

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ ЛАЗЕРОВ НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ

С. Н. Сытова

Институт ядерных проблем Белорусского государственного университета
sytova@inp.bsu.by

В статье дается обзор основных этапов моделирования различных типов лазеров на свободных электронах и других близких по физическим принципам вакуумных электронных устройств. Рассмотрены физические принципы работы и математические модели, описывающие лазеры на свободных электронах, объемные лазеры на свободных электронах и другие вакуумные электронные приборы. Дан обзор известных компьютерных программ, разработанных для математического моделирования таких приборов, а также рассмотрены проблемы их валидации и верификации.

Ключевые слова: математическое моделирование, сильноточные пучки заряженных частиц, вакуумные электронные приборы, лазеры на свободных электронах, объемные лазеры на свободных электронах

MATHEMATICAL MODELING OF DIFFERENT TYPES OF FREE ELECTRON LASERS

S.N.Sytova

Institute for Nuclear Problems, Belarusian State University

The article provides an overview of main stages of modeling various types of free-electron lasers and other similar in physical principles vacuum electronic devices. The physical principles of operation and mathematical models describing free electron lasers, volume free electron lasers and other vacuum electronic devices are considered. A review of well-known computer programs developed for mathematical modeling of such devices is given, and the problems of their validation and verification are also considered.

Keywords: mathematical modeling, high-current beams of charged particles, vacuum electronic devices, free electron laser, volume free electron laser

1. Введение

Статья посвящена обзору основных этапов моделирования различных типов лазеров на свободных электронах и других близких по физическим принципам устройств вакуумной электроники. Эти этапы хорошо известны

[1]: формулировка и понимание физической теории устройства и его физической модели, разработка системы математических уравнений, называемой математической моделью, создание компьютерного кода, его валидация и верификация, проведение компьютерного моделирования и обработка численных результатов моделирования.

И если с формулированием физических и математических моделей все достаточно понятно [1–4], то проблемы валидации и верификации компьютерных кодов вызывают зачастую затруднения у читателей. Поэтому сделаем небольшой экскурс в эту проблему.

С конца прошлого века в процессе бурного развития современной компьютерной техники и взрывного увеличения объема программного обеспечения, разработки большого количества сложных компьютерных программ для применения в различных областях науки, техники, экономики и т.д. возникла насущная проблема в решении вопросов валидации и верификации программного обеспечения (ПО), в том числе ПО для потребностей моделирования физических процессов и явлений, а также обработки больших объемов экспериментальных данных, полученных на крупнейших экспериментальных установках мира. В связи с этим ряд ведущих научных, технических профессиональных и военных учреждений, в том числе Институт инженеров электротехники и электроники (IEEE), Министерство обороны США, Американский институт аэронавтики и космонавтики (IAAA) сформулировали подходы и разработали руководства и стандарты [5–7] по проблемам моделирования, верификации и валидации систем, программного и аппаратного обеспечения. Также опубликовано большое количество научных работ на данную тему [8–10], в том числе известные монографии [1–4] и др.

Под верификацией понимается процесс определения того, насколько реализация модели точно представляет концептуальное описание модели и решение модели. Под валидацией понимается процесс определения степени, в которой модель является точным представлением реального мира с точки зрения предполагаемого использования модели. Иными словами – при верификации задается вопрос: «Правильно ли мы создаем программный продукт?», то есть соответствует ли ПО его спецификации. При валидации задается вопрос: «Правильный ли продукт мы создаем?». То есть – выполняет ли ПО то, что действительно требуется пользователю. Авторы [2] подчеркивают, что сам автор программы должен быть уверен в ней и знать границы, в пределах которых она должна работать. И эта уверенность должна быть реальной, а все составные части программы (например, движение ча-

стиц, моделирование полей и т. д.) должны тестироваться отдельно для получения предсказуемых результатов.

Теперь рассмотрим физические принципы работы различных типов лазеров на свободных электронах (ЛСЭ).

2. Квазичеренковская неустойчивость релятивистских электронных пучков в пространственно-периодических средах

Известно, что при движении электронов в среде, в которой фазовая скорость электронов превышает фазовую скорость электромагнитных волн, возникает индуцированное черенковское излучение, открытое в 30-х годах XX века [11, 12]. Суть данного явления состоит в следующем.

Пусть на электрон, прямолинейно равномерно движущийся по закону $\mathbf{s} = \mathbf{u}t$, где \mathbf{u} – скорость электрона, в среде действует электрическое поле с силой, пропорциональной $\exp(i(\mathbf{k}\mathbf{u} - \omega t))$, где ω и \mathbf{k} – соответственно частота и волновой вектор электромагнитной волны. Если в среде фазовая скорость электромагнитной волны меньше фазовой скорости электрона, то на каких-то частотах ω будет выполнено условие Вавилова-Черенкова [11]:

$$\omega - \mathbf{k}\mathbf{u} = 0. \quad (1)$$

При его выполнении действующая на электрон сила будет постоянной. Электрон либо ускоряется, либо тормозится в поле волны, соответственно либо поглощая, либо излучая энергию на частоте ω . В том случае, когда вместо одного электрона имеется электронный пучок, излучение (поглощение) становятся коллективными – индуцированными. Если электроны немного обгоняют волну, то происходит передача энергии направленного движения электронов пучка полю волны, т. е. усиление волны или индуцированное черенковское излучение.

В [13, 14] впервые предложено явление квазичеренковской неустойчивости пучка релятивистских заряженных частиц, движущихся в трехмерной пространственно-периодической среде. В случае, когда такой средой является естественный монокристалл, в котором величина пространственного периода определяется периодом кристаллической решетки, испускаемое квазичеренковское излучение имеет длину, сравнимую с межатомными расстояниями, т. е. принадлежит рентгеновскому диапазону. Основой для формирования такого излучения является динамическая дифракция фотонов в трехмерной периодической среде [15].

Динамическая дифракция излучения в кристалле изменяет собственные состояния рентгеновских фотонов и делает возможным выполнение черенковского условия вблизи частоты ω_B , для которой выполняется брэгговское условие [15]. В кристалле вблизи выполнения брэгговского условия происходит расщепление фотонной дисперсионной кривой на n ветвей при многоволновой дифракции [16]. В этом случае при определенных значениях параметров дифракции некоторые показатели преломления становятся больше единицы. Для этих ветвей возможно выполнение черенковского условия (1), хотя в обычных случаях в рентгеновском диапазоне показатель

преломления $n(\omega) = 1 - \omega_L^2 / (2\omega^2)$ меньше единицы ($\omega_L^2 = \frac{4\pi e^2 n_e}{m_e}$ — плаз-

менная частота среды). Таким образом, в интервале частот $\frac{\Delta\omega}{\omega_B} \sim 10^{-3}$

вблизи ω_B генерируется спонтанное излучение, имеющее высокую спектральную и угловую плотность.

Соответствующий механизм спонтанного рентгеновского излучения релятивистскими заряженными частицами в кристаллах – параметрическое рентгеновское излучение (ПРИ) был предсказан и теоретически изучен в [17–20], экспериментально обнаружен в [21]. В этих работах показано, что параметрическое квазичеренковское излучение сконцентрировано в узком интервале частот в отличие от обычного оптического черенковского излучения. Детальный анализ рентгеновского излучения, образуемого равномерно движущейся в кристалле заряженной частицей, позволил сделать вывод о том, что рассматриваемое излучение имеет такую же природу, что и излучение Вавилова-Черенкова [22].

В дальнейшем было показано, что принципы ПРИ справедливы для всех частотных диапазонов. В этом случае следует говорить о квазичеренковской неустойчивости. Взаимодействие релятивистских пучков происходит в этом случае в искусственных пространственно-периодических средах с величиной пространственного периода, пропорциональной длине волны испускаемого квазичеренковского излучения [23–26].

ПРИ находит практическое применение для получения направленных пучков монохроматического рентгеновского излучения с плавно перестраиваемой частотой. В качестве другого направления использования ПРИ в [27, 20] предложено исследовать структуру кристалла с его помощью, т. к. анализ частотного спектра излучения позволяет определить все структурные амплитуды кристалла.

В начале 80-х годов было предложено использовать механизм ПРИ для создания нового типа лазера на свободных электронах – объемного параметрического квазичеренковского ЛСЭ (ОЛСЭ) [18, 19].

3. Лазеры на свободных электронах

ЛСЭ – устройства, которые для усиления электромагнитного или генерации когерентного излучения используют электронный пучок, проходящий через поперечное периодичное магнитное или электрическое поле, либо летящий над поверхностью с периодически изменяющейся диэлектрической проницаемостью, колеблющийся и излучающий под действием внешнего электромагнитного поля [28–30]. Впервые ЛСЭ предложены теоретически в начале 70-х годов XX века [31, 32]. Результаты первых экспериментов по генерации излучения различных типов ЛСЭ приведены в [33–35].

ЛСЭ является эффективным источником излучения. Поскольку длина волны излучения зависит от энергии электронов и периода ондулятора или вигглера (устройств, в которых электроны движутся по периодической осциллирующей в пространстве траектории), ЛСЭ может быть перестроен по частоте. Другой характерной особенностью ЛСЭ является генерация коротковолнового излучения в макроскопических системах благодаря использованию релятивистских эффектов. С конца 70-х годов ЛСЭ стали концептуальной альтернативой большинству источников когерентного излучения в диапазоне длин волн от рентгеновского до терагерцового [36–41], используя активно в медицине, материаловедении, физике твердого тела и др. областях науки и техники.

Как было указано выше, в [18, 19, 23–25] была предложена и разработана концепция нового типа ЛСЭ – ОЛСЭ, работа которого основана на развитии квазичеренковской неустойчивости релятивистских электронных пучков в пространственно-периодических средах, экспериментальное подтверждение принципов функционирования которого было проведено в [32–35].

Аналогичные процессы происходят в других «родственных» вакуумных электронных приборах – в лампах бегущей волны (ЛБВ), лампах обратной волны (ЛОВ), гиротронах и мазерах на свободных электронах и т. д. [46–50], основа функционирования которых также заключается в излучении электронов, сгруппированных в банчи и взаимодействующих в резонаторе (замедляющей системе) с медленными электромагнитными волнами.

4. Математические модели

В вышеуказанных теоретических работах линейная стадия развития неустойчивости в ЛСЭ, ОЛСЭ, вакуумных электронных приборах теоретически исследована достаточно полно. Нелинейная же стадия развития такой неустойчивости может быть исследована только методами математического моделирования.

Математические модели, описывающие нелинейную стадию работы ЛСЭ и ОЛСЭ, представляют собой системы многомерных нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка. Понятно, что нелинейная стадия работы таких приборов может быть рассмотрена только с использованием численных методов и разработанных на их основе компьютерных программ, поскольку аналитически получить решения таких систем уравнений невозможно.

В такой системе могут формироваться от одной (проходящей либо обратной) волны до нескольких сильных волн, распространяющихся в общем случае под углами друг к другу.

Для описания электромагнитных полей в теоретической модели любого из вышеописанных приборов используются уравнения Максвелла [51] в основном с использованием приближения медленно меняющихся амплитуд (в английском варианте – *slowly varying envelope approximation* (SVEA), впервые использованного в [52]).

В этом случае решение уравнений Максвелла для электрического поля ищется в виде суммы по N сильным электромагнитным волнам, формируемым в системе:

$$\mathbf{E} = \sum_{j=1}^N A_j e^{i(\mathbf{k}_j \mathbf{r} - \omega t)},$$

где A_j – амплитуды электромагнитных волн, \mathbf{k}_j – соответствующие им волновые векторы, ω – частота, i – мнимая единица.

Системы уравнений для моделирования ЛОВ, ЛБВ, ЛСЭ и других вакуумных электронных приборов могут быть найдены в работах [50, 53, 54] и многих других. В упрощенном виде в качестве такой общей системы уравнений часто используется следующая известная система нестационарных генераторов обратных волн (ЛОВ). Здесь в системе формируется одна (обратная, движущаяся в противоположном электронному пучку направлении) волна, зависящая от одной пространственной координаты z :

$$\frac{\partial A}{\partial \tau} - \frac{\partial A}{\partial \zeta} = -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\theta} d\theta_0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \zeta^2} = -\text{Re}[Ae^{i\theta}], \quad (3)$$

$$\theta|_{\zeta=0} = \theta_0, \quad \partial\theta / \partial\zeta|_{\zeta=0} = 0, \quad A|_{\zeta=L} = 0,$$

где θ описывает фазу электронов пучка, A – амплитуда электромагнитной волны, ζ и τ – нормированные переменные z и t . Система (2–3) универсальна в том смысле, что она сохраняет свой вид после нормировки для широкого диапазона электронных устройств (ЛСЭ, ЛОВ, ЛБВ и т.д.).

В мазере на свободных электронах [55] рассматриваются четыре связанные волны в системе: две волны – прямая и обратная, зависящие от координаты z , – A_+ и A_- , и две волны – прямая и обратная, зависящие от координаты x – B_+ и B_- . В этом случае система будет содержать соответствующее количество уравнений типа (2) с дополнительными членами, описывающими связь между волнами, следующего вида:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial \zeta} + \beta \frac{\partial}{\partial \tau} \right) A_+ + \sigma A_+ + i\alpha(B_+ + B_-) &= J, \\ \left(\frac{\partial}{\partial \zeta} - \beta \frac{\partial}{\partial \tau} \right) A_- + \sigma A_- + i\alpha(B_+ + B_-) &= 0, \\ \left(\frac{\partial}{\partial \xi} \pm \beta \frac{\partial}{\partial \tau} \right) B_{\pm} + \sigma B_{\pm} + i\alpha(A_+ + A_-) &= 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где ζ , ξ и τ – нормированные переменные x , z и t . β , σ , α – системные коэффициенты.

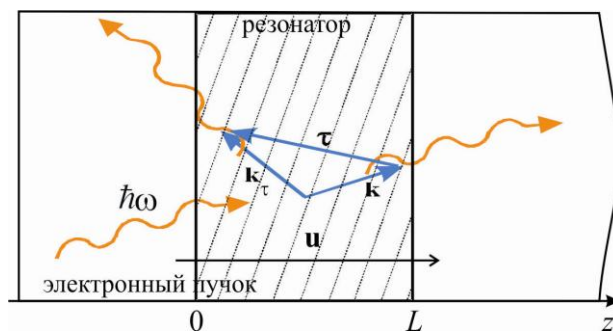


Рис. 1. Схема двухволнового ОЛСЭ в геометрии Брэгга

В этом случае решение уравнений Максвелла для электрического поля ищется в вид

Рассмотрим простейшую математическую модель двухволнового ОЛСЭ в т. н. геометрии Брэгга (см. рис. 1). Пусть электронный пучок со скоростью \mathbf{u} «падает» под некоторым углом на полубесконечную пространственно-периодическую мишень (резонатор) толщиной L . Одновременно на мишень может падать плоская электромагнитная волна с частотой ω и волновым вектором \mathbf{k} . Если эта волна находится в условиях дифракции $2\mathbf{k}\boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}^2 \approx 0$ [3, 9], то в мишени образуется дифрагированная волна с волновым вектором $\mathbf{k}_\tau = \mathbf{k} + \boldsymbol{\tau}$, где $\boldsymbol{\tau}$ – вектор обратной решетки мишени [9].

В случае моделирования, например, двухволнового ОЛСЭ из уравнений Максвелла получается система уравнений для двух сильных волн – проходящей и дифрагированной, образующихся в системе вследствие динамической дифракции с амплитудами A_1 и A_2 , а также $\theta(t, z, p)$, описывающей фазу электронов. Волны распространяются под некоторыми углами друг относительно друга. Система может быть записана в обобщенном виде без уточнения коэффициентов следующим образом [56]:

$$\frac{\partial E_1}{\partial t} + b_1 \frac{\partial E_1}{\partial z} + c_{11}E_1 + c_{12}E_2 = \Phi \int_0^{2\pi} \frac{2\pi - p}{8\pi^2} \left(e^{-i\theta(t, z, p)} + e^{-i\theta(t, z, -p)} \right) dp, \quad (5)$$

$$\frac{\partial E_2}{\partial t} + b_2 \frac{\partial E_2}{\partial z} + c_{21}E_1 + c_{22}E_2 = 0,$$

$$\frac{\partial^2 \theta(t, z, p)}{\partial z^2} = \Psi \left(k_z - \frac{\partial \theta(t, z, p)}{\partial z} \right)^3 \operatorname{Re} \left(E_1(t - z/u, z) \right) e^{i\theta(t, z, p)}, \quad (6)$$

$$E_1(t, 0) = 0, \quad E_2(t, L) = 0,$$

$$\frac{\partial \theta(t, 0, p)}{\partial z} = K, \quad \theta(t, 0, p) = p,$$

$$t > 0, \quad z \in [0, L], \quad p \in [-2\pi, 2\pi].$$

В (6) динамика электронного пучка моделируется усреднением по фазам влета электронов в область взаимодействия. Этот метод [50] хорошо известен и широко применяется для расчета ЛБВ, ЛОВ, ЛСЭ и других электронных приборов. Он также хорошо работает при моделировании динамики пучка в ОЛСЭ. Но в отличие от (3), где электронная динамика определяется только временем влета электрона в резонатор, в (6) учтено влияние на динамику электрона пространственной поперечной точки его влета в область взаимодействия при $z = 0$. Именно благодаря усреднению по двум фазам – моменту влета и поперечной координате влета электронов – в ОЛСЭ удалось промоделировать тонкие эффекты в области вырождения корней дисперсионного уравнения и при синхронизме нескольких мод с пучком.

Другие математические модели ОЛСЭ исследовались в [57, 58], где в первой работе электронный пучок рассматривался в гидродинамическом приближении, а во второй – в виде функций распределения.

Отметим, что ОЛСЭ с одной волной (случай системы (2–3)) не существует, поскольку минимальное количество волн для реализации динамической дифракции – две. Модели многоволновых ОЛСЭ рассмотрены в [58–60]. Разностные схемы решения (2)–(3) без учета дисперсии предложены в [10].

Как показано в [5], дисперсия электромагнитных волн в сеточном резонаторе ОЛСЭ, выражающаяся в связи диэлектрической проницаемости резонатора и частоты излучения ω , зависит от материала, толщины нитей, периода их натяжения и других факторов и должна учитываться при моделировании ОЛСЭ. Система без учета дисперсии получена в [10]. Система с учетом дисперсии [11] может быть записана в обобщенном виде без уточнения коэффициентов (2). Коэффициенты a_{ij} , $i, j=1,2$, описывают дисперсию волн и могут варьироваться от пренебрежимо малых значений до величин, сравнимых с единицей. В последнем случае, очевидно, что дисперсией пренебрегать нельзя.

$$\begin{aligned} (1 + a_{11}) \frac{\partial E_1}{\partial t} + a_{12} \frac{\partial E_2}{\partial t} + b_1 \frac{\partial E_1}{\partial z} + c_{11} E_1 + c_{12} E_2 &= F, \\ a_{21} \frac{\partial E_1}{\partial t} + (1 + a_{22}) \frac{\partial E_2}{\partial t} + b_2 \frac{\partial E_2}{\partial z} + c_{21} E_1 + c_{22} E_2 &= 0, \end{aligned} \quad (7)$$

Перепишем систему (2) в матричном виде относительно вектора амплитуд электромагнитного поля $\mathbf{E} = (E_1, E_2)^T$:

$$\mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial z} + \mathbf{C} \mathbf{E} = \mathbf{F},$$

где $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 + a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & 1 + a_{22} \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} b_1 & 0 \\ 0 & b_2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix}$, $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} F \\ 0 \end{pmatrix}$

и преобразуем ее:

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial z} + \mathbf{D} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial z} + \mathbf{C} \mathbf{E} + \mathbf{G} \mathbf{E} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{F}, \quad (8)$$

$$\mathbf{D} = (\mathbf{A}^{-1} - \mathbf{I}) \mathbf{B}, \quad \mathbf{G} = (\mathbf{A}^{-1} - \mathbf{I}) \mathbf{C}, \quad \mathbf{I} - \text{единичная матрица.}$$

Запишем разностную схему решения (4) на равномерных сетках в области $\{0 \leq z \leq L\} \cup \{t > 0\}$: $\omega_z = \{z_m = mh_z, m = 0, 1, \dots, M, Mh_z = L\}$ и $\omega_t = \{t_l = lh_t, l = 0, 1, \dots\}$ с использованием идей многокомпонентного метода переменных направлений, предложенных для систем гиперболических уравнений в [12]:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_t^1 + \mathbf{B}\hat{\mathbf{E}}_{\tilde{z}}^1 + \mathbf{D}\mathbf{E}_{\tilde{z}}^2 + \mathbf{C}\hat{\mathbf{E}}^1 + \mathbf{G}\tilde{\mathbf{E}}^2 &= \mathbf{A}^{-1}\hat{\mathbf{F}}, \\ \mathbf{E}_t^2 + \mathbf{B}\hat{\mathbf{E}}_{\tilde{z}}^1 + \mathbf{D}\hat{\mathbf{E}}_{\tilde{z}}^2 + \mathbf{C}\hat{\mathbf{E}}^1 + \mathbf{G}\hat{\mathbf{E}}^2 &= \mathbf{A}^{-1}\hat{\mathbf{F}}, \end{aligned} \quad (9)$$

В (9) векторы \mathbf{E}^1 и \mathbf{E}^2 – две разностные компоненты вектора амплитуд полей \mathbf{E} . В качестве результата берется их полусумма. Знак “ \sim ” означает соответствующие направлению распространения волн левые и правые разностные производные, а также полусумму в соседних узлах разностной сетки по z для слагаемых $\mathbf{C}\mathbf{E}$ и $\mathbf{G}\mathbf{E}$. (5) является схемой полной аппроксимации. На достаточно гладких решениях она имеет первый порядок аппроксимации по времени и пространству.

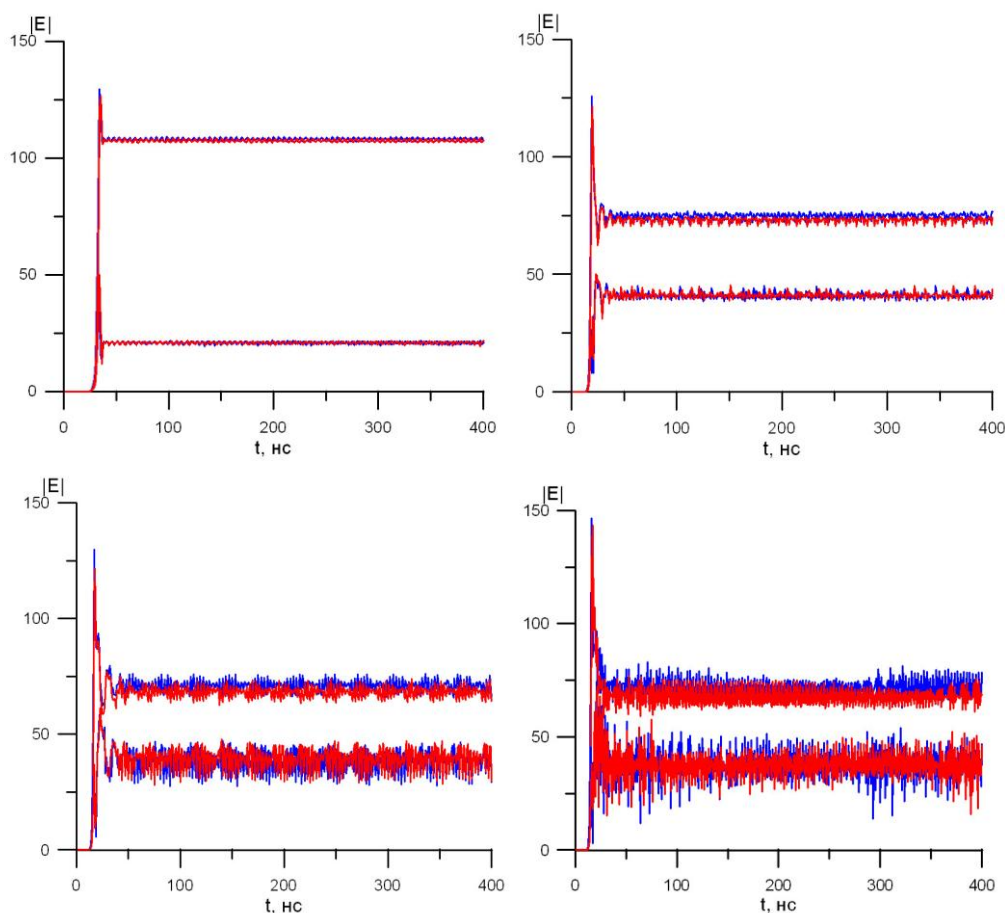


Рис 2. Временная зависимость проходящей (нижние кривые) и дифрагированной (верхние кривые) волн для толщины нитей резонатора 0.02, 0.04, 0.06, 0.08 см (рисунки слева направо, сверху вниз). Красные кривые – моделирование без учета дисперсии, синие кривые – с учетом дисперсии

5. Компьютерные коды для моделирования ЛСЭ

Для численного решения рассмотренных математических моделей используются различные численные методы [1–4]. В [61–63] на конкретных примерах демонстрируется, что применение численных методов на ЭВМ дает возможность использования сложных нелинейных моделей, охватывающих все существенные черты исследуемого процесса для широкой области изменения физических параметров. При этом появляется возможность

получить полное количественное описание данного процесса. В таких исследованиях, основанных на вычислительных экспериментах, решающую роль играет дискретизация построенной математической модели.

В моделировании часто используется метод крупных частиц [2, 3], используемый для исследования динамики взаимодействия заряженных частиц с полем. В рамках метода крупных частиц используется феноменологическое упрощение модели сплошной среды путем замены ее системой частиц.

При решении нестационарных электродинамических задач для электромагнитных полей, в том числе полной системы уравнений Максвелла широко используется метод конечных разностей во временной области – разностная схема с перешагиванием на прямоугольных сетках со сдвигом (в английском варианте это метод FDTD (Finite-difference time-domain) или схема Yee) [64, 65].

Разностные методы решения системы (5–6) даны в [56].

Для численного моделирования различных вакуумных электронных приборов создан целый ряд компьютерных программ [57, 62, 63], в том числе KAPAT [67], , MAGIC [68], MAGIC3D [69], Genesis 1.3 [70], Puffin [71], Ginger [72], MEDUSA [73], OCELOT [74], OOPIC (Object Oriented PIC) [75] и другие. Также в настоящее время в силу экспоненциального возрастания сложности и объема счета большое внимание уделяется проблемам параллелизации, эффективного использования суперкомпьютеров и распределенных вычислений на массивах компьютеров. В качестве примера можно привести компьютерный код MEDUSA/OPC [76], использованного для полного моделирования SASE FEL of The Linac Coherent Light Source (LCLS).

Данные компьютерные программы прошли всестороннюю валидацию и верификацию путем обработки и сравнения с реальными экспериментальными данными физических установок, а также путем сравнения результатов моделирования, полученных с использованием разных программ.

С помощью этих и других программ промоделирована линейная и нелинейная динамика ЛСЭ [40, 41, 54, 55, 61–67, 70–83] и др. приборов, в том числе продемонстрирована их хаотическая природа.

Для моделирования ОЛСЭ разработан компьютерный код VOLC (*VOL*ume *C*ode) [84], предназначенный для экспресс-моделирования работы различных типов ОЛСЭ, в том числе экспериментальных физических установок ОЛСЭ НИИ ЯП БГУ. VOLC позволяет моделировать сложную трехмерную динамику электронного пучка и распространение электромагнитных волн в объемном резонаторе ОЛСЭ. Он всесторонне

протестирован, в том числе путем сравнения численных результатов моделирования и известных аналитических решений и успешно применен для моделирования разнообразных вариантов ОЛСЭ, а также экспериментальной установки ОЛСЭ-250 [44, 85–88]. Полученные численные результаты имеют разумное согласие с теоретическими и экспериментальными физическими результатами.

В результате проведенного моделирования впервые объемные лазеры на свободных электронах исследованы с точки зрения нелинейной динамики, что важно для повышения эффективности генераторов и источников излучения в разных диапазонах. Проведенное математическое моделирование подтвердило все основные физические закономерности и принципы работы ОЛСЭ. Также показано, что для эффективной генерации существует оптимальный набор параметров системы. В ходе численных экспериментов получены пороги генерации для установок, эксперименты на которых проводились в НИИ ЯП БГУ. Впервые показано, что ОЛСЭ является динамической системой с особенностями нелинейной динамики генерации, обусловленными нелокальной природой взаимодействия пучка электронов с электромагнитным полем в условиях дифракции. В процессе исследования хаотической природы ОЛСЭ изучены его пространственно-временная и фазовая динамика, промоделированы различные динамические режимы работы со сложной их трансформацией.

7. Выводы

В статье дан краткий обзор проблем и результатов математического моделирования различных типов лазеров на свободных электронах, в том числе объемных лазеров на свободных электронах, а также родственных им вакуумных электронных приборов. В частности, одним из результатов математического моделирования ОЛСЭ стало всестороннее исследование основных свойств ОЛСЭ как хаотической динамической системы, что является важным для реализации в будущих экспериментальных исследованиях способов управления хаосом и выбора более оптимальных режимов работы ОЛСЭ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А.А. Самарский, А.П. Михайлов. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры. М.: Физматлит, 1997, 320 с.
2. Р. Хокни, Дж. Иствуд. Численное моделирование методом частиц. М.: Мир, 1987, 640 с.

3. Ч. Бэдсел, А. Лэнгдон. Физика плазмы и численное моделирование. М.: Энергоатомиздат, 1989, 452 с.
4. T. Tajima. Computational Plasma Physics: With Applications To Fusion And Astrophysics (Frontiers in Physics). CRC Press. 2018.
5. Modeling and Simulation (M&S) Verification, Validation, and Accreditation: U. S. Department of Defense, Instruction number 5000.61, 1996, 15 p.
6. Guide for the Verification and Validation of Computational Fluid Dynamics Simulations: American Institute of Aeronautics and Astronautics, AIAA Report G0771988. Reston, 1998, 29 p.
7. IEEE Standard for System, Software, and Hardware Verification and Validation: IEEE Standard 1012™-2016. New York, 2016, 260 p.
8. W. L. Oberkampf, T. G. Trucano. Verification and validation in Computational Fluid Dynamics // Progress in Aerospace Sciences, 2002, v. 38, p. 209-272.
9. R. G. Sargent. Verification and validation of simulation models // 2011 Winter Simulation Conference: Proc. WSC, Phoenix, USA, December 11–14, 2011, p.183-198.
10. D. Pelletier. Verification, validation, and uncertainty in computational fluids dynamics // Canadian Journal Civ. Engineer, 2010, v. 37, p. 1003-1013.
11. P. A. Cherenkov. Radiation from High-Speed Particles // Science, 1960, v. 131, p. 136-142.
12. В. Л. Гинзбург. Излучение равномерно движущихся источников (эффект Вавилова-Черенкова, переходное излучение и некоторые другие явления) // Успехи физических наук, 1996, т. 166, с.1033-1042.
13. В.Г. Барышевский. О рассеянии света потоком электронов, проходящих через кристалл // Докл. АН БССР, 1971, т. 15, с. 306-308.
14. В.Г. Барышевский, И.Д. Феранчук. О переходном излучении гамма-квантов в кристалле // ЖЭТФ, 1971, т. 61, с. 944-948; Поправка // ЖЭТФ, 1973, т. 64, с. 760.
15. Z.G. Pinsker. Dynamical Scattering of X-Rays in Crystals. Springer, 1978, 526 p.
16. S.L. Chang. Multiple Diffraction of X-Rays in Crystals. Springer. 1984, 300 p.
17. V. G. Baryshevsky, I. D. Feranchuk. Parametric X-rays From Ultrarelativistic Electrons in a Crystals: Theory and Possibilities of Practical Utilization // J. de Physique, 1983, v. 44, p. 913-922.
18. V.G. Baryshevsky, I. D. Feranchuk. Parametric beam instability of relativistic charged particles in a crystal // Phys. Let. A, 1984, v. 102, p. 141-144.
19. V.G. Baryshevsky, K.G. Batrakov, I.Ya. Dubovskaya. Parametric (Quasi-Cherenkov) X-ray Free Electron Laser // J. of Physics: D "Applied Physics", 1991, v. 24, p. 1250-1257.
20. V.G. Baryshevsky, I.D. Feranchuk, A.P. Ulyanekov. Parametric X-Ray Radiation in Crystals. Springer, 2005, 167 p.
21. Ю.Н. Адисев, В.Г. Барышевский, С.А.Воробьев и др. Экспериментальное обнаружение рентгеновского параметрического излучения // Письма в ЖЭТФ, 1985, т. 41, с. 259-297
22. В.Г. Барышевский, И.Я. Дубовская. Дифракционные явления в процессах спонтанного и коллективного излучения релятивистских заряженных частиц в кристаллах // Итоги науки и техники, 1992, т. 4, с. 129-225.
23. В.Г. Барышевский, И.Я. Дубовская, И.Д. Феранчук. Черенковская неустойчивость пучка заряженных частиц, проходящего через трехмерную пространственно-периодическую среду // Вести АН БССР. Сер. физ.-мат. н. –1988. N 1. – С.92–97.

24. V.G. Baryshevsky, K.G. Batrakov, I.Ya. Dubovskaya, S.N. Sytova. Visible surface quasi-Cherenkov FEL // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, 1995, v. A358, p. 508-511.
25. V.G. Baryshevsky. Volume free electron lasers // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, 2000, v. 445A, p. 281-283.
26. V.G. Baryshevsky. Spontaneous and induced radiation by electrons/positrons in natural and photonic crystals. Volume free electron lasers (VFELs): From microwave and optical to X-ray range // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, 2015, v. B355, p. 17-23.
27. I.D. Feranchuk. Concerning the use of the parametric Vavilov-Cherenkov effect for crystal-structure investigation // Kristallografiya, 1979, v. 24, p. 289-296.
28. T.C. Marshall. Free Electron Laser. McMillan, New York, 1985, 191 p.
29. C.W. Roberson, P. Sprangle. A Review of Free-Electron Lasers // Physics Fluids, 1989, v. B1, p. 3-42.
30. E. Saldin, E.V. Schneidmiller, M.V. Yurkov. The Physics of Free Electron Lasers. Springer. 2000, 351 p.
31. J.M.J. Madey. Stimulated Emission of Bremsstrahlung in a Periodic Magnetic Field// Journal Appl. Physics, 1971, v. 42, p. 1906-1913.
32. W.B. Colson. Theory of a Free Electron Laser // Physics Letters, 1976, v. 59A, p. 187-190.
33. D. A. Deacon et al. First operation of a Free-Electron Laser // Physical Review Letters, 1977, v. 38, p. 892-894.
34. M. Billardon et al. First Operation of a Storage-Ring Free-Electron Laser // Physical Review Letters, 1983, v. 51, p. 1652-1655.
35. J. Andruszkow et al. First Observation of Self-Amplified Spontaneous Emission in a Free-Electron Laser at 109 nm Wavelength // Physical Review Letters, 2000, v. 85, p. 3825-3829.
36. C. Pellegrini. The history of X-ray free electron lasers // The European Physical Journal H, 2012, v. 37, p. 659-708.
37. K.-J. Kim, Z. Huang, R. Lindberg. Synchrotron Radiation and Free-Electron Lasers. Principles of Coherent X-Ray Generation. Cambridge University Press. 2017, 299 p.
38. E. Sobolev et al. Megahertz single-particle imaging at the European XFEL // Commun Phys. 2020, v. 3, p. 97.
39. E.A. Seddon et al. Short-wavelength free-electron laser sources and science: a review // Reports on Progress in Physics, 2017, v. 80(11), p. 115901.
40. J. R. Schneider. FLASH—from accelerator test facility to the first single-pass soft x-ray free-electron laser // J. Physics B, 2010, v. 43(19), p. 194001.
41. N. Yu. Peskov et al. High-power free-electron maser operated in a two-mode frequency-multiplying regime // Phys. Rev. Acc. Beams, 2016, v. 19, p. 060704.
42. V.G. Baryshevsky et al. First lasing of a volume FEL (VFEL) at a length range $\lambda \sim 4-6$ mm // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, 2002, v. A483, p. 21-24.
43. V.G. Baryshevsky et al. Experimental observation of radiation frequency tuning in "OLSE-10" prototype of volume free electron laser // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, 2006, v. B252, p. 86-91.
44. V.G. Baryshevsky et al. Experimental Study of Volume Free Electron Laser using a "grid" photonic crystal with variable period // 29th Int. Free Electron Laser Conf: Proc. FEL2007, Novosibirsk, 2007, p. 496-498.

45. V.G. Baryshevsky et al. Volume free electron laser with a "grid" photonic crystal with variable period: theory and experiment // 31st Int. Free Electron Laser Conf.: Proc. FEL2009, Liverpool, 2009, p. 134-137.
46. J. Benford, J.A. Swegle, E. Schamiloglu. High Power Microwave. Boca Raton: CRC Press, 2016, 470 p.
47. R.H. Abrams, B. Levush, A.A. Mondelli, R.K. Parker. Vacuum electronics for the 21st century // IEEE Microwave Magazine, 2001, v. 2(3), p. 61-72.
48. R.G. Carter. Microwave and RF Vacuum Electronic Power Sources. Cambridge University Press, 2018, 807 p.
49. A.S. Gilmour Jr. Microwave and Millimeter-Wave Vacuum Electron Devices: Inductive Output Tubes, Klystrons, Traveling-Wave Tubes, Magnetrons, Crossed-Field Amplifiers, and Gyrotrons. Artech House Publishers, 2020, 880 p.
50. Л.А. Вайнштейн, В.А. Солнцев. Лекции по сверхвысокочастотной электронике СВЧ. М.: Сов. Радио, 1973, 399 с.
51. Дж. Джексон. Классическая электродинамика. М.: Мир, 1965, 702 с.
52. F. Arecchi, R. Bonifacio. Theory of optical maser amplifiers // IEEE Journal of Quantum Electronics, 1965, v.1, p. 169-178.
53. Н.С. Гинзбург, С. П. Кузнецов, Т. Н. Федосеева. Теория переходных процессов в релятивистской ЛОВ // Известия вузов. Радиофизика, 1978, т. 21, с. 1037-1052.
54. C. Pellegrini. The physics of x-ray free-electron lasers / C. Pellegrini, A. Marinelli, S. Reiche // Reviews of Modern Physics, 2016, v. 88, p. 015006.
55. Н.С. Гинзбург, Н.Ю. Песков, А.С.Сергеев. Генерация пространственно-когерентного излучения в коаксиальном ЛСЭ с комбинированным резонатором, составленным из одномерного и двумерного брэгговских зеркал // ЖТФ, 2001, вып. 8, с. 80-84.
56. К.Г. Батраков, С. Н. Сытова. Моделирование лазеров на свободных электронах // Журнал выч. математики и мат. физики, 2005, т. 45, № 4, с. 690–700.
57. В.Н. Абрашин, А.О. Грубич, С.Н.Сытова. Нелинейная стадия развития черенковской неустойчивости релятивистского электронного пучка // Математическое моделирование, 1991, т. 3, № 8, с. 21–29.
58. С.Н. Сытова. Численный метод решения гиперболической системы с особенностями // Дифференциальные уравнения, 1996, т. 32, №7, с. 986-989.
59. К. Batrakov, S. Sytova. Dynamics of electron beam instabilities under conditions of multi-wave distributed // Nonlinear Phenomena in Complex Systems, 2005, v. 8, iss. 4, p. 359-365.
60. С.Н. Сытова. Модели объемных лазеров на свободных электронах // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика, 2012, т. 20, № 6, с. 124–135.
61. S. Reiche. FEL Simulations: History, Status and Outlook // 32st Int. Free Electron Laser Conf.: Proc. FEL2010, Malmö, Sweden, 2010, p. 134-137.
62. T. Tanaka. Numerical methods for free electron laser simulations // J. Electromagnetic Waves and Applications, 2017, v. 32, p. 371-401.
63. H.P. Freund et al. Three-dimensional, time-dependent simulation of free-electron lasers with planar, helical, and elliptical undulators // New Journal of Physics, 2017, v. 19, p. 023020.

64. *K.S. Yee*. Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equation in Isotropic Media // IEEE Transactions on Antenna Propagation, 1966, v. 14, p. 302-307.
65. *A. Taflov, S.C. Hagness*. Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method. London: Artech House, 1995, 599 p.
66. *B. Garcia et al*. Comparing FEL Codes for Advanced Configurations // 38st Int. Free Electron Laser Conf.: Proc. FEL2017, Santa Fe, USA, 2017, p. 60-63.
67. *K.P. Artyomov et al*. PIC code KARAT simulation of different types of polarization radiation generated by relativistic electron beam // Journal of Physics: Conf. Ser., 2012, v. 357, p. 012022.
68. *B.Goplen et al*. User-configurable MAGIC for electromagnetic PIC calculations // Computer Physics Communications, 1995, v. 87, iss. 1-2, p. 54-86.
69. LAACG Design Codes [Electronic resource] / Los Alamos Accelerator Code Group. Mode of access: https://laacg.lanl.gov/laacg/services/serv_codes.phtml#pamela.
70. *S. Reiche*. GENESIS 1.3: a fully 3D time-dependent FEL simulation code // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, 1999, v. A429, p. 243-248.
71. *L. T. Campbell, B. W. J. McNeil*. Puffin: A three dimensional, unaveraged free electron laser simulation code // Physics of Plasmas, 2012, v. 19, p. 093119.
72. *W.M. Fawley*. An Enhanced GINGER Simulation code with Harmonic Emission and HDF5 IO Capabilities // 28st Int. Free Electron Laser Conf.: Proc. FEL2006, Berlin, Germany, 2006, p. 218-222.
73. *S. G. Biedron, H. P. Freund, S. V. Milton*. Development of a 3D FEL code for the simulation of a high-gain - harmonic generation experiment. Preprint / Free-Electron Laser Challenges II, part of SPIE's Photonics West'99, January 23-29, 1999, San Jose, USA; SPIEpaper # 361417, 16 p.
74. *I. Agapov et al*. FEL Simulations with OCELOT // Proc. 6th Int. Particle Accelerator Conf., Richmond, USA, 2015, p.210-212.
75. *J.P. Verboncoeur, A.B. Langdon, N.T. Gladd*. An object-oriented electromagnetic PIC code // Computer Physics Communications, 1995, v. 87, p. 199-211.
76. *J. Einstein et al*. FEL Simulations using Distributed Computing // Proc. 7th Int. Particle Accelerator Conf. IPAC2016, Busan, Korea, 2016, p.483-486.
77. *A.V. Kuzmin, O.A. Shevchenko, N.A. Vinokurov*. Numerical modeling of the Novosibirsk terahertz FEL and comparison with experimental results // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, 2005, v. A543, p. 114-117.
78. *E.B. Abubakirov, R.M. Rozental', V.P. Tarakanov*. Comparison of Efficiencies of External Signal Supply Circuits in a Relativistic Backward-Wave Tube with Resonant Reflector // J. Communications Technology and Electronics, 2019, v. 64, p. 59-63.
79. *M.E. Couprie*. Chaos studies on the super-ACO free electron laser // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A, 2003, v. A507, p. 1-7.
80. *S. Bielawski et al*. Suppression of the pulsed regimes appearing in free-electron lasers using feedback control of an unstable stationary state // Physical Review E, 2004, vl. 69, p. 045502.
81. *C. Bruni et al*. Chaos in free electron laser oscillators // European Physics Journal D, 2009, v. 55, p. 669-677.

82. *C. Marchewka et al.* Generation of chaotic radiation in a driven traveling wave tube amplifier with time-delayed feedback // *Physics of Plasmas*, 2006, v. 13, p. 013104.
83. *S.J. Hahn, J.K. Lee.* Bifurcations in a short-pulse free-electron laser oscillator // *Phys. Let. A*, 1993, v. 175, p. 339-343.
84. *K. Batrakov, S. Sytova.* Mathematical modeling of multiwave Volume Free Electron Laser: basic principles and numerical experiments // *Mathematical Modelling and Analysis*, 2006, v. 11, iss. 1, p. 13-22.
85. *S. N. Sytova.* Numerical Analysis of Lasing Dynamics in Volume Free Electron Laser // *Mathematical Modelling and Analysis*, 2008, v. 13, iss. 2, p. 263-274.
86. *S. N. Sytova.* Comparison of One-Dimensional and Volume Distributed Feedback in Microwave Vacuum Electronic Devices // *Nonlinear Phenomena in Complex Systems*, 2012, v. 15, iss. 4, p. 378-386.
87. *S. N. Sytova.* Methods of chaos control in radiation of charged particles moving in non-one-dimensional periodical structures // *Nonlinear Phenomena in Complex Systems*, 2017, v. 20, iss. 2, p. 144-152.
88. *С.Н. Сытова.* Влияние внешних условий на хаос в объемных лазерах на свободных электронах // *Доклады НАН Беларуси*, 2014, т.58, №1, с.47-52.