ABSTRACT

Sytova Svetlana Nikolaevna

MATHEMATICAL MODELING OF NON-LINEAR PROCESSES OF ELECTROMAGNETIC WAVE RADIATION IN VOLUME FREE ELECTRON LASERS

Key words: *mathematical modeling, systems of partial differential equations, numerical methods, free electron laser (FEL), electromagnetic radiation, parametric X-ray radiation, dynamical diffraction, relativistic electron beam.*

The non-linear regimes in different schemes of volume FEL on the basis of parametric quasi-Cherenkov radiation generated by relativistic electron beam in space-periodic three-dimensional target were investigated by methods of mathematical modeling. The theoretical model of X-ray dynamical diffraction on non-stationary distorted crystals was created. The numerical analysis of concrete model was carried out. The economical difference methods for solving the systems of first degree non-linear partial differential equations of a hyperbolic type were worked out. The stability and the convergence of difference methods were investigated.

Obtained results can be used when planning the experiments to invent the quasi-Cherenkov instability in targets in X-ray and visible regions. The problem of X-ray dynamical diffraction in non-stationary distorted crystals have been formulated and solved for the first time. The investigation of change in time of X-ray diffraction characteristics in crystal can be taken as a principle of creation the original method to diagnose the crystal state and to investigate the X-ray FEL characteristics with time-dependent resonator. The economical difference methods being proposed can be used to solve the wide class of partial differential equations systems. The programs being worked up can be applied to carry out the scientific and engineering development of new FEL industrial models.

Сытова

Подписано к печати 30.06.97. Формат 60 x 84 1 / 16.
Бумага № 1. Объем 1,0 п. л. Заказ № 253. Тираж 100 экз.
Отпечатано на ротапринте Белгосуниверситета
220050, г. Минск, ул. Бобруйская, 7

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УДК 519.63 +539.122.2+539.124+548.732.2

Сытова Светлана Николаевна

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ПРОЦЕССОВ ИЗЛУЧЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ОБЪЕМНЫХ ЛАЗЕРАХ НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ

05.13.18 — Теоретические основы математического моделирования, численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Минск –1997

Работа выполнена в Научно-исследовательском институте ядерных проблем Белорусского государственного университета

Научные руководители: доктор физико-математических наук профессор Абрашин В. Н., кандидат физико-математических наук старший научный сотрудник Грубич А. О.,

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук профессор Афанасьев А.А., кандидат физико-математических наук доцент Егоров А.А.

Оппонирующая организация: Институт математического моделирования РАН

Защита состоится 26 сентября 1997 года в 10 часов на заседании Совета Д 02.01.15 по защитам диссертаций при Белгосуниверситете по адресу: 220050, г.Минск, пр.Ф.Скорины, 4, гл. корпус, к.206.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Белорусского государственного университета.

Автореферат разослан "______"__________ 1997 года.

Ученый секретарь Совета
доктор технических наук
профессор И. В. Совпель

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

<u>Актуальность темы.</u> Параметрический квазичеренковский механизм излучения может быть положен в основу создания объемных лазеров на свободных электронах (ЛСЭ) в различных диапазонах спектра: от миллиметрового до рентгеновского. В линейном по полю приближении определены стартовые условия генерации, пространственные и временные инкременты, получены спектрально-угловые характеристики для объемных параметрических ЛСЭ в рентгеновском и оптическом диапазоне длин волн. В связи с необходимостью дальнейшего развития теории в интересах предстоящих экспериментальных исследований следует изучить нелинейные режимы работы параметрических квазичеренковских ЛСЭ. В случае рентгеновского ЛСЭ эта задача приводит в свою очередь к задаче построения теории динамической дифракции рентгеновского излучения в нестационарных деформированных кристаллах, поскольку при взаимодействии релятивистских электронных пучков (РЭП) с кристаллами последние нагреваются и деформируются. До сих пор в литературе рассмотрена только задача динамической дифракции в стационарных кристаллах для различных случаев деформаций.

В НИИ ядерных проблем исследования по теме диссертации велись в 1991-1995 г. г. в рамках Межвузовской программы фундаментальных исследований "Ядерная оптика поляризованных сред" (гос. рег. № 199331). С 1996 г. исследования продолжаются по Межвузовской программе фундаментальных исследований "Ядерная оптика " (гос. рег. № 19961817). В 1995-96 г. г. исследования нелинейного режима поверхностного оптического параметрического квазичеренковского ЛСЭ были выполнены в рамках научно-исследовательской работы Фонда фундаментальных исследований Республики Беларусь "Когерентное излучение, генерируемое пучком релятивистских частиц в пространственно-периодических структурах", проект № Ф94-216 от 30.01.95.

<u>Целью диссертационной работы</u> является:

1) исследование численными методами нелинейных режимов работы различных схем объемных ЛСЭ на основе механизма параметрического квазичеренковского излучения, генерируемого РЭП в трехмерных пространственно-периодических средах;

2) создание теоретической модели динамической дифракции рентгеновских лучей на нестационарных деформированных кристаллах и численный анализ конкретной модели;

3) построение экономичных разностных методов решения систем нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных гиперболического типа первого порядка.

Работа выполнена в Научно-исследовательском институте ядерных проблем Белорусского государственного университета

Научные руководители: доктор физико-математических наук профессор Абрашин В. Н., кандидат физико-математических наук старший научный сотрудник Грубич А. О.,

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук профессор Афанасьев А.А., кандидат физико-математических наук доцент Егоров А.А.

Оппонирующая организация: Институт математического моделирования РАН

Защита состоится 26 сентября 1997 года в 10 часов на заседании Совета Д 02.01.15 по защитам диссертаций при Белгосуниверситете по адресу: 220050, г.Минск, пр.Ф.Скорины, 4, гл. корпус, к.206.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Белорусского государственного университета.

Автореферат разослан "______"__________ 1997 года.

Ученый секретарь Совета
доктор технических наук
профессор И. В. Совпель

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Параметрический квазичеренковский механизм излучения может быть положен в основу создания объемных лазеров на свободных электронах (ЛСЭ) в различных диапазонах спектра: от миллиметрового до рентгеновского. В линейном по полю приближении определены стартовые условия генерации, пространственные и временные инкременты, получены спектрально-угловые характеристики для объемных параметрических ЛСЭ в рентгеновском и оптическом диапазоне длин волн. В связи с необходимостью дальнейшего развития теории в интересах предстоящих экспериментальных исследований следует изучить нелинейные режимы работы параметрических квазичеренковских ЛСЭ. В случае рентгеновского ЛСЭ эта задача приводит в свою очередь к задаче построения теории динамической дифракции рентгеновского излучения в нестационарных деформированных кристаллах, поскольку при взаимодействии релятивистских электронных пучков (РЭП) с кристаллами последние нагреваются и деформируются. До сих пор в литературе рассмотрена только задача динамической дифракции в стационарных кристаллах для различных случаев деформаций.

В НИИ ядерных проблем исследования по теме диссертации велись в 1991-1995 г. г. в рамках Межвузовской программы фундаментальных исследований "Ядерная оптика поляризованных сред" (гос. рег. № 199331). С 1996 г. исследования продолжаются по Межвузовской программе фундаментальных исследований "Ядерная оптика " (гос. рег. № 19961817). В 1995-96 г. г. исследования нелинейного режима поверхностного оптического параметрического квазичеренковского ЛСЭ были выполнены в рамках научно-исследовательской работы Фонда фундаментальных исследований Республики Беларусь "Когерентное излучение, генерируемое пучком релятивистских частиц в пространственно-периодических структурах", проект № Ф94-216 от 30.01.95.

Целью диссертационной работы является:

1) исследование численными методами нелинейных режимов работы различных схем объемных ЛСЭ на основе механизма параметрического квазичеренковского излучения, генерируемого РЭП в трехмерных пространственно-периодических средах;

2) создание теоретической модели динамической дифракции рентгеновских лучей на нестационарных деформированных кристаллах и численный анализ конкретной модели;

3) построение экономичных разностных методов решения систем нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных гиперболического типа первого порядка.

При этом решались следующие **задачи**:

1) математическое моделирование нелинейной стадии развития квазичеренковской неустойчивости РЭП в кристалле в рентгеновском диапазоне длин волн;

2) математическое моделирование процесса дифракции рентгеновских лучей на нестационарном деформированном кристалле;

3) математическое моделирование нелинейного режима поверхностного оптического параметрического квазичеренковского ЛСЭ.

Научная новизна работы состоит в следующем:

1) исследована количественная картина нелинейной стадии развития квазичеренковской неустойчивости РЭП в кристалле и показано, что режим абсолютной неустойчивости системы "электромагнитная волна + РЭП + кристалл" существенно нелинеен;

2) получена система дифференциальных уравнений типа уравнений Такаги, описывающая динамическую дифракцию рентгеновских лучей на нестационарном деформированном кристалле, проведено численное моделирование процесса рентгеновской дифракции на равномерно нагреваемом кристалле;

3) методами математического моделирования исследован нелинейный режим поверхностного оптического параметрического квазичеренковского ЛСЭ;

4) построены экономичные разностные схемы решения систем нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных гиперболического типа первого порядка, в том числе многомерных;

5) доказаны устойчивость и сходимость предложенного разностного метода решения системы дифференциальных уравнений в частных производных гиперболического типа, моделирующей квазичеренковскую неустойчивость РЭП в кристалле.

Практическая значимость полученных в работе результатов состоит в том, что исследованы нелинейные стадии объемных ЛСЭ на основе параметрического квазичеренковского излучения. Изученные линейные приближения при рассмотрении работы ЛСЭ позволяют получить стартовые условия и пороговые характеристики, однако не позволяют описать режим насыщения ЛСЭ. Для выяснения практических параметров работы ЛСЭ интерес представляет изучение нелинейной стадии развития квазичеренковской неустойчивости, так как линейный режим процесса генерации быстро переходит в нелинейную стадию. Результаты проведенных численных расчетов будут полезны при планировании экспериментов по обнаружению квазичеренковской неустойчивости РЭП в кристалле в рентгеновском и оптическом диапазонах длин волн. Такие эксперименты в

ближайшие годы планируется провести на ускорителе электронов Института ядерной физики университета в г. Майнц, ФРГ.

Полученная система дифференциальных уравнений типа уравнений Такаги описывает динамическую дифракцию рентгеновских лучей в нестационарных деформированных кристаллах. Эта задача поставлена и решена в диссертации впервые и имеет следующую практическую значимость: изучение изменения во времени характеристик дифракции рентгеновских лучей на кристалле может быть положено в основу создания оригинального метода диагностики состояния кристалла с пикосекундным разрешением; с другой стороны, она является первым шагом к исследованию характеристик рентгеновского ЛСЭ с резонатором, параметры которого изменяются во времени, что актуально для будущих экспериментальных исследований и конечных промышленных образцов ЛСЭ.

Разработанные экономичные разностные методы могут быть использованы не только для численного моделирования нелинейных режимов ЛСЭ на основе параметрического квазичеренковского излучения и процессов динамической дифракции рентгеновских лучей в нестационарных кристаллах в различных геометриях, но и при решении широкого класса систем дифференциальных уравнений в частных производных.

Экономическая значимость полученных результатов состоит в том, что созданные в рамках данной работы комплексы программ по моделированию нелинейных режимов объемных ЛСЭ на основе параметрического квазичеренковского излучения и процессов динамической дифракции рентгеновских лучей в нестационарных деформированных кристаллах могут найти применение при выполнении НИОКР по созданию промышленных образцов новых ЛСЭ.

На защиту выносятся следующие положения:

1) математические модели, описывающие нелинейную стадию развития квазичеренковской неустойчивости РЭП в кристалле в рентгеновском диапазоне длин волн, динамическую дифракцию рентгеновских лучей на нестационарном деформированном кристалле, нелинейный режим поверхностного оптического параметрического квазичеренковского ЛСЭ;

2) экономичные разностные методы решения систем дифференциальных уравнений первого порядка в частных производных гиперболического типа, в том числе многомерных, исследование их устойчивости и сходимости;

3) комплексы программ для расчета задач моделирования нелинейной стадии развития квазичеренковской неустойчивости РЭП в кристалле в рентгеновском диапазоне длин волн, динамической дифракции рентгеновских лучей на

нестационарном деформированном кристалле, нелинейного режима поверхностного оптического параметрического квазичеренковского ЛСЭ;

4) на основе предложенных методов и программных разработок проведен вычислительный эксперимент, в том числе решены задачи моделирования нелинейной стадии развития квазичеренковской неустойчивости РЭП в кристалле в рентгеновском диапазоне длин волн, динамической дифракции рентгеновских лучей на нестационарном деформированном кристалле, нелинейного режима поверхностного оптического параметрического квазичеренковского ЛСЭ.

Научный вклад. Содержание работы отражает личный вклад автора. Научный руководитель, доктор физ.-мат. наук, профессор Абрашин В. Н. (Институт математики АН Беларуси) принимал участие в обсуждении математических методов решения задач и результатов работы. Научный руководитель, кандидат физ.-мат. наук, ст. н. с. Грубич А.О. поставил задачу динамической дифракции рентгеновских лучей на нестационарных деформированных кристаллах, принимал участие в обсуждении результатов работы. Доктор физ.-мат. наук, профессор Барышевский В. Г. поставил задачу моделирования нелинейной стадии развития квазичеренковской неустойчивости РЭП в кристалле. Кандидаты физ.-мат. наук доцент Дубовская И. Я. и Батраков К.Г. поставили задачу моделирования нелинейного режима поверхностного оптического параметрического квазичеренковского ЛСЭ и участвовали в обсуждении результатов работы.

Апробация результатов. Результаты диссертационной работы докладывались на Межреспубликанских научно-практических конференциях творческой молодежи "Актуальные проблемы информатики: математическое, программное и информационное обеспечение", (г.Минск, 1990, 1992), IV Конференции математиков Беларуси (г.Гродно, 1992), на семинарах в НИИ ядерных проблем Белгосуниверситета, в отделе численных методов математической физики Института математики АН Беларуси и кафедре вычислительной математики Белгосуниверситета.

Публикации. Основные результаты диссертационной работы опубликованы в 9 работах, перечень которых приведен в конце автореферата.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Работа изложена на 122 страницах, в том числе содержит 35 рисунков, 6 таблиц. Список литературы включает 131 наименование.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ

В первой главе дается обзор основных этапов развития теории объемных параметрических ЛСЭ и динамической дифракции рентгеновских лучей в деформированных кристаллах, а также очерк по истории разработки экономичных разностных методов для решения систем многомерных дифференциальных уравнений в частных производных.

В главе 2 построены физические модели квазичеренковской неустойчивости РЭП в кристалле, рассеяния рентгеновских лучей на нестационарном деформированном кристалле и поверхностной схемы оптического квазичеренковского ЛСЭ.

В п.2.1 построена физическая модель квазичеренковской неустойчивости РЭП в кристалле. Задача ставится следующим образом. Пусть в начальный момент времени монохроматичный и абсолютно холодный полубесконечный РЭП "падает" под некоторым углом на полубесконечную монокристаллическую пластинку толщиной L. Одновременно параллельно с направлением движения РЭП на монокристаллическую пластинку падает плоская электромагнитная волна с частотой, близкой к частоте Брэгга. Она пересекает в кристалле семейство основных кристаллических плоскостей, заданных вектором обратной решетки. В результате динамической дифракции этой волны на кристаллических плоскостях формируется дифрагированная волна, которая выходит через переднюю стенку кристалла, т.е. реализуется геометрия Брэгга. Задача заключается в исследовании усиления указанной сигнальной волны в кристалле РЭП.

В одномодовом приближении для поля излучения в кристалле и приближении медленно меняющихся амплитуд из уравнений Максвелла, уравнения непрерывности и уравнения движения для релятивистских частиц получена система дифференциальных уравнений первого порядка относительно комплекснозначных переменных E, E_τ, v, n, описывающая взаимодействие электромагнитного поля в кристалле с РЭП. E и E_τ есть соответственно амплитуды напряженности электрического поля для проходящей и дифрагированной волн, v и n — амплитуды возмущения скорости и плотности РЭП.

В п.2.2 построена физическая модель дифракции рентгеновских лучей на нестационарном деформированном кристалле. Предположим, что к монокристаллической пластинке приложено некоторое меняющееся во времени поле сил, под воздействием которого кристалл деформируется. Рассмотрим слабо искаженную область деформации. Пусть на кристалл одновременно с приложением меняющегося во времени поля деформации падает плоская электромагнитная волна, причем реализована двухволновая дифракция по Брэггу. Задача заключается в изучении распределений амплитуд электромагнитных полей в нестационарном деформированном кристалле.

Из уравнений Максвелла в приближении медленно меняющихся амплитуд получена система, которая является аналогом системы уравнений Такаги для нестационарного деформированного кристалла. Выведено также дисперсионное уравнение для определения эйконалов, соответствующих сильно и слабо поглощающимся блоховским волнам рентгеновских фотонов в кристалле. Рассмотренная модель дополнена уравнениями, позволяющими определить температуру кристалла $T(t)$ в момент времени t, равномерно нагреваемого падающим РЭП.

В п.2.3 построена физическая модель поверхностного оптического параметрического квазичеренковского ЛСЭ для трех различных схем распространения электромагнитных волн в геометрии Брэгга с учетом отраженных волн. Пусть над поверхностью мишени толщиной L пролетает электронный пучок толщины h. На систему "пучок+мишень" под некоторым углом падает и усиливается проходящая электромагнитная волна с амплитудой E_0. Такая геометрия описана в [4]. В диссертации она названа геометрия 3. В геометрии 1 внутрь мишени попадает усиливающаяся отраженная волна с амплитудой E_7. Геометрия 2 отличается от предыдущей тем, что дифрагированная волна распространяется вдоль направления пучка. Распределенная обратная связь в данном случае формируется динамической дифракцией излученных фотонов на оптической решетке. В геометриях 1 и 3 распределенная обратная связь формируется как в поперечном направлении, так и продольном, а в геометрии 2 — только в поперечном. Во всех геометриях учтена также возможность падения из вакуума на систему других волн с амплитудами E_8, E_9. Задача заключается в исследовании распределений амплитуд электромагнитных волн в системе при пролете электронного пучка в вакууме над поверхностью периодической среды. Задача решалась с учетом конечных размеров пучка электронов и фотонов.

Из уравнений Максвелла и кинетических уравнений для функций распределения в приближении медленно меняющихся амплитуд получена система нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка, описывающая нелинейный режим работы поверхностного квазичеренковского ЛСЭ. В работе записаны системы для всех трех рассмотренных геометрий.

<u>**В главе 3**</u> построены математические модели физических процессов, описанных во второй главе, а также предложены разностные методы решения полученных систем дифференциальных уравнений.

В п.3.1.1 система дифференциальных уравнений первого порядка, описывающая взаимодействие электромагнитного поля в кристалле с РЭП, записана в общем виде:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial E}{\partial t} + A_{11}\frac{\partial E}{\partial z} + A_{12}\frac{\partial E_\tau}{\partial z} + Q_{11}E + Q_{12}E_\tau = f_1\left(n, v, \frac{\partial n}{\partial t}, \frac{\partial v}{\partial t}\right),\\
&\frac{\partial E_\tau}{\partial t} + A_{21}\frac{\partial E}{\partial z} + A_{22}\frac{\partial E_\tau}{\partial z} + Q_{21}E + Q_{22}E_\tau = f_2\left(n, v, \frac{\partial n}{\partial t}, \frac{\partial v}{\partial t}\right),\\
&\frac{\partial n}{\partial t} + U\frac{\partial n}{\partial z} + Sn = f_3\left(v, \frac{\partial v}{\partial z}\right),\\
&\frac{\partial v}{\partial t} + U\frac{\partial v}{\partial z} + Sv = f_4\left(E, v, \frac{\partial E}{\partial z}, \frac{\partial E}{\partial t}\right).
\end{aligned} \tag{1}
$$

Математическая модель (1) дополнена начальными и граничными условиями, заданными в области $G=\{(z,t),\ 0\le z\le L,\ 0\le t\le T\}$:

$$
\begin{aligned}
&E(z,0)=1, && E(0,t)=1,\\
&E_\tau(z,0)=-Q_{11}/Q_{12}\text{ , при } 0\le z\le L; && E_\tau(L,t)=-Q_{11}/Q_{12}\text{ , при } 0<t\le T;\\
&v(z,0)=0, && v(0,t)=0,\\
&n(z,0)=0. && n(0,t)=0.
\end{aligned}
$$

Можно показать, что начальные и граничные условия корректны и обеспечивают существование единственного решения из класса C_1.

Система (1) является системой квазилинейных уравнений гиперболического типа. При ее решении возникли следующие трудности: все переменные и коэффициенты комплексные; сложный вид функций f_1 — f_4; наличие определенной жесткости в уравнениях (1) из-за огромного спектрального разброса матрицы Q; граничные условия записаны на разных границах системы.

В п.3.1.2 область непрерывного изменения переменных G заменяется сеточной областью $G_{ht}=\{(z_i,t_j),\ z_i=ih_z,\ i=0, 1, \dots, N,\ N=[L/h_z],\ t_j=jh_t,\ j=0, 1, \dots, N_t,\ N_t=[T/h_t]\}$, на которой система (1) аппроксимируется с порядком $O(h_z+h_t)$ следующей системой разностных уравнений :

$$
\begin{aligned}
&v_t^1 + U\hat{v}_{\bar z}^1 + Sv^2 = F_4\left((E^1+E^2)/2, (v^1+v^2)/2\right),\\
&v_t^2 + U\hat{v}_{\bar z}^1 + S\hat{v}^2 = F_4\left((E^1+E^2)/2, (v^1+v^2)/2\right),\\
&n_t^1 + U\hat{n}_{\bar z}^1 + Sn^2 = \hat{F}_3\left((v^1+v^2)/2\right),\\
&n_t^2 + U\hat{n}_{\bar z}^1 + S\hat{n}^2 = \hat{F}_3\left((v^1+v^2)/2\right),\\
&E_t^1 + A_{11}\hat{E}_{\bar z}^1 + A_{12}E_{\tau\bar z}^1 + Q_{11}E^2 + Q_{12}E_\tau^2 = \hat{F}_1\left((v^1+v^2)/2, (n^1+n^2)/2\right),\\
&E_{\tau t}^1 + A_{21}\hat{E}_z^1 + A_{22}\hat{E}_{\tau z}^1 + Q_{21}E^2 + Q_{22}E_\tau^2 = \hat{F}_2\left((v^1+v^2)/2, (n^1+n^2)/2\right),\\
&E_t^2 + A_{11}\hat{E}_{\bar z}^1 + A_{12}\hat{E}_{\tau\bar z}^1 + Q_{11}\hat{E}^2 + Q_{12}\hat{E}_\tau^2 = \hat{F}_1\left((v^1+v^2)/2, (\hat{n}^1+n^2)/2\right),\\
&E_{\tau t}^2 + A_{21}\hat{E}_z^1 + A_{22}\hat{E}_{\tau z}^1 + Q_{21}\hat{E}^2 + Q_{22}\hat{E}_\tau^2 = \hat{F}_2\left((v^1+v^2)/2, (n^1+n^2)/2\right),
\end{aligned} \tag{2}
$$

где E^1, E^2, E_τ^1, E_τ^2, v^1, v^2, n^1, n^2 — пары приближенных значений E, E_τ, v, n соответственно.

Начальные и граничные условия для разностной задачи (2) аппроксимируются на G_{ht}:

$E^{1,2}(z_i,0)=1,$ $\quad E^{1,2}(0,t_j)=1,$

$E_\tau^{1,2}(z_i,0)=-Q_{11}/Q_{12},$ $\quad E_\tau^{1,2}(L,t_j)=-Q_{11}/Q_{12},$

$v^{1,2}(z_i,0)=0,$ $\quad v^{1,2}(0,t_j)=0,$

$n^{1,2}(z_i,0)=0;$ $\quad n^{1,2}(0,t_j)=0.$

В п.3.1.3 рассмотрены вопросы устойчивости и сходимости предложенного разностного метода. Введем обозначения:

$$E^1=\begin{pmatrix}E^1\\E_\tau^1\end{pmatrix},\quad E^2=\begin{pmatrix}E^2\\E_\tau^2\end{pmatrix},\quad \tilde\Lambda(E)=\begin{pmatrix}A_{11}\hat E_{\bar z}+A_{12}E_{\tau\bar z}\\A_{21}\hat E_z+A_{22}\hat E_{\tau z}\end{pmatrix},$$

$$\Lambda(E)=\begin{pmatrix}A_{11}\hat E_{\bar z}+A_{12}\hat E_{\tau\bar z}\\A_{21}\hat E_z+A_{22}\hat E_{\tau z}\end{pmatrix},\quad Q=(Q_{ij}),\quad i,j=1,2,\quad F=\begin{pmatrix}F_1\\F_2\end{pmatrix};$$

$$(y,v)=\sum_{i=1}^{N-1}y_iv_i,\ \|y\|=\sqrt{(y,y)};\ y'=\mathrm{Re}(y),\ y''=\mathrm{Im}(y),\ \bar y=y'-iy''.$$

Доказаны следующие теоремы.

Теорема 1. *Разностная схема (2) безусловно устойчива по начальным данным и правой части. Для ее решения имеют место оценки:*

$$\left\|\hat v^{i\prime}\right\|^2+\left\|\hat v^{i\prime\prime}\right\|^2\le D_1\left(\left\|\left(v^i(0)\right)'\right\|^2+\left\|\left(v^i(0)\right)''\right\|^2+\left\|\left(Uv_{\bar z}^1(0)+Sv^2(0)-\mathrm{F}_4(0)\right)'\right\|^2+\right.$$

$$\left.+\left\|\left(Uv_{\bar z}^1(0)+Sv^2(0)-\mathrm{F}_4(0)\right)''\right\|^2+\max_t\left(\left\|\mathrm{F}_4'\right\|^2+\left\|\mathrm{F}_4''\right\|^2+\left\|\mathrm{F}_{4t}'\right\|^2+\left\|\mathrm{F}_{4t}''\right\|^2\right)\right),\quad i=1,2;$$

$$\left\|\hat n^{i\prime}\right\|^2+\left\|\hat n^{i\prime\prime}\right\|^2\le D_2\left(\left\|\left(n^i(0)\right)'\right\|^2+\left\|\left(n^i(0)\right)''\right\|^2+\left\|\left(Un_{\bar z}^1(0)+Sn^2(0)-F_3(0)\right)'\right\|^2+\right.$$

$$\left.+\left\|\left(Un_{\bar z}^1(0)+Sn^2(0)-F_3(0)\right)''\right\|^2+\max_t\left(\left\|F_3'\right\|^2+\left\|F_3''\right\|^2+\left\|F_{3t}'\right\|^2+\left\|F_{3t}''\right\|^2\right)\right),\quad i=1,2;$$

$$\left\|\hat E^{i\prime}\right\|^2+\left\|\hat E^{i\prime\prime}\right\|^2\le D_3\left(\left\|\left(E^i(0)\right)'\right\|^2+\left\|\left(E^i(0)\right)''\right\|^2+\left\|\left(\Lambda(E^1(0))+QE^2(0)-F(0)\right)'\right\|^2+\right.$$

$$\left.+\left\|\left(\Lambda(E^1(0))+QE^2(0)-F(0)\right)''\right\|^2+\max_t\left(\left\|F'\right\|^2+\left\|F''\right\|^2+\left\|F_t'\right\|^2+\left\|F_t''\right\|^2\right)\right),\quad i=1,2;$$

где D_j, $j=1,2,3$ — ограниченные положительные константы, не зависящие от h_t, h_z.

Теорема 2. *Пусть задача (1) имеет единственное решение. Тогда при h_t, $h_z\to 0$ решение разностной задачи (2) сходится к решению исходной дифференциальной задачи.*

П.3.2 посвящен математической модели и разностному методу решения задачи дифракции рентгеновских лучей на нестационарном деформированном кристалле. Для случая двухволновой дифракции и σ-поляризации всех волн в п.3.2 записана система дифференциальных уравнений первого порядка вида:

$$\begin{aligned}&\frac{\partial D}{\partial t}+A_{11}\frac{\partial D}{\partial z}+A_{12}\frac{\partial D}{\partial x}+Q_{11}D+Q_{12}D_\tau=0,\\&\frac{\partial D_\tau}{\partial t}+A_{21}\frac{\partial D_\tau}{\partial z}+A_{22}\frac{\partial D_\tau}{\partial x}+Q_{21}D+Q_{22}D_\tau=0,\end{aligned}\qquad(3)$$

где D и D_τ есть соответственно амплитуды электрической индукции проходящей и дифрагированной волн. В общем случае коэффициент Q_{22} зависит от времени t и пространственных координат z и x. Остальные коэффициенты системы постоянны.

Начальные условия определяются дифракцией плоской волны на идеальном кристалле и в области $G=\{(z,x,t),\ 0\le z\le L_z,\ 0\le x\le L_x,\ 0\le t\le T\}$ имеют вид:

$$D|_{t=0,\ 0\le z\le L_z}=D^0(z),$$

$$D_\tau|_{t=0,\ 0\le z\le L_z}=D_\tau^0(z).$$

Формулы для амплитуд $D^0(z)$ и $D_\tau^0(z)$ получены из аналитического решения стационарной задачи дифракции.

Граничные условия в геометрии Брэгга запишутся следующим образом:

$$D|_{t>0,\ z=0}=D_0,$$

$$D_\tau|_{t>0,\ z=L_z}=0.$$

Существенную трудность при решении системы (3) представляют следующие факторы: многомерность задачи, все коэффициенты и переменные являются комплексными, существует определенная жесткость в системе. Это связано с тем, что поскольку система (3) получена в двухволновом двухмодовом приближении, то каждая из амплитуд D и D_τ представляет собой сумму двух мод, соответствующих сильно и слабо поглощающимся блоховским волнам рентгеновских фотонов в кристалле. Граничные условия также записаны на разных границах системы.

Для системы уравнений (3) область непрерывного изменения переменных G заменяется сеточной областью

$$G_{zxt}=\{(z_i,x_j,t_k);\quad z_i=ih_z,\ i=0,1,\dots,N_1,\ N_1=[L_z/h_z],\quad x_j=jh_x,$$
$$j=0,1,\dots,N_2,\ N_2=[L_x/h_x],\quad t_k=kh_t,\ k=0,1,\dots,N_3,\ N_3=[T/h_t]\},$$

на которой (3) аппроксимируется следующей системой разностных уравнений:

$$D_t^1 + A_{11}\hat{D}_{\bar{z}}^{\,1} + A_{12}D_x^{\,2} + Q_{11}\hat{D}^{1*} + Q_{12}\hat{D}_\tau^{\,1*} = 0,$$
$$D_{\tau t}^{\,1} + A_{21}\hat{D}_{\tau z}^{\,1} + A_{22}D_{\tau x}^{\,2} + Q_{21}\hat{D}^{1*} + (Q_{22}\hat{D}_\tau^{\,1})^* = 0;$$
$$D_t^2 + A_{11}\hat{D}_{\bar{z}}^{\,1} + A_{12}\hat{D}_x^{\,2} + Q_{11}\hat{D}^{1*} + Q_{12}\hat{D}_\tau^{\,1*} = 0, \tag{4}$$
$$D_{\tau t}^{\,2} + A_{21}\hat{D}_{\tau z}^{\,1} + A_{22}\hat{D}_{\tau x}^{\,2} + Q_{21}\hat{D}^{1*} + (Q_{22}\hat{D}_\tau^{\,1})^* = 0,$$

где $D^* = 0.5\,(D_i + D_{i-1})$, $\quad Q_{22}^* = 0.5\left(Q_{22}(z_i, x_j, t_{k+1}) + Q_{22}(z_{i-1}, x_j, t_{k+1})\right).$

Начальные и граничные условия для разностной задачи (4) на G_{zxt}:

$D^{1,2}(z_i, x_j, 0) = D^0(z_i)$, $\qquad D^{1,2}(0, x_j, t_k) = D_0$.

$D_\tau^{1,2}(z_i, x_j, 0) = D_\tau^0(z_i)$; $\qquad D_\tau^{1,2}(L_z, x_j, t_k) = 0.$

Направление производных по x (левая или правая) выбирается в соответствии с направлением распространения волн. D^1, D^2, D_τ^1, D_τ^2 — пары приближенных значений D и D_τ соответственно. В качестве решения в каждой точке области G_{zxt} может быть взято одно из решений (первое или второе) или их полусумма.

Поскольку чисто неявные схемы для гиперболических уравнений обладают большой аппроксимационной вязкостью, пропорциональной величине шагов расчетной сетки, была предложена схема (4), которая даже при достаточно больших шагах h_z дает удовлетворительную качественную картину решения.

П.3.3 посвящен математической модели и разностному методу решения задачи моделирования поверхностного оптического параметрического квазичеренковского ЛСЭ. В работе записаны системы дифференциальных уравнений и предложены разностные методы их решения для всех трех рассмотренных геометрий поверхностного ЛСЭ. Полученные системы дифференциальных уравнений отличаются только записью граничных условий. В качестве примера рассмотрим здесь геометрию 3.

В п.3.1.1 для геометрии 3 введены следующие области непрерывного изменения переменных: $g_z^{cr} = \{0 \le z \le L_z\}$, $\quad g_z^{vac} = \{-h \le z \le 0\}$, $\quad g_x = \{0 \le x \le L_x\}$, $g_v = \{u - \Delta v \le v \le u + \Delta v\}$, где u — невозмущенная скорость частиц пучка, $g_t = \{0 \le t \le T\}$.

Запишем систему дифференциальных уравнений гиперболического типа, моделирующую поверхностную схему оптического параметрического генератора в общем виде:

$$\frac{\partial E}{\partial t} + A\frac{\partial E}{\partial z} + B\frac{\partial E}{\partial x} + QE = F, \tag{5}$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathrm{v}\frac{\partial f}{\partial x} + \mathrm{R}\frac{\partial f}{\partial \mathrm{v}} + \mathrm{P}f = \mathrm{D}, \tag{6}$$

где $E = E(z,x,t)$, $\; E = (E_1, \dots, E_6)^T$; $\; A = diag(A_1, \dots, A_6)$, $\; B = diag(B_1, \dots, B_6)$,

Q — комплексная матрица с 3 ненулевыми элементами Q_{34}, Q_{43}, Q_{44};

$F = (\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, 0,0,0,0)$, $\; \mathcal{F}_i = \mathcal{F}(j_i, \rho_i, z, x, t)$, $\; j_i = e\int v f_i dv$, $\; \rho_i = e\int f_i dv$, $\; i = 1,2$;

$f = f(z, x, v, t)$, $\; f = (f_1, \dots, f_6)^T$; $\; R = R(E)$, $\; P = P(v)$, $\; D = D(E, f_0)$.

Система уравнений (5) описывает распределение электромагнитных полей в поверхностном квазичеренковском ЛСЭ. (6) есть система для функций распределения РЭП.

Начальные условия для (5)-(6):

$E_k(z, x, 0) = 0$, $\quad k = 1, \dots, 6$;

$f_j(z, x, v, 0) = 0$, $\quad j = 1, \dots, 6$.

Граничные условия для полей E получаются из условий непрерывности напряженности электрического и магнитного полей на границах раздела двух сред:

$$d_{10}\frac{\partial E_1}{\partial t} + d_{11}\frac{\partial E_1}{\partial x} + d_{12}E_1 = d_{17}\frac{\partial E_0}{\partial t} + d_{18}\frac{\partial E_0}{\partial x} + d_{19}E_0 + F_1,$$

$$a_{10}\frac{\partial E_3}{\partial t} + a_{11}\frac{\partial E_3}{\partial x} + a_{12}E_3 + a_{13}E_4 + a_{14}\frac{\partial E_5}{\partial t} + a_{15}\frac{\partial E_5}{\partial x} + a_{16}E_5 = a_{17}\frac{\partial E_1}{\partial t} + a_{18}\frac{\partial E_1}{\partial x} + a_{19}E_1 + F_2,$$

$$a_{20}\frac{\partial E_4}{\partial t} + a_{21}\frac{\partial E_4}{\partial x} + a_{22}E_3 + a_{23}E_4 + a_{24}\frac{\partial E_6}{\partial t} + a_{25}\frac{\partial E_6}{\partial x} + a_{26}E_6 = a_{27}\frac{\partial E_7}{\partial t} + a_{28}\frac{\partial E_7}{\partial x} + a_{29}E_7,$$

$$E_2 = E_3 + E_5 - E_1, \tag{7}$$

$$b_{10}\frac{\partial E_3}{\partial t} + b_{11}\frac{\partial E_3}{\partial x} + b_{12}E_3 + b_{13}E_4 + b_{14}\frac{\partial E_5}{\partial t} + b_{15}\frac{\partial E_5}{\partial x} + b_{16}E_5 = b_{17}\frac{\partial E_8}{\partial t} + b_{18}\frac{\partial E_8}{\partial x} + b_{19}E_8,$$

$$b_{20}\frac{\partial E_4}{\partial t} + b_{21}\frac{\partial E_4}{\partial x} + b_{22}E_3 + b_{23}E_4 + b_{24}\frac{\partial E_6}{\partial t} + b_{25}\frac{\partial E_6}{\partial x} + b_{26}E_6 = b_{27}\frac{\partial E_9}{\partial t} + b_{28}\frac{\partial E_9}{\partial x} + b_{29}E_9,$$

где $\quad F_i = F(j_1, j_2, \rho_1, \rho_2, z, x, t)$, $\quad i = 1,2$.

Первое уравнение (7) является граничным условием на границе "вакуум-пучок", три следующих — на границе "пучок-мишень", два последних — на границе "мишень-вакуум".

Система (5)-(7) — система нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка гиперболического типа. Ее особенности: многомерность задачи (4 измерения: 2 пространственных, временное и скоростное); в правой части стоит функционал от интеграла по скоростям для функций распределения f_1, f_2, т. е. исходная система является интегро-дифференциальной; все переменные и коэффициенты системы являются комплексными; граничные условия сами представляют собой дифференциальные уравнения первого порядка гиперболического типа, неразрешенные относительно производных по времени для нескольких функций, причем условия задаются на трех границах: "вакуум-пучок", "пучок-мишень", "мишень-вакуум"; существует определенная жесткость в дифракционной области вне так называемого столика Дарвина.

В п.3.3.2 построен разностный метод решения задачи моделирования поверхностного квазичеренковского ЛСЭ. Области непрерывного изменения переменных g_z^{cr}, g_z^{vac}, g_x, g_v, g_t заменяются сетками:

$$\omega_z^{cr} = \{z_i = ih_{z_1}, i = 0,\dots,N_1, N_1 = [L_z / h_{z_1}]\},$$

$$\omega_z^{vac} = \{z_j = -h + jh_{z_2}, j = 0,\dots,N_2, N_2 = [h / h_{z_2}]\},$$

$$\omega_x = \{x_k = kh_x,\ k = 0,\dots,N_3,\ N_3 = [L_x / h_x]\},$$

$$\omega_v = \{v_l = lh_v,\ l = 0,\dots,N_4,\ N_4 = [2\Delta v / h_v]\},$$

$$\omega_t = \{t_m = mh_t,\ m = 0,\dots,N_5,\ N_5 = [T / h_t]\}.$$

Система (5) аппроксимируется системой разностных уравнений :

$$E_t^1 + A\hat{E}_z^1 + BE_x^2 + Q\hat{E}^{1*} = \hat{F},$$
$$E_t^2 + A\hat{E}_z^1 + B\hat{E}_x^2 + Q\hat{E}^{1*} = \hat{F}, \tag{8}$$

где $\hat{F} = F(z_i, x_j, t_{m+1})$, $E^* = 0.5(E_i + E_{i+1})$.

Направления производных по z и x (левая или правая) выбираются в зависимости от направления распространения волн. Разностные аналоги плотности пучка j и плотности заряда ρ вычисляются с помощью интегрирования кубических сплайнов, аппроксимирующих функции f^1, f^2.

Граничные условия (7) аппроксимируются системой разностных уравнений:

$$d_{10}E_{1t}^1 + d_{11}E_{1x}^2 + d_{12}\hat{E}_1^1 = d_{17}E_{0t} + d_{18}E_{0x} + d_{19}\hat{E}_0 + F_1,$$
$$a_{10}E_{3t}^1 + a_{11}E_{3x}^2 + a_{12}\hat{E}_3^1 + a_{13}\hat{E}_4^1 + a_{14}E_{5t}^1 + a_{15}E_{5x}^2 + a_{16}\hat{E}_5^1 = a_{17}E_{1t}^1 + a_{18}E_{1x}^2 + a_9\hat{E}_1^1 + F_2,$$
$$a_{20}E_{4t}^1 + a_{21}E_{4x}^2 + a_{22}\hat{E}_3^1 + a_{23}\hat{E}_4^1 + a_{24}E_{6t}^1 + a_{25}E_{6x}^2 + a_{26}\hat{E}_6^1 = a_{27}E_{7t} + a_{28}E_{7x} + a_{29}\hat{E}_7, \tag{9}$$
$$\hat{E}_2^1 = \hat{E}_3^1 + \hat{E}_5^1 - \hat{E}_1^1,$$
$$b_{10}E_{3t}^1 + b_{11}E_{3x}^2 + b_{12}\hat{E}_3^1 + b_{13}\hat{E}_4^1 + b_{14}E_{5t}^1 + b_{15}E_{5x}^2 + b_{16}\hat{E}_5^1 = b_{17}E_{8t} + b_{18}E_{8x} + b_{19}\hat{E}_8,$$
$$b_{20}E_{4t}^1 + b_{21}E_{4x}^2 + b_{22}\hat{E}_3^1 + b_{23}\hat{E}_4^1 + b_{24}E_{6t}^1 + b_{25}E_{6x}^2 + b_{26}\hat{E}_6^1 = b_{27}E_{9t} + b_{28}E_{9x} + b_{29}\hat{E}_9;$$

$$d_{10}E_{1t}^2 + d_{11}\hat{E}_{1x}^2 + d_{12}\hat{E}_1^1 = d_{17}E_{0t} + d_{18}\hat{E}_{0x} + d_{19}\hat{E}_0 + F_1,$$
$$a_{10}E_{3t}^2 + a_{11}\hat{E}_{3x}^2 + a_{12}\hat{E}_3^1 + a_{13}\hat{E}_4^1 + a_{14}E_{5t}^1 + a_{15}E_{5x}^2 + a_{16}\hat{E}_5^1 = a_{17}E_{1t}^2 + a_{18}\hat{E}_{1x}^2 + a_{19}\hat{E}_1^1 + F_2,$$
$$a_{20}E_{4t}^1 + a_{21}E_{4x}^2 + a_{22}\hat{E}_3^1 + a_{23}\hat{E}_4^1 + a_{24}E_{6t}^2 + a_{25}E_{6x}^2 + a_{26}\hat{E}_6^1 = a_{27}E_{7t} + a_{28}\hat{E}_{7x} + a_{29}\hat{E}_7, \tag{10}$$
$$\hat{E}_2^2 = \hat{E}_3^2 + \hat{E}_5^2 - \hat{E}_1^2,$$
$$b_{10}E_{3t}^1 + b_{11}E_{3x}^2 + b_{12}\hat{E}_3^1 + b_{13}\hat{E}_4^1 + b_{14}E_{5t}^2 + b_{15}\hat{E}_{5x}^2 + b_{16}\hat{E}_5^1 = b_{17}E_{8t} + b_{18}\hat{E}_{8x} + b_{19}\hat{E}_8,$$
$$b_{20}E_{4t}^2 + b_{21}\hat{E}_{4x}^2 + b_{22}\hat{E}_3^1 + b_{23}\hat{E}_4^1 + b_{24}E_{6t}^1 + b_{25}E_{6x}^2 + b_{26}\hat{E}_6^1 = b_{27}E_{9t} + b_{28}\hat{E}_{9x} + b_{29}\hat{E}_9.$$

При вычислении вектора решений E^2 следует двигаться по x в соответствии с направлениями распространения волн. Причем этот процесс является полностью распараллеленным относительно движения по x. Смысл построения схем для граничных условий состоит в том, что в каждом разностном уравнении сверху вычисляются те компоненты второго решения, которые соответствуют "выходящим" с данной границы волнам. "Приходящим" на эту границу волнам соответствуют первые решения, вычисленные ранее.

Система (6) аппроксимируется следующей системой разностных уравнений:

$$f_t^1 + v_l\hat{f}_{\bar{x}}^1 + P\hat{f}^1 + R\frac{f_{k+1}^2 - f_{k-1}^2}{2h_v} = D,$$
$$\hat{f}^2 - \frac{f_{k+1}^2 + f_{k-1}^2}{2h_v} + v_l\hat{f}_{\bar{x}}^1 + P\hat{f}^1 + R\frac{f_{k+1}^2 - f_{k-1}^2}{2h_v} = D, \tag{11}$$

где f^1, f^2 — пара приближенных значений f.

В (11) использована схема Лакса для вычисления второй компоненты f^2. Только эта схема оказалась эффективной в случае, когда собственные числа матрицы R комплексны.

Начальные условия аппроксимируются :

$E^{1,2}(z_i, x_j, 0) = 0,$

$f^{1,2}(z_i, x_j, v_l, 0) = 0.$

Все приведенные разностные схемы являются экономичными. Они являются схемами полной аппроксимации, имеющими на достаточно гладких решениях первый порядок аппроксимации по времени и пространству.

Для разностных схем (4) и (8)-(11), используя методику п.3.1.3, можно доказать устойчивость по начальным данным и правой части, а также сходимость решения разностной задачи к решению исходной дифференциальной при $h_z, h_x, h_v, h_t \to 0$.

Глава 4 посвящена обсуждению результатов численного моделирования нелинейных процессов излучения электромагнитных волн в объемных ЛСЭ. Предложенные в главе 3 разностные схемы и алгоритмы были положены в основу созданных комплексов программ. Тестирование каждого комплекса проводилось в два этапа. На первом этапе сравнивались результаты численного моделирования с аналитическими решениями соответствующих линейных стационарных задач дифракции в идеальных кристаллах. На втором этапе проводились численные эксперименты по созданным программам для полных задач. Полученные данные сравнивались с контрольными результатами линейных задач. В частности, проверялось выполнение пороговых условий и условий генерации для первой и третьей задач, а для второй задачи полученные численные данные сравнивались с результатами линейной задачи для стационарного деформированного (нагретого) кристалла. Предложенные в диссертации графики результатов численных расчетов свидетельствуют, что результаты моделирования различных схем объемных параметрических ЛСЭ и дифракции рентгеновских лучей на нестационарном кристалле согласуются с аналитическими оценками. На основании проведенных расчетов можно говорить об эффективности работы разностных алгоритмов, построенных в данной работе.

ВЫВОДЫ

Целью диссертации является исследование нелинейных режимов работы объемных ЛСЭ на основе механизма параметрического квазичеренковского излучения, генерируемого РЭП в объемных периодических средах, в рентгеновском и оптическом диапазонах длин волн, создание теоретической модели динамической дифракции рентгеновских лучей на нестационарных деформированных кристаллах, построение экономичных разностных методов решения систем нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных гиперболического типа первого порядка.

Основными результатами работы являются следующие:

1) построены физические и математические модели, описывающие нелинейную стадию развития квазичеренковской неустойчивости РЭП в кристалле в рентгеновском диапазоне длин волн, нелинейный режим поверхностного параметрического оптического квазичеренковского ЛСЭ;

2) впервые получена система дифференциальных уравнений типа уравнений Такаги, описывающая динамическую дифракцию рентгеновских лучей на нестационарном деформированном кристалле;

3) разработаны экономичные разностные методы решения систем дифференциальных уравнений первого порядка в частных производных гиперболического типа, в том числе многомерных;

4) доказаны устойчивость и сходимость предложенного разностного метода решения системы квазилинейных дифференциальных уравнений в частных производных гиперболического типа, моделирующей квазичеренковскую неустойчивость РЭП в кристалле;

5) созданы комплексы программ для расчета задач моделирования нелинейной стадии развития квазичеренковской неустойчивости РЭП в кристалле в рентгеновском диапазоне длин волн, динамической дифракции рентгеновских лучей на нестационарном деформированном кристалле, нелинейного режима

поверхностного параметрического оптического квазичеренковского ЛСЭ;

6) в рамках проведенных вычислительных экспериментов получена количественная картина развития нелинейной стадии квазичеренковской неустойчивости РЭП в кристалле и показано, что режим абсолютной неустойчивости системы "электромагнитная волна + РЭП + кристалл" существенно нелинеен; показано, что при генерации излучения в кристалле необходимо учитывать нестационарные деформации кристалла, обусловленные его нагревом РЭП; найдены основные параметры нелинейной стадии поверхностного оптического параметрического квазичеренковского ЛСЭ.

Основные результаты опубликованы в следующих работах:

1. Абрашин В. Н., Грубич А. О., Сытова С. Н. Нелинейная стадия развития черенковской неустойчивости релятивистского электронного пучка // Математическое моделирование. — 1991. — Т. 3, № 8. — С. 21-29.
2. Сытова С. Н. Численный метод решения одной задачи ядерной физики // Весці АН Беларусі. Сер. фіз.-мат. н. — 1993. — № 2. — С. 44-50.
3. Грубич А. О., Сытова С. Н. Рассеяние рентгеновских лучей на нестационарном кристалле // Весці АН Беларусі. Сер. фіз.-мат. н. — 1993. — № 3. — С. 90-94.
4. Baryshevsky V. G., Batrakov K. G., Dubovskaya I. Ya, Sytova S. N. Visible Surface Quasi-Cherenkov FEL // Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. — 1995. — Vol. A358. — P. 508-511.
5. Сытова С. Н. Численный метод решения гиперболической системы с особенностями // Дифференциальные уравнения. — 1996. — Т. 32, № 7. — С. 986-989.
6. Сытова С. Н. Численное моделирование процессов дифракции рентгеновского излучения в кристаллах // В печати. Весці АН Беларусі. Сер. фіз.-мат. н. — 1997. — № 4.
7. Сытова (Поснова) С. Н. Численное моделирование черенковской неустойчивости релятивистского электронного пучка // Актуальные проблемы информатики: математическое, программное и информационное обеспечение. Материалы межреспубликанской научно-практической конференции творческой молодежи. 2-6 апреля 1990 г. — Минск, 1990. — С. 120-121.
8. Сытова С. Н. О методе решения задачи моделирования черенковской неустойчивости релятивистского электронного пучка // Актуальные проблемы информатики: математическое, программное и информационное обеспечение. Материалы межреспубликанской научно-практической конференции творческой молодежи. 18-22 мая 1992 г. —Минск, 1992. — С. 131-132.
9. Сытова С. Н. Программа моделирования взаимодействия излучения с веществом // IV Конференция математиков Беларуси. 29 сен.-2 окт. 1992 г. — Гродно, 1992. — С. 160.

РЭЗЮМЭ

Сытава Святлана Мікалаеўна

МАТЭМАТЫЧНАЕ МАДЭЛІРАВАННЕ НЕЛІНЕЙНЫХ ПРАЦЭСАЎ ВЫПРАМЕНЬВАННЯ ЭЛЕКТРАМАГНІТНЫХ ХВАЛЯЎ У АБЪЕМНЫХ ЛАЗЕРАХ НА СВАБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ

Ключавыя словы: *матэматычнае мадэліраванне, сістэмы дыферэнцыяльных ураўненняў у частковых вытворных, вылічальныя метады, лазер на свабодных электронах (ЛСЭ), электрамагнітнае выпраменьванне, параметрычнае рэнтгенаўскае выпраменьванне, дынамічная дыфракцыя, рэлятывіцкія электронныя пучкі (РЭП).*

Метадамі матэматычнага мадэліравання праведзена даследванне нелінейных рэжымаў работы розных схем аб'емных ЛСЭ на падставе механізма параметрычнага квазічаранкоўскага выпраменьвання, генерыруемага РЭП у трохмерных прастранствена-перыядычных асяроддзях. Створана тэарэтычная мадэль дынамічнай дыфракцыі рэнтгенаўскага выпраменьвання на нестацыянарных дэфармаваных крысталах і праведзен аналіз канкрэтнай мадэлі. Пабудаваны эканамічныя разнастныя метады рашэння сістэм нелінейных дыферэнцыяльных ураўненняў у частковых вытворных гіпербалічнага тыпа першага парадку, ў тым ліку мнагамерных, даследаваны іх устойлівасць і схадзімасць.

Атрыманыя рэзультаты будуць выкарыстаны пры планаванні эксперыментаў па абнаружэнню квазічаранкоўскай неўстойлівасці РЭП у асяроддзях у рэнтгенаўскім і аптычным дыяпазонах даўжынь хваляў. Задача дынамічнай дыфракцыі рэнтгенаўскага выпраменьвання ў нестацыянарных дэфармаваных крысталах пастаўлена і вырашана ўпершыню. Даследванне змянення ў часе характэрыстык дыфракцыі рэнтгенаўскага выпраменьвання на крыстале можа быць пакладзена ў аснову стварэння арыгінальнага метада дыягностыкі паводзін крыстала з пікасекундным разрашэннем, а таксама пры даследванні характарыстык рэнтгэнаўскага ЛСЭ з рэзанатарам, параметры якога змяняюцца ў часе. Распрацаваныя эканамічныя разнастныя метады могуць выкарыстоўвацца пры рашэнні шырокага класа сістэм дыферэнцыяльных ураўненняў у частковых вытворных. Створаныя комплексы праграм могуць выкарыстоўвацца пры выкананні НДОКР па стварэнню прамысловых абразцоў новых ЛСЭ.

РЕЗЮМЕ

Сытова Светлана Николаевна

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ПРОЦЕССОВ ИЗЛУЧЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ОБЪЕМНЫХ ЛАЗЕРАХ НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ

Ключевые слова: *математическое моделирование, системы дифференциальных уравнений в частных производных, численные методы, лазеры на свободных электронах (ЛСЭ), электромагнитное излучение, параметрическое рентгеновское излучение, динамическая дифракция, релятивистские электронные пучки (РЭП).*

Методами математического моделирования проведено исследование нелинейных режимов работы различных схем объемных ЛСЭ на основе механизма параметрического квазичеренковского излучения, генерируемого РЭП в трехмерных пространственно-периодических средах. Создана теоретическая модель динамической дифракции рентгеновских лучей на нестационарных деформированных кристаллах и проведен численный анализ конкретной модели. Построены экономичные разностные методы решения систем нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных гиперболического типа первого порядка, в том числе многомерных, исследованы их устойчивость и сходимость.

Полученные результаты будут использованы при планировании экспериментов по обнаружению квазичеренковской неустойчивости РЭП в мишенях в рентгеновском и оптическом диапазонах длин волн. Задача динамической дифракции рентгеновских лучей в нестационарных деформированных кристаллах поставлена и решена впервые. Изучение изменения во времени характеристик дифракции рентгеновских лучей на кристалле может быть положено в основу создания оригинального метода диагностики состояния кристалла с пикосекундным разрешением, а также при исследовании характеристик рентгеновского ЛСЭ с резонатором, параметры которого изменяются во времени. Разработанные экономичные разностные методы могут использоваться при решении широкого класса систем дифференциальных уравнений в частных производных. Созданные комплексы программ могут найти применение при выполнении НИОКР по созданию промышленных образцов новых ЛСЭ.