . . . .	77
Глава 4 Индуцированное излучение, образуемое релятивистским пучком электронов, движущимся в фотонном кристалле	82

4.1	Излучательная неустойчивость релятивистского пучка электронов, движущегося в ограниченном фотонном кристалле . . . . .	82
4.2	Нелинейные уравнения генерации излучения релятивистским электронным пучком, движущимся в фотонном кристалле . . . . .	92
4.3	Нелинейные уравнения генерации излучения в лазерах на свободных электронах с фотонными кристаллами, имеющими изменяющийся в пространстве период . . . . .	95
Глава 5 Пути создания мощных источников электромагнитного излучения . . . . .		105
5.1	Объемный лазер на свободных электронах – система с самофазировкой . . . . .	107
5.2	Влияние радиационных потерь энергии на развитие колебаний в параметрическом осцилляторе, образованном системой ”взрывомагнитный генератор - емкостная нагрузка” . . . . .	114
ЗАКЛЮЧЕНИЕ . . . . .		126
БЛАГОДАРНОСТИ . . . . .		130
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК . . . . .		131
	Список использованных источников . . . . .	131
	Список публикаций соискателя . . . . .	145
Приложение А . . . . .		152
Приложение Б . . . . .		153

## ПЕРЕЧЕНЬ СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

ЛСЭ	— лазер на свободных электронах
ОЛСЭ	— объемный лазер на свободных электронах
ПРИ	— параметрическое рентгеновское излучение
РПИ	— рентгеновское переходное излучение
ЛОВ	— лампа обратной волны
ВМГ	— взрывомагнитный генератор
МКГ	— магнитокумулятивный генератор
МКЧ	— магнитокумулятивный генератор частоты
$c$	— скорость света в вакууме
$\gamma$	— Лоренц-фактор частицы
$\omega_L$	— ленгмюровская частота
$\varepsilon$	— диэлектрическая проницаемость среды
$\vec{k}$	— волновой вектор фотона
$\omega$	— частота фотона
$\vec{T}$	— вектор обратной решетки кристалла

## ВВЕДЕНИЕ

Интенсивные теоретические и экспериментальные исследования физических явлений во взаимодействии рентгеновского и  $\gamma$ -излучения, заряженных и нейтральных частиц с кристаллами позволили создать исключительно важные для многих практических приложений источники спонтанного и индуцированного излучения в широкой области спектра от рентгеновского до  $\gamma$ -диапазонов, а также ускорители заряженных частиц с высоким темпом ускорения. И, в частности, разработать способы получения поляризованных и интенсивных пучков  $\gamma$ -квантов, а также методы отклонения высокоэнергетических пучков заряженных частиц при помощи изогнутых монокристаллов.

Для обоснования и обеспечения экспериментов на современных экспериментальных установках (ускорителях, коллайдерах, лазерах на свободных электронах), использующих электронные сгустки (банчи) с длительностью от десятков наносекунд до сотен фемтосекунд, возникает необходимость описания динамики процессов спонтанного и индуцированного излучения в кристаллах. Развитие методов регистрации и анализ подобных импульсов открывает новые возможности изучения протекания во времени разнообразных физических процессов.

Теоретическое описание процессов излучения рентгеновских квантов в кристаллах основано на трехмерной динамической теории дифракции рентгеновских лучей Лауэ-Эвальда, причем ее основные законы, универсальны в терминах отношения длины волны излучения к периоду кристалла.

Это позволяет строить описание процесса излучения фотонов при прохождении релятивистских частиц через искусственно созданные пространственно-периодические структуры (фотонные кристаллы) явлений подобных явлениям, сопровождающим излучение рентгеновских фотонов и  $\gamma$ -квантов при движении релятивистских частиц через естественные кристаллы. При этом для описания свойств излучения оказывается возможным использовать похожие формулы: изменяется только конкретный вид коэффициентов, входящих в выражения, определяющие свойства образуемого излучения.

В то же время среди всего многообразия фотонных кристаллов большое практическое значение имеют фотонные кристаллы, созданные периодически расположенными цилиндрами (в частности, металлическими), обладающими большой диэлектрической и магнитной проницаемостью. В этом случае, в отличие от трехмерной динамической теории Лауэ-

Эвальда, дифракция становится двумерной. Более того, для описания процесса рассеяния электромагнитной волны на элементарном рассеивателе (кристаллической ячейке) фотонного кристалла теория возмущений, как правило, не применима, поэтому необходимо прежде всего получить выражения, описывающие преломление и дифракцию электромагнитных волн в этом случае.

Искусственно созданные пространственно периодические среды здесь названы широко используемым термином "фотонный кристалл", которым в настоящее время обозначают метаматериалы с периодически расположенными в пространстве неоднородностями структуры. Мы также будем пользоваться этим термином, понимая, что его применение – типичный пример, одного из тех случаев, когда длинное, неудобное, но точное определение заменяется приблизительным, но коротким и практичным.

В настоящей диссертационной работе разработана теория, описывающая явление квазичеренковского параметрического излучения и дифракционного излучения релятивистского осциллятора в двумерных фотонных кристаллах в условиях, когда рассеяние фотона на элементарном рассеивателе не может быть описано теорией возмущений. Получены выражения, описывающие динамику процессов излучения в естественных и фотонных кристаллах. Получены нелинейные уравнения, описывающие индуцированное излучение, возникающее при движении пучков релятивистских заряженных частиц через фотонные кристаллы с изменяющимся пространственным периодом, являющиеся важнейшим элементом резонаторов объемных лазеров на свободных электронах (ОЛСЭ). Рассмотрены возможные пути увеличения эффективности и мощности ЛСЭ.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### **Связь работы с крупными научными программами (проектами) и темами**

Диссертационная работа выполнялась в соответствии с заданиями, входящими в следующие программы и проекты.

ГПФИ "Микромир и вещество", № гос. рег. 20001121, 2000–2004 гг.

ГПФИ "Микромир и вещество", № гос. рег. 20015202, 2001–2005 гг.

ГПФИ "Поля и частицы", № гос. рег. 20062608, 2006–2010 гг.

ГПОФИ "Высокоэнергетические, ядерные и радиационные технологии", задание 3.31, № гос. рег. 20066745, 2006–2010 гг.

ГПНИ "Конвергенция" подпрограмма "Физика фундаментальных взаимодействий и плазма", задание 2.3.02, № гос. рег. 20111382, 2011–2013 гг.

ГПНИ "Конвергенция", подпрограмма "Физика фундаментальных взаимодействий и плазма", задание 2.3.05, № гос. рег. 20140532, 2014–2015 гг.

Тема диссертации соответствует приоритетным направлениям фундаментальных и прикладных научных исследований, в частности, пункту 12.2. "Физика фундаментальных взаимодействий, высоких энергий и экстремальных состояний вещества, плазма и ее применение, плазменно-пучковые технологии" перечня приоритетных направлений фундаментальных и прикладных научных исследований Республики Беларусь на 2011–2015 годы. Диссертация соответствует пункту 8. "Прохождение частиц и ядер через вещество. Ядерная оптика" паспорта специальности 01.04.16 — физика атомного ядра и элементарных частиц.

### **Цель и задачи исследования**

**Целью диссертации** является разработка теории, описывающей явление квазичеренковского излучения и дифракционного излучения релятивистского осциллятора в двумерных фотонных кристаллах, когда  $|\varepsilon - 1| \gtrsim 1$ , где  $\varepsilon$  - диэлектрическая проницаемость рассеивателя, а также экспериментальная проверка некоторых ее предсказаний.

Для достижения поставленной цели потребовалось решить следующие основные задачи:

1. разработать теорию двумерной дифракции в фотонных кристаллах, образованных нитями (в частности, металлическими), и получить формулы, описывающие квазичеренковское и дифракционное излучение релятивистского осциллятора;

2. описать развитие процессов излучения фотонов в естественных и фотонных кристаллах во времени;

3. разработать теоретические методы описания спонтанного и индуцированного излучения, возникающего при движении пучков релятивистских заряженных частиц через фотонные кристаллы, образованные металлическими нитями;

4. провести эксперименты по генерации микроволнового излучения сильноточными электронными пучками для проверки ряда предсказаний разработанной теории.

**Объектом исследования** являются радиационные процессы, сопровождающие прохождение мощных пучков релятивистских заряженных частиц через естественные и фотонные кристаллы.

**Предметом исследования** являются свойства спонтанного и индуцированного излучения, возникающего при движении сильноточных пучков релятивистских заряженных частиц через естественные кристаллы и пространственно периодические структуры, образованные нитями (в частности, металлическими), а также возможные способы создания генераторов излучения на их основе.

**Методы исследования.** При выполнении работы для исследования спонтанного и индуцированного квазичеренковского излучения при движении пучков релятивистских заряженных частиц через естественные кристаллы и пространственно периодические структуры, образованные нитями (в частности, металлическими) применялся теоретический анализ, основанный на использовании уравнений Максвелла и релятивистских уравнений движения заряженных частиц, численное моделирование и сравнение с данными экспериментальных исследований.

### **Научная новизна**

Представленные результаты являются новыми и находятся в русле мировых исследований электромагнитных процессов, сопровождающих прохождение релятивистских заряженных частиц через пространственно периодические структуры, и их применений в физике высоких энергий, физике высоких плотностей энергии и в лазерах на свободных электронах. Научная новизна работы состоит в разработке теории спонтанного и индуцированного излучения, возникающего при движении пучков релятивистских заряженных частиц через двумерные фотонные кристаллы; исследовании эволюции во времени импульса излучения, образуемого релятивистской частицей, движущейся в естественном или фотонном кристалле; а также экспериментальном подтверждении отдельных положений разработанной теории и разработке путей создания мощных источников электромагнитного излучения.

## **Положения, выносимые на защиту**

1. Динамическая теория двумерной дифракции в фотонном кристалле, образованном периодически натянутыми нитями, позволившая предсказать резкое увеличение показателя преломления такого кристалла и интенсивности квазичеренковского и черенковского излучения заряженной частицы, движущейся в нем, для длины волны излучения, сопоставимой с диаметром нити.

2. Теоретическое описание эффекта задержки импульса излучения в кристалле для разных спектральных диапазонов (рентгеновского, оптического, терагерцевого и микроволнового) и экспериментальное обнаружение этого эффекта в микроволновом диапазоне.

3. Теоретическое обоснование и экспериментальное подтверждение возможности увеличения энергии излученного импульса при генерации излучения пучком заряженных частиц в фотонном кристалле с изменяющимся периодом.

4. Предсказание и экспериментальное подтверждение существенного влияния электрического дипольного излучения на осцилляции токов и напряжений и процесс генерации излучения в параметрическом осцилляторе, образуемом системой взрывомагнитный генератор - емкостная нагрузка (например, катод-анодный промежуток сильноточного ускорителя).

## **Личный вклад соискателя**

Диссертационная работа отражает личный вклад автора в проведенные исследования. Теоретические результаты получены автором самостоятельно. Научным руководителем, д. физ. -мат. наук, профессором В.Г. Барышевским, была определена область исследований, осуществлялось общее руководство, оказывалась методологическая помощь, проводились обсуждения и интерпретация полученных результатов.

В экспериментальных работах [1-А, 2-А, 11-А, 24-А, 26-А] автором проделан численный анализ при подготовке экспериментов и анализ данных экспериментов, задуманных и теоретически обоснованных В.Г.Барышевским и К.Г.Батраковым. В частности, дано теоретическое объяснение осцилляций мощности и спектра частот излучения, обнаруженные в эксперименте.

Идея экспериментов [12-А, 13-А, 14-А, 18-А, 20-А, 21-А, 22-А, 28-А, 23-А, 36-А, 34-А, 35-А, 40-А] сформулирована автором совместно с научным руководителем. Автор диссертации участвовала в разработке конструкции экспериментальных установок, осуществляла методическое сопровождение, обработку и анализ результатов экспериментов.

В работах [7–А, 25–А, 37–А, 38–А] диссертант участвовала в разработке и анализе возможных применений создаваемых систем.

В работах [8–А, 9–А, 39–А] С.В. Анищенко выполнил расчет групповой скорости фотона в кристалле в условиях дифракции и для проверки проведенных автором диссертации расчетов проделал дополнительный численный анализ интенсивности квазичеренковского излучения в кристаллах.

Автором диссертации была предложена идея, сформулированы технические требования и проделан численный анализ условий электрического взрыва проводника для осевого инициирования протяженного заряда взрывчатого вещества. Результаты экспериментального исследования разработанного совместно с П.Т.Богдановичем и А.А.Коморным устройства опубликованы в [15–А] и получен патент [16–А].

### **Апробация результатов диссертации**

Результаты, полученные в ходе исследований по теме диссертации, были представлены на 21 международной конференции:

Международные конференции по лазерам на свободных электронах FEL2001 (Германия), FEL2002 (США), FEL2006 (Германия), FEL2009 (Великобритания), FEL2010 (Швеция).

Международные конференции по источникам инфракрасного, микроволнового и терагерцового излучения IRMMW-THz2004 (Германия), IRMMW-THz2007 (Великобритания), IRMMW-THz2010 (Италия).

Международная конференция по электромагнетизму EUROEM 2008 (Швейцария).

Европейская конференция микроволновая неделя Microwave Week 2003 (Германия).

Европейские конференции по мощным импульсным системам (Pulsed Power Conference) 2007 (Великобритания), 2009 (Швейцария).

Международные конференции по вопросам генерации сверхсильных магнитных полей Megagauss 2006 (Великобритания), Megagauss 2008 (Россия), Megagauss 2010 (Китай).

Международная конференция по наноэлектромагнетизму FANEM 2012 (Беларусь).

Международные конференции Channelling 2005 (Италия), Channelling 2010 (Италия), Channelling 2014 (Италия).

Европейские конференции по мощным импульсным системам EAP-PC 2008 (Литва), EAPPC 2012 (Германия), EAPPC 2014 (Япония).

## **Опубликованность результатов диссертации**

Список основных работ по теме диссертации включает 49 наименований, в том числе 15 статей в рецензируемых научных журналах (общим объемом 9 авторских листа), 28 публикаций в сборниках трудов и тезисов международных конференций и один патент. Общий объем опубликованных материалов составляет 20 авторских листов.

## **Структура и объем диссертации**

Диссертация включает в себе оглавление, перечень условных обозначений, введение, общую характеристику работы, пять глав основного текста, из которых четыре главы содержат результаты оригинальных исследований, заключение, библиографический список и два приложения.

Полный объем диссертации составляет 157 страниц. Диссертация содержит 22 рисунка, занимающих в совокупности 10 страниц. Библиографический список включает 176 наименований и занимает 14 страниц.

# ГЛАВА 1

## ФИЗИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ, СОПРОВОЖДАЮЩИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН И ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ С ЕСТЕСТВЕННЫМИ КРИСТАЛЛАМИ И ИСКУССТВЕННЫМИ ПРОСТРАНСТВЕННО ПЕРИОДИЧЕСКИМИ СТРУКТУРАМИ

Изучение процессов излучения фотонов, сопровождающих взаимодействие релятивистских заряженных частиц с веществом, привело к возникновению чрезвычайно широкой области научных исследований в современной ядерной физике и физике элементарных частиц. В первую очередь отметим здесь открытие в работах С.И. Вавилова, П.А. Черенкова, И.Е. Тамма и И.М. Франка излучения, возникающего при движении заряженной частицы в среде со скоростью, превышающей фазовую скорость распространения электромагнитной волны в этой среде (эффект Вавилова-Черенкова) [1–5]. Это открытие привело, в частности, к созданию черенковских счетчиков (черенковских детекторов) [6, 7], являющихся неотъемлемой частью экспериментальных установок, работающих на ускорителях. Второе важнейшее достижение связано с именами В.Л Гинзбурга и И.М. Франка [8], открывшими в 1946 г. оптическое переходное излучение, возникающее при пересечении заряженной частицей, движущейся с постоянной скоростью, границы раздела двух сред (или границы вакуум-среда).

Важный шаг на этом пути был сделан Смитом и Парселлом, которые в 1953 году провели эксперименты по генерации некогерентного излучения в оптическом диапазоне, полученного при движении тонкого электронного пучка [9] вблизи поверхности металлической дифракционной решетки.

Последующие работы К.А. Барсукова [10] и Г.М. Гарибяна [11] привели к открытию рентгеновского переходного излучения (РПИ), максимальная частота которого  $\omega_{max} = \omega_L \gamma$  оказалась пропорциональной Лоренц-фактору частицы  $\gamma = \frac{E}{mc^2} = (1 - \frac{v^2}{c^2})^{-\frac{1}{2}}$ , где  $\omega_L$  – ленгмюровская частота,  $E$  – энергия частицы,  $m$  – масса частицы,  $v$  – скорость частицы,  $c$  – скорость света в вакууме. В дальнейшем на основе РПИ были созданы детекторы частиц больших энергий.

Детальное изучение РПИ, возникающего при прохождении

релятивистской частицы через периодически расположенные пластинки вещества (пространственно периодическую среду, кристаллы) позволило М.Л.Тер-Микаеляну продемонстрировать возникновение нового типа  $\gamma$ -излучения, названного им резонансным излучением  $\gamma$ -квантов [12]. Частота  $\omega_{res}$  резонансного излучения растет с ростом энергии частицы:

$$\omega_{res} = \frac{\frac{2\pi f}{d}v}{1 - \frac{v}{c}\sqrt{\varepsilon} \cos \theta} \quad (1.1)$$

где  $d$  – пространственный период среды,  $f$  – целое число,  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды.

Следует отметить, что и эффект Смит-Парселла и резонансное излучение  $\gamma$ -квантов Тер-Микаеляна принадлежат к общему классу эффектов дифракционного излучения, возникающего в результате взаимодействия заряженных частиц с периодической в пространстве средой [13]. Характерная особенность дифракционного излучения состоит в том, что частота излучения фотонов, испускаемых вперед в направлении движения релятивистской частицы, растет с ростом энергии частицы, передвигаясь из оптического в рентгеновский и гамма диапазоны [12].

Обратим внимание на то, что в рентгеновском и  $\gamma$ -диапазонах при частоте фотона  $\omega$  много большей характерных атомных частот диэлектрическая проницаемость среды имеет универсальный вид [14]:

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_L^2}{\omega^2} \quad (1.2)$$

Согласно 1.2 в рентгеновском диапазоне и диэлектрическая проницаемость, и показатель преломления среды  $n = \sqrt{\varepsilon}$  – суть величины меньше единицы ( $\varepsilon(\omega) < 1$  и  $n < 1$ ). Как следствие, в рентгеновском и  $\gamma$ -диапазонах условие возникновения черенковского излучения не может быть выполнено.

Однако, в 1971 году в работах В.Г. Барышевского [15] и В.Г. Барышевского, И.Д. Феранчука [16] было показано, что и в рентгеновском диапазоне для частицы, движущейся в кристалле, возможно возникновение излучения, аналогичного черенковскому излучению. Согласно [15, 16] дифракция виртуальных фотонов на кристаллических плоскостях приводит к появлению волн, часть из которых имеет показатель преломления меньше единицы (быстрые волны), а другая в некотором диапазоне углов и частот – больший единицы (медленные волны). Таким образом в условиях динамической дифракции даже в рентгеновском диапазоне существуют волны, для которых выполняется условие Вавилова-Черенкова. Новый тип излучения был назван параметрическим рентгеновским излучением

(ПРИ). Часто применяется также название квазичеренковское излучение в кристаллах.

Характерная особенность ПРИ состоит в том, что даже при излучении вперед частота рентгеновского кванта в отличие от резонансного излучения [12] не зависит от энергии частицы. Теория ПРИ основана на использовании динамической теории дифракции рентгеновских лучей в кристаллах, развитой Лауэ и Эвальдом в работах [17, 18], характерной особенностью которой является возможность применения теории возмущений для описания процесса рассеяния рентгеновского кванта на атоме [14, 19–23].

Классическая теория ПРИ построена в работах [16, 24–32]. Параллельно была дана и квантовомеханическая интерпретация ПРИ [33–36] (более подробно см. монографии [37–40]).

В 1985 году ПРИ было обнаружено в экспериментах, проведенных совместно учеными Белгосуниверситета и Томского политехнического института, на синхротроне "Сириус" [41, 42].

Квазичеренковское излучение обладает рядом замечательных свойств: имеет узкую пространственную направленность, квазимонохроматический характер, оно поляризовано и обладает высокой спектральной интенсивностью. Направление, в котором испускаются кванты, и их энергию можно легко изменять в широких пределах простым изменением ориентации кристалла. Возможность излучения квантов под большим углом относительно направления движения пучка заряженных частиц отличает ПРИ от других типов излучения, возникающих при прохождении частиц через кристалл.

Как было отмечено еще в первой работе по параметрическому излучению [15], наряду со спонтанным существует и индуцированное квазичеренковское параметрическое излучение, являющееся аналогом индуцированного эффекта Вавилова-Черенкова.

Здесь следует обратить внимание на то, что исследованию процессов генерации индуцированного излучения пучками электронов, движущихся в пространственно периодических структурах посвящено огромное число работ (см. [13, 43–47]). В настоящее время широкое распространение получили генераторы, использующие излучение электронного пучка в периодических замедляющих системах (лампах бегущей волны (ЛБВ), лампах обратной волны (ЛОВ), лазерах на свободных электронах - (ЛСЭ)) [48].

Детально изучены процессы генерации волн в одномерном случае, когда распространение электронного пучка и электромагнитной волны происходит вдоль одной оси, например, вдоль оси ондулятора лазера на свободных электронах.

Было выяснено, что под воздействием излучения пучок электронов, обладавший однородным распределением плотности, становится пространственно модулированным (возникает излучательная неустойчивость пучка). Инкремент нарастания излучательной неустойчивости пучка является важнейшей величиной, характеризующей генерационную способность пучка. Анализ показал, что для всех механизмов генерации индуцированного излучения релятивистскими пучками инкремент излучательной неустойчивости  $\Gamma$  в холодном пучке (т.е. пучке, в котором все электроны обладают одной и той же скоростью  $\vec{u}$ ) подчиняется закону  $\Gamma \sim \rho^{1/3}$ , где  $\rho$  - плотность пучка [45, 49].

В 1984г. в работе [50] было показано, что индуцированное рентгеновское излучение, образуемое пучком электронов, пролетающих через кристалл в условиях, обеспечивающих совпадение корней дисперсионного уравнения, описывающего связь волнового вектора  $\vec{k}$  и частоты  $\omega$  фотонов в кристалле, приводит к возникновению нового закона для инкремента излучательной неустойчивости пучка  $\Gamma \sim \rho^{1/(s+3)}$ , где  $s$  - количество дополнительных волн, возникающих вследствие дифракции в кристалле излучаемых рентгеновских квантов.

Подобный закон неустойчивости приводит к существенному снижению порога лазерной генерации рентгеновского излучения в кристалле (для кристалла LiH порог генерации, в соответствии с новым законом, наступает при плотности тока пучка  $10^8 \text{ А/см}^2$  против  $10^{13} \text{ А/см}^2$ , требуемого в соответствии с обычным законом  $\rho^{1/3}$ ).

Для рентгеновского диапазона детальная теория излучательной неустойчивости релятивистского пучка, движущегося в естественном кристалле, была дана в работах [50–61].

Несколько позже в работах [27, 62] было показано, что указанный закон справедлив во всех областях длин волн индуцированного излучения, образуемого электронами в пространственно-периодических структурах для различных типов спонтанного излучения и различных типов нелинейного взаимодействия волн.

Под пространственно-периодическими структурами здесь понимаются как естественные (природные) кристаллы, так и искусственно созданные системы: дифракционные решетки, фотонные кристаллы, электромагнитные кристаллы и т.п. Распространение нового закона излучательной неустойчивости пучка с рентгеновского диапазона на оптический и микроволновой, сделанное в работах [27, 62] привело к идее создания нового типа устройств: объемных лазеров на свободных электронах (ОЛСЭ). Результаты указанных работ привели к возможности разработки этого

нового класса лазеров на свободных электронах [1–А, 2–А, 11–А, 59, 60, 63–71]

Все это поставило задачу постановки экспериментов по наблюдению генерации в микроволновом и оптическом диапазонах. В частности, в предварительном эксперименте [72], выполненном в 1996 г., было показано, что искусственный кристалл, созданный из диэлектрических нитей обладает высокой добротностью в миллиметровом диапазоне.

В 2001 году на основе нового закона радиационной неустойчивости была осуществлена первая генерация излучения в миллиметровом диапазоне [1–А], экспериментально подтвердившая возможность создания объемного лазера на свободных электронах (ОЛСЭ).

В дальнейшем результаты [1–А] были подтверждены в работах других исследовательских групп [117–119].

В отличие от рентгеновского диапазона, в оптическом и микроволновом диапазонах типична ситуация, когда процесс рассеяния фотона на рассеивателях, образующих пространственно-периодическую структуру (фотонный, электромагнитный кристалл), не может быть описан с помощью теории возмущений. В частности, это в полной мере относится к практически важному случаю дифракции фотонов в пространственно-периодической структуре, построенной из металлических нитей, используемой в качестве резонатора ОЛСЭ.

Теоретическое описание процессов излучения рентгеновских фотонов в кристаллах основано на динамической теории дифракции, созданной Лауэ и Эвальдом [17, 18]. В оптическом диапазоне для описания квазичеренковского излучения также используется аналог теории динамической дифракции Лауэ-Эвальда [77].

Согласно [40, 42] использование динамической теории дифракции позволяет изложить теорию излучения фотонов релятивистскими частицами в пространственно-периодических средах (естественных и фотонных кристаллах) с единой точки зрения. При этом для описания свойств излучения оказывается возможным использовать похожие формулы: изменяется только конкретный вид коэффициентов, входящих в выражения, определяющие свойства образуемого излучения. В связи с тем, что, в отличие от динамической теории дифракции рентгеновских лучей Лауэ-Эвальда, для описания процесса рассеяния электромагнитной волны на элементарном рассеивателе (кристаллической ячейке) фотонного кристалла теория возмущений, как правило, применена быть не может, необходимо прежде всего получить выражения, описывающие преломление и дифракцию электромагнитных волн в этом случае.

Использование термина "фотонный кристалл" - типичный пример, одного

из тех случаев, когда длинное, неудобное, но точное определение заменяется приблизительным, но коротким и практичным. Кстати и сам Эли Яблонович, введший в 1987 году в обращение термин "фотонный кристалл" [78, 79], возражал против повсеместного использования этого термина [80]. Тем не менее, этот термин в настоящее время широко используется для обозначения метаматериалов с периодически расположенными в пространстве неоднородностями структуры и мы также будем его использовать, понимая под фотонным кристаллом искусственно созданную пространственно периодическую среду.

Важность рассмотрения процессов генерации излучения в подобных фотонных кристаллах обусловлена не только чисто научным интересом к изучению особенностей процесса излучения в фотонных кристаллах, но и практической необходимостью иметь резонаторы, создаваемые на основе фотонных кристаллов, стойкие по отношению к сильноточным пучкам заряженных частиц и большим мощностям излучения, генерируемого в объемных ЛСЭ. Интерес к исследованию и разработке мощных источников оптического и микроволнового излучения непрерывно сохраняется уже более полувека. Это обстоятельство обусловлено все возрастающими потребностями науки и народного хозяйства. В частности они нужны для разработки методов лазерного ускорения частиц с высоким темпом ускорения (вплоть до 1 ГэВ/см), для нагрева термоядерной плазмы и передачи энергии на большие расстояния. Например, сильноточный релятивистский электронный пучок с энергией 10 МэВ и током 100 кА, обладает мощностью  $10^{12}$  Вт=1ТВт и при длительности импульса  $10^{-6}$  с запасает энергию  $10^6$  Дж. Получение и управление подобными пучками является одной из важнейших научных проблем, решаемой в физике высоких плотностей энергии.

В связи с попытками увеличения мощности электровакуумных генераторов и усилителей СВЧ диапазона в пятидесятых годах прошлого века начали исследовать структуры, периодические в двух измерениях [81–83]. Причем основное внимание было уделено случаю, когда длина волны излучения больше периода решетки. В работах [114–116] также проанализированы свойства подобных кристаллов для случая, когда длина волны излучения больше периода решетки т.е. фотонный кристалл играет роль метаматериала, и предложено использовать их для создания черенковских генераторов.

Теоретическое исследование процесса распространения электромагнитной волны в фотонных кристаллах было дано во многих работах (см., например, [78, 79, 84–87]). Основное внимание в этих работах уделено расчетам зонной структуры в области частот и параметров фотонного кристалла в которых

существует фотонная запрещенная зона (аналог запрещенной зоны для электронов в кристаллах т.е. зоны полного брэгговского отражения). В частности, для случая двумерных фотонных кристаллов, созданных из периодически расположенных металлических нитей, детальное исследование зонной структуры и поля внутри кристалла было проведено в [85, 88–91]. В то же время, при исследовании процессов излучения волн частицами, пролетающими через фотонный кристалл, необходимо знать выражение для электромагнитного поля как внутри, так и вне кристалла, то есть необходимо знать решение уравнений Максвелла, описывающее преломление и дифракцию волны в фотонном кристалле.

В этой связи необходимо дать обобщение динамической теории дифракции в кристаллах Лауэ-Эвальда на фотонные кристаллы. Такое обобщение может быть сделано с использованием амплитуды рассеяния волны на элементарном рассеивателе (элементе фотонного кристалла) и применимо для описания преломления и дифракции в кристалле, созданном из элементов (нитей, сфер и т.п.), обладающих произвольной диэлектрической проницаемостью, в случае, когда теория возмущений для описания процесса рассеяния на центре не может быть использована. Указанное обобщение позволит получить спектрально-угловые распределения квазичеренковского параметрического излучения при пролете релятивистской заряженной частицы через фотонный кристалл.

До недавнего времени основное внимание при теоретическом и экспериментальном анализе излучения релятивистских частиц, проходящих через естественный или фотонный кристалл уделялось спектрально-угловым характеристикам излучения.

Однако, наряду с исследованием спектрально-углового распределения излучения, большое значение имеет и изучение закономерностей, характеризующих протекание во времени разнообразных физических процессов. В частности, знание длительности вспышки черенковского излучения чрезвычайно важно для успешной работы черенковских счетчиков, применяемых для регистрации частиц больших энергий. Изучение кинетики быстропротекающих процессов в наносекундной, пикосекундной и даже фемтосекундной областях под действием импульсов рентгеновского излучения - одно из важных направлений исследований, проводимых на современных ускорителях [92–95]. Работа большинства современных ускорителей больших энергий характеризуются тем, что они создают короткие сгустки частиц с длительностью сгустка, изменяющейся от десятков наносекунд до сотен фемтосекунд, например: сгустки длительностью  $\tau \sim 100$  фс используются в рентгеновских лазерах на свободных

электронах [96]); характерная длительность сгустка частиц в радиочастотных ускорителях  $\tau \sim 100 \text{ фс} \div 3 \text{ пс}$  [97]. Поэтому при создании и применении источников спонтанного и индуцированного излучения с использованием сгустков частиц больших энергий, знание закономерностей развития процессов излучения с течением времени является чрезвычайно важным.

В этой связи необходимо разработать теоретическое описание зависимости от времени интенсивности излучения, образуемого релятивистскими заряженными частицами в естественных и фотонных кристаллах (квазичеренковского, переходного, дифракционного излучения релятивистского осциллятора).

Релятивистский осциллятор возникает, например, при движении каналированной частицы внутри естественного кристалла. Он возникает в искусственной трехмерной периодической структуре (фотонном кристалле) если в ней имеется ондулятор (магнитостатический, динамический, образованный электромагнитной волной и т.п.).

Излучение, образуемое релятивистским осциллятором в кристалле в условиях дифракции испускаемых фотонов, носит название дифракционного излучения релятивистского осциллятора (ДИО) [98].

В случае каналированной частицы, в настоящее время его часто называют дифракционным излучением каналированной частицы. Детальное теоретическое описание спектрально-угловых распределений дифракционного излучения каналированной частицы в случае Лауэ и Брэгга и дифракционного излучения частиц, движущихся в кристаллическом ондуляторе для случая Лауэ дано в [99–104].

Теоретическое рассмотрение процесса генерации фотонов релятивистскими частицами в фотонном кристалле и, в частности, в фотонном кристалле, образованном металлическими нитями послужило основой для исследования индуцированного излучения, образуемого пучками релятивистских частиц в таких структурах. В частности, теоретическое рассмотрение радиационной неустойчивости пучка в пространственно периодической среде ранее было дано для случая бесконечной среды [50, 64, 69]. Между тем в оптическом и микроволновом диапазонах наличие границ приводит к квантованию импульса фотона. В этой связи возникает необходимость исследовать процесс радиационной неустойчивости с учетом влияния границ.

В процессе излучения электроны теряют энергию, в результате чего электронный пучок замедляется и происходит нарушение условий синхронизации, обеспечивающих эффективную передачу энергии от пучка к электромагнитной волне. Уже довольно давно было показано [105], что

для сохранения синхронизма электронного пучка и электромагнитной волны необходимо обеспечить соответствующее изменение фазовой скорости, что позволяет заметно увеличить энергию излучения [105, 106]. Аналогичные методы увеличения КПД широко используются в ЛСЭ на основе ондуляторов с изменяющимся в пространстве периодом. Такая же проблема существует и в ОЛСЭ, что обуславливает необходимость исследования процессов излучения в фотонном кристалле с изменяющимся в пространстве периодом.

Как было отмечено выше, исследование возможности увеличения импульсной мощности генераторов электромагнитного излучения приобретает в настоящее время особую важность [108, 109]. Известно, что возможность пробоя в резонаторе генератора существенно ограничивает перспективы увеличения мощности единичного генератора. Когерентное сложение мощностей нескольких генераторов может оказаться способом преодоления этих ограничений. По этой причине интенсивно исследуются системы с фазовой синхронизацией [109–113].

Дальнейшее повышение мощности и энергии электромагнитного излучения, необходимое для научных и практических применений, требует поиска новых путей, позволяющих повысить ток и энергию электронных пучков, а также повысить мощность и энергию излучения генераторов электромагнитного излучения.

### **Выводы к Главе 1**

Из представленного обзора теоретических и экспериментальных работ можно сделать следующие выводы. Получение и управление мощными пучками релятивистских электронов и фотонов является одной из важнейших научных проблем, решаемой в физике высоких плотностей энергии. В этой связи одним из направлений исследований является изучение радиационных процессов, сопровождающих прохождение пучков релятивистских заряженных частиц через кристаллы и пространственно периодические структуры. Теоретическое описание взаимодействия фотонов рентгеновского диапазона с кристаллами основано на динамической теории дифракции, в основе которой лежит возможность использования теории возмущений для описания процесса рассеяния фотона на атоме (элементарной ячейке кристалла).

В оптическом и микроволновом диапазонах типична ситуация, когда взаимодействие фотона с рассеивателем теорией возмущений описана быть не может.

Необходимо дать обобщение динамической теории дифракции в кристаллах Лауэ-Эвальда на фотонные кристаллы и получить выражения, описывающие процессы рассеяния, преломления и дифракции

электромагнитной волны в фотонном кристалле, созданном из металлических нитей. Такое обобщение может быть сделано с использованием амплитуды рассеяния волны на элементарном рассеивателе (элементе фотонного кристалла) и применимо для описания преломления и дифракции в кристалле, созданном из нитей, обладающих произвольной диэлектрической проницаемостью, в случае, когда теория возмущений для описания процесса рассеяния на элементарном рассеивателе не может быть использована. Указанное обобщение позволит также получить спектрально-угловые распределения различных типов излучения, например, квазичеренковского параметрического излучения при пролете релятивистской заряженной частицы через фотонный кристалл.

Необходимо разработать теоретическое описание зависимости от времени интенсивности квазичеренковского параметрического рентгеновского излучения и квазичеренковского параметрического излучения в фотонных кристаллах.

Необходимо разработать теоретическое описание спектрально-угловых и временных характеристик излучения релятивистской частицы, движущейся в ондуляторе, помещенном внутри (или вблизи) фотонного кристалла.

Должна быть исследована излучательная неустойчивость пучка, движущегося в фотонном кристалле ограниченных размеров, получено дисперсионное уравнение, описывающее неустойчивость в этом случае, и дано теоретическое объяснение результатов первого эксперимента, направленного на подтверждение принципов работы ОЛСЭ.

Необходимо найти нелинейные уравнения генерации в фотонном кристалле с изменяющимся в пространстве периодом.

Необходимо определить пути повышения энергии и мощности ЛСЭ и ОЛСЭ.

## ГЛАВА 2

# КВАЗИЧЕРЕНКОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЧАСТИЦЫ, ДВИЖУЩЕЙСЯ В ФОТОННОМ КРИСТАЛЛЕ, ОБРАЗОВАННОМ ПЕРИОДИЧЕСКИ РАСПОЛОЖЕННЫМИ НИТЯМИ

В главе 1 было отмечено, что описание параметрического рентгеновского излучения (ПРИ) основано на динамической теории дифракции рентгеновского излучения к кристаллам, развитой Лауэ и Эвальдом в работах [17, 18], характерной особенностью которой является возможность использования теории возмущений для описания процесса рассеяния рентгеновского кванта на атоме [14, 19–23].

В отличие от рентгеновского диапазона, в оптическом и микроволновом диапазонах типична ситуация, когда процесс рассеяния фотона на рассеивателях, образующих фотонный кристалл, не может быть описан с помощью теории возмущений. В частности, это в полной мере относится к практически важному случаю дифракции фотонов в кристалле, построенном из металлических нитей (сфер, и т.п.).

Тем не менее, как показано в нашей работе [3–А], использование в этом случае амплитуды рассеяния для описания взаимодействия фотона с рассеивающим центром позволяет получить уравнения, описывающие динамическую дифракцию в фотонном кристалле, подобные уравнениям динамической теории Лауэ-Эвальда и, как следствие, для описания процесса излучения фотонов релятивистскими частицами, движущимися в фотонном кристалле оказалось возможным использовать многие результаты, полученные в теории ПРИ.

В данной главе рассмотрено квазичеренковское параметрическое излучение, образуемое электронами при движении в фотонном кристалле, образованном металлическими нитями. Найден показатель преломления подобного фотонного кристалла, получены эффективные поляризуемости и уравнения, описывающие процесс динамической дифракции в нем. Показано, что показатель преломления фотонного кристалла, образованного металлическими нитями, резко возрастает при длине волны сравнимой с диаметром нити в отличие от показателя преломления среды, образованной случайно распределенными нитями.

Получены выражения для спектрально-углового распределения квазичеренковского излучения, образуемого релятивистской частицей,

пролетающей через фотонный кристалл. Показано, что при движении релятивистской частицы через фотонный кристалл, образованный периодически расположенными нитевидными рассеивателями, интенсивность квазичеренковского излучения, испущенного под малым углом к направлению движения частицы в отличие от параметрического рентгеновского и обычного черенковского излучения обладает анизотропией при повороте импульса фотона вокруг направления скорости частицы (при вращении кристалла вокруг направления движения частицы при фиксированном угле наблюдения вылетевшего фотона). Показано, что интенсивность квазичеренковского и черенковского излучения резко возрастает для длин волн, сопоставимых с диаметром нити. Показано, что интенсивность спонтанного квазичеренковского излучения в терагерцовом и оптическом диапазонах достаточна для его детального экспериментального излучения.

В параграфе 2.1 приведены общие выражения, полученные в работах [37, 38, 40] для спектрально-углового распределения квазичеренковского излучения частицы, пролетающей через кристалл. В параграфе 2.2 описано рассеяние волн на совокупности металлических нитей в свободном пространстве; параграф 2.3 посвящен исследованию вклада перерассеянных волн в показатель преломления волны на совокупности периодически расположенных металлических нитей; В параграфе 2.4 рассмотрено квазичеренковское излучение релятивистских частиц в фотонном кристалле, образованном периодически расположенными нитями. В параграфе 2.5 получена оценка интенсивности квазичеренковского излучения в фотонном кристалле, образованном металлическими нитями.

## 2.1 Спектрально-угловое распределение излучения частицы, пролетающей через кристалл

Спектрально-угловое распределение плотности энергии излучения  $W_{\vec{n}\omega}$  и дифференциальное число испущенных фотонов  $dN_{\vec{n}\omega} = \frac{W_{\vec{n}\omega}}{\hbar\omega}$  можно найти, если известно поле  $\vec{E}(\vec{r}, \omega)$ , создаваемое частицей на большом расстоянии  $\vec{r}$  от кристалла [37, 38, 40].

$$W_{\vec{n}\omega} = \frac{er^2}{4\pi^2} \overline{\left| \vec{E}(\vec{r}, \omega) \right|^2}, \quad (2.1)$$

где  $\vec{n}$  - единичный вектор, направленный вдоль направления волнового вектора испущенного фотона  $\vec{k} = k\vec{r}$ ,  $k$  - волновое число фотона,  $k = \frac{\omega}{c}$ ,

$\omega$  - частота фотона,  $c$  - скорость света  $\vec{n} = \frac{\vec{k}}{k} = \frac{\vec{r}}{r}$ . Черта в (2.1) означает усреднение по всем возможным состояниям излучающей системы.

Чтобы найти поле  $\vec{E}(\vec{r}, \omega)$ , нужно решить уравнения Максвелла, описывающие генерацию электромагнитных волн при взаимодействии частицы со средой. Решение указанных уравнений может быть найдено при помощи соответствующей функции Грина  $G$ :

$$E_{km}(\vec{r}, \omega) = \int G_{ml}(\vec{r}, \vec{r}', \omega) \frac{i\omega}{c^2} j_{0l}(\vec{r}', \omega) d^3r', \quad (2.2)$$

где  $m, l = x, y, z$ ,  $G_{ml}$  - функция Грина, являющаяся для уравнений Максвелла тензором,  $j_{0l}(\vec{r}, \omega)$  - Фурье-образ  $l$ -той компоненты тока, создаваемого пучком заряженных частиц (в линейном по полю приближении, ток определяется скоростью и траекторией частицы, которые могут быть получены из уравнения движения частицы во внешнем поле без учета влияния поля излучения на движение частицы). При квантово-механическом описании ток  $j_0$  должен рассматриваться как ток перехода системы "частица-среда" из одного состояния в другое.

Согласно [37, 38, 40] при  $r \rightarrow \infty$  функция Грина выражается через решение однородных уравнений Максвелла  $E_k^{(-)}(\vec{r}, \omega)$ , содержащие на бесконечности сходящиеся сферические волны:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} G_{ml}(\vec{r}, \vec{r}', \omega) = \frac{e^{ikr}}{r} \sum_s e_m^s E_{kl}^{(-)s*}(\vec{r}', \omega), \quad (2.3)$$

где  $\vec{e}^s$  единичный вектор поляризации,  $s = 1, 2$ ,  $\vec{e}^1 \perp \vec{e}^2 \perp \vec{k}$ , при  $r \rightarrow \infty$

$$\vec{E}_k^{(-)s}(\vec{r}, \omega) = \vec{e}^s (e^{ikr} + \text{const} \frac{e^{-ikr}}{r}),$$

Решение  $\vec{E}_k^{(-)s}$  и решение уравнения Максвелла  $\vec{E}_k^{(+s)}$ , описывающее рассеяние плоской волны на кристалле, связаны следующим соотношением [37, 38, 40]:

$$\vec{E}_k^{(-)s*} = \vec{E}_{-k}^{(+s)}. \quad (2.4)$$

Используя (2.2), получаем:

$$E_{km}(\vec{r}, \omega) = \frac{e^{ikr}}{r} \frac{i\omega}{c^2} \sum_s e_m^s \int E_k^{(-)s*}(\vec{r}', \omega) \vec{j}_0(\vec{r}', \omega) d^3r'. \quad (2.5)$$

В результате спектральная плотность энергии фотонов с поляризацией  $s$

может быть записана в виде:

$$W_{\vec{n}\omega}^s = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} \left| \int \vec{E}_k^{(-)s*}(\vec{r}, \omega) \vec{j}_0(\vec{r}, \omega) d^3r \right|^2, \quad (2.6)$$

$$\vec{j}_0(\vec{r}, \omega) = \int e^{i\omega t} \vec{j}_0(\vec{r}, t) dt = eQ \int e^{i\omega t} \vec{v}(t) \delta(\vec{r} - \vec{r}(t)) dt, \quad (2.7)$$

где  $eQ$  - заряд частицы,  $\vec{v}(t)$  и  $\vec{r}(t)$  - скорость и радиус-вектор частицы в момент времени  $t$ .

Подставляя (2.7) в (2.6) получаем для спектрально-углового распределения числа квантов

$$\frac{d^2 N_{\vec{n}\omega}^s}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2 Q^2 \omega}{4\pi^2 \hbar c^3} \left| \int \vec{E}_k^{(-)s*}(\vec{r}(t), \omega) \vec{v}(t) e^{i\omega t} dt \right|^2 \quad (2.8)$$

или

$$\frac{d^2 N_{\vec{n}\omega}^s}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2 Q^2 \omega}{4\pi^2 \hbar c^3} \left| \int \vec{E}_{-k}^{(+s)}(\vec{r}(t), \omega) \vec{v}(t) e^{i\omega t} dt \right|^2. \quad (2.9)$$

Интегрирование в (2.8) ведется по всему временному интервалу движения частицы. Следует отметить, что использование решения однородного уравнения Максвелла вместо решения неоднородного уравнения существенно упрощает анализ процесса излучения и позволяет рассмотреть различные случаи генерации излучения с учетом многократного рассеяния [37, 38, 40].

Согласно (2.8), (2.9) число квантов, испускаемых частицей при прохождении через кристаллическую пластинку можно найти, зная явное выражение для  $\vec{E}_k^{(-)s}$  или  $\vec{E}_k^{(+s)}$ . В соответствии со сказанным выше поле  $\vec{E}_k^{(-)s}$  можно найти пользуясь соотношением  $\vec{E}_k^{(-)s*} = \vec{E}_{-k}^{(+s)}$ , если известно решение  $\vec{E}_k^{(+s)}$ , описывающее рассеяние фотона в кристалле.

В случае возбуждения в процессе дифракции двух сильных волн, например, для случая дифракции рентгеновских лучей общее решение внутри кристалла имеет вид [22, 23, 120]):

$$\vec{E}_k^{(-)s}(\vec{r}) = \sum_{\mu=1}^2 \left[ \vec{e}^s \Phi_{\mu}^s e^{i\vec{k}_{\mu}^s \vec{r}} + \vec{e}_{\vec{\tau}}^s \Phi_{\mu\vec{\tau}}^s e^{i\vec{k}_{\mu\vec{\tau}}^s \vec{r}} \right], \quad (2.10)$$

где  $\vec{k}_{\mu\vec{\tau}}^s = \vec{k}_{\mu}^s + \vec{\tau}$ ,  $\vec{\tau}$  - вектор обратной решетки кристалла, индекс  $\mu$  используется для обозначения разных корней дисперсионного уравнения,  $\mu = 1, 2$ .

Дисперсионное уравнение для нахождения амплитуд полей  $\Phi_{\mu}^s$  и  $\Phi_{\mu\vec{\tau}}^s$

получается после подстановки выражения (2.10) в уравнения Максвелла (см. [22, 23, 120]):

$$\begin{aligned} \left( \frac{k^2 c^2}{\omega^2} - 1 - \chi_0^* \right) \Phi_\mu^s - C_s \chi_{-\tau}^* \Phi_{\mu\tau}^s &= 0 \\ \left( \frac{k_\tau^2 c^2}{\omega^2} - 1 - \chi_0^* \right) \Phi_{\mu\tau}^s - C_s \chi_\tau^* \Phi_\mu^s &= 0, \end{aligned} \quad (2.11)$$

где  $\vec{k}_\tau = \vec{k} + \vec{\tau}$ , коэффициент  $C_s = \vec{e}^s \vec{e}_\tau^s$ ,  $\vec{e}^s$  и  $\vec{e}_\tau^s$  - единичные векторы поляризации для падающей и дифрагированной волны, соответственно,  $\chi_0$ ,  $\chi_\tau$  - Фурье компоненты поляризуемости кристалла.

Напомним, что диэлектрическая проницаемость кристалла  $\varepsilon(\vec{r})$  в рентгеновском диапазоне является периодической функцией координаты  $\vec{r}$  (см. например [14, 22, 23, 120]):

$$\varepsilon(\vec{r}) = \sum_{\vec{\tau}} \varepsilon_\tau e^{i\vec{\tau}\vec{r}}, \quad (2.12)$$

причем,  $\varepsilon_0 = 1 + \chi_0$ ,  $\varepsilon_\tau = \chi_\tau$ .

Требование существования решения линейной системы (2.11) приводит к дисперсионному уравнению, определяющее вектора  $\vec{k}$ , которые могут существовать в кристалле. Эти вектора удобно записать в следующем виде:

$$\vec{k}_\mu^s = \vec{k} + \varkappa_{\mu s}^* \vec{N}, \quad \varkappa_{\mu s}^* = \frac{\omega}{c\gamma_0} \varepsilon_{\mu s}^*,$$

где  $\mu = 1, 2$ ;  $\vec{N}$  - направленный внутрь кристалла единичный вектор нормальный к поверхности кристалла, через которую влетает частица,

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1(2)s} &= \frac{1}{4} [(1 + \beta_1)\chi_0 - \beta_1\alpha_B] \pm \frac{1}{4} \left\{ [(1 - \beta_1)\chi_0 + \beta_1\alpha_B]^2 \right. \\ &\quad \left. + 4\beta_1 C_s^2 \chi_\tau \chi_{-\tau} \right\}^{-1/2}. \end{aligned} \quad (2.13)$$

$\alpha_B = (2\vec{k}\vec{\tau} + \tau^2)k^{-2}$  - отстройка от условия Брэгга ( $\alpha_B = 0$  если условие Брэгга выполняется строго),

$$\gamma_0 = \vec{n}_\gamma \cdot \vec{N}, \quad \vec{n}_\gamma = \frac{\vec{k}}{k}, \quad \beta_1 = \frac{\gamma_0}{\gamma_1}, \quad \gamma_1 = \vec{n}_{\gamma\tau} \cdot \vec{N}, \quad \vec{n}_{\gamma\tau} = \frac{\vec{k} + \vec{\tau}}{|\vec{k} + \vec{\tau}|}. \quad (2.14)$$

Сшивая решение (2.10) с решениями уравнений Максвелла в вакууме можно найти явный вид поля  $\vec{E}_k^{(-)s}(\vec{r})$  во всем пространстве.

При исследовании процесса дифракции так же как и в случае

рентгеновского излучения следует различать два случая: так называемые геометрию Лауэ и геометрию Брэгга (см. Рис.2.4).

В геометрии Лауэ падающая (прошедшая) и дифрагированная волны выходят из кристалла через одну и ту же поверхность :  $k_z > 0, k_z + \tau_z > 0$ , где ось  $z$  параллельна нормали  $\vec{N}$  к поверхности кристалла и направлена внутрь кристалла. Сшивая решения уравнений Максвелла на поверхностях кристалла при помощи (2.11), (2.13), (2.10), для случая Лауэ получаем [37]:

$$\begin{aligned} \vec{E}_k^{(-)s} = & \left\{ \vec{e}^s \left[ - \sum_{\mu=1}^2 \xi_{\mu s}^{0*} e^{-i \frac{\omega}{c\gamma_0} \varepsilon_{\mu s}^* L} \right] e^{i \vec{k} \vec{r}} + \vec{e}_\tau^s \beta_1 \left[ \sum_{\mu=1}^2 \xi_{\mu s}^{\tau*} e^{-i \frac{\omega}{c\gamma_0} \varepsilon_{\mu s}^* L} \right] e^{i \vec{k}_\tau \vec{r}} \right\} \theta(-z) \\ & + \left\{ \vec{e}^s \left[ - \sum_{\mu=1}^2 \xi_{\mu s}^{0*} e^{-i \frac{\omega}{c\gamma_0} \varepsilon_{\mu s}^* (L-z)} \right] e^{i \vec{k} \vec{r}} + \vec{e}_\tau^s \beta_1 \left[ \sum_{\mu=1}^2 \xi_{\mu s}^{\tau*} e^{-i \frac{\omega}{c\gamma_0} \varepsilon_{\mu s}^* (L-z)} \right] e^{i \vec{k}_\tau \vec{r}} \right\} \\ & \times \theta(L-z) \theta(z) + \vec{e}^s e^{i \vec{k} \vec{r}} \theta(z-L), \end{aligned} \quad (2.15)$$

где

$$\begin{aligned} \xi_{1(2)s}^0 &= \mp \frac{2\varepsilon_{2(1)s} - \chi_0}{2(\varepsilon_{2s} - \varepsilon_{1s})}; \\ \xi_{1(2)s}^\tau &= \mp \frac{C_s \chi_{-\tau}}{2(\varepsilon_{2s} - \varepsilon_{1s})}; \\ \theta(z) &= \begin{cases} 1, & \text{if } z \geq 0 \\ 0, & \text{if } z < 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (2.16)$$

Подстановка (2.15) в (2.8) позволяет найти спектрально-угловые распределения числа квантов с поляризацией  $\vec{e}^s$ , излученных вперед в геометрии Лауэ.

Из (2.8) вытекает, что спектрально-угловое распределение ПРИ для случая излучения вперед имеет вид [37, 38]:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 N_{\vec{n}\omega}^s}{d\omega d\Omega} = & \frac{e^2 Q^2 \omega}{4\pi^2 \hbar c^3} (\vec{e}^s \vec{v})^2 \left| \sum_{\mu=1,2} \xi_{\mu s}^0 e^{i \frac{\omega}{c\gamma_0} \varepsilon_{\mu s} L} \left[ \frac{1}{\omega - \vec{k} \vec{v}} - \frac{1}{\omega - \vec{k}_\mu^{s*} \vec{v}} \right] \right. \\ & \left. \times [e^{i(\omega - \vec{k}_\mu^{s*} \vec{v})T} - 1] \right|^2, \end{aligned} \quad (2.17)$$

где  $T = L/c\gamma_0$  - время пролета релятивистской частицы через кристалл толщиной  $L$ ;  $\vec{e}^1 \parallel [\vec{k}\vec{\tau}]$ ;  $\vec{e}^2 \parallel [\vec{k}\vec{e}^1]$ .

Легко видеть, что формула (2.17) очень похожа на выражение, описывающее спектрально-угловое распределение черенковского и

переходного излучения в среде с показателем преломления

$$n_{\mu s} = \frac{k_{\mu z}^s}{k_z} = 1 + \frac{\varkappa_{\mu s}}{k_z}.$$

Спектрально-угловое распределение фотонов в направлении дифракции  $\vec{k}_\tau = \vec{k} + \vec{\tau}$  может быть получено из (2.17) при помощи подстановки:

$$\begin{aligned} \vec{e}^s &\rightarrow \vec{e}_\tau^s, & \xi_{\mu s}^0 &\rightarrow \beta_1 \xi_{\mu s}^\tau, \\ \xi_{1(2)s}^\tau &= \pm \frac{\chi_\tau C_s}{2(\varepsilon_{1s} - \varepsilon_{2s})} \\ \vec{k} &\rightarrow \vec{k}_\tau, & \vec{k}_\mu^s &\rightarrow \vec{k}_{\mu\tau}^s = \vec{k}_\mu^s + \tau. \end{aligned}$$

Рассмотрим теперь геометрию Брэгга. В этом случае дифрагированная волна выходит из кристалла через ту же поверхность, через которую в кристалл входит падающая. Выражение для волны  $E_k^{(-)s}$ , описывающее геометрию Брэгга ( $k_z < 0, k_z + \tau_z > 0$ ) имеет вид [37]:

$$\begin{aligned} \vec{E}_k^{(-)s} &= \vec{e}^s \left[ \sum_{\mu=1}^2 \gamma_{\mu s}^{0*} \right] e^{i\vec{k}\vec{r}} \theta(-z) + \\ &+ \left\{ \vec{e}^s \left[ \sum_{\mu=1}^2 \gamma_{\mu s}^{0*} e^{i\frac{\omega}{\gamma_0} \varepsilon_{\mu s}^* z} \right] e^{i\vec{k}\vec{r}} + \vec{e}_\tau^s \beta_1 \left[ - \sum_{\mu=1}^2 (-1)^\mu \gamma_{\mu s}^{\tau*} e^{i\frac{\omega}{\gamma_0} \varepsilon_{\mu s}^* z} \right] e^{i\vec{k}_\tau \vec{r}} \right\} \times \\ &\times e^{-ik_z L} \theta(z) \theta(L - z) + \\ &+ \left\{ \vec{e}^s e^{i\vec{k}\vec{r}} + \vec{e}_\tau^s \beta_1 \left[ \sum_{\mu=1}^2 \gamma_{\mu s}^{\tau*} e^{i\frac{\omega}{\gamma_0} \varepsilon_{\mu s}^* L} \right] e^{i\vec{k}_\tau \vec{r}} \right\} e^{-ik_z L} \theta(z - L). \end{aligned} \quad (2.18)$$

Спектрально-угловое распределение фотонов, излучаемых под малым углом к направлению движения частицы ("вперед"), может быть получено из (2.17) при помощи замены  $\xi_{\mu s}^0 \rightarrow \gamma_{\mu s}^0$ ,

$$\gamma_{1(2)s}^0 = \frac{2\varepsilon_{2(1)s} - \chi_0}{(2\varepsilon_{2(1)s} - \chi_0) - (2\varepsilon_{1(2)s} - \chi_0) e^{i\frac{\omega}{\gamma_0} (\varepsilon_{2(1)s} - \varepsilon_{1(2)s}) L}}. \quad (2.19)$$

Спектрально-угловое распределение фотонов, излученных в геометрии Брэгга под большим углом к направлению движения частицы ("назад"), может быть получено из (2.17) при помощи замены

$$\vec{e}^s \rightarrow \vec{e}_\tau^s, \quad \vec{k} \rightarrow \vec{k}_\tau, \quad \vec{k}_\mu^s \rightarrow \vec{k}_{\mu\tau}^s, \quad \xi_{\mu s}^0 e^{i\frac{\omega}{\gamma_0} \varepsilon_{\mu s} L} \rightarrow \gamma_{\mu s}^\tau,$$

где

$$\gamma_{1(2)s}^\tau = -\frac{\beta_1 C_s \chi_\tau}{(2\varepsilon_{2(1)s} - \chi_0) - (2\varepsilon_{1(2)s} - \chi_0) e^{i\frac{\omega}{\gamma_0}(\varepsilon_{2(1)s} - \varepsilon_{1(2)s})L}}. \quad (2.20)$$

## 2.2 Преломление волн в среде, состоящей из нитевидных рассеивателей

Согласно [37, 38, 40] использование динамической теории дифракции позволяет изложить теорию излучения фотонов релятивистскими частицами в естественных и фотонных кристаллах с единой точки зрения. При этом для описания свойств излучения оказывается возможным использовать похожие формулы: изменяется только конкретный вид коэффициентов, входящих в выражения определяющие свойства образуемого излучения. В связи с тем, что, в отличие от динамической теории дифракции рентгеновских лучей Лауэ-Эвальда, для описания процесса рассеяния электромагнитной волны на элементарном рассеивателе (кристаллической ячейке) фотонного кристалла теория возмущений, как правило, применена быть не может, необходимо прежде всего получить выражения, описывающие преломление и дифракцию электромагнитных волн в этом случае.

Далее кратко изложим полученные нами основные результаты теории преломления и дифракции электромагнитной волны в интересующем нас случае двумерно периодических фотонных кристаллов, созданных из периодически расположенных цилиндрических нитей [3–А].

Прежде всего рассмотрим рассеяние и преломление электромагнитной волны в среде, состоящей из нитевидных рассеивателей.

Предположим, что на нить падает плоская электромагнитная волна, характеризующаяся вектором напряженности электрического поля

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{e} e^{i\vec{k}\vec{r}},$$

где  $\vec{e}$  - единичный вектор поляризации,  $\vec{k}$  - волновой вектор,  $\vec{r}$  - радиус-вектор. Пусть нить помещена в начало координат, ось нити совпадает с осью  $x$ , а волна падает перпендикулярно оси нити, т.е. вдоль оси  $z$  (см. рисунок 2.1).

Предположим, что нить представляет собой цилиндр с радиусом  $R$ . В этом случае решение задачи о рассеянии волны на цилиндре хорошо известно (см., например, [121]). В частности, если вектор поляризации  $\vec{e}$  параллелен оси нити ( $\vec{e} = \vec{e}^\parallel$ ), то вне области занятой нитью, т.е. при  $\rho > R$  (см. рисунок 2.1), выражение, которое описывает волну, появляющуюся вследствие рассеяния, может быть описано в виде суперпозиции падающей  $\vec{E}_0$  и рассеянной  $\vec{E}_{sc}$  волн

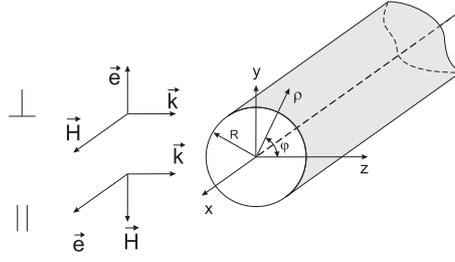


Рисунок 2.1. – Определение взаимного расположения осей и векторов

следующим образом:

$$\vec{E} = \vec{e} \Psi(\rho, z) \quad (2.21)$$

$$\Psi(\rho, z) = e^{ikz} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n a_n^{\parallel} H_n^{(1)}(k\rho) e^{in\varphi}, \quad (2.22)$$

где  $\rho = \sqrt{y^2 + z^2}$  поперечная координата,  $H_n^{(1)}$  - функция Ханкеля порядка  $n$ ,  $k = \frac{\omega}{c}$  - волновое число,  $\varphi$  - азимутальный угол.

Если нить обладает диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon(\omega)$  и магнитной проницаемостью  $\mu(\omega)$ , то выражения для амплитуд  $a_n$  могут быть записаны следующим образом:

$$a_n^{\parallel} = \frac{-J_n(k_t R) J_n'(kR) + \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} J_n'(k_t R) J_n(kR)}{J_n(k_t R) H_n^{(1)'}(kR) - \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} J_n'(k_t R) H_n^{(1)}(kR)}, \quad (2.23)$$

где  $J_n$  - функции Бесселя порядка  $n$ ,  $k_t = k \sqrt{\varepsilon(\omega) \mu(\omega)}$ , в случае немагнитного металла  $\mu(\omega) = 1$  и  $\varepsilon(\omega) = 1 + i \frac{4\pi\sigma_t}{\omega}$ , где  $\sigma_t$  - проводимость материала нити.

Рассмотрим теперь рассеяние на нити волны с поляризацией ортогональной оси нити  $\vec{e} \perp 0x$ . В этом случае удобно перерассеяние волн рассматривать с помощью амплитуды рассеяния магнитной компоненты электромагнитной волны [122] т.к. в этом случае вектор напряженности магнитного поля волны  $\vec{H}_0 = \vec{e}^{\parallel} e^{ikz}$  параллелен оси нити. Для рассеянной волны напряженность магнитного поля при  $\rho > R$  приобретает вид:

$$\vec{H} = \vec{e}^{\parallel} \Psi_H(\rho, z), \quad \Psi_H(\rho, z) = e^{ikz} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n a_n^{\perp} H_n^{(1)}(k\rho) e^{in\varphi}, \quad (2.24)$$

где  $\varphi$  - азимутальный угол (см. рисунок 2.1),

$$a_n^\perp = \frac{-J_n(k_t R) J_n'(kR) + \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} J_n'(k_t R) J_n(kR)}{J_n(k_t R) H_n^{(1)'}(kR) - \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} J_n'(k_t R) H_n^{(1)}(kR)}. \quad (2.25)$$

Предположим, что длина волны излучения  $\lambda$  много больше радиуса нити  $R$ .

В этом случае при анализе рассеяния волны с поляризацией электрического вектора  $\vec{E}_0$  параллельной оси нити в сумме (2.22) можно оставить только слагаемое, пропорциональное  $a_0^\parallel$  [3-A]. Более того, для хорошо проводящих нитей амплитуда  $a_0^\parallel \gg a_n^\perp$  [3-A].

Как следствие, волна, обладающая поляризацией параллельной нити, рассеивается более сильно, чем волна, обладающая поляризацией вектора  $\vec{E}_0$ , ортогональной нити [3-A]. Отметим, что согласно более позднему анализу [122] для волны с электрическим вектором  $\vec{E}_0$  ортогональным оси нити в этом случае справедливы соотношения  $a_0^\perp \approx a_{\pm 1}^\perp$ ,  $a_0^\perp \approx a_0^\parallel$  и  $a_{\pm 1}^\perp \gg a_n^\perp$  для всех  $|n| > 1$ , то есть при анализе перерассеяния волны с ортогональной поляризацией в сумме (2.24) необходимо оставить три слагаемых, в отличие от рассеяния волны с поляризацией электрического вектора  $\vec{E}_0$  параллельной оси нити.

Пусть теперь электромагнитная волна падает на совокупность нитей, расположенных в точках с координатами  $\rho_l = (y_l, z_l)$ , причем расстояние между нитями много меньше размеров системы и расстояния до точки наблюдения. Рассмотрим волну с поляризацией параллельной нитям  $\vec{e} = \vec{e}^\parallel \parallel 0x$ . Рассеянную волну можно представить в виде суперпозиции волн, рассеянных на отдельных нитях:

$$\Psi = e^{ikz} + a_0^\parallel \sum_l H_0^{(1)}(k |\vec{\rho} - \vec{\rho}_l|) e^{ikz_l}. \quad (2.26)$$

Если воспользоваться интегральным представлением функции Ханкеля  $H_0^{(1)}(k\rho)$ , то рассеянную волну можно также представить как

$$\Psi = e^{ikz} + A_0^\parallel \sum_l \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ik\sqrt{|\vec{\rho} - \vec{\rho}_l|^2 + x^2}}}{\sqrt{|\vec{\rho} - \vec{\rho}_l|^2 + x^2}} dx e^{ikz_l}, \quad (2.27)$$

где  $A_0^\parallel = -\frac{i}{\pi} a_0^\parallel$  и  $|\vec{\rho} - \vec{\rho}_l|^2 = (y - y_l)^2 + (z - z_l)^2$ .

Пусть волна, проходит через слой, образованный нитями, оси которых расположены в плоскости  $xOy$  на расстоянии  $d_y$  друг от друга. Предположим,

что поперечный размер слоя  $L_{\perp}$  намного больше расстояния  $d_y$  и длины волны излучения ( $L_{\perp} \gg d_y$  и  $L_{\perp} \gg \lambda$ ).

В этом случае суммирование по координатам  $y_l$  дает следующее выражение для  $\Psi$ :

$$\Psi = e^{ikz} + \frac{2\pi i A_0^{\parallel}}{k d_y} e^{ikz} = \left(1 + \frac{2\pi i A_0^{\parallel}}{k d_y}\right) e^{ikz}. \quad (2.28)$$

Данное выражение отражает известный факт, что плоская волна, обладающая единичной амплитудой, в результате рассеяния плоским слоем рассеивателей преобразуется в плоскую волну с комплексной амплитудой  $1 + \frac{2\pi i A_0^{\parallel}}{k d_y}$ .

Предположим далее, что параметр  $\left|\frac{2\pi i A_0^{\parallel}}{k d_y}\right| \ll 1$ . В этом случае выражение для волны, последовательно рассеянной  $m$  плоскостями, расположенными на расстоянии  $d_z$  друг от друга можно представить в виде [3-А]  $\Psi = e^{i k n_{\parallel} z}$ , где  $n_{\parallel}$  - показатель преломления, который можно записать следующим образом [3-А]:

$$n_{\parallel} = 1 + \frac{2\pi}{d_y d_z k^2} A_0^{\parallel}. \quad (2.29)$$

Из (2.29) вытекает, что в этом случае реальная часть показателя преломления  $\text{Re } n_{\parallel} = n'_{\parallel} = 1 + \frac{2\pi}{d_y d_z k^2} \text{Re } A_0^{\parallel}$ , мнимая часть показателя преломления  $\text{Im } n_{\parallel} = n''_{\parallel} = \frac{2\pi}{d_y d_z k^2} \text{Im } A_0^{\parallel}$ .

Выражения типа (2.29) для показателя преломления могут быть получены и для среды, созданной из нитей, хаотически расположенных в плоскости ( $zOy$ ), при этом величину  $\frac{1}{d_y d_z}$  нужно заменить на плотность  $\rho_{yz}$  распределения рассеивателей в плоскости ( $zOy$ ) (величину  $\frac{1}{d_y}$  - на  $\rho_y$  - плотность распределения нитей вдоль оси  $y$ , величину  $\frac{1}{d_z}$  - на  $\rho_z$  - плотность распределения нитей вдоль оси  $z$ ).

Если же нити распределены хаотически вдоль оси  $y$  и периодически вдоль оси  $z$ , то  $\rho_{yz} = \rho_y \frac{1}{d_z}$ , где  $\rho_y$  - плотность распределения нитей вдоль оси  $y$ . При хаотическом распределении нитей вдоль оси  $z$  и периодически вдоль оси  $y$  плотность  $\rho_{yz} = \rho_z \frac{1}{d_y}$ , где  $\rho_z$  - плотность распределения нитей вдоль оси  $z$ .

Таким образом для случая среды, состоящей из хаотически расположенных нитей имеем:

$$n_{\parallel} = 1 + \frac{2\pi \rho_{yz}}{k^2} A_0^{\parallel}. \quad (2.30)$$

Здесь следует напомнить, что  $A_0^{\parallel} = -\frac{i}{\pi} a_0^{\parallel}$ .

Подобное рассмотрение может быть проведено и для волны с поляризацией ортогональной оси нити ( $\vec{e} \perp 0x$ ).

Выражение для показателя преломления  $n_{\perp}$  аналогично (2.30) с заменой  $A_0^{\parallel}$  на  $A_0^{\perp} = -\frac{i}{\pi}(a_0^{\perp} + 2a_1^{\perp})$ . Как следствие имеем:

$$n_{\perp} = 1 + \frac{2\pi\rho_{yz}}{k^2} \left( -\frac{i}{\pi}a_0^{\perp} - \frac{2i}{\pi}a_1^{\perp} \right). \quad (2.31)$$

Следует заметить, что мнимая часть показателя преломления (2.29) и (2.30) отлична от нуля даже при рассеянии волны на идеально проводящих нитях, когда поглощение в нити отсутствует. В случае выражения (2.30), описывающего прохождение волны через среду, образованную случайно расположенными рассеивателями, подобный результат верен вследствие того, что рассеянные на ненулевой угол волны обладают случайными фазами, обусловленными случайным расположением нитей, и, как следствие, не интерферируют друг с другом. В результате рассеянные волны приводят к затуханию первичной волны.

В случае же выражения (2.29), мнимая часть должна отсутствовать, так как при рассеянии в кристаллической среде рассеяние волн не является случайным. Затухание волны в кристалле определяется только поглощением волны в нитях [З–А] (см. (2.77) ниже).

С ростом частоты излучения, когда длина волны становится сравнимой с радиусом нитей ( $kR \geq 1$ ) вклад в рассеяние волны на нити дают и остальные слагаемые в (2.22), (2.24). Для нахождения показателя преломления в этом случае также можно провести усреднение по расположению нитей в поперечной относительно оси  $z$  плоскости, однако эта процедура потребует весьма громоздких вычислений: нужно вначале выразить функции Ханкеля с произвольным индексом  $n$  через  $H_0$ , после чего задача может быть сведена к уже рассмотренной.

Интересно, что в случае, когда параметр  $kd_z \geq 1$  (длина волны излучения меньше расстояния между нитями вдоль оси  $z$ ) показатель преломления может быть найден более простым способом. Для этого воспользуемся асимптотическим представлением функций Ханкеля при  $k\rho \gg 1$ :

$$H_n^{(1)}(k\rho) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi k\rho}} e^{i(k\rho - \frac{\pi}{2}(n + \frac{1}{2}))} = (-i)^n H_0^{(1)}(k\rho). \quad (2.32)$$

Как следствие имеем для рассеянной волны, обладающей поляризацией  $\vec{e} = \vec{e}^{\parallel} \parallel 0x$ , на расстоянии много большем длины волны от нити  $\rho \gg \frac{1}{k}$

выражение

$$\vec{E} = \vec{e}^{\parallel} F^{\parallel}(\varphi) \sqrt{\frac{2}{\pi k \rho}} e^{ik\rho} e^{-i\frac{\pi}{4}} = \vec{e} F^{\parallel}(\varphi) H_0^{(1)}(k\rho), \quad (2.33)$$

$$F^{\parallel}(\varphi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n^{\parallel} e^{in\varphi}. \quad (2.34)$$

Подобные выражения можно записать и для волны, обладающей электрическим вектором  $\vec{e} = \vec{e}^{\perp} \perp 0x$  (магнитное поле направлено вдоль  $0x$ ).

$$\vec{H} = \vec{e}^{\perp} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n a_n^{\perp} H_n(k\rho) F^{\perp}(\varphi) \sqrt{\frac{2}{\pi k \rho}} e^{ik\rho} e^{-i\frac{\pi}{4}} = \vec{e}^{\perp} F^{\perp}(\varphi) H_0^{(1)}(k\rho), \quad (2.35)$$

$$F^{\perp}(\varphi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n^{\perp} e^{in\varphi}. \quad (2.36)$$

Рассмотрим теперь волну, проходящую через слой  $N$  рассеивателей, расположенных в плоскости  $z = z_l$ . Напряженность электрического поля в точке  $z$  описывается выражением:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{e} \sum_{l=1}^N \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( a_n^{\parallel} e^{in\varphi_l} H_0^{(1)}(k|\vec{\rho} - \vec{\rho}_l|) \right) e^{ikz_l}, \quad (2.37)$$

$$|\vec{\rho} - \vec{\rho}_l|^2 = (y - y_l)^2 + (z - z_l)^2, \quad (2.38)$$

где  $\varphi_l$  - азимутальный угол между вектором  $\vec{k}$  и направлением  $(\vec{\rho} - \vec{\rho}_l)$ .

После проведения суммирования по расположению нитей в плоскости  $xOy$  с помощью интегрального представления функций Ханкеля

$$H_0^{(1)}(k|\vec{\rho} - \vec{\rho}_l|) = -\frac{i}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ik\sqrt{(\vec{\rho} - \vec{\rho}_l)^2 + x^2}}}{\sqrt{(\vec{\rho} - \vec{\rho}_l)^2 + x^2}} dx, \quad (2.39)$$

и соотношений

$$\cos \varphi_l = \frac{z - z_l}{(y - y_l)^2 + (z - z_l)^2}, \quad \sin \varphi_l = \frac{y - y_l}{(y - y_l)^2 + (z - z_l)^2}, \quad (2.40)$$

получаем интегральное выражение, которое с помощью интегрирования по частям может быть приведено к виду ( $z > z_l$ ):

$$\Psi = e^{ikz} + \frac{2\pi i}{ky} A^{\parallel}(0) + \text{члены} \sim \frac{1}{k(z - z_l)}, \quad (2.41)$$

где

$$A^{\parallel}(0) = -\frac{i}{\pi} F^{\parallel}(0) = \left(-\frac{i}{\pi}\right) \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n^{\parallel}. \quad (2.42)$$

Проведя далее суммирование волн, прошедших через ряд плоскостей, имеем для показателя преломления выражение аналогичное (2.30) с заменой  $A_0^{\parallel}$  на  $A^{\parallel}(0)$ , т.е.,

$$n_{\parallel} = 1 + \frac{2\pi\rho_{yz}}{k^2} A^{\parallel}(0). \quad (2.43)$$

Таким же образом и для волны с ортогональной поляризацией  $\vec{e} = \vec{e}_{\perp}$ , суммирование волн (2.35) приводит к показателю преломления вида (2.43) с заменой  $A^{\parallel}(0)$  на  $A^{\perp}(0)$ :

$$n_{\perp} = 1 + \frac{2\pi\rho_{yz}}{k^2} A^{\perp}(0), \quad (2.44)$$

где  $A^{\perp}(0) = -\frac{i}{\pi} F^{\perp}(0) = \left(-\frac{i}{\pi}\right) \sum_m a_m^{\perp}$ .

Выражение для волны, распространяющейся в среде, образованной металлическими нитями, может быть записано в виде

$$\vec{E} = E_0^{\parallel} \vec{e}^{\parallel} e^{ikn_{\parallel}z} + E_0^{\perp} \vec{e}^{\perp} e^{ikn_{\perp}z}. \quad (2.45)$$

Так как  $n_{\parallel} \neq n_{\perp}$ , то такое "вещество" является двоякопреломляющим [3–A], т.е., по мере движения волны линейная поляризация превращается в циркулярную и т.д. Так как  $\text{Im} n_{\parallel} \neq \text{Im} n_{\perp}$ , то это "вещество" обладает и дихроизмом. При этом закон поглощения для обеих поляризаций имеет обычный вид:

$$|E^s|^2 = |E_0^s|^2 e^{-2kn_s z}, \quad (2.46)$$

где индекс  $s$  принимает значения 1 и 2, соответствующие параллельной и ортогональной поляризациям.

С другой стороны, вводя полное сечение рассеяния на нити  $\sigma_s$ , мы можем записать закон поглощения в виде

$$|E^s|^2 = |E_0^s|^2 e^{-\rho_{ez}\sigma_s z}. \quad (2.47)$$

Отсюда следует, что

$$\sigma_s = \frac{4\pi}{k} \text{Im} A^s(0) = -\frac{4}{k} \text{Re} F^s(0) = \frac{4}{k} \sum_n |a_n^s|^2. \quad (2.48)$$

Обратим внимание на то, что размерность сечения в двумерном случае есть

длина, а не квадрат длины, как в трехмерном случае. Амплитуда  $A(0)$  - безразмерная величина.

Выражение (2.48) можно получить также другим способом. В двумерном случае амплитуда  $f$  рассеяния на угол  $\varphi$ , определяется как множитель перед цилиндрической волной  $\frac{e^{ik\rho}}{\sqrt{\rho}}$ , а именно:  $f(\varphi) = \sqrt{\frac{2}{\pi k}} e^{-i\frac{\pi}{4}} F(\varphi)$ . Отметим, что эта амплитуда имеет размерность  $\sqrt{[l]}$  - корня квадратного длины. Она позволяет найти дифференциальное сечение рассеяния, определяемое отношением плотности потоков энергии в рассеянной на угол  $\varphi$  волне к плотности потока в падающей волне

$$\frac{d\sigma}{d\varphi} = |f(\varphi)|^2 = \frac{2}{\pi k} |F(\varphi)|^2. \quad (2.49)$$

Отсюда немедленно получаем:

$$\sigma = \int \frac{d\sigma}{d\varphi} d\varphi = \frac{4}{k} \sum_n |a_n|^2. \quad (2.50)$$

Рассмотрим теперь волну, отраженную назад от слоя цилиндров, расположенных в плоскости  $z = z_l$ . В этом случае из (2.37)-(2.40) вытекает следующее выражение для отраженной от плоскости волны с вектором напряженности электрического поля параллельным оси  $x$ :

$$E_{ref}^{\parallel}(z < z_l) = \frac{2\pi i \rho_y}{k} A^{\parallel}(\pi) e^{2ikz_l} e^{-ikz}, \quad (2.51)$$

$$A^{\parallel}(\pi) = -\frac{i}{\pi} F^{\parallel}(\pi) = -\frac{i}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n a_n^{\parallel}. \quad (2.52)$$

Тогда для волны отраженной от  $N$  плоскостей имеем следующее выражение:

$$E_{ref}^{\parallel}(z) = \frac{2\pi i \rho_y}{k} A^{\parallel}(\pi) \sum_{l=1}^N e^{2ikz_l} e^{-ikz}. \quad (2.53)$$

Если толщина слоя много больше длины волны, то суммирование может быть заменено интегрированием, что позволяет получить для  $E_{ref}^{\parallel}$  выражение:

$$E_{ref}^{\parallel}(z) = -\frac{\pi \rho_{yz}}{k^2} A^{\parallel}(\pi) e^{-ikz}. \quad (2.54)$$

Видно, что, как и следовало ожидать, амплитуда отраженной от слоя волны определяется амплитудой волны  $F(\pi)$  (см. (2.33) и (2.52)), рассеянной в

направлении отражения т.е. назад ( $F^{\parallel}(\pi)$  в случае волны с параллельной поляризацией и  $F^{\perp}(\pi)$  в случае волны с ортогональной поляризацией). В то же время показатель преломления определяется амплитудой  $F^{\parallel}(0)$  волны, рассеянной вперед (см.(2.42) и (2.43)). Отсюда немедленно вытекает, что в случае неизотропного рассеяния в фотонном кристалле, коэффициент зеркального отражения не может быть найден с помощью показателя преломления (диэлектрической проницаемости), как это может быть сделано в случае изотропного рассеяния.

## 2.3 Преломление и дифракция в фотонном кристалле

Теоретическое исследование процесса распространения электромагнитной волны в фотонных кристаллах было дано во многих работах [78, 79, 84–87]. Основное внимание в этих работах уделено расчетам зонной структуры в области частот и параметров фотонного кристалла в которых существует фотонная запрещенная зона (аналог запрещенной зоны для электронов в кристаллах т.е. зоны полного брэгговского отражения). В частности, для случая двумерных фотонных кристаллов, созданных из периодически расположенных идеально проводящих (т.е. без учета поглощения) металлических нитей, детальное исследование зонной структуры и поля внутри кристалла было проведено в [85, 88–91].

В то же время, согласно изложенному в разделе 1.1, при исследовании процессов излучения волн частицами, пролетающими через фотонный кристалл, необходимо знать выражение для электромагнитного поля как внутри, так и вне кристалла, то есть необходимо знать решение уравнений Максвелла, описывающее преломление и дифракцию волны в фотонном кристалле.

В этой связи в работе [З–А] нами было дано обобщение динамической теории дифракции в кристаллах на фотонные кристаллы. В использованном подходе основным параметром является амплитуда рассеяния волны на рассеивателе. Как следствие он применим для описания преломления и дифракции в кристалле, созданном из элементов (нитей, сфер и т.п.), обладающих произвольной диэлектрической проницаемостью, когда теория возмущений для описания процесса рассеяния на центре не может быть использована.

Рассмотрим теперь, как изменяется выражение для показателя преломления при прохождении волны через кристалл.

В соответствии с анализом, проведенным нами в [3–А] при суммировании рассеянных волн в случае фотонного кристалла принципиально необходимо учитывать перерассеяние волн. Учет перерассеяния приводит к тому, что мнимая часть показателя преломления в случае кристалла, образованного идеально проводящими металлическими нитями обращается в ноль (при хаотическом расположении нитей, как показано выше, мнимая часть показателя преломления отлична от нуля).

Рассмотрим, следуя [3–А], вклад перерассеянных волн в показатель преломления, который мы не учитывали в проведенном выше анализе. Отметим, прежде всего, что общий вид волновой функции в этом случае аналогичен волновой функции (2.27), однако амплитуда  $F_m$  волны, рассеянной  $m$ -тым рассеивателем с координатой  $\rho_m$ , не совпадает с амплитудой  $A_0$  в уравнениях (2.23), (2.25), описывающих волну, рассеянную на отдельно расположенной нити.

Электромагнитная волна, взаимодействующая с некоторой совокупностью рассеивателей (рассматривается волна с поляризацией параллельной оси нити), описывается выражением:

$$\Psi(\vec{\rho}) = e^{ikz} + \sum_m F_m^{\parallel} H_0^{(1)}(k|\vec{\rho} - \vec{\rho}_m|). \quad (2.55)$$

Напомним, что двумерный вектор  $\vec{\rho}$  имеет компоненты  $(y, z)$ ,  $\rho = \sqrt{y^2 + z^2}$ . Указанные выражения подобны выражению, полученному в трехмерном случае для описания рассеяния нейтронов в работах [123] (см. также [124]) с заменой трехмерной функции Грина, описывающей расходящуюся сферическую волну  $\frac{e^{ik(\vec{r}-\vec{r}_m)}}{|\vec{r}-\vec{r}_m|}$  на двумерную функцию Грина, описывающую расходящуюся цилиндрическую волну, которая выражается через функцию Ханкеля  $H_0^{(1)}$ . В результате, поступая таким же образом, как и в [123], эффективную амплитуду рассеяния электромагнитной волны на цилиндре можно записать с помощью следующей системы алгебраических уравнений:

$$F_m^{\parallel} = a_0^{\parallel} e^{ikz_m} + a_0^{\parallel} \sum_{n \neq m} F_n^{\parallel} H_0^{(1)}(k|\vec{\rho} - \vec{\rho}_n|). \quad (2.56)$$

Рассмотрим поведение волновой функции  $\Psi(\vec{\rho})$  при  $\vec{\rho} \rightarrow \vec{\rho}_n$  и воспользуемся следующим выражением для функции Ханкеля:

$$H_0^{(1)}(k|\vec{\rho} - \vec{\rho}_n|)|_{\vec{\rho} \rightarrow \vec{\rho}_n} \Rightarrow 1 + i\frac{2}{\pi}C + i\frac{2}{\pi} \ln \frac{k|\vec{\rho} - \vec{\rho}_n|}{2}. \quad (2.57)$$

Здесь  $C = 0.5772$  - постоянная Эйлера.

Для волновой функции получаем:

$$\begin{aligned}
\Psi(\rho)|_{\vec{\rho} \rightarrow \vec{\rho}_n} &\Rightarrow e^{ikz_n} + (\dots + \dots \text{нерасходящиеся слагаемые} \dots + \dots) + \\
&+ F_n^{\parallel} i \frac{2}{\pi} \ln \frac{k|\vec{\rho} - \vec{\rho}_n|}{2} e^{ikz_n} = \\
&= e^{ikz_n} \varphi_n^{\parallel} \left\{ 1 + \frac{F_n^{\parallel}}{\varphi_n^{\parallel}} i \frac{2}{\pi} \ln \frac{k|\vec{\rho} - \vec{\rho}_n|}{2} \right\}, \tag{2.58}
\end{aligned}$$

где  $\varphi_n^{\parallel}$  - функция, не имеющая особых точек (сингулярностей) вблизи точки  $\rho_n$ .

Чтобы найти соотношение  $\frac{F_n^{\parallel}}{\varphi_n^{\parallel}}$ , воспользуемся волновой функцией (2.27) для волны, рассеянной на отдельной нити в отсутствие других нитей, в виде:

$$\Psi_1(\rho) = e^{ikz} + a_0^{\parallel} H_0^{(1)}(k|\vec{\rho} - \vec{\rho}_n|) e^{ikz_n}. \tag{2.59}$$

При  $\rho \rightarrow \rho_n$ , волновую функцию  $\Psi_1(\rho)$  можно записать в виде:

$$\Psi_1(\rho) = e^{ikz_n} + a_0^{\parallel} \left\{ 1 + i \frac{2}{\pi} C + i \frac{2}{\pi} \ln \frac{k|\vec{\rho} - \vec{\rho}_n|}{2} \right\} e^{ikz_n}. \tag{2.60}$$

Введение слагаемого  $\varphi_0^{\parallel} = 1 + a_0^{\parallel} (1 + i \frac{2}{\pi} C)$ , которое включает в себе нерасходящиеся члены уравнения, позволяет переписать это выражение следующим образом:

$$\Psi_1(\rho) = e^{ikz_n} \varphi_0^{\parallel} \left\{ 1 + \frac{a_0^{\parallel}}{1 + a_0^{\parallel} (1 + i \frac{2}{\pi} C)} i \frac{2}{\pi} \ln \frac{k|\vec{\rho} - \vec{\rho}_n|}{2} \right\} e^{ikz_n}. \tag{2.61}$$

В соответствии с анализом в [123], коэффициент  $\frac{F_n^{\parallel}}{\varphi_n^{\parallel}}$  при расходящемся слагаемом в выражении (2.58), описывающем рассеяние волны в кристалле, совпадает с аналогичным коэффициентом в выражении (2.61), описывающем рассеяние волны на отдельной нити. Таким образом,

$$\frac{F_n^{\parallel}}{\varphi_n^{\parallel}} = \frac{a_0^{\parallel}}{1 + a_0^{\parallel} (1 + i \frac{2}{\pi} C)}. \tag{2.62}$$

Напомним, что точное решение уравнений Максвелла для бесконечной периодической среды (естественного или фотонного кристалла) можно выразить как сумму волн Блоха. Волну Блоха можно записать в виде:

$$\Psi(\vec{\rho}) = \xi(\vec{\rho}) e^{i\vec{k}'\vec{\rho}}, \quad \vec{\rho} = (y, z), \tag{2.63}$$

где  $\xi(\vec{\rho})$  - периодическая в кристалле функция,  $\vec{k}'(k)$  - искомый волновой вектор волны в веществе, являющийся функцией от  $k$ . Функцию  $\Psi(\vec{\rho})$ , являющуюся решением уравнения, можно получить из (2.55) с помощью оператора  $(\Delta + k^2)$ :

$$(\Delta + k^2)\Psi(\vec{\rho}) = 4iF \sum_m e^{i\vec{k}'\vec{\rho}} \delta(\vec{\rho} - \vec{\rho}_m), \quad (2.64)$$

где  $F$  - амплитуда, не зависящая от положения нити в бесконечном кристалле вследствие периодичности решения для такого кристалла.

Подставляя (2.63) в (2.64), можно получить следующее уравнение для  $\xi(\vec{\rho})$ :

$$\Delta\xi(\vec{\rho}) + 2i\vec{k}'\vec{\nabla}\xi(\vec{\rho}) - (k'^2 - k^2)\xi(\vec{\rho}) = 4iF \sum_m e^{i\vec{k}'\vec{\rho}} \delta(\vec{\rho} - \vec{\rho}_m). \quad (2.65)$$

Поскольку величина  $\xi(\vec{\rho})$  периодична, то ее можно разложить в ряд Фурье (т.е., представить в виде суммы) по векторам обратной решетки  $\vec{\tau}$

$$\xi(\vec{\rho}) = \sum_{\tau} c_{\tau} e^{i\vec{\tau}\vec{\rho}}. \quad (2.66)$$

С помощью (2.63)-(2.66), можно получить для  $\Psi(\vec{\rho})$ :

$$\Psi(\vec{\rho}) = -\frac{4iF_{\parallel}}{\Omega_2} \sum_{\tau} \frac{e^{i(\vec{k}'+\vec{\tau})\vec{\rho}}}{(\vec{k}'+\vec{\tau})^2 - k^2}, \quad (2.67)$$

где  $\Omega_2$  - объем элементарной ячейки кристалла (в рассматриваемом случае  $\Omega_2 = d_y d_z$ ). Вспоминая, что в пределе  $\rho \rightarrow 0$

$$\Psi - F_{\parallel} i \frac{2}{\pi} \ln \frac{k\rho}{2} = \varphi_{\parallel} \quad (2.68)$$

(см. (2.58)) и подставляя выражение (2.67) в (2.68), получаем для  $\rho \rightarrow 0$ :

$$-\frac{4iF_{\parallel}}{\Omega_2} \sum_{\tau} \frac{e^{i(\vec{k}'+\vec{\tau})\vec{\rho}}}{(\vec{k}'+\vec{\tau})^2 - k^2} - F_{\parallel} i \frac{2}{\pi} \ln \frac{k\rho}{2} = \varphi_{\parallel}. \quad (2.69)$$

Из (2.69) при  $\rho \rightarrow 0$  вытекает

$$\frac{4i}{\Omega_2} \sum_{\tau} \frac{e^{i(\vec{k}'+\vec{\tau})\vec{\rho}}}{(\vec{k}'+\vec{\tau})^2 - k^2} + i \frac{2}{\pi} \ln \frac{k\rho}{2} = -\frac{\varphi_{\parallel}}{F_{\parallel}} = -\frac{\varphi_n^{\parallel}}{F_n^{\parallel}} = -\frac{1 + a_0^{\parallel}(1 + i\frac{2}{\pi}C)}{a_0^{\parallel}}. \quad (2.70)$$

Уравнение (2.70) позволяет найти спектр волны, распространяющейся в кристалле.

Рассмотрим более подробно сумму по  $\tau$  в уравнении (2.70). В рассматриваемой сумме имеются слагаемые, знаменатель которых стремится к нулю:

$$((\vec{k}' + \vec{\tau})^2 - \vec{k}^2) \rightarrow 0.$$

При  $\tau \neq 0$  это условие совпадает с условием Брэгга для дифракции волн  $|\vec{k}| \approx |\vec{k}' + \vec{\tau}|$  [21, 23]. Если это условие выполняется для нескольких векторов обратной решетки  $\vec{\tau}$ , то в кристалле могут распространяться несколько дифрагированных волн со сравнимыми амплитудами.

Рассмотрим более подробно случай отсутствия векторов обратной решетки  $\vec{\tau}$ , для которых выполняется условие дифракции Брэгга. Это значит, что в сумме по  $\tau$  в уравнении (2.70), только слагаемое с  $\tau = 0$  имеет особенность при  $(\vec{k}'^2 - \vec{k}^2) \rightarrow 0$ .

Уравнение (2.70) представимо в виде:

$$\begin{aligned} & \frac{4i}{\Omega_2} \frac{1}{k'^2 - k^2} + i \left\{ \frac{4}{\Omega_2} \sum_{\tau \neq 0} \frac{e^{i(\vec{k}' + \vec{\tau})\vec{\rho}}}{(\vec{k}' + \vec{\tau})^2 - k^2} + \frac{2}{\pi} \ln \frac{k\rho}{2} \right\} = \\ & = -\frac{1 + a_0^{\parallel}(1 + i\frac{2}{\pi}C)}{a_0^{\parallel}} = -\frac{1}{D}. \end{aligned} \quad (2.71)$$

Умножая (2.71) на  $D(k'^2 - k^2)$  имеем:

$$\frac{4i}{\Omega_2} D + iD(k'^2 - k^2) \left\{ \frac{4}{\Omega_2} \sum_{\tau \neq 0} \frac{e^{i(\vec{k}' + \vec{\tau})\vec{\rho}}}{(\vec{k}' + \vec{\tau})^2 - k^2} + \frac{2}{\pi} \ln \frac{k\rho}{2} \right\} = -(k'^2 - k^2), \quad (2.72)$$

то есть

$$(k'^2 - k^2) + iD(k'^2 - k^2) \left\{ \frac{4}{\Omega_2} \sum_{\tau \neq 0} \frac{e^{i(\vec{k}' + \vec{\tau})\vec{\rho}}}{(\vec{k}' + \vec{\tau})^2 - k^2} + \frac{2}{\pi} \ln \frac{k\rho}{2} \right\} = -\frac{4i}{\Omega_2} D.$$

В результате легко получить

$$k'^2 - k^2 = -\frac{4i}{\Omega_2} \frac{D}{1 + iD \left\{ \frac{4}{\Omega_2} \sum_{\tau \neq 0} \frac{e^{i(\vec{k}' + \vec{\tau})\vec{\rho}}}{(\vec{k}' + \vec{\tau})^2 - k^2} + \frac{2}{\pi} \ln \frac{k\rho}{2} \right\}},$$

а определение  $D$  в (2.71) позволяет записать  $k'^2$  в виде:

$$k'^2 = k^2 - \frac{4i}{\Omega_2} \frac{a_0^{\parallel}}{1 + a_0^{\parallel}(1 + i\frac{2}{\pi}C)} \frac{1}{1 + i\frac{a_0^{\parallel}}{1 + a_0^{\parallel}(1 + i\frac{2}{\pi}C)} \left\{ \frac{4}{\Omega_2} \sum_{\tau \neq 0} \frac{e^{i(\vec{k}' + \vec{\tau})\vec{\rho}}}{(\vec{k}' + \vec{\tau})^2 - k^2} + \frac{2}{\pi} \ln \frac{k\rho}{2} \right\}}.$$

Выражение в фигурных скобках при  $\rho \rightarrow 0$  является некоторой конечной функцией  $\Phi(k)$ , т.е.

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \left\{ \frac{4}{\Omega_2} \sum_{\tau \neq 0} \frac{e^{i(\vec{k}' + \vec{\tau})\vec{\rho}}}{(\vec{k}' + \vec{\tau})^2 - k^2} + \frac{2}{\pi} \ln \frac{k\rho}{2} \right\} = \Phi(k).$$

Тогда при  $\left| \frac{a_0^{\parallel}}{1 + a_0^{\parallel}(1 + i\frac{2}{\pi}C)} \right| \ll 1$  окончательно получаем:

$$k'^2 = k^2 + \frac{4\pi}{\Omega_2} \frac{A_0^{\parallel}}{1 + i\pi A_0^{\parallel} - 2CA_0^{\parallel}} = k^2 + \frac{4\pi}{\Omega_2} \frac{A_0^{\parallel}}{1 + a_0^{\parallel}(1 + i\frac{2}{\pi}C)}. \quad (2.73)$$

Таким образом, показатель преломления имеет вид:

$$n_{\parallel}^2 = \frac{k'^2}{k^2} = 1 + \frac{4\pi}{\Omega_2 k^2} \frac{A_0^{\parallel}}{1 + i\pi A_0^{\parallel} - 2CA_0^{\parallel}} = 1 + \frac{\eta_{\parallel}}{k^2}, \quad (2.74)$$

где

$$\eta_{\parallel} = \frac{4\pi}{\Omega_2} \frac{A_0^{\parallel}}{1 + i\pi A_0^{\parallel} - 2CA_0^{\parallel}},$$

где  $A_0^{\parallel} = -\frac{ia_0^{\parallel}}{\pi}$ , в общем случае  $a_0^{\parallel}$  определяется выражением (2.23).

Из (2.74) видно, что при учете перерассеяния волн показатель преломления в фотонном кристалле определяется дробью

$$\frac{A_0^{\parallel}}{1 + i\pi A_0^{\parallel} - 2CA_0^{\parallel}}, \quad (2.75)$$

а не амплитудой рассеяния  $A_0^{\parallel}$ .

Отметим, что в случае  $kR \ll 1$  слагаемое  $(2CA_0^{\parallel})$  мало по сравнению с единицей и может быть отброшено.

Согласно анализу проведенному ниже (см. (2.99), а также Рис.2.5), благодаря наличию в выражении для показателя преломления (2.74) дроби (2.75) показатель преломления фотонного кристалла, образованного

металлическими нитями, при длине волны сравнимой с диаметром нити резко возрастает в отличие от показателя преломления среды, образованной случайно распределенными нитями.

В случае идеально проводящих нитей амплитуду  $A_0^{\parallel}$  можно получить используя выражения (2.23). Таким образом, для поляризации, параллельной оси нити,  $\eta_{\parallel}$  можно выразить следующим образом:

$$\eta_{\parallel} = \frac{4\pi}{\Omega_2} \frac{J_0(kR)}{\pi N_0(kR) - 2C J_0(kR)}. \quad (2.76)$$

Отметим, что приведенное выражение является чисто действительным.

С помощью выражения (2.76) показатель преломления для фотонного кристалла можно записать в виде (см. также Рис.2.2):

$$n_{\parallel}^2 = 1 + \frac{4\pi}{\Omega_2 k^2} \frac{J_0(kR)}{\pi N_0(kR) - 2C J_0(kR)}. \quad (2.77)$$

Таким образом, учет перерасеяния волн на совокупности периодически расположенных идеально проводящих нитей приводит к тому, что квадрат показателя преломления  $n^2$  становится чисто действительной величиной, т.е. имеет нулевую мнимую часть. В этом состоит отличие показателя преломления, полученного с учетом перерасеяния, от рассмотренного выше упрощенного случая рассеяния на периодически расположенных нитях, в котором перерасеяние не учитывалось (см. (2.29)).

Если нить имеет конечную проводимость, имеется поглощение излучения в нити, то для определения величины  $A_0 = -\frac{ia_0}{\pi}$  следует использовать общее уравнение (2.23). В этом случае мнимая часть показателя преломления  $n^2$  в фотонном кристалле отлична от нуля.

Напомним, что диэлектрическая проницаемость сплошного металла  $\varepsilon$  выражается формулой  $\varepsilon = 1 + \frac{4\pi i\sigma}{\omega}$ , следовательно, для сплошного металла величина  $\varepsilon - 1 = \frac{4\pi i\sigma}{\omega}$  является чисто мнимой. Эффективная диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon = n^2$  сетки из металлических нитей заметно отличается от диэлектрической проницаемости сплошного металла. Действительно, реальная часть величины  $\varepsilon - 1 = n^2 - 1$  сеточного фотонного кристалла отлична от нуля, а ее мнимая часть оказывается заметно подавленной. Более того, в случае идеально проводящих нитей  $n^2 - 1$  является чисто действительной величиной.

Согласно расчетам, величина  $n_{\parallel}^2 < 1$  (см. Рис.2.2). Это означает, что  $\eta_{\parallel}$  в (2.76) - отрицательная величина ( $\eta_{\parallel} < 0$ ). Поэтому  $n_{\parallel}^2$  можно переписать в

виде

$$n_{\parallel}^2 = 1 - \frac{|\eta_{\parallel}|}{k^2}. \quad (2.78)$$

На рис. 2.2 видно, что увеличение длины волны излучения приводит к уменьшению величины  $n_{\parallel}^2$ , которая может стать отрицательной.

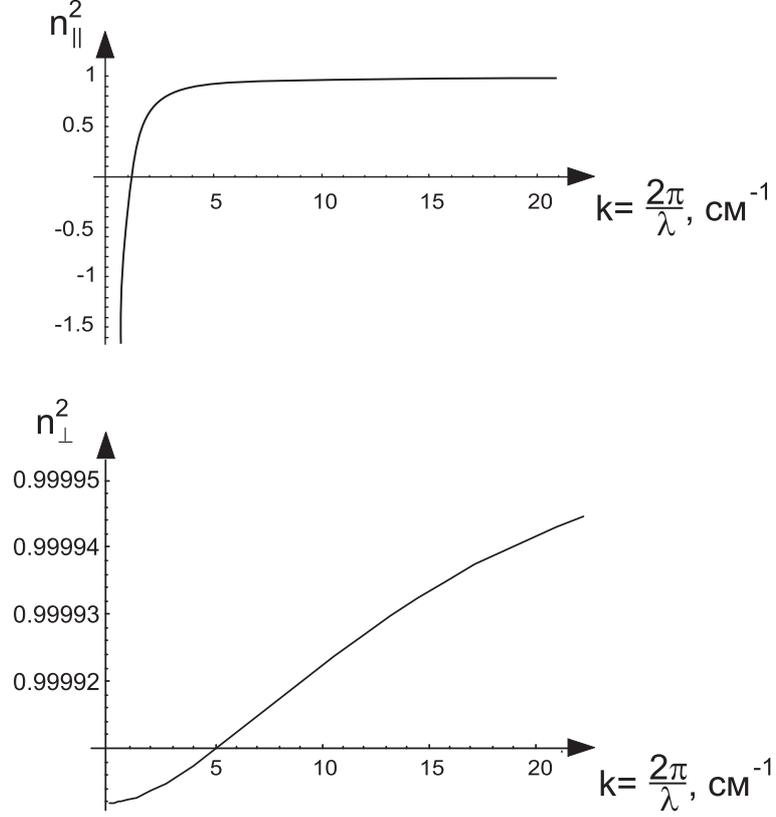


Рисунок 2.2. – Зависимость  $n_{\parallel}^2(k)$  при  $R = 50$  мкм и  $\Omega_2 = d_y d_z = 0.8$  см<sup>2</sup>

При  $n_{\parallel}^2 < 0$  волна в фотонном кристалле не может распространяться и затухает на некоторой глубине, что соответствует случаю полного отражения волны от границы вещества. Действительно, рассмотрим волну  $\sim e^{iknz}$ , которая распространяется в фотонном кристалле вдоль оси  $z$ . Воспользовавшись уравнением (2.74), получим  $ikn_{\parallel}z = ik\sqrt{1 - \frac{|\eta_{\parallel}|}{k^2}} = i\sqrt{k^2 - |\eta_{\parallel}|}$ . Если предположить, что  $k^2 \ll |\eta_{\parallel}|$ , то можно записать  $\sim e^{iknz} \approx e^{-\sqrt{|\eta_{\parallel}|}z}$ ; здесь под  $z_* = \frac{1}{\sqrt{|\eta_{\parallel}|}}$  понимается глубина проникновения волны внутрь фотонного кристалла.

Рассмотрим теперь показатель преломления  $n_{\perp}$  волны, с поляризацией ортогональной оси нити ( $\vec{E}_0 \perp 0x$ ). Как было показано в [3–А] при  $\lambda \gg R$  для хорошо проводящих нитей выполняется неравенство  $|n_{\perp}^2 - 1| \ll |n_{\parallel}^2 - 1|$ . Явное выражение для показателя преломления  $n_{\perp}$  было получено в [122] (см. ниже формулы (2.85) и (2.90)).

Как следствие для фотонного кристалла толщиной  $L$ , которая

удовлетворяет условию  $\frac{1}{k|n_{\parallel}-1|} \leq L < \frac{1}{k|n_{\perp}-1|}$ , эффектом преломления волны с поляризацией  $\vec{E}_0 \perp 0x$  можно пренебречь, в то же время, для волны с поляризацией  $\vec{E}_0 \parallel 0x$  его следует учитывать.

Предположим теперь, что условия дифракции Брэгга выполняются либо для одного, либо для нескольких векторов обратной решетки  $\vec{\tau}$ , что соответствует случаю многоволновой дифракции. Это значит, что либо для одного, либо для нескольких векторов обратной решетки величина  $\frac{(\vec{k}' + \vec{\tau})^2 - k^2}{k^2} \ll 1$ .

Сохранив в уравнении (2.70) все члены, для которых выполняются условия дифракции, можно получить уравнение для определения спектра волн в этом случае:

$$\frac{1}{\vec{k}'^2 - k^2} + \frac{1}{(\vec{k}' + \vec{\tau}_1)^2 - k^2} + \dots + \frac{1}{(\vec{k}' + \vec{\tau}_N)^2 - k^2} = i \frac{\Omega_2}{4} \frac{1 + a_0(1 + i \frac{2}{\pi} C)}{a_0}, \quad (2.79)$$

где  $N$  - число добавочных волн, участвующих в процессе многоволновой дифракции.

Решение подобного уравнения в рентгеновском диапазоне подробно изучено как для двухволнового случая [21–23, 120], так и для случая нескольких связанных волн. Согласно [21–23, 120] в этом случае в периодической структуре распространяются несколько связанных волн, каждая из которых имеет свой показатель преломления, причем у некоторых из них показатель преломления будет иметь реальную часть больше 1 (медленные волны).

Полученные нами выше результаты (см. также [3–А]) позволили нам ввести эффективную диэлектрическую проницаемость кристалла для волны с  $\vec{E}_0 \parallel 0x$  следующего вида:

$$\varepsilon^{\parallel}(\vec{r}) = \sum_{\vec{\tau}} \varepsilon_{\tau}^{\parallel} e^{i\vec{\tau}\vec{r}}, \quad (2.80)$$

где  $\vec{\tau}$  вектор обратной решетки двумерно периодического фотонного кристалла,  $\vec{\tau} = (0, \tau_y, \tau_z)$ , коэффициенты  $\varepsilon_{\tau}^{\parallel}$  разложения в ряд Фурье периодической в кристалле величины  $\varepsilon^{\parallel}(\vec{r})$  выражаются через эффективные поляризуемости  $g_{\tau}$ , аналогичные поляризуемостям кристалла  $\chi_{\tau}$  (см. (2.12)):

$$\varepsilon_0^{\parallel} = n_{\parallel}^2 = 1 + g_0^{\parallel}, \quad \varepsilon_{\tau}^{\parallel} = \varepsilon_{-\tau}^{\parallel} = g_{\tau}^{\parallel}, \quad (2.81)$$

причем, согласно (2.74)

$$n_{\parallel}^2 = 1 + \frac{\eta_{\parallel}}{k^2} = \varepsilon_0^{\parallel}.$$

Как следствие

$$g_0^{\parallel} = \frac{\eta_{\parallel}}{k^2} = \frac{c^2 \eta_{\parallel}}{\omega^2}. \quad (2.82)$$

В рассматриваемом нами случае изотропного рассеяния  $g_0^{\parallel} = g_{\tau}^{\parallel}$ .

Заметим, что в соответствии с проведенным выше анализом (см. также [3–А]) в случае металлических нитей, обладающих высокой проводимостью, величина  $\eta_{\parallel} < 0$ .

Как следствие, величины  $g_{\tau}^{\parallel}$  в этом случае подобны величинам  $\varepsilon_{\tau}$ , характеризующим дифракцию жестких рентгеновских лучей (напомним, что в рентгеновской области для частот много больших характерных атомных частот  $\varepsilon_0 = n^2 = 1 - \frac{\omega_L^2}{\omega^2} < 1$ , где  $\omega_L$  - плазменная частота вещества [14],  $\varepsilon_{\tau} < 0$ ).

Полученные результаты позволяют применить для описания дифракции волн в фотонном кристалле хорошо разработанную теорию динамической дифракции рентгеновских лучей и использовать ее для описания процесса излучения фотонов частицами в фотонном кристалле.

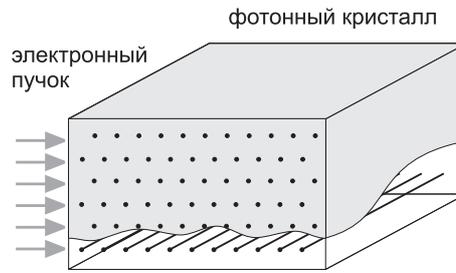
Отметим, что уравнения, описывающие дифракцию в фотонном кристалле для случая анизотропного рассеяния волн с поляризацией параллельной нити  $\vec{E} \parallel 0x$  и поляризацией ортогональной нити  $\vec{E} \perp 0x$  получены в [122].

## 2.4 Квазичеренковское излучение релятивистских частиц в фотонном кристалле, образованном периодически расположенными нитями

Выражения для эффективных поляризуемостей  $g_{\tau}$ , полученные в предыдущем разделе, позволяют, с помощью общих выражений (2.15), (2.18) для полей, проанализировать процессы излучения, возникающие при прохождении частицы через фотонный кристалл, образованный периодически расположенными нитями [10–А].

Пусть релятивистская заряженная частица, обладающая зарядом  $eQ$  ( $|e|$  - величина заряда электрона,  $Q$  - целое число) пролетает через фотонный кристалл (см. рисунок 2.3).

В соответствии с анализом [3–А], в случае идеально проводящих металлических нитей для волны с поляризацией  $\vec{E}$  параллельной нитям показатель преломления  $n_{\parallel} < 1$ . Это означает, что эффект Вавилова-Черенкова для равномерно движущейся в таком кристалле частицы невозможен и частица не будет излучать фотоны, обладающие такой



**Рисунок 2.3. – Фотонный кристалл, образованный металлическими нитями**

поляризацией. Однако, если учесть, что в кристалле фотоны могут испытывать дифракцию, то ситуация радикально меняется. Дифракция виртуальных фотонов в кристалле может быть описана набором показателей преломления  $n_\mu(\omega, k)$ , некоторые из которых могут оказаться большими единицы, даже если в отсутствие дифракции показатель преломления  $n$  был меньше единицы. В частности, когда в результате брэгговской дифракции в кристалле наряду с волной, обладающей волновым вектором  $\vec{k}$ , появляется волна с волновым вектором  $\vec{k} + \vec{\tau}$  (двухволновой случай дифракции Лауэ-Брэгга), весь процесс взаимодействия электромагнитной волны с кристаллом характеризуется двумя показателями преломления  $n_1(\omega, k) > 1$  и  $n_2(\omega, k) < 1$ . Как следствие в фотонном кристалле для каждой поляризации будет распространяться два типа волн: быстрые ( $n_2 < 1$ ) и медленные ( $n_1 > 1$ ), причем для медленной волны (и только для нее) выполняются условия Вавилова-Черенкова.

Быстрая волна излучается на границе вакуум-кристалл подобно обычному переходному излучению.

Согласно (2.8), (2.9), чтобы найти спектрально-угловое распределение фотонов, образующихся при пролете частицы через кристалл, необходимо найти решение, определяющее дифракцию плоской волны в фотонном кристалле. Это решение для волны с поляризацией параллельной оси нити ( $\vec{E} \parallel 0x$ ) для случая  $kR \ll 1$ , при котором рассеяние волны на нити является изотропным, получается с помощью общих выражений для полей (2.15)-(2.20) при подстановке в них найденных выше эффективных поляризуемостей  $g_\tau$  (см. также [3-A]).

Найдем спектрально-угловое распределение квазичеренковского излучения для случая, когда в кристалле вследствие дифракции возникает две связанных друг с другом волны (двухволновая дифракция).

Волны, распространяющиеся в кристалле, можно описать следующей системой уравнений (интересно сравнить ее с системой (2.11), справедливой для описания дифракции рентгеновского излучения):

$$\begin{aligned} \left( \frac{k^2 c^2}{\omega^2} - 1 - g_0^{s*} \right) \Phi_\mu^s - g_{-\tau}^{s*} \Phi_{\mu\tau}^s &= 0, \\ \left( \frac{k_\tau^2 c^2}{\omega^2} - 1 - g_0^{s*} \right) \Phi_{\mu\tau}^s - g_\tau^{s*} \Phi_\mu^s &= 0, \end{aligned} \quad (2.83)$$

где  $\vec{k}_\tau = \vec{k} + \vec{\tau}$ ,  $\vec{\tau}$  - вектор обратной решетки,  $s = 1, 2$  (1 соответствует поляризации  $\vec{E}$  параллельной нитям, а 2 - ортогональной),

$$g_0^{(1)} \equiv g_0^\parallel = \frac{4\pi c^2}{\omega^2 \Omega_2} \frac{A_0^\parallel}{1 + i\pi A_0^\parallel}, \quad g_\tau^{(1)} \equiv g_\tau^\parallel = g_0^\parallel, \quad (2.84)$$

$$g_0^{(2)} \equiv g_0^\perp = \frac{4\pi c^2}{\omega^2 \Omega_2} \left[ \frac{A_0^\perp}{1 + i\pi A_0^\perp} + \frac{A_1^\perp}{1 + i\frac{\pi}{2} A_1^\perp} \right], \quad (2.85)$$

$$g_\tau^{(2)} \equiv g_\tau^\perp = \frac{4\pi c^2}{\omega^2 \Omega_2} \left[ \frac{A_0^\perp}{1 + i\pi A_0^\perp} + \frac{A_1^\perp}{1 + i\frac{\pi}{2} A_1^\perp} \cos(\vec{k}, \vec{k} + \vec{\tau}) \right]. \quad (2.86)$$

Вследствие общности процесса дифракции волн в периодической среде уравнения (2.83) подобны уравнениям теории динамической дифракции рентгеновских лучей и нейтронов в кристаллах. Хотя, конечно, коэффициенты типа  $g_\tau$ , входящие в систему уравнений (2.83), для случая рентгеновских лучей и нейтронов - другие.

В частности, для нити с  $|\varepsilon - 1|, |\mu - 1| \gg 1$ , угловая зависимость коэффициента  $g_\tau^{(2)} = g_\tau^\perp$ , описывающего рассеяние волны с вектором поляризации электрического поля, лежащем в плоскости дифракции ( $\vec{k}, \vec{k} + \vec{\tau}$ ), определяется двумя слагаемыми, причем, слагаемое  $\sim A_0^\perp$  не зависит от угла рассеяния, а слагаемое  $\sim A_1^\perp$  - зависит. В случае же рентгеновского излучения угловая зависимость величины, аналогичной  $g_\tau^\perp$  определяется только одним членом, пропорциональным  $\cos(\vec{k}, \vec{k} + \tau)$ .

Для нитей с диэлектрической (магнитной) проницаемостью  $|\varepsilon - 1|, |\mu - 1| \ll 1$  в выражении для  $g_\tau^\perp$  можно пренебречь слагаемыми, пропорциональными  $A_0^\perp$  (коэффициент  $A_0^\perp \ll A_1^\perp$  [122]), и угловая зависимость  $g_\tau^\perp$  для нити окажется подобной угловой зависимости, аналогичной величине  $g_\tau^\perp$  для рентгеновского излучения.

Заметим здесь, что в случае, когда фотонный кристалл создан в однородной изотропной среде (например, проволоочки погружены в вещество с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_{av} = 1 + \chi_{av}$ ) в выражения (2.84) и (2.85) следует добавить величину  $\chi_{av}$ .

Требование существования решения линейной системы (2.83) приводит к дисперсионному уравнению, определяющее векторы  $\vec{k}$ , которые могут существовать в кристалле. Эти векторы удобно записать в следующем виде (см. 2.1):

$$\vec{k}_{\mu s} = \vec{k} + \chi_{\mu s}^* \vec{N}, \quad \chi_{\mu s}^* = \frac{\omega}{c\gamma_0} \varepsilon_{\mu s}^*,$$

где  $\mu = 1, 2$ ;  $\vec{N}$  - направленный внутрь кристалла единичный вектор нормальный к поверхности кристалла, через которую влетает частица,

$$\varepsilon_{\mu s} = \frac{1}{4} [(1 + \beta_1)g_0^s - \beta_1\alpha_B] \pm \frac{1}{4} \left\{ [(1 - \beta_1)g_0^s + \beta_1\alpha_B]^2 + 4\beta_1 g_\tau^s g_{-\tau}^s \right\}^{-1/2}, \quad (2.87)$$

$\alpha_B = (2\vec{k}\vec{\tau} + \tau^2)k^{-2}$  - отстройка от условия Брэгга (при строгом выполнении условия Брэгга  $\alpha_B = 0$ ),

$$\gamma_0 = \vec{n} \cdot \vec{N}, \quad \vec{n} = \frac{\vec{k}}{k}, \quad \beta_1 = \frac{\gamma_0}{\gamma_1}, \quad \gamma_1 = \vec{n}_\tau \cdot \vec{N}, \quad \vec{n}_\tau = \frac{\vec{k} + \vec{\tau}}{|\vec{k} + \vec{\tau}|}.$$

Общее решение (2.8), (2.9) внутри кристалла

$$\vec{E}_k^{(-)s}(\vec{r}) = \sum_{\mu=1}^2 \left[ \vec{e}^s \Phi_{k_\mu}^s e^{i\vec{k}_{\mu s} \vec{r}} + \vec{e}_\tau^s \Phi_{k_{\mu\tau}}^s e^{i\vec{k}_{\mu s\tau} \vec{r}} \right]. \quad (2.88)$$

Единичные векторы  $\vec{e}^1 = \vec{e}_\tau^1$  лежат в плоскости, образованной осью нити (ось  $0x$ ) и осью  $0z$ , ортогональной нити, угол между  $\vec{e}_\tau^1$  и осью  $0x$  полагаем малым. С ростом угла между  $\vec{e}^1$  и осью  $0x$  вид решений усложняется и этот случай здесь рассматриваться не будет. Векторы  $\vec{e}^2$  и  $\vec{e}_\tau^2$  ортогональны оси нити и лежат в плоскости, образованной векторами  $\vec{k}$  и  $\vec{k} + \vec{\tau}$ , при этом  $\vec{e}_\tau^2 \perp \vec{k} + \vec{\tau}$ .

Сшивая решение (2.88) с решениями уравнений Максвелла в вакууме можно найти явный вид поля  $\vec{E}_k^{(-)s}(\vec{r})$  во всем пространстве.

Итак, в случае двухволновой динамической дифракции фотонный кристалл для каждой поляризации характеризуется двумя эффективными показателями преломления:

$$n_{\mu s} = 1 + \varepsilon_{\mu s}, \quad \mu = 1, 2. \quad (2.89)$$

Напомним, что рассматривается случай, когда  $|\varepsilon_{\mu s}| \ll 1$ .

Если параметр  $\alpha_B$  растет, становясь много больше  $g_\tau$ , то амплитуда дифрагированной волны быстро убывает, и остается первичная волна,

обладающая показателем преломления

$$n_s = 1 + \frac{1}{2}g_0^s. \quad (2.90)$$

При исследовании процесса квазичеренковского излучения в условиях дифракции в кристалле так же как и для дифракции рентгеновских фотонов следует различать два случая: геометрию Лауэ и геометрию Брэгга.

**(а)** Рассмотрим квазичеренковское излучение в фотонном кристалле в геометрии Лауэ. В геометрии Лауэ падающая (прошедшая) и дифрагированная волны выходят из кристалла через одну и ту же поверхность:  $k_z > 0, k_z + \tau_z > 0$ , где ось  $z$  параллельна нормали  $N$  к поверхности кристалла и направлена внутрь кристалла (рисунок 2.4а).

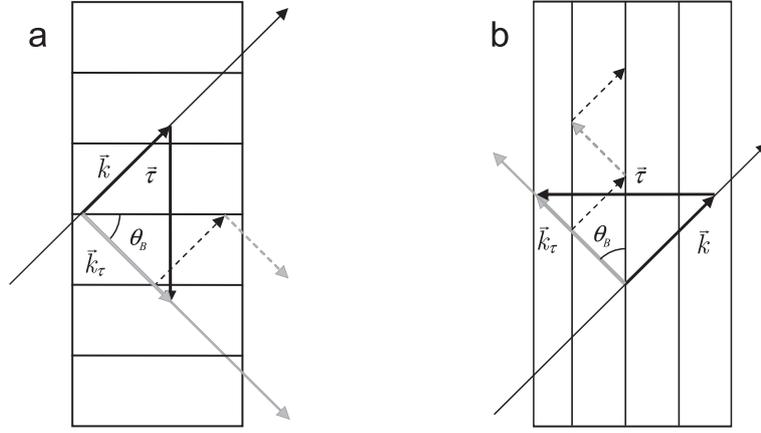


Рисунок 2.4. – (а) геометрия Лауэ; (б) геометрия Брэгга

Дифференциальное число квантов квазичеренковского излучения с поляризацией  $\vec{e}^s$ , испускаемых в геометрии Лауэ вперед под малыми углами к скорости движения частицы можно определить с помощью общей формулы (2.8) и явных выражений, полученных в предыдущем разделе. Имеем:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 N_{\vec{n}\omega}^s}{d\omega d\Omega} &= \frac{e^2 Q^2 \omega}{4\pi^2 \hbar c^3} (\vec{e}^s \vec{v})^2 \left| \sum_{\mu=1,2} \xi_{\mu s}^0 e^{i \frac{\omega}{c\gamma_0} \varepsilon_{\mu s} L} \left[ \frac{1}{\omega - \vec{k} \vec{v}} - \frac{1}{\omega - \vec{k}_{\mu s}^* \vec{v}} \right] \right. \\ &\times \left. \left[ e^{i(\omega - \vec{k}_{\mu s}^* \vec{v})T} - 1 \right] \right|^2, \end{aligned} \quad (2.91)$$

где  $T = L/c\gamma_0$  - время пролета частицы,  $\vec{e}^1 \parallel [\vec{k}\vec{\tau}^1]$  и  $\vec{e}^2 \parallel [\vec{k}\vec{e}^1]$ .

Легко видеть, что формула (2.91) очень похожа на выражение, описывающее спектрально-угловое распределение черенковского и переходного излучения в среде с показателем преломления

$$n_{\mu s} = k_{z\mu s}/k_z = 1 + \varkappa_{\mu s}/k_z = 1 + \varepsilon_{\mu s}.$$

Спектрально-угловое распределение фотонов в направлении дифракции  $\vec{k}_\tau = \vec{k} + \vec{\tau}$  может быть получено из (2.91) при помощи подстановки:

$$\begin{aligned} \vec{e}^s &\rightarrow \vec{e}_\tau^s, & \xi_{\mu s}^0 &\rightarrow \beta_1 \xi_{\mu s}^\tau, \\ \xi_{1(2)s}^\tau &= \pm \frac{g_\tau^s}{2(\varepsilon_{1s} - \varepsilon_{2s})} \\ \vec{k} &\rightarrow \vec{k}_\tau, & \vec{k}_{\mu s} &\rightarrow \vec{k}_{\tau\mu s} = \vec{k}_{\mu s} + \tau. \end{aligned}$$

(б) Рассмотрим квазичеренковское излучение в фотонном кристалле в геометрии Брэгга. В этом случае дифрагированная волна выходит из кристалла через ту же поверхность, через которую в кристалл входит падающая (рисунок 2.4b).

Спектрально-угловое распределение фотонов, излучаемых в направлении движения частицы может быть получено из (2.91) при помощи замены  $\xi_{\mu s}^0 \rightarrow \gamma_{\mu s}$

$$\gamma_{1(2)s}^0 = \frac{2\varepsilon_{2(1)s} - g_0^s}{(2\varepsilon_{2(1)s} - g_0^s) - (2\varepsilon_{1(2)s} - g_0^s)e^{i\frac{\omega}{c\gamma_0}(\varepsilon_{2(1)s} - \varepsilon_{1(2)s})L}} \quad (2.92)$$

Спектрально-угловое распределение фотонов, излученных в направлении дифракции, может быть получено из (2.91) при помощи замены

$$\vec{e}^s \rightarrow \vec{e}_\tau^s, \quad \vec{k} \rightarrow \vec{k}_\tau, \quad k_{\mu s} \rightarrow \vec{k}_{\mu\tau s}, \quad \xi_{\mu s}^0 e^{i\frac{\omega}{c\gamma_0}\varepsilon_{\mu s}L} \rightarrow \gamma_{\mu s}^\tau,$$

где

$$\gamma_{1(2)s}^\tau = -\frac{\beta_1 g_\tau^s}{(2\varepsilon_{2(1)s} - g_0^s) - (2\varepsilon_{1(2)s} - g_0^s)e^{i\frac{\omega}{c\gamma_0}(\varepsilon_{2(1)s} - \varepsilon_{1(2)s})L}}. \quad (2.93)$$

Полученные выше формулы описывают квазичеренковское излучение в фотонных кристаллах, образованных периодически расположенными нитями, включая переходное и возможное для состояния с поляризацией ортогональной нитям черенковское излучение вдали от области дифракционного отражения [122].

## 2.5 Интенсивность квазичеренковского излучения в фотонном кристалле, образованном металлическими нитями

Перейдем к анализу полученных выражений.

Рассмотрим квазичеренковское излучение в фотонном кристалле с металлическими нитями, обладающими высокой проводимостью в условиях,

когда  $kR = \frac{2\pi R}{\lambda} \ll 1$  ( $\lambda$  - длина волны излучения). В этом случае, как было отмечено выше,  $\varepsilon_{1,2}^\perp \ll \varepsilon_{1,2}^\parallel$ . Так как число квантов, излученных в дифракционный пик пропорционально  $\xi_{\mu s}^\tau \sim g_\tau^s$ , то число квазичеренковских квантов  $N_{ph}^\perp$  с поляризацией ортогональной оси нити много меньше числа квантов  $N_{ph}^\parallel$  квазичеренковского излучения с поляризацией электрического вектора, лежащей в плоскости, образованной осью нити и волновым вектором излученной волны  $\vec{k}$ . Как следствие, электрический вектор излученного фотона лежит в основном в плоскости, образованной осью нити и волнового вектора фотона.

Пусть теперь частица движется вдоль оси  $z$  ортогонально входной поверхности кристалла. Рассмотрим более внимательно угловое распределение квазичеренковского излучения, испущенного под малыми углами относительно скорости частицы  $\vec{v}$  (вперед), либо под малыми углами относительно направления  $(-\vec{v})$  (брэгговское отражение назад). В этом случае, если волновой вектор фотона  $\vec{k}$  лежит в плоскости  $(y, z)$ , интенсивность излучения фотонов с поляризацией  $\vec{e} \parallel 0x$  равна нулю, а существенно менее интенсивное излучение с поляризацией  $\vec{e} \perp 0x$  остается. Если мы будем вращать вектор  $\vec{k}$  вокруг  $\vec{v}$  (оси  $z$ ), то для вектора  $\vec{k}$ , лежащего в плоскости  $(x, z)$ , интенсивность излучения фотонов с поляризацией  $\vec{e}$ , лежащей в плоскости  $(x, z)$  достигает максимума, т.е. интенсивность фотонов не обладает осевой симметрией [10–А]. Отсутствие азимутальной симметрии углового распределения резко отличает квазичеренковское излучение в рассматриваемом фотонном кристалле от случая обычного черенковского излучения и от рентгеновского параметрического излучения вперед, для которых характерна азимутальная симметрия углового распределения относительно скорости частицы.

Оценим теперь число квазичеренковских квантов, излученных частицей после пролета кристалла толщиной  $L$ . Из (2.91) вытекает (более подробно см. [38]), что число излученных квантов после пролета кристалла толщиной  $L$  может быть приблизительно определено согласно простой формуле:

$$N_{ph}^\parallel \approx \frac{\alpha Q^2 \left| g_\tau^\parallel(\omega_B) \right|^2 \frac{\omega_B}{c} L}{\sin^2 \theta_B}. \quad (2.94)$$

т.е. для интересующего нас случая  $N^\parallel$  имеем [10–А]:

$$N_{ph}^\parallel \approx \frac{\alpha Q^2}{\sin^2 \theta_B} \left| \frac{4\pi c^2}{\omega_B^2 \Omega_2} \frac{A_0^\parallel}{1 + i\pi A_0^\parallel} \right|^2 k_B L, \quad (2.95)$$

где  $\alpha$  - постоянная тонкой структуры.

Напомним, что условия дифракции Брэгга могут быть записаны в виде

$$m\lambda_B = 2d\sin\theta_B, \quad (2.96)$$

где  $d$  - период решетки. Таким образом для  $\omega_B$  и  $k_B$  легко получить

$$\omega_B = m\frac{\pi c}{d\sin\theta_B} = \frac{\tau c}{2\sin\theta_B}, \quad k_B = \frac{\tau}{2\sin\theta_B}, \quad (2.97)$$

где  $\tau = \frac{2\pi}{d}m$  - вектор обратной решетки.

Используя выражения для брэгговской частоты можно переписать  $N_{ph}^{\parallel}$  в виде:

$$N_{ph}^{\parallel} \approx \alpha Q^2 \frac{1}{4\sin^2\theta_B} \frac{1}{k_B^4 \Omega_2^2} \left| 4\pi \frac{A_0^{\parallel}}{1+i\pi A_0^{\parallel}} \right|^2 k_B L = \alpha Q^2 \frac{1}{\tau^2 k_B^2 \Omega_2^2} \left| 4\pi \frac{A_0^{\parallel}}{1+i\pi A_0^{\parallel}} \right|^2 k_B L. \quad (2.98)$$

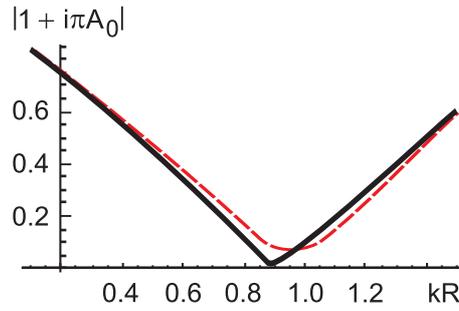
Удобно также представить (2.95) в виде (полагаем, что решетка квадратная с периодом  $d$ ):

$$N_{ph}^{\parallel} \approx \alpha Q^2 \frac{1}{8\pi^3 m^2} M_{\parallel} \left( \frac{\lambda_B}{d} \right)^2 \frac{L}{\lambda_B} \approx 4 \cdot 10^{-5} Q^2 \frac{1}{m^2} M_{\parallel} \left( \frac{\lambda_B}{d} \right)^2 \frac{L}{\lambda_B}, \quad (2.99)$$

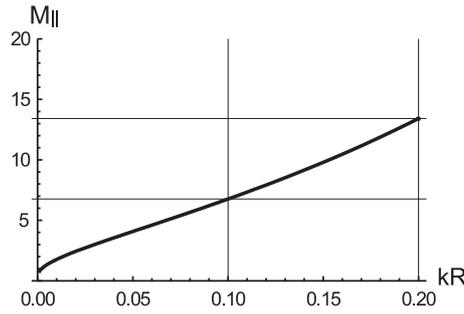
где  $M_{\parallel} = \left| 4\pi \frac{A_0^{\parallel}}{1+i\pi A_0^{\parallel}} \right|^2$ .

Проанализируем количество квантов (2.95) в диапазоне частот от 100 ГГц до 3 ТГц. Напомним, что выражение для коэффициентов  $\frac{A_0^{\parallel}}{1+i\pi A_0^{\parallel}}$ , полученное в работе [3–A], справедливы в случае  $kR \ll 1$  ( $R$  радиус нити). Поэтому все следующие заключения справедливы для случая  $kR \ll 1$ .

Выражение для числа фотонов (2.99) содержит множитель  $M_{\parallel} = \left| 4\pi \frac{A_0^{\parallel}}{1+i\pi A_0^{\parallel}} \right|^2$ , который определяет зависимость числа испущенных фотонов от частоты излучения, а также типа и радиуса нитей. На рисунке 2.5 показано поведение выражения  $|1+i\pi A_0^{\parallel}|$  в знаменателе  $M_{\parallel}$  при приближении параметра  $kR$  к единице: для идеально проводящих нитей при  $kR \approx 0.89$  он стремится к нулю. Таким образом, при  $kR \approx 0.89$  в случае идеально проводящих нитей множитель  $M_{\parallel}$  имеет особенность. Для устранения этой особенности необходимо выйти за рамки приближения  $kR \ll 1$ , что было сделано позднее в работе [122], подтвердившей эффект резкого возрастания интенсивности излучения в этом случае.



**Рисунок 2.5.** – Поведение выражения  $|1 + i\pi A_0^{\parallel}|$  в знаменателе  $M_{\parallel}$  как функция  $kR$ : сплошная кривая – для идеального проводника, штриховая кривая – с учетом поглощения (вольфрам)



**Рисунок 2.6.** – Множитель  $M_{\parallel}$  для идеально проводящих нитей как функция  $kR$

Как видно из Рисунка 2.6, в области  $kR \approx 0.2$ , множитель  $M_{\parallel}$  приблизительно равен 10. В результате, (2.99) позволяет сделать следующую оценку для числа квазичеренковских фотонов с частотой 1 ТГц, испущенных электроном на длине пути 1 см (предполагается, что  $m = 1$  и  $d \sim 0.3$  см)

$$N_{ph}^{\parallel} \approx 10^{-5} M_{\parallel}. \quad (2.100)$$

Следовательно, для  $M_{\parallel} = 10$  при толщине кристалла  $L = 10$  см число квантов

$$N_{ph}^{\parallel} = 10^{-3}. \quad (2.101)$$

Простые оценки позволяют получить также число излученных квантов для электронного сгустка (банча) проходящего сквозь (или движущегося вдоль поверхности фотонного кристалла на расстоянии  $\delta \leq \frac{\lambda}{4\pi} \beta \gamma$ ). В качестве примера оценим число квантов, которые могут быть испущены электронным сгустком с параметрами типичными для экспериментов по лазерному ускорению [125, 126]. Пусть длительность сгустка  $\tau_b = 10^{-12}$  с (т.е. его длина порядка длины волны), а число электронов в нем  $n_e = 10^9$  [125, 126]. Тогда мощность излучения фотонов с поляризацией параллельной оси нити

равна

$$P = \frac{N_{ph}^{\parallel} n_e^2 \hbar \omega}{\tau_b} \approx 2\pi \cdot 10^5 \text{ Вт.}$$

Для сгустков содержащих  $n_e \sim 10^{11}$  электронов мощность достигает гигаваттного уровня. Таким образом, сгустки частиц, получающиеся при ускорении с помощью сверхмощных и суперкоротких лазерных импульсов могут оказаться перспективными для создания мощных источников терагерцового излучения.

Следует отметить, что (2.99) содержит зависимость от некомпенсированного заряда иона  $Q$  в виде  $Q^2$ , поэтому при  $Q \sim 30$  мы можем ожидать, что при тех же условиях, при которых получена оценка (2.101), выход излучения может достигать одного фотона на частицу. Это означает, что фотонный кристалл можно использовать и для регистрации частиц высоких энергий, более того, пучок частиц может не проходить сквозь кристалл: достаточно, чтобы он двигался вдоль поверхности кристалла на расстоянии  $\delta \leq \frac{\lambda}{4\pi} \beta \gamma$ , которое, например, для  $\lambda \sim 1$  мм и частиц с Лоренц-фактором  $\gamma = 100$  составляет  $\delta \sim 8$  мм.

В условиях поверхностной дифракции [40] фотонный кристалл может быть использован для регистрации частиц высоких энергий благодаря испусканию фотонов под большим углом к импульсу частицы. Так, даже для оптического диапазона т.е. для  $\lambda \sim 10^{-4}$  см и  $\gamma = 10^6$  расстояние  $\delta \sim 8$  см.

Описанное выше возрастание числа квантов для  $kR \sim 1$  имеет также место и для случая ортогональной поляризации. Учет конечной проводимости металла нити мало влияет на полученную оценку числа квантов. Согласно [122] для фотонов с ортогональной поляризацией возможен эффект Черенкова. Как следует из вышеизложенного при  $kR \sim 1$ , число квантов черенковского излучения в кристалле (в отличие от случая хаотически расположенных нитей) также возрастает. Аналогичное увеличение числа квантов наблюдается также в случае дифракционного излучения, излучения Смита-Парсела и поверхностного квазичеренковского излучения, при котором частицы движутся вблизи поверхности фотонного кристалла.

## Выводы к Главе 2

Развито теоретическое описание преломления и двумерной динамической дифракции в фотонном кристалле, образованном нитями, в условиях, когда процесс рассеяния фотона на рассеивателях, образующих фотонный кристалл, не может быть описан с помощью теории возмущений. Найден показатель преломления и эффективные поляризуемости такого фотонного

кристалла, определяющие процесс динамической дифракции в нем. Показано, что показатель преломления фотонного кристалла, образованного металлическими нитями, резко возрастает при длине волны сравнимой с диаметром нити в отличие от показателя преломления среды, образованной случайно распределенными нитями.

Получены выражения для спектрально-углового распределения квазичеренковского излучения, образуемого релятивистской частицей, пролетающей через фотонный кристалл, образованный периодически натянутыми нитями. Показано, что для релятивистских частиц, пролетающих через такой фотонный кристалл, интенсивность квазичеренковского излучения испущенного под малым углом к направлению скорости частицы, в отличие от параметрического рентгеновского излучения и обычного черенковского излучения, анизотропна при повороте импульса фотона вокруг направления движения частицы (при повороте кристалла вокруг направления движения частицы при фиксированном направлении регистрации вылетающего фотона). Показано, что интенсивность квазичеренковского и черенковского излучения резко возрастает для длин волн, сопоставимых с диаметром нити.

Для случая фотонного кристалла образованного металлическими нитями интенсивность квазичеренковского излучения электронов (позитронов) проанализирована для разных частотных диапазонов, а также для релятивистских ядер, обладающих различным зарядом.

В частности, в терагерцовом диапазоне мощность излучения, испускаемого электронным сгустком в фотонном кристалле, при длительности сгустка  $\tau_b = 10^{-12}$  с и числе электронов в нем  $n_e \sim 10^{11}$  (это параметры типичные для экспериментов по лазерному ускорению) может достигать гигаваттного уровня. Таким образом, сгустки частиц, получающиеся при ускорении с помощью сверхмощных и суперкоротких лазерных импульсов могут оказаться перспективными для создания мощных источников терагерцового излучения.

Показано также, что для пучков релятивистских ядер, для которых выражение для числа излученных фотонов содержит фактор  $Q^2$ , где  $Q$  – некомпенсированный электронной оболочкой заряд ядра, выход излучения может достигать одного фотона на частицу.

### ГЛАВА 3

## ВРЕМЕННАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ИНТЕНСИВНОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ, ОБРАЗУЕМОГО ЧАСТИЦЕЙ, ПРОЛЕТАЮЩЕЙ ЧЕРЕЗ ЕСТЕСТВЕННЫЙ ИЛИ ФОТОННЫЙ КРИСТАЛЛ

До недавнего времени основное внимание при теоретическом и экспериментальном анализе излучения релятивистских частиц, проходящих через естественный или фотонный кристалл уделялось спектрально-угловым характеристикам излучения.

Однако, наряду с исследованием спектрально-углового распределения излучения, большое значение имеет и изучение закономерностей, характеризующих протекание во времени разнообразных физических процессов. В частности, знание длительности вспышки черенковского излучения чрезвычайно важно для успешной работы черенковских счетчиков, применяемых для регистрации частиц больших энергий. Изучение кинетики быстропротекающих процессов в наносекундной, пикосекундной и даже фемтосекундной областях под действием импульсов рентгеновского излучения - одно из важных направлений исследований, проводимых на современных ускорителях [92–95]. Работа большинства современных ускорителей больших энергий характеризуются тем, что они создают короткие сгустки частиц с длительностью сгустка, изменяющейся от десятков наносекунд до сотен фемтосекунд, например: сгустки длительностью  $\tau \sim 100$  фс используются в рентгеновских лазерах на свободных электронах [96]); характерная длительность сгустка частиц в радиочастотных ускорителях  $\tau \sim 100$  фс  $\div 3$  пс [97]. Поэтому при создании и применении источников спонтанного и индуцированного излучения с использованием сгустков частиц больших энергий, знание закономерностей развития процессов излучения с течением времени является чрезвычайно важным.

В данной главе получены выражения, описывающие эволюцию импульса излучения, образуемого релятивистской частицей, движущейся в естественном или фотонном кристалле [46–А]. Рассмотрены особенности зависимости от времени импульса параметрического рентгеновского излучения в естественном кристалле и квазичеренковского излучения в фотонном кристалле [46–А, 8–А, 9–А].

Рассмотрено дифракционное излучение осциллятора в фотонном кристалле, получены выражения, описывающие спектрально-угловые и

временные характеристики излучения релятивистской частицы, движущейся в ондуляторе, внутри (или вблизи) которого помещен фотонный кристалл. Показано, что интенсивность излучения содержит временные осцилляции, обусловленные интерференцией ондуляторного и параметрического (квазичеренковского) излучения.

### 3.1 Зависимость от времени интенсивности электромагнитного излучения, образуемого релятивистской заряженной частицей, пролетающей через естественные и фотонные кристаллы

Согласно [14] интенсивность излучения  $dI(t)$  в элементе телесного угла  $d\Omega$  определяется как количество энергии, протекающей в единицу времени через элемент  $dS = r^2 d\Omega$  шаровой поверхности радиуса  $r$  много большего размеров источника излучения с центром координат, расположенным внутри источника излучения.

Интенсивность излучения  $dI(t)$  может быть найдена, если известно выражение для электрической (магнитной) компоненты электромагнитной волны  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  ( $\vec{H}(\vec{r}, t)$ ), создаваемой источником излучения [14]:

$$dI(t) = \frac{c}{4\pi} |\vec{E}(\vec{r}, t)|^2 r^2 d\Omega, \quad (3.1)$$

где  $r$  - расстояние до точки наблюдения.

В рассматриваемом нами случае поле  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  возникает вследствие взаимодействия релятивистской частицы с кристаллом.

Поле  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  можно разложить в ряд Фурье

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int \vec{E}(\vec{r}, \omega) e^{-i\omega t} d\omega. \quad (3.2)$$

Согласно [38] на большом расстоянии от кристалла, Фурье-компонента  $\vec{E}(\vec{r}, \omega)$  может быть записана в виде:

$$\vec{E}(\vec{r}, \omega) = \frac{e^{ikr}}{r} \frac{i\omega}{c^2} \sum_s \vec{e}^s \int \vec{E}_k^{(-)s*}(\vec{r}', \omega) \vec{j}(\vec{r}', \omega) d^3r'. \quad (3.3)$$

где  $e^s$  - вектор поляризации;  $s = 1, 2$ ;  $\vec{E}_k^{(-)s}$  решение уравнений Максвелла, описывающее рассеяние на кристалле плоской волны с волновым вектором

$\vec{k} = k\frac{\vec{r}}{r}$ , волновое число  $k = \frac{\omega}{c}$ . На больших расстояниях от кристалла решение  $\vec{E}_{\vec{k}}^{(-)s}$  имеет вид суперпозиции плоской волны и сходящейся сферической волны [37, 38, 40] (см. Главу 2), ток

$$\vec{j}(\vec{r}, \omega) = \int \vec{j}(\vec{r}, t) e^{i\omega t} dt, \quad (3.4)$$

$\vec{j}(\vec{r}, t) = Q\vec{v}(t)\delta(\vec{r} - \vec{r}(t))$  плотность тока частицы с зарядом  $Q$  в момент времени  $t$ ,  $\vec{r}(t)$  координата частицы в момент времени  $t$ .

Явное выражение для  $\vec{E}_{\vec{k}}^{(-)s}$ , описывающее дифракцию электромагнитной волны в кристалле для случаев Лауэ и Брэгга, приведено в [28, 37, 38, 40] (см. также Главу 2).

Рассмотрим подробнее выражение для Фурье-образа  $\vec{E}(\vec{r}, \omega)$  излученной частицей волны  $\vec{E}(\vec{r}, t)$ . В соответствии с 3.3 мы можем записать его в виде  $\vec{E}(\vec{r}, \omega) = \sum_s \vec{e}^s A_k^s(\omega) \frac{e^{i\vec{k}\vec{r}}}{r}$ , где амплитуда  $A_k^s(\omega)$  имеет вид:

$$A_k^s(\omega) = \frac{i\omega}{c^2} \int \vec{E}_k^{(-)s*}(\vec{r}', \omega) \vec{j}(\vec{r}', \omega) d^3r'. \quad (3.5)$$

Используя (3.4), (3.5) можно записать:

$$\begin{aligned} A_k^s(\omega) &= \frac{i\omega}{c^2} \int \vec{E}_k^{(-)s*}(\vec{r}', \omega) Q\vec{v}(t) \delta(\vec{r}' - \vec{r}(t)) e^{i\omega t} dt d^3r' = \\ &= \frac{i\omega Q}{c^2} \int \vec{E}_k^{(-)s*}(\vec{r}(t), \omega) \vec{v}(t) e^{i\omega t} dt. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Следует напомнить (см. Главу 1), что  $\vec{E}_k^{(-)s*} = \vec{E}_{-\vec{k}}^{(+s)}$ , где поле  $\vec{E}_{-\vec{k}}^{(+s)}$  - решение уравнений Максвелла, описывающее рассеяние на кристалле плоской волны с волновым вектором  $(-\vec{k})$  и имеющее на бесконечности асимптотику в виде суперпозиции плоской волны и расходящейся сферической волны. В соответствии с (3.6), амплитуда излучения определяется полем  $\vec{E}_k^{(-)s}$ , взятом в точке расположения частицы  $\vec{r}(t)$  в момент времени  $t$  и проинтегрированном по времени движения частицы.

Как следует из равенств (3.2) и (3.3), выражение для электромагнитной волны, излученной частицей, проходящей через вещество, можно представить в виде:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2\pi r} \sum_s \vec{e}^s \int A_k^s(\omega) e^{-i\omega(t-r/c)} d\omega, \quad (3.7)$$

т.е.,

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{1}{r} \sum_s \vec{e}^s A_k^s(t - r/c), \quad (3.8)$$

где

$$A_k^s(t - r/c) = \frac{1}{2\pi} \int A_k^s(\omega) e^{-i\omega(t-r/c)} d\omega, \quad t > \frac{r}{c}. \quad (3.9)$$

Следовательно, выражение для интенсивности излучения в единицу телесного угла  $\frac{dI(t)}{d\Omega}$  можно записать в виде [46–А, 8–А, 9–А]:

$$\frac{dI(t)}{d\Omega} = \frac{c}{4\pi} \left| \sum_s \vec{e}^s A_k^s(t - r/c) \right|^2. \quad (3.10)$$

Интенсивность излучения фотонов с поляризацией  $\vec{e}^s$  определяется выражением

$$\frac{dI_s(t)}{d\Omega} = \frac{c}{4\pi} |A_k^s(t - r/c)|^2. \quad (3.11)$$

Выражение (3.11) описывает временную зависимость интенсивности импульса излучения, образованного релятивистской частицей, движущейся в веществе по произвольной траектории  $\vec{r}(t)$ .

В общем случае многократное рассеяние частиц в мишени влияет на интенсивность  $\frac{dI(t)}{d\Omega}$ . Для учета этого влияния необходимо усреднить  $\frac{dI(t)}{d\Omega}$  по всем возможным траекториям  $\vec{r}(t)$  движения частицы в среде. Однако, если среднеквадратичный угол многократного рассеяния частицы на длине пути пролета через мишень  $\overline{\theta^2} \leq \frac{1}{\gamma^2}$ , то многократным рассеянием можно пренебречь.

Из равенств (3.9) и (3.10) следует, что временная зависимость интенсивности  $\frac{dI(t)}{d\Omega}$  излучения, образованного частицей определяется зависимостью амплитуды излучения  $A_k^s(\omega)$  от частоты.

## 3.2 Временная зависимость интенсивности параметрического рентгеновского излучения

Рассмотрим далее с помощью полученных выражений (3.7)–(3.11) временную зависимость интенсивности параметрического рентгеновского излучения. Остановимся прежде всего на случае двухволнового излучения. Из общих формул теории параметрического излучения [38] (см. также главу 2) можно получить следующие выражения для амплитуды излучения фотонов  $A_k^s(\omega)$  [46–А].

### Случай Брэгга.

Для излучения фотонов под малым углом относительно направления движения частицы

$$A_k^s(\omega) = \frac{Q\omega}{c^2} (\vec{e}^s \vec{v}) \sum_{\mu=1,2} \gamma_{\mu s}^0 \left[ \frac{1}{\omega - \vec{k} \vec{v}} - \frac{1}{\omega - \vec{k}_{\mu s} \vec{v}} \right] \left[ e^{-i(\omega - \vec{k}_{\mu s} \vec{v}) \frac{L}{c\gamma_0}} - 1 \right]. \quad (3.12)$$

Для излучения под большими углами относительно направления движения частицы

$$A_{k_\tau}^s(\omega) = \frac{Q\omega}{c^2} (\vec{e}_\tau^s \vec{v}) \sum_{\mu=1,2} \gamma_{\mu s}^\tau \left[ \frac{1}{\omega - \vec{k}_\tau \vec{v}} - \frac{1}{\omega - \vec{k}_{\mu s \tau} \vec{v}} \right] \times \left[ e^{-i(\omega - \vec{k}_{\mu s \tau} \vec{v}) \frac{L}{c|\gamma_1|}} - 1 \right]. \quad (3.13)$$

Напомним, что  $\vec{k}_\tau = \vec{k} + \vec{\tau}$ , где  $\vec{k} = k \frac{\vec{r}}{r}$ , поэтому при наблюдении излучения под большими углами, вектор  $\vec{k}_\tau = \vec{k} + \vec{\tau}$  направлен вдоль скорости частицы.

### Случай Лауэ.

Теперь электромагнитная волна, испущенная частицей под малым углом, и дифрагированная волна вылетают через одну и ту же поверхность кристалла. Из общих соотношений [28, 37] можно получить следующее выражение для амплитуды излучения под малыми углами [46–A]:

$$A_k^s(\omega) = \frac{Q\omega}{c^2} (\vec{e}^s \vec{v}) \sum_{\mu=1,2} \xi_{\mu s}^0 \times \left[ \frac{1}{\omega - \vec{k} \vec{v}} - \frac{1}{\omega - \vec{k}_{\mu s} \vec{v}} \right] \times \left[ e^{-i(\omega - \vec{k}_{\mu s} \vec{v}) \frac{L}{c\gamma_0}} - 1 \right], \quad (3.14)$$

Для амплитуды излучения дифрагированной волны имеем [46–A]

$$A_{k_\tau}^s(\omega) = \frac{Q\omega}{c^2} (\vec{e}_\tau^s \vec{v}) \sum_{\mu=1,2} \xi_{\mu s}^\tau \times \left[ \frac{1}{\omega - \vec{k}_\tau \vec{v}} - \frac{1}{\omega - \vec{k}_{\mu s \tau} \vec{v}} \right] \times \left[ e^{-i(\omega - \vec{k}_{\mu s \tau} \vec{v}) \frac{L}{c|\gamma_1|}} - 1 \right]. \quad (3.15)$$

Согласно полученным выше равенствам (3.12)-(3.15) амплитуды излучения  $A_{k(k_\tau)}^s(\omega)$  могут быть представлены в виде двух зависящих от частоты множителей:

$$A^s(\omega) = \sum_{\mu=1,2} B_{\mu}^s(\omega) D_{\mu}^s(\omega), \quad (3.16)$$

где

$$B_{\mu}^s(\omega) = \begin{cases} \gamma_{\mu s}^{0(\tau)}(\omega) & \text{для случая Брэгга;} \\ \xi_{\mu s}^{0(\tau)}(\omega) & \text{для случая Лауэ.} \end{cases} \quad (3.17)$$

Из выражений для волны, испытывающей дифракцию в кристалле, вытекает, что коэффициенты  $\gamma_{\mu s}^0$  и  $\xi_{\mu s}^0$  имеют смысл амплитуды волны, прошедшей через кристалл, а  $\gamma_{\mu s}^{\tau}$  и  $\xi_{\mu s}^{\tau}$  - амплитуды волн, испытывающих дифракционное отражение.

Множитель  $D_{\mu}^s(\omega)$  содержит оставшиеся в (3.12)-(3.15) после выделения множителя  $B_{\mu}^s$  множители. Например, для волны излученной вдоль направления скорости частицы из (3.12) имеем:

$$D_{\mu}^s(\omega) = \frac{Q\omega}{c^2} (\vec{e}^s \vec{v}) \left[ \frac{1}{\omega - \vec{k}\vec{v}} - \frac{1}{\omega - \vec{k}_{\mu s}\vec{v}} \right] \left[ e^{-i(\omega - \vec{k}_{\mu s}\vec{v})\frac{L}{c\gamma_0}} - 1 \right]. \quad (3.18)$$

В соответствии с (3.9) амплитуда излучения может быть записана в виде [46-A]:

$$\begin{aligned} A^s(t) &= \frac{1}{2\pi} \int \sum_{\mu=1,2} B_{\mu}^s(\omega) D_{\mu}^s(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \\ &= \sum_{\mu=1,2} \int_{-\infty}^{\infty} B_{\mu}^s(t-t') D_{\mu}^s(t') dt'. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Сравним это выражение с выражением, описывающим отражение импульса электромагнитной волны от кристалла в зависимости от времени:

$$E(t) = \frac{1}{2\pi} \int B(\omega) E_0(\omega) e^{-i\omega t} d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} B(t-t') E_0(t') dt', \quad (3.20)$$

где  $E_0(\omega)$  - амплитуда электромагнитной волны, падающей на кристалл.

Как видно, при возбуждении излучения пролетающей в кристалле частицей зависимость от времени импульса образованного излучения подобна зависимости от времени отраженного от кристалла импульса, порожденного падающим на кристалл волновым пакетом. Этого, впрочем,

и следовало ожидать, если вспомнить, что излучение электромагнитной волны, пролетающей через кристалл частицей, можно рассматривать как дифракцию псевдофотонов в кристалле. При этом коэффициент  $B(t)$  фактически описывает функцию отклика кристалла на воздействие  $\delta$ -образного импульса (если  $E_0(t') = \delta(t')$ , то поле  $E(t) = B(t)$ ).

Явное выражение для функции  $B(t)$  в случае брэгговского отражения рентгеновского импульса от кристаллической пластинки толщиной  $L$  получено в работах [127–130].

Согласно [132] в случае полубесконечного кристалла  $B_s(t)$  имеет вид:

$$B_s(t) = -\frac{i}{4\chi_\tau} |\beta_1| \frac{(2\pi\tau)^2 J_1(a_s t)}{k_B^2 \omega_B t} e^{-i(\omega_B + \Delta\omega_B)t} \theta(t), \quad (3.21)$$

$$B_s(t) = -\frac{i\sqrt{|\beta_1|}}{2} \frac{J_1(a_s t)}{a_s t} e^{-i(\omega_B + \Delta\omega_B)t} \theta(t), \quad (3.22)$$

где

$$a_s = \frac{2\sqrt{C_s \chi_\tau \chi_{-\tau} \omega_B}}{\sqrt{|\beta_1|} \frac{(2\pi\tau)^2}{k_B^2}}, \quad \Delta\omega_B = -\frac{\chi_0(1 + |\beta_1|)\omega_B k_B^2}{|\beta_1| \tau^2},$$

$$\gamma_0 = \vec{n}_\gamma \cdot \vec{N}, \quad \vec{n}_\gamma = \frac{\vec{k}}{k}, \quad \beta_1 = \frac{\gamma_0}{\gamma_1}, \quad \gamma_1 = \vec{n}_{\gamma\tau} \cdot \vec{N}, \quad \vec{n}_{\gamma\tau} = \frac{\vec{k} + \vec{\tau}}{|\vec{k} + \vec{\tau}|}, \quad C_s = \vec{e}^s \vec{e}_\tau^s.$$

Поскольку поляризуемости (2.81)  $\chi_0$  и  $\chi_\tau$  - комплексные величины, то  $a_s$  и  $\Delta\omega_B$  имеют действительную и мнимую части.

Интенсивность отраженного импульса может быть записана следующим образом:

$$I_s(t) \sim |B_s(t)|^2 = \frac{|\beta_1|}{2} \left| \frac{J_1(a_s t)}{a_s t} \right|^2 e^{-2\text{Im}\Delta\omega_B t} \theta(t). \quad (3.23)$$

Очевидно, что интенсивность отраженного импульса зависит от ориентации вектора поляризации фотона  $\vec{e}^s$  и испытывает затухающие во времени осцилляции.

Оценим величину эффекта [132]. Характерные значения  $\text{Im}\Delta\omega_B \sim \text{Im}\chi_0 \omega_B$  для различных кристаллов для 10 keV:

для кристалла кремния:  $\text{Im}\chi_0 = 1.6 \cdot 10^{-7}$ ,

для LiH:  $\text{Im}\chi_0 = 7.6 \cdot 10^{-11}$ ,

для LiF:  $\text{Im}\chi_0 \sim 10^{-8}$ .

Следовательно, для характерного времени  $\tau$  затухания рентгеновского импульса, определяемого амплитудой (3.23), можно получить следующую оценку ( $\omega_B = 10^{19} \text{ c}^{-1}$ ):

для Si:  $\tau \sim 10^{-12} \text{ c}$ ,

для LiF:  $\tau \sim 10^{-10}$  с,

для LiH:  $\tau \sim 10^{-9}$  с.

Отраженный импульс испытывает также осцилляции, период которых возрастает с ростом  $|\beta_1|$  и уменьшением  $\text{Re}\chi_\tau$ . Этот период при  $\beta_1 = 10^2$  и  $\text{Re}\chi_\tau \sim 10^{-6}$  для рассматриваемых кристаллов (Si, LiH, LiF) оказывается  $T_o \sim 10^{-12}$  с. Осцилляции интенсивности, обладающие таким коротким периодом, наблюдать чрезвычайно трудно.

Если временное разрешение детектирующей аппаратуры превышает период осцилляций  $T_o$ , то выражение (3.23) следует усреднять по  $T_o$ . Тогда, для временных интервалов, для которых  $\text{Re}a_s t \gg 1$ , закономерность изменения интенсивности (3.23) может быть записана в виде:

$$I_s(t) \sim t^{-3} \cdot e^{-2\text{Im}\Delta\omega_B t}. \quad (3.24)$$

Для искусственных пространственно-периодических сред (фотонных кристаллов, дифракционных решеток) эффективные поляризуемости  $g_0$  и  $g_\tau$ , аналогичные поляризуемостям естественного кристалла  $\chi_0$  и  $\chi_\tau$  (см. главу 2), могут варьироваться в очень широком диапазоне.

Например, согласно [3-A] (см. также главу 2), для фотонного кристалла, образованного вольфрамовыми нитями диаметром 100 микрон, при частоте  $\sim 10$  ГГц величина  $g_\tau \sim \frac{1}{\omega^2} \sim 10^{-2}$ . В результате, в этом частотном диапазоне для периода осцилляций можно получить оценку  $T_o \sim \frac{1}{a_s} \sim \frac{\sqrt{|\beta_1|}}{g_\tau \omega_B} \sim \sqrt{|\beta_1|} \cdot 10^{-9}$ . При этом, в терагерцовом диапазоне, вследствие уменьшения величины  $\frac{1}{a_s} \sim \frac{1}{\omega_B}$ , период осцилляций растет пропорционально частоте  $\omega$  и для 1 ТГц период осцилляций  $T_o \sim \sqrt{|\beta_1|} \cdot 10^{-6}$ . Такие осцилляции излучения из фотонного кристалла возможно легко наблюдать.

Оценим теперь время затухания отраженного импульса в таком фотонном кристалле: из (3.22) и (3.24) следует что  $\text{Im}\Delta\omega_B \sim \text{Im}g_0\omega_B \approx 10^6$  и  $\text{Im}a_s \sim \frac{\text{Im}g_\tau\omega_B}{\sqrt{|\beta_1|}} \approx \frac{10^6}{\sqrt{|\beta_1|}}$ . Отсюда вытекает, что мы имеем практически степенной закон затухания  $\frac{1}{t^3}$  (см. (3.24)).

Указанное медленное спадание амплитуды импульса фактически обусловлено тем, что в области полного дифракционного отражения групповая скорость электромагнитной волны стремится к нулю.

Как следствие, время  $\tau_{ph} = \frac{L}{v_{gr}}$ , которое фотон проводит в кристалле, может оказаться больше времени пролета релятивистской частицы через кристалл  $\tau_p = \frac{L}{v}$ .

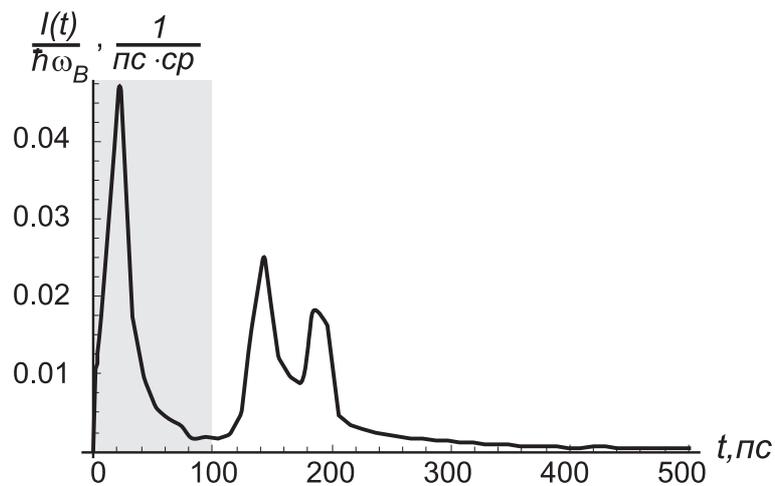
В результате квазичеренковское излучение в фотонном кристалле, параметрическое рентгеновское излучение и другие типы излучения в

кристаллах, вызываемые релятивистскими частицами, могут продолжаться и после того, как частица покидает кристалл.

В условиях дифракции кристалл представляет собой высокодобротный резонатор [68, 72].

В работах [8–А, 9–А] с помощью численного моделирования получены зависимости интенсивности квазичеренковского параметрического излучения от времени для оптического и терагерцевого диапазонов в случае двухволновой дифракции излучения в фотонном кристалле, а также зависимость от времени интенсивности ПРИ, возникающего при пролете релятивистской частицы через кристалл LiF. Продемонстрировано появление пика излучения, появляющегося после вылета частицы из кристалла.

Пример временной зависимости интенсивности квазичеренковского параметрического излучения с частотой  $\nu = 1.8$  ТГц в случае двухволновой дифракции излучения в геометрии Брэгга в фотонном кристалле с периодом  $d = 0.017$  см, длиной  $L = 3$  см, при движении в нем электронного пучка с  $\gamma = 2 \cdot 10^3$  приведен на рисунке 3.1 (при расчете  $\chi_0 = 5 \cdot 10^{-2}$ ,  $\chi_\tau = 2.5 \cdot 10^{-2}$ , угол Брэгга  $\vartheta_B = 60^\circ$ ).



**Рисунок 3.1. – Зависимость интенсивности квазичеренковского параметрического излучения от времени для терагерцевого диапазона в случае двухволновой дифракции излучения в фотонном кристалле. Серым фоном отмечен период времени, когда частица находится в кристалле**

Необходимо отметить, что если излучение в кристаллах возбуждается в условиях многоволновой дифракции, время нахождения фотона в кристалле еще больше возрастает [132].

Для того, чтобы наблюдать осцилляции интенсивности, следует или фиксировать момент влета частицы в кристалл или использовать короткие банчи частиц с длительностью много меньшей, чем период осцилляций. В рентгеновском диапазоне такая ситуация типична для электронных банчей

в рентгеновских ЛСЭ (DESY). Длительность банча в таком ЛСЭ несколько десятков (сотен) фемтосекунд. В терагерцовом диапазоне допустимы даже более длинные банчи, поэтому экспериментальное наблюдение эффекта вполне возможно.

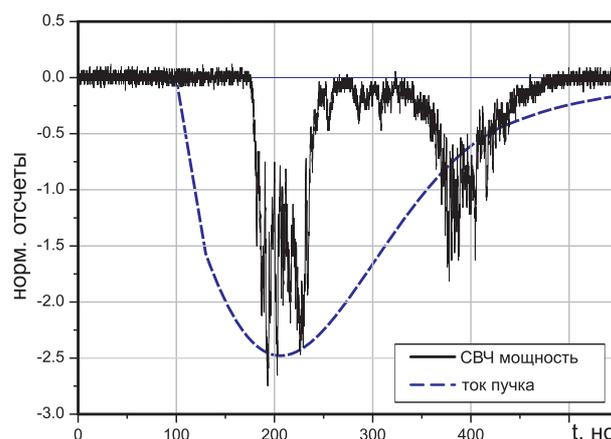
Если длительность банча превышает длительность импульса излучения или момент влета электронного банча в кристалл невозможно зарегистрировать (что имеет место в обычной схеме эксперимента), то интенсивность  $I(t)$  должна быть проинтегрирована по времени наблюдения. В результате мы получим выражение (2.1), проинтегрированное по всем частотам, т.е. обычное стационарное угловое распределение излучения.

Если отклик детектора  $\tau_D$  (или время пролета частицы в кристалле, или длительность банча) сравнимы с периодом осцилляций, то интенсивность  $I(t)$  следует интегрировать по временному интервалу  $\tau_D$ . В этом случае осцилляции исчезнут, но будет наблюдаться убывание интенсивности излучения из кристалла по степенному закону (см. (3.24)).

Подобное явление задержки излучения, образованного частицей, пролетающей через фотонный кристалл, наблюдается не только для спонтанного, но и для вынужденного излучения.

В соответствии со сделанными выше утверждениями были проведены эксперименты [18–А, 21–А, 22–А, 23–А], позволившие, в частности, наблюдать задержку импульса излучения в фотонном кристалле.

В этих экспериментах при генерации излучения в ОЛСЭ с фотонным кристаллом, образованным металлическими нитями, в качестве резонатора, наблюдался дополнительный импульс излучения (см. Рисунок 3.2).



**Рисунок 3.2.** – Импульс излучения (сплошная кривая), синхронизированный по времени с током электронного пучка [46–А]

Следует отметить, что приведенный случай генерации в ОЛСЭ соответствует дифракции в геометрии Брэгга, поэтому, при некоторых условиях групповая скорость может оказаться близкой к нулю (см. [8–А, 9–

А)]. Наблюдаемая задержка (Рисунок 3.2) соответствует  $v_{gr} \sim 10^8$  см/с, т.е.  $\frac{v_{gr}}{c} \sim 10^{-2}$ .

В режиме генерации, которому соответствует геометрия Лауэ настолько большая задержка не может быть достигнута (для  $\beta > 0$  групповая скорость  $v_{gr}$  меняется несущественно [8–А]).

В частности, в наших экспериментах с черенковским генератором, где не было дифракционных решеток, в силу слабого изменения групповой скорости (по тем же причинам, что и в геометрии Лауэ) дополнительных импульсов излучения не наблюдалось.

Заметим также, что дифракция в периодической структуре импульса излучения, генерируемого внешним источником, также сопровождается появлением нескольких импульсов прошедшего или отраженного излучения (см. [127, 130]).

### 3.3 Дифракционное излучение релятивистской частицы, движущейся в ондуляторе ЛСЭ

Зависимость от времени интенсивности излучения существенно изменяется, если скорость частицы, движущейся в кристалле, зависит от времени [46–А], и, в частности, приводит к появлению в кристалле релятивистского осциллятора.

Такой осциллятор возникает, если внутри естественного или фотонного кристалла имеется переменное поле, созданное ондулятором (магнитостатическим, динамическим, образованный электромагнитной волной или изгибами естественного кристалла и т.п.).

Излучение, образуемое релятивистским осциллятором в кристалле в условиях дифракции испускаемых фотонов, носит название дифракционного излучения релятивистского осциллятора (ДИО) [98].

В случае каналированной частицы, в настоящее время его часто называют дифракционным излучением каналированной частицы. Детальное теоретическое описание спектрально-угловых распределений дифракционного излучения каналированной частицы в случае Лауэ и Брэгга и дифракционного излучения частиц, движущихся в кристаллическом ондуляторе для случая Лауэ дано в [99–104].

В настоящем параграфе рассмотрено дифракционное излучение осциллятора в фотонном кристалле, получены выражения, описывающие спектрально-угловые и временные характеристики излучения релятивистской частицы, движущейся в ондуляторе, в поле которого помещен фотонный кристалл [10–А, 48–А]. Показано, что интенсивность излучения содержит временные осцилляции, обусловленные интерференцией ондуляторного и параметрического (квазичеренковского) излучения.

Предположим для конкретности, что частица движется в ондуляторе, образованном периодическим магнитостатическим полем, или в поле электромагнитной волны, распространяющейся вдоль направления движения частицы, определяемого начальной скоростью  $\vec{u}$ . Пусть ось  $z$  направлена вдоль  $\vec{u}$ . В этом случае в лабораторной системе координат частота колебаний частицы  $\Omega$  может быть записана в виде:

$$\Omega = \vec{\kappa}\vec{u} + \Omega_0 = \kappa_z u + \Omega_0, \quad (3.25)$$

где проекция волнового вектора  $\vec{\kappa}$  на направление  $\vec{u}$  (ось  $z$ )  $\kappa_z = \pm\kappa$ ,  $\kappa$  - волновое число электромагнитной волны, знаки "+" и "-" соответствуют случаям, когда  $\vec{u}$  и  $\vec{\kappa}$  параллельны и антипараллельны, соответственно,  $\Omega_0$  -

частота волны, а  $\kappa = \frac{\Omega_0}{c}n(\Omega_0)$ , где  $n(\Omega_0)$  - показатель преломления среды на частоте  $\Omega_0$ . В случае статического ондулятора  $\Omega = 0$ ,  $\kappa_z = \kappa = 2\pi/l_0$ , where  $l_0$  - период ондулятора.

Таким образом, при движении заряженной частицы через область, занятую переменным внешним полем, возникает движущийся осциллятор, обладающий частотой  $\Omega$ . Естественно, что подобный осциллятор излучает электромагнитные волны, частота которых  $\omega$  определяется эффектом Доплера

$$\omega = \frac{\Omega}{1 - \beta n(\omega) \cos \theta}, \quad (3.26)$$

где  $n(\omega)$  - показатель преломления среды на частоте  $\omega$ ,  $\theta$  - угол между направлением скорости частицы  $\vec{u}$  и направлением вылета фотонов.

Будем далее полагать, что внешнее поле (ондулятор, электромагнитная волна), приводящее к осцилляциям частицы, сосредоточено в области, занятой фотонным кристаллом. Ради конкретности будем изучать далее в первую очередь свойства ДИО, образованного при движении частицы в линейно поляризованном магнитостатическом ондуляторе, находящемся внутри или вовне фотонного кристалла (см. рисунок 3.3).

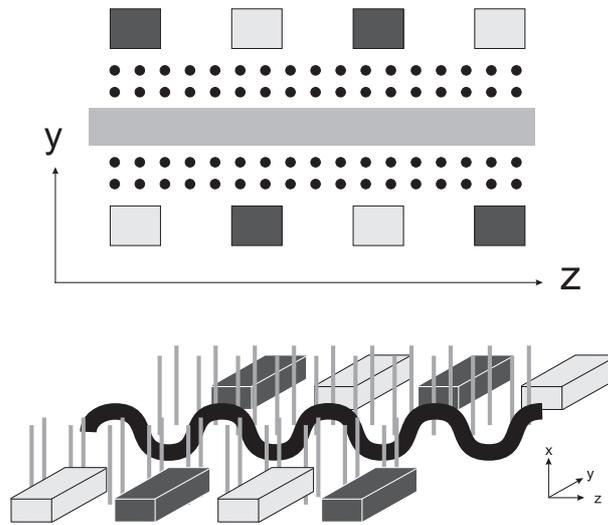


Рисунок 3.3. – Ондулятор и фотонный кристалл, помещенный внутри него

В этом случае, согласно [134], периодическое магнитостатическое поле ондулятора может быть приближенно записано в виде:

$$\vec{B}_\perp(z) = \sqrt{2}B_\perp \vec{n}_y \sin \kappa z, \quad (3.27)$$

где  $\vec{n}_y$  - единичный вектор, направленный вдоль оси  $y$ ,  $B_\perp$  - среднеквадратичная амплитуда магнитного поля,  $\kappa = \frac{2\pi}{l_0}$ ,  $l_0$  - период ондулятора. При движении в таком поле частица испытывает колебания в

плоскости  $(x, z)$  (как вдоль оси  $x$ , т.е. поперечные относительно оси  $z$ , так и продольные относительно оси  $z$ ).

Координата частицы  $\vec{r}(t)$  в момент времени  $t$  может быть записана следующим образом:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{u}t + \delta\vec{r}(t), \quad (3.28)$$

где  $\vec{r}_0$  - координата электрона при  $t = 0$ ,  $\vec{u}$  - скорость электрона при влете в область взаимодействия,  $\delta\vec{r}(t)$  - изменение траектории за счет сил, воздействующих на частицу в этой области.

Предположим, что приращение скорости  $\delta v$ , обусловленное полем, мало по сравнению с первоначальной скоростью частицы  $\vec{u}$  ( $\delta v \ll u$ ). В этом случае траектория частицы может быть записана следующим образом [134]:

$$x = a \sin \Omega t, \quad z = ut - b \sin 2\Omega t, \quad (3.29)$$

где  $a = \sqrt{2} \frac{u\Omega_{\perp}}{\gamma\Omega^2}$ ,  $b = \frac{u\Omega_{\perp}^2}{4\gamma^2\Omega^3}$ , and  $\Omega_{\perp} = \frac{eB_{\perp}}{mc}$ .

Скорость частицы согласно (3.29) определяется следующим равенством:

$$v_x = a\Omega \cos \Omega t, \quad v_z = u - 2b\Omega \cos 2\Omega t. \quad (3.30)$$

Поле  $\vec{E}_k^{(-)s}$ , определяющее, согласно общим формулам, спектрально-угловое распределение и интенсивность излучения, внутри области, занятой кристаллом, представимо в виде (см. также главу 2):

$$\vec{E}_k^{(-)s}(\vec{r}) = \sum_{\mu=1}^2 \left[ \vec{e}^s \Phi_{\mu}^s e^{i\vec{k}_{\mu}^s \vec{r}} + \vec{e}_{\tau}^s \Phi_{\mu\tau}^s e^{i\vec{k}_{\mu\tau}^s \vec{r}} \right], \quad (3.31)$$

где  $\vec{k}_{\mu\tau}^s = \vec{k}_{\mu}^s + \vec{\tau}$ .

Из общей формулы (3.5) для поля излучения в рассматриваемом нами случае для амплитуды излучения можно получить следующие выражения [48–A]:

$$\begin{aligned}
A_k^s(\omega) &= \tag{3.32} \\
&= \frac{i\omega Q}{c^2} \int_0^T dt e^{i\omega t} \sum_{\mu=1}^2 (\vec{e}^s \vec{u} - \vec{e}^s \vec{n}_z 2b\Omega \cos 2\Omega t + \vec{e}^s \vec{n}_x a\Omega \cos \Omega t) \Phi_\mu^s e^{-i\vec{k}_\mu^s \vec{u} t} \times \\
&\times \left\{ J_0(k_{\mu x}^s a) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(k_{\mu x}^s a) \cos 2n\Omega t - 2i \sum_{n=0}^{\infty} J_{2n+1}(k_{\mu x}^s a) \sin(2n+1)\Omega t \right\} \times \\
&\times \left\{ J_0(k_{\mu z}^s b) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(k_{\mu z}^s b) \cos 4n\Omega t + 2i \sum_{n=0}^{\infty} J_{2n+1}(k_{\mu z}^s b) \sin 2(2n+1)\Omega t \right\} + \\
&+ \frac{i\omega Q}{c^2} \int_0^T dt e^{i\omega t} \sum_{\mu=1}^2 (\vec{e}_\tau^s \vec{u} - \vec{e}_\tau^s \vec{n}_z 2b\Omega \cos 2\Omega t + \vec{e}_\tau^s \vec{n}_x a\Omega \cos \Omega t) \Phi_{\mu\tau}^s e^{-i\vec{k}_{\mu\tau}^s \vec{u} t} \times \\
&\times \left\{ J_0(k_{\mu\tau x}^s a) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(k_{\mu\tau x}^s a) \cos 2n\Omega t - 2i \sum_{n=0}^{\infty} J_{2n+1}(k_{\mu\tau x}^s a) \sin(2n+1)\Omega t \right\} \times \\
&\times \left\{ J_0(k_{\mu\tau z}^s b) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(k_{\mu\tau z}^s b) \cos 4n\Omega t + 2i \sum_{n=0}^{\infty} J_{2n+1}(k_{\mu\tau z}^s b) \sin 2(2n+1)\Omega t \right\}.
\end{aligned}$$

Пользуясь экспоненциальным представлением  $\cos$  и  $\sin$  и перемножая выражения в фигурных скобках можно представить (3.32) в виде суммы членов, каждый из которых содержит произведения  $J_n(k_{\mu z}^s b) J_{n'}(k_{\mu x}^s a)$  (или  $J_n(k_{\mu\tau z}^s b) J_{n'}(k_{\mu\tau x}^s a)$ ) и экспонент.

В качестве примера рассмотрим в (3.32) члены пропорциональные  $(\vec{e}^s \vec{u}) J_0(k_{\mu z}^s b) J_0(k_{\mu x}^s a)$  и  $(\vec{e}_\tau^s \vec{u}) J_0(k_{\mu\tau x}^s a) J_0(k_{\mu\tau z}^s b)$  и проинтегрируем их по времени  $t$ . В результате каждый из этих членов будет содержать множители  $D(\omega)$ , которые имеют вид

$$D_\mu^s(\omega) = \frac{e^{-i(\vec{k}_\mu^s \vec{u} - \omega)T} - 1}{-i(\vec{k}_\mu^s \vec{u} - \omega)}, \quad D_{\mu\tau}^s(\omega) = \frac{e^{-i(\vec{k}_{\mu\tau}^s \vec{u} - \omega)T} - 1}{-i(\vec{k}_{\mu\tau}^s \vec{u} - \omega)}. \tag{3.33}$$

Напомним, что  $\vec{k}_{\mu\tau}^s = \vec{k}_\mu^s + \vec{\tau}$ . Множители (3.33) пропорциональны  $T$  при

$$\vec{k}_\mu^s \vec{u} - \omega = 0 \quad \text{и} \quad \vec{k}_{\mu\tau}^s \vec{u} - \omega = 0. \tag{3.34}$$

Равенство  $\vec{k}_\mu^s \vec{u} - \omega = 0$  определяет спектр квазичеренковского излучения (см. главу 2). Из (3.32) вытекает, что вследствие перекачки энергии в гармоники, амплитуда квазичеренковского излучения частицы, движущейся в ондуляторе уменьшается в  $J_0(a)$  или  $J_0(b)$  раз по сравнению со случаем отсутствия ондулятора. (Отметим, что аналогичное имеет место и в случае обычного черенковского излучения для частицы, помещенной в среду и

движущейся в ондуляторе [135–138]).

Равенство

$$\vec{k}_{\mu\tau}^s \vec{u} - \omega = \vec{k}_{\mu}^s \vec{u} + \vec{\tau} \vec{u} - \omega = 0 \quad \text{т.е.} \quad \omega - \vec{k}_{\mu}^s \vec{u} = \vec{\tau} \vec{u}, \quad (3.35)$$

определяет спектр дифракционного излучения в фотонном кристалле.

Амплитуда этого излучения также уменьшается вследствие перекачки энергии в гармоники.

Экспоненты в остальных членах в (3.32) содержат показатели вида  $(\vec{k}_{\mu}^s \vec{u} - \omega \pm m\Omega)t$  и  $(\vec{k}_{\mu\tau}^s \vec{u} - \omega \pm m\Omega)t$ .

Интегрирование по времени соответствующих слагаемых в (3.32) приводит к появлению в них множителей вида:

$$D_{\mu}^s(\omega, n, n') = \frac{e^{-i(\vec{k}_{\mu}^s \vec{u} - \omega \pm (n+n')\Omega)T} - 1}{-i(\vec{k}_{\mu}^s \vec{u} - \omega \pm (n+n')\Omega)}, \quad (3.36)$$

$$D_{\mu\tau}^s(\omega, n, n') = \frac{e^{-i(\vec{k}_{\mu\tau}^s \vec{u} - \omega \pm (n+n')\Omega)T} - 1}{-i(\vec{k}_{\mu\tau}^s \vec{u} - \omega \pm (n+n')\Omega)}. \quad (3.37)$$

Указанные множители имеют особенность при выполнении равенств

$$\vec{k}_{\mu}^s \vec{u} - \omega \pm (n+n')\Omega = 0, \quad (3.38)$$

$$\vec{k}_{\mu\tau}^s \vec{u} - \omega \pm (n+n')\Omega = 0, \quad (3.39)$$

которые определяют частоту излучения осциллятора, движущегося в фотонном кристалле.

Согласно (3.32), (3.36)-(3.39) спектр ДИО состоит из гармоник. Амплитуда этих гармоник зависит от произведений  $k_{\mu x}^s a$ ,  $k_{\mu z}^s b$  и  $k_{\mu\tau x}^s a$ ,  $k_{\mu\tau z}^s b$ .

Из (3.32) следует, что продольные колебания частицы в ондуляторе, которые присутствуют одновременно с поперечными, приводят к появлению дополнительных пиков излучения под большими углами относительно скорости релятивистской частицы за счет механизма дифракционного излучения релятивистского осциллятора.

Если параметр  $k_{\mu z}^s b \ll 1$ , т.е. длина волны испущенных фотонов существенно превышает амплитуду продольных колебаний частицы, функция Бесселя  $J_0(k_{\mu z}^s b) \approx 1$ , а функция Бесселя  $J_{n \neq 0}(k_{\mu z}^s b) \ll 1$  и вкладом продольных колебаний в процесс излучения фотонов можно пренебречь.

Проанализируем теперь интенсивность излучения, образованного частицей, движущейся в ондуляторе, внутри которого помещен фотонный кристалл.

Особенности зависимости от времени интенсивности квазичеренковского излучения были рассмотрены в разделе 2.2.

Было показано, что зависимость от времени интенсивности квазичеренковского излучения имеет характер затухающих во времени осцилляций, определяемых характеристиками кристалла. Частоты осцилляций и темп затухания определяются характеристиками кристалла.

В случае движения осциллятора в естественном и фотонном кристалле к указанным частотам добавляются осцилляции во времени на частотах, определяемых разностями частот гармоник  $n\Omega$ , где  $n = 1, 2, 3, \dots$

Рассмотрим теперь более детально зависящую от времени амплитуду излучения  $A_k^s(t)$ :

$$A_k^s(t) = \frac{1}{2\pi} \int A_k^s(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad (3.40)$$

Подставляя (3.32) в (3.40) и интегрируя по времени, как описано выше, можно представить амплитуду  $A_k^s(t)$  в виде:

$$A_k^s(t) = \frac{1}{2\pi} \int \sum_{\mu n n'} B_\mu^s(\omega, n, n') D_\mu^s(\omega, n, n') e^{-i\omega t} d\omega \quad (3.41)$$

$$+ \frac{1}{2\pi} \int \sum_{\mu n n'} B_{\mu\tau}^s(\omega, n, n') D_{\mu\tau}^s(\omega, n, n') e^{-i\omega t} d\omega,$$

где величины  $B_\mu^s(\omega, n, n')$  пропорциональны  $\Phi_\mu^s(\omega)$ , а величины  $B_{\mu\tau}^s(\omega, n, n')$  пропорциональны  $\Phi_{\mu\tau}^s(\omega)$  и имеют смысл коэффициентов прохождения и отражения от кристалла (см. аналогичные выражения в разделе 2.2, посвященном временной зависимости ПРИ и квазичеренковского излучения),  $D_\mu^s(\omega, n, n')$  и  $D_{\mu\tau}^s(\omega, n, n')$  определяются формулами (3.36) и (3.37).

Суммы для падающей

$$i\omega \sum_{\mu=1}^2 \Phi_\mu^s(k_\mu^s, \omega) D_\mu^s(\omega, n, n') \quad (3.42)$$

и для дифрагированной волны

$$i\omega \sum_{\mu=1}^2 \Phi_{\mu\tau}^s(k_{\mu\tau}^s, \omega) D_{\mu\tau}^s(\omega, n, n') \quad (3.43)$$

преобразуются в зависимости от выбранной геометрии.

Для случая Брэгга:

(а) излучение под малым углом вперед

$$\Phi_{\mu}^s = \gamma_{\mu s}^0; \quad (3.44)$$

(б) излучение в направлении дифракции (под большим углом к направлению движения)

$$\Phi_{\mu\tau}^s = \gamma_{\mu s}^{\tau}. \quad (3.45)$$

Для случая Лауэ:

(а) излучение под малым углом вперед

$$\Phi_{\mu}^s = \xi_{\mu s}^0; \quad (3.46)$$

(б) излучение в направлении дифракции (под большим углом к направлению движения)

$$\Phi_{\mu\tau}^s = \xi_{\mu s}^{\tau}. \quad (3.47)$$

Величины  $\xi_{\mu s}^0$  и  $\xi_{\mu s}^{\tau}$  определены в (2.17), величины  $\gamma_{\mu s}^{\tau}$  и  $\gamma_{\mu s}^0$  – в (2.19), в случае фотонного кристалла во всех выражениях следует заменить поляризуемости  $\chi_0$ ,  $\chi_{\tau}$  на эффективные поляризуемости  $g_0$ ,  $g_{\tau}$  (см. главу 2).

Таким образом амплитуда  $A_k^s(t)$  представима в виде:

$$\begin{aligned} A_k^s(t) = & \sum_{nn'} \int B_{\mu}^s(t-t', n, n') D_{\mu}^s(t', n, n') dt' + \\ & + \sum_{nn'} \int B_{\mu\tau}^s(t-t', n, n') D_{\mu\tau}^s(t', n, n') dt', \end{aligned} \quad (3.48)$$

где  $B(t)$  и  $D(t)$  - фурье-образы  $B(\omega)$  и  $D(\omega)$ .

Как видим, процессы дифракции фотонов, испускаемых релятивистской частицей движущейся в ондуляторе, в котором находится фотонный кристалл, приводят к осцилляциям во времени амплитуды излучения, а, следовательно, и интенсивности излучения, которая пропорциональна  $|A(t)|^2$ .

При этом осцилляции, обусловленные интерференцией параметрического (квазичеренковского) излучения и ондуляторного излучения, происходят одновременно с осцилляциями, определяемыми разностями частот гармоник  $n\Omega$ , где  $n = 1, 2, 3, \dots$

Рассмотрим

$$D(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-i(\vec{k}_{\mu}^s \vec{u} - \omega \pm (n+n')\Omega)T} - 1}{-i(\vec{k}_{\mu}^s \vec{u} - \omega \pm (n+n')\Omega)} e^{-i\omega t} d\omega. \quad (3.49)$$

Введя обозначение  $N = \pm(n + n')$  можно записать (3.49) в виде:

$$D(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-i(\vec{k}_\mu^s \vec{u} - \omega + N\Omega)T} - 1}{-i(\vec{k}_\mu^s \vec{u} - \omega + N\Omega)} e^{-i\omega t} d\omega. \quad (3.50)$$

Найдем интенсивность излучения электронного пучка в ондуляторе, в котором помещен фотонный кристалл, образованный вольфрамовыми нитями. Диаметр нитей 100 микрон, период кристалла 0.1 см. Геометрия системы показана на рисунке 3.4: ось  $z$  направлена вдоль направления скорости частицы  $\vec{u}$ , металлические нити, образующие фотонный кристалл, параллельны оси  $x$ , геометрия Брэгга, излучение под большим углом к направлению скорости частицы. Рассматриваем поляризацию параллельную нитям.

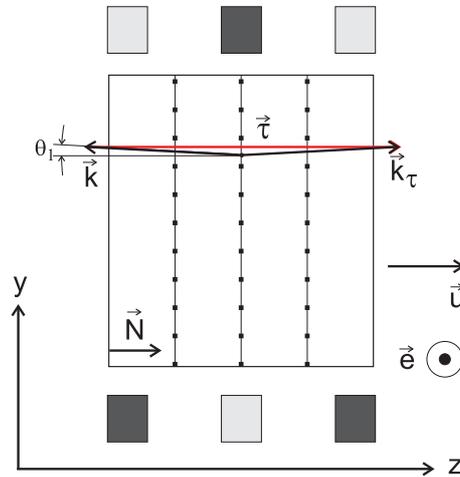


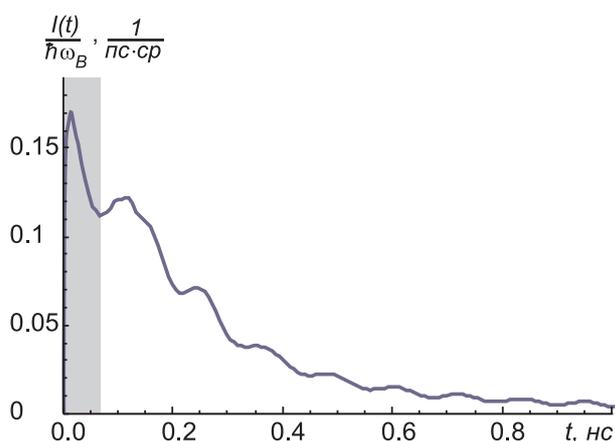
Рисунок 3.4. – Ондулятор и фотонный кристалл – рассматриваемая геометрия

Магнитное поле ондулятора ( $B = 1 * 10^4$  гаусс) направлено вдоль оси  $y$ , период ондулятора равен 10 см, Лоренц-фактор электронного пучка  $\gamma = 7$ ,  $\theta_1 = 12^\circ$ , частота излучения  $\nu = 150$  ГГц.

Полученная зависимость от времени интенсивности излучения электронного пучка в ондуляторе, в котором находится фотонный кристалл показана на рисунке 3.5.

Следует отметить, что временная картина интенсивности дифракционного излучения релятивистского осциллятора отличается от поведения во времени квазичеренковского излучения. Выбором частоты осциллятора можно добиться того, чтобы групповая скорость волнового пакета в выбранном частотном диапазоне была минимальной и излучение из кристалла длилось дольше.

Выше было рассмотрено движение частицы в магнитостатическом ондуляторе, однако, движение частицы в динамическом ондуляторе



**Рисунок 3.5.** – Зависимость от времени интенсивности излучения электронного пучка в ондуляторе, в котором находится фотонный кристалл. Серым фоном отмечен период времени, когда частица находится в кристалле.

(электромагнитной волне) имеет некоторые особенности. Траектория частицы, движущейся в динамическом ондуляторе, зависит от начальной фазы колебаний частицы в электромагнитной волне. Например, траектория частицы, которая описывает одномерные колебания частицы в плоскости ортогональной направлению движения частицы  $\vec{u}$ , может быть записана как

$$\delta\vec{r}_{\perp}(t) = \vec{a} \cos(\Omega t + \delta), \quad (3.51)$$

где  $\vec{a}$  - амплитуда осцилляций частицы в поперечной плоскости,  $\Omega = \kappa\vec{u} - \Omega_0$ ,  $\Omega_0$  - частота волны, а  $\kappa = \frac{\Omega_0}{c}n(\Omega_0)$ , где  $n(\Omega_0)$  - показатель преломления среды на частоте  $\Omega_0$ , а  $\delta$  - начальная фаза колебаний частицы в волне. Эта же фаза  $\delta$  появляется при описании продольных колебаний частицы. Следовательно, интенсивность излучения в случае, когда влетающий в ондулятор пучок не модулирован, можно найти, усредняя ее по случайной фазе  $\delta$ .

В этом случае квазичеренковское излучение не интерферирует с дифракционным излучением релятивистского осциллятора, как, впрочем, отсутствует и интерференция разных гармоник друг с другом.

Более подробно анализ процесса излучения заряженной частицы в динамическом ондуляторе приведен [48–А].

Рассмотренные выше явления имеют общий характер и возникают всегда, когда релятивистский осциллятор движется через фотонный кристалл и испущенные осциллятором фотоны испытывают дифракцию.

В частности это справедливо также для процессов дифракции излучения каналированных в кристалле релятивистских протонов и ядер спектр которого лежит в мягкой области, в которой возможно осуществить дифракцию испускаемых фотонов в большом количестве разнообразных фотонных кристаллов.

### 3.4 Сложный эффект Доплера в фотонном кристалле, состоящем из нитей

Общность разнообразных процессов излучения, образуемого частицами в фотонных кристаллах, позволяет рассматривать их с единых позиций. Рассмотрим например уравнение (3.35), определяющее спектр дифракционного излучения

$$\vec{k}_{\mu\tau}^s \vec{u} - \omega = \vec{k}_\mu^s \vec{u} + \vec{\tau} \vec{u} - \omega = 0 \quad \text{т.е.} \quad \omega - \vec{k}_\mu^s \vec{u} = \vec{\tau} \vec{u},$$

и уравнение (3.39), определяющее спектр излучения осциллятора в кристалле

$$\vec{k}_{\mu\tau}^s \vec{u} - \omega \pm (n + n')\Omega = 0.$$

Очевидно, что мы можем рассматривать дифракционное излучение (эффект Смит-Парселла) как излучение осциллятора, обладающего частотой  $\Omega_D = \vec{\tau} \vec{u}$ .

Как следствие характерное для обычного осциллятора явление сложного эффекта Доплера [5] имеет место и для дифракционного излучения (эффекта Смит-Парселла) [3-А].

Рассмотрим теперь дифракционное излучение (эффект Смит-Парселла) в фотонном кристалле в случае прохождения через него электронного пучка со скоростью  $\vec{v}$ . Условие излучения можно записать следующим образом

$$\omega - \vec{k} n(k) \vec{v} = \vec{\tau} \vec{v}, \quad (3.52)$$

где  $\vec{\tau}$  - вектор обратной решетки, а  $n(k)$  - показатель преломления (см. (2.74)-(2.77)). Предположим, что скорость электронного пучка направлена вдоль оси  $OZ$ . В этом случае уравнение (3.52) можно представить в виде

$$k - \tau_z \beta = k n(k) \beta \cos \theta, \quad (3.53)$$

где  $\beta = \frac{v}{c}$ , угол между  $\vec{k}$  и скоростью электронного пучка обозначен как  $\theta$ ,  $\tau_z = \frac{2\pi m_h}{d_z}$ , где  $m_h = 1, 2, \dots$  - номер гармоники. Подставляя (2.74) в (3.53), получаем уравнение

$$\left( \frac{k - \tau_z \beta}{\beta \cos \theta} \right)^2 = k^2 + \eta, \quad (3.54)$$

аналогичное уравнению для сложного эффекта Доплера [5].

Корни этого уравнения дают спектр частот дифракционного излучения (излучения Смита-Парселла), возбуждаемого частицей при движении в

фотонном кристалле, состоящем из нитей, для которого  $\frac{\eta}{\tau_z^2} \ll 1$ . Корни уравнения (3.54) легко найти для значений  $\beta$ , при которых выполняется неравенство  $\frac{\eta}{\tau_z^2 \beta^2} \ll 1$ :

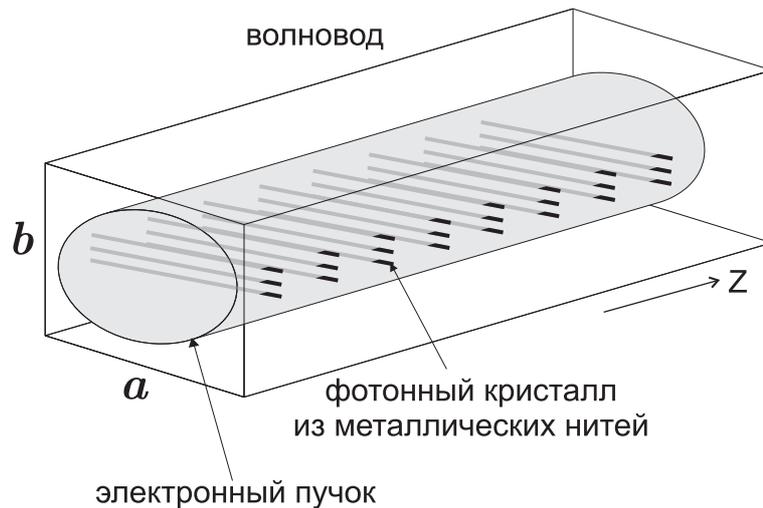
$$k_1 = \frac{\tau_z \beta}{1 - (\beta \cos \theta)^2} \left( 1 - \beta \cos \theta \sqrt{1 + \frac{\eta}{\tau_z^2} \frac{1 - (\beta \cos \theta)^2}{\beta^2}} \right),$$

$$k_2 = \frac{\tau_z \beta}{1 - (\beta \cos \theta)^2} \left( 1 + \beta \cos \theta \sqrt{1 + \frac{\eta}{\tau_z^2} \frac{1 - (\beta \cos \theta)^2}{\beta^2}} \right),$$
(3.55)

где  $\eta$  берется при  $k = \frac{\tau_z \beta}{1 - (\beta \cos \theta)^2}$ .

Следует напомнить, что  $\tau_z = \frac{2\pi m_h}{d_z}$ , где  $m_h = 1, 2, \dots$  - номер гармоники. Из уравнения (3.56) следует, что более высокие гармоники обеспечивают получение излучения с более высокой частотой. Например, для электронного пучка с энергией 200 кэВ, при  $\theta \sim 20^\circ$  и  $d_z = 1.6$  см, для корней 1 и 2 уравнения (3.53) первая гармоника ( $m_h = 1$ ) дает частоту излучения  $\sim 10$  ГГц и  $\sim 40$  ГГц, соответственно, в то время как 30-ая гармоника ( $m_h = 30$ ) обеспечивает частоту  $\sim 230$  ГГц and  $\sim 1$  ТГц.

Рассмотрим теперь дифракционное излучение в прямоугольном металлическом волноводе с помещенным внутри фотонным кристаллом, образованным натянутыми нитями (см. рисунок 3.6) [3–А].



**Рисунок 3.6. – Фотонный кристалл, образованный натянутыми нитями в волноводе прямоугольного сечения**

Предположим, что ширина  $a$  и высота  $b$  волновода значительно больше расстояния между соседними нитями фотонного кристалла ( $a, b \gg d_y, d_z$ ). Это позволяет рассматривать волновод с помещенным в нем

фотонным кристаллом как волновод, заполненный веществом с эффективной диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon = n^2$ .

Напомним, что в волноводе, ось которого параллельна оси  $OZ$ ,  $x$  и  $y$  компоненты волнового вектора дискретны, а не непрерывны, и только волновое число  $k_z$  изменяется непрерывно. Волновое поле в волноводе представлено волной, стоячей в поперечном направлении ( $OX$  и  $OY$ ), но бегущей вдоль направления  $OZ$ .

В волноводе существует дискретное множество волн, собственные значения которых  $\chi_{mn}$  определяются поперечными размерами волновода (шириной  $a$  и высотой  $b$ ) [121, 140, 141].

$$\chi_{mn}^2 = \left(\frac{\pi m}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi n}{b}\right)^2 . \quad (3.56)$$

Следовательно, в волноводе частота излучения  $\omega$  связана с волновым числом  $k_z$  соотношением [141]:

$$k_z^2(m, n) = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon - \chi_{mn}^2 . \quad (3.57)$$

Учитывая, что  $n^2 = \varepsilon = 1 + \chi$  ( $\varepsilon$  - диэлектрическая проницаемость среды, образованной металлическими нитями, а  $\chi$  - ее восприимчивость) с помощью уравнения (2.73) можно переписать (3.57) в виде:

$$k_z^2(m, n) = \frac{\omega^2}{c^2} - (\chi_{mn}^2 - \eta) , \quad (3.58)$$

здесь  $\eta$  постоянная, определенная в уравнении (2.73), однако  $\eta = \frac{\omega^2}{c^2} \chi$ . Как отмечалось в предыдущем разделе,  $n < 1$ , и поэтому  $\chi$  и  $\eta$  - отрицательные величины.

Таким образом, при появлении в волноводе фотонного кристалла, собственные значения величин  $\chi$  и  $\eta$  заменяются на некоторые эффективные значения  $K_{mn}$  ( $K_{mn}^2 = \chi_{mn}^2 - \eta$ ). Интересно отметить, что поскольку  $\eta < 0$ , то при помещении в волноводе фотонного кристалла, предельная частота волновода увеличивается (т. е., поперечные размеры волновода оказываются как бы меньше его реальных размеров).

Рассмотрим теперь спонтанное излучение Смита-Парселла при движении частицы вдоль оси волновода [3-А].

Условия возникновения излучения Смита-Парселла (3.52) можно представить в виде

$$\omega - k_z v = \tau_z v . \quad (3.59)$$

Объединив уравнения (3.58) и (3.59), можно получить уравнение для частоты излучения, аналогичное (3.54):

$$\left(\frac{\omega - \tau_z v}{v}\right)^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - (\chi_{mn}^2 - \eta). \quad (3.60)$$

Для  $\frac{\eta}{\tau_z^2 \beta^2} \ll 1$ , корни этого уравнения можно получить аналогично (3.56):

$$\begin{aligned} \omega_1(m, n) &= \frac{\tau_z v}{1 - \beta^2} \left( 1 - \beta \sqrt{1 - \frac{(\chi_{mn}^2 - \eta) (1 - \beta^2)}{\tau_z^2 \beta^2}} \right), \\ \omega_2(m, n) &= \frac{\tau_z v}{1 - \beta^2} \left( 1 + \beta \sqrt{1 - \frac{(\chi_{mn}^2 - \eta) (1 - \beta^2)}{\tau_z^2 \beta^2}} \right). \end{aligned} \quad (3.61)$$

Следует отметить, что при рассмотрении многоволновой дифракции может сложиться ситуация, когда фотон, испущенный частицей, благодаря механизму дифракционного излучения, будет испытывать дифракцию на семействе плоскостей, описываемых другим вектором обратной решетки  $\vec{\tau}'$ . Такой вариант был, например, реализован в первом генераторе ОЛСЭ [1–А].

### Выводы к главе 3

Получены выражения, описывающие временную зависимость интенсивности импульса излучения, образуемого релятивистской частицей, движущейся в естественном или фотонном кристалле. Рассмотрены особенности временной зависимости интенсивности импульса параметрического рентгеновского излучения в естественном кристалле и квазичеренковского излучения в фотонном кристалле.

Показано, что возможно реализовать условия, при которых длительность импульса параметрического рентгеновского излучения в естественных кристаллах и квазичеренковского излучения в фотонных кристаллах окажется больше времени пролета частицы через кристалл. Большая длительность излучения позволяет осуществлять детальное экспериментальное исследование сложной временной структуры параметрических импульсов, генерируемых электронными сгустками, получаемых в современных ускорителях. Явления, описанные в данной главе, можно наблюдать во всех спектральных диапазонах (рентгеновском, оптическом, терагерцевом и микроволновом). Проведенные эксперименты позволили наблюдать дополнительный пик микроволнового излучения, возникающий после пролета пучком фотонного кристалла.

Получены выражения, описывающие спектрально-угловые и временные характеристики излучения релятивистской частицы, движущейся в фотонном кристалле, расположенном внутри ондулятора. Показано, что интенсивность излучения содержит временные осцилляции, обусловленные интерференцией ондуляторного и параметрического (квазичеренковского) излучения.

Получены выражения, описывающие сложный эффект Доплера в фотонном кристалле. Показано, что вследствие сложного эффекта Доплера спектр частот дифракционного излучения (излучения Смита Парселла) в фотонном кристалле, так же как и спектр частот обычного дифракционного излучения релятивистского осциллятора, расщепляется на несколько ветвей, расстояния между которыми зависят от энергии частицы.

## ГЛАВА 4

# ИНДУЦИРОВАННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ, ОБРАЗУЕМОЕ РЕЛЯТИВИСТСКИМ ПУЧКОМ ЭЛЕКТРОНОВ, ДВИЖУЩИМСЯ В ФОТОННОМ КРИСТАЛЛЕ

### 4.1 Излучательная неустойчивость релятивистского пучка электронов, движущегося в ограниченном фотонном кристалле

Исследованию процессов генерации индуцированного излучения пучками электронов, движущихся в пространственно периодических структурах посвящено огромное число работ (см. [13, 45–47, 49]). Наиболее детально изучены процессы генерации волн в одномерном случае, когда пучок электронов движется вдоль оси гофрированного волновода (лампа бегущей волны, лампа обратной волны) или вдоль оси ондулятора (лазеры на свободных электронах, убитроны). Было выяснено, что под воздействием излучения пучок электронов, обладавший однородным распределением плотности, становится пространственно модулированным, т.е. возникает излучательная неустойчивость пучка. Инкремент нарастания излучательной неустойчивости пучка является важнейшей величиной, характеризующей генерационную способность пучка. Анализ показал, что для всех механизмов генерации индуцированного излучения релятивистскими пучками инкремент излучательной неустойчивости  $\Gamma$  в холодном пучке (т.е. пучке, в котором все электроны обладают одной и той же продольной скоростью  $\vec{u}$ ) подчиняется закону  $\Gamma \sim \rho^{1/3}$ , где  $\rho$  - плотность пучка [45, 49].

В 1984г. в работе [50] было показано, что индуцированное рентгеновское излучение, образуемое пучком электронов, пролетающих через кристалл в условиях, обеспечивающих совпадение корней дисперсионного уравнения, описывающего связь волнового вектора  $\vec{k}$  и частоты  $\omega$  фотонов в кристалле, приводит к возникновению нового закона для инкремента излучательной неустойчивости пучка  $\Gamma \sim \rho^{1/(s+3)}$ , где  $s$  - количество дополнительных волн, возникающих вследствие дифракции в кристалле излучаемых рентгеновских квантов. Подобный закон неустойчивости приводит к существенному снижению порога лазерной генерации рентгеновского излучения в кристалле (для кристалла LiH порог генерации, в соответствии с новым законом, наступает при плотности тока пучка  $10^8 \text{ А/см}^2$  против  $10^{13} \text{ А/см}^2$ , требуемого

в соответствии с обычным законом  $\rho^{1/3}$ ).

Несколько позже в работах [27, 62] было показано, что указанный закон справедлив во всех областях длин волн индуцированного излучения, образуемого электронами в пространственно-периодических структурах (дифракционных решетках) и для различных типов нелинейного взаимодействия волн в естественных и искусственных (фотонных) кристаллах. Результаты указанных работ привели к возможности разработки и создания нового класса лазеров на свободных электронах, получивших название объемных лазеров на свободных электронах (ОЛСЭ) [64].

Прототип первого ОЛСЭ, продемонстрировавший справедливость заложенных в его основе идей, был создан в НИИ ЯП БГУ в 2001г. [1–А].

Теоретическое исследование проблемы неустойчивости электронных пучков, движущихся в кристаллах было проведено для идеализированного случая безграничной среды (см. обзор [64], а также [50, 59–62, 66, 68–71, 142, 143]).

В оптическом и микроволновом диапазонах на процесс генерации в ОЛСЭ (ЛСЭ и т.п.) может существенное влияние оказывать конечный размер фотонного кристалла. Известно, например, что в микроволновом диапазоне дискретная структура мод волноводов и резонаторов играет важнейшую роль в осуществлении эффективного процесса генерации [45–47, 49]. В этой связи встает вопрос о возможном влиянии конечных размеров фотонного кристалла на закон неустойчивости.

В настоящей главе исследована излучательная неустойчивость пучка, движущегося в фотонном кристалле ограниченных размеров [3–А, 4–А, 19–А]. Получено дисперсионное уравнение, описывающее неустойчивость в этом случае. Показано, что закономерность  $\Gamma \sim \rho^{1/(s+3)}$  сохраняется и в этом случае и обусловлена смешиванием мод электромагнитного поля, характеризующих конечный объем, в котором поле существует, периодическим возмущением со стороны фотонного кристалла.

Система уравнений, описывающая процесс генерации индуцированного излучения в фотонных (и естественных) кристаллах может быть получена из уравнений Максвелла и уравнений движения частицы в электромагнитном поле:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j}, \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \vec{D} &= 4\pi\rho, \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j} = 0, \end{aligned} \quad (4.1)$$

$$\vec{j}(\vec{r}, t) = e \sum_{\alpha} \vec{v}_{\alpha}(t) \delta(\vec{r} - \vec{r}_{\alpha}(t)), \quad \rho(\vec{r}, t) = e \sum_{\alpha} \delta(\vec{r} - \vec{r}_{\alpha}(t)), \quad (4.2)$$

$$\frac{d\vec{v}_{\alpha}}{dt} = \frac{e}{m\gamma_{\alpha}} \left\{ \vec{E}(\vec{r}_{\alpha}(t), t) + \frac{1}{c} \left[ \vec{v}_{\alpha}(t) \times \vec{H}(\vec{r}_{\alpha}(t), t) \right] - \frac{\vec{v}_{\alpha}}{c^2} \left( \vec{v}_{\alpha}(t) \vec{E}(\vec{r}_{\alpha}(t), t) \right) \right\}, \quad (4.3)$$

где  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  - напряженности электрического и магнитного поля,  $\vec{j}$  и  $\rho$  - плотность тока и заряда,  $e$  - заряд электрона,  $\gamma_{\alpha} = (1 - \frac{v_{\alpha}^2}{c^2})^{-\frac{1}{2}}$  - Лоренц-фактор,  $\vec{v}_{\alpha}$  - скорость электрона под номером  $\alpha$  в электронном пучке,  $\vec{r}_{\alpha}(t)$  - радиус-вектор точки, где находится электрон под номером  $\alpha$ ,  $D_i(\vec{r}, t') = \int \varepsilon_{il}(\vec{r}, t - t') E_l(\vec{r}, t') dt'$  или  $D_i(\vec{r}, \omega) = \varepsilon_{il}(\vec{r}, \omega) E_l(\vec{r}, \omega)$  (индексы  $i, l = 1, 2, 3$  соответствуют  $x, y, z$ ),  $\varepsilon_{il}(\vec{r}, \omega)$  - тензор диэлектрической проницаемости фотонного кристалла, который можно представить в виде  $\hat{\varepsilon}(\vec{r}) = 1 + \hat{\chi}(\vec{r})$ , где  $\hat{\chi}(\vec{r})$  восприимчивость фотонного кристалла, которая в общем случае может быть записана в виде  $\hat{\chi}(\vec{r}) = \sum_i \hat{\chi}_{cell}(\vec{r} - \vec{r}_i)$ , где  $\hat{\chi}_{cell}(\vec{r} - \vec{r}_i)$  - восприимчивость элементарной ячейки кристалла. В идеальном безграничном фотонном кристалле  $\hat{\chi}(\vec{r})$  можно представить в виде разложения в ряд Фурье  $\hat{\chi}(\vec{r}) = \sum_{\vec{\tau}} \hat{\chi}_{\vec{\tau}} e^{i\vec{\tau}\vec{r}}$ , где  $\vec{\tau}$  - вектор обратной решетки кристалла (например, для прямоугольной кристаллической решетки с периодами  $d_1, d_2, d_3$  вектор обратной решетки определяется как  $\vec{\tau} = \left( \frac{2\pi}{d_1} n_1, \frac{2\pi}{d_2} n_2, \frac{2\pi}{d_3} n_3 \right)$ , причем  $n_1, n_2, n_3 = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ . При  $\hat{\chi} \ll 1$  уравнение (4.1) можно записать в виде:

$$\Delta \vec{E}(\vec{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int \hat{\varepsilon}(\vec{r}, t - t') \vec{E}(\vec{r}, t') dt' = 4\pi \left( \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{j}(\vec{r}, t)}{\partial t} + \vec{\nabla} \rho(\vec{r}, t) \right). \quad (4.4)$$

Далее более детально рассмотрим практически важный случай, когда фотонный кристалл находится внутри гладкого прямоугольного волновода, ось которого совпадает с осью  $z$ . Собственные функции и собственные значения такого волновода хорошо изучены [14, 141]. Проведем преобразование Фурье уравнения (4.4) по времени и продольной координате  $z$ . Полученное таким образом уравнение для определения поля  $\vec{E}(\vec{r}_{\perp}, k_z, \omega)$  разложим по полному набору векторных собственных функций прямоугольного волновода  $\vec{Y}_{mn}^{\lambda}(\vec{r}_{\perp}, k_z)$ , где  $m, n = 1, 2, 3, \dots$ , а  $\lambda$  описывает тип волны [144]. Для поля  $\vec{E}$  имеем равенство

$$\vec{E}(\vec{r}_\perp, k_z, \omega) = \sum_{mn\lambda} C_{mn}^\lambda(k_z, \omega) \vec{Y}_{mn}^\lambda(\vec{r}_\perp, k_z). \quad (4.5)$$

В результате получаем систему уравнений

$$\begin{aligned} & \left[ (k_z^2 + \varkappa_{mn\lambda}^2) - \frac{\omega^2}{c^2} \right] C_{mn}^\lambda(k_z, \omega) - \\ & - \frac{\omega^2}{c^2} \frac{1}{2\pi} \sum_{m'n'\lambda'} \int \vec{Y}_{mn}^{\lambda*}(\vec{r}_\perp, k_z) \hat{\chi}(\vec{r}) \vec{Y}_{m'n'}^{\lambda'}(\vec{r}_\perp, k'_z) e^{-i(k_z - k'_z)z} d^2r_\perp C_{m'n'}^{\lambda'}(k'_z, \omega) dk'_z dz \\ & = \frac{4\pi i \omega}{c^2} \int \vec{Y}_{mn}^{\lambda*}(\vec{r}_\perp, k_z) \left\{ \vec{j}(\vec{r}_\perp, z, \omega) + \frac{c^2}{\omega^2} \vec{\nabla} \left( \vec{\nabla} \vec{j}(\vec{r}_\perp, z, \omega) \right) \right\} e^{-ik_z z} d^2r_\perp dz, \end{aligned} \quad (4.6)$$

где  $\varkappa_{mn\lambda}^2 = k_{xm\lambda}^2 + k_{yn\lambda}^2$ . Для исследования проблемы неустойчивости достаточно разложить выражения (4.2) для  $\vec{j}$  и  $\rho$  по амплитуде поля  $\vec{E}$  и ограничиться линейным приближением. Для дальнейшего анализа нам необходимо найти поправки  $\delta\vec{j}$  и  $\delta\rho$ , обусловленные возмущением пучка полем. Рассмотрим Фурье-образы плотности тока и заряда пучка  $\vec{j}(\vec{k}, \omega)$  и  $\rho(\vec{k}, \omega)$ . Из соотношений (4.2) можно получить, что  $\delta\vec{j}(\vec{k}, \omega) = e \sum_{\alpha=1}^N e^{-i\vec{k}\vec{r}_{\alpha 0}} \left\{ \delta\vec{v}_\alpha(\omega - \vec{k}\vec{u}_\alpha) + \vec{u}_\alpha \frac{\vec{k}\delta\vec{v}_\alpha(\omega - \vec{k}\vec{u}_\alpha)}{\omega - \vec{k}\vec{u}_\alpha} \right\}$ , где  $\vec{r}_{\alpha 0}$  - начальная координата электрона,  $\vec{u}_\alpha$  - невозмущенная скорость электрона. Далее для простоты будем рассматривать холодный пучок, для которого  $\vec{u}_\alpha \approx \vec{u}$ , где  $\vec{u}$  - средняя скорость пучка. Общий случай теплого пучка получается усреднением  $\delta\vec{j}(\vec{k}, \omega)$  по распределению скоростей  $\vec{u}_\alpha$  в пучке. Фурье-разложение поля  $\vec{E}(\vec{r}_\alpha, \omega)$  имеет вид:  $\vec{E}(\vec{r}_\alpha, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \vec{E}(\vec{k}', \omega) e^{i\vec{k}'\vec{r}_\alpha} d^3k'$ . Как следствие, в формуле для  $\delta\vec{j}(\vec{k}, \omega)$  содержится сумма по распределению частиц в пучке вида  $\sum_{\alpha} e^{-i(\vec{k}-\vec{k}')\vec{r}_\alpha}$ . Предположим, что в невозмущенном пучке электроны распределены равномерно по области, занятой пучком, тогда  $\sum_{\alpha} e^{-i(\vec{k}-\vec{k}')\vec{r}_\alpha} = (2\pi)^3 \rho_0 \delta(\vec{k} - \vec{k}')$ , где  $\rho_0$  - плотность пучка (число электронов в 1 см<sup>3</sup>). В результате для  $\delta\vec{j}(\vec{k}, \omega)$  можно получить следующее выражение [66, 142].

$$\delta\vec{j}(\vec{k}, \omega) = \frac{i\vec{u}e^2\rho(k^2 - \omega^2/c^2)}{(\omega - \vec{k}\vec{u})^2 m\gamma\omega} \vec{u}\vec{E}(\vec{k}, \omega). \quad (4.7)$$

С помощью уравнения непрерывности мы немедленно получаем и выражение

для  $\rho(\vec{k}, \omega)$ . Выражения (4.5) и (4.7) позволяют записать (4.6) в следующем виде [4-A]:

$$\begin{aligned} & \left[ (k_z^2 + \kappa_{mn\lambda}^2) - \frac{\omega^2}{c^2} \right] C_{mn}^\lambda(k_z, \omega) - \\ & - \frac{\omega^2}{c^2} \frac{1}{2\pi} \sum_{m'n'\lambda'} \int \vec{Y}_{mn}^{\lambda*}(\vec{r}_\perp, k_z) \hat{\chi}(\vec{r}) \vec{Y}_{m'n'}^{\lambda'}(\vec{r}_\perp, k'_z) e^{-i(k_z - k'_z)z} d^2 r_\perp C_{m'n'}^{\lambda'}(k'_z, \omega) dk'_z dz \\ & = - \frac{\omega_L^2 (k_{mn}^2 c^2 - \omega^2)}{\gamma c^4 (\omega - \vec{k}_{mn} \vec{u})^2} \left\{ \frac{1}{2\pi} \left| \int \vec{u} \vec{Y}_{mn}^\lambda(\vec{k}_\perp, k_z) d^2 k_\perp \right|^2 \right\} C_{mn}^\lambda(k_z, \omega) \end{aligned} \quad (4.8)$$

где вектор  $\vec{k}_{mn} = (k_{xm\lambda}, k_{yn\lambda}, k_z) = (\vec{\kappa}_{mn\lambda}, k_z)$ , собственные функции  $\vec{Y}_{mn}^\lambda(\vec{k}_\perp, k_z) = \int e^{-i\vec{k}_\perp \vec{r}_\perp} \vec{Y}_{mn}^\lambda(\vec{r}_\perp, k_z) d^2 r_\perp$ . Заметим, что в пределе, когда поперечные размеры фотонного кристалла стремятся к бесконечности, выражение в фигурных скобках приобретает вид  $(\vec{e} \vec{u})^2$ , где  $\vec{e}$  - единичный вектор поляризации волны, излученной пучком. В соответствии с анализом [4-A] основной вклад в сумму  $\sum_{m'n'\lambda'}$  обеспечивают амплитуды  $C_{m'n'}^{\lambda'}(k'_z, \omega) \equiv C^{\lambda'}(\vec{k}_{\perp mn} - \vec{\tau}_\perp, k_z - \tau_z, \omega) = C^{\lambda'}(\vec{k}_{mn} - \vec{\tau}, \omega)$ , а вклад других мод подавлен. В результате (4.8) мы можем записать в виде [4-A]:

$$\begin{aligned} & \vec{k}_{mn}^2 C^\lambda(\vec{k}_{mn}, \omega) - \frac{\omega^2}{c^2} C^\lambda(\vec{k}_{mn}, \omega) \times \\ & \times \left( 1 + \chi_{mn}^{\lambda\lambda}(0) - \frac{\omega_L^2 (k_{mn}^2 c^2 - \omega^2)}{\omega^2 \gamma c^2 (\omega - \vec{k}_{mn} \vec{u})^2} \left\{ \frac{1}{2\pi} \left| \int \vec{u} \vec{Y}_{mn}^\lambda(\vec{k}_\perp, k_z) d^2 k_\perp \right|^2 \right\} \right) - \\ & - \frac{\omega^2}{c^2} \sum_{\lambda'\tau} \chi_{mn}^{\lambda\lambda'}(\vec{\tau}) C^{\lambda'}(\vec{k}_{mn} - \vec{\tau}, \omega) = 0, \end{aligned} \quad (4.9)$$

где  $\chi_{mn}^{\lambda\lambda'}(\tau) = \frac{1}{d_z} \int \vec{Y}_{mn}^{\lambda*}(\vec{r}_\perp, k_z) \hat{\chi}(\vec{r}_\perp, \tau_z) \vec{Y}_{m'n'}^{\lambda'}(\vec{r}_\perp, k_z - \tau_z) d^2 r_\perp$ ,  $\hat{\chi}(\vec{r}_\perp, \tau_z) = \sum_{x_i, y_i} \int \hat{\chi}_{cell}(x - x_i, y - y_i, \zeta) e^{-i\tau_z \zeta} d\zeta$ ,  $\omega_L$  - ленгмюровская частота.

Система уравнений (4.9) по своему виду совпадает с системой уравнений, описывающей неустойчивость пучка, пролетающего через безграничный кристалл [66, 142]. Отличие состоит в определении коэффициентов, входящих в уравнения, а также в том, что волновые векторы  $\vec{k}_{mn}$  в случае безграничного кристалла не являются квантованными, а являются непрерывными волновыми векторами  $\vec{k}$ . Указанные уравнения позволяют определить

зависимость  $\vec{k}_{mn}(\omega)$  для волн, распространяющихся в кристалле. Сшивая падающий волновой пакет с совокупностью волн, распространяющихся внутри фотонного кристалла с помощью граничных условий можно получить явное выражение, описывающее решение рассматриваемых уравнений. Формально результат аналогичен [59]. Согласно (4.9) выражение в прямоугольных скобках играет роль диэлектрической проницаемости кристалла в условиях, когда дифракцией можно пренебречь:

$$\varepsilon_0 = n^2 = 1 + \chi_{mn}^{\lambda\lambda}(0) - \frac{\omega_L^2 (k_{mn}^2 c^2 - \omega^2)}{\omega^2 \gamma c^2 (\omega - \vec{k}_{mn} \vec{u})^2} \left\{ \frac{1}{2\pi} \left| \int \vec{u} \vec{Y}_{mn}^{\lambda}(\vec{k}_{\perp}, k_z) d^2 k_{\perp} \right|^2 \right\},$$

где  $n$  – показатель преломления. Видно, что вклад в показатель преломления кристалла в рассматриваемом случае дает не только рассеяние волн на элементарной ячейке кристаллической решетки, но и рассеяние волн на электронах пучка (слагаемое пропорциональное  $\omega_L^2$ ): фотонный кристалл, пронизываемый пучком электронов, представляет собой среду, описываемую показателем преломления  $n$  (диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_0$ ). Согласно (4.9) при  $\omega \rightarrow \vec{k}_{mn} \vec{u}$ , пучковый вклад нарастает.

Предположим вначале, что условия дифракции не выполняются, тогда амплитуды дифрагированных волн малы. В этом случае сумму по  $\tau$  можно отбросить и условия существования волны в системе получается из требования равенства нулю выражения в прямоугольных скобках. Это выражение можно записать в виде (скорость  $\vec{u}$  параллельна оси  $oz$ ):

$$\begin{aligned} & \left( k_z^2 - \left( \frac{\omega^2}{c^2} n_0^2 - \varkappa_{mn}^2 \right) \right) (\omega - k_z u)^2 \\ & = - \frac{\omega_L^2 (k_{mn}^2 c^2 - \omega^2)}{\gamma c^4} \left\{ \frac{1}{2\pi} \left| \int \vec{u} \vec{Y}_{mn}^{\lambda}(\vec{k}_{\perp}, k_z) d^2 k_{\perp} \right|^2 \right\}, \end{aligned} \quad (4.10)$$

где  $n_0$  - показатель преломления фотонного кристалла в отсутствие пучка,  $\varepsilon_0 = n_0^2 = 1 + \chi_{mn}^{\lambda\lambda}(0)$ .

Так как нелинейность мала, то в качестве нулевого приближения мы рассмотрим спектр волн уравнения (4.10) с равной нулю правой частью. Нас интересует случай, когда выполняются условия  $\omega - k_z u \rightarrow 0$  и  $\left( k_z^2 - \left( \frac{\omega^2}{c^2} n_0^2 - \varkappa_{mn}^2 \right) \right) \rightarrow 0$ , т.е. возможно существование черенковского излучения и электромагнитная волна может распространяться в фотонном кристалле. В этом случае корни уравнения (4.10) имеют вид  $k_{1z} =$

$\frac{\omega}{c} \sqrt{n_0^2 - \frac{\kappa_{mn}^2 c^2}{\omega^2}}$ ,  $k'_{1z} = -k_{1z}$ ,  $k_{2z} = \frac{\omega}{u}$ . Так как в соответствии с условием Черенкова  $k_{2z} = \frac{\omega}{u} > 0$ , то нас интересует распространение в фотонном кристалле волны с  $k_{1z} > 0$ . В этом случае в уравнении для определения  $k_z$  мы можем положить  $(k_z - k_{1z})(k_z + k_{1z}) \approx 2k_{1z}(k_z - k_{1z})$ . В результате, переписав уравнение (4.10), можно получить кубическое уравнение для определения  $k_z$ :

$$(k_z - k_{1z})(k_z - k_{2z})^2 = -\frac{\omega_L^2 \omega^2 (n_0^2 - 1)}{2k_{1z} u^2 \gamma c^4} \left\{ \frac{1}{2\pi} \left| \int \vec{u} \vec{Y}_{mn}^\lambda(\vec{k}_\perp, k_z) d^2 k_\perp \right|^2 \right\},$$

т.е.  $(k_z - k_{1z})(k_z - k_{2z})^2 = -A$ , где  $A$  вещественное и  $A > 0$  (т.к. для существования эффекта Черенкова необходимо  $n_0^2 > 1$ ). Пусть  $k_{1z} = k_{2z}$ . Это возможно, если скорость частицы

$$u = \frac{c}{\sqrt{n_0^2 - \kappa_{mn}^2 c^2 / \omega^2}}. \quad (4.11)$$

Введем  $\xi = k - k_{1z}$ , тогда при  $k_{1z} = k_{2z}$  решение кубического уравнения  $\xi^3 = -A$ , дает три корня  $\xi_1 = -\sqrt[3]{A}$ ,  $\xi_{2,3} = \frac{1}{2}(1 \pm i\sqrt{3})\sqrt[3]{A}$ , и решение, соответствующее корню  $\xi_2 = \frac{1}{2}(1 + i\sqrt{3})\sqrt[3]{A}$  растет с увеличением  $z$ , что означает наличие неустойчивости у пучка [145], при этом  $Im k_z = Im \xi_2 \sim \sqrt[3]{\rho}$ .

Отметим здесь (см. Главу 2), что фотонный кристалл, состоящий из металлических нитей, обладает для волны с электрической поляризацией, параллельной нитям, показателем преломления  $n_0 < 1$ , т.е. черенковская неустойчивость пучка отсутствует [3–А]. Состояние же с электрическим вектором ортогональным металлическим нитям обладает показателем преломления  $n_0 > 1$  [122] и для этой волны черенковская неустойчивость существует. Однако, в отличие от безграничного фотонного кристалла, даже при  $n_0^2 > 1$ , модовый характер поля в фотонном кристалле, находящемся в волноводе, приводит к тому, что, подкоренное выражение в выражении (4.11) становится меньше 1, благодаря наличию  $\kappa_{mn}^2$  в знаменателе, приводя к требованию  $u > c$ , что невозможно. Следовательно, для развития в волноводе излучательной неустойчивости рассмотренного выше типа, необходимо не условие  $n_0^2 > 1$ , а условие  $n_0^2 - \frac{\kappa_{mn}^2 c^2}{\omega^2} > 1$ .

Пусть в фотонном кристалле возможно выполнение условий, при которых  $C_{mn}(\vec{k}_{mn} + \vec{\tau})$  оказывается сравнимой с амплитудой  $C_{mn}(\vec{k}_{mn})$ . В этом случае, аналогично стандартной теории дифракции в безграничном кристалле в случае  $\chi \ll 1$  [21, 120], достаточно оставить в системе (4.9)

только уравнения для этих амплитуд. Далее будем рассматривать фотонный кристалл, образованный параллельными нитями, которые параллельны стенке волновода  $(y, z)$  и проанализируем дифракцию волны типа  $\lambda$ , имеющую электрический вектор, лежащий в плоскости  $(y, z)$  (ТМ-волна). Имеем

$$\left[ k_{mn}^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon \right] C^\lambda(\vec{k}_{mn}, \omega) - \frac{\omega^2}{c^2} \chi_{mn}^{\lambda\lambda}(-\vec{\tau}) C^\lambda(\vec{k}_{mn} + \vec{\tau}, \omega) = 0, \quad (4.12)$$

$$\left[ (\vec{k}_{mn} + \vec{\tau}) - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0 \right] C^\lambda(\vec{k}_{mn} + \vec{\tau}, \omega) - \frac{\omega^2}{c^2} \chi_{mn}^{\lambda\lambda}(\vec{\tau}) C^\lambda(\vec{k}_{mn}, \omega) = 0.$$

Слагаемого, содержащего  $(\omega - (\vec{k} + \vec{\tau}) \vec{u})^{-1}$  во втором уравнении нет, т.к. при  $(\omega - \vec{k} \vec{u}) \rightarrow 0$  к нулю это слагаемое мало и его можно отбросить. Дисперсионное уравнение для определения связи  $k_z$  и  $\omega$  получается приравниванием детерминанта системы (4.12) к нулю и имеет вид

$$\begin{aligned} & \left[ \left( k_{mn}^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0 \right) \left( (\vec{k}_{mn} + \vec{\tau})^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0 \right) - \frac{\omega^4}{c^4} \chi_\tau \chi_{-\tau} \right] (\omega - k_z u)^2 = \\ & = -\frac{\omega_L^2}{\gamma c^4} \left\{ \frac{1}{2\pi} \left| \int \vec{u} \vec{Y}_{mn}^\lambda(\vec{k}_\perp, k_z) d^2 k_\perp \right|^2 \right\} (k_{mn}^2 c^2 - \omega^2) \left( (\vec{k}_{mn} + \vec{\tau})^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0 \right). \end{aligned} \quad (4.13)$$

Вследствие малости правой части, ищем решение вблизи точек, в которых правая часть равна нулю, что соответствует условию возникновения черенковского излучения и возбуждения волны, которая может распространяться в волноводе:

$$\begin{aligned} & \left( k_z^2 - \left( \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0 - \chi_{mn}^2 \right) \right) \left( (k_z + \tau)^2 - \left( \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0 - (\vec{\chi}_{mn} + \vec{\tau}_\perp)^2 \right) \right) - \\ & - \frac{\omega^4}{c^4} \chi_\tau \chi_{-\tau} = 0, \\ & \left( k_z - \frac{\omega}{u} \right)^2 = 0. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Корни уравнений ищем вблизи условий  $k_{mn}^2 \approx (\vec{k}_{mn} + \vec{\tau})^2$ . Введем новую переменную  $\xi$ , определяемую равенством  $k_z = k_{z0} + \xi$ , тогда  $k_z^2 = k_{z0}^2 +$

$2k_{z0}\xi + \xi^2$ , где  $k_{z0}^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_0 - \varkappa_{mn}^2$ ,  $k_{z0} = \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_0 - \frac{\varkappa_{mn}^2 c^2}{\omega^2}}$ . В результате для  $\xi$  имеем уравнение

$$\xi^2 + \frac{(2\vec{k}_{0mn}\vec{\tau} + \tau^2)}{(k_{0z} + \tau_z)}\xi - \frac{\omega^4}{c^4} \frac{\chi_\tau \chi_{-\tau}}{4k_{0z}(k_{0z} + \tau_z)} = 0,$$

решения которого

$$\xi_{1,2} = -\frac{(2\vec{k}_{0mn}\vec{\tau} + \tau^2)}{4(k_{0z} + \tau_z)} \pm \sqrt{\left(\frac{2\vec{k}_{0mn}\vec{\tau} + \tau^2}{4(k_{0z} + \tau_z)}\right)^2 + \frac{\omega^4}{c^4} \frac{\chi_\tau \chi_{-\tau}}{4k_{0z}(k_{0z} + \tau_z)}}.$$

Если  $(k_{0z} + \tau_z) = -|k_{0z} + \tau_z|$ , то корень может пройти через ноль. В это же время должно выполняться второе уравнение:

$$\omega - k_z u = \omega - k_{0z} u - \xi u = 0.$$

Следовательно

$$\xi = \frac{\omega - k_{0z} u}{u} = \frac{\omega}{u} - k_{0z} = \frac{\omega}{u} - \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0 - \frac{\varkappa_{mn}^2 c^2}{\omega^2}}.$$

Если  $\varepsilon_0 < 1$ , то  $\xi = \frac{\omega}{u} \left(1 - \beta \sqrt{\varepsilon_0 - \frac{\varkappa_{mn}^2 c^2}{\omega^2}}\right) > 0$ ,  $\xi = \frac{\omega}{u} - k_{0z}$ . Совпадение корней возможно в точке

$$\frac{2\vec{k}_{0mn}\vec{\tau} + \tau^2}{4(k_{0z} + \tau_z)} = \pm \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\sqrt{\chi_\tau \chi_{-\tau}}}{\sqrt{4k_{0z} |k_{0z} + \tau_z|}},$$

при этом  $k_{0z} + \tau_z < 0$ . Для совпадения корней необходимо выполнение равенства

$$\frac{\omega}{u} - k_{0z} = \mp \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\sqrt{\chi_\tau \chi_{-\tau}}}{\sqrt{4k_{0z} |k_{0z} + \tau_z|}}$$

т.е.

$$\frac{\omega}{u} = k_{0z} \mp \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\sqrt{\chi_\tau \chi_{-\tau}}}{\sqrt{4k_{0z} |k_{0z} + \tau_z|}}$$

и  $k_{0z} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0 - \frac{\varkappa_{mn}^2 c^2}{\omega^2}}$ . Пусть  $\varepsilon_0 < 1$ , тогда  $\frac{\omega}{u} > k_{0z}$  (так как  $u < c$ ) и для решения

$$\frac{\omega}{u} = k_{0z} - \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\sqrt{\chi_\tau \chi_{-\tau}}}{\sqrt{4k_{0z} |k_{0z} + \tau_z|}}$$

условие Вавилова-Черенкова не выполняется.

Рассмотрим теперь решение

$$\frac{\omega}{u} = k_{0z} + \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\sqrt{\chi_\tau \chi_{-\tau}}}{\sqrt{4k_{0z} |k_{0z} + \tau_z|}}.$$

При  $\tau_z < 0$  величина  $k_{0z} + \tau_z$  может быть сделана достаточно малой, так чтобы сумма справа оказалась равной  $\omega/u$ , тогда может иметь место совпадение 4 корней.

Однако если  $\varepsilon_0 > 1$  и достаточно велико, то и в ограниченном прямоугольном фотонном кристалле в одномерном случае возможно четырехкратное вырождение корней.

Итак, левая часть (4.14) имеет четыре корня:  $\xi_1$ ,  $\xi_2$  и двукратно вырожденный корень  $\xi_3$ . Следовательно, уравнение (4.13) может быть представлено в виде:  $(\xi - \xi_1)(\xi - \xi_2)(\xi - \xi_3)^2 = B$ . Если корни совпадают ( $\xi_1 = \xi_2 = \xi_3$ ), то  $(\xi - \xi_1)^4 = B$ , то есть  $\xi - \xi_1 = \sqrt[4]{B}$ , а значит есть мнимые решения, зависящие от плотности пучка как  $Imk_z \sim \rho_0^{1/4}$  (параметр  $B \sim \omega_L^2 \sim \rho_0$ , см. правую часть (4.13)). В этом случае, так же как и в безграничной среде, инкремент больше, чем для случая трехкратного вырождения [27, 50, 62]. С увеличением числа продифрагировавших волн сохраняется закономерность, установленная в [27, 50, 62], а именно: инкремент неустойчивости оказывается пропорциональным  $\rho^{1/(s+3)}$ , где  $s$  - число волн, возникающих в результате дифракции. Следовательно, резко уменьшается пороговый ток генерации [27, 50, 62]. Пороговая плотность тока  $j_{th} \sim \frac{1}{(kL)^3 (k\chi_\tau L)^{2s}}$ , где  $L$  - длина зоны взаимодействия [63, 64]. Аналогичное рассмотрение излучательной неустойчивости в ОЛСЭ при движении пучка в ондуляторе (электромагнитной волне), расположенном в ограниченном фотонном кристалле показывает, что и в этом случае дисперсионное уравнение и закон неустойчивости имеют вид аналогичный случаю безграничного кристалла. Правило перехода от дисперсионных уравнений, описывающих нестабильность в безграничном случае [66, 142] аналогично рассмотренному выше, т.е. непрерывный  $\vec{k}$  нужно заменить на квантованные значения  $\vec{k}_{mn}$  и переопределить коэффициенты, входящие в уравнения типа (4.9).

Важно заметить, что именно квантование значений волновых векторов в случае кристалла ограниченных размеров  $\vec{k}_{mn}$  позволило объяснить обнаруженные в первом эксперименте, посвященном проверке основных принципов ОЛСЭ [1-А, 11-А], осцилляции мощности и спектр частот излучения.

## 4.2 Нелинейные уравнения генерации излучения релятивистским электронным пучком, движущимся в фотонном кристалле

Рассмотренные выше закономерности развития излучательной неустойчивости позволяют найти инкременты нарастания неустойчивости и проанализировать начальную стадию нарастания амплитуды излучения под действием электронного пучка. По мере нарастания амплитуды излучаемой волны сама волна начинает все более интенсивно влиять на электроны пучка. В результате подобного влияния возникает эффективный энергообмен между электронами и фотонами, приводящий в конечном итоге к прекращению роста интенсивности излучения – возникает эффект насыщения. В системе электронный пучок - электромагнитная волна развиваются разнообразные нелинейные процессы. Описание этой стадии излучения в ЛСЭ и других подобных системах проводится с помощью нелинейных уравнений. Для случая индуцированного параметрического рентгеновского излучения нелинейные уравнения генерации были получены и проанализированы в работах К.Г.Батракова и С.Н.Сытовой [69, 70]. Следует, однако, отметить, что в этих работах, так же как и в случае активно изучаемых одномерных систем ЛСЭ и микроволновых генераторов, система нелинейных уравнений генерации получена в пренебрежении дисперсией волн, обусловленной возможным наличием частотной зависимости величин  $\varepsilon_0$  и  $\varepsilon_\tau$ . Между тем, наличие дисперсии, обусловленной частотной зависимостью  $\varepsilon_0$  и  $\varepsilon_\tau$  может привести к существенному изменению зависимости от времени генерируемого импульса излучения.

В настоящем параграфе получены нелинейные уравнения генерации излучения релятивистским пучком в фотонном кристалле, в которых учтена зависимость от частоты эффективной диэлектрической проницаемости фотонного кристалла  $\varepsilon_0$  и  $\varepsilon_\tau$  [3–А].

Для получения уравнений, описывающих генерацию излучения в фотонном кристалле, рассмотрим уравнения Максвелла и уравнения движения частицы в электромагнитном поле (4.1) и (4.2). Из (4.1) вытекает следующее уравнение:

$$-\Delta \vec{E} + \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial \vec{j}}{\partial t}. \quad (4.15)$$

Рассмотрим уравнение (4.15) на примере сеточного фотонного кристалла из периодически расположенных металлических нитей. В соответствии с

проведенным выше анализом (см. Главу 2), в этом случае следует различать две ориентации вектора напряженности электрического поля: параллельную и перпендикулярную нитям. Поляризуемость нити  $g_{\parallel}$  для волны с поляризацией параллельной нитям намного больше, чем поляризуемость  $g_{\perp}$  для волны с поляризацией, перпендикулярной нитям, для которой  $g_{\perp}$  мала. По этой причине волну с поляризацией, перпендикулярной нитям, мы рассматривать не будем. Известно [21, 23], что общее решение уравнений Максвелла для вещества с периодической в пространстве диэлектрической проницаемостью можно выразить как суперпозицию волн Блоха. Поэтому, его можно записать как сумму плоских волн, волновые векторы которых отличаются вектором обратной решетки  $\tau$  (см. (2.67)). Далее для вывода уравнений генерации используем метод медленно меняющихся амплитуд [147]. Таким образом, решение (4.15) можно получить в виде:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{e}_{\parallel} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} A_{\tau}(\vec{r}, t) e^{i(\vec{k}_{\tau}\vec{r} - \omega t)}, \quad (4.16)$$

где амплитуда  $A_{\tau}(\vec{r}, t)$  медленно изменяется во времени и пространстве (типичное расстояние изменения  $L \gg \frac{1}{\tau}$ , типичное время изменения  $T \gg \frac{1}{\omega}$ ), волновой вектор  $\vec{k}_{\tau} = \vec{k} + \vec{\tau}$ , вектор обратной решетки  $\vec{\tau} = (\tau_x, \tau_y, \tau_z) = (0, \tau_y, \tau_z)$ . Напомним, что ось  $0X$  направлена вдоль оси нити см. Рис.2.1.

Рассмотрим теперь тензор диэлектрической проницаемости для волны с поляризацией параллельной нитям. Согласно Главе 2 эффективную диэлектрическую проницаемость фотонного кристалла, образованного натянутыми нитями, можно записать в виде:

$$\varepsilon(\vec{r}, \omega) = \sum_{\tau} \varepsilon_{\tau} e^{i\vec{\tau}\vec{r}}. \quad (4.17)$$

В случае, когда длина волны  $\lambda$  больше радиуса нити  $R$  ( $\lambda \gg R$ ), амплитуда рассеяния волны на нити не зависит от угла рассеяния. По этой причине  $\varepsilon_0 \equiv \varepsilon_{0\parallel} = n_{\parallel}^2 = 1 + g_{\parallel}$  и  $\varepsilon_{\tau} = \varepsilon_{-\tau} = \varepsilon_{\parallel}(\tau, \omega) = g_{\parallel}$ , где  $g_{\parallel} = \frac{\eta_{\parallel}}{k^2}$  получена в Главе 2 (см. (2.74) и (2.76)). Подставляя (4.16) в точную систему уравнений и группируя быстро осциллирующие слагаемые, получаем следующую нелинейную систему уравнений для описания генерации в фотонном кристалле [3–А]:

$$2i\vec{k}_1\vec{\nabla}A_1(\vec{r},t) - k_1^2A_1(\vec{r},t) + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_0(\omega)A_1(\vec{r},t) + i\frac{1}{c^2}\frac{\partial\omega^2\varepsilon_0(\omega)}{\partial\omega}\frac{\partial A_1(\vec{r},t)}{\partial t} + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{-\tau}(\omega)A_2(\vec{r},t) + i\frac{1}{c^2}\frac{\partial\omega^2\varepsilon_{-\tau}(\omega)}{\partial\omega}\frac{\partial A_2(\vec{r},t)}{\partial t} = i\frac{2\omega}{c^2}J_1(\vec{k}), \quad (4.18)$$

$$2i\vec{k}_2\vec{\nabla}A_2(\vec{r},t) - k_2^2A_2(\vec{r},t) + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_0(\omega)A_2(\vec{r},t) + i\frac{1}{c^2}\frac{\partial\omega^2\varepsilon_0(\omega)}{\partial\omega}\frac{\partial A_2(\vec{r},t)}{\partial t} + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{\tau}(\omega)A_1(\vec{r},t) + i\frac{1}{c^2}\frac{\partial\omega^2\varepsilon_{\tau}(\omega)}{\partial\omega}\frac{\partial A_1(\vec{r},t)}{\partial t} = i\frac{2\omega}{c^2}J_2(\vec{k} + \vec{\tau}),$$

где токи  $J_1$  и  $J_2$  определяются выражением (см. [69])

$$J_m = 2\pi j\Phi_m \int_0^{2\pi} \frac{2\pi - p}{8\pi^2} (e^{-i\Theta_m(t,z,p)} + e^{-i\Theta_m(t,z,-p)}) dp, \quad m = 1, 2,$$

$$\Phi_m = \sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\beta^2 k_m^2 c^2}}, \quad \beta^2 = 1 - \frac{1}{\gamma^2},$$

$j = en_0v$  - плотность тока,  $A_1 \equiv A_{\tau=0}$ ,  $A_2 \equiv A_{\tau}$ ,  $\vec{k}_1 = \vec{k}_{\tau=0}$ ,  $\vec{k}_2 = \vec{k}_1 + \vec{\tau}$ .

Фазы  $\Theta_m(t, z, p)$  удовлетворяют уравнениям:

$$\frac{d^2\Theta_1(t, z, p)}{dz^2} = \frac{e\Phi_1}{m\gamma^3\omega^2} \left(k_{1z} - \frac{d\Theta_1(t, z, p)}{dz}\right)^3 \operatorname{Re}(A_1(t - \frac{z}{v}, z)) e^{i\Theta_1(t,z,p)}$$

$$\frac{d\Theta_1(t, 0, p)}{dz} = k_{1z} - \frac{\omega}{v}, \quad \Theta_1(t, 0, p) = p,$$

$$A_1|_{z=L} = E_1^0, \quad A_2|_{z=L} = E_2^0,$$

$$A_m|_{t=0} = 0, \quad m = 1, 2,$$

$t > 0$ ,  $z \in [0, L]$ ,  $p \in [-2\pi, 2\pi]$ ,  $L$  - длина фотонного кристалла,

$$\frac{d^2\Theta_2(t, z, p)}{dz^2} = \frac{e\Phi_2}{m\gamma^3\omega^2} \left(k_{2z} - \frac{d\Theta_2(t, z, p)}{dz}\right)^2 \operatorname{Re}(A_2(t - \frac{z}{v}, z)) e^{i\Theta_2(t,z,p)}$$

$$\frac{d\Theta_2(t, 0, p)}{dz} = k_{2z} - \frac{\omega}{v}, \quad \Theta_2(t, 0, p) = p.$$

В систему уравнений (4.18) входят слагаемые, содержащие  $\frac{\partial}{\partial\omega}$  и описывающие влияние дисперсии волн на процесс генерации. Если дисперсией можно пренебречь, то полученная нами система (4.18) переходит в систему уравнений, приведенную в [69, 70]. Численное моделирование системы (4.18) для электронного пучка с энергией 200 кэВ, плотностью тока  $\sim 2$  кА/см<sup>2</sup> и частотой излучения 10 ГГц было проведено в работе [69]. Результаты

моделирования совпадают с результатами, полученными экспериментальным путем [18–А].

Рассмотренные выше уравнения справедливы для случая, когда поперечные размеры фотонного кристалла много больше длины волны излучения ( $a, b \gg \lambda$ ) и когда они во много раз больше длины кристалла  $L$  ( $a, b \gg L$ ). В этом случае разность частот собственных мод волновода  $\frac{\pi c}{a}$ ,  $\frac{\pi c}{b}$  значительно меньше минимальной радиационной ширины линии  $\frac{c}{L}$ , определяемой временем прохождения фотона через волновод. Если указанные условия не выполняются, то необходимо учитывать поперечные размеры фотонного кристалла. Чтобы найти решения, описывающие процесс генерации в этом случае, вместо суперпозиции (4.16) необходимо использовать разложение по собственным модам волновода  $\vec{Y}_{\lambda mn}(\vec{r}_{\perp})$  ( $\vec{r}_{\perp} = (x, y)$ ). Собственные моды волновода можно найти из уравнения

$$\Delta_{\perp} \vec{Y}_{\lambda mn} + (\kappa_{mn}^{\lambda})^2 \vec{Y}_{\lambda mn} = 0. \quad (4.19)$$

Здесь предполагается, что оси волновода параллельны осям  $Z$ , а  $\lambda$  относится к типу волны [144]. В результате разложения  $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r}_{\perp}, z, t)$  по  $\vec{Y}_{\lambda mn}(\vec{r}_{\perp})$  получаем:

$$\vec{E}(\vec{r}_{\perp}, z, t) = \sum_{\lambda mn} C_{\lambda mn}(z, t) \vec{Y}_{\lambda mn}(\vec{r}_{\perp}).$$

Система уравнений для нахождения коэффициентов  $C_{\lambda mn}$  была получена в [3–А, 4–А, 45–А].

### 4.3 Нелинейные уравнения генерации излучения в лазерах на свободных электронах с фотонными кристаллами, имеющими изменяющийся в пространстве период

Следует обратить внимание на то, что в процессе излучения электроны теряют энергию, в результате чего электронный пучок замедляется и происходит нарушение условий синхронизации, обеспечивающих эффективную передачу энергии от пучка к электромагнитной волне, наступает насыщение и рост интенсивности излучения с ростом длины области взаимодействия прекращается.

Вскоре после создания первых генераторов излучения на основе электронных пучков [105, 107] было показано, что для сохранения синхронизма электронного пучка и электромагнитной волны необходимо

обеспечить соответствующее изменение фазовой скорости. Применение систем с изменяющимися параметрами [105, 106, 173–176] позволяет заметно увеличить их эффективность. В случае ЛСЭ для сохранения синхронизации используются ондуляторы с переменным периодом.

Согласно [19–А] для повышения эффективности процесса генерации излучения в ЛСЭ и объемных ЛСЭ в качестве резонатора можно использовать фотонные кристаллы с изменяющимся в пространстве периодом. В настоящем параграфе рассмотрена генерация излучения в лазерах на свободных электронах, использующих в качестве резонатора фотонные кристаллы с изменяющимся в пространстве периодом. Получены уравнения, описывающие процесс генерации излучения в таких кристаллах релятивистскими пучками с учетом потерь энергии в процессе излучения. Показано, что применение фотонных кристаллов с изменяющимся в пространстве периодом позволяет заметно увеличить эффективность генерации.

В общем случае уравнения, описывающие процесс генерации лазерного излучения, могут быть получены из уравнений Максвелла (4.1) и уравнений движения частицы в электромагнитном поле (4.3).

Изменение энергии частицы за счет взаимодействия с электромагнитным полем описывается следующим уравнением

$$mc^2 \frac{d\gamma_\alpha}{dt} = e\vec{v}_\alpha \vec{E}(\vec{r}_\alpha(t), t). \quad (4.20)$$

Здесь  $\gamma_\alpha = (1 - \frac{v_\alpha^2}{c^2})^{-\frac{1}{2}}$  - Лоренц-фактор,  $\vec{E}(\vec{r}_\alpha(t), t)$  ( $\vec{H}(\vec{r}_\alpha(t), t)$ ) - электрическое (магнитное) поле в точке  $\vec{r}_\alpha$ , где расположена частица  $\alpha$ .

Объединяя уравнения (4.1), получаем:

$$-\Delta \vec{E} + \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \vec{E}) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial \vec{j}}{\partial t}. \quad (4.21)$$

Тензор диэлектрической проницаемости можно записать в виде  $\hat{\epsilon}(\vec{r}) = 1 + \hat{\chi}(\vec{r})$ , где  $\hat{\chi}(\vec{r})$  - восприимчивость. При  $\hat{\chi} \ll 1$  уравнение (4.21) можно представить следующим образом:

$$\Delta \vec{E}(\vec{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int \hat{\epsilon}(\vec{r}, t - t') \vec{E}(\vec{r}, t') dt' = 4\pi \left( \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{j}(\vec{r}, t)}{\partial t} + \vec{\nabla} \rho(\vec{r}, t) \right). \quad (4.22)$$

Если решетка идеальная,  $\hat{\chi}(\vec{r}) = \sum_\tau \hat{\chi}_\tau(\vec{r}) e^{i\vec{\tau}\vec{r}}$ , где  $\vec{\tau}$  - вектор обратной решетки.

Пусть период дифракционной решетки (фотонного кристалла) плавно меняется на расстояниях, которые намного больше периода дифракционной решетки (фотонного кристалла). В этом случае удобно представить восприимчивость  $\hat{\chi}(\vec{r})$  в форме, обычной для теории рентгеновской дифракции в деформированных кристаллах [120]:

$$\hat{\chi}(\vec{r}) = \sum_{\tau} e^{i\Phi_{\tau}(\vec{r})} \hat{\chi}_{\tau}(\vec{r}), \quad (4.23)$$

где  $\Phi_{\tau}(\vec{r}) = \int \vec{\tau}(\vec{r}') d\vec{l}'$ ,  $\vec{\tau}(\vec{r}')$  - вектор обратной решетки вблизи точки  $r'$ . В отличие от теории рентгеновской дифракции в рассматриваемом нами случае  $\hat{\chi}_{\tau}$  зависит от  $\vec{r}$ . Это объясняется тем, что  $\hat{\chi}_{\tau}$  зависит от объема элементарной ячейки  $\Omega$ , который в фотонном кристалле, в отличие от естественного, может заметно меняться. Объем элементарной ячейки  $\Omega(\vec{r})$  зависит от координаты и, например, в кубической решетке, определяется как  $\Omega(\vec{r}) = \frac{1}{d_1(\vec{r})d_2(\vec{r})d_3(\vec{r})}$ , где  $d_i$  - периоды решетки. Если  $\hat{\chi}_{\tau}(\vec{r})$  не зависит от  $\vec{r}$ , то выражение (4.23) преобразуется в выражение, обычно используемое для описания рентгеновского излучения в деформированных кристаллах.

Следует напомнить, что волна, распространяющаяся в идеальном кристалле, может быть представлена в виде суперпозиции плоских волн:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \sum_{\vec{\tau}=0}^{\infty} \vec{A}_{\vec{\tau}} e^{i(\vec{k}_{\tau}\vec{r} - \omega t)}, \quad (4.24)$$

где  $\vec{k}_{\tau} = \vec{k} + \vec{\tau}$ .

Воспользуемся тем, что в рассматриваемом случае характерная длина, на которой происходит изменение параметров решетки значительно больше периода решетки. Это позволяет записать поле внутри деформированного кристалла аналогично уравнению (4.24), но при этом  $\vec{A}_{\vec{\tau}}$  зависит от  $\vec{r}$  и  $t$  и заметно изменяется на расстояниях, намного больших периода решетки. Аналогично волновой вектор должен рассматриваться как медленно изменяющаяся функция координаты.

В соответствии со сказанным найдем решение уравнения (4.22) в виде:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \text{Re} \left\{ \sum_{\vec{\tau}=0}^{\infty} \vec{A}_{\vec{\tau}} e^{i(\phi_{\tau}(\vec{r}) - \omega t)} \right\}, \quad (4.25)$$

где  $\phi_{\tau}(\vec{r}) = \int_0^{\vec{r}} \vec{k}(\vec{r}') d\vec{l}' + \Phi_{\tau}(\vec{r})$  и  $\vec{k}(\vec{r})$  можно найти как решение дисперсионного уравнения вблизи точки с координатным вектором  $\vec{r}$  интегрирование проводится по квазиклассической траектории, описывающей движение

волнового пакета в деформированном кристалле.

Рассмотрим случай, когда все векторы обратной решетки  $\vec{\tau}$ , определяющие многоволновую дифракцию, лежат в одной плоскости. Предположим, что вектор поляризации волны ортогонален плоскости дифракции. Запишем уравнение (4.22) в виде:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{e} E(\vec{r}, t) = \vec{e} \operatorname{Re} \left\{ \vec{A}_1 e^{i(\phi_1(\vec{r}) - \omega t)} + \vec{A}_2 e^{i(\phi_2(\vec{r}) - \omega t)} + \dots \right\}, \quad (4.26)$$

где

$$\phi_1(\vec{r}) = \int_0^{\vec{r}} \vec{k}_1(\vec{r}') d\vec{l}, \quad (4.27)$$

$$\phi_2(\vec{r}) = \int_0^{\vec{r}} \vec{k}_1(\vec{r}') d\vec{l} + \int_0^{\vec{r}} \vec{\tau}(\vec{r}') d\vec{l}. \quad (4.28)$$

Тогда, умножив (4.22) на  $\vec{e}$ , получаем:

$$\Delta E(\vec{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int \hat{\varepsilon}(\vec{r}, t - t') E(\vec{r}, t') dt' = 4\pi \vec{e} \left( \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{j}(\vec{r}, t)}{\partial t} + \vec{\nabla} \rho(\vec{r}, t) \right). \quad (4.29)$$

При помощи равенства  $\Delta E(\vec{r}, t) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} E)$  и уравнения (4.10) имеем

$$\Delta(\vec{A}_1 e^{i(\phi_1(\vec{r}) - \omega t)}) = e^{i(\phi_1(\vec{r}) - \omega t)} [2i \vec{\nabla} \phi_1 \vec{\nabla} A_1 + i \vec{\nabla} \vec{k}_1(\vec{r}) A_1 - k_1^2(\vec{r}) A_1], \quad (4.30)$$

Таким образом, подставляя указанное уравнение в (4.13), получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2} e^{i(\phi_1(\vec{r}) - \omega t)} \left[ 2i\vec{k}_1(\vec{r})\vec{\nabla}A_1 + i\vec{\nabla}\vec{k}_1(\vec{r})A_1 - k_1^2(\vec{r})A_1 + \right. \\
& \left. + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_0(\omega, \vec{r})A_1 + i\frac{1}{c^2}\frac{\partial\omega^2\varepsilon_0(\omega, \vec{r})}{\partial\omega}\frac{\partial A_1}{\partial t} + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{-\tau}(\omega, \vec{r})A_2 + \right. \\
& \left. + i\frac{1}{c^2}\frac{\partial\omega^2\varepsilon_{-\tau}(\omega, \vec{r})}{\partial\omega}\frac{\partial A_2}{\partial t} \right] + \text{комплексно-сопряженные члены} = \\
& = 4\pi\vec{e} \left( \frac{1}{c^2}\frac{\partial\vec{j}(\vec{r}, t)}{\partial t} + \vec{\nabla}\rho(\vec{r}, t) \right), \\
& \frac{1}{2} e^{i(\phi_2(\vec{r}) - \omega t)} \left[ 2i\vec{k}_2(\vec{r})\vec{\nabla}A_2 + i\vec{\nabla}\vec{k}_2(\vec{r})A_2 - k_2^2(\vec{r})A_2 + \right. \\
& \left. + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_0(\omega, \vec{r})A_2 + i\frac{1}{c^2}\frac{\partial\omega^2\varepsilon_0(\omega, \vec{r})}{\partial\omega}\frac{\partial A_2}{\partial t} + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{\tau}(\omega, \vec{r})A_1 + \right. \\
& \left. + i\frac{1}{c^2}\frac{\partial\omega^2\varepsilon_{\tau}(\omega, \vec{r})}{\partial\omega}\frac{\partial A_1}{\partial t} \right] + \text{комплексно-сопряженные члены} = \\
& = 4\pi\vec{e} \left( \frac{1}{c^2}\frac{\partial\vec{j}(\vec{r}, t)}{\partial t} + \vec{\nabla}\rho(\vec{r}, t) \right), \tag{4.31}
\end{aligned}$$

где вектор  $\vec{k}_2(\vec{r}) = \vec{k}_1(\vec{r}) + \vec{\tau}$ ,  $\varepsilon_0(\omega, \vec{r}) = 1 + \chi_0(\vec{r})$ , и использовано обозначение  $\chi_0(\vec{r}) = \chi_{\tau=0}(\vec{r})$ ,  $\varepsilon_{\tau}(\omega, \vec{r}) = \chi_{\tau}(\vec{r})$ . Следует отметить, что для численного решения уравнения (4.30) при  $\chi_0 \ll 0$ , удобно представить вектор  $\vec{k}_1(\vec{r})$  в виде  $\vec{k}_1(\vec{r}) = \vec{n}\sqrt{k^2 + \frac{\omega^2}{c^2}\chi_0(\vec{r})}$ . Далее для конкретности рассмотрим практически важный случай, когда период дифракционной решетки (фотонного кристалла) изменяется в одном направлении, и выберем ось  $z$ , совпадающей с этим направлением. Как следствие в этом случае  $\vec{k}(\vec{r}) = (\vec{k}_{\perp}, k_z(z))$  и  $\phi_1(\vec{r}) = \phi_{1z}(z)$ .

Умножим первое уравнение на  $e^{-i(\vec{k}_{\perp}\vec{r}_{\perp} + \phi_{1z}(z) - \omega t)}$ , а второе — на  $e^{-i(\vec{k}_{\perp}\vec{r}_{\perp} + \phi_{2z}(z) - \omega t)}$ . Это позволяет нам пренебречь быстро осциллирующими комплексно-сопряженными членами (при усреднении по периоду осцилляций, они становятся равными нулю).

При анализе правой части уравнения (4.31) учтем, что микроскопические токи и плотности являются суммой членов, содержащих дельта-функции, так что правую часть уравнения можно переписать в виде:

$$\begin{aligned}
& e^{-i(\vec{k}_\perp \vec{r}_\perp + \phi_{1z}(z) - \omega t)} 4\pi \vec{e} \left( \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{j}(\vec{r}, t)}{\partial t} + \vec{\nabla} \rho(\vec{r}, t) \right) = \\
& = -\frac{4\pi i \omega e}{c^2} \vec{e} \sum_\alpha \vec{v}_\alpha(t) \delta(\vec{r} - \vec{r}_\alpha(t)) e^{-i(\vec{k}_\perp \vec{r}_\perp + \phi_{1z}(z) - \omega t)} \theta(t - t_\alpha) \theta(T_\alpha - t).
\end{aligned} \tag{4.32}$$

Здесь  $t_\alpha$  - время влета частицы  $\alpha$  в резонатор,  $T_\alpha$  - время вылета частицы из резонатора,  $\theta$ -функции в уравнении (4.33) показывают, что в моменты времени, предшествующие  $t_\alpha$  и следующие за  $T_\alpha$ , частица  $\alpha$  не дает вклада в рассматриваемый процесс.

Предположим теперь, что для направления пучка в области генерации излучения используется сильное магнитное поле. Таким образом, задача становится одномерной (компоненты  $v_x$  и  $v_y$  подавляются). Усредняя правую часть уравнения (4.33) по положениям частиц в пучке, точкам влета частиц в резонатор  $r_{\perp 0\alpha}$  и времени влета частиц в резонатор  $t_\alpha$ , получаем:

$$\begin{aligned}
& e^{-i(\vec{k}_\perp \vec{r}_\perp + \phi_{1z}(z) - \omega t)} 4\pi \vec{e} \left( \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{j}(\vec{r}, t)}{\partial t} + \vec{\nabla} \rho(\vec{r}, t) \right) = \\
& = -\frac{4\pi i \omega \rho \vartheta_1 u(t) e}{c^2} \frac{1}{S} \int d^2 \vec{r}_{\perp 0} \frac{1}{T} \int_0^t e^{-i(\phi_1(\vec{r}, \vec{r}_\perp, t, t_0) + \vec{k}_\perp \vec{r}_{\perp 0} - \omega t)} dt_0 = \\
& = -\frac{4\pi i \omega \rho \vartheta_1 u(t) e}{c^2} \langle\langle e^{-i(\phi_1(\vec{r}, \vec{r}_\perp, t, t_0) + \vec{k}_\perp \vec{r}_{\perp 0} - \omega t)} dt_0 \rangle\rangle,
\end{aligned} \tag{4.33}$$

где  $\rho$  - плотность электронного пучка,  $u(t)$  - средняя скорость электронного пучка, которая вследствие потерь энергии зависит от времени,  $\vartheta_1 = \sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\beta^2 k_\perp^2 c^2}}$ ,  $\beta^2 = 1 - \frac{1}{\gamma^2}$ , символ  $\langle\langle \rangle\rangle$  означает усреднение по поперечной координате точки влета частицы в резонатор  $r_{\perp 0\alpha}$  и времени влета частицы в резонатор  $t_\alpha$ .

Согласно [69] процесс усреднения в уравнении (4.33) упрощается, если предположить, что случайные фазы, появляющиеся в результате случайной поперечной координаты и времени влета, в уравнении (4.33) представлены в виде разностей. Поэтому двойное интегрирование по  $d^2 \vec{r}_{\perp 0} dt_0$  можно заменить однократным интегрированием [69]. В этом случае окончательно

получаем следующую систему уравнений [19–А]:

$$\begin{aligned}
& 2ik_{1z}(z)\frac{\partial A_1}{\partial z} + i\frac{\partial k_{1z}(z)}{\partial z}A_1 - (k_{\perp}^2 + k_{1z}^2(z))A_1 + \\
& + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_0(\omega, z)A_1 + i\frac{1}{c^2}\frac{\partial\omega^2\varepsilon_0(\omega, z)}{\partial\omega}\frac{\partial A_1}{\partial t} + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{-\tau}(\omega, z)A_2 + \\
& + i\frac{1}{c^2}\frac{\partial\omega^2\varepsilon_{-\tau}(\omega, z)}{\partial\omega}\frac{\partial A_2}{\partial t} = i\frac{2\omega}{c^2}J_1(k_{1z}(z)), \\
& 2ik_{2z}(z)\frac{\partial A_2}{\partial z} + i\frac{\partial k_{2z}(z)}{\partial z}A_2 - (k_{\perp}^2 + k_{2z}^2(z))A_2 + \\
& + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_0(\omega, z)A_2 + i\frac{1}{c^2}\frac{\partial\omega^2\varepsilon_0(\omega, z)}{\partial\omega}\frac{\partial A_2}{\partial t} + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{\tau}(\omega, z)A_1 + \\
& + i\frac{1}{c^2}\frac{\partial\omega^2\varepsilon_{\tau}(\omega, z)}{\partial\omega}\frac{\partial A_1}{\partial t} = i\frac{2\omega}{c^2}J_2(k_{2z}(z)),
\end{aligned} \tag{4.34}$$

где токи  $J_1, J_2$  определяются выражением

$$J_m = 2\pi j\vartheta_m \int_0^{2\pi} \frac{2\pi - p}{8\pi^2} (e^{-i\phi_m(t,z,p)} + e^{-i\phi_m(t,z,-p)}) dp, \quad m = 1, 2 \tag{4.35}$$

$$\vartheta_m = \sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\beta^2 k_m^2 c^2}}, \quad \beta^2 = 1 - \frac{1}{\gamma^2},$$

$j = en_0v$  - плотность тока,  $A_1 \equiv A_{\tau=0}$ ,  $A_2 \equiv A_{\tau}$ ,  $\vec{k}_1 = \vec{k}_{\tau=0}$ ,  $\vec{k}_2 = \vec{k}_1 + \vec{\tau}$ . Выражение для  $J_1$  в случае, когда  $k_1$  не зависит от  $z$ , было получено в [69]. Если в дифракции участвуют более двух волн, систему уравнений (4.35) необходимо дополнить уравнениями для волн  $A_m$ , которые аналогичны уравнениям для волн  $A_1$  и  $A_2$ .

Теперь можно найти уравнения для фазы. Из (4.11), (4.12) следует, что

$$\frac{d^2\phi_m}{dz^2} + \frac{1}{v}\frac{dv}{dz}\frac{d\phi_m}{dz} = \frac{dk_m}{dz} + \frac{k_m}{v^2}\frac{d^2z}{dt^2}. \tag{4.36}$$

Введем новую функцию  $C(z)$ :

$$\frac{d\phi_m}{dz} = C_m(z)e^{-\int_0^z \frac{1}{v} \frac{dv}{dz'} dz'} = \frac{v_0}{v(z)}C_m(z), \tag{4.37}$$

$$\phi_m(z) = \phi_m(0) + \int_0^z \frac{v_0}{v(z')}C_m(z')dz'$$

Следовательно,

$$\frac{dC_m(z)}{dz} = \frac{v(z)}{v_0} \left( \frac{dk_m}{dz} + \frac{k_m}{v^2} \frac{d^2z}{dt^2} \right). \quad (4.38)$$

В одномерном случае уравнение (4.4) можно записать в виде:

$$\frac{d^2z_\alpha}{dt^2} = \frac{e\vartheta}{m\gamma(z_\alpha, t, p)} \operatorname{Re} E(z_\alpha, t), \quad (4.39)$$

так что

$$\frac{dC_m(z)}{dz} = \frac{v(z)}{v_0} \frac{dk_m}{dz} + \frac{k_m}{v_0 v(z)} \frac{e\vartheta_m}{m\gamma^3(z, t(z), p)} \operatorname{Re} \{ A_m(z, t(z)) e^{i\phi_m(z, t(z), p)} \}, \quad (4.40)$$

$$\left. \frac{d\phi_m(t, z, p)}{dz} \right|_{z=0} = k_m z - \frac{\omega}{v}, \quad \phi_m(t, z, p)|_{z=0} = p,$$

$$A_1|_{z=L} = E_1^0, \quad A_2|_{z=L} = E_2^0,$$

$$A_m|_{t=0} = 0, \quad m = 1, 2,$$

$t > 0$ ,  $z \in [0, L]$ ,  $p \in [-2\pi, 2\pi]$ ,  $L$  - длина фотонного кристалла.

Эти уравнения необходимо дополнить уравнением, описывающим изменение Лоренц-фактора пучка  $\gamma(z, p)$  в процессе излучения. С помощью (4.20) имеем

$$\frac{d\gamma(z, t(z), p)}{dz} = \sum_l \frac{e\vartheta_l}{mc^2} \operatorname{Re} \left\{ \sum_l A_l(z, t(z)) e^{i\phi_l(z, t(z), p)} \right\}. \quad (4.41)$$

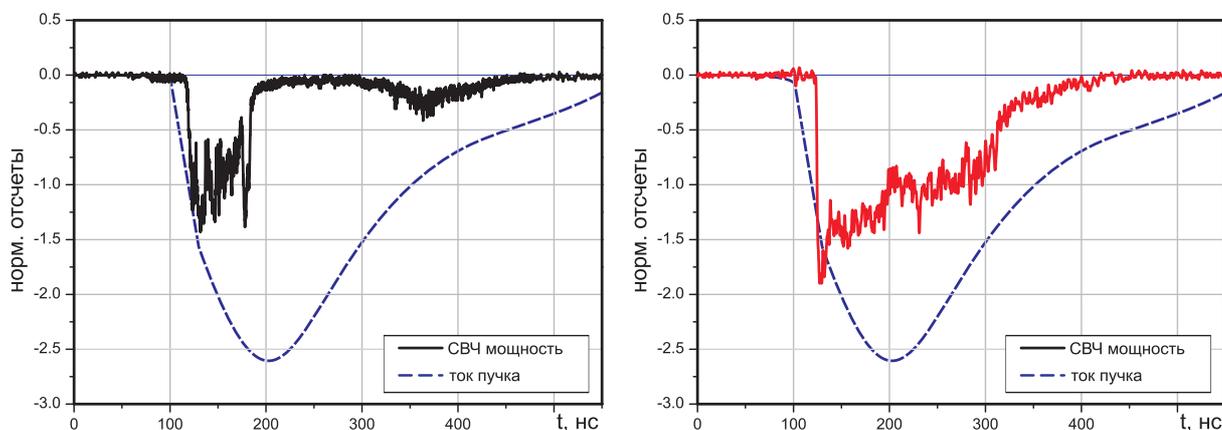
Анализ уравнения (4.41) можно упростить, заменив  $\gamma(z, t(z), p)$  усредненным по начальной фазе значением этой величины

$$\langle \gamma(z, t(z)) \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \gamma(z, t(z), p) dp.$$

Полученные уравнения (4.35), (4.38), (4.40), (4.41) позволяют описать процесс генерации в ЛСЭ с изменяющимися параметрами дифракционной решетки (фотонного кристалла) с учетом потерь энергии электронным пучком в процессе излучения [19–А]. Изменение периода фотонного кристалла позволяет, также как и в случае ЛСЭ с изменяющимся периодом ондулятора, согласовать темп потери энергии с требованиями выполнения условий синхронизма для увеличения эффективности излучения и тем самым повысить КПД таких генераторов.

В экспериментах, проведенных нами с использованием последовательно

расположенных двух фотонных кристаллов с разным периодом, состоящих из периодически расположенных нитей [20–А, 21–А], было продемонстрировано, что за счет выполнения условий синхронизма как в первом, так и во втором кристаллах возможно обеспечить увеличение длительности импульса излучения, а значит, и энергии излученного импульса (рисунок 4.1).



**Рисунок 4.1. – Сравнение зарегистрированных в экспериментах мощности СВЧ излучения для одного фотонного кристалла (слева) и мощности СВЧ излучения для двух последовательно расположенных фотонных кристаллов с разным периодом (справа), полученных при подаче одинаковых импульсов напряжения и тока в сильноточном диоде**

#### Выводы к главе 4

Получены выражения, описывающие излучательную неустойчивость пучка, движущегося в фотонном кристалле ограниченных размеров. Система уравнений, описывающая неустойчивость электронного пучка, движущегося в фотонном кристалле ограниченных размеров, по своему виду совпадает с системой уравнений, описывающей неустойчивость пучка, пролетающего через безграничный кристалл. Отличие состоит в определении коэффициентов, входящих в уравнения, а также в том, что волновые векторы в случае кристалла ограниченных размеров являются квантованными, а не непрерывными как для безграничного кристалла.

Квантование значений волновых векторов в случае кристалла ограниченных размеров  $\vec{k}_{mn}$  и смешивание мод позволило объяснить обнаруженные в первом эксперименте, посвященном проверке основных принципов ОЛСЭ, осцилляции мощности и спектр частот излучения.

Получены нелинейные уравнения генерации излучения релятивистским пучком в фотонном кристалле с учетом зависимости от частоты эффективной диэлектрической проницаемости фотонного кристалла.

Получены нелинейные уравнения генерации излучения релятивистским пучком в фотонном кристалле с изменяющимся в пространстве периодом.

Проведенные эксперименты подтвердили, что применение фотонных кристаллов с изменяющимся в пространстве периодом позволяет увеличить энергию излученного импульса.

## ГЛАВА 5

# ПУТИ СОЗДАНИЯ МОЩНЫХ ИСТОЧНИКОВ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

В главе 1 уже было отмечено, что исследование возможности повышения мощности и энергии электромагнитного излучения, необходимого для научных и практических применений, приобретает в настоящее время особую важность [108, 109, 169–172] и требует поиска новых путей, позволяющих повысить ток и энергию электронных пучков, а также повысить мощность и энергию излучения генераторов электромагнитного излучения.

Однако, существует целый ряд принципиальных и технических препятствий, которые существенно ограничивают перспективы увеличения мощности традиционных генераторов излучения при увеличении энергии и тока электронного пучка.

Первым из таких препятствий следует назвать создание системы питания источника электронного пучка, запаасающей необходимую энергию и обеспечивающих требуемую мощность. Создание стационарных установок с энергией десятки и сотни мегаджоулей на основе емкостных и индуктивных накопителей энергии требует больших затрат средств и времени, кроме того они имеют большие размеры [148–150]. Поскольку удельная энергия, запаасаемая конденсаторами, не превышает 100 Дж/литр, то емкостной накопитель на основе конденсаторов с энергией десятки мегаджоулей будет иметь объем сотни кубических метров и весить сотни тонн. Подобные весо-габаритные характеристики приемлемы только для уникальных стационарных установок, сооружение которых требует серьезных финансовых затрат. Существуют альтернативные способы накопления энергии, например, использующие энергию взрывчатого вещества (ВВ), способного выделять до 10 МДж/литр. Даже при десятипроцентной эффективности преобразования энергии взрывчатого вещества в электромагнитную, энергия 100 МДж может быть получена с использованием всего 100 кг ВВ. Впервые идея и создание взрывомагнитных генераторов возникли в работах А.Д. Сахарова и К.М. Фаулера [151, 152]. Было показано, что быстрая деформация взрывом токонесущих контуров позволяет превратить энергию взрыва в энергию сверхсильного магнитного поля. Ими же для этих целей были предложены принципиальные конструкции устройств, получивших название магнитокумулятивных (взрывомагнитных) генераторов. В настоящее время взрывомагнитные

генераторы (ВМГ) используются в ряде высокоразвитых стран (США, Россия, Великобритания, Швеция, Китай, Южная Корея) для получения сверхсильных магнитных полей (150 МГц), генерации импульсов мощного рентгеновского излучения, обеспечения энергией ускорителей и др. [150, 153–157]. Взрывомагнитные генераторы, позволяющие получить токи до 1 МА и импульсную электрическую мощность десятки ГВт, созданы и в Беларуси [36–А]. Подобные генераторы позволяют уже в настоящее время получать электронные пучки с энергией порядка 1 МэВ и токами десятки килоампер.

Для таких сильноточных электронных пучков становятся существенными эффекты, обусловленные пространственным зарядом пучка [148, 149]. При инжекции в волновод электронного пучка с током  $I_b$ , превышающим так называемый предельный вакуумный ток  $I_{limit}$  для данного волновода, в области позади анода вакуумного диода формируется виртуальный катод [158, 159] — облако электронов, объемный заряд которого отражает часть инжектируемого тока. Согласно [158] предельный вакуумный ток  $I_{limit}$  хорошо описывается следующим приближенным выражением:

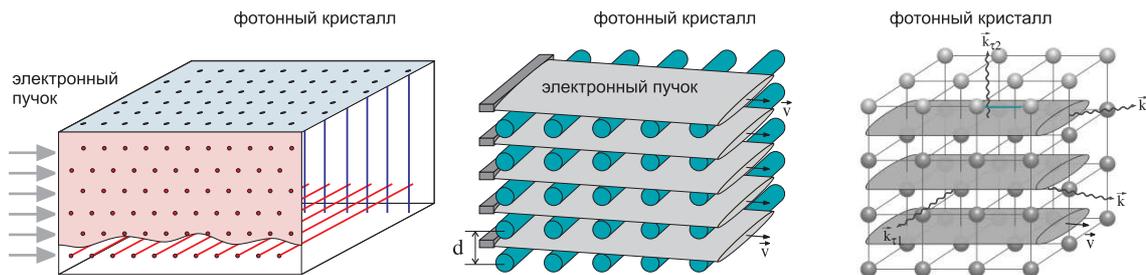
$$I_{limit}(kA) = \frac{mc^3}{e} G(\gamma^{2/3} - 1)^{3/2}, \quad (5.1)$$

где  $m$  и  $e$  — масса и заряд электрона,  $c$  — скорость света,  $\gamma$  — Лоренц-фактор электронов пучка, а величина  $G$  определяется геометрией системы [158, 160]. В результате формирования виртуального катода часть электронов колеблется в потенциальной яме между реальным и виртуальным катодами, а другая часть образует модулированный пролетный пучок электронов. При этом и сам виртуальный катод не остается стационарным, а совершает колебания с частотой, близкой к плазменной частоте электронов пучка.

Во многих случаях образование виртуального катода существенно понижает интенсивность излучения образуемого электронным пучком вследствие увеличения в пучке разброса электронов по скоростям. Преодоление указанной трудности возможно на основании подхода, описанного в работах [161–163], где было показано, что использование металлических вставок (нитей, сеток, штырей) в зоне, в которой движется электронный пучок, позволяет увеличить предельный вакуумный ток и, тем самым, стабилизировать электронный пучок.

Важно обратить внимание на то, что согласно [49–А] образованный металлическими нитями (сетками) фотонный кристалл в ОЛСЭ (см. Рисунки 5.1) обеспечивает как формирование резонатора, в котором происходит преобразование энергии пучка в излучение, так и увеличение предельного

вакуумного тока.

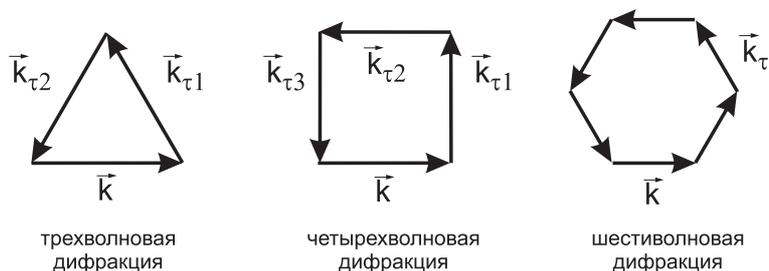


**Рисунок 5.1. – Различные варианты фотонных кристаллов, сквозь которые распространяются один или несколько электронных пучков**

Интересно отметить, что даже при токах сотни килоампер – мегаампер, фотонный кристалл из нитей выдерживает воздействие электронного пучка в течение нескольких микросекунд, что вполне достаточно для создания импульсов излучения мощностью десятки и сотни гигаватт [20–А].

## 5.1 Объемный лазер на свободных электронах – система с самофазировкой

Важно, что в результате дифракции излучения внутри фотонного кристалла образуется двух(трех)-мерная распределенная обратная связь (РОС), благодаря которой разные электронные пучки оказываются ”связанными” друг с другом и генерируют излучение когерентно даже при использовании нескольких электронных пучков или электронного пучка большого сечения (см. Рисунки 5.1 и 5.2) [47–А].



**Рисунок 5.2. – Схемы многоволновой дифракции**

В результате ОЛСЭ оказывается источником излучения, обеспечивающим самофазировку т.е. обладает механизмом внутренней фазовой синхронизации. Благодаря подобной внутренней фазовой синхронизации при распространении в фотонном кристалле  $N$  электронных пучков плотность

мощности излучения увеличивается в  $N^2$  раз по сравнению с мощностью излучения, образуемого одним пучком. Однако, при генерации нескольких пучков в общем катод-анодном зазоре возникает некоторый разброс по времени влета электронных банчей в фотонный кристалл резонатора ОЛСЭ, что вызывает нарушение когерентности генерации излучения.

В данном параграфе показано, что несмотря на разброс по времени влета электронных банчей в резонатор ОЛСЭ, двух(трех)-мерная распределенная обратная связь создает условия для внутренней фазовой синхронизации (самофазировки), приводящей в итоге к  $N^2$ -кратному увеличению плотности мощности излучения для  $N$  фазированных электронных банчей ( $W \sim N^2$ ).

Получены уравнения, описывающие генерацию излучения несколькими электронными пучками в зависимости от разности по времени их влета в резонатор ОЛСЭ.

Рассмотрим вначале сгусток заряженных частиц, имеющий некоторое пространственное распределение, который падает на фотонный кристалл. Момента влета в фотонный кристалл частицы с номером  $\alpha$  обозначим  $t_\alpha$ , а момент вылета –  $T_\alpha$ . Координата частицы с номером  $\alpha$  в некоторый начальный момент времени  $\vec{r}_{\alpha 0}$ , скорость –  $\vec{v}_\alpha^{(0)}$ . До влета в фотонный кристалл частицы в сгустке движутся равномерно.

Для вывода уравнений, описывающих процесс излучения в фотонном кристалле несколькими электронными пучками используем общую систему уравнений (4.31).

Умножим первое уравнение на  $e^{-i(\phi_1(\vec{r})-\omega t)}$  а второе на  $e^{-i(\phi_2(\vec{r})-\omega t)}$ . Такая процедура позволяет избавиться от членов, которые быстро осциллируют (при усреднении по периоду осцилляций они обращаются в ноль).

Анализируя правую часть (4.31) примем во внимание то, что микроскопические токи и плотности заряда являются суммами, слагаемые в которых содержат дельта-функции, поэтому правая часть (4.31) может быть переписана в виде

$$e^{-i(\phi_1(\vec{r})-\omega t)} 4\pi \vec{e} \left( \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{j}(\vec{r}, t)}{\partial t} + \vec{\nabla} \rho(\vec{r}, t) \right) = \quad (5.2)$$

$$= -\frac{4\pi i \omega e}{c^2} \vec{e} \sum_{\alpha} \vec{v}_\alpha(t) \delta(\vec{r} - \vec{r}_\alpha(t)) e^{-i(\phi_1(\vec{r})-\omega t)} \theta(t - t_\alpha) \theta(T_\alpha - t).$$

где  $\vec{v}_\alpha(t)$  – скорость частицы внутри резонатора,  $t_\alpha$  – момент влета в резонатор частицы с номером  $\alpha$ ,  $T_\alpha$  – момент, когда эта частица вылетает из резонатора,  $\theta$ –функции в (5.3) указывают, что находясь вне резонатора (то есть при  $t < t_\alpha$  и  $t > T_\alpha$ ) частица  $\alpha$  в процессе не участвует. После усреднения системы

уравнений по периоду осцилляций  $\frac{2\pi}{\omega}$ , можно записать:

$$\begin{aligned} & \left[ 2i\vec{k}_1(\vec{r})\vec{\nabla}A_1 + i\vec{\nabla}\vec{k}_1(\vec{r})A_1 - k_1^2(\vec{r})A_1 + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_0(\omega, \vec{r})A_1 + \right. \\ & \left. + i\frac{1}{c^2}\frac{\partial\omega^2\varepsilon_0(\omega, \vec{r})}{\partial\omega}\frac{\partial A_1}{\partial t} + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{-\tau}(\omega, \vec{r})A_2 + i\frac{1}{c^2}\frac{\partial\omega^2\varepsilon_{-\tau}(\omega, \vec{r})}{\partial\omega}\frac{\partial A_2}{\partial t} \right] = \\ & = -\frac{8\pi i\omega e}{c^2}\sum_{\alpha}\int_t^{t+\frac{2\pi}{\omega}}\vec{e}\vec{v}_{\alpha}(t')\delta(\vec{r}-\vec{r}_{\alpha}(t'))e^{-i\varphi_1[\vec{r}_{\alpha}, t']}\theta(t'-t_{\alpha})\theta(t_{\alpha}-t')dt', \end{aligned} \quad (5.3)$$

где фаза  $\varphi_1[\vec{r}_{\alpha}, t'] = \phi_1(\vec{r}_{\alpha}(t')) - \omega t'$ , при этом координата  $\vec{r}_{\alpha}$  каждой частицы под номером  $\alpha$  определяется также моментом ее влета в резонатор  $t_{\alpha}$  и координатой частицы в начальный момент  $\vec{r}_{\alpha 0}$ ,

$$\begin{aligned} & \left[ 2i\vec{k}_2(\vec{r})\vec{\nabla}A_2 + i\vec{\nabla}\vec{k}_2(\vec{r})A_2 - k_2^2(\vec{r})A_2 + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_0(\omega, \vec{r})A_2 + \right. \\ & \left. + i\frac{1}{c^2}\frac{\partial\omega^2\varepsilon_0(\omega, \vec{r})}{\partial\omega}\frac{\partial A_2}{\partial t} + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{\tau}(\omega, \vec{r})A_1 + i\frac{1}{c^2}\frac{\partial\omega^2\varepsilon_{\tau}(\omega, \vec{r})}{\partial\omega}\frac{\partial A_1}{\partial t} \right] = \\ & = -\frac{8\pi i\omega e}{c^2}\sum_{\alpha}\int_t^{t+\frac{2\pi}{\omega}}\vec{e}\vec{v}_{\alpha}(t')\delta(\vec{r}-\vec{r}_{\alpha}(t'))e^{-i\varphi_2[\vec{r}_{\alpha}, t']}\theta(t'-t_{\alpha})\theta(t_{\alpha}-t')dt', \end{aligned} \quad (5.4)$$

где фаза  $\varphi_2[\vec{r}_{\alpha}, t'] = \phi_2(\vec{r}_{\alpha}(t')) - \omega t'$ ,  $\varepsilon_0 = 1 + \chi_0$  и  $\varepsilon_{\tau} = \chi_{\tau}$ .

Если в пространственно-периодической среде движутся  $N$  электронных пучков, то сумму  $\sum_{\alpha}$  по частицам можно представить как сумму вкладов отдельных электронов каждого из пучков в суммарный ток:

$$\sum_{\alpha} = \sum_{\alpha_1} + \sum_{\alpha_2} + \dots + \sum_{\alpha_N} = \sum_{n=1}^N \sum_{\alpha_n}.$$

Используя определение  $\phi_m$  (см. (4.27), (4.28)), можно получить следующие соотношения для фаз  $\varphi_m$  (для двухволнового случая  $m = 1, 2$ ):

$$\frac{d\varphi_m}{dt} = \vec{k}_m(\vec{r}_{\alpha}(t))\vec{v}_{\alpha}(t) - \omega \quad (5.5)$$

и

$$\frac{d^2\varphi_m}{dt^2} = \vec{v}_{\alpha}(t)\frac{d\vec{k}_m(\vec{r}_{\alpha}(t))}{dt} + \vec{k}_m(\vec{r}_{\alpha}(t))\frac{d\vec{v}_{\alpha}}{dt}. \quad (5.6)$$

Уравнения (4.3)-(4.5), описывающие движение частицы в электромагнитных полях, и уравнения (4.22)-(4.23) для этих полей записаны с помощью медленно изменяющихся амплитуд  $A(\vec{r}, t)$  и фаз  $\varphi_m(\vec{r}, t) = \phi_m(\vec{r}(t)) - \omega t$ .

Они составляют замкнутую нелинейную систему уравнений, определяющих амплитуду  $A_m$  и фазы  $\varphi_m$  (а также изменение энергии частиц, взаимодействующих с полями), их численный анализ можно произвести с помощью, например, метода крупных частиц.

Поскольку частицы хаотично распределены сгустках, падающих на резонатор (электромагнитный, фотонный кристалл), то времена  $t_\alpha$  влета частицы в резонатор распределяются хаотично. Поперечные координаты  $\vec{r}_{\alpha\perp}(t_\alpha)$  точек влета частиц в резонатор распределяются хаотично по всей поверхности резонатора. Начальные скорости  $\vec{v}_\alpha^{(0)}$  в сгустках также имеют некоторое распределение. Это позволяет усреднить (4.22) и (4.23) по распределению величин  $t_\alpha$ ,  $\vec{r}_{\alpha\perp}(t_\alpha)$  и  $\vec{v}_\alpha^{(0)}$ . Уравнения, полученные в результате такого усреднения для стационарного случая, когда в резонаторе ОЛСЭ движется один пучок, даны в работе [65].

Рассмотрим далее возникновение когерентного излучения при движении нескольких электронных пучков в пространственно-периодическом резонаторе ОЛСЭ при реализации механизма квазичеренковского (дифракционного) спонтанного излучения.

Предположим, что для проводки пучка через область генерации приложено сильное магнитное поле и электронные пучки движутся вдоль направления этого поля. Выберем направление движения пучка в качестве оси  $z$  и обозначим  $u_{\alpha_n}(t)$  скорость движения частицы с номером  $\alpha$  пучка с номером  $n$  внутри резонатора, начальная скорость частицы до влета в резонатор –  $u_{\alpha_n}^{(0)}$ . Рассмотрим также случай, когда период дифракционной решетки резонатора изменяется вдоль направления оси  $z$ . В этом случае уравнения (4.22) и (4.23) можно представить в виде:

$$\begin{aligned}
& 2i\vec{k}_1(\vec{r})\vec{\nabla}A_1 + i\vec{\nabla}\vec{k}_1(\vec{r})A_1 - k_1^2(\vec{r})A_1 + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_0(\omega, \vec{r})A_1 + \\
& + i\frac{1}{c^2}\frac{\partial\omega^2\varepsilon_0(\omega, \vec{r})}{\partial\omega}\frac{\partial A_1}{\partial t} + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{-\tau}(\omega, \vec{r})A_2 + i\frac{1}{c^2}\frac{\partial\omega^2\varepsilon_{-\tau}(\omega, \vec{r})}{\partial\omega}\frac{\partial A_2}{\partial t} = \\
& = -\frac{8\pi i\omega e\vartheta_1}{c^2}g_1(\vec{r}_\perp, z, t),
\end{aligned} \tag{5.7}$$

где

$$\begin{aligned}
g_1(\vec{r}_\perp, z, t) &= \sum_{n=1}^N \langle\langle \int_t^{t+\frac{2\pi}{\omega}} \sum_{\alpha_n} u_{\alpha_n}(t)\delta(\vec{r}_\perp - \vec{r}_{\alpha_n\perp}(t))\delta(z - z_{\alpha_n}(t')) \times \\
& \times e^{-i\vec{k}_\perp\vec{r}_{\alpha_n\perp}} e^{-i(\phi_1(z_{\alpha_n}(t')) - \omega t')} \theta(t' - t_{\alpha_n}) \theta(T_{\alpha_n} - t') \rangle\rangle dt',
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 2i\vec{k}_2(\vec{r})\vec{\nabla}A_2 + i\vec{\nabla}\vec{k}_2(\vec{r})A_2 - k_2^2(\vec{r})A_2 + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_0(\omega, \vec{r})A_2 + \\
& + i\frac{1}{c^2}\frac{\partial\omega^2\varepsilon_0(\omega, \vec{r})}{\partial\omega}\frac{\partial A_2}{\partial t} + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_\tau(\omega, \vec{r})A_1 + i\frac{1}{c^2}\frac{\partial\omega^2\varepsilon_\tau(\omega, \vec{r})}{\partial\omega}\frac{\partial A_1}{\partial t} = \\
& = -\frac{8\pi i\omega e\vartheta_2}{c^2}g_2(\vec{r}_\perp, z, t),
\end{aligned} \tag{5.8}$$

где

$$\begin{aligned}
g_2(\vec{r}_\perp, z, t) &= \sum_{n=1}^N \langle\langle \int_t^{t+\frac{2\pi}{\omega}} \sum_{\alpha_n} u_{\alpha_n}(t)\delta(\vec{r}_\perp - \vec{r}_{\alpha_n\perp}(t))\delta(z - z_{\alpha_n}(t')) \times \\
&\times e^{-i\vec{k}_\perp\vec{r}_{\alpha_n\perp}} e^{-i[\phi_2(z_{\alpha_n}(t')) - \omega t']}\theta(t' - t_{\alpha_n})\theta(T_{\alpha_n} - t') \rangle\rangle dt',
\end{aligned}$$

$$\vartheta_m = \sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\beta^2 k_m^2 c^2}}, \quad \beta^2 = 1 - \frac{1}{\gamma^2}, \quad m = 1, 2, \quad \vec{k}_1 = \vec{k}_{\tau=0}, \quad \vec{k}_2 = \vec{k}_1 + \vec{\tau}.$$

Здесь  $\phi_1(z_{\alpha_n}(t')) = \int_0^{z_{\alpha_n}(t')} k_{1z}(z')dz'$  и  $\phi_2(z_{\alpha_n}(t')) = \int_0^{z_{\alpha_n}(t')} k_{2z}(z')dz'$ , индекс  $n$  нумерует влетающие в фотонный кристалл пучки при этом координата  $z_{\alpha_n}$  каждой частицы под номером  $\alpha$ , входящей в пучок  $n$ , определяется также моментом ее влета в резонатор  $t_{\alpha_n}$  и начальной скоростью частицы  $u_{\alpha_n}^{(0)}$ ,  $\langle\langle \dots \rangle\rangle$  используются для обозначения усреднения по распределению частиц пучка по поперечной координате точек влета, времени влета и по распределению скоростей пучков, влетающих в резонатор. Если период дифракционной решетки является постоянным вдоль оси  $z$ , то  $\phi_m = k_m z_{\alpha_n}(t')$ .

Входящие в (5.7) и (5.8)  $\delta$ -функции можно преобразовать следующим образом:

$$\delta(z - z_{\alpha_n}(t')) = \frac{\delta(t' - \tau(z, t_{\alpha_n}, u_{\alpha_n}^{(0)}))}{\left| \frac{\partial z_{\alpha_n}(t', t_{\alpha_n}, u_{\alpha_n}^{(0)})}{\partial t'} \right|}, \tag{5.9}$$

где

$$\tau(z, t_{\alpha_n}, u_{\alpha_n}^{(0)}) = t_{\alpha_n} + \int_0^z \frac{dz'}{u_{\alpha_n}(z', t_{\alpha_n}, u_{\alpha_n}^{(0)})}.$$

Здесь  $\tau$  – время, которое требуется, чтобы частица, влетевшая в фотонный кристалл (при  $z = 0$ ) в момент  $t_{\alpha_n}$  с начальной скоростью  $u_{\alpha_n}^{(0)}$ , достигла точки  $z$ , а  $u_n(z, t_{\alpha_n}, u_{\alpha_n}^{(0)})$  – скорость этой частицы в точке  $z$ , а  $\frac{\partial z_{\alpha_n}(t', t_{\alpha_n}, u_{\alpha_n}^{(0)})}{\partial t'}$  – скорость частицы в момент  $t$ , если при  $z = 0$  в момент  $t_{\alpha_n}$ , ее скорость была

равна  $u_{\alpha_n}^{(0)}$ . Ясно, что выражение может быть конечным, если эта скорость не стремится к нулю. В противном случае такое преобразование  $\delta$ -функции является неправомерным (это возможно, например, в случае, когда ток пучка превышает предельный ток и образуется виртуальный катод).

Будем полагать, что в процессе взаимодействия не происходит значительного замедления частиц, тогда  $\frac{\partial z_{\alpha_n}}{\partial t} = u_{\alpha_n}^{(0)}$ , и (5.9) можно записать как

$$\delta(z - z_{\alpha_n}(t')) = \frac{\delta(t' - \tau(z, t_{\alpha_n}, u_{\alpha_n}^{(0)}))}{u_{\alpha_n}^{(0)}}, \text{ где } \tau(z, t_{\alpha_n}, u_{\alpha_n}^{(0)}) = t_{\alpha_n} + \frac{z}{u_{\alpha_n}^{(0)}}. \quad (5.10)$$

Предположим также, что длительность вводимых в резонатор сгустков больше периода  $\frac{2\pi}{\omega}$  возбужденных осцилляций (колебаний) электромагнитной волны. В результате можно получить следующее выражение для  $g_m$  (для двухволнового случая  $m = 1, 2$ ):

$$g_m(r_{\perp}, z, t) = \sum_{n=1}^N e^{-i\vec{k}_{\perp}\vec{r}_{\perp}} \rho_n(r_{\perp}, z - \langle u_n \rangle t) \times \quad (5.11)$$

$$\times \langle u_n \rangle \int_{t - \frac{z}{\langle u_n \rangle}}^{t - \frac{z}{\langle u_n \rangle} + \frac{2\pi}{\omega}} e^{-i[\phi_m(z(\tau(z, t_0, u_n))) - \omega\tau(z, t_0, u_n)]} f(u_n) du_n dt_0.$$

Здесь  $dt_0$  означает интегрирование по начальным временам,  $f(u_n)$  - функция распределения по скоростям частиц в пучке  $n$ , а  $\langle u_n \rangle$  - средняя скорость  $n$ -ого пучка,  $\rho_n(r_{\perp}, z - \langle u_n \rangle t)$  - средняя плотность частиц в пучке  $n$ . Правая часть (5.11) отлична от нуля при временах  $t > 0$  от начального момента, который определяется как момент времени, когда первая частица первого пучка влетает в резонатор.

Полученная система уравнений (5.7), (5.8) и (5.11) позволяет описать процесс излучения несколькими пучками в пространственно-периодической системе (фотонном кристалле), в том числе и в случае, когда пучки движутся навстречу друг другу. Геометрия, при которой пучки движутся навстречу друг другу, может использоваться для диагностики пучка в области столкновения сгустков в ускорителях на встречных пучках. В случае коротких сгустков эта система уравнений описывает явление сверхизлучения, образующегося при прохождении нескольких сгустков релятивистских частиц через резонатор ОЛСЭ. В частности, существует возможность исследовать зависимость излучения от разности между временами влета электронных сгустков в фотонный кристалл и от поперечного расстояния между сгустками, движущимися в электромагнитном (фотонном) кристалле.

Следует заметить, что в случае необходимости рассмотрения влияния флуктуаций положений и скоростей частиц в пучке, что важно, например, при описании старта генерации, следует применять неусредненную систему уравнений (5.3) и (5.4), которая может быть численно проанализирована, например, при помощи метода крупных частиц.

Согласно полученным уравнениям электромагнитное поле, индуцированное в кристалле разными пучками, уже не имеет хаотичных фаз  $r_{\alpha_n}$  и  $t_{\alpha}$ , а суммарное поле является когерентной суммой индуцированных полей, а это значит, что для  $N$  идентичных источников плотность мощности излучения увеличивается по закону  $W \sim E^2 = \left(\sum_{i=1}^N E_i\right)^2 = N^2 E_1^2$ .

Следует заметить, что процесс излучения в стационарном случае при движении двух нерелятивистских пучков в структуре, образованной периодическим гофрированием поверхности двух волноводов, соединенных щелевыми отверстиями, был проанализирован в [164]. С помощью численного анализа авторы работы [164] показали, что при некоторых параметрах в системе устанавливается одночастотный режим генерации, т.е., фактически, возможно когерентное суммирование амплитуд полей, образованных двумя разными пучками. Как следует из приведенного выше рассмотрения, такое когерентное суммирование возможно и в случае нестационарного возбуждения такой системы двумя импульсами электронных пучков.

Таким образом, проведенный в данном параграфе анализ показывает, что если пространственно-периодическая система резонатора ОЛСЭ возбуждается  $N$  электронными пучками, которые попадают в резонатор в разные моменты времени, то дву-(трех)-мерная распределенная обратная связь, образующаяся в резонаторе, приводит к самосинхронизации фаз в процессе излучения и когерентным коллективным колебаниям, в результате чего с увеличением количества пучков плотность мощности излучения  $W$  увеличивается пропорционально квадрату числа пучков  $N$ :  $W \sim N^2$ . Такая синхронизация фаз в резонаторе ОЛСЭ позволяет рассматривать ОЛСЭ как систему с внутренней самосинхронизацией фаз.

Полученная система уравнений позволяет описать генерацию излучения несколькими пучками в различных режимах: сверхизлучение нескольких электронных пучков и излучение протяженных пучков. Эти уравнения позволяют изучить процесс генерации сверхизлучения как функцию разницы времен влета сгустков в резонатор.

## 5.2 Влияние радиационных потерь энергии на развитие колебаний в параметрическом осцилляторе, образованном системой "взрывомагнитный генератор - емкостная нагрузка"

Рассмотренное в параграфе 5.1 явление самофазировки т.е. внутренней синхронизации колебаний, возбуждаемых несколькими электронными пучками (нескольким токами), является частным случаем хорошо известного явления синхронизации колебаний нескольких связанных осцилляторов, широко применяемого при создании излучающих систем, содержащих несколько источников излучения. В частности, рассмотренное выше явление самосинхронизации процессов излучения, образуемого несколькими электронными пучками (источниками излучения) обусловлено обратным воздействием общего поля излучения на движение электронов в каждом пучке (осцилляции тока в каждом источнике).

В связи с тем, что при создании ускорителей, способных генерировать большие токи, используются взрывомагнитные генераторы, в работе [165] было показано, что возбуждение взрывомагнитным генератором тока в вакуумном диоде сопровождается возбуждением колебаний в системе ВМГ-диод. Возникающие колебания тока оказываются низкочастотными с характерной частотой в диапазоне сотни килогерц – мегагерц.

Согласно [165] указанные колебания приводят к появлению магнитодипольного излучения с характерной длиной волны десятки - сотни метров. В рассматриваемом нами случае генерации излучения в фотонном кристалле ОЛСЭ с помощью сильноточных электронных пучков, создаваемых ВМГ, подобные колебания могут оказывать существенное влияние на колебания тока электронов в фотонном кристалле.

Хорошо известно, что появление излучения вызывает возникновение силы радиационного трения [141]. Для описания влияния силы радиационного трения на излучение системы изменяющихся во времени зарядов и токов, когда типичная длина волны излучения меньше или сравнима с размерами системы, необходимо использовать самосогласованную систему уравнений Максвелла и движения заряда. Однако для описания излучения системы с длиной волны, большей размеров системы применимо квазистационарное рассмотрение [14] и возможно использовать мультипольное разложение [141, 146]. Поэтому длинноволновое излучение системы можно описать суммой электрического дипольного, магнитного дипольного и электрического

квадрупольного излучений [141, 146].

В случае, когда применимо квазистационарное приближение, описания изменения токов и зарядов в системе возможно на языке электротехнических уравнений [14] с использованием зависящих от времени индуктивности, сопротивления и емкости. Последняя, при рассмотрении в качестве нагрузки вакуумного диода, будет включать емкость катод-анодного промежутка.

Подобная система важна не только для описания излучения, возникающего при взаимодействии сильнооточных электронных пучков с фотонными кристаллами, но и имеет самостоятельное значение для анализа мощных импульсов низкочастотного излучения, генерируемых осциллирующими токами, источником которых может являться взрывомагнитный генератор работающий на емкостную нагрузку [165]. С электродинамической точки зрения ВМГ представляет собой зависящую от времени индуктивность. Если же ВМГ подключается, например, к ускорителю, то образуется замкнутая цепь, состоящая из переменной индуктивности и емкости. Такие системы иногда называют магнитокумулятивными генераторами частоты (МКЧ).

Изменение индуктивности во времени приводит к появлению зависящего от времени магнитного поля и, как следствие, к появлению электромагнитного излучения и потерь энергии, которые существенно влияют на генерацию токов и напряжений в такой системе. Попытка теоретического учета радиационных потерь в ВМГ была сделана в [166], где индуктор ВМГ был сопоставлен спиральной антенне, но описать результаты эксперимента авторам [166] не удалось.

В настоящем параграфе проанализированы дополнительные источники радиационных потерь в цепи взрывомагнитный генератор - емкостная нагрузка. Показано, что радиационные потери, вызванные емкостной нагрузкой, существенно влияют на генерацию токов и напряжений в таких системах [6-А, 31-А, 32-А, 33-А, 34-А, 35-А]. Показано, что возбуждение колебаний в системе нескольких МКЧ приводит вследствие наличия силы радиационного трения к возникновению коллективных колебаний в этой системе.

Эквивалентная схема цепи взрывомагнитный генератор - емкостная нагрузка показана на рис.5.3, где  $L_{FCG}(t)$  - зависящая от времени индуктивность ВМГ,  $L_L$  и  $C_L$  - индуктивность и емкость нагрузки, которые в общем случае могут также зависеть от времени, а  $R(t)$  - полное сопротивление цепи, включающее сопротивление ВМГ и все типы потерь.

Такая цепь описывается уравнением

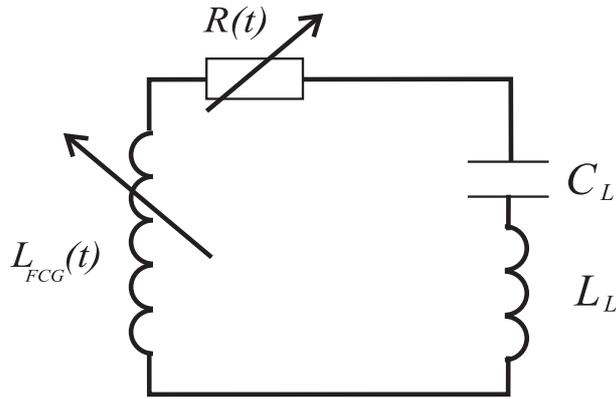


Рисунок 5.3. – Эквивалентная схема цепи взрывомагнитный генератор - емкостная нагрузка

$$\frac{d}{dt} [L(t) J(t)] + R(t) J(t) + \frac{Q(t)}{C_L} = 0, \quad (5.12)$$

где  $L(t) = L_{FCG}(t) + L_L$  - полная индуктивность цепи,  $J(t) = dQ(t)/dt$  - ток в цепи,  $Q(t)$  - заряд.

Уравнение (5.12) можно представить в виде

$$\frac{d^2 Q(t)}{dt^2} + \frac{1}{L(t)} \left( \frac{dL(t)}{dt} + R(t) \right) \frac{dQ(t)}{dt} + \frac{1}{C_L L(t)} Q(t) = 0, \quad (5.13)$$

т.е.

$$\frac{d^2 Q(t)}{dt^2} + \frac{R_{\text{eff}}(t)}{L(t)} \frac{dQ(t)}{dt} + \omega^2(t) Q(t) = 0. \quad (5.14)$$

Уравнение (5.14) описывает осциллятор с зависящей от времени частотой  $\omega(t) = 1/\sqrt{C_L L(t)}$  и эффективным сопротивлением

$$R_{\text{eff}}(t) = \frac{dL(t)}{dt} + R(t).$$

Характерные значения емкости, используемой в экспериментах [166] составляет  $C_L = 10^{-8} - 10^{-10} \Phi$ . Индуктивность изменяется от  $L_0 = 10^{-5} - 10^{-3}$  Гн в начальный момент времени до  $L_{fin} = 10^{-7}$  Гн на последней стадии работы ВМГ [166]. Поэтому характерные длины волн излучения  $\lambda = 2\sqrt{LC_L} = 60 - 6000$  м многократно превосходят размеры системы и радиационные потери можно описать на основе мультипольного разложения.

Рассмотрим, как дипольное электрическое излучение, источником которого в основном является конденсатор, влияет на работу системы взрывомагнитный генератор - емкостная нагрузка. Мощность излучения электрического диполя определяется выражением

$$P_d = \frac{\mu_0}{6\pi c} \left( \frac{d^2}{dt^2} d(t) \right)^2, \quad (5.15)$$

где  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с - скорость света,  $d(t)$  - электрический дипольный момент,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м. Формула (5.15) записана в единицах СИ, аналогичная формула в единицах СГСЭ приведена в [146]. Излучение электромагнитных волн диполем приводит к появлению дополнительного электрического поля самодействия, действующего на электрический диполь [146]

$$E_d = \frac{\mu_0}{6\pi c} \frac{d^3}{dt^3} d(t). \quad (5.16)$$

Благодаря полю самодействия на электрическом диполе, появляется дополнительная электродвижущая сила

$$U_d = E_d l_d = \frac{\mu_0 l_d^2}{6\pi c} \frac{d^2 J(t)}{dt^2} = \frac{20 l_d^2}{c^2} \frac{d^2 J(t)}{dt^2}, \quad (5.17)$$

где  $l_d$  - длина диполя и использовано выражение  $c \mu_0 = 120\pi$  генри/с.

Следует отметить, что сказанное выше о потерях относится к плоскому конденсатору с независимой от времени емкостью. В случае идеального цилиндрического конденсатора потери на излучение отсутствуют, поскольку в цилиндрическом конденсаторе для каждого электрического диполя существует колеблющийся в противофазе диполь и в результате суммарное дипольное электрическое излучение равно нулю.

На существование потерь, связанных с наличием в рассматриваемой системе электромагнитного излучения индуктора ВМГ, было впервые обращено внимание в [166]. Согласно [166], потери в ВМГ могут быть описаны как сумма диффузионных потерь, которые включают в себя джоулев нагрев проводов индуктора и лайнера, а также диффузию сжатого магнитного поля в провода и изоляцию, и диссипативных потерь, обусловленных излучением из сжимаемого объема, соотношением

$$\beta(\tau) = \frac{R(\tau)}{L(\tau)} \tau_L = \nu + \varepsilon e^{S\tau}, \quad (5.18)$$

где  $\tau_L$  - типичное время изменения индуктивности ВМГ,  $\tau = t/\tau_L$ ,  $R(\tau)$  - сопротивление потерь, включающее в себе диффузионные потери, описываемые параметром  $\nu$ , и диссипативные потери, обусловленные излучением индуктора и описываемые выражением  $\varepsilon e^{S\tau}$  ( $\varepsilon = const$ ,  $S = const$ ). Ниже показано, что мультипольное разложение позволяет описать влияние дипольного магнитного излучения индуктора ВМГ

на поведение системы взрывомагнитный генератор - емкостная нагрузка без использования феноменологического параметра  $\beta$ . В рамках рассматриваемого нами мультипольного приближения формулы, описывающие потери, обусловленные излучением индуктора, могут быть получены в явном виде. В самом деле, мощность излучения магнитного диполя можно записать в виде

$$P_m = \frac{\mu_0}{6\pi c^3} \left( \frac{d^2}{dt^2} m(t) \right)^2, \quad (5.19)$$

где  $m(t)$  – дипольный магнитный момент. Формула (5.19) записана в единицах СИ, аналогичная формула в единицах СГСЭ приведена в [146].

Магнитное дипольное излучение индуцирует ЭДС в круговом витке [167]:

$$U_{m1} = \frac{\mu_0}{6\pi c^3} \pi^2 \rho_0^4 \frac{d^4 J(t)}{dt^4} = \frac{\mu_0}{6\pi c^3} S^2 \frac{d^4 J(t)}{dt^4}, \quad (5.20)$$

где  $\rho_0$  - радиус витка, а  $S$  - его площадь. Для индуктора ВМГ, содержащего  $N$  последовательно соединенных витков, ЭДС может быть записана в виде

$$U_{mN} = \frac{\mu_0}{6\pi c^3} (NS)^2 \frac{d^4 J(t)}{dt^4} = \frac{20}{c^4} (NS)^2 \frac{d^4 J(t)}{dt^4}. \quad (5.21)$$

Напомним, что число витков в индукторе ВМГ зависит от времени  $N = N(t)$ .

Итак, падение напряжения в цепи взрывомагнитный генератор - емкостная нагрузка складывается из нескольких слагаемых: падение напряжения вызванное изменением тока  $L(t) \frac{dJ(t)}{dt}$ , падение напряжения на емкости  $\frac{Q(t)}{C_L}$  и падение напряжения, обусловленное изменением индуктивности  $J(t) \frac{dL(t)}{dt}$ , падение напряжения, вызванное диффузионными потерями  $J(t) R_{dif}$ , а также потерями на дипольное электрическое  $U_d$  (5.18) и магнитное  $U_{mN}$  (5.21) излучения. В соответствии с правилом Кирхгофа сумма всех падений напряжения должна быть равна нулю [14].

Далее детально рассмотрим случай, когда индуктивность и емкость нагрузки от времени не зависят. В результате уравнение, описывающее осциллятор с учетом затухания, обусловленного потерями на дипольное электрическое и магнитное излучения, можно записать в виде:

$$\begin{aligned} & \frac{20N^2 S^2}{c^4 L(t)} \frac{d^5 Q(t)}{dt^5} + \frac{20l_d^2}{c^2 L(t)} \frac{d^3 Q(t)}{dt^3} + \frac{d^2 Q(t)}{dt^2} + \\ & + \frac{1}{L(t)} \left( \frac{dL(t)}{dt} + R_{dif}(t) \right) \frac{dQ(t)}{dt} + \omega^2(t) Q(t) = 0. \end{aligned} \quad (5.22)$$

Это уравнение содержит производные старше второго порядка. Однако, в рассматриваемом случае, когда период колебаний  $T = \frac{2\pi}{\omega}$  много меньше характерного времени изменения индуктивности  $L(t)$ , эти производные можно заменить выражениями

$$\frac{d^5 Q(t)}{dt^5} = \omega^4(t) \frac{dQ(t)}{dt}, \quad \frac{d^3 Q(t)}{dt^3} = \omega^2(t) \frac{dQ(t)}{dt}.$$

Тогда уравнение (5.22) принимает следующий вид:

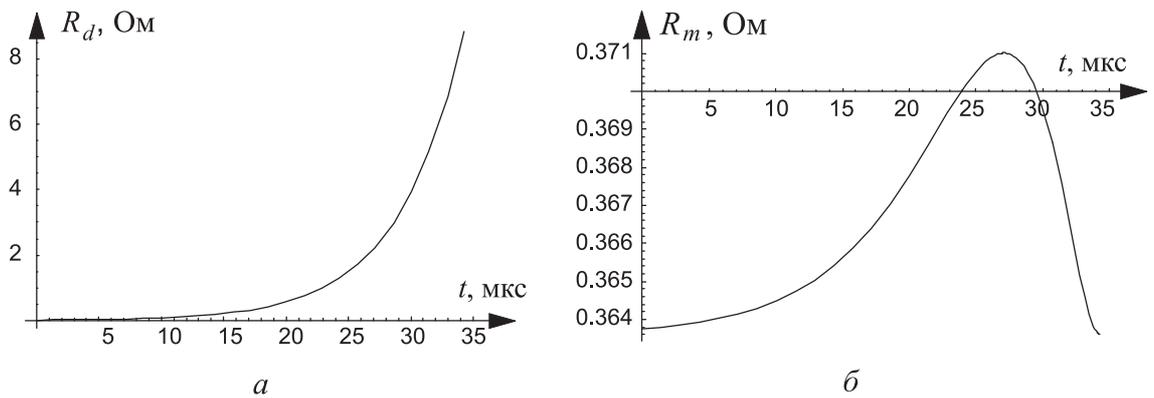
$$\begin{aligned} \frac{d^2 Q(t)}{dt^2} + \frac{1}{L(t)} \left( \frac{dL(t)}{dt} + R_{\text{dif}}(t) + R_d(t) + R_m(t) \right) \frac{dQ(t)}{dt} + \\ + \omega^2(t) Q(t) = 0, \end{aligned} \quad (5.23)$$

где

$$R_d(t) = \frac{20I_d^2 \omega^2(t)}{c^2}, \quad R_m(t) = \frac{20N^2(t) S^2 \omega^4(t)}{c^4}, \quad \omega^2(t) = \frac{1}{L(t) C_L}. \quad (5.24)$$

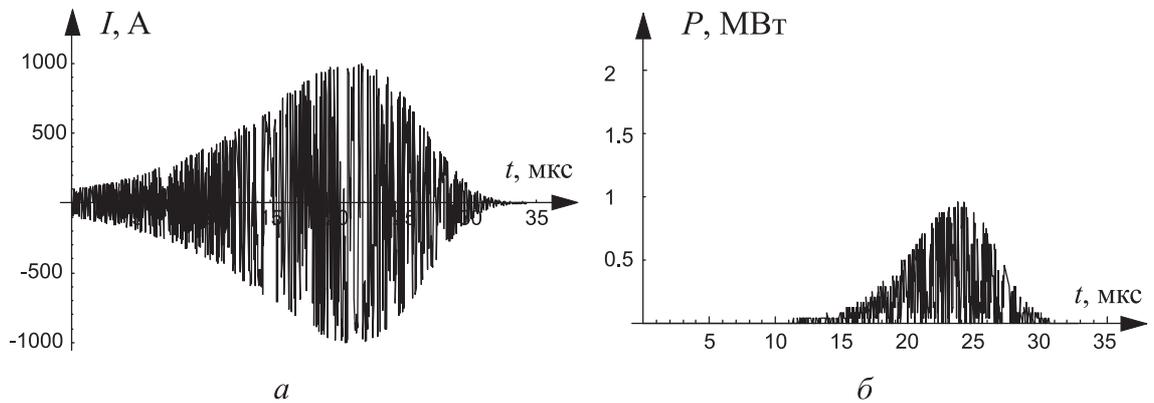
Уравнение (5.23) позволяет проанализировать поведение системы взрывомагнитный генератор - емкостная нагрузка. В реальных ВМГ широко используется экспоненциальный закон изменения индуктивности  $L(t) = L_0 e^{-\alpha t}$ , где  $\alpha = \frac{1}{\tau_L} \ln \frac{L_0}{L_{fin}}$ . Рассмотрим решение уравнения (5.23) для параметров, использованных в экспериментах [166]:  $L_{FCG}(t=0) = 8 \cdot 10^{-5}$  Гн,  $L_{FCG}(t=\tau) = 10^{-7}$  Гн,  $\tau=35$  мкс,  $R_{\text{dif}}(0) = R_{FCG}(t=0) = 0.5$  Ом,  $R_{\text{dif}}(\tau) = R_{FCG}(t=\tau) = 5 \cdot 10^{-4}$  Ом,  $C_L = 10^{-11}$  Ф,  $L_L = 2.5 \cdot 10^{-9}$  Гн. Сопротивления  $R_d(t)$  и  $R_m(t)$ , входящие в уравнение (5.23), рассчитаны для указанных параметров. Согласно рисунку 5.4, сопротивление, описывающее радиационные потери за счет дипольного электрического излучения, заметно превышает при данных параметрах системы сопротивление за счет дипольного магнитного излучения от индуктора ВМГ.

Учет влияния радиационных потерь за счет дипольного магнитного излучения от индуктора ВМГ при расчете тока в цепи взрывомагнитный генератор - емкостная нагрузка и мощности излучения приводит к появлению характерного затухающего сигнала, так называемая "рыба" (см. рисунок 5.5). При этом максимальные значения тока и мощности достигаются до полного вывода индуктивности ВМГ и ток практически полностью затухает к концу работы ВМГ. Учет влияния обоих типов радиационных потерь (электрическое и магнитное дипольное излучение) приводит к дальнейшему



**Рисунок 5.4. – Сопротивления, описывающие радиационные потери за счет дипольного электрического излучения (а) и дипольного магнитного излучения от индуктора ВМГ(б)**

уменьшению тока и мощности излучения и укорочению импульса излучения (рисунок 5.6).



**Рисунок 5.5. – Ток в цепи взрывомангнитный генератор - емкостная нагрузка» без учета радиационных потерь за счет дипольного электрического излучения, но с учетом магнитных потерь (а); Мощность излучения без учета радиационных потерь за счет дипольного электрического излучения, но с учетом магнитных потерь (б)**

Экспериментальные исследования [34–А, 35–А], для проведения которых была разработана схема осевого инициирования заряда [15–А, 16–А], позволили оценить потери в контуре МКЧ, а также зарегистрировать производную тока и генерируемое излучение.

В эксперименте [34–А] было подтверждено существенное влияние электрического дипольного излучения на осцилляции тока (Рисунок 5.7) в контуре ВМГ, начальная индуктивность которого составляла 169 мкГн, индуктивность в момент замыкания кроубара - 100 мкГн, максимальное напряжение накачки 30кВ, емкость нагрузки в первой половине времени работы ВМГ - 480 пФ, во второй половине - 240 пФ).

Предположим теперь, что есть несколько генераторов, тогда дополнительно к полю самодействия и определяемой им ЭДС, появится

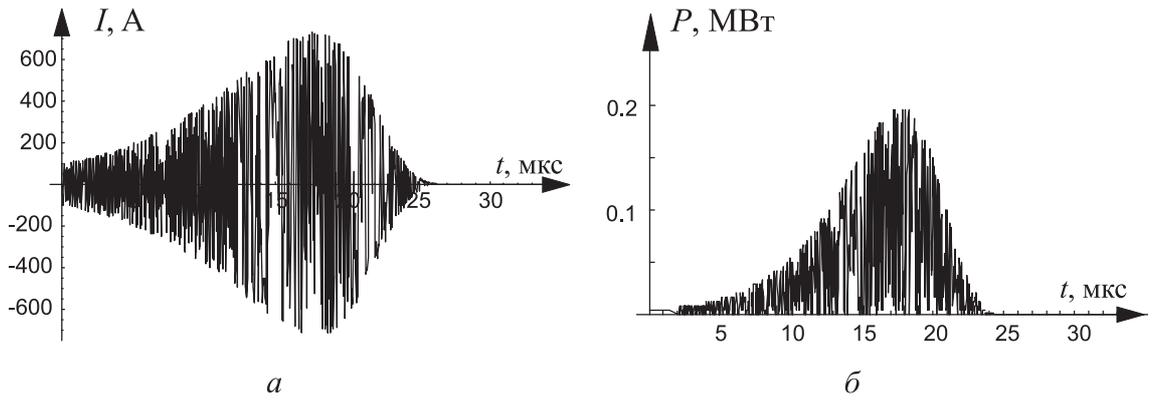


Рисунок 5.6. – Ток (а) и мощность (б) излучения с учетом и электрических и магнитных потерь

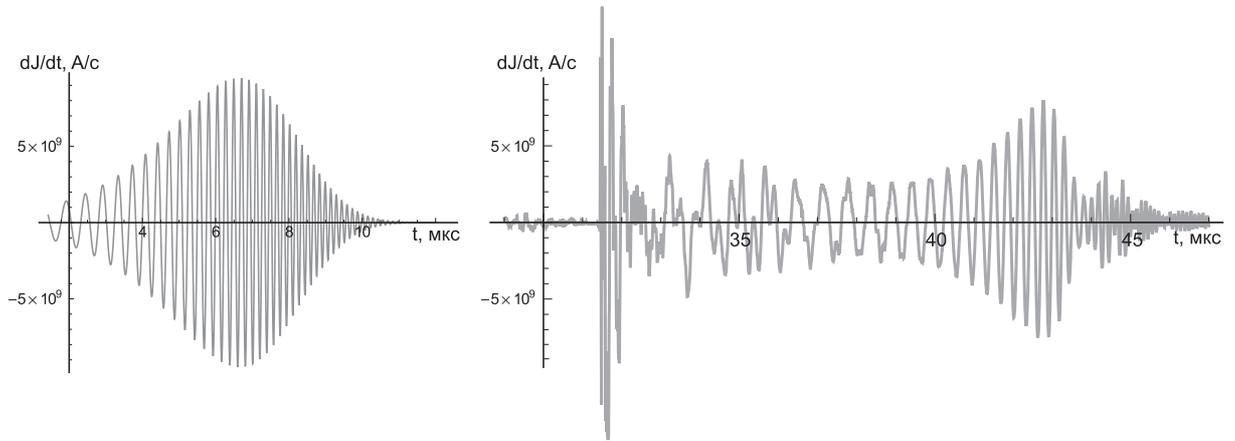


Рисунок 5.7. – Сравнение рассчитанной (слева) и измеренной в эксперименте (справа) производной тока в контуре

и ЭДС, определяемая суперпозицией полей излучения всех остальных генераторов. Если МКЧ генераторы (излучающие осцилляторы) расположены на расстоянии много меньшем длины волны излучения, то поле, порождаемое некоторым осциллятором  $j$  на осцилляторе  $i$ , совпадает с полем самодействия осциллятора  $j$  [124]. В этом случае для  $i$ -того из системы  $n$  МКЧ генераторов, расположенных на расстоянии много меньшем длины волны излучения, уравнение аналогичное (5.23), описывающее колебания заряда в контуре  $i$ -того МКЧ с учетом влияния генераторов друг на друга, может быть записано в виде:

$$\frac{d^2 Q_i(t)}{dt^2} + \frac{U_{di}(t)}{L_i(t)} + \frac{U_{mi}(t)}{L_i(t)} + \frac{Q_i(t)}{L_i(t) C_L} + \frac{1}{L_i(t)} \left( \frac{dL_i(t)}{dt} + R_{dif i}(t) \right) \frac{dQ_i(t)}{dt} = 0, \quad (5.25)$$

где  $U_{di} = \sum_{j=1}^n E_{dji} l_{di} = \frac{20l_{di}}{c^2} \sum_{j=1}^n l_{dj} \frac{d^2 J_j(t)}{dt^2}$ ,  $E_{dji}$  - поле, создаваемое  $j$ -тым МКЧ на  $i$ -том диполе (в рассматриваемом случае  $E_{dji} = E_{dj}$ , где  $E_{dj}$  - поле, создаваемое  $j$ -тым МКЧ на расстояниях много меньших длины волны),  $l_{dj}$  - длина диполя (излучающей антенны)  $j$ -того МКЧ,  $U_{mi}(t) = N_i(t) S_i \sum_{j=1}^n \frac{20}{c^4} N_j(t) S_j \frac{d^4 J_j(t)}{dt^4}$ ,  $S_j$  - площадь витка индуктора  $j$ -того МКЧ,  $N_j(t)$  число витков в индукторе  $j$ -того МКЧ (см. (5.17), (5.20)). Следует помнить, что последнее выражение получено в предположении, что характерное время изменения  $N(t)$  много больше, чем период осцилляций тока. Отметим также, что система нескольких МКЧ фактически формирует антенную решетку.

Рассмотрим эту задачу более подробно для двух одинаковых МКЧ генераторов, расположенных на расстоянии много меньшем длины волны излучения. С учетом преобразований (5.24) излучение такой пары описывается системой двух уравнений подобных (5.25):

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 Q_1(t)}{dt^2} + \frac{1}{L(t)} \left( \frac{dL(t)}{dt} + R_{\text{dif}}(t) + R_d(t) + R_m(t) \right) \frac{dQ_1(t)}{dt} + \\ & + \frac{(R_d(t) + R_m(t)) dQ_2(t)}{L(t) dt} + \omega^2(t) Q_1(t) = 0, \\ & \frac{d^2 Q_2(t)}{dt^2} + \frac{1}{L(t)} \left( \frac{dL(t)}{dt} + R_{\text{dif}}(t) + R_d(t) + R_m(t) \right) \frac{dQ_2(t)}{dt} + \\ & + \frac{(R_d(t) + R_m(t)) dQ_1(t)}{L(t) dt} + \omega^2(t) Q_2(t) = 0, \end{aligned} \quad (5.26)$$

Решение такой системы легко получить после введения новых переменных  $Q_+ = Q_1 + Q_2$  и  $Q_- = Q_1 - Q_2$ . В этом случае система уравнений (5.26) преобразуется к виду:

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 Q_+(t)}{dt^2} + \frac{1}{L(t)} \left( \frac{dL(t)}{dt} + R_{\text{dif}}(t) \right) \frac{dQ_+(t)}{dt} + \\ & + 2 \frac{R_d(t) + R_m(t)}{L(t)} \frac{dQ_+(t)}{dt} + \omega^2(t) Q_+(t) = 0, \\ & \frac{d^2 Q_-(t)}{dt^2} + \frac{1}{L(t)} \left( \frac{dL(t)}{dt} + R_{\text{dif}}(t) \right) \frac{dQ_-(t)}{dt} + \omega^2(t) Q_-(t) = 0, \end{aligned} \quad (5.27)$$

Из (5.27) вытекает, что в системе двух излучающих параметрических осцилляторов существуют коллективные колебания  $Q_+(t)$  и  $Q_-(t)$ .

Коллективное колебание  $Q_+(t)$  описывает осциллятор с удвоенными потерями на электрическое и магнитное дипольное излучение и неизменными остальными потерями. Коллективное колебание, описываемое компонентой  $Q_-(t)$ , соответствует колебанию осцилляторов без потерь на излучение.

Рассмотрим уравнения (5.25) – (5.27) для экспоненциального закона изменения индуктивности и сопротивления взрывомагнитного генератора в составе МКЧ:  $L_{FCG}(t) = L_0 e^{-\alpha t}$ , где  $\alpha = \frac{1}{\tau} \ln \frac{L_0}{L_{fin}}$ ,  $L_0$  – начальное значение индуктивности ВМГ,  $L_{fin}$  – конечное значение индуктивности ВМГ,  $\tau$  – время вывода индуктивности и  $R_{FCG}(t) = R_0 e^{-\alpha_R t}$ , где  $\alpha_R = \frac{1}{\tau} \ln \frac{R_0}{R_{fin}}$ , а  $R_0$  и  $R_{fin}$  – начальное и конечное сопротивления. Используем следующие значения параметров [6–А, 33–А]:  $L_0 = 8 \cdot 10^{-5}$  Гн,  $L_{fin} = 10^{-7}$  Гн,  $\tau = 35$  мкс,  $C_L = 10^{-11}$  ф,  $L_L = 2.5 \cdot 10^{-9}$  Гн,  $R_0 = 0.5$  Ом,  $R_{fin} = 5 \cdot 10^{-4}$  Ом, начальный ток  $J_{01} = \left. \frac{dQ_1}{dt} \right|_{t=0} = J_{02} = \left. \frac{dQ_2}{dt} \right|_{t=0} = 300$  А.

Учет влияния радиационных потерь за счет дипольного магнитного излучения от индуктора ВМГ и дипольного электрического излучения емкостной нагрузки (вibratorа) при расчете тока в цепи МКЧ и мощности излучения приводит к появлению характерного затухающего сигнала («рыба») [6–А, 33–А]. Причем максимальные значения тока и мощности достигаются до полного вывода индуктивности ВМГ и ток практически полностью затухает к концу работы ВМГ. Сравнение токов в контуре одного МКЧ (или системы двух невзаимодействующих МКЧ) и системы из двух МКЧ с учетом их влияния друг на друга приведено на Рисунке 5.8.

Видно, что учет влияния друг на друга излучения двух МКЧ, расположенных на расстояниях много меньших длины волны излучения, приводит к укорочению импульса тока и уменьшению его амплитуды в цепи каждого из МКЧ. Отметим, что при расстояниях между МКЧ много больших, чем длина волны излучения, такого подавления не происходит.

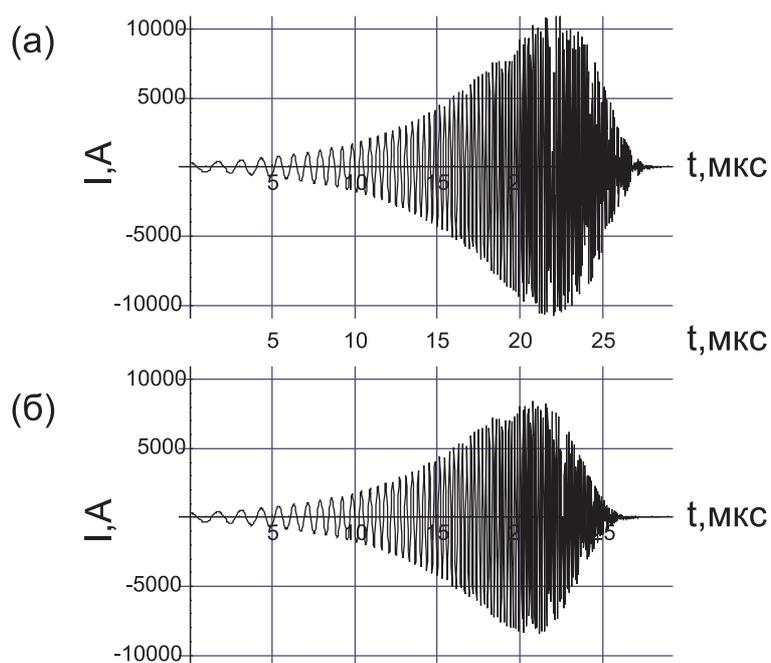
Учет радиационной связи осцилляторов приводит также к уменьшению мощности и укорочению импульса излучения (см. Рисунок 5.9).

Излученная энергия для одного МКЧ  $W_{(a)} = 29.35$  Дж, для системы двух МКЧ без учета их влияния друг на друга  $W_{(b)} = 117.4$  Дж, для системы двух МКЧ с учетом их влияния друг на друга  $W_{(c)} = 49.65$  Дж.

## Выводы к главе 5

Рассмотрены возможные пути создания мощных генераторов электромагнитного излучения.

Получены уравнения, описывающие генерацию излучения несколькими электронными пучками с учетом разницы по времени их влета в резонатор ОЛСЭ (фотонный кристалл).

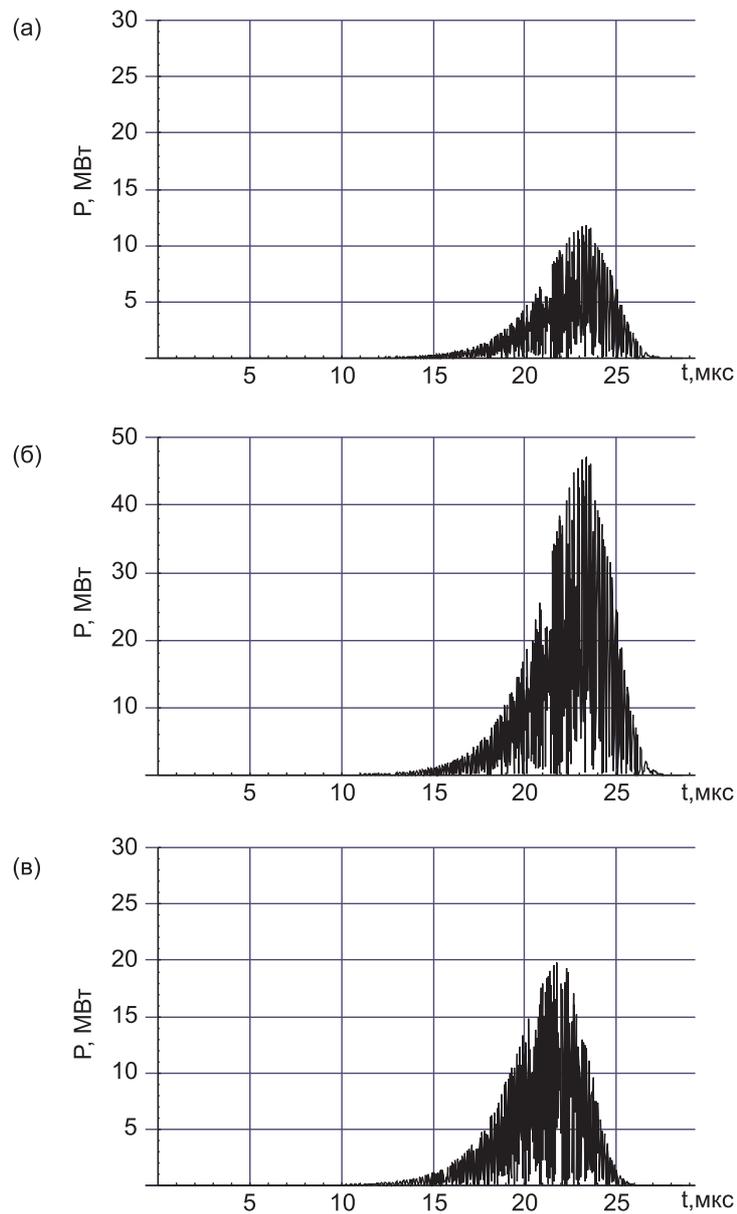


**Рисунок 5.8. – (а) Ток в контуре одного МКЧ; (б) Ток в контуре каждого из двух МКЧ с учетом их влияния друг на друга**

Показано, что объемный лазер на свободных электронах является системой с самофазировкой: несмотря на разброс по времени влета отдельных электронных пучков, двух(трех)-мерная распределенная обратная связь в резонаторе ОЛСЭ создает условия для внутренней фазовой синхронизации (самофазировки), приводящей в итоге к  $N^2$ -кратному увеличению плотности мощности излучения для  $N$  независимых электронных банчей ( $W \sim N^2$ ) и фактическому возникновению фазированной решетки, позволяющей наращивать мощность ОЛСЭ.

Получены уравнения, описывающие влияние радиационных потерь энергии на развитие колебаний в параметрическом осцилляторе, образуемом системой взрывомагнитный генератор - емкостная нагрузка, при наличии электрического дипольного излучения. Подобная система важна не только для описания излучения, возникающего при взаимодействии сильноточных электронных пучков с фотонными кристаллами, но и имеет самостоятельное значение для анализа мощных импульсов низкочастотного излучения, генерируемых осциллирующими токами, источником которых может являться взрывомагнитный генератор работающий на емкостную нагрузку (например, катод-анодный промежуток сильноточного ускорителя).

Показано существенное влияние электрического дипольного излучения на осцилляции токов и напряжений и процесс генерации излучения в таком параметрическом осцилляторе. Проведенные эксперименты подтвердили высказанное утверждение.



**Рисунок 5.9. – Мощность излучения для одного МКЧ (а); для системы двух МКЧ без учета их влияния друг на друга (б); для системы двух МКЧ с учетом их влияния друг на друга (в)**

Получены уравнения, описывающие влияние радиационных потерь энергии совокупности нескольких параметрических осцилляторов, каждый из которых образован системой взрывомагнитный генератор – емкостная нагрузка. На основе полученных уравнений продемонстрировано появление, благодаря наличию силы радиационного трения, коллективных колебаний при возбуждении системы  $N$  параметрических осцилляторов.

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

## Основные научные результаты

В диссертации разработана теория, описывающая явление квазичеренковского излучения и дифракционного излучения релятивистского осциллятора в двумерных фотонных кристаллах в условиях, когда  $|\varepsilon - 1| \gtrsim 1$ , где  $\varepsilon$  - диэлектрическая проницаемость рассеивателя. Именно значение  $\varepsilon$  обуславливает существенное отличие разработанной теории от теории параметрического рентгеновского излучения, в которой  $|\varepsilon - 1| \ll 1$ . Описана динамика процессов излучения в естественных и фотонных кристаллах. Рассмотрено индуцированное излучение, возникающее при движении пучков релятивистских заряженных частиц через фотонные кристаллы с изменяющимся пространственным периодом, которые являются важнейшим элементом резонаторов объемных лазеров на свободных электронах (ОЛСЭ). Экспериментально подтверждены отдельные положения разработанной теории.

В диссертации получены следующие новые научные результаты:

- Показано, что показатель преломления фотонного кристалла, образованного металлическими нитями, резко возрастает при длине волны сравнимой с диаметром нити в отличие от показателя преломления среды, образованной случайно распределенными нитями [3–А, 10–А, 41–А, 42–А].
- Предсказано существенное возрастание интенсивности квазичеренковского и черенковского излучения в таком фотонном кристалле для длин волн, сопоставимых с диаметром нити [10–А, 41–А].
- Показано, что в терагерцовом диапазоне подобные фотонные кристаллы позволяют достичь мощности излучения гигаваттного уровня при прохождении через них электронных сгустков с длительностью  $\tau_b \sim 10^{-12}$  с и числе электронов  $n_b \sim 10^{11}$  (такие параметры могут быть получены при лазерном ускорении). Указанный результат позволяет с использованием интенсивно развивающихся методов лазерного ускорения заряженных частиц создавать мощные источники терагерцового излучения, которые являются надежным инструментом для диагностики в медицине и исследования свойств вещества, а также, например, служат основой для приборов, обеспечивающих поиск наркотиков и органической взрывчатки [7–А, 10–А, 37–А, 41–А].

- Обоснована возможность использования описанных фотонных кристаллов для регистрации одночастичных событий для пучков релятивистских ядер на современных ускорителях заряженных частиц благодаря выходу излучения до одного фотона на частицу для ядер с некомпенсированным электронной оболочкой зарядом ядра  $Q \gtrsim 30$  [10–А, 41–А].
- Предсказано существование эффекта задержки импульса излучения в кристалле: в условиях брэгговской дифракции, приводящей к существенному уменьшению групповой скорости импульса излучения ( $v_{gr} \ll v_b$ , где  $v_b$  скорость пучка заряженных частиц), длительность импульса параметрического рентгеновского излучения в естественных кристаллах, квазичеренковского излучения в фотонных кристаллах и излучения в фотонном кристалле, помещенном внутри ондулятора, может оказываться больше времени пролета частицы через кристалл. Предсказанное явление задержки импульса излучения впервые наблюдалось в наших экспериментах в микроволновом диапазоне, в которых был зарегистрирован дополнительный пик микроволнового излучения, возникающий после пролета пучком фотонного кристалла [8–А, 9–А, 39–А, 18–А, 21–А, 46–А, 48–А].
- Получены нелинейные уравнения генерации излучения релятивистским пучком в фотонном кристалле с постоянным и изменяющимся в пространстве периодом с учетом зависимости от частоты эффективной диэлектрической проницаемости фотонного кристалла. На основе разработанной теории предсказана и экспериментально подтверждена возможность увеличения энергии излученного импульса при использовании фотонных кристаллов с изменяющимся в пространстве периодом [3–А, 4–А, 18–А, 19–А, 20–А, 21–А, 22–А, 23–А].
- Теоретически обосновано и экспериментально подтверждено существенное влияние электрического дипольного излучения на осцилляции токов и напряжений и генерацию излучения в параметрическом осциляторе, образуемом системой взрывомагнитный генератор - емкостная нагрузка (например, катод-анодный промежуток сильноточного ускорителя) [6–А, 31–А, 32–А, 33–А, 34–А, 35–А].

## Рекомендации по практическому использованию результатов

Полученные в диссертации результаты показывают:

- перспективность использования сгустков частиц, получающихся при

ускорении с помощью сверхмощных и суперкоротких лазерных импульсов, для решения актуальной проблемы создания мощных источников терагерцового излучения;

- возможность использования генерации квазичеренковского излучения в условиях поверхностной дифракции в фотонном кристалле для регистрации частиц высоких энергий на современных ускорителях благодаря испусканию фотонов под большим углом к импульсу частицы;
- быстрый фронт генерируемого импульса излучения может быть использован в качестве триггерного сигнала для синхронизации независимо измеряемых параметров пучков заряженных частиц и испускаемых ими фотонов при проведении экспериментов с использованием ускорителей частиц больших энергий;
- применение фотонных кристаллов с изменяющимся в пространстве периодом в ЛСЭ и ОЛСЭ позволяет увеличить энергию излученного импульса, повышая таким образом КПД системы;
- возбуждение излучения в фотонном кристалле  $N$  электронными пучками в условиях многоволновой дифракции приводит к росту плотности мощности излучения ОЛСЭ  $W \sim N^2$ , что позволяет создавать сверхмощные источники излучения вплоть до тераваттного уровня.

Полученные в настоящей диссертации результаты были внедрены при выполнении ряда хозяйственных договоров, ответственным исполнителем которых являлась автор диссертации:

НИР "Разработка теории, численное моделирование и создание макетов генератора СВЧ импульса на основе емкостных и индуктивных накопителей" №ЭФЛ-5/08/15 от 31.12.2008 (№гос.рег. 20090166);

НИР "Разработка теории, численное моделирование и создание макетов и экспериментальных образцов беспучкового генератора широкополосного импульса на основе индуктивного накопителя нагруженного на широкополосную антенну" №ЭФЛ-5/09/16 от 30.12.2009 (№гос.рег. 20100267);

НИР "Разработка теории, численное моделирование и создание макетов и экспериментальных образцов источников широкополосного излучения и генераторов СВЧ излучения на основе емкостных и индуктивных накопителей" № 05/12/10 от 19.10.2012г. (№ гос.рег. 20123500);

НИР "Математическое моделирование и экспериментальное исследование взрывомагнитных генераторов для работы на заданную нагрузку при фиксированных значениях максимального тока и напряжения" №262/2013 от 30.12.2013 (№ гос.рег. 20140152);

Полученные в настоящей диссертации результаты могут быть использованы в теоретических и экспериментальных исследованиях, проводимых в НИУ "Институт ядерных проблем" Белгосуниверситета, ГНУ "Институт физики имени Б.И.Степанова" НАН Беларуси, НИИ ИП с ОХП концерна Порошковой металлургии НАН Беларуси, Институте тепло- и массообмена имени А.В. Лыкова НАН Беларуси.

## БЛАГОДАРНОСТИ

Автор выражает искреннюю признательность и благодарность своему научному руководителю доктору физико-математических наук профессору Владимиру Григорьевичу Барышевскому за формулировку темы исследования, многолетние плодотворные обсуждения и рекомендации.

Автор также считает своим долгом поблагодарить экспериментальные группы лаборатории сильноточной электроники НИИЯП БГУ и лаборатории №44 НИИ ИП с ОХП концерна Порошковой металлургии НАН РБ, совместные работы с которыми позволили получить экспериментальное подтверждение приведенных результатов.

# БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

## Список использованных источников

1. Черенков, П. А. Видимое свечение чистых жидкостей под действием  $\gamma$ -радиации / П. А. Черенков // ДАН СССР. — 1934. — Т. 2. — № 8. — С. 451–456; (перепечатано: УФН. — 1967. — Т. 93. — С. 385–388).
2. Вавилов, С. И. О возможных причинах синего  $\gamma$ -свечения жидкостей / С. И. Вавилов // ДАН СССР. — 1934. — Т. 2. — № 8. — С. 457–461.
3. Тамм, И. Е. Когерентное излучение быстрого электрона в среде / И. Е. Тамм, И. М. Франк // ДАН СССР. — 1937. — Т. 14. — № 3. — С. 107–111.
4. Черенков, П. А. Нобелевские лекции / П. А. Черенков, И. Е. Тамм, И. М. Франк // М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1960 — 75 С.
5. Франк, И.М. Излучение Вавилова-Черенкова: вопросы теории / И.М. Франк — Москва: Наука, 1988. — 284 С.
6. Ишханов, Б. С. Частицы и ядра. Эксперимент / Б. С. Ишханов, И. М. Капитонов, Э. И. Кэбин — Москва: Издательство МГУ, 2005. — 142 С.
7. Денисов, С.П. Детекторы черенковского излучения / С.П. Денисов // Природа. — № 7. — 2004. — С. 22–30.
8. Гинзбург, В. Л. Излучение равномерно движущегося электрона, возникающее при его переходе из одной среды в другую / В. Л. Гинзбург, И. М. Франк // ЖЭТФ. — 1946. — Т. 16. — С. 15.
9. Smith, S.J. Visible light from localized surface charges moving across a grating / S.J. Smith, E.M. Purcell // Phys. Rev. — 1953. — Vol. 92. — P. 1069.
10. Барсуков, К.А. Переходное излучение в волноводе / К.А. Барсуков // ЖЭТФ. — 1959. — Т.37. — №4(10) — С.1106–1109.
11. Гарибян, Г.М. К теории переходного излучения и ионизационных потерь энергии частицы / Г.М. Гарибян // ЖЭТФ — 1959. — Т. 37. — С. 527–533.
12. Тер-Микаелян, М.Л. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях / М.Л. Тер-Микаелян — Ереван: Изд-во АН Арм.ССР, 1969. — 459 С.
13. Болотовский, Б.М. Дифракционное излучение / Б.М. Болотовский, Г.В. Воскресенский // УФН. — 1966. — Т. 88. — С. 209–251.
14. Ландау, Л.Д. Электродинамика сплошных сред / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский — 2-е изд., испр. — Москва: Наука, 1982. — 621 С.

15. Барышевский, В.Г. О рассеянии света потоком электронов, проходящих через кристалл / В.Г. Барышевский // Доклады АН БССР. — 1971. — Т. 15. — С. 306–308.
16. Барышевский, В.Г. О переходном излучении  $\gamma$ -квантов в кристалле / В.Г. Барышевский, И.Д. Феранчук // ЖЭТФ. — 1971. — Т. 61. — №3(9). — С. 944–948.
17. Ewald, P. P. Fifty Years of X-Ray Diffraction (Reprinted in pdf format for the IUCr XVIII Congress, Glasgow, Scotland, Copyright © 1962, 1999 International Union of Crystallography) / P. P. Ewald // [Electronic resource]. — 1999. — Mode of access. <http://www.iucr.org/publ/50yearsofxraydiffraction> — Date of access .22.07.2011
18. Laue, M. Interferenzerscheinungen bei Röntgenstrahlen / W. Friedrich, P. Knipping, M. Laue // Ann. Phys.— 1913. — Vol. 41. — P. 971.
19. Batterman, B.W. Dynamical diffraction of X-rays by perfect crystals / B.W. Batterman, H. Cole // Rev. Mod. Phys.— 1964. — Vol. 36. — No. 3. — P. 681.
20. Sommerfeld, A. Electron Theory of Metals / A. Sommerfeld, H. Bethe // Handbuch der Physik — 1933. — Vol. 24. — No. 2.
21. Джеймс, Р. Оптические принципы дифракции рентгеновских лучей / З.Г. Пинскер — Москва: Иностранная Литература, 1950. — 572 С.
22. Пинскер, З.Г. Рентгеновская кристаллооптика / З.Г. Пинскер — Москва: Наука, 1982. — 390 С.
23. Chang, Shih-Lin multiple diffraction of X-Rays in crystals / Chang Shih-Lin — Berlin Heidelberg New-York Tokyo: Springer-Verlag, 1984. — 295 P.
24. Авакян, А.Л. Исследование динамических максимумов рентгеновского переходного излучения, возникающего при пролете заряженной частицы через монокристалл / А.Л. Авакян, М.А. Агинян, Г.М. Гарибян, Ян Ши // ЖЭТФ — 1975. — Т. 6. — №. 6. — С. 2038–2045.
25. Афанасьев, А.М. Излучение ультрарелятивистских частиц при прохождении через идеальные и мозаичные кристаллы / Афанасьев А.М., Агинян М.А. // ЖЭТФ — 1978. — Т. 74. — №. 2. — С. 570–579.
26. Барышевский, В.Г. Влияние многократного рассеяния на параметрическое рентгеновское излучение / В.Г. Барышевский, А.О. Грубич, Ле Тьен Хай // ЖЭТФ. — 1988. — Т. 94. — №. 5. — С. 51–65.
27. Барышевский, В.Г. Поверхностное параметрическое излучение релятивистских частиц / В.Г. Барышевский // Доклады АН СССР. — 1988. — Т. 299. — №. 6. — С. 1363–1366.

28. Baryshevsky, V.G. Parametric X-ray radiation at a small angle near the velocity direction of the relativistic particle / V.G. Baryshevsky // Nucl. Instrum. and Meth. B — 1997. — Vol. 122. — P. 13 – 18.
29. Baryshevsky, V.G. Diffraction of X-ray pulse in crystals / V.G. Baryshevsky // [Electronic resource]. — 1999. — Mode of access. <http://arxiv.org/abs/physics/9906022>. — Date of access 09.06.1999.
30. Nasonov, N. Parametric X-rays along the velocity direction of an emitting particle under conditions of the Cherenkov effect / N. Nasonov, P. Zhukova, J.H. Hubbell // Radiation Physics and Chemistry— 2006. — Vol. 75. — No. 9. — P. 923–926.
31. Nasonov, N. Anomalous properties of quasi-cherenkov radiation for Bragg scattering geometry / N. Nasonov, P. Zhukova, J.H. Hubbell // Nucl. Inst. Meth. A— 2007. — Vol. 580. — No. 1. — P. 29–32.
32. Nasonov, N. X-rays from relativistic particles in condensed media/ N. Nasonov // Proc. NATO – ARW, Electron – photon interaction in dense media, Nor – Amberd, Armenia. — 2001.
33. Барышевский, В.Г. О квантовой теории излучения электронов в кристалле/ В.Г. Барышевский, И.Д. Феранчук // ДАН БССР — 1974. — Т. 18. — No. 6 — С. 499–502.
34. Baryshevsky, V.G. The X-ray radiation of ultrarelativistic electrons in a crystal / V.G. Baryshevsky, I.D. Feranchuk // Phys. Lett A — 1976. — Vol. 57. — No. 2. — P. 183–185.
35. Baryshevsky, V.G. Parametric X-rays from ultrarelativistic electrons in a crystal: theory and possibilities of practical utilization / Baryshevsky V.G., Feranchuk I.D. // J. de Physique — 1983. — Vol. 44. — No. 8. — P. 913–922.
36. Baryshevsky V.G, Feranchuk I.D., Grubich A.O. and Ivashin A.V. Theoretical interpretation of parametric X-ray spectra/ V.G. Baryshevsky, I.D. Feranchuk, A.O. Grubich and A.V. Ivashin // Nucl. Instr. and Meth. A — 1986. — Vol. 249. — P.306–319.
37. Барышевский, В.Г. Каналирование, излучение и реакции в кристаллах при высоких энергиях / В.Г. Барышевский – Минск: Изд-во БГУ, 1982. — 256 С.
38. Baryshevsky, V.G. Parametric X-Ray radiation in crystals: theory, experiment and applications / V.G. Baryshevsky, I.D. Feranchuk, A.P. Ulyanenko — Springer Tracts in Modern Physics, 2005. — Vol. 213. — 171 P.
39. Rullhusen, P. Novel radiation sources using relativistic electrons: from infrared to X-rays / P. Rullhusen, X. Artru, P. Dhez — Singapore: World Scientific Publishing, 1998. — 212 P.

40. Baryshevsky, V.G. High-energy nuclear optics of polarized particles / V.G. Baryshevsky — Singapore: World Scientific Publishing, 2012. — 640 P.
41. Адищев, Ю.Н. Экспериментальное обнаружение рентгеновского параметрического излучения / Ю.Н. Адищев, В.Г. Барышевский, С.А. Воробьев, В.А. Данилов, С.Д. Пак, А.П. Потылицын, П.Ф. Сафронов, И.Д. Феранчук, С.В. Черепица // Письма в ЖЭТФ — 1985. — Т. 41. — №. 7. — С. 259.
42. Baryshevsky, V.G. Observation of monochromatic X-ray radiation from 900 MeV electrons transmitting through a diamond crystal / V.G. Baryshevsky, A.N. Didenko, B.N. Kalinin, S. Pak, A.P. Potylitsin, S.A. Vorobiev, V.A. Danilov, I.D. Feranchuk // Phys. Lett. A — 1985. — Vol. 110. — No. 3. — P. 177-180.
43. Leavitt, R.P. Millimeter-wave orotron oscillation - Part I: Theory / R.P. Leavitt, D.E. Wortman, H. Dropkin // IEEE Jour. Quant. Electr.— 1981. — Vol. 17. — No. 8. — P. 1333–1340.
44. Leavitt, R.P. Millimeter-wave orotron oscillation - Part II: Experiment / R.P. Leavitt, D.E. Wortman, H. Dropkin // IEEE Jour. Quant. Electr. — 1981. — Vol. 17. — No. 8. — P. 1341–1348.
45. Трубецков, Д.И. Лекции по СВЧ электронике для физиков / Д.И. Трубецков, А.Е. Храмов — Москва: Том 2, Физматлит, 2004. — 648 С.
46. Силин, Р.А Периодические волноводы / Р.А. Силин — Москва: ФАЗИС, 2002. — 362 С.
47. Силин, Р.А Замедляющие системы / Р.А. Силин, В.П. Сазонов — Москва: Советское радио, 1966. — 632 С.
48. Granatstein, V.L. Vacuum electronics at the dawn of the twenty-first century / V.L. Granatstein, R.K. Parker, C.M. Armstrong // Proceedings of the International conference on robotics and automation: 10-15 May 1999, Detroit IM — Vol. 87. — No. 5. — P. 702–716.
49. Leavitt, R.P. Infrared and millimeter waves: coherent sources and applications, Part II / R.P. Leavitt, D.E. Wortman — New York Academic Press, 1983. — Vol. 7. — Ch. 7. — P. 321–375.
50. Baryshevsky, V.G. Parametric beam instability of relativistic charged particles in a crystal / V.G. Baryshevsky, I.D. Feranchuk // Phys. Lett. A — 1984. — Vol. 102. — P. 141–144.
51. Барышевский, В.Г. Параметрическая пучковая неустойчивость ансамбля релятивистских осцилляторов / В.Г. Барышевский, И.Д. Феранчук // Докл. АН БССР — 1983. — Т. 27. — №. 11. — С. 995–998.

52. Барышевский, В.Г. Параметрическая пучковая неустойчивость релятивистских электронов в кристаллах / В.Г. Барышевский, И.Д. Феранчук // Письма в ЖТФ — 1984. — Т. 10. — №. 19. — С. 1157–1159.
53. Baryshevsky, V.G. Parametric beam instability of relativistic charged particles in a crystal / V.G. Baryshevsky, I.D. Feranchuk // Phys. Lett. A — 1984. — Vol. 102. — No. 3. — P. 141–144.
54. Барышевский, В.Г. Квантовая теория рентгеновского параметрического генератора с учетом многоволновой дифракции / В.Г. Барышевский, И.Д. Феранчук // Изв. АН БССР. Серия физ.-мат. — 1985. — Т. 2. — С. 79–86.
55. Baryshevsky, V.G. Angular distribution of photons from channelled particles / V.G. Baryshevsky, I.Ya. Dubovskaya // J. Phys. C — 1983. — Vol. 16. — P. 3663–3672.
56. Барышевский, В.Г. Индуцированное рентгеновское излучение релятивистского электронного пучка в лазере на свободных электронах с распределенной обратной связью в трехмерной пространственно-периодической среде / В.Г. Барышевский, И.Я. Дубовская // Вести Академии наук БССР, сер. физ.-энергет. — 1990. — № 1. — С. 30–34.
57. Барышевский, В.Г. ЛСЭ на параметрическом (квазичеренковском) излучении / В.Г. Барышевский, К.Г. Батраков, И.Я. Дубовская // Вести Академии наук БССР, сер. физ.-энергет. — 1991. — №1. — С. 53–56.
58. Baryshevsky, V.G. Diffraction X-ray radiation from a relativistic oscillator in a crystal / V.G. Baryshevsky, I.Ya. Dubovskaya // J. Phys. Condensed Matter — 1991. — Vol. 3. — No. 14. — P. 2421–2430.
59. Baryshevsky, V.G. Parametric (quasi-Cherenkov) X-ray free electron lasers / V.G. Baryshevsky, K.G. Batrakov, I.Ya. Dubovskaya // J. Phys. D — 1991. — Vol. 24. — P. 1250–1257.
60. Baryshevsky, V.G. Formation of distributed feedback in an FEL under multi-wave diffraction / V.G. Baryshevsky, K.G. Batrakov, I.Ya. Dubovskaya // Nucl. Instrum. and Meth. A — 1995. — Vol. 358. — P. 493–496.
61. Baryshevsky, V.G. Beam instability in a nonmonochromatic wave and the possibility of optical phase conjugation in a relativistic particle beam / V.G. Baryshevsky // Phys. Lett. A — 1988. — Vol. 132. — No. 1. — P. 30–30.
62. Барышевский, В.Г. Неустойчивость волн в периодической среде / В.Г. Барышевский // Доклады АН БССР — 1987. — Т. 31. — №. 12. — С. 1089–1092.

63. Baryshevsky, V.G. Volume free electron lasers / V.G. Baryshevsky // [Electronic resource]. — 1998. — Mode of access. <http://arxiv.org/abs/physics/9806039> . — Date of access 09.06.1999.
64. Baryshevsky, V.G. Volume free electron lasers / V.G. Baryshevsky // Nucl. Instrum. and Meth. A — 2000. — Vol. 445. — P. 281–283.
65. Baryshevsky, V.G. High power microwave and optical volume free electron lasers (VFELs) / V.G. Baryshevsky // arXiv:physics.optics/1211.4769. [Electronic resource]. — 2012. — Mode of access. <http://arxiv.org/abs/1211.4769>. — Date of access 20.11.2012.
66. Барышевский, В.Г. Рентгеновский лазер на свободных электронах в кристаллическом резонаторе с распределенной обратной связью / В.Г. Барышевский, И.Я. Дубовская, А.В. Зега // Весці АН БССР, сер. физ.-энерг. — 1990. — Т. 3. — С. 49–56.
67. Baryshevsky, V.G. Application of volume diffraction grating for Terahertz lasing in volume FEL (VFEL) / V.G. Baryshevsky, K.G. Batrakov, V.I.Stolyarsky // Nucl. Instrum. and Meth. A — 2003. — Vol. 507. — P. 93–96.
68. Baryshevsky, V.G. Spontaneous and induced radiation by relativistic particles in natural and photonic crystals. Crystal X-ray lasers and volume free electron lasers (VFEL) / V.G. Baryshevsky // [Electronic resource]. — 2011. — Mode of access. <http://arxiv.org/abs/1101.0783>. — Date of access 04.01.2011.
69. Batrakov, K.G. Modeling of volume free electron lasers / K.G.Batrakov, S.N.Sytova // Computational Mathematics and Mathematical Physics — 2005. — Vol. 45. — No. 4. — P. 666–676.
70. Batrakov K.G., Sytova S. N. Dynamics of electron beam instabilities under conditions of multiwave distributed feedback // Nonlinear Phenomena in Complex Systems. — 2005. — V. 8. — P. 359-365.
71. Барышевский В.Г., Сытова С.Н. Радиационные процессы, радиационная неустойчивость и хаос в излучении, образованном релятивистскими пучками, движущимися в трехмерных (двумерных) пространственно-периодических структурах (естественных и фотонных кристаллах) // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. — 2013. — Т. 21. — №6. — С. 21-34
72. Baryshevsky, V.G. Volume quasi-cherenkov FEL in mm-spectral range / V.G. Baryshevsky, K.G. Batrakov, I.Ya. Dubovskaya, V.A. Karpovich, V.M. Rodionova // FEL 1996, G. Dattoli and A. Renieri (eds.) — 1997. — P. II 75–II 76.
73. Барышевский, В.Г. Ядерная оптика поляризованных сред / В.Г. Барышевский — Минск: Изд-во Бел-госуниверситета, 1976. — 144 С.

74. Baryshevsky, V.G. Diffraction phenomena in spontaneous and stimulated radiation by relativistic particles in crystals (Review) / V.G. Baryshevsky, I.Ya. Dubovskaya, // Technical Report Lawrence Berkeley Lab., CA (United States) — 1991. — doi:10.2172/5808050.
75. Барышевский, В.Г. Индуцированное рассеяние и излучение в условиях дифракции / В.Г. Барышевский // Изв. АН БССР — 1980. — Т. 3. — С. 117–122.
76. Барышевский, В.Г. Каналирование (дифракция) в кристаллах при наличии переменных полей / В.Г. Барышевский // ДАН БССР — 1982. — Т. 26. — Т. 4. — С. 329–332.
77. Беляков, В.А. Дифракционная оптика периодических сред сложной структуры / В.А. Беляков — М.: Наука, 1988. — 256 С.
78. Yablonovitch, E. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics / E. Yablonovitch // Phys. Rev. Lett.— 1987. — Vol. 58. — P. 2059–2062.
79. Yablonovitch, E. Photonic crystals: semiconductors of light / E. Yablonovitch // Scientific American— 2001. — Vol. 285. — No. 6. — P. 47–55.
80. Yablonovitch, E. Photonic Crystals: What's in a Name? / E. Yablonovitch // Optics & Photonics News (UC Berkeley). [Electronic resource]. — March 2007. — Mode of access. <http://optoelectronics.eecs.berkeley.edu/ey2007opn183.pdf>. — Date of access 12.01.2011.
81. Силин, Р.А. Расчет многорядных штыревых замедляющих систем /Р.А. Силин // Электроника. — 1958. — №2. — С. 3-16.
82. Силин, Р.А. Анализ многоэтажных штыревых замедляющих систем /Р.А. Силин // Электроника. — 1958. — №4. — С. 3-42.
83. Силин, Р.А. Волноводные свойства двумерно периодических замедляющих систем /Р.А. Силин // Вопросы радиоэлектроники. Сер.Электроника. — 1959. — вып.4. — С. 3–33.
84. Temkin, R.J. Simulation of photonic band gaps in metal rod lattices for microwave applications / R.J. Temkin, E.I. Smirnova, C. Chen, M.A. Shapiro, J.R. Sirigiri // J. Appl.Phys.— 2002. — Vol. 91. — No. 3. — P. 960.
85. Pokrovsky, A.L. Analytical and numerical studies of wire-mesh metallic photonic crystals / A.L. Pokrovsky // Phys.Rev. B — 2004. — Vol. 69. — P. 195108.
86. Sirigiri, J.R. Photonic band gap resonator gyrotron / J.R. Sirigiri, K.E. Kreisler, J. Machuzak, I. Mastovsky, M.A. Shapiro, R. J. Temkin // Phys.Rev.Lett. — 2001. — Vol. 86. — P. 5628.

87. Shapiro, M.A. 17 GHz photonic band gap cavity with improved input coupling / M.A. Shapiro, W.J. Brown, I. Mastovsky, J.R. Sirigiri, and R.J. Temkin // *Phys.Rev Special Topics: Accelerators and Beams*— 2001. — Vol. 4. — P. 042001.
88. Pokrovsky, A.L. Nonlocal electrodynamics of two-dimensional wire mesh photonic crystals / A.L. Pokrovsky, A.L. Efros // *Phys.Rev. B* — 2002. — Vol. 65. — P. 045110.
89. Smirnova, E.I. Simulation of photonic band gaps in metal rod lattices for microwave applications / E.I. Smirnova, C. Chen, M.A. Shapiro, J.R. Sirigiri, R.J. Temkin // *J.Appl.Phys.* — 2002. — Vol. 91. — Is. 3. — P. 960–968.
90. Suzuki, T. Method of projection operators for photonic band structures with perfectly conducting elements / T. Suzuki, P.K.L. Yu // *Phys.Rev. B.* — 1998. — Vol. 57. — No. 4. — P. 2229.
91. Nicorovici, N.A. Photonic band gap for arrays of perfectly conducting cylinders / N.A. Nicorovici, R.C. McPhedran, L.C. Botten // *Phys.Rev.E*— 1995. — Vol. 52. — P. 1135.
92. Leonov, A. Time dependence of X-ray diffraction intensity of a crystal induced by an intense femtosecond X-ray pulse / A.Leonov, D.Ksenzov, A.Benediktovitch, I.Feranchuk, U.Pietsch // arXiv:1302.4848 [physics.atom-ph]. [Electronic resource]. — 2013. — Mode of access. <http://lanl.arxiv.org/abs/1302.4848>. — Date of access. 20.06.2015
93. Lindberg, R. Time dependence of Bragg forward scattering and self-seeding of hard x-ray free-electron lasers / R. Lindberg, Y. Shvyd'ko // *Phys.Rev.ST Accel.Beams*, 2012. — Vol. 15. — 050706 (11 pages).
94. Leonov, A. Time dependence of X-ray polarizability of a crystal induced by an intense femtosecond X-ray pulse / A. Leonov, D. Ksenzov, A. Benediktovitch, I. Feranchuka, U. Pietsch // *IUCrJ*, 2014. — Vol. 1. — Part 6. — P. 402–417.
95. Leonov, A. Structural information extracted from the diffraction of XFEL fs-pulses in a crystal / A. Leonov, D. Ksenzov, A. Benediktovitch, I. Feranchuk, U. Pietsch // arXiv:1502.04950 [cond-mat.mtrl-sci]. [Electronic resource]. — 2015. — Mode of access. <http://lanl.arxiv.org/abs/1502.04950>. — Date of access 20.06.2015
96. McNeil, B.W.J. X-ray free electron lasers / B.W.J. McNeil, N.R. Thompson // *Nature Photonics* — 2010. — Vol. 4. — P. 814–821.
97. Kuntzsch, M. Electron bunch diagnostic at the upgraded ELBE accelerator: status and challenges / M. Kuntzsch, S. Findeisen, M. Gensch // *Proceedings of the second International Beam Instrumentation Conference, University of Oxford, UK* — 2013. — MOBL3.

98. Барышевский, В.Г. Сложный и аномальный эффект Доплера для каналированного позитрона / В.Г. Барышевский, И.Я. Дубовская // ДАН СССР — 1976. — Т. 231. — С. 1335–1338.
99. Baryshevsky, V.G. Angular distribution of photons from channelled particles / V.G. Baryshevsky, I.Ya. Dubovskaya // J. Phys. C — 1983. — Vol. 16. — P. 3663–3672.
100. Baryshevsky, V.G. Diffraction of radiation from channelled charged particles / V.G. Baryshevsky, A.O. Grubich, I.Ya. Dubovskaya // Phys. Stat. Sol. B — 1978. — Vol. 88. — P. 351–358.
101. Baryshevsky, V.G. On photon production by channeled electrons (positrons) / V.G. Baryshevsky, A.O. Grubich, I.Ya. Dubovskaya // Phys. Stat. Sol. B — 1980. — Vol. 99. — P. 205–213.
102. Ikeda, T. Parametric X-ray radiation by relativistic channeled particles / T. Ikeda, Y. Matsuda, H. Nitta, Y.H. Ohtsuki // Nucl. Instrum. Methods B — 1996. — Vol. 115. — P. 380–383.
103. Ikeda, T. Theory of diffracted channeling radiation / T. Ikeda, H. Nitta, Y.H. Ohtsuki, R. Yabuki // Phys. Rev. B — 2001. — Vol. 63. — P. 174112–174119.
104. Korotchenko, K.B. Angular distributions of diffracted X-ray radiation from channeled electrons in Si and LiF crystals / K.B. Korotchenko, Yu.L. Pivovarov, T.A. Tukhfatullin // Nucl. Instrum. Methods B — 2011. — Vol. 296. — P. 2840–2844.
105. Pierce, J.R. Theory of the beam type traveling wave tube / J.R. Pierce // Proc. IRE — 1947. — Vol. 35. — P. 111–123.
106. Батура, М.П. Моделирование и оптимизация мощных электронных приборов СВЧ / М.П. Батура, А.А. Кураев, А.К. Синицын — Минск: Белорус. гос. ун-т информатики и радиоэлектроники., 2006. — 273 С.
107. Kompfner, R. Traveling-wave valve — new amplifier for centimetric wavelengts / R. Kompfner // Wireless World — 1946. — Vol. 52. — P. 369–372.
108. Benford, J. High power microwaves / J. Benford, J.A. Swegle, E. Schamilo gly // Boca Raton: Taylor&Francis, 2007. — 531 P.
109. Clayborne, D.T. High-Power Microwave systems and effects / D.T. Clayborne, D.V. Giri — Washington: Taylor&Francis, 1994. — 215 P.
110. Woo, W. Phase locking of high-power microwave oscillators / W. Woo, J. Benford, D. Fittinghoff, B. Harteneck, D. Price, R. Smith, H. Sze // J.Appl.Phys. — 1989. — Vol. 65. — No. 2. — P. 861.

111. Ельчанинов, А.А. Когерентное сложение мощности наносекундных релятивистских СВЧ-генераторов / А.А. Ельчанинов, А.И. Климов, О.Б. Ковальчук, Г.А. Месяц, И.В. Пегель, И.В. Романченко, В.В. Ростов, К.А. Шарыпов, М.И. Яландин // *ЖТФ* — 2011. — Т. 81. — N. 1. — С. 125–130.
112. Huang R. K. Ultra-high brightness wavelength-stabilized kW-class fiber coupled diode laser / R.K. Huang, B. Chann, J.D. Glenn // *Proc. SPIE 7918, High-Power Diode Laser Technology and Applications IX*, 791810 — 2011. — doi:10.1117/12.887259
113. Limpert, J. Fiber based high power laser systems / J. Limpert, T. Schreiber, A. Tunnermann // [Electronic resource]. — 2012. — Mode of access. <https://www.rp-photonics.com/highpowerfiberlasers.pdf> Date of access. 20.08.2014.
114. Soboleva, V.V. Radiation of relativistic electrons in a periodic wire structure / V.V. Soboleva, G.A. Naumenko, V.V. Bleko // *Nucl. Instrum. Methods B*. — 2015. — V. 355. — P. 132–134.
115. Vorobev, V. V. Nondivergent Cherenkov Radiation in a Wire Metamaterial / V. V. Vorobev and A. V. Tyukhtin // *Phys. Rev. Lett.* — 2012. — V. 108. — P. 184801
116. Tyukhtin, A.V. Radiation of charges moving along the boundary of a wire metamaterial A.V. Tyukhtin, V.V. Vorobev // *Phys. Rev. E*. — 2014. — V. 89. — P. 013202
117. Sher Alam. Basics of surface and volume FEL's / Sher Alam, M. O. Rahman, C. Bentley, M. Ando // *Proceedings of the 2nd Asian Particle Accelerator Conference (Beijing, China)*. [Electronic resource]. — 2001. — Mode of access. <https://accelconf.web.cern.ch/accelconf/a01/PDF/THP069.pdf> Date of access. 22.03.2014.
118. van der Slot, P. J. M. Photonic Free-Electron Lasers / P. J. M. van der Slot, T. Denis, J. H. H. Lee, M. W. van Dijk, K. J. Boller // *IEEE Photonics Journal*. — 2012. — V.4. — No.2. — P. 570 – 573.
119. Denis, T. Proof of Principle: the Single Beam Photonic Free-Electron Laser / T. Denis, B. Reijnders, J.H.H. Lee, P.J.M. van der Slot, K.J. Boller // *The 32nd International Free Electron Laser Conference: Proceedings of FEL2010, Malmo, Sweden, 23-27 August 2010*. [Electronic resource]. — Mode of access. <http://accelconf.web.cern.ch/AccelConf/FEL2010/papers/thpb25.pdf> — P. 644–647. —Date of access. 01.09.2012.
120. Пинскер, З.Г. Динамическое рассеяние рентгеновских лучей в идеальных кристаллах / З.Г. Пинскер – Москва: Наука, 1974. — 369 С.

121. Никольский, В.В. Электродинамика и распространения радиоволн / В.В. Никольский — Москва: Наука, 1973. — 608 С.
122. Baryshevsky, V.G. Dynamical diffraction theory of waves in photonic crystals built from anisotropically scattering elements / V.G. Baryshevsky, E.A. Gurnevich // *Journal of Nanophotonics*— 2012. — Vol. 6. — No. 1. — P. 061713.
123. Goldberger, M.L. Theory of the refraction and the diffraction of neutrons by crystals / M.L. Goldberger, F. Seitz // *Phys.Rev.*— 1947. — Vol. 71. — P. 294–310.
124. Барышевский, В.Г. Ядерная оптика поляризованных сред / В.Г. Барышевский — Москва: Энергоатомиздат, 1995. — 320 С.
125. Corde, S. All-optical Compton gamma-ray source / S. Corde, K. Та Phuoc, C. Thauray, V. Malka, A. Tafzi, J.P. Goddet, R.C. Shah, S. Sebban, A. Rouse // *Nature Photonics*— 2012. — Vol. 6. — P. 308.
126. Lim, J. Few femtosecond, few kiloampere electron bunch produced by a laser–plasma accelerator / J. Lim, C. Rechatin, L. Ammoura, A. Ben-Ismaïl, X. Davoine, G. Gallot, J-P. Goddet, E. Lefebvre, V. Malka, O. Lundh, J. Faure // *Nature Physics*— 2011. — Vol. 7. — P. 219.
127. Барышевский, В.Г. Временная зависимость брэгговского отражения светового импульса от голографической дифракционной решетки / В.Г. Барышевский, С.А. Максименко // *Оптика и спектроскопия* — 1991. — Т. 71. — №. 4. — С. 659–663.
128. Chukhovskii, F.N. Time-dependent X-ray Bragg diffraction / F.N. Chukhovskii, E. Förster // *Acta Cryst. A.*— 1995. — Vol. 51. — P. 668–672.
129. Bushuev, V.A. Diffraction of X-ray free electron laser femtosecond pulses on single crystals in the Bragg and Laue geometry / V.A. Bushuev // *J. Synchrotron Rad.*— 2008. — Vol. 15. — P. 495–505.
130. Baryshevsky, V.G. Chirped pulse distortion in a volume reflection grating / V.G. Baryshevsky, S.A. Maksimenko // *Opt. Comm.* — 1994. — Vol. 110. — P. 401–409.
131. Maksimenko, S.A. Effect of slab interfaces on diffraction of visible light by a thick volume grating / S.A. Maksimenko // *J. Mod. Opt.*— 1994. — Vol. 41. — P. 1875–1887.
132. Барышевский, В.Г. О дифракции импульса рентгеновского излучения в кристаллах / В.Г. Барышевский // *Весті АН БССР, сер. фіз.-мат. наук.* — 1989. — Т. 5. — С. 109-112.
133. Bolotovskii, M.B. Vavilov–Cherenkov radiation: its discovery and application / M.B. Bolotovskii // *Phys. Usp.* — 2009. — Vol. 52. — P. 1099–1110.

134. Маршалл, Т. Лазеры на свободных электронах / Т. Маршалл – Москва: Мир, 1987.
135. Leibowitz, C. Energy balance of uniformly accelerated charge / C. Leibowitz, A. Peres // Ann. of Phys.— 1963. — Vol. 25. — P. 400–404.
136. Гайлитис, М.К. Рассеяние света зарядом, движущимся в среде / М.К. Гайлитис // Изв. ВУЗов: Радиофизика — 1964. — Т. 7. — С. 646–651.
137. Мусаханян, В.В. Об изменении черенковского излучения под действием внешнего поля / В.В. Мусаханян, А.И. Никишов // ЖЭТФ — 1974. — Т. 66. — С. 1258–1268.
138. Гинзбург, В.Л. Теоретическая физика и астрофизика / В.Л. Гинзбург — Москва: Наука, — 1987. — 488 С.
139. Градштейн, И.С. Таблицы, интегралов, сумм, рядов и произведений / И.С. Градштейн, И.М. Рыжик — Москва: Гос. изд-во физ-мат. литературы, 1963. — 1109 С.
140. Хёнл, Х. Теория дифракции / Х. Хёнл, А. Мауэ, К. Вестпфилль — Москва: Мир, 1961. — 428 С.
141. Джексон, Дж. Методы теоретической физики / Дж. Джексон — Москва: Мир, 1965. — 702 С.
142. Барышевский, В.Г. Черенковская неустойчивость пучка заряженных частиц, проходящих через трехмерную пространственно-периодическую среду / В.Г. Барышевский, И.Я. Дубовская, И.Д. Феранчук // Весці АН БССР, сер. фіз.-мат. навук. — 1988. — Т. 1. — С. 92–97.
143. Барышевский, В.Г. Пучковая неустойчивость в монохроматической волне и возможность обращения волнового фронта в движущемся пучке частиц / В.Г. Барышевский // Доклады АН БССР — 1987. — Т. 31. — №. 9. — С. 802.
144. Морс, Ф.М. Методы теоретической физики / Ф.М. Морс, Г. Фешбах — Том 1, 2. — Москва: Издательство иностранной литературы, 1960. — 897 С.
145. Лифшиц, Е.М. Физическая кинетика / Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский — Москва: Наука, 1979. — 528 С.
146. Ландау, Л.Д. Теория поля / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц — Издание 7-е, исправленное. — Москва: Наука, 1988. — 512 С.
147. Мандельштам, Л.И. Лекции по колебаниям / Л.И. Мандельштам // Полное собрание трудов, Т.4. М.: АН СССР. — 1955. — 280 С.
148. Миллер, Р. Введение в физику сильноточных пучков заряженных частиц / Р. Миллер — М.: Мир — 1984.

149. Генерация и фокусировка сильнооточных релятивистских электронных пучков / Под ред. Л.И. Рудакова — М.: Энергоатомиздат — 1990.
150. Гриневич, Б.Е. Взрывомагнитные генераторы энергии и их применение в научных экспериментах / Гриневич Б.Е., Демидов В.А., Ивановский А.В., Селемир В.Д. // УФН. — 2011. — Т. 181 — С. 422–427.
151. Сахаров, А.Д. Взрывомагнитные генераторы / А.Д. Сахаров // УФН. — 1966. — Т. 88. — С. 725–734.
152. Fowler, C.M. Production of Very High Magnetic Fields by Implosion / C.M. Fowler, W.B. Garn, R.S. Caird // J. App. Phys. — 1960. — V. 31. — P. 588–594.
153. Фортов, В.Е. Взрывные генераторы мощных импульсов электрического тока / В.Е. Фортов — М.: Наука, 2002. — 399 с.
154. Fowler, C.M. An Introduction to Explosive Magnetic Flux Compression Generators / C.M. Fowler, W.B. Garn, R.S. Caird // LANL report LA-5890-MS. [Electronic resource]. — 1975. — Mode of access. <http://fas.org/sgp/othergov/doe/lanl/docs1/00374018.pdf>. — Date of access 11.07.2012.
155. Fowler, C.M. Magnetic Flux Compression Generators: A Tutorial and Survey / C.M. Fowler, L.L. Altgilbers // Electromagnetic Phenomena — 2003. — V. 3. — No. 3. — P. 305–357.
156. Neuber, A.A. Explosively Driven Pulsed Power: Helical Magnetic Flux Compression Generators / Andreas A. Neuber — Springer, 2005. — 280 P.
157. Фортов, В.Е. Физика высоких плотностей энергии / В.Е. Фортов — М: Физматлит, 2013. — 712 С.
158. Богданкевич, Л.С. Устойчивость релятивистских электронных пучков в плазме и проблема критических токов / Л.С. Богданкевич, А.А. Рухадзе // УФН — 1971. — Т. 103. — С. 609–640.
159. Дубинов, А.Е. Электронные приборы с виртуальным катодом / А.Е. Дубинов, В.Д. Селемир // Радиотехника и электроника — 2002. — Т. 47. — С. 645–672.
160. Дубинов, А.Е. Динамика магнитоизолированного релятивистского электронного пучка с виртуальными катодами в составных трубах дрейфа / А.Е. Дубинов, И.А. Ефимова // ЖТФ — 2001. — Т. 71. — С. 80–87.
161. Рютов, Д.Д. Увеличение предельного вакуумного тока релятивистских электронных пучков / Д.Д. Рютов // Письма в ЖТФ — 1975. — Т. 1. — N. 12. — С. 581.

162. Richardson, R.A. Transport of relativistic electron beams along wire arrays / R.A. Richardson, J. Denavit, M.S. Di Capua, P.W. Rambo // J.Appl.Phys. — 1991. — Vol. 69. — No. 9. — P. 6261–6272.
163. Adler, R.J. Alternate transport techniques for electron induction linacs / R.J. Adler, B. Sabol, G.F. Kiuttu // IEEE Trans. Nucl. Sci. — 1983. — Vol. 30. — No. 4. — P. 3198–31200.
164. Балакирев, В.А. К теории автомодуляционной неустойчивости колебаний в связанных карсинотронах / В.А. Балакирев, А.О. Островский, Ю.В. Ткач // Письма в ЖТФ.— 1990. — Т. 16. — N. 19. — С. 8–12.
165. Кравченко, А. С. Работа магнитокумулятивного генератора на емкостную нагрузку / А.С. Кравченко, Р.З. Людаев, М.А. Мальков, А.И. Павловский, Л.Н. Пляшкевич // ПМТФ. — 1981. — № 5. — С. 122–127.
166. Прищепенко, А.Б. Диссипативные и диффузионные потери в спиральном взрывомагнитном генераторе / А.Б. Прищепенко, М.В. Щелкачев // Электричество. — 1993. — Т. 8. — С. 31–36.
167. Феоктистов, Л.П. Излучение быстроспадающего кольцевого тока / Л.П. Феоктистов, А.Л. Феоктистов, Ю.В. Афанасьев, В.В. Климов // Письма в ЖЭТФ. — 1992. — Т. 101. — С. 1118–1131.
168. Байер, В.Н. Электромагнитные процессы при высокой энергии в ориентированных монокристаллах / В.Н. Байер, В.М. Катков, В.М. Страховенко — Новосибирск: Наука, — 1989. — 400 С.
169. Винокуров, Н.А. Генераторный клистрон оптического диапазона на ультрарелятивистских электронах / Н.А. Винокуров, А.Н. Скринский — Препринт ИЯФ СО АН СССР 77-59, Новосибирск, 1977. — 10 С.
170. Винокуров, Н.А. О предельной мощности оптического клистрона, установленного на электронный накопитель / Н.А. Винокуров, А.Н. Скринский — Препринт ИЯФ СО АН СССР 77-67, Новосибирск, 1977. — 8 С.
171. Винокуров, Н.А. О предельной мощности оптического клистрона / Н.А. Винокуров, А.Н. Скринский // В кн. Тр.6-го Всес.совещ. по ускорителям заряженных частиц, 1978, Дубна / Т. 2. — С. 233–236.
172. Винокуров, Н.А. О предельной мощности оптического клистрона, установленного на линейный ускоритель электронов / Н.А. Винокуров, А.Н. Скринский — Препринт ИЯФ СО АН СССР 78-88, Новосибирск. — 1978. — 15 С.
173. Yee, F.G. Efficiency and sideband observations of a Raman FEL oscillator with a "tapered" undulator / F.G. Yee, T.C. Marshall, S.P. Schlesinger // Nucl. Instrum. Methods A. — 1988. — V. 272. — P. 162–165.

174. Asgekar, V. A tapered undulator experiment at the ELBE FIR oscillator FEL / V. Asgekar, U. Lehnert, P. Michel // [Electronic resource]. — 2010. — Mode of access. <http://accelconf.web.cern.ch/AccelConf/FEL2010/papers/tupa03.pdf> Date of access 12.11.2010.

175. Fawley, W.M. Tapered Undulator for SASE FELs / W.M. Fawley, Zhirong Huang, Kwang-Je Kim, N.A. Vinokurov // [Electronic resource]. — 2001. — Mode of access. <http://aps.anl.gov/asd/people/zhuang/papers/Th-P-17.pdf>. — Date of access 22.07.2010.

176. Tolmachev, S.V. Commissioning of strong tapered undulator developed for IFEL accelerator / S.V. Tolmachev, A.A. Varfolomeev, A. Varfolomeev Jr., T.V. Yarovoi, P. Musumeci, C. Pellegrini, J. Rosenzweig // [Electronic resource]. — 2004. — Mode of access. <http://www.elettra.trieste.it/events/2004/fel/proceedings/papers/TUPOS43/TUPOS43.PDF>. — Date of access 22.07.2010.

## Список публикаций соискателя

### Статьи в рецензируемых журналах

1–А. Gurinovich, A.A. First lasing of a volume FEL (VFEL) at a wavelength range  $\lambda \sim 4 - 6$  mm / V. Baryshevsky, K. Batrakov, A. Gurinovich, I. Iliencko, A. Lobko, V. Moroz, P. Sofronov, V. Stolyarsky // Nucl. Instrum. Methods A. — 2002. — V. 483. — P. 21–23.

2–А. Gurinovich, A.A. Progress of the volume FEL (VFEL) experiments in millimeter range / V.G. Baryshevsky, K.G. Batrakov, A.A. Gurinovich, I.I. Iliencko, A.S. Lobko, P.V. Molchanov, V.I. Moroz, P.F. Sofronov, V.I. Stolyarsky // Nucl. Instrum. Methods A. — 2003. — V. 507. — P. 137–140.

3–А. Gurinovich, A.A. Spontaneous and induced parametric and Smith-Purcell radiation from electrons moving in a photonic crystal built from the metallic threads / V.G. Baryshevsky, A.A. Gurinovich // Nucl. Instrum. Methods B. — 2006. — V. 252(1). — P. 92–101.

4–А. Гуринович, А.А. Излучательная неустойчивость релятивистского пучка электронов, движущегося в фотонном кристалле / В.Г. Барышевский, А.А. Гуринович // Весті НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. — 2011. — Т. 4. — С. 71–78.

5–А. Гуринович, А.А. Генерация излучения в лазерах на свободных электронах с дифракционными решетками (фотонными кристаллами) с изменяющимся пространственным периодом / В.Г. Барышевский, А.А. Гуринович // Вестник БГУ. — 2011. — Т. 1. — С. 5–9.

6–А. Гуринович, А.А. Влияние радиационных потерь энергии на развитие колебаний в параметрическом осцилляторе, образованном системой взрывомагнитный генератор - емкостная нагрузка / В.Г. Барышевский, А.А. Гуринович // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. — 2010. — Т. 1. — С. 97–101.

7–А. Gurinovich, A.A. Generation of medical X-ray and THz beams of radiation using table-top accelerators / V. Baryshevsky, A. Gurinovich, E. Gurnevich, A. Lobko // Nuovo Cimento C. — 2011. — V. 34(4). — P. 199–206.

8–А. Gurinovich, A.A. Time dependence of the intensity of parametric X-ray radiation produced by relativistic particles passing through crystals / S.V. Anishchenko, V.G. Baryshevsky, A.A. Gurinovich // Nucl. Instrum. Methods B. — 2012. — V. 293. — P. 35–41.

9–А. Gurinovich, A.A. Time dependence of the intensity of parametric quasi-Cherenkov radiation produced by relativistic particles passing through electromagnetic (photonic) crystals / S.V. Anishchenko, V.G. Baryshevsky, A.A. Gurinovich // J. Nanophoton. — 2012. — V. 6(1). — P. 061714-1-061714-13.

10–А. Gurinovich, A.A. Quasi-Cherenkov parametric radiation from relativistic particles passing through a photonic crystal / V.G. Baryshevsky, A.A. Gurinovich // Nucl. Instrum. Methods B — 2015. — V. 355. — P. 69–75. — DOI:10.1016/j.nimb.2015.02.006

11–А. Gurinovich, A.A. Experimental observation of radiation frequency tuning in "OLSE-10" prototype of volume free electron laser / V.G. Baryshevsky, K.G. Batrakov, A.A. Gurinovich, V.A. Evdokimov, A.S. Lobko, P.V. Molchanov, P.F. Sofronov, V.I. Stolyarsky // Nucl. Instr. Meth. B. — 2006. — V. 252. — P. 86–91.

12–А. Gurinovich, A. 2-D simulation and experimental investigation of an axial vircator / S. Anishchenko, V. Baryshevsky, A. Gurinovich, P. Molchanov, E. Gurnevich // IEEE Trans. Plasma Sci. — 2013. — V. 41, No. 10 — P. 2712–2716.

13–А. Gurinovich, A. Magnetic field probe for noninvasive diagnostics of FCG operation: simulation and experiment / V. Baryshevsky, A. Gurinovich, V. Haurylavets, V. Tikhomirov, I. Vasiliev // IEEE Trans. Plasma Sci. — 2013. — V. 41, No. 10 — P. 2926–2930.

14–А. Gurinovich, A. Experimental Study of an Axial Vircator with Resonant Cavity / V. Baryshevsky, A. Gurinovich, P. Molchanov, E. Gurnevich // IEEE Trans. Plasma Sci. — 2015. — V. 43, No. 10. — P. 3507 – 3511. — DOI:10.1109/TPS.2015.2439332.

15–A. Gurinovich, A. Shock-wave initiation of a high-explosive charge to create axially symmetric detonation front / A. Gurinovich, P. Bogdanovich, A. Komorny // IEEE Trans. Plasma Sci. — 2015. — V. 43, No. 10. — P. 3365 – 3368. — DOI:10.1109/TPS.2015.2449771

### **Патенты на изобретение**

16–A. Гуринович, А.А. Способ электрического взрывания протяженных зарядов взрывчатых веществ / А.А. Коморный, П.Т. Богданович, А.А. Гуринович // Патент на изобретение № ВУ19384. — 2015.

### **Статьи в материалах конференций**

17–A. Gurinovich, A.A. Progress of the volume FEL (VFEL) experiments in millimeter range / V.G. Baryshevsky, K.G. Batrakov, A.A. Gurinovich, I.I. Iliencko, A.S. Lobko, P.V. Molchanov, V.I. Moroz, P.F. Sofronov, V.I. Stolyarsky // 24th International Free Electron Laser Conference, 9 - 13 September, 2002 Argonne, Illinois, USA: Book of Abstracts. — 2002. — MO-P-32.

18–A. Gurinovich, A.A. Experimental study of a volume free electron laser with a "grid" resonator / V.G. Baryshevsky, N.A. Belous, A.A. Gurinovich, A.S. Lobko, P.V. Molchanov, V.I. Stolyarsky // 28th International Free Electron Laser Conference, Berlin, Germany, 27 August – 1 September, 2006: Proceedings of FEL2006. [Electronic resource]. — Mode of access. <http://accelconf.web.cern.ch/AccelConf/f06/PAPERS/FEL2006-Proceedings.pdf>. — TUPPH012. — P. 331–334. — Date of access. 01.09.2012.

19–A. Gurinovich, A.A. Electrodynamical properties of a volume free electron laser with "grid" resonator / V.G. Baryshevsky, A.A. Gurinovich // 28th International Free Electron Laser Conference, Berlin, Germany, 27 August – 1 September, 2006: Proceedings of FEL2006. [Electronic resource]. — Mode of access. <http://accelconf.web.cern.ch/AccelConf/f06/PAPERS/FEL2006-Proceedings.pdf>. — TUPPH013. — P. 335–339. — Date of access. 01.09.2012.

20–A. Gurinovich, A.A. Experimental study of volume free electron laser using a "grid" photonic crystal with variable period / V.G. Baryshevsky, N.A. Belous, A.A. Gurinovich, V.A. Evdokimov, P.V. Molchanov, A.V. Oskin, P.F. Safronov // The 29th International Free Electron Laser Conference: Proceedings of FEL2007, Novosibirsk, Russia, 26-31 August 2007. [Electronic resource]. — Mode of access. <http://accelconf.web.cern.ch/AccelConf/f07/PAPERS/proceedings.pdf>. — THAAU03. — P. 496–498. — Date of access. 01.09.2012.

21–A. Gurinovich, A.A. Volume free electron laser with a "grid" photonic crystal with variable period: theory and experiment / V. Baryshevsky,

N. Belous, A. Gurinovich, E. Gurnevich, V. Evdokimov, P. Molchanov // The 31st International Free Electron Laser Conference: Proceedings of FEL2009, Liverpool, UK, 23-28 August 2009. [Electronic resource]. — Mode of access. <http://accelconf.web.cern.ch/AccelConf/FEL2009/papers/mopc49.pdf>. — P. 134–137. — Date of access. 01.09.2012.

22–A. Gurinovich, A.A. Experimental studies of volume FELs with a photonic crystal made of foils / V.G. Baryshevsky, N.A. Belous, A.A. Gurinovich, E.A. Gurnevich, V.A. Evdokimov, P.V. Molchanov // The 32nd International Free Electron Laser Conference: Proceedings of FEL2010, Malmo, Sweden, 23-27 August 2010. [Electronic resource]. — Mode of access. <http://accelconf.web.cern.ch/AccelConf/FEL2010/papers/thpb18.pdf> — P. 632–635. — Date of access. 01.09.2012.

23–A. Gurinovich, A.A. Experimental studies of volume FELs with a photonic crystal / V.G. Baryshevsky, N.A. Belous, A.A. Gurinovich, E.A. Gurnevich, V.A. Evdokimov, P.V. Molchanov // Joint 25th International Conference on Infrared, Millimeter and Terahertz Waves: Proceedings of IRMMW-THz 5-10 September 2010, Rome, Italy / We-F2.2. — DOI:10.1109/ICIMW.2010.5612862.

24–A. Гуринович, А.А. Первое наблюдение генерации в объемном лазере на свободных электронах / В.Г. Барышевский, К.Г. Батраков, А.А. Гуринович, И.И. Ильенко, А.С. Лобко, В.И. Мороз, П.Ф. Сафронов, В.И. Столярский // IV Научный семинар памяти В.П. Саранцева, Дубна, Россия, 26-28 Сентября 2001. — С. 27–32.

25–A. Gurinovich, A.A. Volume Free Electron Laser as a base for new generation of radar systems for radiolocation, navigation, Earth exploration and geophysical research / V.G. Baryshevsky, K.G. Batrakov, A.A. Gurinovich, V.I. Stolyarsky // Proceedings of International Conference Fusion 2001 (Edinburgh, UK) [Electronic resource]. — 2001. — Mode of access. <http://isif.org/fusion/proceedings/fusion01CD/fusion/searchengine/pdf/ThA23.pdf>. — Date of access 04.06.2010.

26–A. Gurinovich, A.A. Wide range frequency tuning in vacuum electronic devices / V.G. Baryshevsky, K.G. Batrakov, N.A. Belous, A.A. Gurinovich, A.S. Lobko, P.V. Molchanov, P.F. Sofronov, V.I. Stolyarsky // Proceedings of 33rd European Microwave Conference, 9 October 2003, Munich, Germany / V. 3.— P. 1329–1332.

27–A. Gurinovich, A.A. Wide range frequency tuning in volume free electron lasers with rectangular resonator / V.G. Baryshevsky, A.A. Gurinovich // Joint 29th International Conference on Infrared and Millimeter Waves and 12th International Conference on Terahertz Electronics, Karlsruhe, Germany, 27 September - 1 October 2004: Proceedings of IRMMW-THz. — P. 793-794.

28–A. Gurinovich, A.A. THz and MMW Sources using "Grid" Photonic Crystals / V.G. Baryshevsky, A.A. Gurinovich // Joint 32nd International Conference on Infrared and Millimeter Waves and 15th International Conference on Terahertz Electronics: Proceedings of IRMMW-THz, Cardiff, UK, 2-7 September 2007: Conference digest. — P. 245–246.

29–A. Gurinovich, A.A. High power microwave sources on the basis of Volume Free Electron Laser / V.G. Baryshevsky, A.A. Gurinovich // Proceedings of Pulsed Power Symposium of the Institution of Engineering and Technology, Oxfordshire, UK, 17-19 September 2007. — P. 107–112.

30–A. Gurinovich, A.A. Application of volume free electron laser for development of high power microwave sources / V.G. Baryshevsky, A.A. Gurinovich // European Electromagnetics Symposium, Lausanne, Switzerland, 21-25 July 2008: Abstracts of EUROEM 2008. — P. 149.

31–A. Gurinovich, A.A. Radiation energy losses in a parametric oscillator formed by a flux-compression generator with a capacitive load / V.G. Baryshevsky, A.A. Gurinovich // European Electromagnetics Symposium, Lausanne, Switzerland, 21-25 July 2008: Abstracts of EUROEM 2008. — P. 148.

32–A. Gurinovich, A.A. Radiative losses in the system of coupled magneto-cumulative generators with capacitive loads / V.G. Baryshevsky, A.A. Gurinovich, P.V. Molchanov // Proceedings of the 11th International Conference on Megagauss Magnetic Field Generation and Related Topics, London, UK, 10-14 September 2006 / Edited by I.R. Smith and B.M. Novac. — RFNC-VNIIEF, Sarov, Russia, 2009. — P. 405-408.

33–A. Gurinovich, A.A. Influence of radiative losses on the oscillation processes in the circuit "flux compression generator - capacitive load" / V.G. Baryshevsky, A.A. Gurinovich // 12th International Conference on Megagauss Magnetic Field Generation and Related Topics, Novosibirsk, Russia, 13-18 July 2008: Abstracts of Megagauss XII. — P. 2.36.

34–A. Gurinovich, A.A. Measurements of losses in an oscillating circuit for design of a magneto-cumulative generator of frequency / V.G. Baryshevsky, D.V. Baryshevsky, A.A. Gurinovich, I.P. Prokopovich, A.A. Rouba, B.A. Tarnopolsky, I.I. Vasiliev // Proceedings of the 13th International Conference on Megagauss Magnetic Field Generation and Related Topics, Shanghai, China, 6-10 July 2010 / Edited by Sun Cheigwei and Liu Cangli. — Suzhou, China, 2010. — P. 782-786.

35–A. Gurinovich, A. Radio-frequency radiation from FCG with a capacitive load / V. Baryshevsky, D. Baryshevsky, A. Gurinovich, A. Rouba // 4th Euro-Asian Pulsed Power Conference (EAPPC2012), September 30 – October 4, 2012, Karlsruhe, Germany / Book of Abstracts. — P3F-3.

36–A. Gurinovich, A.A. Experimental study of internal voltages and breakdowns in a flux-compression generator / V. Baryshevsky, A. Gurinovich, N. Belous, V. Evdokimov, A. Oskin, A. Rovba, B. Tarnopolsky, I. Vasiliev // Proceedings of 13th International Conference on Megagauss Magnetic Field Generation and Related Topics, Shanghai, China, 6-10 July 2010 / Edited by Sun Cheigwei and Liu Cangli. — Suzhou, China, 2010. — P. 283–288.

37–A. Gurinovich, A.A. Generation of medical X-ray and terahertz beams of radiation using table-top accelerators / V.G. Baryshevsky, A.A. Gurinovich, P.V. Molchanov, A.S. Lobko // Belarussian-Swedish-Ukrainian scientific workshop on optics and laser physics: Сборник научных трудов IV Конгресса физиков Беларуси, 24–26 апреля 2013 г., Минск Беларусь / редкол.: С. Я. Килин (гл. ред) [и др.]. — Минск : Ковчег, 2013. — 435–436 С.

38–A. Gurinovich, A.A. Volume free electron lasers: recent experimental studies / V.G. Baryshevsky, A.A. Gurinovich, P.V. Molchanov // Belarussian-Swedish-Ukrainian scientific workshop on optics and laser physics: Сборник научных трудов IV Конгресса физиков Беларуси, 24–26 апреля 2013 г., Минск Беларусь / редкол.: С. Я. Килин (гл. ред) [и др.]. — Минск : Ковчег, 2013. — С. 444–445.

39–A. Gurinovich, A.A. Time dependence of the intensity of parametric quasi-Cherenkov radiation produced by relativistic particles passing through electromagnetic (photonic) crystals / S.V. Anishchenko, V.G. Baryshevsky, A.A. Gurinovich // Proceedings of International Conference "Fundamental and Applied NanoElectroMagnetics (FANEM'12) May 22-25, 2012, Minsk, Belarus. [Electronic resource]. — 2012. — Mode of access: <http://www.nano.bsu.by/docs/FANEM12-PROCEEDINGS.pdf> — P. 55. — Date of access: 12.03.2014.

40–A. Gurinovich, A. Experimental Study of an Axial Vircator with Resonant Cavity / V. Baryshevsky, A. Gurinovich, E. Gurnevich, P. Molchanov // 5th Euro-Asian Pulsed Power Conference (EAPPC2014), September 8–12, 2014, Kumamoto, Japan / Book of Abstracts. — OA1-4.

41–A. Gurinovich, A.A. Quasi-Cherenkov parametric radiation in a photonic crystal / V.G. Baryshevsky, A.A. Gurinovich // 6th International Conference "Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena - Channeling 2014", October 5-10, 2014, Capri-Naples, Italy. [Electronic resource]. — Mode of access: <https://agenda.infn.it/contributionDisplay.py?contribId=28&sessionId=2> — Date of access: 20.12.2014.

42–A. Gurinovich, A.A. Spontaneous and induced parametric and Smith-Purcell radiation from electrons moving in periodic media / V.G. Baryshevsky,

A.A. Gurinovich // International Workshop for Relativistic Channeling and Coherent Phenomena in Strong Fields, July 25-28, 2005, Frascati, Italy / Book of Abstracts. — C-3706-RC05.

43–A. Gurinovich, A.A. Operation of the Prototype of a Volume Free Electron Laser / V.G. Baryshevsky, K.G. Batrakov, V.A. Evdokimov, A.A. Gurinovich, A.S. Lobko, P.V. Molchanov, P.F. Safronov, V.I. Stolyarsky // International Workshop "Relativistic Channeling and Coherent Phenomena in Strong Fields", July 25-28, 2005, Frascati, Italy / Book of Abstracts. — C-3708-RC05.

44–A. Gurinovich, A.A. Generation of Medical X-ray and Terahertz Beams of Radiation Using Table-Top Accelerators / V. Baryshevsky, A. Gurinovich, E. Gurnevich, A. Lobko // 4th International Conference "Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena - Channeling 2010", October 3-8, 2010, Ferrara, Italy [Electronic resource]. — Mode of access: [http://www.lnf.infn.it/conference/channeling2010/presentations/101007/ch2010\\_baryshevsky.pdf](http://www.lnf.infn.it/conference/channeling2010/presentations/101007/ch2010_baryshevsky.pdf) — Date of access: 02.02.2013.

## **Препринты**

45–A. Gurinovich, A.A. Electrodynamical properties of a "grid" volume resonator for travelling wave tube and backward wave oscillator / V.G. Baryshevsky, A.A. Gurinovich // [Electronic resource]. — 2004. — Mode of access. <http://arxiv.org/abs/physics/0409107>. — Date of access 21.09.2004.

46–A. Gurinovich, A.A. Time dependence of the intensity of diffracted radiation produced by a relativistic particle passing through a natural or photonic crystal / V.G. Baryshevsky, A.A. Gurinovich // [Electronic resource]. — 2011. — Mode of access. <http://arxiv.org/abs/1101.4162>. — Date of access 21.01.2011.

47–A. Gurinovich, A.A. Volume free electron laser - self-phase-locking system / V.G. Baryshevsky, A.A. Gurinovich // [Electronic resource]. — 2013. — Mode of access. <http://arxiv.org/abs/1301.4330v1>. — Date of access 18.01.2013.

48–A. Gurinovich, A.A. Photon emission from charged particles moving in undulators placed in a photonic crystal / V.G. Baryshevsky, A.A. Gurinovich // [Electronic resource]. — 2013. — Mode of access. <http://arxiv.org/abs/1306.2464>. — Date of access 11.06.2013.

49–A. Gurinovich, A.A. Hybrid systems with virtual cathode for high power microwaves generation / V.G. Baryshevsky, A.A. Gurinovich // [Electronic resource]. — 2009. — Mode of access. <http://arxiv.org/abs/0903.0300v1>. — Date of access 02.03.2009.

РЭСПУБЛІКА БЕЛАРУСЬ



# ПАТЭНТ

НА ВЫНАХОДСТВА

№ 19384

Способ электрического взрывания протяженных зарядов  
взрывчатых веществ

выдадзены

Нацыянальным цэнтрам інтэлектуальнай уласнасці  
ў адпаведнасці з Законам Рэспублікі Беларусь  
«Аб патэнтах на вынаходствы, карысныя мадэлі, прамысловыя ўзоры»

Патэнтаўладальнік (патэнтаўладальнікі):

Государственное научное учреждение "Институт порошковой  
металлургии" (ВУ)

Аўтар (аўтары):

Коморный Александр Анатольевич; Богданович Павел  
Тадеушевич; Гуринович Александра Анатольевна (ВУ)

Заяўка № а 20121465 Дата падачы: 28.11.2012

Зарэгістравана ў Дзяржаўным рэестры  
вынаходстваў: 27.04.2015

Дата пачатку дзеяння: 28.11.2012

Генеральны дырэктар

П.М. Броўкін





**Акт создания**  
 " Экспериментального образца генератора СВЧ импульса с виртуальным катодом  
 (аксиальный виркатор) с запиткой от МК - генератора"

Комиссия в составе гл.конструктор проекта Евдокимов В.А., зав.лаб.Молчанов П.В., мл.научн.сотрудника Гурневича Е.А., мат.отв.Чеховской Л.И., установили, что в результате выполнения договора ЦНИРТ 5/12/10 от 19.10.2012г. был изготовлен "Экспериментальный образец генератора СВЧ импульса с виртуальным катодом(аксиальный виркатор) с запиткой от МК-генератора" в количестве 1 шт. На изготовление были израсходованы следующие материалы/комплектующие:

п/п	Наименование	Ед.изм.	Кол-во	Цена,руб.	Сумма,руб.
1	СВЧ генератор SKUA-6110.01.00.000	шт	1	67,671,515.52	67,671,515.52
4	Станина генератора SKUA-6110.02.00.000	шт	1	4,156,222.22	4,156,222.22
5	Разрядник-маятник 150	шт	1	2,457,678.68	2,457,678.68
6	Экран ЭМ напольный	шт	1	2.86	2.86
7	Радиационная защита SKUA-6201.02.00.000	шт	1	11,932,720.38	11,932,720.38
8	Набор дополнительных принадлежностей SKUA-6110.09.00.000	шт	1	443,650.62	443,650.62
9	Узел электровзрывного прерывателя SKUA-6110.03.00.000	шт	1	3,312,054.42	3,312,054.42
10	Блок удаленного управления высоковольтным источником питания	шт	1	647,298.99	647,298.99
11	Устройства управления вакуумным клапаном	шт	1	1,096,972.04	1,096,972.04
12	Стенд контроля сборки узлов генератора СВЧ импульса с виртуальным катодом	шт	1	1,116,783.00	1,116,783.00
13	Высоковольтный генератор 01 SKUA-6110.05.01.000	шт	1	570,457.00	570,457.00
<b>ИТОГО</b>					<b>93,405,355.73</b>

Гл.конструктор проекта		Евдокимов В.А.
Зав.лабораторией		Молчанов П.В.
Материально-ответственный		Чеховская Л.И.
Младший научный сотрудник		Гурневич Е.А.



**Акт создания  
"ВМГ - Еж для проволочек (127)"**

Комиссия в составе гл.конструктора проекта Евдокимова В.А., зав.лаб.Молчанова П.В., мат.отв.Чеховской Л.И., составили настоящий акт о создании "ВМГ - Еж для проволочек (127)" в количестве 2шт. На создание были израсходованы следующие материалы/комплектующие:

п/п	Наименование	Ед.изм.	Кол-во	Цена,руб.	Сумма,руб.
1	"Индуктор Еж (127)	шт	2	352,319.50	704,638.99
2	Винт 6x70 полуцилиндр.головка Рн цинк прочн.4,8 D	шт	10	765.94	7,659.40
3	Винт 3x15 пот.головка цинк прочн.5,8	шт	10	22.22	222.20
4	Винт 4x12 полуцилиндр.головка Рн цинк прочн.4,8 DIN	шт	54	44.63	2,410.02
5	Винт 4x25 пот.головка цинк прочн.5,8	шт	16	44.36	709.76
6	Винт 5*8 потай (1000шт.)	шт	40	259.60	10,384.00
7	Винт 5x16 полуцилиндр.головка цинк прочно4,8	шт	10	84.82	848.20
8	Винт 3x8оц	кг	0.042	11,818.00	496.36
9	Вставка Л1 SKUA-2101.01.03.102	шт	2	3,409.92	6,819.82
10	Вставка Л2 SKUA-2101.01.03.103	шт	2	3,723.50	7,447.00
11	Гайка М10 цинк прочн.8 DIN 934 (упак.300шт.)	шт	20	529.90	10,598.00
12	Датчик Вout	шт	2	751.25	1,502.50
13	Изолятор 03 SKUA-2101.01.00.009	шт	2	102,786.00	205,572.00
14	Изолятор 05 SKUA-2101.01.02.003	шт	4	1,194.26	4,777.04
15	Изолятор 05 SKUA-2103.01.02.004	шт	8	538.49	4,307.92
16	Контакт для проволочек	шт	4	0.01	0.04
17	Конус входной SKUA-2101.04.00.001	шт	2	63,824.73	127,649.46
18	Лайнер	шт	2	122,735.45	245,470.88
19	Лента крепежная перфорационная ЛКП-12-25	рул.	0.08	55,124.00	4,409.92
20	Накладка SKUA-2101.02.02.002	шт	8	489.99	3,919.92
21	Планка 01 SKUA-2101.12.02.102	шт	2	4,084.32	8,168.64
22	Планка 02 SKUA-2101.05.02.103	шт	2	1,549.11	3,098.22
23	Планка SKUA-2101.05.02.101	шт	4	11,001.68	44,006.72
24	Пояс Роговского	шт	2	3,221.80	6,442.16
25	Распорка SKUA-2101.05.02.104	шт	6	1,767.33	10,603.98
26	Саморез по ГК часть шаг 3,5*35 (упак.1000шт)	шт	50	52.57	2,628.50
27	ССК-Л1 (100) сетка стеклянная конструкционн.	м.п	0.30	1,360.00	408.00
28	Стяжка 250x4,8мм (CV-250-W) уп.100	упак	0.20	56,700.00	11,340.00
29	Токопровод SKUA-2101.01.02.005	шт	4	0.05	0.20
30	Фланец 03 SKUA-2104.01.00.004	шт	2	29,808.00	59,616.00
31	Хомут SKUA-2101.01.00.008	шт	4	0.06	0.24
32	Хомут червячный ф.90-110мм	шт	6	2,989.20	17,935.20
33	Цанга SKUA-2101.01.00.006	шт	2	56,571.43	113,142.86
34	Шайба DIN127 ф.5 Zn	кг	0.015	17,400.00	261.00
35	Шайба М10 цинк DIN125 (уп.300шт)	шт	19	176.10	3,345.90
36	Шуруп самонарезн.д/ГК, РН 2 крупн.шаг.фосф.4,2x70	шт	10	49.24	492.40
<b>Итого</b>					<b>1,631,333.45</b>

Гл.конструктор проекта  
Зав.лабораторией  
Материально-ответственный

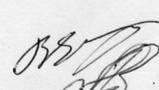
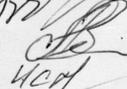
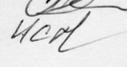
Евдокимов В.А.  
Молчанов П.В.  
Чеховская Л.И.



**Акт создания  
"ВМГ Еж-57 10М Sergei с имитатором нагрузки (без трансформатора)"**

Комиссия в составе гл.конструктора проекта Евдокимова В.А., зав.лаб Молчанова П.В., мат.отв.Чеховской Л.И., составили настоящий акт о создании "ВМГ ЕЖ-57 10М Sergei с имитатором нагрузки (без трансформатора)" в количестве 2шт. На создание были израсходованы следующие материалы/комплектующие:

п/п	Наименование	Ед.изм.	Кол-во	Цена,руб.	Сумма,руб.
1	Индуктор Еж-57 10М Sergei	шт	2	629,497.06	1,258,994.12
2	Винт 4x25 пот.головка цинк прочн.5,8	шт	20	44.36	887.20
3	Винт 3x6 полуцилиндр.головка Рн.цинк прочн.4,8 DIN	шт	40	33.30	1,332.00
4	Винт 4x12 полуцилиндр.головка Рн.цинк прочн.4,8 DIN7985	шт	55	162.13	8,917.15
5	Винт 5*8 потай (1000шт.)	шт	20	259.60	5,192.00
6	Винт 6x70 полуцилиндр.головка Рн.цинк прочн.4,8 DIN	шт	12	765.94	9,191.28
7	Втулка SKUA-2104.01.02.003	шт	2	192,66.71	385,333.42
8	Втулка SKUA-2501.01.00.008	шт	4	906.44	3,625.76
9	Гайка М10 DIN934 прочн.8 цинк	шт	20	584.22	11,684.40
10	Изолятор 03 SKUA-2101.01.00.009	шт	2	102,786.00	205,572.00
11	Изолятор 05 SKUA-2103.01.02.004	шт	4	538.48	2,153.93
12	Изолятор 06 SKUA-2101.01.02.004	шт	7	5,895.92	41,271.44
13	Изолятор 06 SKUA-2101.01.02.004-01	шт	1	4,843.57	4,843.57
14	Контакт для проволочек	шт	8	0.01	0.08
15	Конус входной SKUA-2101.04.00.001	шт	2	63,824.73	63,824.73
16	Накладка 01 SKUA-2101.13.02.107	шт	8	0.02	0.16
17	Планка 01 SKUA-2101.05.02.102	шт	8	992.37	7,938.96
18	Планка SKUA-2101.02.02.001	шт	8	13,937.86	111,502.88
19	Пленка ф.4,0,02*50 марка ЭО	кг	0.5	78,000.00	39,000.00
20	Подставка для ВМГ	шт	2	75,829.42	151,658.86
21	Распорка SKUA-2101.05.02.104	шт	8	1,767.33	14,138.64
22	Саморез желт.цинк 6x80 (уп.2000шт)	шт	50	311.37	15,568.50
23	Саморез желт.цинк 2,5x10 (уп./2000шт)	шт	50	9.91	495.50
24	Саморез-винт Хим.Фос.прм.3,5x51	шт	30	26.36	791.10
25	Стержень SKUA-2501.01.09.002	шт	1	0.28	0.28
26	Стержень НКЮС8-4.01.09.002	шт	3	0.57	1.71
27	Стяжка 250мм (CV-250В)	упак	0.6	20,709.67	12,425.80
28	Токопровод 02 SKUA-2104.01.02.009	шт	4	1,548.00	6,192.00
29	Фланец 03 SKUA-2104.01.00.004	шт	2	24,160.50	48,321.00
30	Хомут SKUA-2101.01.00.008	шт	4	0.06	0.24
31	Хомут для ВМГ	шт	4	62,823.12	251,292.48
32	Цанга SKUA-2101.01.00.006	шт	2	56,571.43	113,142.86
33	Шайба плоская ф.100ц	кг	0.68	14,859.69	10,104.59
34	Шайба М5 цинк DIN125(уп.2000шт.)	шт	20	7.47	149.40
35	Шуруп 4,8x80 потайная головка, цинк,РН,цинк DIN	шт	20	747.16	14,943.20
36	Вставка Л1 SKUA-2101.01.03.102	шт	2	3,409.92	6,819.84
37	Вставка Л2 SKUA-2101.01.03.103	шт	3	3,723.50	11,170.50
38	Клеммник ESCH-250V-06	шт	3	2,403.67	7,211.01
39	Шуруп самонарез.д/ГК,PH2,круп.шаг,фосф. 4,2x70	шт	20	49.24	984.80
<b>Итого</b>					<b>2,826,677.39</b>

Гл.конструктор проекта  Евдокимов В.А.  
 Зав.лабораторией  Молчанов П.В.  
 Материально-ответственный  Чеховская Л.И.

УТВЕРЖДАЮ  
 Директор НИУ "Институт ядерных проблем" БГУ

Максименко С.А.

"11" ноября 2012г.

**Акт создания**  
 "Резонатора SKUA-6101.12.00.000"

Комиссия в составе гл.конструктор проекта Евдокимов В.А., зав.лаб.Молчанова П.В., мат.отв.Чеховской Л.И., установили, что в результате выполнения договора "ЦНИРТ" № 5/12/10 от 19.10.2012г. был изготовлен "Резонатор SKUA-6101.12.00.000" в количестве 1 шт. На изготовление были израсходованы следующие материалы/комплектующие:

п/п	Наименование	Ед.изм.	Кол-во	Цена,руб.	Сумма,руб.
1	Болт шестигранный 8x30 цинк прочн.8,8 DIN933	шт	10	776.57	7.765.70
2	Винт М3х10 (100шт./уп.) Тип 84 A2	упак	0.2	15,894.49	3,178.90
3	Вставка SKUA-6101.12.00.007	шт	1	15,235.20	15,235.20
4	Втулка SKUA-6101.12.00.005	шт	1	50,668.00	50,668.00
5	Диск 01 SKUA-6101.12.00.003	шт	1	5,966.96	5,966.96
6	Диск 02 SKUA-6101.12.00.004	шт	1	4,802.36	4,802.36
7	Диск 02 SKUA-6101.12.00.004	шт	1	113,764.00	113,764.00
8	Диск 02 SKUA-6101.12.00.004-01	шт	1	4,802.36	4,802.36
9	Диск 02 SKUA-6101.12.00.004-02	шт	1	4,802.36	4,802.36
10	Диск 02 SKUA-6101.12.00.004-03	шт	1	4,802.36	4,802.36
11	Труба SKUA-6101.12.00.006	шт	1	59,834.40	59,834.40
12	Фланец 01 SKUA-6101.12.00.001	шт	1	534,404.00	534,404.00
13	Фланец 02 SKUA-6101.12.00.002-01	шт	1	50,011.20	50,011.20
14	Шайба DIN125 M8.4 Zn	кг	0.2	9,986.00	1,997.20
<b>ИТОГО</b>					<b>862,035.00</b>

Гл.конструктор проекта

Евдокимов В.А.

Зав.лабораторией

Молчанов П.В.

Материально-ответственный

Чеховская Л.И.

УТВЕРЖДАЮ  
 Директор НИИ "Институт ядерных проблем" БГУ  
 профессор В.Г. Барышевский  
 "15" ноября 2012г.



**Акт создания**  
 "Резонатора 01 SKUA-6107.01.00.000"

Комиссия в составе зам.директора Евдокимова В.А., зав.лаб.Молчанова П.В., мат.отв.Чеховской Л.И., установили, что в результате выполнения договора ЦНИРТ 5/12/10 от 19.10.2012г. был изготовлен "Резонатор 01 SKUA-6107.01.00.000" в количестве 1шт. На изготовление были израсходованы следующие материалы/комплектация:

п/п	Наименование	Ед.изм.	Кол-во	Цена,руб.	Сумма,руб.
	Винт 3*5 DIN913	шт	3	1,164.00	3,492.00
	Винт 4x16 полуцилиндр.головка.Ph.цинк.прочн.4,8 DIN	шт	6	65.04	390.24
	Вставка 01 SKUA-6107.01.00.004	шт	1	68,640.00	68,640.00
	Вставка 02 SKUA-6107.01.00.005	шт	1	13,104.00	13,104.00
	Диск SKUA-6107.01.00.002	шт	1	2,294.99	2,294.99
	Диск SKUA-6107.01.00.002-01	шт	1	2,294.98	2,294.98
	Диск SKUA-6107.01.00.002-02	шт	1	2,294.98	2,294.98
	Труба 02 SKUA-6107.01.00.003	шт	1	220,272.00	220,272.00
	<b>Итого</b>				<b>312,783.19</b>

Зам.директора

Евдокимов В.А.

Зав.лабораторией

Молчанов П.В.

Материально-ответственный

Чеховская Л.И.