



# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБЪЕМНЫХ ЛАЗЕРОВ НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ. СРАВНЕНИЕ С РЕЗУЛЬТАТАМИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

10100101010011110100001001011101001011010101010111010000410000101010100  
004100001010010100100100101000010110100101014000011110101010100111101000010010111010010  
110101010101101000041000010101010010100001011010010101400001111010010

Светлана Сытова  
Институт ядерных проблем  
Белгосуниверситета  
[sytova@inp.bsu.by](mailto:sytova@inp.bsu.by)

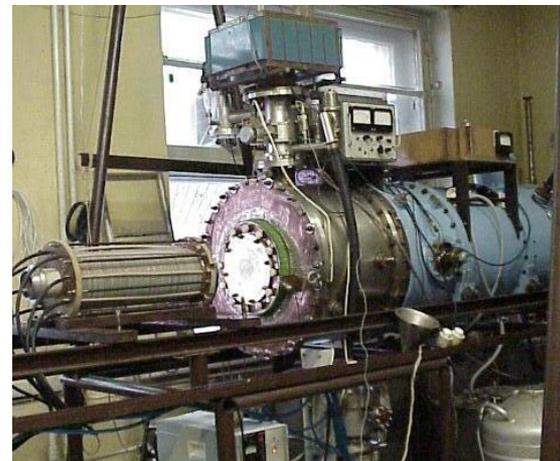
# Содержание

1. **Что такое объемные лазеры на свободных электронах (ОЛСЭ)**
2. **Математическая модель ОЛСЭ**
3. **Комплекс программ для моделирования ОЛСЭ**
4. **Результаты моделирования установок ОЛСЭ**
5. **Он-лайн курс лекций «Нелинейная динамика излучения пучков заряженных частиц в пространственно-периодических структурах»**



# Объемный лазер на свободных электронах (ОЛСЭ)\*

электронный прибор, работающий на излучении релятивистских электронов, движущихся в двумерных (трехмерных) пространственно-периодических средах (резонаторах, естественных или искусственных электромагнитных (фотонных) кристаллах) в синхронизме с одной или несколькими электромагнитными волнами, для которых выполняются условия дифракции Брэгга в резонаторе вблизи области вырождения корней дисперсионного уравнения.

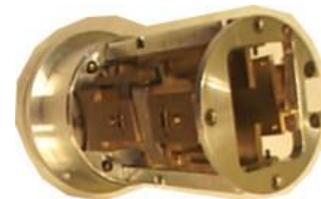


\*V.G.Baryshevsky, I.D.Feranchuk, Phys.Lett. 102A (1984) 141,  
В.Г.Барышевский, ДАН СССР, 299(1988), 1363

V.G.Baryshevsky et al., NIM 483 A (2002) 21,  
V.G. Baryshevsky et al., NIM. B 252 (2006) 86

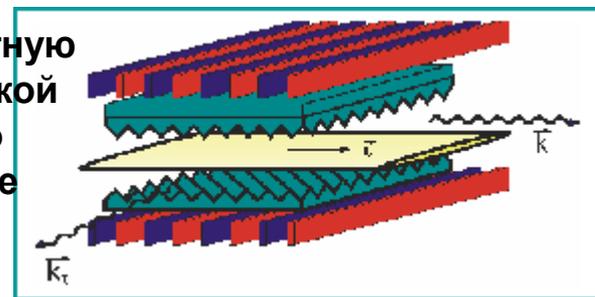


# История экспериментов – установка ОЛСЭ-10



Резонатор установки сформирован двумя дифракционными решетками с различными периодами и двумя гладкими боковыми стенками. Взаимодействие первой дифракционной решетки (возбуждающей) с электронным пучком генерирует излучение Смита–Парсела.

Вторая (резонансная) решетка обеспечивает распределенную обратную связь между полем и электронным пучком посредством динамической дифракции Брэгга. Конструкция резонатора позволяет изменять его параметры в течение эксперимента (вращать и изменять расстояние между дифракционными решетками и электронным пучком). Это обеспечивает возможность настройки условий двухволновой дифракции.



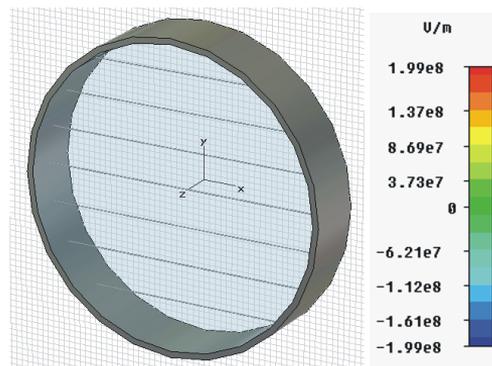
Основные параметры установки ОЛСЭ-10:

ленточный пучок сечением  $1 \times 10 \text{ см}^2$  с энергией электронов 110 кэВ, длина волны –  $4 \div 8 \text{ мм}$ .

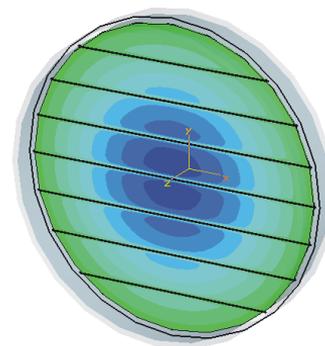


V.G.Baryshevsky et al., NIM 483 A (2002) 21

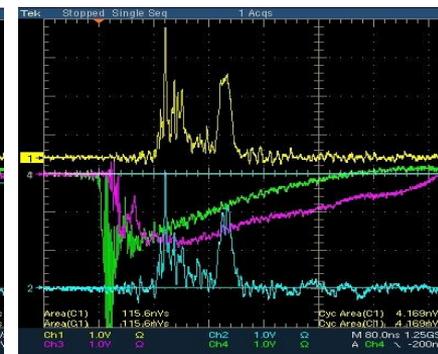
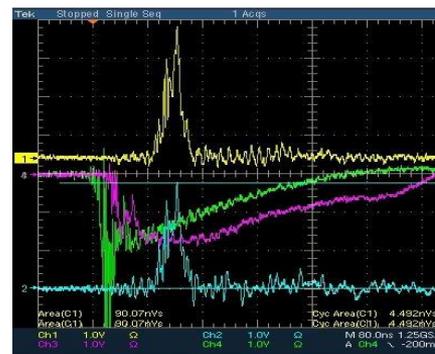
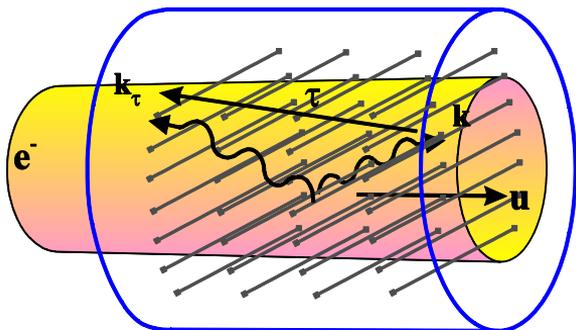
# История экспериментов ОЛСЭ-250 – сеточные резонаторы\*



constant period



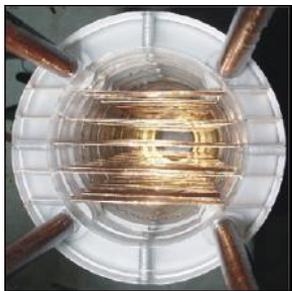
variable period



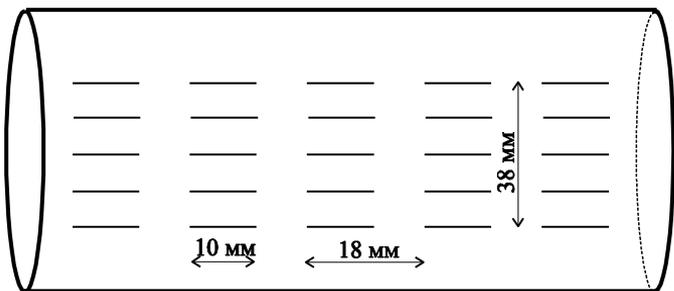
\*V.G.Baryshevsky et al. Proc. IRMMW-THz 2010, Proc FEL2010.

Основные параметры установки ОЛСЭ-250: пучок с энергией электронов 250 кэВ,  
длина волны – 3 см.

# История экспериментов ОЛСЭ-250 – фольговые резонаторы\*



Фольговый резонатор – отрезок волновода с периодически натянутыми металлическими лентами со следующими параметрами:  
толщина ленты – 10 мм,  
длина одного периода – 18 мм,  
число периодов  $n$  в резонаторе – от 10 до 15,  
число поперечных рядов – 5.  
Частота излучения: 2–8 ГГц.  
Электронный пучок с энергией 250 кэВ,  
плотность тока порядка 300 А/см<sup>2</sup>.  
Диэлектрическая проницаемость фольгового резонатора  $|\chi_0| = 0.37$ .



\*V.G.Baryshevsky et al. Proc. IRMMW-THz 2010, Proc FEL2010



# Новый закон неустойчивости\* электронного пучка, движущегося в пространственно-периодической среде

Инкремент неустойчивости в точках вырождения корней дисперсионного уравнения:

$$G \sim \sqrt[3+s]{\rho}$$

вместо  $\sim \sqrt[3]{\rho}$  для других систем (ЛОВ, ЛБВ, ЛСЭ и др.)

Пороговый ток в точках вырождения корней дисперсионного уравнения:

$$j_{start} \sim \frac{1}{(kL)^{3+2s}}$$

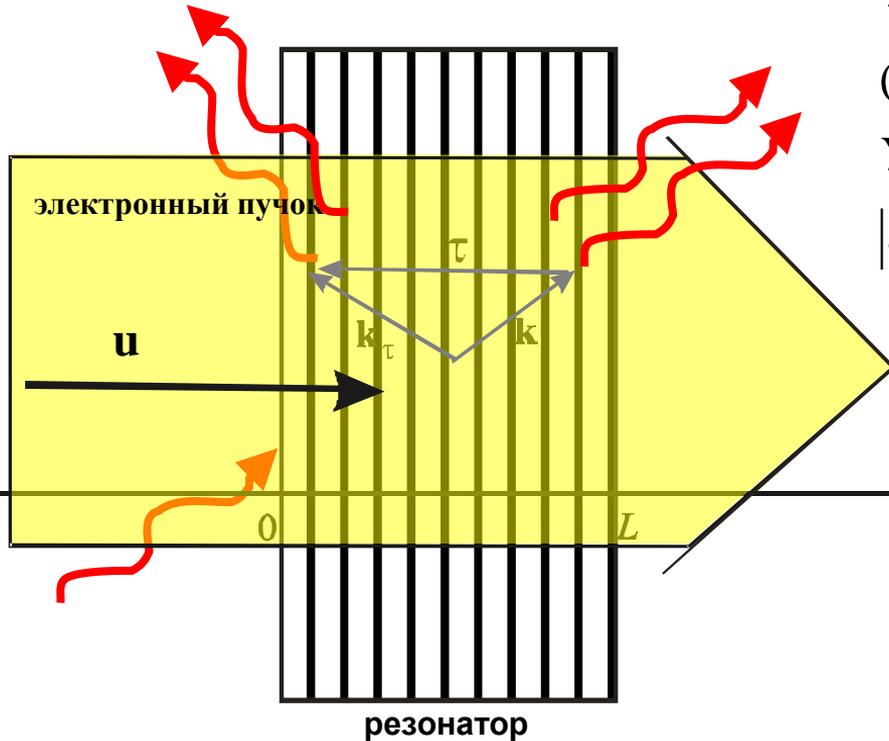
вместо  $\sim (kL)^{-3}$  для других систем.

$s$  – число дополнительных волн, возникающих в системе вследствие дифракции.

\*V.G.Baryshevsky, I.D.Feranchuk, Phys.Let. 102A (1984) 141,  
В.Г.Барышевский, ДАН СССР, 299(1988), 1363



# Математические модели ОЛСЭ



Условия дифракции

$$(\mathbf{k} + \boldsymbol{\tau})^2 \approx \mathbf{k}^2.$$

Условия синхронизм а :

$$|\omega - \mathbf{k}\mathbf{u}| = \delta\omega \approx 0.$$

Взаимодействие электронного пучка с электромагнитным полем в ОЛСЭ намного эффективнее, чем в одномерной ситуации, поскольку групповая скорость электромагнитных волн резко  $z$  уменьшается из-за их непрерывных отражений от периодических плоскостей резонатора. За счет сверхразмерности ОЛСЭ с широким в поперечном сечении пучком. и ОРОС электронный пучок излучает более эффективно.

ОЛСЭ может использовать различные механизмы спонтанного излучения – дифракционное или черенковское, Смит-Парселл, ондуляторное, излучение в лазерной волне и т.д.

# Исходные уравнения

Уравнения Максвелла:

$$\Delta \mathbf{E} - \nabla(\nabla \mathbf{E}) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial t^2} = \frac{\partial \mathbf{j}_b}{\partial t},$$

n-волновое приближение:

$$\mathbf{E} = \sum_{j=1}^n \mathbf{e} E_j e^{i(\mathbf{k}_j \mathbf{r} - \omega t)}, \quad \mathbf{j}_b = \sum_{l=1}^m \mathbf{e} j_l e^{i(\mathbf{k}_j \mathbf{r} - \omega t)}$$

Вектор электрической индукции:

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) \approx \varepsilon(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t), \quad \varepsilon(\mathbf{r}, \omega) = \sum_{\tau} \varepsilon(\tau, \omega) \exp(-i\tau \mathbf{r}),$$

$$\varepsilon(0, \omega) = 1 + \chi_0, \quad \varepsilon(\tau, \omega) = \chi_{\tau}, \quad \varepsilon(-\tau, \omega) = \chi_{-\tau}$$

Уравнение движения:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = e \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{H}] \right\}, \quad \mathbf{p} = m\gamma \mathbf{v},$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{e}{m\gamma^3} (\mathbf{e} \mathbf{n}) \operatorname{Re} \left[ E e^{i\theta(t, t_0, \mathbf{r}_{\perp})} \right]$$

$$\theta(t, t_0, \mathbf{r}_{\perp}) = k_z z + \mathbf{k}_{\perp} \mathbf{r}_{\perp} - \omega t(z, t_0)$$

## Уравнения для электронного пучка

$$\frac{\partial^2 \theta(t, z, p)}{\partial z^2} = \frac{e\Phi}{m\gamma^3 \omega^2} \left( k - \frac{\partial \theta(t, z, p)}{\partial z} \right)^3 \operatorname{Re}(E(t - z/u, z)) \times \exp(i\theta(t, z, p)),$$

$$\frac{\partial \theta(t, 0, p)}{\partial z} = k - \omega/u, \quad \theta(t, 0, p) = p,$$

$$t > 0, \quad z \in [0, L], \quad p \in [-2\pi, 2\pi]$$

$\theta(t, z, p)$  – фаза электронов пучка по отношению к электромагнитной волне

Использован метод усреднения по фазам влета релятивистских электронов в область взаимодействия (по моменту и по поперечной координате влета электронов в область взаимодействия).

## Система для двухволнового ОЛСЭ в обобщенном виде:

$$\frac{\partial E}{\partial t} + a_1 \frac{\partial E}{\partial z} + b_{11}E + b_{12}E_\tau = \Psi \int_0^{2\pi} \frac{2\pi - p}{8\pi^2} \left( e^{-i\Theta(t,z,p)} + e^{-i\Theta(t,z,-p)} \right) dp,$$

$$\frac{\partial E_\tau}{\partial t} + a_1 \frac{\partial E_\tau}{\partial z} + b_{21}E + b_{22}E_\tau = 0,$$

$$E(t, 0) = E_0, \quad E_\tau(t, L) = E_{\tau 0}$$

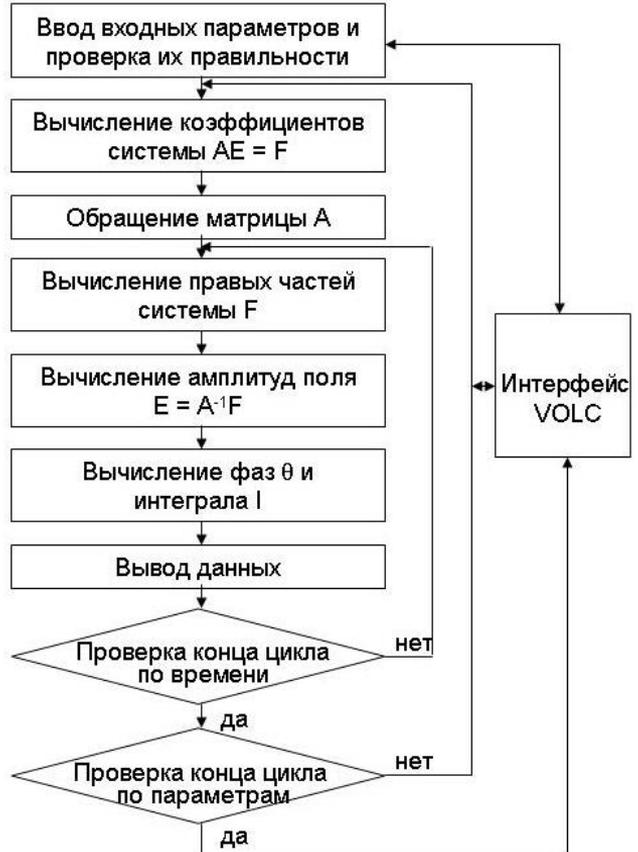
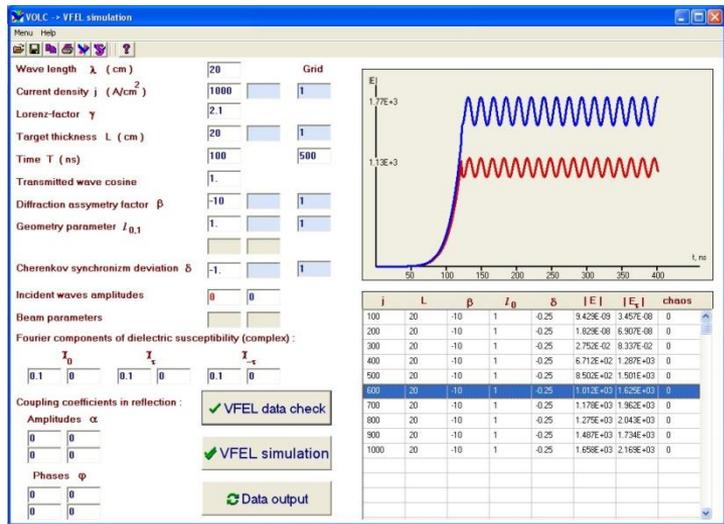
$$\frac{\partial^2 \Theta(t, z, p)}{\partial z^2} = \Upsilon \left( k_z - \frac{\partial \Theta(t, z, p)}{\partial z} \right)^3 \operatorname{Re} \left( E(t - z/u, z) e^{i\Theta(t, z, p)} \right),$$

$$\Theta(t, z, p) = p, \quad \frac{\partial \Theta(t, z, p)}{\partial z} = k_z - \omega / u.$$

\*К.Г.Батраков, С.Н.Сытова. ЖВМ МФ, 2005. Т. 45, № 4, с. 690-700

# Комплекс программ для моделирования ОЛСЭ

Для моделирования различных вариантов ОЛСЭ в 1999–2019 г. был разработан комплекс программ VOLC (“VOLume Code”) – нестационарная программа, позволяющая осуществлять моделирование рассматриваемых физических процессов в одном (1D) и двух (2D) пространственных измерениях. Предназначена для экспресс-моделирования работы различных типов ОЛСЭ.



# Комплекс программ для моделирования ОЛСЭ

## позволяет моделировать:

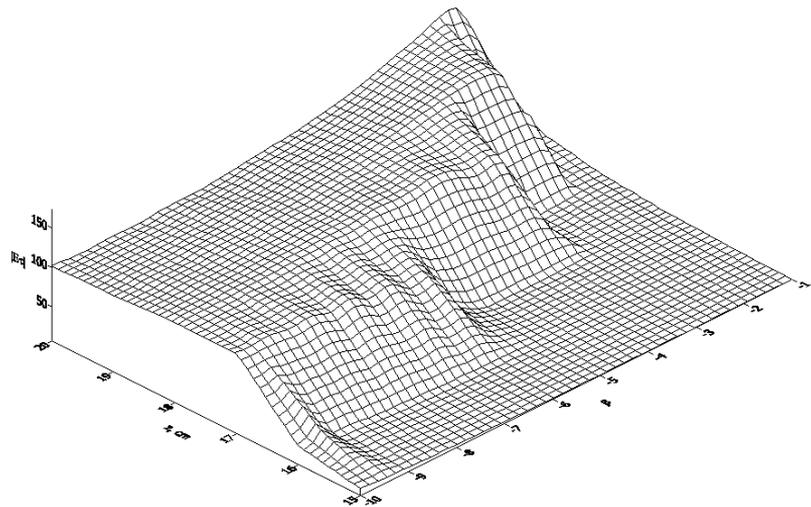
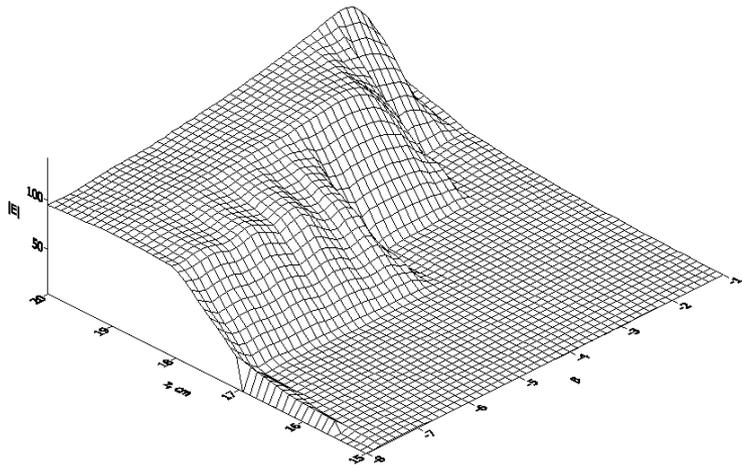
- режимы усиления и генерации ОЛСЭ, включая режим SASE, в геометрии Брэгга и Лауэ в различных типах резонаторов, включая естественные кристаллы (рентгеновский диапазон), сеточные и фольговые резонаторы (СВЧ-диапазон) для двух- и трех-волнового случая дифракции, различных дифракционных структур (с учетом отраженных волн в оптическом диапазоне длин волн), с наличием внешних зеркал;
- эффекты дисперсии электромагнитных волн в системе;
- динамику пучка электронов при моделировании фаз электронов и функций распределения;
- двухпучковый двухволновой ОЛСЭ;
- циклы по нескольким входным параметрам (параметры внешнего импульса электромагнитного излучения, длина резонатора, плотность тока пучка электронов, форма его импульса, геометрические параметры дифракции, отстройка от точного выполнения черенковского условия, параметры фотонного кристалла и др.) для формирования параметрических карт перехода к хаосу в системе.

## позволяет осуществлять:

- проверку условий дифракции в системе;
- вычисление значений коэффициентов разложения диэлектрической проницаемости среды в ряд по векторам обратной решетки;
- учитывать форму электромагнитных волн и пучка электронов, падающих на систему.

# Результаты моделирования установки ОЛСЭ-10

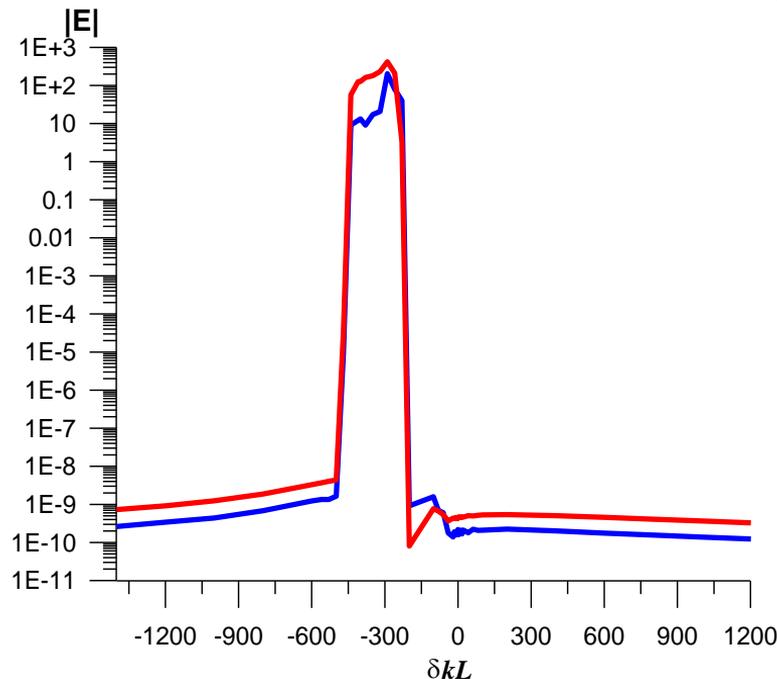
Параметры:  $\lambda = 4$  мм,  $L = 15 \div 20$  см,  $j = 1$  А/см<sup>2</sup>,  $\gamma = 2.5$ ,  $\chi_0 = (1.0, 0.0)$ ,  $\chi_\tau = (0.01, 0.0)$ ,  $\beta = -1 \div -8$ .



Зависимость амплитуды электромагнитного поля от длины мишени и фактора асимметрии  $\beta = \gamma_0/\gamma_1$  для установки ОЛСЭ-10

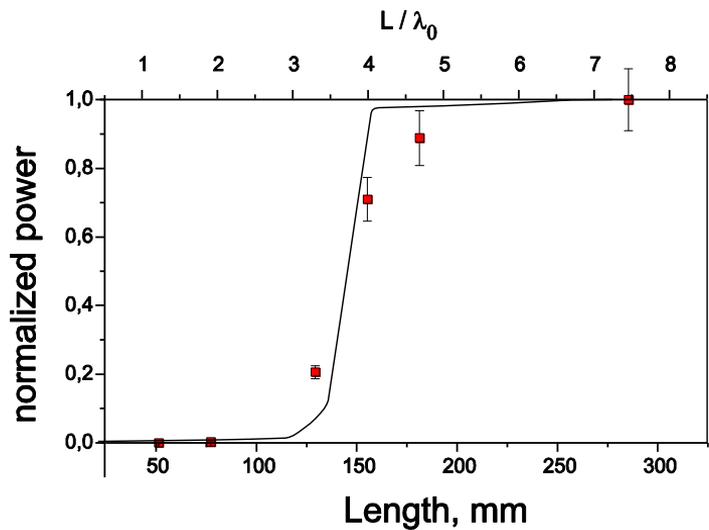
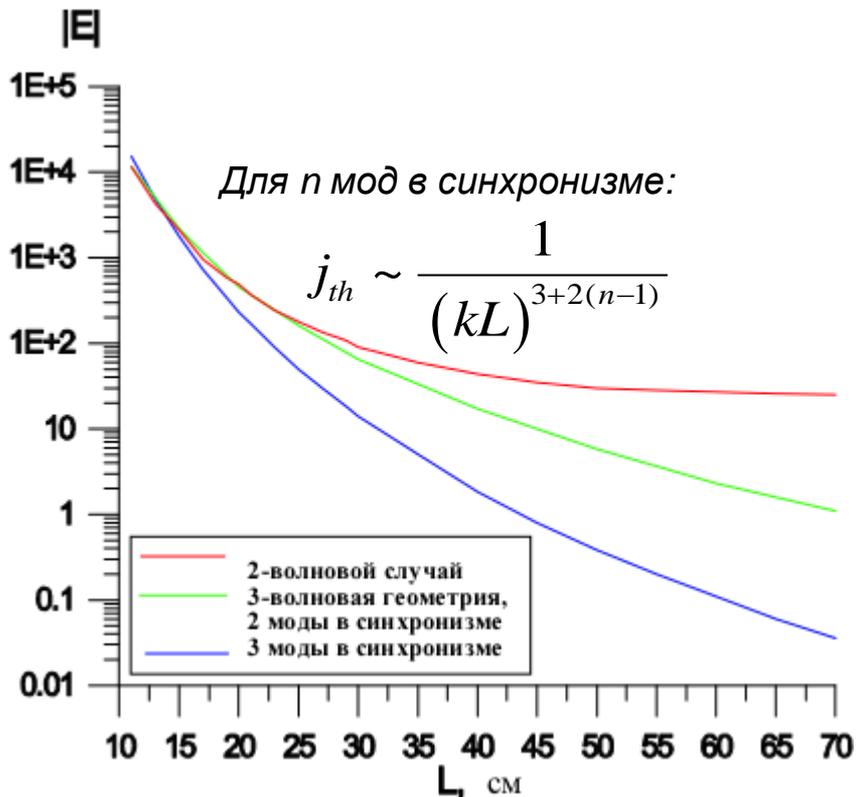
# Результаты моделирования установки ОЛСЭ-250

$\lambda = 3$  см,  $\beta = 0.69$ ,  $j = 100$  А/см<sup>2</sup>,  $\chi_0 = (0.1, 0.04)$ ,  $\chi_\tau = (0.1, 0.0)$ ,  $L = 40$  см,  $l_0 = 3.0$ ,  $l_1 = 0.003333$ .



Зависимость амплитуды электромагнитного поля от отстройки от точного выполнения условия Вавилова-Черенкова для проходящей (красная кривая) и дифрагированной (синяя кривая) волн

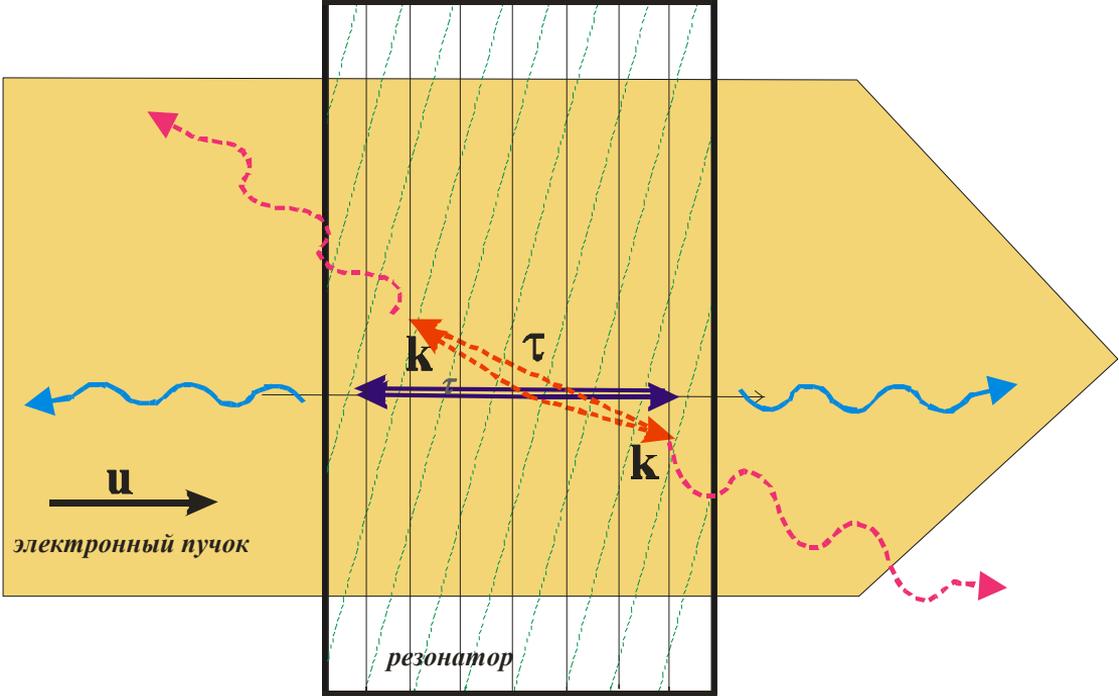
# Пороги генерации для установки ОЛСЭ-250



Baryshevsky V.G. et al., Proc. FEL06, p.331

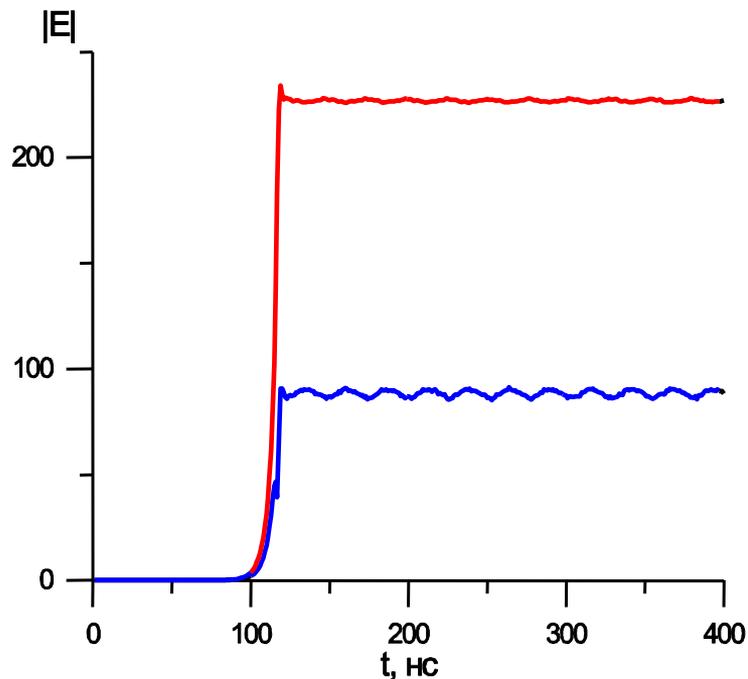


# Сравнение одномерной\* и двумерной распределенной обратной связи (РОС)

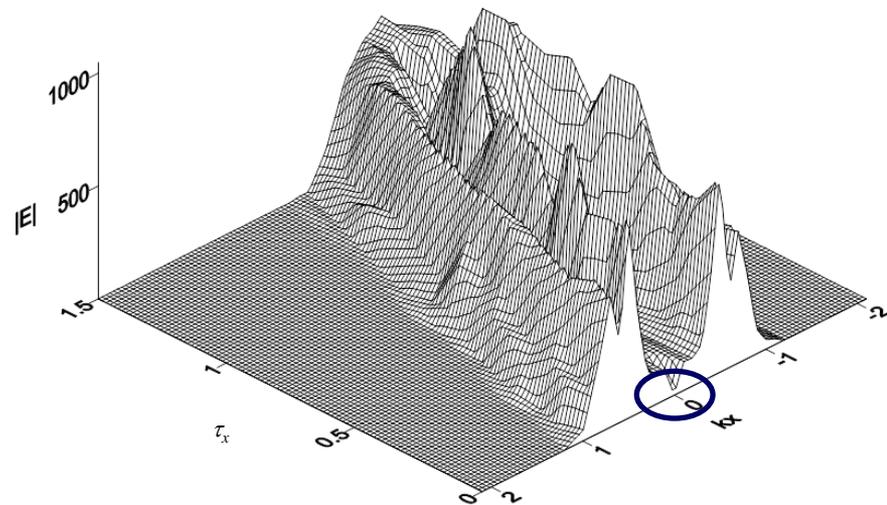


Baryshevsky V.G., Molchanov P.V. NPCS, 2013, Vol.16, No.3, pp.209-216

# Сравнение одномерной и двумерной РОС



Временная зависимость амплитуд проходящей волны (синяя кривая) и дифрагированной волны (красная кривая) в одномерной геометрии



Неодномерная геометрия для проходящей волны. Синим выделена точка, соответствующая левому рисунку. Видно, что выбором геометрии (параметров  $k_x$  и  $\tau_x$ ) можно получить существенно большие величины амплитуд полей.

# Эффективность многосекционного ОЛСЭ

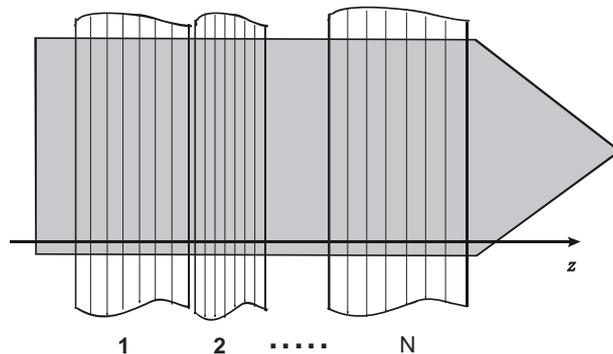
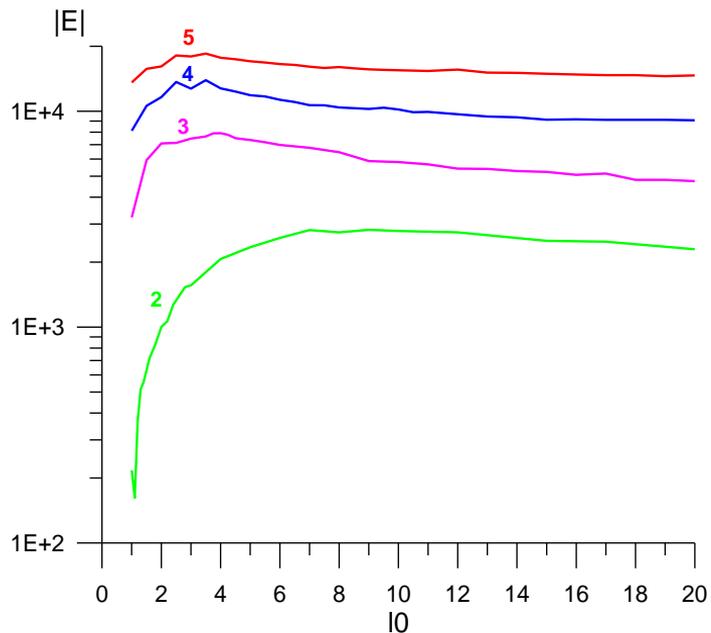


Схема многосекционного ОЛСЭ



Зависимость амплитуды электромагнитного поля от параметра  $I_0$  для 2, 3, 4 и 5

секций

# Ознакомительный обзорный он-лайн курс лекций «Нелинейная динамика излучения пучков заряженных частиц в пространственно-периодических структурах»

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ ИЗЛУЧЕНИЯ СИЛЬНОТОЧНЫХ ПУЧКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ПРОСТРАНСТВЕННО- ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ

Курс находится в свободном доступе на портале BelNET <https://belnet.bsu.by/elib/?i=126> ,  
состоит из 140 слайдов в виде 5 презентаций в формате pdf:

Введение.

- I. История исследований.
- II. Методы математического моделирования и комплексы программ.
- III. Математические модели ОЛСЭ и результаты численного моделирования.
- IV. Информационные технологии для сохранения и распространения полученных научных знаний.



Светлана Сытова  
Институт ядерных проблем  
Белгосуниверситета  
[sytova@inp.bsu.by](mailto:sytova@inp.bsu.by)

# Число правит Вселенной. Пифагор

